

58,40 57 30  
52,60

LABORATORIET FOR  
FUNDERING

5160

DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

GEOTEKNIK OG FUNDERING  
DEL II

FORELÆSNINGSNOTATER  
TIL  
KURSUS 5821 - GEOTEKNIK 2

AF  
BENT HANSEN

1978

LABORATORIET FOR  
FUNDERING  
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

GEOTEKNIK OG FUNDERING  
DEL II

FORELÆSNINGSNOTATER  
TIL  
KURSUS 5821 - GEOTEKNIK 2

AF  
BENT HANSEN

1978

Udgivet af og med tilskud fra  
Den private ingeniørfond ved Danmarks tekniske Højskole

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 0	EMNE  Indledning	UDG.  73	SIDE nr. af 1 8
---------------------------	-------------------	------------------------	----------------	-----------------------

### 0.1 Forord.

Disse notater er udarbejdet som et kompendium i det forelæste stof i kurset 5821 GEOTEKNIK 2. De erstatter de hidtil anvendte notater fra 1971 og er i øvrigt disponeret på samme måde som, og i fortsættelse af, notaterne Geoteknik og Fundering I til kurset 5811 GEOTEKNIK 1 (udg.1976), som forudsættes kendt, og hvortil der henvises, jfr. Geoteknik 1 afsn.0.1 og 0.2.

Notaterne Geoteknik og Fundering I-II udgør sammen med de hertil knyttede eksempler og opgaver det kompendiemateriale, der vil blive benyttet ved undervisningen i de to grundlæggende kurser Geoteknik 1 og 2, indtil en egentlig lærebog kan udgives. Såvidt det på indeværende tidspunkt kan forudses, vil denne, antagelig i fire bind, indeholde det nuværende Geoteknik 1 og 2 stof, men påny omredigeret og gennemarbejdet, og på de punkter, hvor det skønnes motiveret og hensigtsmæssigt, uddybet til Geoteknik 3 og/eller Geoteknik 4 niveau.

I den periode, hvor disse notater anvendes, vil enhver kritik med hensyn til form eller indhold, herunder påvisning af fejl samt forslag til omredigering og tilføjelser (samt udeladelser), naturligvis være meget velkommen.

### 0.2 Oversigt over kurset Geoteknik 2.

Vedrørende formål og indhold i hovedtræk henvises til Geoteknik 1 afsn.0.2. Den detaljerede disposition, jfr. indholdsfortegnelsen afsn.0.3, er baseret på det princip, at den forelæste teori på det tidligst mulige tidspunkt illustreres ved en omtale af konstruktioner, til hvis beregning der kræves kendskab til den pågældende teori (hyppigt den konstruktionstype, som har givet anledning til, at teorien blev udviklet). Dette har ført til følgende hoveddisposition:

1. Strømningsproblemer (uddybning af Geoteknik 1 afsn.6), omfattende: Strømnet, vandtryk på konstruktioner, strømning i dæmninger samt problemer i praksis i forbindelse med tørholdelse, dræning og grundvandsenkning.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 0	EMNE  Indledning	UDG.  78	SIDE nr. af 2   8
---------------------------	-------------------	------------------------	----------------	-------------------------

2. Deformationsproblemer (uddybning af Geoteknik 1 afsn. 7-10 samt 25): Strømnetmetoden samt problemer i forbindelse med stive og bøjelige pladefundamenter.
3. Stabilitetsproblemer samt videregående jordtryks- og bæreevneproblemer (videregående brudteori, jfr. Geoteknik 1 afsn. 13-16): Ekstremmetoden, totalstabilitet af skråninger og bygværker, beregning af direkte funderede støttemure samt spunsvægge m. v.
4. Beregning af plane og rumlige pæleværker (jfr. Geoteknik 1 afsn. 27), samt:
5. Problemer i forbindelse med bl. a. komprimering af jordfyld.

Dette i hovedsagen teoretiske stof udgør hovedparten af kurset (23 skemamoduler). Uden i øvrigt at forelæse egentlig konstruktionslære, der skønnes bedre egnet som håndbogsstof, søges der til slut givet et indtryk af de forskellige konstruktive løsninger, der kan komme på tale ved forskellige opgavetyper, hvorved tillige de hidtil omtalte geotekniske beregningsmetoder betragtes samlet i forskellige sammenhænge og i et vist omfang suppleres efter behov. På denne måde betragtes udvalgte problemer inden for emnegrupperne: Byggegruber, kajkonstruktioner, fangedæmninger, bropiller samt mastefundamenter.

For simpelheds skyld refereres der i disse notater til afsnit, formler og figurer i Geoteknik 1 notaterne på formen henholdsvis G 1 afsn. 6, G 1 (0602) og G 1 Fig. 6 A, d. v. s. på samme form som ved henvisninger inden for notaterne, blot med foranskrevet G 1.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 0	EMNE  Indledning	UDG.  78	SIDE nr. af 3   8
---------------------------	-------------------	------------------------	----------------	-------------------------

### 0.3 Indholdsfortegnelse.

#### A VIDEREGÅENDE GEOTEKNIK OG FUNDERING

##### 1 Strømningsproblemer

- 1 Simple strømnet
  - 1.1 Permeabilitet i planen
  - 1.2 Grundligninger. Strømnet
  - 1.3 Simple grænsebetingelser
  - 1.4 Singulære punkter
  - 1.5 Simple anvendelser af strømnet
  
- 2 Mere generelle strømnet
  - 2.1 Specielle grænsebetingelser
  - 2.2 Frit vandspejl
  - 2.3 Anisotrop jord
  - 2.4 Lagdelt jord
  - 2.5 Andre specielle problemer
  
- 3 Vandtryk på konstruktioner
  - 3.1 Oversigt
  - 3.2 Vandtryk på vægge
  - 3.3 Opdriftproblemer
  - 3.4 Indflydelse på jordtryk og bæreevner
  
- 4 Strømning i dæmninger
  - 4.1 Oversigt
  - 4.2 Dupuits princip
  - 4.3 Sinusmetoden
  - 4.4 Grænseparablen
  - 4.5 Anisotropi
  
- 5 Tilstrømning til brønde
  - 5.1 Forudsætninger
  - 5.2 Artesisk strømning
  - 5.3 Strømning mod frit vandspejl
  - 5.4 Andre rumlige strømningsproblemer

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 0	EMNE  Indledning	UDG.  78	SIDE nr. af 4 8
---------------------------	-------------------	------------------------	----------------	-----------------------

6 Tørholdelse. Dræning. Grundvandsenkning.

- 6.1 Oversigt
- 6.2 Tætning. Forsegling
- 6.3 Dræning ved lænspumpning
- 6.4 Filtre. Filterkriterier
- 6.5 Grundvandsenkning
- 6.6 Andre drænproblemer

2 Deformationsproblemer

7 Strømnetmetoden

- 7.1 Forudsætninger. Grundligninger
- 7.2 Grafisk løsning. Grænsebetingelser
- 7.3 Stribefundamenter og stribebelastninger
- 7.4 Andre anvendelser

8 Stive pladefundamenter

- 8.1 Oversigt. Beregningsprincipper
- 8.2 Spændingsfordeling
- 8.3 Reaktionsfordeling

9 Bøjelige fundamenter

- 9.1 Oversigt
- 9.2 Simple beregningsmetoder
- 9.3 Forbedrede metoder
- 9.4 Ballasttalteorien

3 Stabilitetsproblemer

10 Ligevægt af jordlegemer

- 10.1 Forudsætninger. Oversigt
- 10.2 Ligevægt af jordlegemer
- 10.3 Totale vægte og belastninger
- 10.4 Effektive volumenkræfter og belastninger

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 0	EMNE Indledning	UDG. 78	SIDE nr. af 5 8
---------------------------	-------------------	--------------------	------------	-----------------------

- 11 Ekstremmetoden
  - 11.1 Coulombs jordtryksteori
  - 11.2 Vandspejl og lagdelt jord
  - 11.3 Cirkelmetoden. Udrænet brud i ler
  - 11.4 Spiralmetoden. Drænet brud i ler og sand

- 12 Stabilitetsundersøgelser
  - 12.1 Oversigt. Cirkel- og spiralmetoden
  - 12.2 Modifikationer af metoden
  - 12.3 Strimmelmetoden
  - 12.4 Pæles stabiliserende virkning
  - 12.5 Rumlig virkning

#### 4 Jordtryks- og bæreevneproblemer

- 13 Jordtryk på vægge. Zonebrud
  - 13.1 Forudsætninger
  - 13.2 Beregningsprincipper. Superposition
  - 13.3 Oversigt over beregningsmetoder
  - 13.4 Beregningsformler
  - 13.5 Vandspejl. Lagdelt jord

- 14 Støttemure. Direkte fundering
  - 14.1 Oversigt
  - 14.2 Konstruktive problemer
  - 14.3 Jordtryksberegning
  - 14.4 Bæreevneberegning
  - 14.5 Specielle problemer

- 15 Specielle mure
  - 15.1 Oversigt
  - 15.2 Frontmure og fløjmur
  - 15.3 Fundamenter i skrånninger
  - 15.4 Rammebroer

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 0	EMNE  Indledning	UDG.  78	SIDE nr. af 6   8
---------------------------	-------------------	------------------------	----------------	-------------------------

16 Direkte fundering. Generel rumlig

- 16.1 Oversigt
- 16.2 Belastningstilfælde. Bropiller
- 16.3 Dobbelt ekscentrisk belastning
- 16.4 Generel vandret påvirkning
- 16.5 Deformationsproblemer
- 16.6 Specielle problemer

17 Væg med vilkårligt omdrejningspunkt

- 17.1 Spunsvægge
- 17.2 Forankringer
- 17.3 Brudfigurer. Beregningsprincipper
- 17.4 Beregningsformler. Jordtryksdiagrammer
- 17.5 Simple anvendelser
- 17.6 Vandspejl. Lagdelt jord

18 Vægge med flydecharnier

- 18.1 Oversigt. Anvendelser
- 18.2 Beregningsmetode
- 18.3 Vægtyper og brudmåder
- 18.4 Anvendelser i praksis

19 Specielle vægproblemer

- 19.1 Dimensionering af ankerplader
- 19.2 Andre forankringsmåder
- 19.3 Afstivning i flere niveauer
- 19.4 Skrå eller uensformigt belastet jordoverflade
- 19.5 Stabilitet af væg og forankring
- 19.6 Andre kombinationer med stabilitetsproblemer

5 Pæleværker

20 Plane pæleværker. Beregning

- 20.1 Forudsætninger
- 20.2 Beregning af pæleværker. Oversigt
- 20.3 Beregning efter elasticitetsteorien
- 20.4 Beregning efter brudteorien

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 0	EMNE  Indledning	UDG.  78	SIDE nr. af 7 8
---------------------------	-------------------	------------------------	----------------	-----------------------

- 21 Dimensionering
  - 21.1 Oversigt
  - 21.2 Dimensioneringsprincipper
  - 21.3 Beregningsmetode i praksis
  - 21.4 Eksempler på anvendelser

- 22 Rumlige pæleværker
  - 22.1 Forudsætninger. Oversigt
  - 22.2 Dimensioneringsprincipper
  - 22.3 Beregningsmetode i praksis
  - 22.4 Eksempler på anvendelser

#### 6 Jordfyld

- 23 Stabilisering. Komprimering
  - 23.1 Oversigt
  - 23.2 Grundforbedring
  - 23.3 Jordfyld. Materialer og udlægning
  - 23.4 Proctortætheder. Komprimeringskontrol

#### B KONSTRUKTIVE PROBLEMER. EKSEMPLER

- 24 Byggegruber
  - 24.1 Oversigt
  - 24.2 Indfatningstyper
  - 24.3 Forankringstyper
  - 24.4 Vandproblemer
  - 24.5 Specielle problemer
- 25 Kajkonstruktioner
  - 25.1 Oversigt
  - 25.2 Konstruktionshovedtyper
  - 25.3 Hovedelementer i bolværkskonstruktioner
  - 25.4 Dimensionering af kajkonstruktioner
  - 25.5 Arbejdets udførelse

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 0	EMNE  Indledning	UDG.  78	SIDE nr. af 8   8
---------------------------	-------------------	------------------------	----------------	-------------------------

- 26 Fangedæmninger
  - 26.1 Oversigt
  - 26.2 Indfatningstyper
  - 26.3 Jorddæmninger
  - 26.4 Dobbelte spunsvægsfangedæmninger
  - 26.5 Cellefangedæmninger
  - 26.6 Enkelte spunsvægge
  
- 27 Bro piller
  - 27.1 Oversigt
  - 27.2 Funderingstyper
  - 27.3 Udførelsesmetoder
  - 27.4 Sænkekasser
  - 27.5 Sænkebrønde
  - 27.6 Specielle piller
  
- 28 Mastefundamenter
  - 28.1 Oversigt
  - 28.2 Direkte fundering
  - 28.3 Aksialt påvirkede pæle
  - 28.4 Tværkraftpåvirkede pæle
  - 28.5 Blokfundamenter

TILLEG

- 1 Betegnelser
- 2 Litteratur
- 3 Sagsregister



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 1 17
---------------------------	-------------------	--	------------	------------------------

### 1.1 Permeabilitet i planen.

Det i G 1 afsn. 6 betragtede simple strømningssystem, lodret parallelstrømning, generaliseres nu således, at der betragtes i princippet vilkårlige plane strømningstilstande. Nærmere betegnet forudsættes det, at alle snit parallelle med den betragtede ( $zx$ -) plan er ens; men JOF, laggrænser, vandspejl og grænseflader til ydre konstruktioner som f.eks. vægge eller fundamenter kan have spor i  $zx$ -planen i enhver fysisk mulig konfiguration.

Dette medfører, at selv om trykniveauet  $h$  defineres som hidtil, jfr. Fig. 1 A:

$$h = y + \frac{u}{\gamma_w} \quad (0101)$$

i overensstemmelse med G 1 (0602) og G 1 Fig. 6 C, så bliver  $h$  nu en funktion af både  $z$  og  $x$ , og gradienten  $i$ , som i G 1 afsn. 6 kunne betragtes som en skalar, bliver nu en vektor med komponenterne:

$$i_z = - \frac{\partial h}{\partial z} \quad (0102)$$

$$i_x = - \frac{\partial h}{\partial x}$$

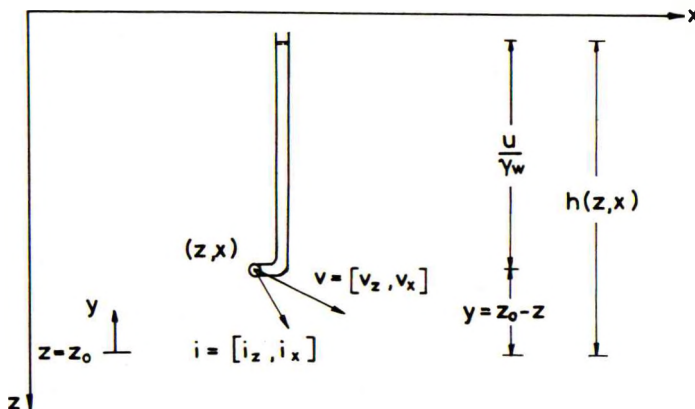


Fig. 1 A: Trykniveau  $h = h(z, x)$ , gradient  $i = [i_z, i_x]$  og filterhastighed  $v = [v_z, v_x]$  i planen.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 2   17
---------------------------	-------------------	--	------------	--------------------------

Permeabilitetskoefficienten  $k$  vil kunne generaliseres til at være en i princippet vilkårlig funktion af  $z$  og  $x$  (inhomogen jord); men i det helt generelle tilfælde, hvor jorden desuden er anisotrop, kan den ikke betragtes som en skalar.

Dette skyldes, at filterhastigheden  $v$  nu også er en vektor:

$$v = [v_z, v_x] \quad (0103)$$

hvis retning angiver strømretningen, mens dens længde som hidtil er den gennemstrømmende vandmængde pr. tids- og arealenhed af et (infinitesimalt) snit vinkelret på strømretningen. I anisotrop jord sker strømmingen ikke nødvendigvis i gradientens retning, hvorfor der ikke kan gælde en simpel proportionalitet mellem vektorerne  $i$  og  $v$ . Under forudsætning af laminar strømning i jorden må sammenhængen mellem  $i$  og  $v$  imidlertid være lineær, d.v.s., at hvis gradienterne  $i_1$  og  $i_2$  medfører filterhastighederne henholdsvis  $v_1$  og  $v_2$ , så vil gradienten  $i_1 + i_2$  medføre filterhastigheden  $v_1 + v_2$  (i begge tilfælde vektoraddition, d.v.s. addition af hver komponent for sig).

Dette svarer åbenbart til, at G 1 (0604) kan skrives på formen:

$$\begin{Bmatrix} v_z \\ v_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{zz} & k_{zx} \\ k_{xz} & k_{xx} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_z \\ i_x \end{Bmatrix} \quad (0104)$$

(lineær superposition af de to tilfælde  $i_x = 0$  og  $i_z = 0$ ). Det kan nu vises:

1. For enhver rimelig fysisk model af vandstrømningen i jordens porer vil permeabilitetsmatricen være symmetrisk, d.v.s.  $k_{xz} = k_{zx}$
2. Hvis strømningsproblemet beskrives i et andet, f.eks. det på Fig. 1 B viste  $tn$ -, koordinatsystem, får både gradientvektoren  $i$  og filterhastighedsvektoren  $v$  naturligvis an-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Strømningsproblemer	nr.
	1	Simple strømnet	78	3	17

dre komponenter.  $k$ -matrixens komponenter ændres derfor også, idet den til (0104) svarende sammenhæng:

$$\begin{Bmatrix} v_t \\ v_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{tt} & k_{tn} \\ k_{nt} & k_{nn} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_t \\ i_n \end{Bmatrix} \quad (0105)$$

for enhver vektor  $i$  skal give samme vektor  $v$  som den, der findes ud fra (0104), blot beskrevet i forhold til  $tn$ -koordinatsystemet.

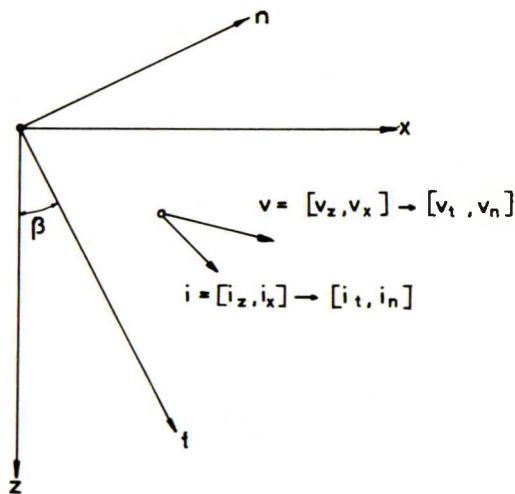


Fig. 1 B: Transformation af vektorerne  $i$  og  $v$  fra  $xz$ - til  $tn$ -koordinatsystem.

Herudfra kan transformationen af  $k$ -matrixen fra  $xz$ - til  $tn$ -koordinatsystemet bestemmes. Den viser sig at være identisk med den i G 1 afsn. 11.3 fundne transformation af spændingskomponenter: De i dette afsnit fundne ligninger gælder uændret, når  $(\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz})$  og  $(\sigma_t, \sigma_n, \tau_{nt})$  erstattes med henholdsvis  $(k_{zz}, k_{xx}, k_{xz})$  og  $(k_{tt}, k_{nn}, k_{nt})$ . I begge tilfælde er der tale om en såkaldt tensor-transformation.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 4   17
---------------------------	-------------------	--	------------	--------------------------

3. Transformationen af  $k$ -matricen kan derfor om ønsket afbildes grafisk ved hjælp af Mohrs cirkel, og der findes en værdi af  $\beta (= \theta_k)$ , hvor  $k_{tn} = 0$ , og hvor  $k_{tt}$  antager den maksimalt opnåelige værdi ( $= k_I$ ), samtidig med at  $k_{nn}$  antager den minimalt opnåelige værdi ( $= k_{II}$ ). Herved defineres henholdsvis hovedretningen og hovedværdierne af  $k$ -matricen.

Den fysiske årsag til (strømnings-) anisotropi i jord er i reglen en lagdeling i jorden, f. eks. tynde, vekslende lag af mere og mindre permeabel jord. Hovedretningen for  $k$ -matricen vil i så fald være parallel med lagretningen; den største permeabilitet,  $k_I$ , fås ved (sammenfaldende) gradient og filterhastighed i lagretningen, mens den mindste permeabilitet,  $k_{II}$ , fås, når gradienten og filterhastigheden begge står vinkelret på lagretningen.

I lagdelt jord vil laggrænserne meget ofte, i hvert fald med tilnærmelse, være plane, og hyppigt også vandrette. Man vil derfor ofte kunne benytte et koordinatsystem, hvor  $k_{tn} = 0$  overalt, og dette vil endda hyppigt være  $zx$ -koordinatsystemet. Man har da  $k_I = k_x \geq k_{II} = k_z$ , idet man i denne situation for enkelheds skyld ofte kun benytter ét indeks. Hvis  $k_x$  og  $k_z$  hver for sig er konstanter, altså antager de samme værdier overalt i det betragtede jordlag, siges dette at være homogent og transvers isotropt.

Hvis yderligere  $k_x = k_z$ , er jorden isotrop. Det kan i så fald vises, at  $k$ -matricen er en diagonalmatrix med  $k_{tt} = k_{nn} = k$ , der har samme værdi i alle koordinatsystemer. I dette tilfælde kan  $k$  betragtes som en skalar, idet man åbenbart har:

$$\begin{Bmatrix} v_z \\ v_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_z \\ i_x \end{Bmatrix} = k \begin{Bmatrix} i_z \\ i_x \end{Bmatrix} \quad (0106)$$

For simpelheds skyld antages det ofte som beregningsforudsætning, at (0106) gælder, selv om tilfældet transvers isotropi antagelig er langt det hyppigst forekommende i praksis. Det bemærkes således, at alle sedimentjordarter samt næsten al kompri-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 5 17
---------------------------	-------------------	--	------------	------------------------

meret jordfyld faktisk er udlejret i stort set vandrette lag. I det følgende forudsættes dog (0601), som vil kunne være en rimeligt god tilnærmelse, hvis strømmingen enten er hovedsageligt vandret eller hovedsageligt lodret, jfr. også afsn. 2.3.

Foruden vektorerne  $i$  og  $v$ , defineres også henholdsvis gradient og filterhastighed i forskellige retninger gennem et betragtet punkt. Langs en kurve (med buelængde  $s$ ) gennem punktet kan man således definere gradientens projektion

$$i_s = - \frac{\delta h}{\delta s} \quad (0107)$$

Under forudsætning af (0106) bliver filterhastigheden i kurvens retning (hastighedsvektorens projektion på kurvens tangent) da:

$$v_s = k i_s \quad (0108)$$

## 1.2 Grundligninger. Strømnet.

Idet der, ligesom i G1 afsn. 6, forudsættes volumenkonstant jord, altså drønet tilstand, gælder kontinuitetsligningen:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (0109)$$

uanset hvilke antagelser der gøres om jordens permeabilitet. I det generelle tilfælde fås ved indsættelse af (0104) og (0102) en ganske kompliceret differentiaalligning, især hvis  $k$ -matricens komponenter tillige er funktioner af både  $z$  og  $x$ . Under forudsætning af homogen og isotrop jord, d. v. s. (0106), hvor  $k$  er konstant, ses kontinuitetsligningen (0109) at kunne reduceres til Laplace's differentiaalligning:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (0110)$$

Denne ligning optræder som bekendt ved mange anvendelser af matematik på fysiske problemer, hvorfor der kendes et stort antal

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 6   17
---------------------------	-------------------	--	------------	--------------------------

løsningsmetoder, f. eks.:

1. Komplex funktionsteori (konform afbildning): Enhver analytisk funktion af én kompleks variabel:

$$f(z + i x) = h(z, x) + i p(z, x) \quad (0111)$$

repræsenterer to (såkaldt konjugerede) løsninger til (0110), idet man har:

$$\text{og} \quad \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (0112)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial z}$$

hvorfor både  $h$  og  $p$  opfylder (0110). Problemet består derfor ikke i at finde en løsning til differentiaalligningen, men derimod i at få opfyldt de givne grænsebetingelser, jfr. afsn. 1.3. Til dette formål findes imidlertid en højt udviklet matematisk teknik. Den væsentligste vanskelighed er, at man for selv forholdsvis simple strømningsproblemer hyppigt må benytte sig af (og derfor sætte sig ind i) teorien for specielle matematiske (f. eks. elliptiske) funktioner. For egnede problemer kan det imidlertid være god beregningsøkonomi at opstille den matematiske eksakte løsning, og at foretage beregningerne direkte på dette grundlag (ofte meget effektive og hurtigt konvergerende numeriske rutiner, som direkte fører til de ønskede beregningsresultater) frem for at arbejde med en tilnærmet løsning til differentiaalligningen, der som nævnt nedenfor ofte medfører enten et omfattende beregningsarbejde (f. eks. ved hjælp af EDB) eller kun ret grove, men dog til gengæld overskuelige, tilnærmelser.

2. Numerisk integration, f. eks. baseret på finite differenser, finite elementer eller - i egnede tilfælde - funktionsfølger. Sådanne metoder medfører i reglen omfattende



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 7   17
---------------------------	-------------------	--	------------	--------------------------

de numeriske beregninger (løsning af meget store ligningssystemer), som imidlertid nu kan gennemføres ved hjælp af EDB, og kan også rumme overraskende konvergensproblemer, især p.g.a. de såkaldte singulære punkter, jfr. afsn. 1.4. Numerisk integration kan imidlertid i princippet altid gennemføres, også f. eks. ved så komplicerede grænsebetingelser samt antagelser om jordens permeabilitet (inhomogen og/eller generelt anisotrop jord), at hverken konform afbildning eller den nedenfor nævnte grafiske metode (strømnet) er anvendelig i praksis.

3. Optegning af et strømnet, d.v.s. en grafisk løsning af (1110). Omtalen i det følgende koncentrerer sig om denne metode, fordi den er rimeligt simpel. Selv om den naturligvis kun kan give tilnærmede løsninger - i modsætning til beregning på grundlag af en matematisk eksakt løsning kan den numeriske nøjagtighed ikke forbedres ud over et vist niveau, uanset hvor stor omhu der lægges for dagen - så er den opnåelige nøjagtighed i reglen fuldt tilstrækkelig for de fleste formål i praksis. Som nævnt nedenfor er metoden i virkeligheden nært forbundet med konform afbildning, og den er således også velegnet til at give en første oversigt over en løsning, der senere agtes gennemført eksakt ved hjælp af kompleks funktions-teori.

Som skitseret på Fig. 1 C er et strømnet en afbildning i  $zx$ -planen af dels et antal potentiallinier, d.v.s. kurver, hvor  $h = \text{konst.}$ , dels et antal strømmlinier, der i ethvert punkt har retningen af filterhastighedsvektoren til tangentretning. Ifølge (0106) er tangentretningerne også gradientretninger, hvorfor strømmlinierne står vinkelret på potentiallinierne ( $\delta h / \delta s = 0$  langs disse).

Potentiallinierne er altså niveaukurver for funktionen  $h(z, x)$  - jfr. f. eks. højdekurverne på et målebordsblad. Af praktiske grunde vælges (naturligvis) samme trykniveauspring  $\Delta h$  fra kurve til kurve overalt i nettet.

Mellem strømmlinierne løber de såkaldte strømrør. Ifølge definitionen for strømmlinier sker der ingen vandstrømning gennem disse kurver, hvorfor den vandmængde  $\Delta q$ , der pr. tidsenhed passerer gennem et vilkårligt snit i strømrøret, vil være den samme for alle snit. Vælges samme størrelse af  $\Delta q$  for alle strømrør, fås ifølge (0107-08), jfr. betegnelserne på Fig. 1 C:

$$\begin{aligned} \Delta q &\approx v_s \Delta b \\ &\approx k i_s \Delta b \\ &\approx k \Delta h \frac{\Delta b}{\Delta s} \end{aligned} \quad (0113)$$

d.v.s., da  $\Delta q$  og  $\Delta h$  begge er konstanter (ens for alle masker i strømnettet), konstant forhold mellem middellængde  $\Delta s$  og middelebredde  $\Delta b$  af alle masker.

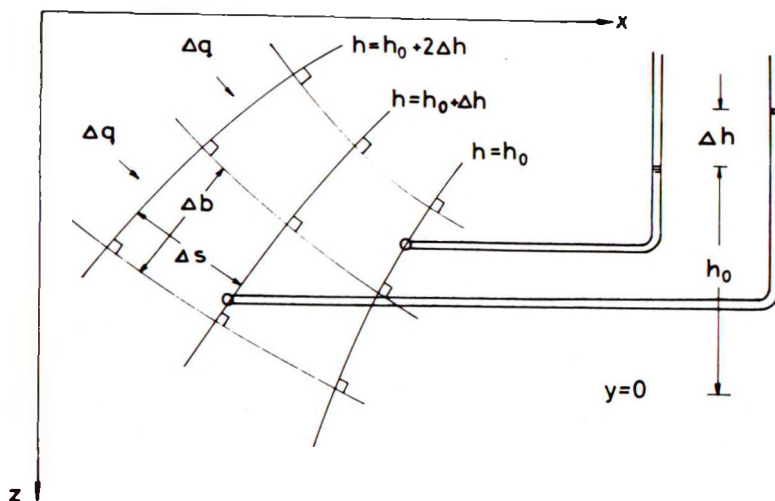


Fig. 1 C: Potentiallinier og strømmlinier (ortogonale, dannende masker) i et strømnet.

Vælges dette forhold til 1, hvilket er en forudsætning for, at den grafiske metode er praktisk gennemførlig (man kan overse "på øjemål", om alle maskerne i et net - i hvert fald i gennemsnit - har ens middellængde og -bredde, men ikke om forholdet mellem disse størrelser er f.eks. 1,5), så fås ifølge (0113):

$$\Delta q \approx k \Delta h$$

(0114)

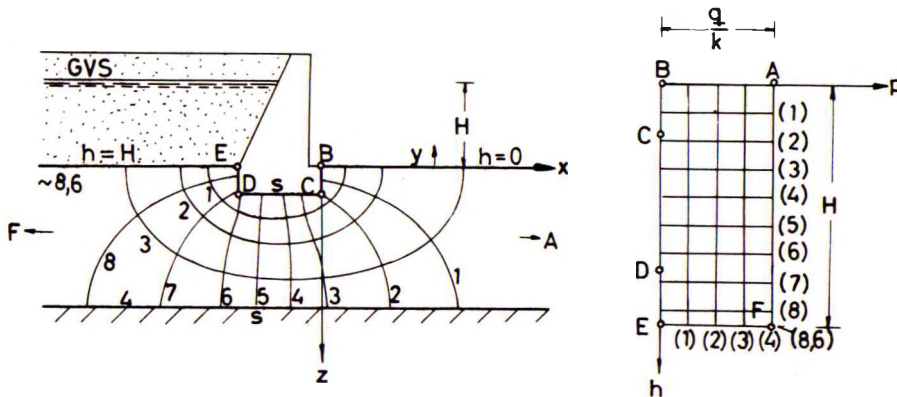


Fig.1D: Et strømnet i  $xz$ -planen og den tilsvarende konforme afbildning fra  $hp$ -planen.

De strømningsproblemer, der i praksis kan løses (simpelt) ved hjælp af strømnet, vil have strømningsområder, hvor vandet strømmer fra en grænse med kendt, ofte konstant, trykniveau mellem to impermeable grænser til en grænse med ligeledes kendt (naturligvis lavere) trykniveau. Området kan have uendeligt fjerne punkter, og den ene, eventuelt begge, grænsestrømlinier kan ligge uendeligt fjernt, eller - som den anden yderlighed - degenerere til et punkt. Et eksempel er vist på Fig.8 D (vedrørende de singulære punkter A-F jfr. afsn.1.4).

På figuren er tillige vist den til strømnettet svarende konforme afbildning. Funktionen  $p$ , der er defineret i (0112), har åbenbart strømlinierne til niveaukurver. Af (0112-14) kan

MEKANIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 10 17
-------------------------	-------------------	--	------------	-------------------------

udledes, at man fra strømlinie til strømlinie har:

$$\Delta p = \Delta h = \frac{\Delta q}{\gamma} \quad (0115)$$

Maskerne i strømnettet i  $zx$ -planen svarer derfor til kvadrater med sidelængden  $\Delta h$  i  $h_p$ -planen, og hvis der vælges  $p = 0$  langs den ene grænsestrømlinie for strømningsområdet, så vil værdien langs den anden grænsestrømlinie være  $p = q/k$ , hvor  $q$  er den samlede vandmængde, der pr. tidsenhed (og længdeenhed vinkelret på  $zx$ -planen) strømmer igennem hele strømningsområdet.

### 1.3 Simple grænsebetingelser.

Følgende vigtige typer grænsebetingelser, d.v.s. grænsekurver til strømningsområdet med kendte egenskaber, bemærkes, jfr. Fig. 1 D:

1. Potentiallinier, d.v.s. grænser, langs hvilke trykniveauet  $h$  antager kendte og konstante værdier, eksempelvis:
  - a. Jordoverflader mod vandområder med frit vandspejl:  $h =$  vandspejlets højde over det valgte udgangsniveau. Det bemærkes, at  $h$  antager denne værdi overalt langs jordoverfladen, uanset dennes form.
  - b. Vandrette vandspejl: GVS ( $u = 0$ ) eller KVS ( $u = -\gamma_w h_c$ ) inden for strømningsområdet (kvasi-stationært tilfælde, jfr. G 1 Fig. 6 B).
  - c. Laggrænser til jordlag, som, eventuelt fjernt fra strømningsområdet, står i forbindelse med et frit vandspejl, og som har  $k$  væsentligt større end værdien i strømningsområdet, jfr. G 1 Fig. 6 A-B. Også her er laggrænsens form uden betydning (hydrostatisk porevandtryk i det permeable jordlag).

På Fig. 1 D er grænserne  $AB$  og  $EF$  potentiallinier (af typen henholdsvis  $a$  og  $c$ ).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	1	Strømningsproblemer Simple strømnet	78	11	17

2. Strømlinier, d.v.s. grænser, hvor filterhastigheden, og hermed gradienten, i normalretningen er givet at være nul (på Fig. 1 D mrk.  $s$ :  $EDCB$  og  $FA$ ):

- a. Tætte grænser til konstruktioner som f.eks. vægge og fundamenter.
- b. Grænser til impermeable jordlag, d.v.s. jordlag med  $k$  væsentlig mindre end værdien i strømningsområdet. Det bemærkes, at ubehandlede betonoverflader i virkeligheden er at betragte som grænser af denne type: De kan være strømlinier, hvis strømmingen finder sted i sand eller silt, men potentiallinier, hvis den finder sted i fedt ler.
- c. Jordoverflader mod luft eller ikke-vandmættede jordlag, hvor  $-\gamma_w h_c < u < 0$ , således at porevandet "hænger" i meniskerne, og der hverken kan foregå udad- eller indadgående strømning (en forholdsvis beskedene vandmængde, tilført f.eks. fra en regnskyl, kan ændre grænsebetingelsen for en sådan laggrænse til en, hvor  $u = 0$ , jfr. afsn. 2.1).

Hertil kommer eventuelle rent geometrisk bestemte grænser: Hvis strømningsområdet er symmetrisk, og  $h$ -fordelingen er (eller ved addition af en konstant til alle  $h$ -værdier kan bringes til at blive) enten symmetrisk eller antimetrisk omkring strømningsområdets symmetrilinie, så vil denne være en strømlinie henholdsvis en potentiallinie (midtnormalen til  $CD$  på Fig. 1 D), og man behøver naturligvis kun at optegne strømnettet i det halve strømningsområde.

#### 1.4 Singulære punkter.

Singulære punkter, som i praksis findes i ethvert strømningsområde, er punkter på områdets grænse, hvor grænsebetingelserne frembringer vinkler mellem potentiallinier og strømlinier, som er forskellige fra  $90^\circ$ . I omegnen af sådanne punkter er nettet mere eller mindre fortegnet: Maskerne afviger stærkt fra at

være kvadrater, idet strengene (potentiallinie- og strømlinie-buer) kan være stærkt krumme og have buelængder, hvis indbyrdes forhold (parvis) afviger stærkt fra værdien 1, jfr. Fig. 1 E.

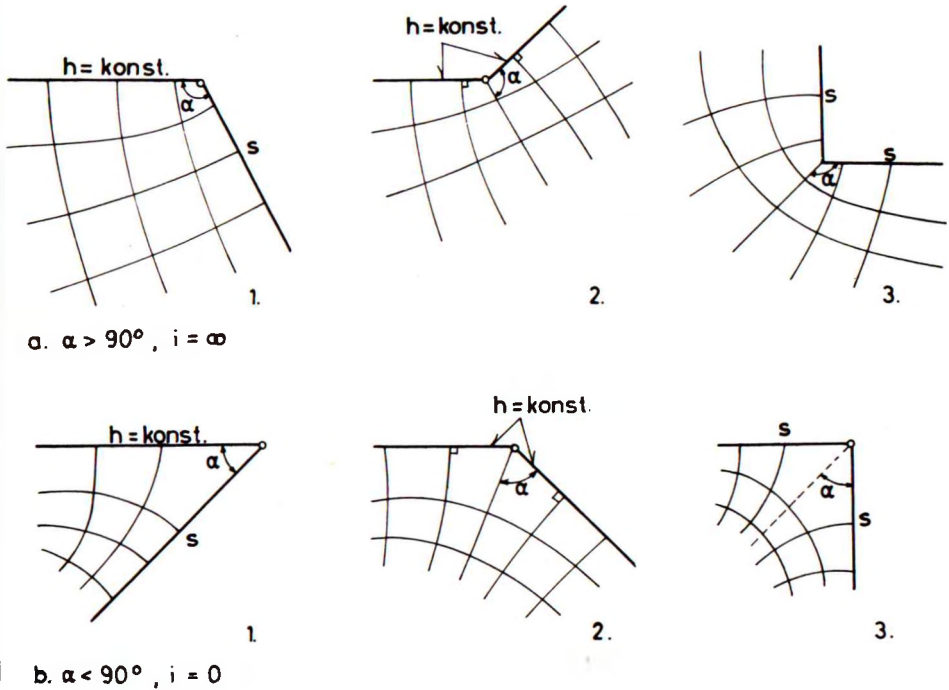


Fig. 1 E: Singulære punkter i et strømnet.

a. Hvis vinklen  $\alpha$  mellem potentiallinien og strømlinien gennem punktet er større end  $90^\circ$ , er gradienten  $i$  teoretisk uendelig i punktet. Potentiallinier og strømli-nier koncentrerer sig til et mere tætmasket net omkring et sådant punkt. Nogle eksempler herpå er vist på Fig. 1 E a:

1. En grænsepotentiallinie, f.eks. en jordoverflade, og en grænsestrømlinie, f.eks. en væg, danner en vinkel målt i strømningsområdet  $> 90^\circ$ .



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 13   17
---------------------------	-------------------	--	------------	---------------------------

2. En grænsepotentiallinie med et indadgående knækpunkt (vinkel målt i strømningsområdet  $> 180^\circ$ ).
  3. En grænsestrømlinie med et indadgående knæk. Ved en fundamentskant, punkterne *C* og *D* på Fig. 1 D er vinklen således  $270^\circ$ , d.v.s.  $\alpha = 135^\circ$ , og ved en spunsvægsspids er vinklen  $360^\circ$ ,  $\alpha = 180^\circ$ .
- b. Hvis  $\alpha < 90^\circ$ , er  $i = 0$ ; potentiallinier og strømlinier udtyndes omkring punktet, d.v.s., nettet bliver mere åbent.

Eksempler svarende til ovenfor, jfr. Fig. 1 E b. Vedrørende 1 ovenfor bemærkes specielt, at en vandret JOF med  $h = \text{konst.}$  og en herunder liggende vandret, impermeabel laggrænse, som begge strækker sig i det uendeligt fjerne, danner den indbyrdes vinkel nul i deres uendeligt fjerne skæringspunkt (*A* og *F* på Fig. 1 D).

Det bemærkes, at punkterne *B* og *E* på Fig. 1 D er normale punkter, fordi der i begge tilfælde findes en retvinklet skæring mellem en grænsepotentiallinie og grænsestrømlinie. Dette tilfælde optræder naturligvis hyppigt i praksis, fordi jordoverflader og laggrænser tit er vandrette, samtidig med at f.eks. vægge og fundamentssider tit er lodrette.

### 1.5 Simple anvendelser af strømnet.

Idet strømnettet på Fig. 1 D betragtes som eksempel, kan teknikken ved optegning og (umiddelbar) anvendelse af et strømnet beskrives som følger.

1. Først identificeres det aktuelle strømningsområde, d.v.s. det (eller de) jordlag, hvorigennem der sker en plan strømning af geoteknisk interesse. Grænsebetingelserne fastlægges ud fra de foreliggende oplysninger bl.a. om vandspejlsforhold  $i$  og  $k$ -værdier for tilgrænsende jordlag (På Fig. 1 D: Beliggenheden af GVS over grænsen *EF*, forudsætningen at vandspejlet til højre for

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 14 17
---------------------------	-------------------	--	------------	-------------------------

væggen holdes i niveau med overfladen  $AB$  etc.). Udgangsniveauet for  $h$ -værdierne vælges, af praktiske grunde hyppigt i det lavest forekommende vandspejl (herved bliver  $h = 0$  langs en grænse, og antager i øvrigt positive værdier i strømningsområdet). Den på Fig. 1 D viste niveauforskel  $H$  mellem de to vandspejl bestemmer  $h$ -værdien langs grænsen  $EF$ .

2. De singulære punkter identificeres, jfr. afsn. 1.4. Dette er - næst efter at anvende korrekte grænsebetingelser - en af de væsentligste forudsætninger for at kunne optegne et anvendeligt strømnet.
3. En første skitse af strømnettet optegnes, idet der begynder med et groft net, hvor man vælger begyndelsesantallet (normalt 2-4) af enten strømrør eller trykniveauspring, afhængigt af hvad der er mest overskueligt.

På Fig. 1 D kunne man således vælge at begynde med 2 strømrør, d.v.s. skitsere forløbet af strømlinien mrk. 2: Den skal skære grænserne  $AB$  og  $EF$  retvinklet, og skal krumme nogenlunde som vist omkring de singulære punkter  $C$  og  $D$ . Dens beliggenhed er (næsten) fastlagt ved, at den midt under væggen underside skal have vandret tangent i et punkt lidt over midten mellem  $CD$  og nedre laggrænse  $AF$  (hvis væggen havde været bred i forhold til lagtykkelsen, ville man under den have omtrent en vandret parallelstrømning, d.v.s. ækvidistante vandrette strømlinier og ligeledes ækvidistante lodrette potentiallinier).

Potentiallinierne mrk. 2, 4, 6 og 8 kan nu søges indtegnet, således at de - under hensyntagen til de singulære punkter - skærer strømlinierne (de to grænser samt den indtegnede nr. 2) retvinklet og desuden danner masker med middel længde-bredde forhold = 1. Det bemærkes, at længde-bredde kriteriet for maskerne kan opfyldes i den ene ende af strømningsområdet (mellem  $AB$  og potentiallinien mrk. 2), men normalt ikke tillige i den anden ende (mel-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 1			Strømningsproblemer Simple strømnet	nr. 78

lem nr. 8 og *EF*). Den maske, der indeholder det uendeligt fjerne singulære punkt *A*, bliver så uregelmæssig, at et længde-bredde forhold ikke kan defineres (på sædvanlig vis); men bortset derfra vil man ved skitseringen af potentiallinierne få kontrolleret det antagne forløb af strømlinien (hvis en korrekt formet maske over strømlinien medfører, at den tilsvarende maske under strømlinien bliver "aflang", skal linien åbenbart flyttes etc.).

4. Når den første skitse af strømnettet skønnes at være tilstrækkeligt god, kan nettet fininddeles ved at indtegne strømlinierne mrk. 1 og 3 samt potentiallinierne mrk. 1, 3, 5, 7, igen med lutter retvinklede skæringer og frembringelse af masker med længde-bredde forhold lig med 1 (dette er åbenbart lettere ved firedeling af allerede optegnede grove masker end ved straks at begynde med optegning af det finmaskede net). Den grove maske, der indeholder punktet *A*, bliver også kontrolleret ved denne proces, idet den nu bliver inddelt i 3 "normale" masker plus 1 singular. Yderligere kontrol kan fås ved at gentage denne operation specielt for denne maske (og nabomaskerne).
5. Det således fremkomne net findeles eventuelt yderligere, indtil strømningsområdet skønnes tilstrækkeligt dækket med potentiallinier til, at *h*-værdien kan bestemmes ved interpolation for alle punkter af interesse (nettet på Fig. 1 D svarer omtrent til den opnåelige nøjagtighed).

Det færdige strømnet giver umiddelbart oplysning om den samlede vandmængde  $q$  ( $m^3$  pr. sek pr. m vinkelret på *zx*-planen): Hvis det samlede fald i trykniveau gennem strømningsområdet er  $H$  (m), og der i strømnettet findes  $n_p$  trykniveauspring (på Fig. 1 D skønnet  $\approx 8,6$ ) og  $n_s$  strømrør (på Fig. 1 D valgt = 4), er åbenbart:

$$\Delta h = \frac{H}{n_p} \quad (0116)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 16   17
---------------------------	-------------------	--	------------	---------------------------

og derfor ifølge (0114):

$$\Delta q = k \frac{H}{n_p} \quad (0117)$$

Heraf findes:

$$\begin{aligned} q &= n_s \Delta q \\ &= k H \frac{n_s}{n_p} \end{aligned} \quad (0118)$$

Porevandtrykket:

$$u = \gamma_w (h - y) \quad (0119)$$

jfr. G 1 (0610), kan ligeledes bestemmes i ethvert ønsket punkt i eller på grænsen til strømningområdet:  $h$  bestemmes ved interpolation mellem de nærmest liggende potentiallinier, for pkt.  $D$  på Fig. 1 D således skønsomt:

$$\begin{aligned} h_D &= H \frac{n_{p_i D}}{n_p} \\ &\approx H \cdot \frac{6,6}{8,6} \end{aligned} \quad (0120)$$

mens  $y$  måles (eller kendes) direkte. Dette anvendes især til bestemmelse af vandtrykkfordelingen langs vægge og langs undersider af bygværker (opdrift), jfr. nærmere afsn. 3, samt til sætningsberegninger:  $\sigma_z$  er kendt, jfr. G 1 afsn. 9, og  $\bar{\sigma}_z$  søges.

Herudover benyttes strømkraften:

$$j = i \gamma_w \quad (0121)$$

jfr. G 1 (0615), der ligesom ved lodret parallelstrømning er en volumenkraft, der virker fremad i strømretningen på jordskelettet, men nu varierer som gradientvektoren i størrelse og retning fra punkt til punkt i strømningområdet, bl. a. til:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 1	EMNE Strømningsproblemer Simple strømmet	UDG. 78	SIDE nr. af 17   17
---------------------------	-------------------	--	------------	---------------------------

1. Vurdering af risikoen for erosion ved en jordoverflade:  
Ved vektoraddition af den effektive rumvægt  $\gamma'$  og strømkraften  $j$  fås en volumenkraft på et jordelement umiddelbart under en fri overflade, som eventuelt kan løfte dette eller tillade det at glide ned ad en skrå overflade.
2. Vurdering af strømmingens indflydelse på stabiliteten af jordlegemer, jfr. afsn. 10, samt på f.eks. jordtryks- og bæreevneproblemer, jfr. afsn. 3.4.

Det skal til slut bemærkes, at en væsentlig del af de nævnte anvendelser har betydning for det på Fig. 1 D skitserede vægproblem (den samlede vandmængde  $q$ , der skal bortledes, vandtrykkene langs  $ED$ ,  $DC$  og  $BC$ , sætningsberegningen for væggen samt den bagved liggende fyld, erosionsrisikoen ved punkt  $D$ , indflydelsen fra strømmingen på det aktive jordtryk langs  $ED$ , det passive jordtryk langs  $BC$  samt jordens bæreevne ved fundamentsundersiden  $DC$ ).

Vedrørende specielt erosionsrisikoen bemærkes det, at man i den anledning ofte har behov for at vurdere variationen af  $i_z = -\partial h / \partial z$ , jfr. (0102), langs en vandret JOF som f.eks.  $AB$  på Fig. 1 D. Ved direkte måling på et optegnet strømmet ses en tilnærmelse af typen  $i_z \approx -\Delta h / \Delta z$  kun at være praktisk anvendelig i nærheden af lodrette vægflader som  $BC$  på Fig. 1 D. I denne situation kan man imidlertid med fordel benytte den første ligning (0112) og altså f.eks. optegne  $p$  som funktion af  $x$  langs  $BA$ . Dette er muligt, fordi strømlinierne som nævnt er niveaukurver for  $p$ -funktionen, og ifølge (0115) er niveauspringet fra strømlinie til strømlinie lig med  $\Delta h$ . Da  $p$  er nul i pkt.  $B$ , er den  $\Delta h$ , hvor 1. strømlinie skærer JOF,  $2\Delta h$  i 2. strømlinies skæringspunkt etc. Den således optegnede funktion  $p(x)$  kan forholdsvis simpelt differentieres (numerisk eller grafisk), hvorved  $\partial p / \partial x = \partial h / \partial z$  kan bestemmes i ethvert ønsket punkt.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 1.1	EMNE Vandmængder, porevandt- tryk etc. fra strømnings-	UDG. 78	SIDE nr. af 1 2
---------------------------	--------------------	--	------------	-----------------------

For det på Fig. 1 D viste strømningsproblem antages  $H = 4,8$  m og  $k = 2,8 \cdot 10^{-6}$  m/sek. Desuden antages dybden  $BC = 1,2$  m samt afstanden målt langs  $BC$  fra pkt.  $B$  til potentiallinie nr. 1  $\approx 0,7$  m. Følgende beregninger kan nu foretages:

Ifølge Fig. 1 D er  $n_P \approx 8,6$  og  $n_S = 4$ . (0116-18) giver nu:

$$\Delta h = \frac{4,8}{8,6} = 0,558$$

$$\Delta q = 2,8 \cdot 10^{-6} \cdot 0,558 = 1,56 \cdot 10^{-6} \text{ m/sek.}$$

$$q = 4 \cdot 1,56 \cdot 10^{-6} = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{sek}, \text{m}$$

$$= 22,5 \text{ l/h}, \text{m}$$

For punkterne  $B, C, D$  og  $E$  har man ( $i_P =$  nr. pot. linie, interpoleret):

Pkt.	$B$	$C$	$D$	$E$
$i_P$	0	2,0	6,6	8,6
$h = i_P \Delta h$ (m)	0	1,12	3,68	4,8
$y$ (m)	0	-1,20	-1,20	0
$u$ (kN/m <sup>2</sup> )	0	23,2	48,8	48,0

idet som bekendt  $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$ .

Det bemærkes, at man af symmetri grunde langs midtnormalen til  $CD$  (altså lodret under midten af støttemurens underside) har en retliniet potentiallinie med  $i_P = \frac{1}{2} n_P = 4,3$ , altså  $h = \frac{1}{2} H = 2,4$  m. Langs den angivne linie er der altså hydrostatisk poretryksfordeling svarende til et vandspejl 2,4 m over pkt.  $B$ .

I pkt.  $B$  har man tilnærmelsesvis, jfr. (0107):

$$i_B \approx - \frac{\Delta h}{\Delta s}$$

$$= - \frac{0,558}{0,7} = - 0,8$$



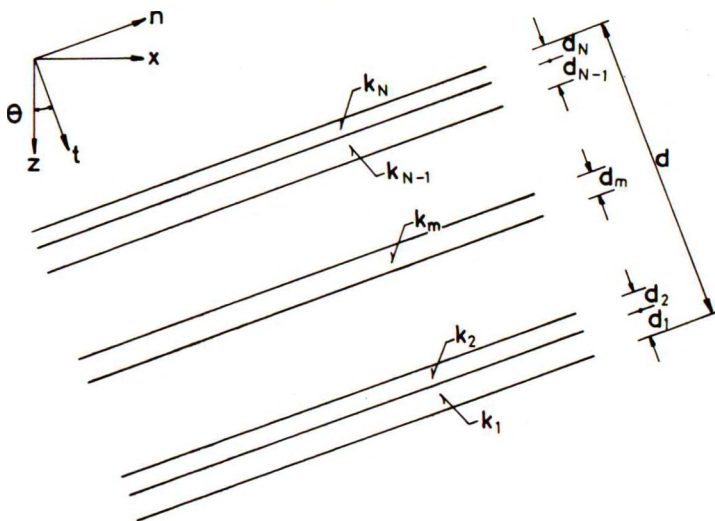
GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 1.1	EMNE Vandmængder, porevandt tryk etc. fra strømnets	UDG. 78	SIDE nr. af 2   2
---------------------------	--------------------	---	------------	-------------------------

Denne værdi kan muligvis (netop) akcepteres under hensyntagen til erosionsrisikoen; men det ses, at det passive jordtryk på *BC* kun er ca. 20 % af den værdi, man ville have, hvis den på Fig. 1 D viste strømning ikke fandt sted.

Til orientering skal det bemærkes, at strømningsproblemet på Fig. 1 D kan løses matematisk eksakt ved hjælp af konform afbildning. Løsningen involverer elliptiske integraler af 3. orden. Ved beregningen i praksis ville man formentlig anvende numerisk integration af komplekse funktioner. Dette kunne sikkert give bedre beregningsøkonomi - og antagelig også større beregningsnøjagtighed - end rutineanvendelse af en finit differens eller finit element metode.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	EKS. nr. 1.2	EMNE Anisotropi hidrørende fra lagdeling	UDG. 78	SIDE nr. af 1 6
---------------------------	--------------------	--	------------	-----------------------

Det kan let vises, at en jordart, som er opbygget af tynde, parallelle, homogene og isotrope lag, vil udvise anisotropi, når det betragtes "i større målestok", d.v.s. i sammenhænge, hvor de karakteristiske længder er væsentligt større end lagtykkelserne for de enkelte lag, således at jordarten kan betragtes som i gennemsnit homogen.



På figuren er vist et jordlag af samlet tykkelse  $d$ , som består af et stort antal,  $N$ , parallelle dellag, der hver for sig er homogene. Lag nr.  $m$  har tykkelsen  $d_m$  og permeabilitetskoefficienten  $k_m$ . For at det samlede jordlag skal være homogent skal  $k$  betragtes som funktion af afstanden  $t$  vinkelret på lagserien have (stort set) samme middelværdi over enhver delstrækning  $\Delta d$ , som er af samme størrelsesorden som  $d$  selv. Et simpelt eksempel fås, hvis alle lag med ulige numre  $m$  har samme lagtykkelse,  $d_1$ , og samme permeabilitetskoefficient,  $k_1$ , mens alle lag med lige numre tilsvarende har  $d_m = d_2$  og  $k_m = k_2$ .

Der findes to - og i det generelle tilfælde kun to - muligheder for ren parallelstrømning i det ovenfor definerede strømningsområde: Hvis strømmingen, d.v.s. både gradient- og filterhastighedsvektorfeltet er enten parallelt med lagene (i  $n$ -retningen) eller vinkelret på dem (i  $t$ -retningen), så vil alle potentiallinier af symmetrigrunde være parallelle med henholdsvis  $t$ - og  $n$ -retningen.

GEOTEKNIK OG FUNDAMENTER II	EKS. nr.	LMNL Anisotropi hidrørende fra lagdeling	UDG.	SIDE	
	1.2		78	nr. 2	af 6

I førstnævnte tilfælde, strømning i  $n$ -retningen har man åbenbart samme gradient i alle lag:

$$i_m = i \quad (m=1 \dots N)$$

Filterhastigheden  $v_m$  er derimod forskellig i de to forskellige lag, idet:

$$v_m = k_m i$$

Den samlede vandmængde  $q$ , der strømmer gennem lagfølgen med tykkelsen  $d$ , bliver derfor

$$q = i \sum_{m=1}^N k_m d_m$$

Når lagfølgen betragtes som et homogent jordlag, vil  $q$  blive fortolket som produkt af gradienten  $i$ , middelpermeabilitetskoefficienten i  $n$ -retningen,  $k_n$ , og lagtykkelsen  $d$ :

$$q = i k_n d$$

Hvis vi betegner

$$\alpha_m = \frac{d_m}{d}$$

så er altså:

$$k_n = i \sum_{m=1}^N \alpha_m k_m$$

Det gælder naturligvis, at

$$\sum_{m=1}^N \alpha_m = 1$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	EKS. nr. 1.2	EMNE Anisotropi hidrørende fra lagdeling	UDG. 78	SIDE nr. af 3   6
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

således at  $k_n$  er en vægtet middelværdi af  $k$ -værdierne i de enkelte lag.<sup>n</sup>

Ved strømning i  $t$ -retningen har man ikke samme gradient, men derimod samme filterhastighed i alle lag:

$$v_m = v$$

Potentialspringet  $\Delta h_m$  over lag nr.  $m$  bliver derfor:

$$\begin{aligned}\Delta h_m &= i_m d_m \\ &= v \frac{d_m}{k_m}\end{aligned}$$

Det samlede potentialspring over hele lagfølgen med tykkelsen  $d$  bliver:

$$\Delta h = v \sum_{m=1}^N \frac{d_m}{k_m}$$

Når vi igen betragter lagfølgen som et homogent jordlag, kan vi indføre permeabilitetskoefficienten  $k_t$  i  $t$ -retningen ved formlen:

$$v = k_t \frac{\Delta h}{d}$$

Ved indsættelse ovenfor, og ved igen at indføre  $\alpha_m$ -værdierne findes resultatet:

$$\frac{1}{k_t} = \sum_{m=1}^N \frac{\alpha_m}{k_m}$$

$k_t$  er altså en vægtet, harmonisk middelværdi af  $k$ -værdierne i de enkelte lag.

GLOMTEK OG FUNDERING II	FFS.	EMM	78	SID
	m.	Anisotropi hidrørende fra lagdeling		
	1,2		4	6

I formlerne for  $k_n$  og  $k_t$  kan bidragene fra lag med samme værdier af  $k$  åbenbart slås sammen. I en lagfølge, hvor 80 % af lagtykkelsen består af sand med  $k_1 = 2 \cdot 10^{-4}$  m/sek, mens 20 % består af silt med  $k_2 = 4 \cdot 10^{-6}$  m/sek finder man således, uanset hvordan sand- og siltlagene er fordelt (blot de er jævnt fordelt):

$$k_n = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^{-4} + 0,2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}$$

$$= 1,61 \cdot 10^{-4} \text{ m/sek}$$

og

$$\frac{1}{k_t} = \frac{0,8}{2 \cdot 10^{-4}} + \frac{0,2}{4 \cdot 10^{-6}}$$

$$= 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^4$$

$$= 54 \cdot 10^3 \text{ sek/m}$$

d.v.s.

$$k_t = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ m/sek}$$

I dette eksempel har man altså  $k_n/k_t = 8,7$ . Det kan i øvrigt vises generelt, at man altid har  $k_n \geq k_t$ ; lighedstegnet gælder kun, hvis alle  $k_m$ -værdier er ens.

Hvis lagfølgen som vist på figuren hælder vinklen  $\theta$  i forhold til  $zx$ -koordinatsystemet, kan  $k$ -matricen i (0104) udledes på følgende måde:

Til en gradientvektor  $[i_z, i_x]$  svarer gradienter i henholdsvis  $t$ - og  $n$ -retningen, som kan findes ved at addere komponenterne i  $t, n$ -koordinatsystemet af bidragene fra  $i_z$  og  $i_x$ , hver for sig.

$$\begin{Bmatrix} i_t \\ i_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i_z \\ i_x \end{Bmatrix}$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	EKS. nr.	EMNL  Anisotropi hidrørende fra lagdeling	UDG.	SIDE	
	1.2		78	nr. 5	af 6

( $i_z$  har komponenten  $i_z \cos \theta$  i  $t$ -retningen og  $-i_z \sin \theta$  i  $n$ -retningen; matrixligningen repræsenterer en lineær superposition, hvilket åbenbart er korrekt).

De fundne gradienter i henholdsvis  $t$ - og  $n$ -retningen giver hver for sig anledning til en parallelstrømning med filterhastighederne:

$$\begin{bmatrix} v_t \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_t & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t \\ i_n \end{bmatrix}$$

Disse to strømninger kan superponeres, således at  $[v_t, v_n]$  repræsenterer filterhastighedsvektoren i forhold til  $tn$ -koordinatsystemet. De tilsvarende komponenter i  $zx$ -koordinatsystemet kan findes ved at projicere  $v_t$  og  $v_n$  hver for sig:

$$\begin{bmatrix} v_z \\ v_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_t \\ v_n \end{bmatrix}$$

( $v_n$  har komponenten  $-v_n \sin \theta$  i  $z$ -retningen og  $v_n \cos \theta$  i  $t$ -retningen).

Af formlerne ovenfor kan det udledes, at (0104) gælder, i det:

$$\begin{bmatrix} k_{zz} & k_{zx} \\ k_{xz} & k_{xx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_t & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	EKS. nr. 1.2	LMNLE Anisotropi hidrørende fra lagdeling	UDG. 78	SIDE nr. af 6 6
---------------------------	--------------------	---	------------	-----------------------

Dette kan også skrives:

$$\begin{aligned}
 k_{zz} &= k_t \cos^2 \theta + k_n \sin^2 \theta \\
 &= \frac{k_t + k_n}{2} + \frac{k_t - k_n}{2} \cos 2\theta
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{zx} \quad k_{xz} &= (k_t - k_n) \sin \theta \cos \theta \\
 &= \frac{k_t - k_n}{2} \sin 2\theta
 \end{aligned}$$

og

$$\begin{aligned}
 k_{xx} &= k_t \sin^2 \theta + k_n \cos^2 \theta \\
 &= \frac{k_t + k_n}{2} - \frac{k_t - k_n}{2} \cos 2\theta
 \end{aligned}$$

Disse formler er af fuldstændig samme type som G 1 (1109-10), jfr. også G 1 (1114). Det ses, at  $k$ -matricen altid er symmetrisk, og at den kan transformeres i forhold til forskellige koordinatsystemer på fuldstændig samme måde som den tilsvarende matrix med spændingskomponenter (den er en tensor).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 1.3	EMNE Grundvandsbevægelse og sætninger	UDG. 78	SIDE nr. af 1   4
---------------------------	--------------------	---	------------	-------------------------

På et udstrakt, vanddækket areal, hvor vandspejlet ligger i kote 0, og vanddybden er 6 m, består bunden fra -6 m til -15 m af homogen, isotrop silt. Under -15 m findes grus, i hvilket trykniveauet svarer til et vandspejl i kote -3 m. Strømnings-tilstanden (lodret parallelstrømning) kan betragtes som stationær.

Silten har i en tidligere periode været forkonsolideret under trykket  $\bar{\sigma}_{vs} = 200 \text{ kN/m}^2$ , og har nu et poretal  $e = 0,95$ , der forudsættes konstant i hele lagets tykkelse. Kornrumvægten  $\gamma$  er  $27 \text{ kN/m}^3$  og mætningsgraden  $S_p = 1,0$ . Siltens konsolideringsmodul er  $2000 \text{ kN/m}^2$  for primærbelastning (over forkonsolideringsspændingen) og  $7000 \text{ kN/m}^2$  for aflastning og genbelastning.

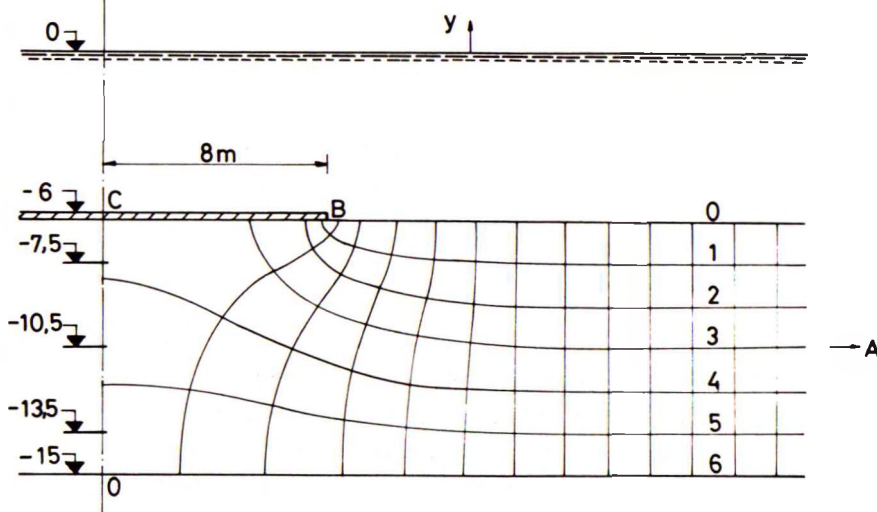
Der udlægges nu ovenpå siltbunden et fuldstændigt impermeabelt, vægtløst og bøjeligt "tæppe" af 16 m bredde og så stor længde, at problemet kan betragtes som plant. Det forudsættes, at "tæppet" slutter absolut tæt til siltoverfladen, og at det ligger så længe, at tilstanden igen bliver stationær.

For den stationære tilstand ønskes optegnet (i målestok 1:200) et strømnet med 6 potentialspring, samt besvaret følgende spørgsmål:

1. Beskriv strømnettets grænsebetingelser og singulære punkter. Vil det være nødvendigt at beskytte mod erosion i noget punkt af strømningsområdet?
2. Vil et punkt af siltoverfladen under "tæppets" midtlinie være blevet liggende, have sat sig eller have løftet sig i forhold til dets beliggenhed før udlægningen af "tæppet"? Hvor stor er den eventuelle lodrette bevægelse?



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Grundvandsbevægelse og sætninger	UDG.	SIDE	
	1.3		78	nr.	af
				2	4



### 1. Strømnets og singulære punkter

Den ene halvdel af strømnets er skitseret på figuren. Det bemærkes, at undersiden af siltlaget,  $OA$ , samt den del af oversiden,  $AB$ , der ligger uden for det impermeable tæppe, er potentiallinier. Med udgangsniveau,  $y = 0$ , i vandoverfladen, er trykniveauerne langs disse grænser henholdsvis  $-3\text{ m}$  og  $0\text{ m}$  ( $u$  svarer til hydrostatisk vandtryk under fri vand-spejl i disse koter). Strækningen  $BCO$  bestående af undersiden af det impermeable tæppe samt symmetrilinien er en strømli-nie, og det samme gælder det uendelig fjerne punkt  $A$ .

Punkterne  $B$  og  $C$  er singulære. Gradienten i punkt  $B$  er uende-lig ( $\alpha = 180^\circ$ ); men da strømmingen i dette punkt er indadret-tet mod siltlaget er der ingen erosionsfare.  $i_c = 0$ , da punkt  $C$  er et indadgående knæpunkt på en grænsestrømlinie (Fig. 1 Eb3). Punkterne  $O$  og  $A$  er normale punkter ( $\alpha = 90^\circ$ ; sidstnævnte punkt kan også opfattes som et skæringspunkt med vinklen  $0^\circ$  mellem to potentiallinier).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Fks. nr. 1.3	EMNE Grundvandsbevægelse og sætninger	UDG. 78	SIDE nr. af 3 4
---------------------------	--------------------	---	------------	-----------------------

## 2. Flytning af punktet

Udlægningen af tæppet ændrer ikke den totale belastning på siltlaget, og derfor heller ikke (med de sædvanligt gjorte tilnærmelser ved en sætningsberegning) den totale, lodrette spænding i noget punkt:

$$\sigma_{ny} = \sigma_{opr}$$

En eventuel ændring i de effektive spændinger,  $\bar{\sigma}$ , som er en betingelse for, at der sker konsolideringshævning eller -sætning, må derfor hidrøre fra en ændring i porevandtrykket  $u$ . Det ses nu, at der langs ethvert punkt af symmetrilinien  $OC$  (bortset fra  $O$ ) er sket en formindskelse af trykniveauet  $h$ :

$$h_{ny} < h_{opr}$$

Ifølge (0119) er der derfor også sket en formindskelse af  $u$ :

$$u_{ny} < u_{opr}$$

Da man som bekendt har  $\Delta\sigma = \Delta\sigma + \Delta u$ , ses det, at der må være sket en forøgelse af  $\bar{\sigma}$ :

$$\bar{\sigma}_{ny} > \bar{\sigma}_{opr}$$

Punkt  $C$  vil derfor have sat sig.

For nærmere at beregne sætningens størrelse deles siltlaget ind i 3 lag, hver med lagtykkelsen  $d = 3$  m, og der betragtes spændingstilstanden midt i hvert lag, d.v.s. i koterne  $-7,5$ ,  $-10,5$  og  $-13,5$  på symmetrilinien  $OC$ . Det samlede potentialfald fra  $B$  til  $O$  er 3 m, og da strømnettet har  $n_p = 6$ , bliver hvert potentialspring  $0,5$  m.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Grundvandsbevægelse og sætninger	UDG.	SIDE	
	1.3		78	nr. af	
				4	4

Idet  $\Delta n_p$  i den følgende tabel betegner antallet af potential-spring (interpoleret) kan grænsen  $AB$  til det betragtede punkt, finder man, idet  $u_{opr}$  varierer lineært fra  $60 \text{ kN/m}^2$  i kote - 6 til  $120 \text{ kN/m}^2$  i kote - 15, og man desuden som nævnt har  $\Delta\sigma = 0$ :

Lag nr.	y m	$\Delta n_p$	h m	$u_{ny}$ $\text{kN/m}^2$	$u_{opr}$ $\text{kN/m}^2$	$\Delta\bar{\sigma} = -\Delta u$ $\text{kN/m}^2$	$\bar{\sigma}$ m	$d\Delta\bar{\sigma}$ $\text{kN/m}$
1	- 7,5	3,9	- 1,95	55,5	70	14,5	3	43,5
2	- 10,5	4,7	- 2,35	81,5	90	8,5	3	25,5
3	- 13,5	5,5	- 2,75	107,5	110	2,5	3	7,5
Sum =								76,5

For at afgøre, om siltlaget er i nybelastning eller genbelastning, bestemmes den største effektive spænding  $\bar{\sigma}$ , som optræder i siltlagets underside.

Idet man har

$$\gamma = \frac{\gamma_s + e S_r \gamma_w}{1 + e} = \frac{27 + 0,95 \cdot 1,0 \cdot 10}{1 + 0,95} = 18,7 \text{ kN/m}^3$$

findes

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\max} &= \sigma - u \\ &= 10 \cdot 6 + 18,7 \cdot 9 - 120 \\ &= 108 \text{ kN/m}^2 < \bar{\sigma}_{pc} = 200 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

Siltlaget er altså i genbelastningen, hvorfor konsolideringsmodulen  $K = 7000 \text{ kN/m}$  skal benyttes. Der findes sætningen:

$$\delta_c = \sum \frac{d\Delta\bar{\sigma}}{K} = \frac{76,5}{7000} = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Kommentar: Dette er et af de simpleste eksempler på, at man kan få sætninger uden at ændre på ydre belastninger eller eksisterende vandspejl men alene ved at ændre på grænsebetingelserne for en porevandstrømning.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 2	EMNE Mere generelle strømnet	UDG. 78	SIDE	
				nr.	af
				1	17

### 2.1 Specielle grænsebetingelser.

Udover de i afsn. 1.3 nævnte simple grænsebetingelser (kendt beliggenhed af grænsen, som enten er en potentiallinie eller en strømlinie) kan man i praksis møde følgende mere specielle typer:

1. Grænser af kendt beliggenhed, hvor trykniveauet  $h$  nok er kendt, men ikke er konstant langs grænsen. Af en lignende type, men i praksis sjældent forekommende, er grænser, hvor gradienten i normalretningen,  $i_n = -\partial h / \partial n$ , har en given værdi forskellig fra nul (for impermeable grænser, d.v.s. strømliiner, er som nævnt  $i_n = 0$ ).
2. Grænser, hvor man i stedet for  $h$  eller  $i_n$  har givet en lineær sammenhæng mellem disse to størrelser (eller mellem gradienten og  $u$ ).
3. Grænser til strømningsområdet, hvis beliggenhed ikke er kendt på forhånd. Dette kræver to grænsebetingelser pr. grænsekurve af denne type (i praksis: én til at optegne strømnettet for en antagen beliggenhed af grænsen, og én til dernæst at kontrollere at den skønnede beliggenhed er korrekt).

De vigtigste eksempler på de nævnte typer er følgende:

Langs en jordoverflade, eller en laggrænse til et ikke vandmættet og væsentligt mere permeabelt jordlag, kan  $u$  som nævnt i afsn. 1.3 (punkt 2 c) være negativ, forudsat at den er større end  $-\gamma_w h_c$ . Den kan imidlertid ikke blive positiv, idet der i så fald vil ske vandstrømning ud gennem jordoverfladen (henholdsvis laggrænsen). Det udstrømmende vand vil normalt løbe bort eller fordampe, hvorfor grænsebetingelsen i dette tilfælde hyppigst vil være:

$$u = 0$$

(0201)

Ifølge (0101) svarer dette til

$$h = y$$

(0202)

d.v.s., at  $h$  er kendt. Hvis en sådan grænse er vandret ( $AB$  på Fig. 1 D), bliver  $h$  naturligvis konstant; men i det generelle tilfælde, hvor den f.eks. udgør en skråning, fås en kendt, men ikke konstant, fordeling af trykniveauet langs grænsen.

Et eksempel på denne type grænsebetingelse er skitseret på Fig. 2 A, der tillige viser en relativt hyppigt forekommende kombination af forskellige grænsebetingelser langs samme jordoverflade.

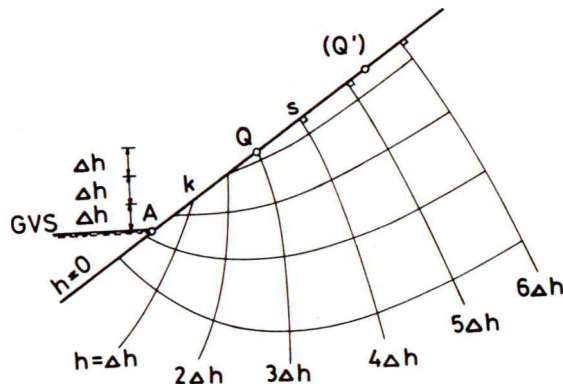


Fig. 2 A: JOF som potentiallinie (under pkt. A), kildeskråning (strækningen  $AQ$ ) og strømlinie (over kildepunktet  $Q$ ).

I eksemplet strømmer vandet fra et jordlag bag en skråning ud mod et vandspejl mrk. GVS. Følgende bemærkes:

1. Under vandspejlet, d.v.s. langs skråningen under skæringspunktet  $A$ , er  $u$  hydrostatisk fordelt, hvorfor  $h$  er konstant ( $= 0$ , hvis udgangsniveauet  $y = 0$  er valgt i GVS).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 2	EMNE Mere generelle strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 3   17
---------------------------	-------------------	---------------------------------	------------	--------------------------

2. Højere oppe ad skråningen, på Fig. 2 A over punktet  $Q$ , vil  $u$  hyppigt være negativ, hvorfor skråningen er en strømlinie.
3. Hvis strømnettet optegnes under forudsætning af, at JOF er en strømlinie helt ned til pkt.  $A$ , vil man finde positive værdier af  $u$  på det nederste stykke:  $A$  vil i så fald være et singulært punkt med  $\alpha = 180^\circ$ , jfr. Fig. 1 E a. Dette kan vises at svare til  $\delta h / \delta s = \infty$  langs skråningen i punkt  $A$ , hvorfor man naturligvis vil have  $h > y$  langs en strækning over pkt.  $A$ .
4. (0201-02) må derfor gælde langs en strækning  $AQ$ , en såkaldt kilde-skråning. Langs denne strækning kan skæringspunkterne mellem potentiallinierne og skråningen let bestemmes på forhånd (når størrelsen af  $\Delta h$  er valgt), jfr. figuren; men der er ikke retvinklet skæring mellem disse potentiallinier og skråningen: Gradientvektoren, som står på potentiallinierne, skal have en udadrettet komponent gennem skråningen.
5. Beliggenheden af overgangspunktet  $Q$ , det såkaldte kildepunkt, er ikke kendt på forhånd. Det må derfor skønnes, hvorefter strømnettet kan optegnes, idet (0202) benyttes langs  $AQ$ , mens der forudsættes en strømlinie (potentiallinierne skærer skråningen retvinklet, men ikke i ækvivalente punkter) over punkt  $Q$ . Følgende kriterier benyttes til at afgøre, om  $Q$  er skønnet korrekt:
  - a. Hvis  $Q$  er placeret for højt (f. eks.  $Q'$  på Fig. 2 A), kan strømnettet godt optegnes som angivet, men potentiallinierne under  $Q'$  vil på grund af betingelsen (0202) blive "trukket for langt ned", således at deres tangenter i skæringspunkterne vil afvige til den forkerte side fra normalen til skråningen (gradientvektoren bliver indadrettet i stedet for udadrettet).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 2	EMNE Mere generelle strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 4 17
---------------------------	-------------------	---------------------------------	------------	------------------------

b. Hvis  $Q$  derimod er placeret for lavt, vil man ved anvendelse af (0119) finde positive værdier af  $u$  langs en strækning over pkt.  $Q$  (på grund af (0202) er  $u = 0$  i selve punktet; i det her beskrevne tilfælde vil  $u$  derfor vokse op langs skråningen, indtil den passerer igenem et maksimum, hvorpå den aftager til nul og derefter bliver negativ).

Ved den korrekte placering af  $Q$  har  $u$  som funktion af højden over  $Q$  vandret tangent i punktet, men er i øvrigt monotont aftagende.

En lignende grænsebetingelse har man ved et GVS (evt. KVS) i kvasi-stationær tilstand, d.v.s., vandspejlet er fri af JOF, henholdsvis den øvre laggrænse, og er i færd med at hæve eller sænke sig, jfr. Fig. 2 B.

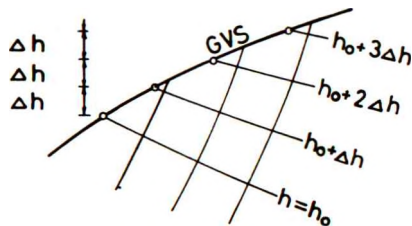


Fig. 2 B: GVS (kvasi-stationært, ikke vandret) som grænse med kendt, ikke konstant  $h$ .

Man har her:

$$u = \gamma_w (h - y) = -\gamma_w h_c \quad (0203)$$

(= 0, hvis  $h_c = 0$ ), og altså kendt  $h$ , som imidlertid ikke er konstant, medmindre vandspejlet er vandret. Vandspejlets flytningshastighed kan findes ud fra projektionen af filterhastigheden på vandspejlets normalretning, jfr. G 1 Fig. 6 B og Eks. 6.1.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Mere generelle strømnet	nr.
	2		78	5	17

For grænser, hvor gradienten

$$i_n = - \frac{\partial h}{\partial n} \quad (0204)$$

(positiv udadrettet, jfr. Fig. 2 C) eller filterhastigheden

$$v_n = k i_n \quad (0205)$$

er givet, vil man som angivet i slutningen af afsn. 1.5 kunne benytte (0112), der i det på Fig. 2 C viste lokale  $tn$ -koordinatsystem kan vises at blive transformeret til:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial n} \quad (0206)$$

og

$$\frac{\partial h}{\partial n} = - \frac{\partial p}{\partial t}$$

Hvis  $i_n$  (henholdsvis  $v_n$ ) er konstant langs den givne grænse, vil  $p$  altså variere lineært med buelængden, d. v. s., at strømli-  
nierne skærer grænsen i ækvivalente punkter.

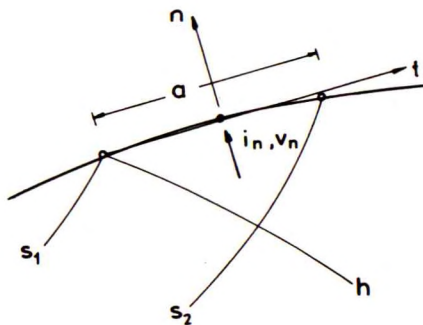


Fig. 2 C: Grænse med kendt (evt. konstant) gradient  $i_n$  (filterhastighed  $v_n$ ).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 2	EMNE Mere generelle strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 6 17
---------------------------	-------------------	---------------------------------	------------	------------------------

Hvis man under denne forudsætning vælger afstanden langs grænsen mellem to nabostrømlinier til  $a$ , vil man have, jfr. Fig. 1 C og (0115)

$$\Delta p = a i_n = a \frac{v_n}{k} = \frac{\Delta q}{k} = \Delta h \quad (0207)$$

hvilket bestemmer såvel vandmængden  $\Delta q$  pr. strømrør som niveau-springet  $\Delta h$  mellem potentiallinierne i det herved definerede strømnet.

Som nævnt er denne type grænsebetingelse sjældent forekommende i praksis ved strømningsproblemer (man kunne tænke sig en leroverflade med  $u < 0$ , hvorfra der f. eks. i et tropeklima fordampede en konstant vandmængde pr. arealenhed). Den kan imidlertid være ret almindelig ved andre problemer, hvis løsning også styres af Laplace's differentiaalligning, og hvor den her betragtede grafiske løsningsmetode (strømnetmetoden) derfor kan anvendes, jfr. afsn. 7.2-3.

Hvis grænser som  $AB$  og/eller  $EF$  på Fig. 1 D er dækket af et tyndt, men relativt impermeabelt lag, eksempelvis et delvis tilstoppet filterlag, et ikke eller kun mangelfuldt oprenset dynd- eller muldlag eller en (utæt) membran, så vil den ellers anvendte grænsebetingelse  $h = h_0$ , hvor  $h_0$  på Fig. 1 D er henholdsvis  $0$  og  $H$ , skulle erstattes af en betingelse, der tager hensyn til, at de kendte  $h$ -værdier findes på oversiden af det nævnte lag, jfr. Fig. 2 D.

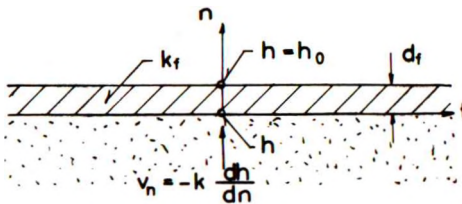


Fig. 2 D: Relativt impermeabelt lag mellem grænse med kendt  $h$  og strømningsområdet.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 2	EMNE Mere generelle strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 7   17
---------------------------	-------------------	---------------------------------	------------	--------------------------

Idet det antages, at det relativt impermeable lag har tykkelsen  $d_f$  og permeabilitetskoefficienten  $k_f$ , samt at strømmingen gennem dette lag kan betragtes som en parallelstrømning, så finder man ud fra kontinuitetsbetingelsen en sammenhæng mellem trykniveauet  $h$  på grænsen til strømningsområdet og gradienten  $\partial h / \partial n$  samme sted:

$$v_n = -k \frac{\partial h}{\partial n} = k_f \frac{h - h_0}{d_f} \quad (0208)$$

d. v. s.

$$k \frac{\partial h}{\partial n} + \frac{k_f}{d_f} h = \frac{k_f}{d_f} h_0 \quad (0209)$$

altså en lineær sammenhæng mellem  $h$  og  $\frac{\partial h}{\partial n}$ . Følgende bemærkes:

1. Hvis  $k_f$  er meget stor, nærmere betegnet, hvis  $k d_f / k_f$  er lille i forhold til en karakteristisk længde i strømningsområdet, på Fig. 1 D f. eks. længden af strømlinien nr. 2, så vil første led i (0209) have ringe betydning, d. v. s., at grænsebetingelsen for alle praktiske formål er  $h = h_0$ .
2. Hvis derimod  $k_f$  ud fra samme kriterium er meget lille, er grænsen praktisk talt impermeabel i sammenligning med strømningsområdet som helhed:
  - a. Hvis dette gælder en delstrækning af en grænse, der som  $AB$  eller  $EF$  på Fig. 1 D danner udstrømnings- eller indstrømningsgrænsen for strømningsområdet, så vil denne delstrækning være en strømlinie i stedet for en potentiallinie.
  - b. Hvis hele grænsen er dækket, og den desuden, hvilket ikke er tilfældet på Fig. 1 D, kun har endelig udstrækning, så er der konstant trykniveau,  $h = h_s$ , i hele strømningsområdet, og den gennemstrømmende vandmængde bestemmes alene af strømmingen gennem det (eller de) næsten impermeable lag. Hvis kun den ene grænse er dækket, er  $h_s = 0$  eller  $H$ ; men hvis begge grænser er dækket og af endelig udstrækning, må  $h_s$  bestemmes ud

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 2	EMNE Mere generelle strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 8   17
---------------------------	-------------------	---------------------------------	------------	--------------------------

fra kontinuitetsbetingelsen (indstrømningen i strømningsområdet skal være lig med udstrømningen).

- c. Hvis den dækkede grænse strækker sig i det uendeligt fjerne, kan ingen af de ovenfor nævnte tilfælde gælde: Selv om  $AB$  således er dækket på Fig. 1 D, kan man ikke have  $h_s = H$  overalt i strømningsområdet. Ifølge (0208) er den samlede udstrømmede vandmængde nemlig:

$$q = \frac{k_f}{d_f} \int_0^{\infty} h(x) dx \quad (0210)$$

hvor  $h(x)$  er trykniveauet langs undersiden af det næsten impermeable lag over  $AB$ .  $q$  skal naturligvis være en endelig størrelse, hvoraf følger, at  $h(x) \rightarrow 0$  for  $x \rightarrow \infty$ .

Det sidstnævnte tilfælde, samt det mere generelle hvor  $kd/k_f$  er af samme størrelsesorden som en karakteristisk længde i strømningsområdet, kan ikke løses simpelt ved hjælp af strømnet: Man er nødt til at skønne en fordeling af  $h$  (eller strømlinierens skæringspunkter) langs grænsen, hvorefter man i det færdige strømnet ved hjælp af (0207) kan kontrollere, om (0209) er opfyldt med den ønskede nøjagtighed.

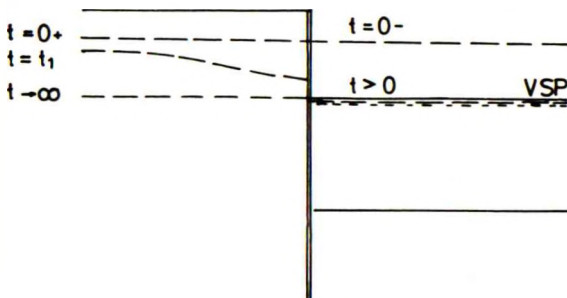
## 2.2 Frit vandspejl.

For en strømning, hvor en del af grænsen til strømningsområdet er et vandspejl, vil tilstanden i det generelle tilfælde som nævnt være kvasi-stationær, jfr. Fig. 2 B, hvor vandspejlets beliggenhed ændrer sig som funktion af tiden. I praksis vil det meget hyppigt være tilstanden umiddelbart efter en ændring af de øvrige grænsebetingelser ( $t = 0+$ ), der har særlig interesse. Som eksempel kan nævnes tilstanden umiddelbart efter en pludselig sænkning af et ydre vandspejl, der ofte er den mest kritiske i forbindelse med stabiliteten af skråninger, vandtryk på vægge og mure etc., jfr. Fig. 2 E a. Senere tilstande, hvor vandspejlet,

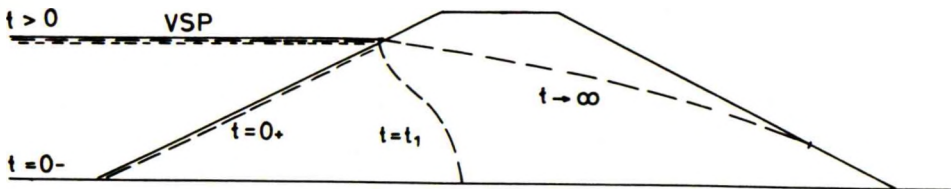
GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 2	EMNE Mere generelle strømnet	UDG. 70	SIDE nr. af 9   17
---------------------------	-------------------	---------------------------------	------------	--------------------------

der afgrænser strømningsområdet, er mere eller mindre sænket, er derimod sjældent af større interesse, ligesom man sjældent får brug for i detaljer at forfølge tidsforløbet af vandspejlets flytning.

I nogle tilfælde, hvor vandspejlet hæver sig, hvorved strømningsområdet bliver udvidet, fordi det aktuelle jordlag, f.eks. en dæmning, Fig. 2 Eb, fyldes helt eller delvis med vand, er det imidlertid strømmingen efter så lang tid ( $t \rightarrow \infty$ ), at den er blevet stationær, d.v.s., at vandspejlet ikke mere flytter sig, der især har interesse.



a. Strømning under en spunsvæg:  
Pludselig sænkning af VSP i en havn.



b. Strømning gennem en dæmning:  
Pludselig hævnng af VSP i (fyldning af) reservoir.

Fig. 2 E: Vandspejl, hvis beliggenhed ændres med tiden.

Begyndelsestilstand:  $t = 0+$

Mellemtilstand :  $t = t_1$

Sluttetilstand :  $t \rightarrow \infty$  (stationær).

HYDRAULIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 2	EMNE Mere generelle strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 10 17
---------------------------	-------------------	---------------------------------	------------	-------------------------

I de sidstnævnte tilfælde kan den stationære strømning med frit vandspejl findes ved at regne sig frem gennem de kvasi-stationære mellemtilstande, f. eks. ved hjælp af EDB. Den kan imidlertid også bestemmes direkte, hvilket man naturligvis vil foretrække, i hvert fald hvis strømningsopgaven løses ved hjælp af strømnet, idet det udnyttes, at vandspejlet foruden at opfylde betingelsen (0203), d.v.s.:

$$h = y - h_c \quad (0211)$$

(hvor man hyppigt har  $h_c \approx 0$ ), også skal være stationært. Dette medfører, at gradienten skal have komponenten i normalretningen  $i_n = 0$ , d.v.s., at vandspejlet er en strømlinie.

For et frit, stationært vandspejl gælder altså to grænsebetingelser, svarende til at både vandspejlets beliggenhed og strømningen i det område, der afgrænses af det fundne vandspejl, skal kunne bestemmes. Ved optegningen af strømnettet kan man benytte en iterativ proces:

1. Beliggenheden af VSP skønnes.
2. Strømnettet optegnes, idet det benyttes, at VSP er en strømlinie.
3. Det kontrolleres, om (0211) er opfyldt (i skæringspunkterne mellem potentiallinierne og VSP). I punkter, hvor  $h > y - h_c$ , ligger det skønnede VSP for lavt, og i punkter, hvor  $h < y - h_c$ , ligger det for højt.

Enhver ændring af det skønnede VSP medfører principielt, at strømnettet må tegnes helt om. Med nogen øvelse kan man imidlertid ofte udføre korrektionen af VSP og omtegningen af strømnettet i én proces. I øvrigt er der ved nogle typer hyppigt forekommende strømningsopgaver udviklet metoder til at skønne vandspejlets beliggenhed på forhånd så nøjagtigt, at en korrektion normalt ikke er nødvendig, jfr. afsn. 4.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 2			Mere generelle strømnet	nr.
			78	11	17

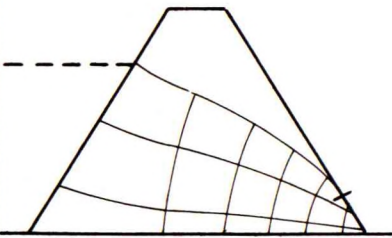
### 2.3 Anisotrop jord.

Problemer i homogen men transvers isotrop jord ( $k_{xx} = k_x > k_z = k_{zz}$ ,  $k_{xz} = 0$  og  $k_z$  er begge konstante, og  $k_{xz} = 0$ , jfr. afsn. 1.1) kan løses forholdsvis simpelt. Kontinuitetsligningen (0109) giver nu:

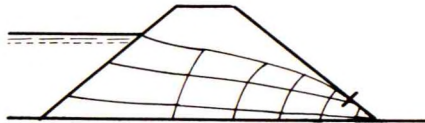
$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (0212)$$

i stedet for (0110). (0212) kan imidlertid transformeres til Laplaces differentiaalligning ved den affine koordinattransformation:

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ z_1 &= z \sqrt{\frac{k_x}{k_z}} \end{aligned} \quad (0213)$$



a. Transformeret område  
 $k_x \sim 4k_z$



b. Oprindeligt område med  
tilbagetransformeret strømnet.

Fig. 2 F: Løsning af strømningssproblem i anisotrop (transvers isotrop) jord ved affin transformation af strømningssområdet.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Mere generelle strømnet	nr.
	2		78	12	17

I praksis benyttes følgende fremgangsmåde, jfr. Fig. 2 F:

1. Alle højder i strømningsområdet multipliceres op i forholdet  $\sqrt{k_x/k_z}$  (som nævnt er dette forhold normalt  $> 1$ ).
2. I det således transformerede strømningsområde konstrueres et normalt strømnet med retvinklede skæringer og længde-bredde forhold 1 i maskerne. Det bemærkes, at der ved grænsebetingelser af typen  $h = H$  (en vandspejls-differens) eller  $h = y - h_c$  (en geometrisk højre minus den kapillære stighøjde) naturligvis overalt som  $h$ -værdier skal benyttes virkelige, ikke transformerede højder.
3. Strømnettet kan transformeres tilbage til det oprindelige strømningsområde. Potentiallinierne og strømlinierne (indhyllingskurver for filterhastighedsvektorer) vil her normalt ikke skære hinanden vinkelret, og maskerne vil ikke have længde-bredde forhold 1. Denne transformation er imidlertid ikke nødvendig for:
  - a. Bestemmelse af den samlede vandmængde  $q$ : Det kan vises, at (0118) stadig gælder, idet man dog i stedet for  $k$  skal indsætte den geometriske middelværdi af  $k_x$  og  $k_z$ :

$$k = \sqrt{k_x k_z} \quad (0214)$$

- b. Bestemmelse af porevandtryk ved hjælp af (0119):  $h$  kan måles (interpoleres) direkte for alle ønskede punkter i det transformerede område, og målte (transformerede) højder  $y_1$  kan simpelt transformeres tilbage ved hjælp af (0213):

$$y = y_1 \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \quad (0215)$$

4. En tilbagetransformation kan imidlertid være nødvendig, hvis strømkraftvektorfeltet skal benyttes: Gradientvektoren  $i$  står vinkelret på potentiallinierne i det virke-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Mere generelle strømnet	nr.
	2		78	13	17

lige strømningsområde, og ved anvendelse af (0107) skal  
 ðs måles som en virkelig, ikke en transformeret, længde.

Bortset fra den nævnte transformation indfører anisotropi i  
 jorden derfor ikke specielle problemer. Det bemærkes dog, at me-  
 toden som beskrevet ovenfor forudsætter, at strømningsområdet be-  
 står af et enkelt jordlag. Ved flere jordlag med forskellige ani-  
 sotropiforhold og skrå laggrænser, vil transformationen (0213) kun-  
 ne bevirke, at delområderne efter transformationen ikke mere pas-  
 ser sammen geometrisk. I sådanne tilfælde kan den grafiske løs-  
 ningsmetode ikke, eller kun med tilnærmelse, anvendes.

#### 2.4 Lagdelt jord.

Problemer med flere jordlag, der hver for sig er homogene  
 og isotrope, og hvor værdien af  $k$  varierer fra lag til lag, kan  
 i princippet løses ved hjælp af strømnet:

1. Hvis  $k$ -værdierne er af samme størrelsesorden, d.v.s. med  
 indbyrdes forhold i intervallet ca. 0,1 til ca. 10, kan  
 man ud fra kontinuitetsbetingelsen udlede overgangsbe-  
 tingelser for strømnettet ved laggrænserne. Det viser  
 sig, at strømlinierne knækker ved passage af en laggræn-  
 se, nogenlunde som ved lysbrydning. Imidlertid vil man  
 have forskelligt længde-bredde forhold i strømnettets  
 masker i forskellige jordlag, jfr. (0113): med samme  $\Delta h$   
 (tryk-niveauspring) og  $\Delta q$  (vandmængde i et strømrør) skal  
 $k \Delta b / \Delta s$  være den samme overalt i nettet, d.v.s., at  
 $\Delta b / \Delta s$  varierer omvendt proportionalt med  $k$ . Dette med-  
 fører, at man i praksis næppe vil forsøge at optegne et  
 net med gennemgående strømlinier og potentiallinier. I  
 stedet kan man forsøge at løse strømningsproblemet for  
 hvert jordlag for sig, idet man indledningsvis skønner  
 trykniveaufordelingen langs laggrænserne. Når strømnet-  
 tene i de enkelte jordlag derefter er optegnede, kan man  
 til slut kontrollere, om overgangsbetingelsen er opfyldt  
 (med rimelig tilnærmelse) i ethvert punkt af laggrænserne.

Denne metode er ret omstændelig, hvorfor man i sådanne tilfælde, samt ved f.eks. inhomogen jord ( $k$  - evt. den generelle  $k$ -tensor som defineret i (0105) - er en funktion af  $x$  og  $z$ ), problemer med flere forskellige givne vandspejlsniveauer, og mere detaljerede undersøgelser af kvasi-stationære tilstande, ofte vil foretrække en numerisk metode (finite differenser, finite elementer etc.), i reglen ved hjælp af EDB.

2. Hvis forskellen i  $k$ -værdier mellem de forskellige jordlag derimod er stor, bliver strømningsproblemet relativt simpelt, jfr. Fig. 2 G. I så tilfælde kan man nemlig først finde strømningstilstanden i det (eller de) mest permeable jordlag, idet laggrænserne til de mindre permeable lag i denne forbindelse regnes impermeable ( $\partial h / \partial n = 0$ , jfr. områderne mrk. 1 på Fig. 2 G). Hvis der efter denne regel ikke kan foregå nogen strømning i det mest permeable lag, fordi det kun grænser op til ét frit vandområde, men i øvrigt er omgivet af impermeable grænser, Fig. 2 Gb, bliver poretrykfordelingen hydrostatisk (konstant  $h$  i hele området).

Derefter kan strømningsproblemet løses i de mindre permeable lag, idet de ved strømnettet ovenfor fundne  $h$ -værdier langs grænserne til de mere permeable lag regnes givne (uændret af den nu undersøgte strømning, som involverer langt mindre vandmængder, jfr. områderne mrk. 2 på Fig. 2 G).

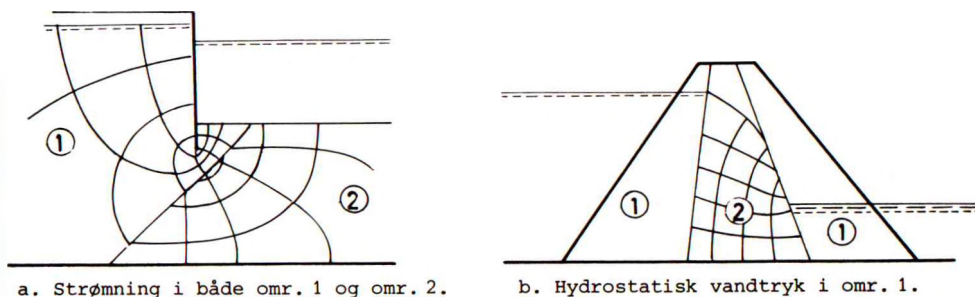


Fig. 2 G: Strømning i jordlag med stor forskel i  $k$ -værdier,  $k_2 \ll k_1$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	2	Mere generelle strømnet	73	15	17

Det bemærkes, at det sidstnævnte tilfælde med stor forskel i  $k$ -værdierne er det hyppigst forekommende i praksis.

### 2.5 Andre specielle problemer.

Hvis strømningens problemets grænsebetingelser er defineret ved mere end to forskellige vandspejlsniveauer, vil det som skitseret på Fig. 2 H kunne være en ganske kompliceret opgave at løse ved hjælp af et strømnet. På figuren er punktet  $O$  på grænsen  $CD$  (grænsebetingelse  $h = H_1$ ) et singulært punkt af typen  $i = 0$ , jfr. Fig. 1 E b, hvori følgende kurver mødes:

1. Potentiallinien  $OQ$ , der også svarer til  $h = H_1$ .
2. Strømlinien  $PO$ , der adskiller et delområde mrk. 1, hvori vandstrømningen sker mellem grænsestrækningen  $EP$  og strækningen  $DO$ , fra delområdet 2, hvori strømningen går fra  $PF$  til  $RA$ .
3. Strømlinien  $OR$ , der adskiller det ovenfor nævnte område 2 fra området 3, hvori strømningen går fra  $OC$  til  $RB$ .

Det bemærkes, at i den konforme afbildning på  $hp$ -planen er liniestykket  $COD$  et Riemann-snit (selv om  $DO$  og  $CO$  er geometrisk sammenfaldende i  $hp$ -planen, har de forskellig beliggenhed i  $zx$ -planen). Det bemærkes, at de vandmængder, der pr. tidsenhed gennemstrømmer områderne 1 og 3, repræsenteret ved længderne henholdsvis  $BR$  og  $EP$  i  $hp$ -planen, kun i specielle tilfælde vil være lige store.

Beliggenheden af  $O$  samt af kurverne  $PO$ ,  $OQ$  og  $OR$  er naturligvis ikke kendt på forhånd. I det generelle tilfælde kan man - omend med besvær - finde en løsning f. eks. ved at skønne beliggenheden af  $OQ$  og successivt korrigere denne, indtil strømnettene i de på Fig. 2 H viste delområder "passer sammen".

I praksis vil man imidlertid med fordel kunne benytte sig af, at differentialligningen (0110) er lineær, således at løsninger med forskellige værdier af parametrene  $H_1$  og  $H_2$  kan superponeres:

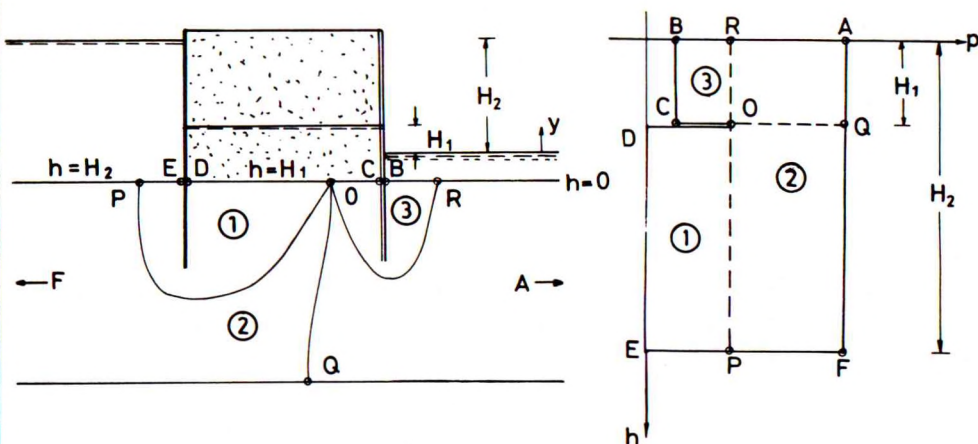


Fig. 2 H: Et strømingsproblem (i  $xz$ -planen) med tre forskellige VSP. Konform afbildning i  $hp$ -planen.

1. Hvis  $H_1 = H_2/2$ , er strømnettet øjensynligt symmetrisk, og  $OQ$  er sammenfaldende med symmetrilinien (midtnormalen til  $CD$ ).
2. Hvis  $H_1 = H_2$ , forsvinder delområdet 1, d.v.s., at  $PO$  bliver sammenfaldende med venstre spunsvæg ( $O$  ligger på spunsvæggen og i øvrigt meget nær ved spidsen).
3. Hvis på den anden side  $H_1 = 0$ , forsvinder området 3, og det hertil svarende strømnet er et spejlbillede af det, der findes for  $H_1 = H_2$ .

Det er åbenbart langt simplere at finde løsningen til to af ovenfor nævnte specialtilfælde, end det er at konstruere et strømnet til et generelt tilfælde, f.eks.  $0 < H_1 < H_2/2$ . I praksis vil man derfor bestemme to sådanne løsninger, hvorefter løsningen for enhver værdi af  $H_1$  kan findes som en linearkombination af disse.

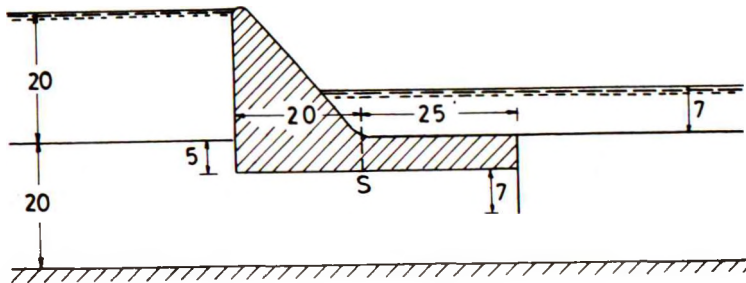


GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 2	EMNE Mere generelle strømnet	UDG. 78	SIDE nr. af 17 17
---------------------------	-------------------	---------------------------------	------------	-------------------------

I stedet for specialløsningerne 2 og 3 ovenfor kan man i øvrigt med fordel benytte tilfældet  $h = H$  langs  $AB$  og  $EF$ ,  $0$  langs  $CD$  (også symmetrisk, men midtnormalen til  $CD$  er nu en strømlinie). Dette princip, symmetri og antimetri + eventuelt addition af en konstant, er naturligvis velkendt i andre sammenhænge. Eksemplet Fig. 2 H viser, at da det er baseret på lineariteten af den grundlæggende differentiaalligning, vil det også lejlighedsvis kunne anvendes på strømningsproblemer.

Hvis problemets geometri ikke er symmetrisk, f. eks. på grund af at rammedybden ikke er den samme for de to spunsvægge på Fig. 2 H, kan princippet med symmetri og antimetri ikke anvendes. Opgaven kan i øvrigt i dette tilfælde også bestå i at finde den værdi af  $H_1$  (nu forskellig fra  $H_2/2$ ), som svarer til et stationært vand-spejl mellem de to spunsvægge (samme vandmængde gennem delområderne 1 og 3). I denne situation vil den bedste fremgangsmåde antagelig bestå i først at finde løsningerne til specialtilfældene  $H_1 = H_2$  og  $H_1 = 0$ , hvorefter den endelige løsning kan findes som en linearkombination.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 2.1	EMNE Strømning under styrtleje i anisotrop jord	UDG.	SIDE	
			78	nr. 1	af 3



Det på figuren viste overfaldsbygværk er placeret i en bred floddal, hvor bunden indtil 20 m dybde består af fint sand med rumvægten  $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$  samt en permeabilitetskoefficient i vertikal og horizontal retning på henholdsvis  $k_z = 10^{-5} \text{ m/sek}$  og  $k_x = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m/sek}$ . Under sandet findes vandstandsende klippe.

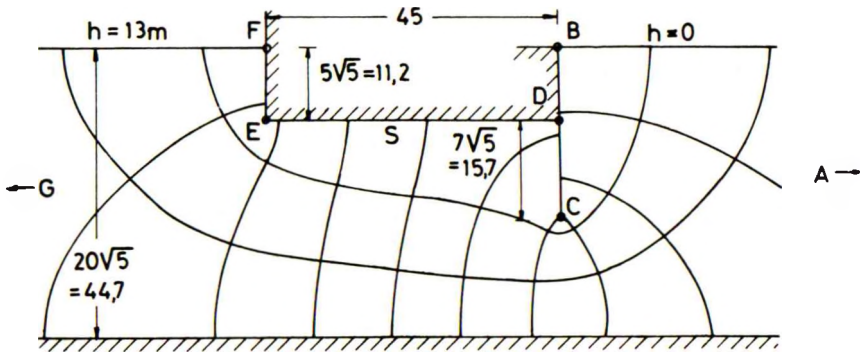
Overfaldsbygværket består af en gravitationsmur af beton ( $\gamma = 23 \text{ kN/m}^3$ ) med overfaldskanten 20 m over bunden samt af et styrtleje. Mur og styrtleje funderes 5 m under den eksisterende bund. I funderingsniveau har selve muren en bredde på 20 m, mens styrtlejet er 25 m langt og har en tykkelse på 5 m. Det afsluttes på nedstrømssiden af en tæt spunsvæg, der er rammet til 12 m dybde under den naturlige bund. Vanddybden på nedstrømssiden er 7 m.

Ifølge afsn. 2.3 kan den grafiske metode anvendes, idet strømningområdet transformeres således, at de horizontale koordinater bevares, men nye vertikale koordinater bestemmes af de oprindelige ved multiplikation med faktoren

$$\sqrt{\frac{k_x}{k_z}} = \sqrt{5} = 2,24$$

jfr. nedenstående figur.





Strømnettet optegnes som forklaret i afsn. 1.5, idet følgende bemærkes.

1. Grænserne  $AB$  samt  $FG$  er potentiallinier, mens  $BCDEF$  og  $AG$  er strømlinier. Hvis udgangsniveauet  $y = 0$  placeres i vand-spejlet på nedstrømssiden, bliver  $h = 0$  langs  $AB$  og  $h = 20 - 7 = 13$  langs  $FG$ .
2. De på figuren viste punkter  $A - F$  har følgende egenskaber i henseende til singularitet, jfr. Fig. 1 E:

Pkt.	$\alpha$	Sing.
A	0	O
B	90	N
C	180	U
D	45	O
E	135	U
F	90	N
G	0	O

I tabellen betyder  $U$  en singularitet af typen  $i = \infty$ , Fig. 1 E a,  $O$  betyder en singularitet af typen  $i = 0$ , Fig. 1 E b, og  $N$  betyder, at punktet er normalt.

3. Der vælges  $n_s = 3$ , altså 3 strømrør, og der findes  $n_p \approx 10$  potentialspring.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 2.1	EMNE Strømning under styrtleje i anisotrop jord	UDG. 78	SIDE nr. af 3 3
---------------------------	--------------------	---	------------	-----------------------

Den gennemstrømmende vandmængde findes af (0118), idet der ifølge (0214) som  $k$ -værdi indsættes

$$\sqrt{k_x k_z} = k_z \sqrt{5}$$

Der fås:

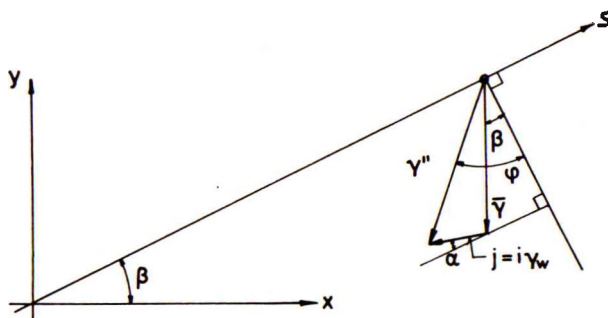
$$\begin{aligned} q &= 10^{-5} \cdot \sqrt{5} \cdot 13 \frac{3}{10} \\ &= 8,72 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{sek},\text{m} \\ &= 8,72 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3 \cdot 3600 = 314 \text{ l/h},\text{m} \end{aligned}$$

Afstanden langs  $BC$  fra pkt.  $B$  til skæringspunktet med første potentiallinie måles i det transformerede tværsnit til  $\Delta z_1 \approx 10,7\text{m}$ . Heraf findes den lodret opadrettede gradient i pkt.  $B$  til:

$$\begin{aligned} i_z &\approx -\frac{\Delta h}{\Delta z} \\ &= -\frac{\Delta h}{\Delta z_1} \sqrt{5} \\ &= -\frac{13}{10 \cdot 10,7} \sqrt{5} = -0,27 \end{aligned}$$

I omegnen af pkt.  $B$  er den effektive rumvægt af jorden under hensyntagen til strømkræfternes indflydelse:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \gamma' + i_z \gamma_w \\ &= \gamma - (1 - i_z) \gamma_w \\ &= 19 - 1,27 \cdot 10 = 6,3 \text{ kN/m}^3 \end{aligned}$$



En sandskrånning er på nippet til skred, når den resulterende volumenkraft  $\gamma''$ , som findes ved vektoriel addition af den effektive rumvægt  $\bar{\gamma}$  og en eventuel strømkræft  $j = i \gamma_w$ , danner vinklen  $\bar{\varphi}$  med skrånningens normal. Det forudsættes her, at  $\bar{c} = 0$ .  $\bar{\varphi}$  er friktionsvinklen i plan tøjningstilstand.

I tørt sand er den effektive rumvægt  $\bar{\gamma} = \gamma_d$  lodret, og der er ingen strømkræfter. I dette tilfælde har man altså  $\beta = \bar{\varphi}$ , i hvert fald teoretisk (i praksis vil sandet umiddelbart under skrånningens overflade hyppigt være løst lejret, uanset lejrings-tætheden for sandmassen i øvrigt).

I en sandskrånning under et ydre vandspejl, uden grundvandsbevægelse i sandet og uden strøm og bølger i vandet, er  $\bar{\gamma} = \gamma' = \gamma - \gamma_w$  ligeledes lodret. Hvis der ikke findes nogen strømkræfter, er også i dette tilfælde  $\beta = \bar{\varphi}$  (men det er naturligvis vanskeligt at sikre sig i praksis, at de angivne forudsætninger er opfyldt).

Langs en vandmættet skrånning, hvor  $u = 0$ , jfr. (0201) og strækningen  $AQ$  på Fig. 2 A, har man ifølge (0202) og med betegnelserne på figuren ovenfor:

$$h = y = s \sin \beta$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE	UDG.	SIDE	
	2.2	Lokal stabilitet af skråning Relation til vandstrømning	78	nr. 2	af 4

Komponenten  $i_s$  af  $i$  parallel med skråningen og regnet positiv nedad er derfor:

$$i_s = \frac{\delta h}{\delta s} = \sin \beta$$

Hvis strømretningen danner vinklen  $\alpha$  med skråningens overflade ( $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ , positiv udad målt fra retningen ned ad skråningen), s  er gradientvektorens længde åbenbart

$$i = \frac{i_s}{\cos \alpha} = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha}$$

Komponenten vinkelret på skråningen er derfor

$$i_n = i \sin \alpha = \sin \beta \tan \alpha$$

positiv udadrettet.

Man har stadig  $\bar{\gamma} = \gamma'$  lodret. Den resulterende volumenkraft  $\gamma''$  har derfor komponenterne:

$$\gamma_n'' = \gamma' \cos \beta - \gamma_w \sin \beta \tan \alpha$$

vinkelret på skråningen og positiv indad, samt:

$$\gamma_s'' = \gamma' \sin \beta + \gamma_w \sin \beta$$

parallelt med skråningen og positiv nedad.

Glidningsbetingelsen er opfyldt, hvis:

$$\tan \bar{\varphi} = \frac{\gamma_s''}{\gamma_n''} = \frac{(\gamma' + \gamma_w) \sin \beta}{\gamma' \cos \beta - \gamma_w \sin \beta \tan \alpha}$$

Følgende bemærkes:

1. For ethvert værdisæt  $\beta$ ,  $\bar{\varphi}$  (begge  $> 0$ ) findes der en værdi af  $\alpha < 90^\circ$ , således at glidningsbetingelsen er opfyldt. Dette betyder, at en kildekråning som  $AQ$  på Fig. 2 A altid er lokalt ustabil på en strækning over pkt. A: Man har

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE	UDG.	SIDE	
	2.2	Lokal stabilitet af skråning Relation til vandstrømning	78	nr. af	3 4

$\alpha = 0$  i pkt. Q og  $\alpha = 90^\circ$  i pkt. A. Det sidstnævnte punkt er i øvrigt singulært, idet man her har  $i_n \rightarrow \infty$ .

2. En skråning, hvor  $\alpha = 0$ , er (netop) stabil, hvis

$$\tan \beta = \frac{\gamma'}{\gamma' + \gamma_w} \tan \bar{\varphi}$$

For de fleste sandsorter i praksis har man  $\gamma' \approx \gamma_w$ , hvorfor:

$$\tan \beta = \frac{1}{2} \tan \bar{\varphi}$$

For  $\bar{\varphi} = 40^\circ$  svarer dette til  $\beta = 22,8^\circ$ .

3. For en skråning, hvor  $\alpha = \beta$  (vandret strømning), fås glidning, hvis:

$$\begin{aligned} \frac{(\gamma' + \gamma_w) \sin \beta}{\gamma' \cos \beta - \gamma_w \sin \beta \tan \beta} &= \frac{(\gamma' + \gamma_w) \tan \beta}{\gamma' - \gamma_w \tan^2 \beta} \\ &= \frac{1}{2} \frac{(\gamma' + \gamma_w) \sin^2 \beta}{\gamma' \cos^2 \beta - \gamma_w \sin^2 \beta} = \tan \bar{\varphi} \end{aligned}$$

I det generelle tilfælde fås heraf en 2. grads ligning i  $\tan \beta$ . Indsættes igen  $\gamma' \approx \gamma_w$ , fås

$$\tan 2\beta = \tan \bar{\varphi}$$

d. v. s.

$$\beta = \frac{1}{2} \bar{\varphi}$$

For  $\bar{\varphi} = 40^\circ$  svarer dette åbenbart til  $\beta = 20^\circ$ .

Det ses, at grundvandstrømning langs med eller ud igennem skråninger i vandmættet sand har stor indflydelse på lokalstabiliteten, forudsat at  $u = 0$  i skråningens overflade. Over pkt. Q på Fig. 2 A, hvor  $u < 0$ , vil lokalstabiliteten ikke kunne overskrides: Kapillarspændingen  $-u$  virker som en (effektiv) overfladebelastning vinkelret på skråningen, der for et lille jordelement er

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 2.2	EMNE Lokal stabilitet af skråning Relation til vandstrømning	UDG.  78	SIDE nr. af 4   4
---------------------------	--------------------	--	----------------	-------------------------

en størrelsesorden større end volumenkræfterne på elementet.

Under en jordoverflade, hvor  $u < 0$  kan volumenkræfterne derfor kun spille en rolle for stabiliteten af jordlegemer af endelig størrelse, d.v.s. ved totalstabilitetsproblemer, afsn.10-12.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 3	EMNE  Vandtryk på konstruktioner	UDG.  73	SIDE nr. af 1 16
---------------------------	-------------------	---	----------------	------------------------

### 3.1 Oversigt.

Som nævnt i afsn. 1.5 kan porevandtrykket  $u$  findes forholdsvis simpelt ved hjælp af et strømnet i ethvert ønsket punkt af et jordlag, hvori der foregår porevandstrømning (under forudsætning af, at kontinuitetsbetingelsen gælder, d.v.s. drænet tilstand). Da denne anvendelse er af fundamental betydning for løsningen af bl. a. sætnings-, ligevægts- (stabilitets-) og brudproblemer, skal den omtales noget nærmere i dette afsnit.

Den anvendte grundligning er som nævnt (0119). De væsentligste anvendelser af denne ligning kan beskrives som følger.

1. Ved sætningsberegninger skal som forklaret i G 1 afsn. 7 benyttes ændringer i effektive spændinger  $\bar{\sigma}$ . Som forklaret i G 1 afsn. 9-10 må disse normalt findes ved at bestemme dels fordelingen af de totale spændinger  $\sigma$ , f. eks. ved hjælp af 1:2-fordelingen, dels fordelingen af  $u$ , i mere generelle tilfælde f. eks. ved hjælp af et strømnet, normalt i de drænedede tilstande henholdsvis før og efter den betragtede belastningsændring, hvorefter f. eks. G 1 (0405) benyttes. I dette afsnit betragtes specielt den delopgave ved hjælp af et strømnet at finde  $u$ -fordelingen langs en eller flere vertikaler gennem punkter, hvis sætninger ønskes beregnet.
2. De vandrette påvirkninger på en mur eller væg består som forklaret i bl. a. G 1 afsn. 5 og 13 normalt af både jordtryk og vandtryk, jfr. også G 1 Eks. 5.1 og 13.1. I drænet tilstand, hvilket jo forudsættes, må de to bidrag beregnes hver for sig. Vandtrykket  $u$  er hydrostatisk under fri vandspejl samt i jordlag, hvor trykniveauet  $h$  med tilnærmelse kan betragtes som konstant, f. eks. over pkt. E på Fig. 1 D, men må i øvrigt bestemmes under hensyntagen til en eventuel strømningstilstand ved hjælp af (0119). Denne delopgave svarer ganske til bestemmelsen af en  $u$ -fordeling til brug for en sætningsberegning. Jordtrykket beregnes ved hjælp af de effektive spændin-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 3			Vandtryk på konstruktioner	nr. 2

ger, der også influeres af en eventuel strømningstilstand i jorden, jfr. (0121). Denne indflydelse er vanskeligere at angive generelt, fordi strømkrafterne som nævnt normalt varierer både i størrelse og retning fra sted til sted i strømningområdet. Problemet drøftes nærmere i det følgende, foreløbigt under den forudsætning, at strømningens indflydelse kan beskrives ved hjælp af en middelgradient.

3. Vandtrykkene på undersiden af visse konstruktioner har betydning for den lodrette ligevægt (opdriftsproblemer). Dette spørgsmål diskuteres separat, bl. a. fordi det illustrerer, hvorledes relativt små ændringer i grænsebetingelserne for en strømning kan have afgørende betydning for stabiliteten af en konstruktion.

For fuldstændighedens skyld understreges det, at selv om f. eks. G 1 (1309) kan skrives:

$$\frac{\partial \bar{e}}{\partial z} = \bar{\gamma} \cdot \gamma \quad (0301)$$

og altså formelt har samme opbygning som G 1 (0616):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial z} &= \gamma_w (1 - i_z) \\ &= \gamma_w (1 + \frac{\partial h}{\partial z}) \end{aligned} \quad (0302)$$

så er der den fundamentale forskel på de to formler, at mens (0302) gælder generelt langs enhver lodret linie uanset strømningstilstanden, så afhænger jordtrykket i virkeligheden af spændingstilstanden i en hel zone i jorden, jfr. skitserne G 1 Fig. 13 A og 13 C, således at (0301) kun kan benyttes eksakt (med  $\bar{\gamma} = \gamma' - \gamma_w \frac{\partial h}{\partial z}$ ), hvis  $\partial h / \partial x = 0$  og  $\partial h / \partial z$  er konstant i hele denne zone.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 3	EMNE  Vandtryk på konstruktioner	UDG.  78	SIDE nr. af 3 16
---------------------------	-------------------	---	----------------	------------------------

### 3.2 Vandtryk på vægge.

Der er normalt ingen særlige problemer forbundet med at anvende (0119) direkte til bestemmelse af vandtryksfordelingen langs en given linie eller flade. Følgende punkter bør dog bemærkes.

1. Det er ofte en fordel at betragte de to led,  $-\gamma_w y$  og  $\gamma_w h$ , hver for sig. Det førstnævnte er et hydrostatisk vandtryk i forhold til et vandspejl i det valgte udgangsniveau,  $y = 0$ . Hvis der på den betragtede side af væggen befinder sig et vandspejl i højden  $y = h_1$ , hvor man altså har  $h = h_1$ , kan man i stedet med fordel betragte følgende to bidrag til  $u$ :

$$u_1 = \gamma_w (h_1 - y)$$

og (0303)

$$u_2 = \gamma_w (h - h_1)$$

Det ses, at  $u_1$  betegner et hydrostatisk vandtryk i forhold til det eksisterende vandspejl, mens  $u_2$  er afvigelse fra dette vandtryk som følge af strømmingen. Man har åbenbart  $u_2 > 0$ , altså overtryk over hydrostatisk tryk, hvis  $h > h_1$ , og  $u_2 < 0$ , undertryk under hydrostatisk tryk, hvis  $h < h_1$ . De to tilfælde svarer til værdier af  $h$ , der henholdsvis vokser og aftager med dybden under vandspejlet, d.v.s. henholdsvis opadrettede (negative) og nedadrettede (positive) gradienter  $i'_z$ .

2. Bidraget  $u_2$  i (0303) findes simplest ved at betragte (bestemme  $y$ -værdierne for) de punkter, hvor potentiallinierne i det optegnede strømnet skærer den betragtede linie. I liniens endepunkter (samt eventuelle knæpunkter) bør  $h$ -værdierne altid bestemmes, om fornødent ved interpolation i strømmettet, og ved optegning af variationen af  $h$  med længden  $s$  målt langs linien bør det ved singulære punkter benyttes, at

og  $\frac{\delta h}{\delta s} = \infty$  (lodret tangent) for  $\alpha > \frac{\pi}{2}$  (0304)

og  $\frac{\delta h}{\delta s} = 0$  (vandret tangent) for  $\alpha < \frac{\pi}{2}$

jfr. Fig. 1 E.

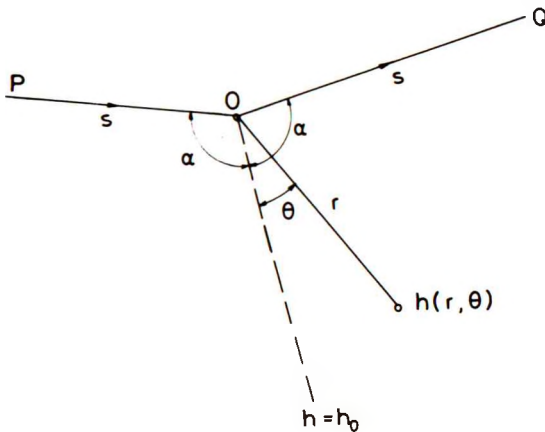


Fig. 3 A:  $h$ -funktionen (i polære koordinater) i omegnen af et singulært punkt  $O$ .

I denne forbindelse bemærkes det, at hvis man har  $h = h_0$  i et sådant singulært punkt  $O$ , jfr. Fig. 3 A, så kan det vises, at første led i rækkeudviklingen for  $h$  udtrykt i polære koordinater i omegnen af punktet bliver:

$$h \approx h_0 + A r^{\pi/2\alpha} \sin \frac{\pi}{2\alpha} \theta \quad (0305)$$

hvor  $A$  er en konstant. Hvis der kendes to punkter f. eks. på væggen  $POQ$  ( $\theta = \pm\alpha$ ), d. v. s. to sæt sammenhørende værdier af  $r$  og  $h$ , i nærheden (og helst på hver sin side) af punktet, kan (0305) i nogle tilfælde benyttes til at bestemme både  $A$  og  $h_0$ , altså til interpolation af  $h$ -værdien i punktet.



i forbindelse med Fig.3 B, at den værdi af  $u_2$ , der skal benyttes, naturligvis er den, der findes langs væggen (ikke langs den lodrette flade  $AB$ ; denne forskel er ligegyldig for det hydrostatiske tryks,  $u_1$ 's vedkommende).

4. For vægtyper som f.eks. spunsvægge, der normalt er lodrette og med en vægtykkelse, der er ringe i forhold til højden, vil det i det væsentlige kun være differensvandtrykket mellem de to sider af væggen, der har interesse i praksis. Som et typisk eksempel vil man ved sådanne opgaver kunne finde et diagram svarende til det på Fig.3 C skitserede.

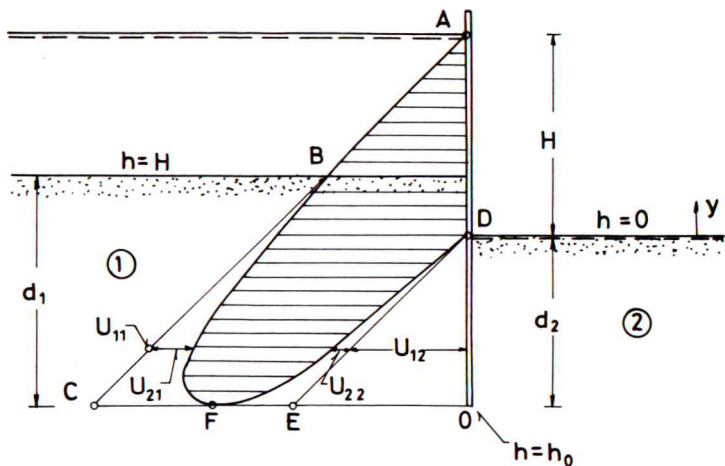


Fig. 3 C: Differensvandtryk på spunsvæg.

Ved de på figuren angivne  $u$ -størrelser refererer første indeks til opdelingen i  $u_1$  og  $u_2$  i (0303), mens andet indeks refererer til den betragtede side af væggen (1 til venstre og 2 til højre). Det ses nu, at  $ABC$  repræsenterer det hydrostatiske vandtryk,  $u_{11}$ , til venstre for væggen, mens  $DE$  repræsenterer det tilsvarende tryk,  $u_{12}$ , til højre for væggen.  $BF$  er den kurve, der

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 3			Vandtryk på konstruktioner	nr. 7

fås ved fra  $u_{11}$  at fratække undertrykket under det hydrostatiske tryk som følge af strømmingen (addere  $u_{21}$ , som i dette tilfælde er negativ), og  $DF$  fås på tilsvarende måde ved til  $u_{12}$  at addere  $u_{22}$ . Med figurens betegnelser, og idet  $h = h_0$  ved spunsvægsspidsen, ses det, at:

$$\begin{aligned}
 OC &= \gamma_w (H + d_2) \\
 |CF| &= \gamma_w (H - h_0) \\
 OE &= \gamma_w d_2 \\
 EF &= \gamma_w h_0
 \end{aligned}
 \tag{0306}$$

jfr. (0303), idet man har  $h_1 = H$  på venstre og  $h_1 = 0$  på højre side af væggen. Ordinaten  $OF$  er naturligvis lig med  $\gamma_w (h_0 + d_2)$ . Det søgte differensvandtryk repræsenteres ved det på figuren viste skraverede areal.

Til eksemplet Fig. 3 C bemærkes i øvrigt, at man ved hjælp af (0305) kan opnå en første, og for mange formål tilstrækkelig, oversigt over strømmingens indflydelse på vandtrykkene og jordtrykkene på væggen uden at behøve at optegne et strømnet. Til dette formål bestemmes først trykniveauet  $h = h_0$  ved spunsvægsspidsen:

Af Fig. 3 A og 1 E ses, at spunsvægsspidsen er et singulært punkt med  $\alpha = \pi$ . I de to skæringspunkter mellem væggen og jordoverfladen henholdsvis til højre og venstre har man åbenbart:

$$r = d_2, \quad \theta = \pi, \quad h = 0$$

og (0307)

$$r = d_1, \quad \theta = -\pi, \quad h = H$$

Ved indsættelse i (0305) fås heraf:

$$\begin{aligned}
 H &\approx h_0 - A \sqrt{d_1} \\
 0 &\approx h_0 + A \sqrt{d_2}
 \end{aligned}
 \tag{0308}$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 3	EMNE  Vandtryk på konstruktioner	UDG.  78	SIDE nr. af 8 16
---------------------------	-------------------	---	----------------	------------------------

Dette ligningssystem har løsningen

$$\begin{aligned}
 h_0 &\approx H \frac{\sqrt{d_2}}{\sqrt{d_1} + \sqrt{d_2}} \\
 &= \frac{H}{1 + \sqrt{d_1/d_2}}
 \end{aligned}
 \tag{0309}$$

samt:

$$A \approx - \frac{H}{\sqrt{d_1} + \sqrt{d_2}}
 \tag{0310}$$

De analytiske udtryk for trykniveaufordelingene langs spunsvæggen bliver ifølge (0305), idet der nu benyttes højderne  $y_1$  og  $y_2$  målt fra spunsvægsspidsen henholdsvis til venstre og til højre for væggen:

$$h_1 = \frac{H}{\sqrt{d_1} + \sqrt{d_2}} (\sqrt{d_2} + \sqrt{y_1})
 \tag{0311}$$

og

$$h_2 = \frac{H}{\sqrt{d_1} + \sqrt{d_2}} (\sqrt{d_2} - \sqrt{y_2})$$

Gradierterne  $i_1$  og  $i_2$  fås heraf direkte ved differentiation med hensyn til  $y$  (henholdsvis  $y_1$  og  $y_2$ ), jfr. G1 (0603), idet åbenbart  $-\partial/\partial z = \partial/\partial y$ . Hvis der som middelgradient på hver af de to sider af væggen benyttes værdien midt på den pågældende vægdel ( $y_1 = d_1/2$  henholdsvis  $y_2 = d_2/2$ ), fås:

$$i_1 \approx 0,7 \frac{H}{d_1 + \sqrt{d_1 d_2}}
 \tag{0312}$$

og

$$i_2 \approx -0,7 \frac{H}{d_2 + \sqrt{d_1 d_2}}$$



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 3	EMNE Vandtryk på konstruktioner	UDG. 78	SIDE nr. af 9   16
---------------------------	-------------------	---------------------------------------	------------	--------------------------

Følgende bemærkes:

1. Hvis strømmingen på de to sider af væggen betragtes som en lodret parallelstrømning med de angivne gradienter, fås meget nær det korrekte vandtryk på væggen: Ud fra (0311), som i sig selv repræsenterer en tilnærmelse, findes udtryk svarende til (0312), når arealerne  $BCF$  og  $DEF$  ønskes tilnærmet med trekantarealer. Talfaktorerne bliver blot  $2/3 = 0,67$  i stedet for  $0,7$ . Med den her anvendte tilnærmelse er denne forskel uden væsentlig betydning.
2. Et vandtryk hidrørende fra en konstant gradient er åbenbart trekantformet, hvorfor resultanten virker i nederste trediedelspunkt. Af Fig. 3 C ses, at trykarealerne  $BCF$  og  $DEF$  har resultanter lidt under trediedelspunkterne (teoretisk  $0,30$  gange væghøjden i stedet for  $0,33$ ). Denne forskel er også uden væsentlig betydning i praksis.
3. Foruden middelgradienterne (0312) har man også brug for gradienten ved JOF på højre side af væggen til vurdering af erosionsfaren. Under forudsætning af, at (0311) er en anvendelig tilnærmelse, findes for denne størrelse et udtryk som det nederste (0312), idet talfaktoren  $0,7$  blot skal erstattes med  $0,5$ , altså:

$$i_{2, JOF} \approx -0,5 \frac{H}{d_2 + \sqrt{d_1 d_2}} \quad (0313)$$

Mere nøjagtige løsninger kan fås f.eks. ved hjælp af konform afbildning; men kun i specielle problemer vil kravet til nøjagtighed være så stort, at (0309-13) ikke kan anvendes.

Som eksempel skal det nævnes, at den eksakte løsning til det på Fig. 3 C viste strømningsproblem (men uden hensyntagen til andre grænsebetingelser end de på figuren viste) kan skrives på følgende form:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Vandtryk på konstruktioner	nr.
	3		78	10	16

Hvis vi definerer:

$$t = \frac{h}{H} \quad (0 \leq t \leq 1)$$

og

$$t_0 = \frac{h_0}{H} \quad (0 < t_0 < 1)$$

(0314)

så kan man langs væggen skrive  $y$  som funktion af  $h$  på formen:

$$y = C [\pi t \cos \pi t_0 - \sin \pi t] \quad (0315)$$

hvor  $C$  er en konstant.

Udtrykket i parentesen er 0 for  $t=0$ ,  $\pi t_0 \cos \pi t_0 - \sin \pi t_0 = -d_2/C$  for  $t=t_0$  og  $\pi \cos \pi t_0 = (d_1 - d_2)/C$  for  $t=1$ . Heraf følger, at  $t_0$ , og hermed  $h_0$ , kan findes ved løsning af ligningen:

$$\frac{\pi \cos \pi t_0}{\sin \pi t_0 - \pi t_0 \cos \pi t_0} = \frac{d_1 - d_2}{d_2} \quad (0316)$$

hvorefter konstanten  $C$  findes af:

$$C = \frac{d_2}{\sin \pi t_0 - \pi t_0 \cos \pi t_0} \quad (0317)$$

Såfremt andre grænsebetingelser får indflydelse, f.eks. en vandret impermeabel laggrænse et stykke under spunsvægsspidsen og/eller en lodret symmetrilinie et stykke til højre for væggen (altså strømning ind i en byggegrube af begrænset bredde, jfr. Fig. 3 D), bliver de tilsvarende udtryk væsentligt mere komplicerede (der må anvendes elliptiske funktioner og/eller integraler).

### 3.3 Opdriftsproblemer.

I opdriftsproblemer undersøges den lodrette ligevægt af konstruktioner og/eller jordlegemer, idet de indgående kræfter i alt væsentligt er egenvægt og vandtryk. For endimensional tilstand henvises til G1 afsn. 6.5.

I mere generelle tilfælde må G 1 (0620) erstattes med en ligevægtsligning, hvori den samlede belastning, d.v.s. resultanten af de totale spændinger, på et snit sammenlignes med resultanten af porevandtrykket på snittet. I strømningsproblemet på Fig. 3 D, strømning ind i en byggegrube af begrænset bredde, må hævningsrisikoen for jordlegemet  $CGFD$  mellem de to indfatningsvægge således undersøges ved at sammenligne den totale vægt af legemet:

$$W = \gamma b d_3 \quad (0318)$$

hvor  $\gamma$  er jordens totale rumvægt (vandmættet, uden hensyntagen til opdrift eller strømkræfter) med det samlede vandtryk  $U$  på snittet  $CG$ .

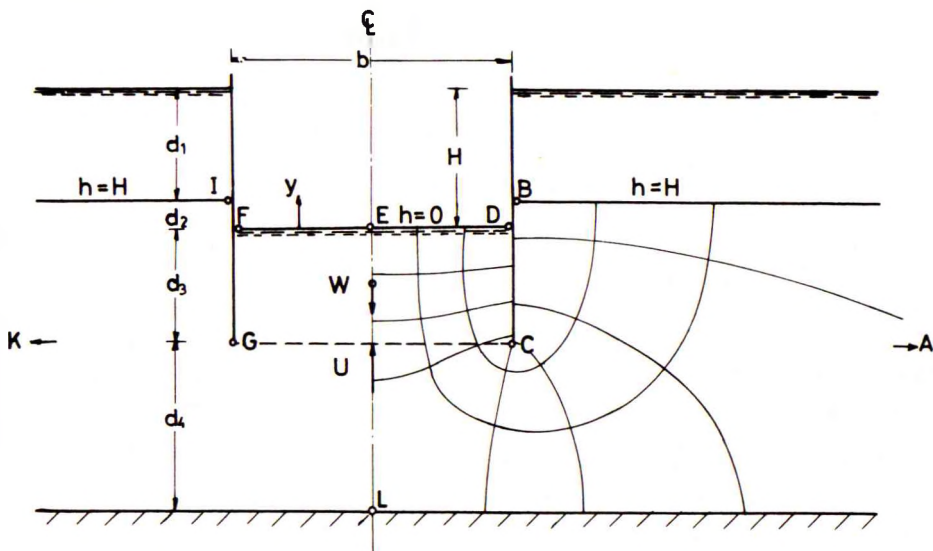


Fig. 3 D: Strømning ind i en byggegrube på vand, indfattet af spunsvægge.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Vandtryk på konstruktioner	nr.
	3		78	12	16

Porevandtrykket  $u$  bestemmes som sædvanligt af (0119), idet det bemærkes, at  $y$  er konstant,  $-d_3$ , langs det betragtede snit. I dette specielle tilfælde kan sammenligningen svarende til G 1 (0620):

$$U \leq W \quad (0319)$$

derfor skrives:

$$\begin{aligned} \gamma_w \int_{GC} h \, dx &\leq (\gamma - \gamma_w) b d_3 \\ &= \gamma' b d_3 \end{aligned} \quad (0320)$$

hvorved den effektive vægt af jordlegemet  $CGFD$  sammenlignes med det resulterende overtryk over hydrostatisk tryk. Det understreges, at (0320) kun er korrekt, hvis man som på Fig. 3 D har hele det betragtede jordlegeme vandmættet, og desuden har udgangsniveauet  $y = 0$  sammenfaldende med det fri vandspejl i eller over JOF.

Integrationen i (0320) foretages ved ud fra strømnettet enten at skønne middelværdien af  $h$  langs  $GC$  eller - mere nøjagtigt - at optegne  $h$ 's variation, som derefter kan integreres numerisk eller grafisk. Det bemærkes i denne forbindelse, at  $h$  som funktion af  $x$  har vandret tangent i midtpunktet af  $GC$  og lodret tangent i de to endepunkter  $G$  og  $C$ , som er singulære punkter. Funktionen kan derfor i mange tilfælde tilnærmes ved f.eks. en ellipsebue.

Ved konstruktioner med usymmetrisk strømning som f.eks. det på Fig. 3 E skitserede styrtleje angriber de lodrette kræfter  $W$  og  $U$  (den førstnævnte lig med vægten af konstruktion + vand over det vandrette snit  $DE$ ) ikke nødvendigvis i samme punkt. Den lodrette ligevægt (0319) er imidlertid stadig en nødvendig, omend ikke altid tilstrækkelig, betingelse: I momentligningen for konstruktionen, som naturligvis også skal være opfyldt, indgår også de vandrette kræfter, der åbenbart heller ikke alle an-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 3	EMNE  Vandtryk på konstruktioner	UDG.  78	SIDE nr. af 14 16
---------------------------	-------------------	---	----------------	-------------------------

fald kan blive væsentlig større end beregnet. En lignende situation kan optræde ved konstruktioner som f.eks. kældre (eksempelvis parkeringskældre under gårdspladser), hvor der ved vurderingen af opdriftsproblemer forudsættes hydrostatisk poretryksfordeling under GVS, hvorimod der i virkeligheden foregår en opadrettet porevandstrømning.

Udover at regne med en vis sikkerhed, f.eks. en partialkoeficient 1,05 på  $U$  i (0319) og (0321), idet der samtidig ses bort fra stabiliserende forskydningskræfter på lodrette snit i jorden og mellem jord og væg, bør man derfor især ved permanente konstruktioner altid overveje betimeligheden af, ved kontrolforanstaltninger som f.eks. installation af poretryksmålere, at sikre sig, at beregningsforudsætningerne er opfyldt i praksis.

#### 3.4 Indflydelse på jordtryk og bæreevner.

For jordtryk på spunsvægge - med vandrette vandspejl og eventuelt kvasi-stationær strømning, jfr. Fig. 2 E a og Fig. 3 C, kan man i reglen tilnærme strømmingen med en lodret parallelstrømning på hver af de to sider af væggen, idet middelgradienterne (0312) benyttes. En lignende fremgangsmåde kan benyttes ved konstruktioner som den på Fig. 3 F skitserede, hvor de singulære punkter har  $\alpha = 3\pi/4$  i stedet for  $\alpha = \pi$ . Der findes i så fald med figurens betegnelser:

$$i_1 \approx 0,8 \frac{H - h_{01}}{d_1}$$

og

$$i_2 \approx -0,8 \frac{h_{02}}{d_2}$$

(0322)

altså principielt samme formler, idet talfaktoren 0,7 blot erstattes med 0,8.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 3			Vandtryk på konstruktioner	73

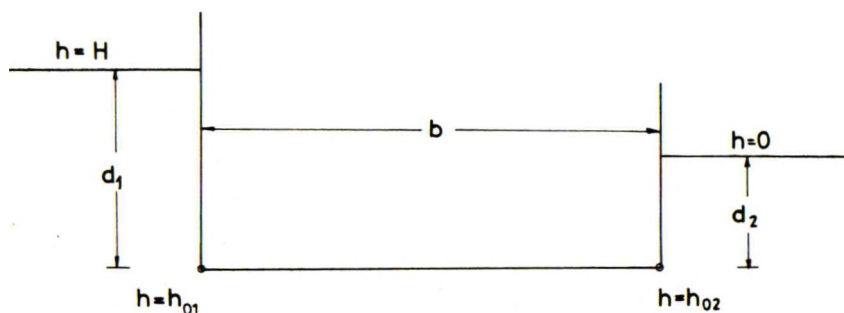


Fig. 3 F: Strømning under en væg med endelig bredde  $b$ .

For vægge som  $FG$  på Fig. 3 E skal der i formlen svarende til (0322) som  $h_0$  indsættes værdien ved spunsvægsspidsen  $F$ , og  $\alpha$  er nu igen lig med  $\pi$ . Hvis der optages passivt jordtryk på hele væghøjden, skal talfaktoren derfor være 0,7, jfr. (0312); men hvis der kun regnes med jordtrykket på strækningen  $EG$ , skal faktoren nærmere være 0,5, jfr. (0313).  $d_2$  er i alle tilfælde lig med  $FG$ .

Et eventuelt bæreevneproblem under de på Fig. 3 F skitserede forhold, hvor fundamentsfladen altså belastes ekscentrisk (mod højre) og eventuelt tillige skråt med kræfter af en sådan størrelse, at man nærmer sig fuldt udviklet (nominel) brudtilstand, er endnu ikke undersøgt så vidt, at blot nogenlunde eksakte løsninger er fundet. Som en grov tilnærmelse skal det angives, at hvis den effektive fundamentsbredde  $\bar{b}$ , jfr. G 1 Fig. 16 B, er af samme størrelsesorden som  $d_2$ , så vil man formentlig på den sikre side kunne regne med en vandret middelgradient under fundamentet, der er rettet mod højre, og numerisk er af samme størrelsesorden som  $i_2$ . Indflydelsen af strømmingen kan herefter beskrives som følger:

1. Den opadrettede gradient ved siden af fundamentsfladen bevirker, at  $\bar{q}$  må beregnes som:



GEOYERKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 3			Vandtryk på konstruktioner	nr. 16

$$\bar{q} = d_2 (\gamma' - i_2 \gamma_w) \quad (0323)$$

2. Den vandrette gradient under fundamentet bevirker, at den effektive rumvægt drejer vinklen  $\beta$ , hvor

$$\tan \beta = \frac{i_2 \gamma_w}{\gamma'} \quad (0324)$$

Der kan formentlig tages hensyn hertil ved at beregne bæreevnen, som om jordoverfladen i stedet for at være vandret dannede en skråning med skråningsvinklen  $\beta$  (nedad i retningen bort fra fundamentet). Dette problem beskrives nærmere i afsn.15.3.

Hvis strømmingen under de ovenfor givne forudsætninger har nogen væsentlig indflydelse på bæreevnen, vil man normalt træffe særlige konstruktive foranstaltninger som f.eks. nedramning af spunsvægge, jfr. Fig. 3 E, eventuelt kombineret med indlægning af et drænet lag (kontrolleret værdi af  $h$ ) langs fundamentsundersiden.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Stabilitet af styrtleje	UDG.	SIDE	
	3.1		78	nr. af	1 2

For det i Eks.2.1 betragtede overfaldsbygværk skal det undersøges, om det er muligt at indlægge et charnier i det på figuren (Eks.2.1 pag.1) viste snit mellem mur og styrtleje.

De to endepunkter af styrtlejet,  $D$  og  $S$ , er markeret på strømnetfiguren, Eks.2.1 pag.2. Ved interpolation i strømnettet skønnes, at trykniveauet i disse punkter svarer til henholdsvis 5,1 og 6,4 trykspring fra grænsen  $AB$ , hvor  $h = 0$ .

Idet vandspejlet med  $h = 0$  befinder sig 7 m over flodens bund, d.v.s. 12 m over bunden af styrtlejet, finder man for de to punkter ved indsættelse i (0119):

$$\text{Pkt. } D: u = 10 \left( \frac{5,1}{10} \cdot 13 + 12 \right) = 186 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Pkt. } S: u = 10 \left( \frac{6,4}{10} \cdot 13 + 12 \right) = 203 \text{ kN/m}^2$$

Den totale enhedslast, hidrørende fra vægten af det ovenliggende vand og beton, på snittet  $DS$  andrager

$$\sigma = 5 \cdot 23 + 7 \cdot 10 = 185 \text{ kN/m}^2$$

og er altså i ethvert punkt af styrtlejets underside mindre end det opadrettede vandtryk. Det er derfor ikke muligt at indlægge et charnier i det betragtede snit.

Det bemærkes, at hvis spunsvæggen rammes (til samme dybde) ved murens forside i stedet for ved styrtlejets bagside, så findes geometrisk samme strømnet som i Eks.2.1. De to grænsebetingelser  $h = 0$  og  $h = 13$  m skal blot ombyttes (hele figuren spejles omkring en lodret linie).

Det ses, at styrtlejets bagkant nu svarer til pkt.  $E$  på strømnetfiguren, d.v.s., at det befinder sig i afstanden ca. 1,5 potentialspring fra grænsen  $h = 0$ . I stedet for  $S$  skal betragtes det dermed symmetriske punkt om midtpunktet af  $ED$ . Dette punkt befinder sig skønsmæssigt ca. 4,1 potentialspring fra grænsen  $h = 0$ . Porevandtrykkene i de to punkter bliver derfor under den ændrede forudsætning henholdsvis

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 3.1	EMNE Stabilitet af styrtleje	UDG. 78	SIDE nr. af 2. 2
---------------------------	--------------------	------------------------------------	------------	------------------------

$$u = 10 \left( \frac{1,5}{10} \cdot 13 + 12 \right) = 140 \text{ kN/m}^2$$

og

$$u = 10 \left( \frac{4,1}{10} \cdot 13 + 12 \right) = 173 \text{ kN/m}^2$$

Begge disse størrelser er mindre end den totale enhedslast  $\sigma = 185 \text{ kN/m}^2$ , og gennemsnittet er ca. 15 % mindre.

Ved at flytte spunsvæggen opnår man således, at der nu kan indlægges et charnier mellem mur og styrtleje. Vandmængden bliver ikke ændret; men den opadrettede gradient ved styrtlejets bagkant bliver noget forøget, skønnet ud fra strømnettet dog højst 20 %.

Eksemplet understreger den betydning, som forholdsvis beskeden konstruktive ændringer kan have på bl.a. konstruktionens stabilitet. I projektet er spunsvæggen formentlig anbragt ved styrtlejets bagkant for at formindske risikoen for erosion dette sted. Strømnettet viser, at en spunsvæg ved murens forside har næsten samme virkning. Forskellen på de to placeringer illustreres bedst ved at tænke sig spunsvæggen rammet helt ned til klippeoverfladen. Dette ville, uanset placeringen, eliminere strømmingen under overfaldsbygværket samt naturligvis de opadrettede gradienter bag styrtlejet. En spunsvæg bag styrtlejet ville imidlertid medføre fuldt hydrostatisk vandtryk svarende til opstrømsvandspejlet under hele bygværket, mens en spunsvæg foran muren ville medføre et vandtryk svarende til nedstrømsvandspejlet. Det sidstnævnte er åbenbart at foretrække.



som giver helt vandfyldt dæmning. Et strømnet for en helt vandfyldt dæmning er skitseret på Fig. 4 B.

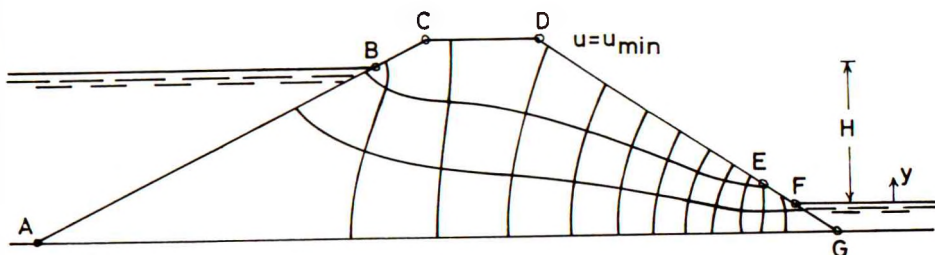


Fig. 4 B: Strømning i helt vandfyldt dæmning ( $h_c \geq -u_{\min}/\gamma_w$ ).

3. Hvis  $h_c$  er mindre end den på Fig. 4 A og B angivne grænse, specielt hvis man med tilnærmelse kan sætte  $h_c = 0$ , hvilket antages i det følgende, vil dæmningen kun være vandfyldt under et frit vandspejl BE, jfr. afsn. 2.2. I de følgende afsn. 4.2 - 5 skal angives nogle tilnærmelsesmetoder til bestemmelse af beliggenheden af dette fri vandspejl, herunder længden af kildeskråningen EF, samt til beregning af den samlede vandstrømning  $q$  ( $\text{m}^3/\text{sek}, \text{m}$ ) gennem dæmningen. Det således fundne vandspejl vil normalt være så nøjagtigt, at et strømnet herefter direkte kan optegnes uden yderligere korrektioner.
4. Dæmninger er ofte anisotrope p. g. a. udlejningsmetoden. Dette medfører ingen særlige vanskeligheder ved konstruktionen af et strømnet, jfr. afsn. 2.3 og især Fig. 2 F. For simpelheds skyld antages i det følgende foreløbig isotrop jord, idet de særlige modifikationer af de her angivne metoder, der kræves ved anisotrop jord, betragtes særskilt i afsn. 4.5.
5. Dæmninger opbygget i zoner med forskellig permeabilitet giver heller ikke særlige problemer, jfr. afsn. 2.4 og især

Fig. 2 Gb. Dette spørgsmål omtales noget nærmere ud fra et udførelsesmæssigt synspunkt i forbindelse med Fig. 4 D.

6. Som specielt tilfælde må man for jorddæmninger ofte undersøge tilstanden umiddelbart efter en pludselig tømning af reservoiret. Her er den ikke-stationære begyndelsestilstand, svarende til et kvasi-stationært vandspejl langs en del af overfladen  $AB$  samt vandspejlet  $BE$  på Fig. 4 A, mest kritisk. Problemet er omtalt i afsn. 2.1, jfr. Fig. 2 B, og et eksempel på et sådant strømnet, nogenlunde svarende til geometrien i Fig. 4 B, men med et frit vandspejl svarende til forudsætningen  $h_c = 0$ , er vist på Fig. 4 C.

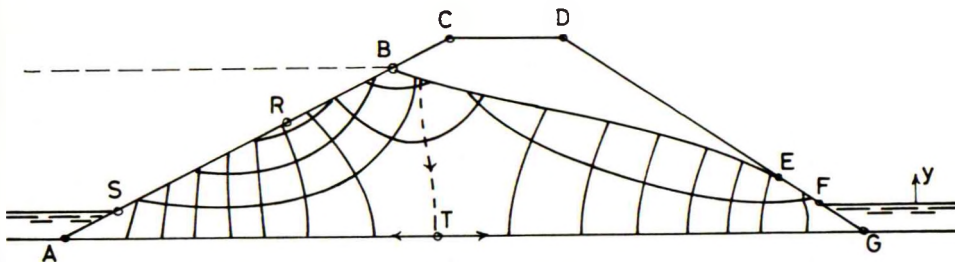


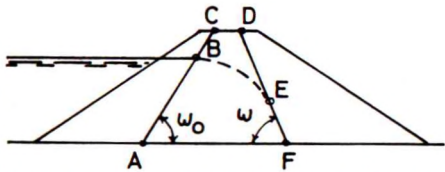
Fig. 4 C: Strømning i dæmning ( $h_c = 0$ ) umiddelbart efter tømning af reservoir.  
Strømningstilstand ved nedstrømsskråning omtrent uændret. På hidtidig opstrømsskråning dannes kildekråning  $RS$ .

Det ses, at man i denne tilstand har større gradienter og længere kildekråning på opstrømssiden, end man har på nedstrømssiden. Dette er grunden til, at dæmninger normalt bygges med fladere opstrøms- end nedstrømsskråninger.

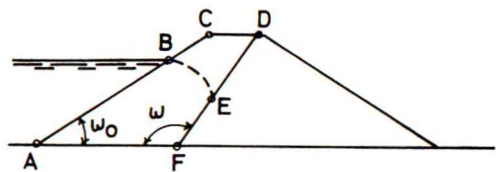
I praksis afhænger den metode, der anvendes til konstruktion af vandspejlet ( $BE$  på Fig. 4 A) samt beregning af vandmængden  $q$ , af vandspejlets maksimale hældning, som findes ved ned-



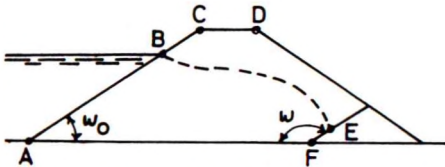
strømsskråningen, d. v. s. af vinklen  $\omega$  på Fig. 4 A. Værdier af skråningsanlægget ligger typisk, afhængig af dæmningsens højde og fyldens friktionsvinkel, inden for intervallet 1:2 til 1:4. Under forhold som vist på Fig. 4 A, hvor der ikke er truffet særlige foranstaltninger ligger  $\tan \omega$  derfor i intervallet 0,5 til 0,25 ( $\omega$  mellem ca.  $15^\circ$  og ca.  $30^\circ$ ).



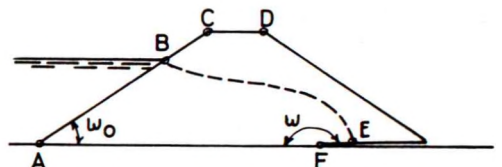
a. Dæmning med mindre permeabel kerne.



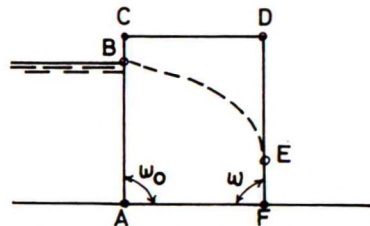
b. Dæmning med mindre permeabel kappe på opstrømsiden.



c. Dæmning med drænende nedstrømsstå.



d. Dæmning med tæppedræn under nedstrømsiden.



e. (Fange-)dæmning mellem lodrette vægge

Fig. 4 D: Eksempler på dæmninger med stejle vandspejl (store værdier af  $\omega$ ).



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 4	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 5   23
---------------------------	-------------------	-------------------------------	------------	--------------------------

Ved forskellige konstruktive udformninger af dæmningen kan der opnås væsentlig stejlere vandspejl, d.v.s. større værdier af  $\omega$ , end de ovenfor angivne. Eksempler herpå er:

1. Inhomogene dæmninger, hvor nedstrøms- (og eventuelt tillige opstrøms-) skråningen i større eller mindre omfang består af mere permeabelt materiale, tillige ofte med større friktionsvinkel, end den tætte del af dæmningen, jfr. Fig. 4 Da-b. Denne konstruktionstype anvendes åbenbart navnlig, hvor man må spare på den mindre permeable fyld, f. eks. fordi den kun findes let tilgængelig i små mængder og/eller kun har ringe styrke. For resten, evt. hovedparten, af dæmningen vælges fyldmaterialet hovedsagelig ud fra kravet om økonomi og styrke, f. eks. ved anvendelse af sprængsten, hvis konstruktionen foregår i et fjeldområde (der findes dæmninger, som er bygget helt af f. eks. sprængsten, idet tætheden er opnået ved hjælp af en membran på opstrøms-skråningen; disse skal ikke omtales nærmere her, da deres gennemstrømningsproblem ikke har noget tilfælles med de her omtalte).
2. Hvis der omvendt findes fyld i tilstrækkelig mængde med de nødvendige permeabilitets- og styrkeegenskaber, mens egentlig drænende fyld af økonomiske grunde må anvendes sparsomt, bliver dæmningskonstruktionen i det væsentlige som på Fig. 4 A'. Imidlertid kan man for at undgå erosionsfaren på kilde-skråningen  $EF$ , jfr. det singulære punkt  $A$  på Fig. 2 A, trække vandspejlet ned under nedstrømsskråningen ved at udføre skråningsfoden i drænende materiale, Fig. 4 Dc, eller ved at indlægge et tæppe-dræn under nedstrømssiden af dæmningen, Fig. 4 Dd.
3. Som specialtilfælde kan nævnes fangedæmninger, jfr. nærmere afsn. 26, hvor fylden er indfattet mellem (normalt lodrette) vægge. Hvis væggene kan regnes permeable i forhold til fylden, fås et strømningsproblem svarende til Fig. 4 A, men med  $\omega_0 = \omega = 90^\circ$ , jfr. Fig. 4 De.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 4			Strømning i dæmninger	nr. 6

Det bemærkes, at der altid dannes en kildeskråning  $EF$ . Hvis  $\omega \leq 90^\circ$ , tangerer vandspejlet skråningen i pkt.  $E$ , mens det ved  $\omega > 90^\circ$  altid har lodret tangent i skæringspunktet, samtidig med at singulariteten i pkt.  $F$  bliver af typen  $i = \infty$  (Fig. 1 E). Det er derfor nødvendigt i alle de på Fig. 4 D viste eksempler at sørge for, at den drænende fyld (henholdsvis dræningen gennem væggen) opfylder filterkriterierne, jfr. nærmere afsn. 6.4, overfor den mindre permeable fyld. Om fornødent må der, hvis hovedparten af den drænende fyld er meget grovkornet (sprængsten), indlægges et eller flere (tyndere) overgangs-filterlag.

#### 4.2 Dupuits princip.

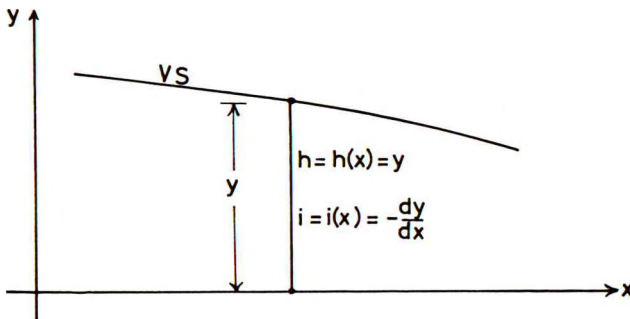


Fig. 4 E: Dupuits princip for frit vandspejl over vandret laggrænse: Potentiallinier  $\approx$  lodrette, d.v.s.  $h$  og  $i = -dh/dx$  funktioner alene af  $x$ .

For relativt flade vandspejl svarende til  $\omega < \text{ca. } 30^\circ$  (skråningsanlæg fladere end ca. 1:1,75) kan en rimeligt god tilnærmelse fås ved som vist på Fig. 4 E at antage, at potentiallinierne, der jo skal skære såvel vandspejlet som den vandrette laggrænse under rette vinkler, er lodrette linier. Af denne antagelse (Dupuits princip) følger:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 4	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 7 23
---------------------------	-------------------	-------------------------------	------------	------------------------

1. Med vandret  $x$ -akse sammenfaldende med laggrænsen og lodret (opadrettet)  $y$ -akse, hvis begyndelsespunkt til-lige er udgangsniveau for  $h$ , bliver  $h$  en funktion ale-ne af  $x$ . For enhver værdi af  $x$  er  $h$  endvidere lig med vandspejlsordinaten  $y$ , jfr. (0119), idet man under an-tagelsen  $h_c = 0$  har  $u = 0$  i vandspejlet.
2. Gradienten  $i$ , Fig. 1 A, er derfor (stort set) vandret, og ifølge (0102) er:

$$i = i_x = - \frac{\partial h}{\partial x} = - \frac{dy}{dx} \quad (0401)$$

vandspejlets tangenthældning, som ligeledes er en funk-tion alene af  $x$ .

3. Vandmængden  $q$ , som pr. tidsenhed strømmer gennem et lod-ret snit, er lig med filterhastigheden  $v (= v_x)$  multi-pliceret med gennemstrømningsarealet, som pr. m i dæm-ningens længderetning er lig med  $y$ , altså:

$$q = v y = k i y = -k y \frac{dy}{dx} = -\frac{k}{2} \frac{d(y^2)}{dx} \quad (0402)$$

4. Af kontinuitetsgrunde skal  $q$  være den samme for alle lodrette snit, altså uafhængig af  $x$ . Den er altså lig med den søgte vandgennemstrømning gennem dæmningen.

Af (0402) fremgår det, at  $y^2$  er en lineær (aftagende) funktion af  $x$ , d.v.s., at vandspejlet danner en parabel, hvis akse er sammenfaldende med  $x$ -aksen. Oprindeligt blev denne pa-rabel konstrueret således, at den gik igennem (begyndte) i vandspejlets skæringspunkt med opstrømsskråningen, pkt. B på Fig. 4 A og F, og desuden havde toppunkt i nedstrømsskråningens fodpunkt, pkt. F, hvor øjensynligt  $y = 0$ .

Denne konstruktion lider åbenbart af to væsentlige mang-ler: Det virkelige vandspejl skal stå vinkelret på opstrømsskrå-ningen i pkt. B, og det skal ikke skære igennem nedstrømsskrånin-gen. For at få en bedre tilnærmelse til det virkelige vandspejl benyttes nu i stedet følgende konstruktion, jfr. Fig. 4 F:

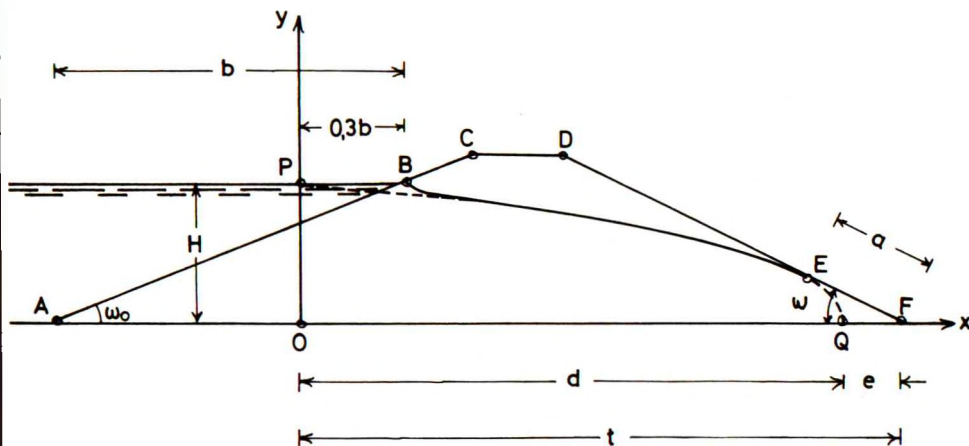


Fig.4 F: Vandspejlskonstruktion (parabel) efter Dupuits princip.

1. Det punkt  $P$ , hvor  $y = H$ , anbringes i det ydre vandspejls niveau uden for opstrømsskråningen. Det er fundet erfaringsmæssigt (i hvert fald for rimeligt små værdier af vinklen  $\omega_0$ ), at en afstand  $PB = 0,3 b$ , hvor  $b$  er den vandrette projektion af den vanddækkede del af opstrømsskråningen, normalt giver en god tilnærmelse.
2. Parablen konstrueres således, at den tangerer nedstrømsskråningen. Tangentpunktet  $E$  er med god tilnærmelse det øverste punkt af kildeskråningen  $EF$  (længde  $a$ ).

Hvis koordinatsystemets begyndelsepunkt  $O$  for simpelhed skyld placeres lodret under  $P$ , og den (foreløbig ukendte) abscisse til parablens toppunkt  $Q$  kaldes  $d$ , bliver grænsebetingelserne for parabelkonstruktionen:

$$y = H \text{ for } x = 0$$

$$y = 0 \text{ for } x = d$$

(0403)

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 4	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 9 23
---------------------------	-------------------	-------------------------------	------------	------------------------

Da  $y^2$  som nævnt skal være en lineær funktion af  $x$ , bliver parablens ligning åbenbart:

$$y^2 = H^2 \left(1 - \frac{x}{d}\right) \quad (0404)$$

Ved indsættelse i (0402) findes heraf:

$$q = \frac{k}{2} \frac{H^2}{d} \quad (0405)$$

hvorved  $q$  er udtrykt ved bl.a. størrelsen  $d$ . Denne størrelse kan bestemmes på følgende måde, idet vinklen  $\omega$  samt den på Fig. 4 F viste længde  $t = OF$  forudsættes kendt (målt eller beregnet).

Ifølge (0404) har man for alle parabelpunkter:

$$y \frac{dy}{dx} = - \frac{H^2}{2d} \quad (0406)$$

Dette gælder også for pkt.  $E$ , hvor  $dy/dx = - \tan \omega$ , og hvor derfor:

$$y_E = \frac{H^2}{2d \tan \omega} \quad (0407)$$

af (0404) kan heraf findes

$$\begin{aligned} x_E &= d \left(1 - \frac{y_E^2}{H^2}\right) \\ &= d \left[1 - \frac{H^2}{4d^2 \tan^2 \omega}\right] \end{aligned} \quad (0408)$$

Pkt.  $E$  ligger imidlertid også på nedstrømsskråningen, hvorfor  $x_E$  og  $y_E$  skal opfylde følgende ligning:

$$y_E = (t - x_E) \tan \omega \quad (0409)$$

Ved indsættelse heri af (0407-08) fås en 2.grads ligning i  $d$ , der kan omformes til:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 4	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 10 23
---------------------------	-------------------	-------------------------------	------------	-------------------------

$$d^2 - td + \frac{H^2}{4 \tan^2 \omega} = 0 \quad (0410)$$

Denne ligning har løsningen:

$$d = \frac{t}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{H}{t \tan \omega} \right)^2} \right] \quad (0411)$$

(den anden løsning, med minustegn foran kvadratroden, kan ikke benyttes; den svarer til et tangentpunkt på  $FD$ 's forlængelse over og til venstre for  $P$ ).

Når  $d$  er fundet ved hjælp af (0411), kan  $q$  findes af (0405), og vandspejlets beliggenhed kan findes for en vilkårlig  $x$ -værdi ved indsættelse i (0404). I stedet for (0407-08) findes pkt.  $E$  ved beregninger i praksis simplest af, jfr. Fig. 4 F:

$$\begin{aligned} QF = e &= t - d \\ x_E &= t - 2e = 2d - t \\ y_E &= 2e \tan \omega \end{aligned} \quad (0412)$$

(ud fra en velkendt geometrisk regel om parabeltangents beliggenhed i forhold til toppunktet). Kildeskråningens længde bliver:

$$EF = a = \frac{2e}{\cos \omega} \quad (0413)$$

Det virkelige vandspejl følger som skitseret på Fig. 4 F parabeln over størstedelen af strækningen  $BE$ , idet den blot i den øverste ende starter i punkt  $B$ , hvor det står vinkelret på  $AC$ . Overgangskurven er en kort krumning, der bestemmes uden større vanskeligheder f.eks. samtidig med optegningen af strømnettet. Parabelbuen  $EQ$  har ingen relation til den virkelige strømning, og benyttes ikke.

Ved optegning af det tilhørende strømnet, som er nødvendigt til en mere detaljeret undersøgelse af poretryksfordelingen i dæmningen, f.eks. til brug for en stabilitetsundersøgelse (afsn. 10-12), benyttes følgende fremgangsmåde:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 4	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 11 23
---------------------------	-------------------	-------------------------------	------------	-------------------------

1. Der vælges et potentialspring  $\Delta h$  (og/eller antallet  $n_p$ ), således at:

$$H = n_p \Delta h \quad (0414)$$

$n_p$  er normalt et helt tal.

2. Potentialliniernes skæringspunkter med vandspejlet  $BE$  samt kildekråningen  $EF$  kan nu beregnes direkte ud fra betingelsen  $y = h$ , jfr. (0404) eventuelt løst med hensyn til  $x$ . Da potentiallinierne skal stå vinkelret på såvel vandspejlet som grænsen  $x = 0$ , kan de indtegnes direkte (bortset fra overgangskurven ved pkt.  $B$ ). De kan i øvrigt vises at være parabler med toppunkter på  $x$ -aksen og alle med brændpunkt fælles med parablen  $PEQ$ . De potentiallinier, der skærer kildekråningen  $EF$ , skal som nævnt i afsn. 2.1, jfr. Fig. 2 A, ikke stå vinkelret på denne, undtagen i pkt.  $E$ . De skal derimod stadig skære  $x$ -aksen med lodret tangent; i nærheden af pkt.  $F$  går de mod at være lodrette liniestykker.
3. Strømlinierne kan nu indtegnes. Antallet  $n_s$  af strømrør (normalt ikke et helt tal) kan findes af (0118) og (0405) samt (0414):

$$n_s = \frac{q}{k \Delta h} = n_p \frac{q}{kH} = \frac{n_p}{2} \frac{H}{d} \quad (0415)$$

Strømlinierne under parablen er i øvrigt med god tilnærmelse parabelbuer, stort set affine med  $PE$ . De skal skære opstrømsskråningen  $AB$ , som er en potentiallinie, under rette vinkler, og kildekråningen vinkelret på potentialretningen, d. v. s. i en retning som på stykket  $EF$  drejer fra at være i skråningsens tangentretning til at være vandret.

Ved konstruktionen af strømnettet viser det sædvanlige krav om "krumliniede kvadrater" sig sammen med betingelsen



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 4	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 12 23
---------------------------	-------------------	-------------------------------	------------	-------------------------

$y = h$  ved vandspejlet at bestemme dets beliggenhed mellem pkt.  $B$  og parablen med stor nøjagtighed.

#### 4.3 Sinusmetoden.

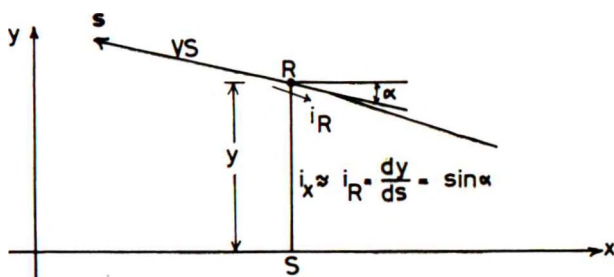


Fig. 4 G: Sinusmetoden. Forudsætninger.

For  $\omega > \text{ca. } 30^\circ$ , hvor den i afsn. 4.2 beskrevne metode er for unøjagtig, har Leo Casagrande foreslået - under i øvrigt de samme forudsætninger - at erstatte (0401) med:

$$i = \frac{\delta h}{\delta s} = \frac{dy}{ds} = \sin \alpha \quad (0416)$$

jfr. Fig. 4 G.  $s$  er buelængden målt langs vandspejlet, positiv mod voksende trykniveau, d.v.s. mod voksende vandspejlshøjde  $y$ , og  $\alpha$  er vandspejlets vinkel med vandret. Det bemærkes i denne forbindelse, at man ifølge Dupuits princip sætter  $i = \tan \alpha$  (altså uendelig for  $\alpha = 90^\circ$ ).

Dette er i virkeligheden ikke nogen særligt god tilnærmelse for et frit vandspejl: I punktet  $R$  på Fig. 4 G er naturligvis  $i_x = i_R \cos \alpha = \sin \alpha \cos \alpha$ , hvortil kommer, at den størrelse, man reelt har brug for, er middelværdien af  $i_x$  langs hele vertikalen  $RS$ . Nu viser det sig, at for et frit vandspejl over en vandret laggrænse, hvilket er grundantagelsen i Fig. 4 E og G, repræsenterer et strømnet, hvor strømlinierne og

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Strømning i dæmninger	nr.
	4		78	13	23

potentiallinierne er konfokale parabler, faktisk en matematisk korrekt løsning, jfr. afsn. 4.4, og for denne løsning er (0402) eksakt opfyldt. For en sådan strømning er middelværdien af  $i_x$  langs  $RS$  altså  $\tan \alpha$  og ikke  $\sin \alpha$ .

Konklusionen heraf må være, at løsningen (0404-05) faktisk er korrekt, og at metoden i afsn. 4.2 giver unøjagtige resultater for  $\omega > \text{ca. } 30^\circ$ , ikke fordi grundantagelsen (0402) er forkert, men fordi bestemmelsen af størrelsen  $d$  ved hjælp af tangenkriteriet bliver for unøjagtig. Værdien af sinusmetoden ligger derfor i, at den for intervallet  $0 \leq \omega \leq 90^\circ$  ved en ikke helt let gennemskuelig udvikling når frem til et resultat, der kan fortolkes som en god tilnærmelse for størrelsen  $d$ .

Ved anvendelse af (0416) fås, svarende til (0402):

$$q = k i y = k y \frac{dy}{ds} = \frac{k}{2} \frac{d(y^2)}{ds} \quad (0417)$$

Kontinuitetsbetingelsen giver igen  $q = \text{konst.}$ , d.v.s.,  $y^2$  er en lineær funktion af  $s$ .

(0417) er formelt en differentialligning for vandspejlets beliggenhed ( $y$  som funktion af  $x$ ), som imidlertid er forkert. Den korrekte er som nævnt (0402). (0417) benyttes da også kun til en bestemmelse af vandmængden  $q$  samt kildekråningens længde  $a$ , idet der benyttes de på Fig. 4 H angivne grænsebetingelser, som forudsætter, at den samlede buelængde  $s_0$  målt langs vandspejlet  $FEB$  kan skønnes med en rimelig tilnærmelse.

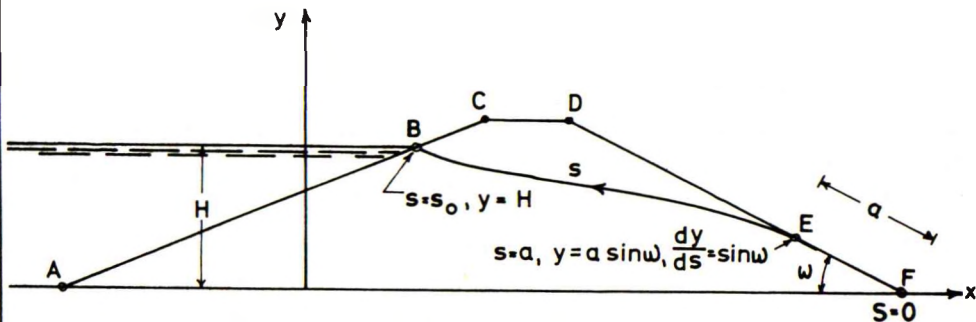


Fig. 4 H: Grænsebetingelser ved sinusmetoden  
(Samlet buelængde  $FEB = s_0$ ).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 4	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 14 23
---------------------------	-------------------	-------------------------------	------------	-------------------------

Ved indsættelse af værdierne:

$$y = a \sin \omega \quad (0418)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin \omega$$

for kildekråningens øverste punkt  $E$  ( $s = a$ ) i (0417) fås direkte:

$$q = k a \sin^2 \omega \quad (0419)$$

Med grænsebetingelsen  $y = H$  for  $s = s_0$  for pkt.  $B$  ses (0417) at have løsningen:

$$y^2 = \frac{2q}{k} (s - s_0) + H^2 \quad (0420)$$

som ved indsættelse af  $s = a$ , den tilsvarende  $y$  fra (0418), samt  $q$  fra (0419) giver:

$$a^2 \sin^2 \omega = 2a \sin^2 \omega (a - s_0) + H^2 \quad (0421)$$

Dette er en 2.grads ligning i  $a$ , som har løsningen:

$$a = s_0 - \sqrt{s_0^2 - \left(\frac{H}{\sin \omega}\right)^2} \quad (0422)$$

Den forudsætter som nævnt, at  $s_0$  kan bestemmes med en rimelig nøjagtighed.

I praksis benyttes en antagelse svarende til den på Fig. 4 F viste: Vandspejlet gives et (fiktivt) begyndelsespunkt  $P$  beliggende i afstanden  $0,3b$  fra det virkelige indløbspunkt  $B$ , og  $s_0$  bestemmes nu tilnærmet som afstanden mellem punkterne  $P$  og  $F$ , nedstrømskråningens fodpunkt, d.v.s. med betegnelserne på

Fig. 4 F:

$$s_0 \approx \sqrt{t^2 + H^2} \quad (0423)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 4	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 15   23
---------------------------	-------------------	-------------------------------	------------	---------------------------

Efter således at have bestemt  $s_0$ ,  $a$  og  $q$  fås den bedste tilnærmelse til vandspejlets beliggenhed ved at konstruere en parabel gennem pkt.  $P$  med toppunkt på  $x$ -aksen, således at (0402-05) er opfyldt. Størrelsen  $d$  bestemmes derfor således, at (0419) og (0405) giver samme resultat:

$$d = \frac{k}{2} \frac{H^2}{q} = \frac{1}{2} \frac{H^2}{a \sin^2 \omega} \quad (0424)$$

hvorefter (0404) kan benyttes til bestemmelse af alle ønskede parabelpunkter.

Den således fundne parabel skal suppleres med overgangsbuer både ved  $B$  (ligesom på Fig. 4 F) og ved  $E$ . Hvis der kræves en meget nøjagtig strømningskonstruktion, synes det, som om den virkelige kildeskråning  $EF$  må gøres noget kortere end  $a$  som bestemt ved (0422) - uanset at (0419) giver en god tilnærmelse for  $q$  - og ved store værdier af  $\omega_0$  - som på Fig. 4 De - synes det, som om  $P$  skal flyttes noget til højre for den på Fig. 4 F angivne position: På Fig. 4 De, hvor  $\omega_0 = 90^\circ$  skal vandspejlet begynde i pkt.  $B$  med vandret tangent, d.v.s., at overgangskurven krummer den modsatte vej af den på Fig. 4 F viste. Dette betyder åbenbart, at  $P$  skal ligge lidt til højre for  $B$ .

#### 4.4 Grænseparablen.

Denne metode benytter, at hvis  $\omega = 180^\circ$  (tæppefilter som på Fig. 4 Dd), vil man i omegnen af filterpunktet have en eksakt løsning, hvor strømlinier og potentiallinier er konfokale parabler med filterpunktet som brændpunkt, jfr. Fig. 4 I.

Det bemærkes, at de komplekse variable er defineret på en lidt anden måde end i (0111-12) samt Fig. 1 D, væsentligst fordi der af praktiske grunde nu er brugt et  $xy$ -koordinatsystem i stedet for et  $zx$ -koordinatsystem.

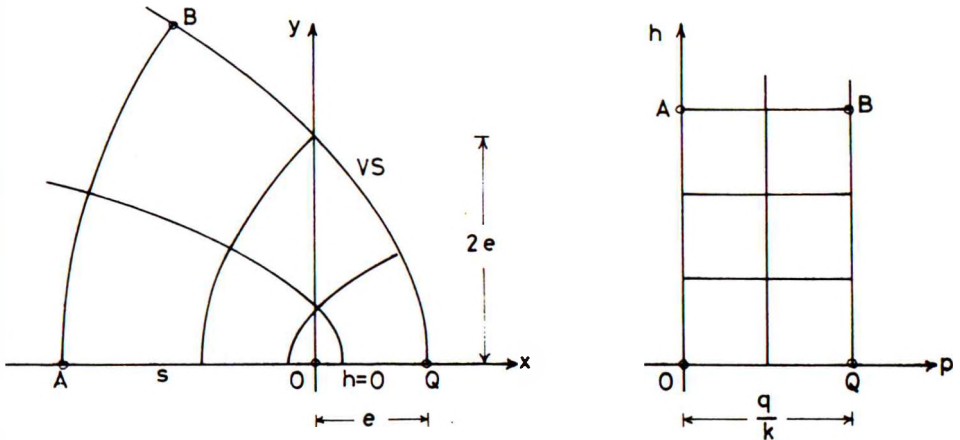


Fig. 4 I: Grænseparablen. Konform afbildning  $z = x + iy \leftrightarrow f = p + ih$ .

Transformationen svarende til (0111) er i dette tilfælde simpel, idet man har:

$$x = \frac{C}{2} (p^2 - h^2) \quad (0 \leq h, \quad 0 \leq p \leq \frac{q}{k}) \quad (0425)$$

$$y = C p h$$

Den omvendte transformation er:

$$C p^2 = \sqrt{x^2 + y^2} + x \quad (0426)$$

$$C h^2 = \sqrt{x^2 + y^2} - x$$

I (0425-26) er  $C$  en foreløbig ubestemt konstant.

Af (0425) ses let, at  $x$  og  $y$  er konjugerede, harmoniske funktioner af  $p$  og  $h$ . Heraf følger som bekendt, at  $p$  og  $h$  også er konjugerede, harmoniske funktioner af  $x$  og  $y$  (det kan også, omend mere besværligt, vises direkte); (0110) er altså

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	4	Strømning i dæmninger	78	17	23

opfyldt. Det ses også, at  $y = 0$  og  $x \leq 0$  for  $p = 0$ , samt  $y = 0$  og  $x \geq 0$  for  $h = 0$ ; disse strækninger af  $x$ -aksen repræsenterer åbenbart henholdsvis den nedre, impermeable grænse og tæppefilteret, og koordinatsystemets begyndelsespunkt  $O$  er filterpunktet.

For  $p = 1/C$  er  $y = h$ . Den hertil svarende strømlinie er altså det fri vandspejl  $BQ$ . Det fremgår umiddelbart af Fig. 4 I, at udtrykt ved hjælp af vandmængden  $q$  bliver

$$C = \frac{k}{q} \quad (0427)$$

For  $p = 1/C$  og  $h = 0$ , pkt.  $Q$  på Fig. 4 I, fås  $x = 1/2C$  og  $y = 0$ . I det længden  $OQ$  kaldes  $e$ , ses heraf, at udtrykt ved denne størrelse, som bestemmer parablens geometri, bliver:

$$C = \frac{1}{2e} \quad (0428)$$

(for  $x = 0$  er  $p = h$ ; indsættes under denne forudsætning  $p = h = 1/C$ , altså vandspejlets skæringspunkt med  $y$ -aksen, fås  $y = 1/C = 2e$ ).

Af (0427-28) følger, at man har:

$$q = 2k e \quad (0429)$$

hvilket giver sammenhængen mellem parablens geometri og den gennemstrømmede vandmængde. Af den øverste ligning (0426) fås vandspejlets ligning eksplicit ved indsættelse af  $p = 1/C = q/k$ :

$$y^2 = \frac{q}{k} \left( \frac{q}{k} - 2x \right) \quad \left[ = 4e (e - x) \right] \quad (0430)$$

Ved differentiation på begge sider af lighedstegnet med hensyn til  $x$  fås heraf:

$$2y \frac{dy}{dx} = - \frac{2q}{k}$$

eller:

$$q = -k y \frac{dy}{dx} \quad (0431)$$

jfr. (0402), der altså som nævnt er eksakt i dette tilfælde.





GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 4	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 19 23
---------------------------	-------------------	-------------------------------	------------	-------------------------

Hvis  $\omega < 180^\circ$ , findes  $e$  og  $q$  (samt eventuelt  $\bar{c}$ ) som ovenfor; de er altså uafhængige af  $\omega$ . Ved nedstrømsskråningen må vandspejlets beliggenhed blot korrigeres ved hjælp af en overgangskurve, Fig. 4 K, således at det står lodret i skæringspunktet ( $\omega \geq 90^\circ$ ) eller tangerer skråningen ( $60^\circ \leq \omega \leq 90^\circ$ ). Hvis den strækning, som parablen afskærer på skråningen, kaldes  $r$ , der ud fra parablens ligning i polære koordinater let kan vises at være:

$$r = \frac{2e}{1 - \cos \omega} \quad (0434)$$

så kan man erfaringsmæssigt finde det stykke,  $a$  (filterstrækningen), som det virkelige vandspejl afskærer, ved interpolation i nedenstående tabel:

$\omega =$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	
$a/r =$	0,68	0,74	0,81	0,91	1,00	(0435)

Metoden er anvendelig inden for det interval, der dækkes af tabellen ( $60^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ ). Bestemmelsen af den virkelige filterstrækning  $a$  synes mere nøjagtig end ved sinusmetoden i det område ( $60^\circ \leq \omega \leq 90^\circ$ ), hvor de to metoder overlapper. For store værdier af  $\omega_0$  kan der som nævnt i slutningen af afsn. 4.3 blive tale om en mindre korrektion af begyndelsepunktet  $P$ .

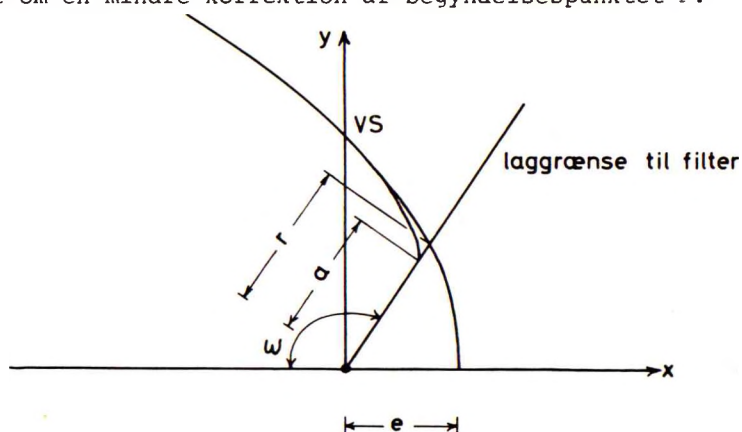


Fig. 4 K: Grænseparablen. Korrektion af vandspejl for  $\omega < 180^\circ$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Strømning i dæmninger	nr.
	4		78	20	23

#### 4.5 Anisotropi.

Korrektionen for transvers isotropi er beskrevet i afsn. 2.3, jfr. Fig. 2 F. Det skal i denne forbindelse blot bemærkes, at ved det i dette afsn. anvendte  $xy$ -koordinatsystem skal man naturligvis i (0212-14) overalt erstatte  $k_z$ ,  $z$  og  $z_1$  med henholdsvis  $k_y$ ,  $y$  og  $y_1$ , jfr. (0215).

Som nævnt i afsn. 2.3 bør man bemærke, at selv om geometrien for strømningsområdet ændres ved transformationen, jfr. Fig. 4 L, så er grænsebetingelsen for potentiallinien  $A_1 B_1$  naturligvis  $h =$  den virkelige vandspejlshøjde  $H$ , ikke den transformerede  $H_1 = H \sqrt{k_x/k_y}$ . Tilsvarende er grænsebetingelsen langs vandspejlet  $B_1 E_1$  og kildeskråningen  $E_1 F_1$   $h = y$  (som før), ikke  $h = y_1$ .

Den teoretiske løsning med konfokale parabler som potential- og strømmlinier gælder i det transformerede strømningsområde. Efter tilbagetransformation er kurverne stadig parabler, men de har ikke brændpunkt i  $O$ .

Dette får følgende konsekvenser for de i de foregående afsnit beskrevne metoder:

1. Ved anvendelse af Dupuits princip skal der i (0401) anvendes den virkelige, ikke den transformerede højde til vandspejlet. I (0402) skal imidlertid indsættes tværsnitshøjden

$$y_1 = y \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \quad (0436)$$

jfr. (0213), og desuden middelpermeabilitetskoefficienten:

$$k_1 = \sqrt{k_x k_y} \quad (0437)$$

jfr. (0214). Denne ligning bliver derfor:

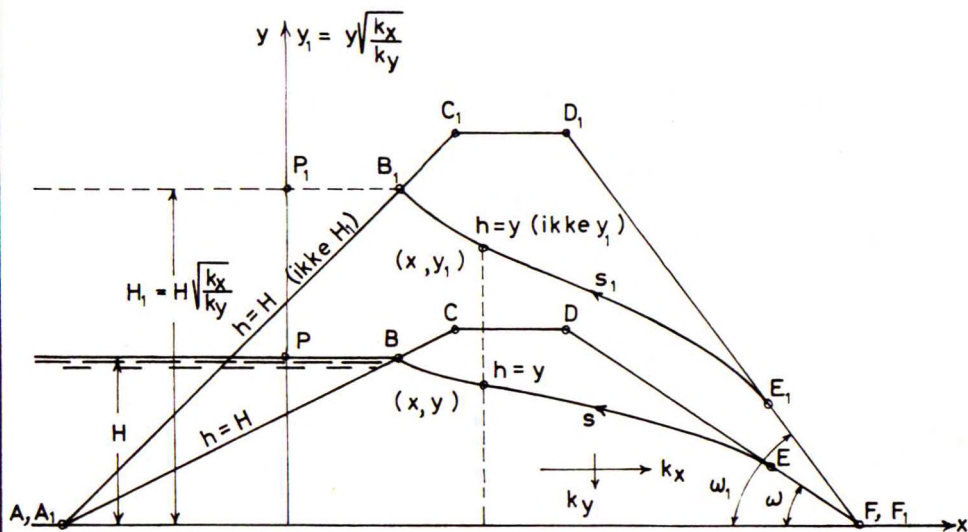


Fig. 4 L: Anisotrop jord. Transformation af  $xy$ -planen.

Strømnet  $A_1B_1E_1F_1$ :

Grænsebetingelser  $h = H$  langs  $A_1B_1$  og  $h = y$  langs  $B_1E_1F_1$ .

$$\begin{aligned}
 q &= k y_1 i = -\sqrt{k_x k_y} \cdot y \cdot \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \cdot \frac{dy}{dx} \\
 &= -k_x y \frac{dy}{dx}
 \end{aligned}
 \tag{0438}$$

Man har imidlertid også:

$$\begin{aligned}
 q &= -\sqrt{k_x k_y} \cdot y_1 \cdot \frac{dy_1}{dx} \cdot \frac{k_y}{k_x} \\
 &= -k_y y_1 \frac{dy_1}{dx}
 \end{aligned}
 \tag{0439}$$

Beregningen kan altså foretages nøjagtig som før enten i det virkelige dæmningstværsnit, idet der sættes  $k = k_x$ , eller i det transformerede tværsnit, idet der sættes  $k = k_y$ . (0411) giver åbenbart samme værdi af  $d$  i de to tilfælde, idet  $t$  er den samme, og der indsættes enten  $H$  og  $\tan \omega$  eller  $H_1$  og

$$\tan \omega_1 = \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \tan \omega \quad (0440)$$

(0405) giver også samme værdi i de to tilfælde, idet åbenbart  $k_x H^2 = k_y H_1^2$ . I (0404) kan på tilsvarende måde  $y$  og  $H$  erstattes med  $y_1$  og  $H_1$ . Det bemærkes dog, at en eventuel strømnetskonstruktion som nævnt må foretages i det transformerede tværsnit, samt at intervallet for metodens anvendelighed nu er  $0 \leq \omega_1 \leq 30^\circ$ .

2. Ved sinusmetoden må  $y$  i (0416) være den virkelige vandspejlshøjde, hvorimod  $s$  skal måles i det transformerede tværsnit (hvor den kaldes  $s_1$ ). I første ligning (0417) er igen både  $k$  og  $y$  transformerede værdier. Der fås altså:

$$q = \sqrt{k_x k_y} \cdot y_1 \cdot \frac{dy}{ds_1} = k_y y_1 \frac{dy_1}{ds_1} \quad (0441)$$

I dette tilfælde skal metoden som beskrevet i afsn. 4.3 altså anvendes i det transformerede tværsnit, idet  $k$  erstattes med  $k_y$ .  $H$  erstattes med  $H_1$  og  $\omega$  med  $\omega_1$ ,  $s_0$  er afstanden  $P_1 F_1$ , og den fundne  $a$  er  $E_1 F_1$ . Intervallet for metodens anvendelighed er som før ( $0 \leq \omega_1 \leq 90^\circ$  er det samme som  $0 \leq \omega \leq 90^\circ$ ).

3. Parabelkonstruktionen Fig. 4 I-K er eksakt i det transformerede tværsnit, men for vandspejlet  $BQ$  på Fig. 4 I ( $p = q/\sqrt{k_x k_y}$ ) er nu  $y_1 = h \sqrt{k_x/k_y}$ , hvorfor man i stedet for (0425) nederst finder:

$$c = \frac{\sqrt{k_x k_y}}{q} \frac{k_x}{k_y} = \frac{k_x}{q} \quad (0442)$$

For pkt.  $Q$  fås nu af den øverste ligning (0426) svarende til (0428-29):

$$e = \frac{1}{2} \frac{k_x}{q} \frac{q^2}{k_x k_y} = \frac{q}{2k_y} \quad (0443)$$

Beregningen bliver derfor som beskrevet i afsn. 4.4, idet  $k$  erstattes med  $k_y$ , og alle størrelser måles i

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 4	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 23   23
---------------------------	-------------------	-------------------------------	------------	---------------------------

det transformerede tværsnit. Intervallet for metodens anvendelighed er nu  $60^\circ \leq \omega_1 \leq 180^\circ$ .

Der er altså ingen væsentlige ændringer, idet man generelt kan bruge det transformerede tværsnit og i formlerne i afsn. 4.2 -4 erstatte  $k$  med  $k_y$ . Kun hvis der konstrueres strømnets, og vandmængden kontrolleres ved hjælp af (0118), skal  $k_1$  som angivet ved (0436) anvendes.

Det bemærkes dog, at transformationen fra  $\omega$  til  $\omega_1$  i praksis vil medføre, at anvendelsesområdet for Dupuits princip hyp-pigt er overskredet for normale skråningsanlæg.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Strømning gennem dæmning Anvendelse af Dupuits princip	UDG. 78	SIDE	
	4.1			nr.	af
				1	3

Der betragtes en jorddæmning som skitseret på Fig. 4 A, idet følgende størrelser antages givne:

Dæmningshøjde: 18 m  
 Vandspejlshøjde: 16 m  
 Kronebredde  $CD$ : 7 m  
 Skråningsanlæg: 1:2,5 på opstrømssiden  
 1:2 på nedstrømssiden

Jordfylden antages homogen og isotrop med permeabilitetskoeficienten  $k = 6 \cdot 10^{-7}$  m/sek. Der antages  $h_c = 0$  (uanset den angivne værdi af  $k$ ).

Af skråningsanlægget på nedstrømssiden findes

$$\tan \omega = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\omega = 26,6^\circ$$

hvorfor anvendelsen af Dupuits princip skulle give tilstrækkelig nøjagtighed. Der beregnes nu, jfr. Fig. 4 F samt nedenstående figur:

$$\text{Dæmnings totalbredde: } 2,5 \cdot 18 + 7 + 2 \cdot 18 = 88 \text{ m}$$

$$b = H \cot \omega_0 = 2,5 \cdot 16 = 40 \text{ m}$$

hvoraf findes

$$0,3 b = 12 \text{ m}$$

og

$$t = 88 - 0,7 b = 60 \text{ m}$$

Ifølge (0411-12) beregnes nu:

$$\frac{H}{t \tan \omega} = \frac{16 \cdot 2}{60} = 0,533$$

$$\sqrt{1 - 0,533^2} = \sqrt{1,533 \cdot 0,467} = 0,846$$

samt:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Strømning gennem dæmning Anvendelse af Dupuits princip	UDG.  78	SIDE	
	4.1			nr. af 2   3	

$$d = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 1,846 = 55,38 \text{ m}$$

$$e = 60 - 55,38 = 4,62 \text{ m}$$

$$x_E = 60 - 9,24 = 50,76 \text{ m}$$

$$y_E = 2 \cdot 4,62 \cdot 0,5 = 4,62 \text{ m}$$

Af (0405) fås:

$$q = \frac{6 \cdot 10^{-7}}{2} \cdot \frac{16^2}{55,38} = 13,87 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/\text{sek},\text{m}$$

$$= 4,99 \text{ l/h},\text{m}$$

Et vilkårligt antal parabelpunkter kan nu beregnes ved hjælp af (0404). Ved optegningen af strømnettet er valgt  $n_p = 16$ , hvortil åbenbart svarer  $\Delta h = 1 \text{ m}$ , jfr. (0414). Af (0415) findes:

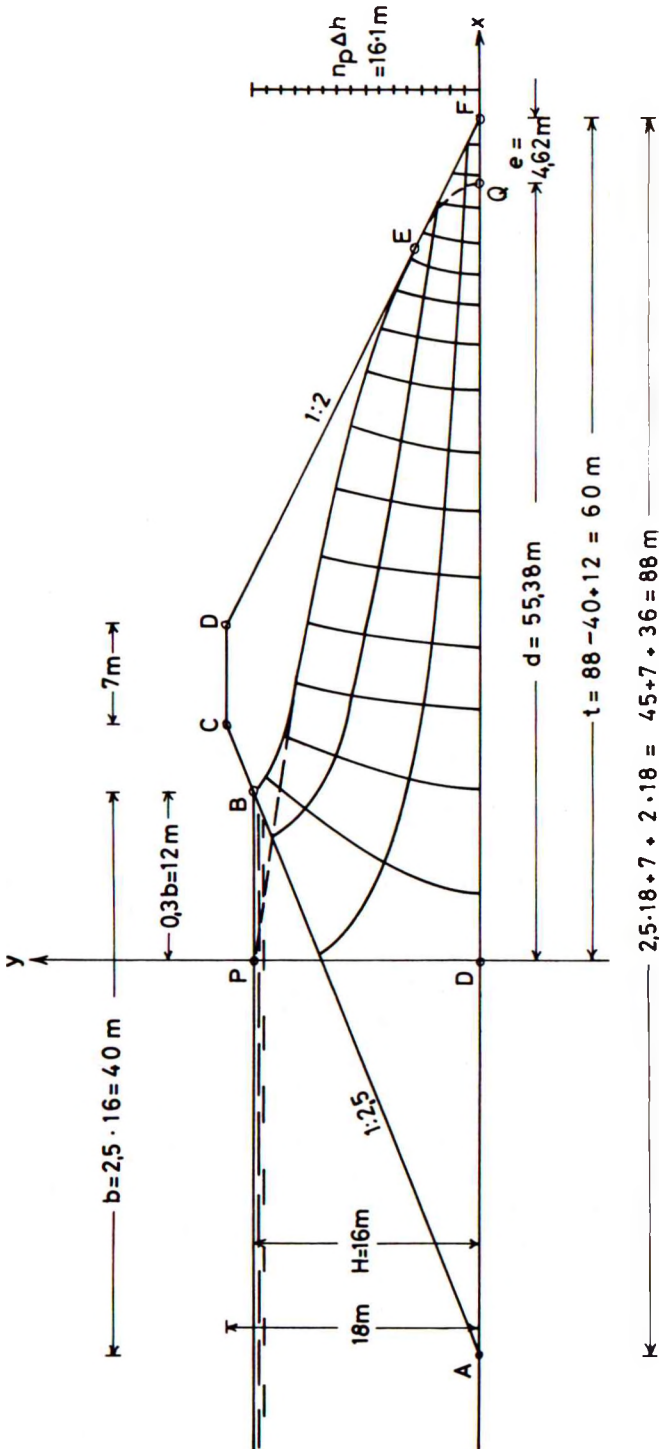
$$n_s = \frac{16}{2} \cdot \frac{16}{55,38} = 2,31$$

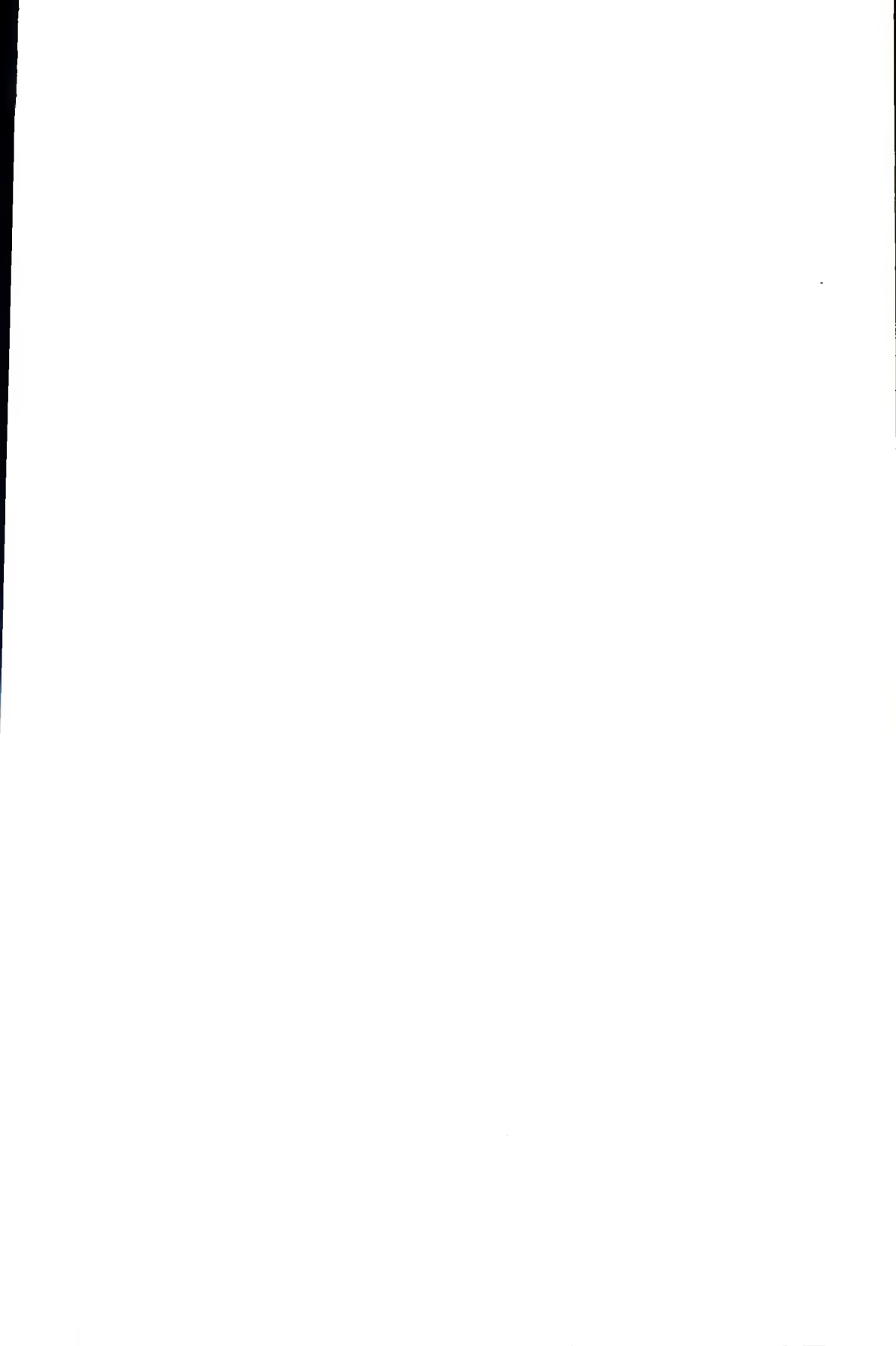
I øvrigt benyttes den i afsn. 4,2 beskrevne fremgangsmåde.

Vedrørende kildeskråningen  $EF$ 's lokalstabilitet henvises til Eks. 2.2, idet det bemærkes, at man ved pkt.  $E$  har strømning parallel med skråningen, og ved pkt.  $F$  vandret strømning ud ad skråningen. Det fremgår, at forholdene er farligst ved pkt.  $F$ , og at man her i ren friktionsjord,  $\bar{c} = 0$ , og under forudsætning af  $\gamma' \approx \gamma_w$  skal have en skråningshældning  $\beta$  (her lig med  $\omega$ ) som højst må være  $\bar{\varphi}/2$ . Selv for  $\bar{\varphi} = 40^\circ$  skal man altså have  $\omega < 20^\circ$ , d.v.s. et skråningsanlæg fladere end ca. 1:3, for at lokalstabiliteten er i orden (med en rimelig sikkerhed).

Det fremgår, at skråningen normalt må beskyttes f.eks. med et belastet filter, og det forklarer, hvorfor konstruktioner af typen Fig. 4 Dc-d kan være hensigtsmæssige.







Vedr. <sup>4)</sup>	Dupuits princip	Sinusmetoden
$\omega$	$0 < \omega \lesssim 30^\circ$	$30^\circ \lesssim \omega \lesssim 60^\circ$
$b$	$H \cot \omega_0$	$H \cot \omega_0$
$PB^{1)}$	$0.3b \left\{ \begin{array}{l} \omega_0 \lesssim 30^\circ \\ 0 \\ < 0 \end{array} \right\} \text{for } \omega_0 = 90^\circ - \text{Arsin } \frac{q}{kH}$	samme
$t$	$x$ -koordinat til pkt. $F^{2)}$	$x$ -koordinat til pkt. $F^{2)}$
$d$	$\frac{t}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{H}{t \operatorname{tg} \omega} \right)^2} \right)$	$\frac{t}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{H}{t} \right)^2} + \sqrt{1 - \left( \frac{H}{t \operatorname{tg} \omega} \right)^2} \right)$
$y$	$H \sqrt{1 - x/d}$	$H \sqrt{1 - x/d}$
$e$	$t - d$	$t - d$
$a$	$\frac{2e}{\cos \omega}$	$t \left( \sqrt{1 + \left( \frac{H}{t} \right)^2} - \sqrt{1 - \left( \frac{H}{t \operatorname{tg} \omega} \right)^2} \right)$
$q$	$\frac{1}{2} k H^2 / d$	$k a \sin^2 \omega$
$s_0$		$t \sqrt{1 + \left( \frac{H}{t} \right)^2}$

1) Der foreligger endnu ikke en eksakt metode til fastlæggelse af  $PB$ .  $PB$  er positiv for  $P$  på opstrømssiden af  $B$ .

2)  $F$  = kildekråningens fodpunkt, uanset dets beliggenhed, jfr. Fig. 4 D.

3)  $\omega$  i grader, tilnærmelse til (0434-35).

4) Symbolernes betydning fremgår af Fig. 4 D og 4 F.

TEKNIK OG FUNDERING II	Tillæg nr. 4.1	EMNE Strømning i dæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 1   1
------------------------	----------------------	-------------------------------	------------	-------------------------

Grænseparablen	
$60^\circ \lesssim \omega \leq 180^\circ$	$\omega$
$H \cot \omega_0$	$b$
samme	$PB^{1)}$
$x$ -koordinat til pkt. $F^{2)}$	$t$
$\frac{t}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{H}{t}\right)^2} \right)$	$d$
$H \sqrt{1 - x/d}$	$y$
$d - t$	$e$
$\frac{2e(8.3 \cdot 10^{-6} \omega^2 + 6.7 \cdot 10^{-4} \omega + 0.61)^{3)}$	$a$
$1 - \cos \omega$	
$2k e$	$q$
$t \sqrt{1 + \left(\frac{H}{t}\right)^2}$	$s_0$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 5			Tilstrømning til brønde	nr.
			78	1	15

### 5.1 Forudsætninger.

Tilstrømning til brønde er et eksempel på et strømningssproble, der ikke uden videre kan løses ved hjælp af teorien for plan strømning.

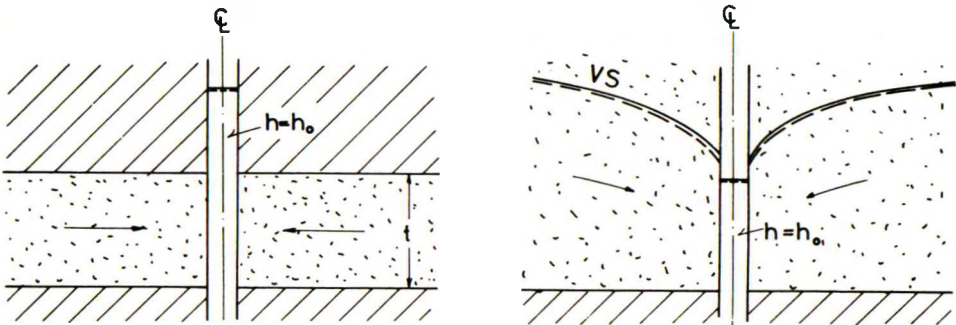


Fig.5 A: Tilstrømning til en lodret, cirkulærcylindrisk brønd.  
Aksialsymmetrisk strømningssproble.

Grundproblemet er skitseret på Fig.5 A: Der betragtes en lodret, cirkulærcylindrisk brønd, hvori vandspejlet, normalt ved pumpning, holdes i et konstant niveau. Der antages hydrostatisk trykfordeling i brønden (under dennes vandspejl); idet der indtil videre ses bort fra det såkaldte filtertab, svarende til Fig.2 D, jfr.nærmere afsn.6.5, indføres der altså en grænsebetingelse  $h = h_0$  langs en lodret cylinderflade til bestemmelse af strømmingen i det permeable jordlag, hvori brønden er nedført.

Denne strømning kan som vist på Fig.5 A enten være artesisk, d.v.s. foregå i et vandmættet jordlag af tykkelsen  $t$ , indsluttet mellem to relativt impermeable (vandrette) laggrænser, eller finde sted under et frit vandspejl. I det sidstnævnte tilfælde antages strømmingen, ligesom i afsn.4, at foregå over en vandret, impermeabel laggrænse.

I de to nævnte tilfælde er strømmingen aksialsymmetrisk. Dette er ikke tilfældet, hvis der samtidig foregår strømning til flere brønde. Under simplificerende forudsætninger kan man imidlertid også betragte strømmingen som plan, idet der nu projiceres på vandret. Sådanne strømningsproblemer kan derfor løses ved hjælp af strømnets (eller tilsvarende metoder baseret på konform afbildning). I det vigtige specialtilfælde, der bl.a. haves ved mange grundvandsækningsanlæg, hvor strømningstilstanden hovedsagelig er bestemt alene af brøndene, mens der kan ses bort fra indflydelsen af andre grænsebetingelser, er en simpel superposition af indflydelserne fra de enkelte brønde tilstrækkeligt nøjagtig.

I visse tilfælde er det nødvendigt at betragte mere generelle rumlige strømningstilstande. Et eksempel kunne f.eks. være strømmingen svarende til Fig. 3 D, men aksialsymmetrisk, altså ind i en cirkulær byggegrube. Der kendes ingen simple løsninger til sådanne problemer, hvorfor de ikke her vil blive nærmere omtalt.

5.2 Artesisk strømning.

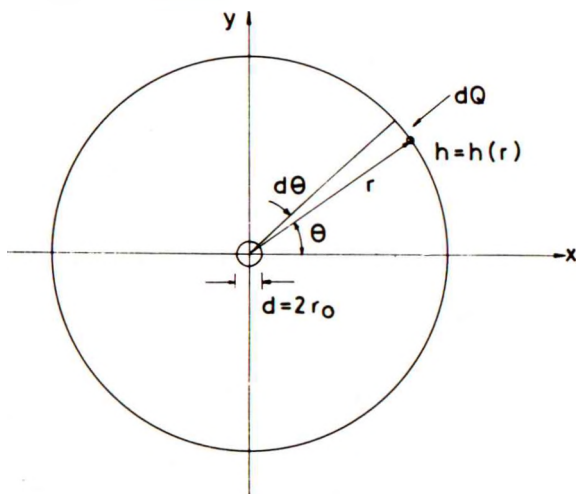


Fig. 5 B: Aksialsymmetrisk strømning i jordlag af tykkelsen  $t$  til brønd med radius  $r_0$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Tilstrømning til brønde	nr.
	5		78	3	15

En aksialsymmetrisk strømning som de på Fig. 5 A skitserede betragtes simplest i et cirkulærcylindrisk koordinatsystem:  $z$ ,  $r$ ,  $\theta$ , jfr. Fig. 5 B. I det specielle tilfælde, hvor strømningen som vist på Fig. 5 A a foregår vandret i et jordlag af begrænset tykkelse  $t$ , afhænger trykniveauet  $h$  hverken af den lodrette koordinat  $z$  eller af polvinklen  $\theta$ , men alene af radius vector  $r$ .

Langs hele periferien af den på Fig. 5 B viste cylinderflade med radius  $r$  er gradienten:

$$i_r = \frac{dh}{dr} \quad (0501)$$

vandret og rettet mod cylinderaksen. Med anvendelse af Darcys lov (0108) findes, at der gennem det viste fladeelement med højden  $t$  og bredden  $r d\theta$  pr. tidsenhed strømmer vandmængden:

$$dQ = k t r \frac{dh}{dr} d\theta \quad (0502)$$

Den samlede vandmængde, der pr. tidsenhed strømmer gennem hele cylinderfladen er derfor:

$$Q = 2\pi k t r \frac{dh}{dr} \quad (0503)$$

Ved stationær strømning må denne størrelse af kontinuitetsgrunde være den samme for alle værdier af  $r$ , d.v.s., at man har:

$$r \frac{dh}{dr} = \frac{Q}{2\pi k t} \quad (= \text{konstant}) \quad (0504)$$

Denne differentiaalligning har løsningen:

$$h = \frac{Q}{2\pi k t} \ln r + C \quad (0505)$$

hvor  $C$  er en integrationskonstant. Følgende bemærkes:

1. Løsningen (0505) kan ikke alene under de gjorte forudsætninger beskrive strømningen omkring en brønd: hvis  $Q > 0$  har man åbenbart  $h \rightarrow \infty$  for  $r \rightarrow \infty$ . Hvis man derfor



SLOTTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Tilstrømning til brønde	nr.
	5		78	4	15

installerer en brønd under de på Fig. 5 A a viste omstændigheder i et uendeligt udstrakt vandmættet jordlag, hvor det oprindelige trykniveau er  $h_u = h_0$ , så vil den eneste mulige løsning i den stationære tilstand efter afslutningen af en konsolideringsproces, være  $Q = 0$ ,  $h = h_0$  overalt i jordlaget.

2. Konsolideringsprocessen, som i øvrigt ikke skal behandles nærmere, vil i praksis spille en væsentlig rolle, fordi det betragtede jordlag har et uendeligt volumen: Selv under forudsætning af en meget stiv jordart vil den ikke alene tage uendelig lang tid, jfr. G 1 afsn. 8, den vil også først være afsluttet, når der er oppumpet en uendelig stor vandmængde fra brønden. Den ovenfor nævnte sluttetilstand vil derfor aldrig kunne opnås i praksis.
3. Hertil kommer, at intet jordlag i praksis har uendelig stor udstrækning. I en vis afstand, i middel  $r_a$ , fra brønden vil det reservoir befinde sig, som har frembragt, og trods pumpning fra brønden vil vedligeholde, det oprindelige trykniveau  $h_u$  (alternativt kan man betragte det cirkulære areal  $\pi r_a^2$  som så stort, at til- og frasivning af vand gennem de mindre permeable jordlag er i ligevægt med trykniveauet  $h_u$ , uanset at der fjernes vandmængden  $Q$  pr. tidsenhed fra brønden).

Ud fra disse betragtninger (og naturligvis verificeret ved observationer i praksis) benyttes løsningen (0505), idet man som grænsebetingelse indfører, at man i afstanden  $r = r_a$  (brøndens rækkevidde) har trykniveauet  $h = h_u$ . Herved findes:

$$h_u - h = \frac{Q}{2\pi k t} \ln \frac{r_a}{r} \quad (r_0 < r \leq r_a) \quad (0506)$$

På grund af logaritmefunktionens langsomme variation har selv en procentisk stor fejl i bestemmelsen af  $r_a$  kun en ringe indflydelse på trykniveaufordelingen inden for en rimelig afstand af brønden.

I praksis benyttes (0506) til bestemmelse i marken af permeabilitetskoefficienten  $k$  (eller, ved lagdelt jord, af middelværdien af produktet  $kt$ , som er den størrelse, man har brug for) ved hjælp af en prøvepumpning fra en brønd: Efter etablering af dels selve pumpebrønden (radius  $r_0$ ), dels et antal filterbrønde i afstandene f.eks.  $r = 0,5, 2, 10$  og  $50$  m, udføres forsøget ved, at der over en periode oppumpes en kendt, konstant vandmængde  $Q$  pr. tidsenhed fra brønden. Trykniveauerne  $h_0$  i brønden samt  $h(r)$  for filterbrøndene observeres som funktion af tiden (disse størrelser er som flere gange tidligere nævnt simpelthen koterne til vandspejlene i brøndene). Når en stationær tilstand ses at være opnået, kan resultatet optegnes som skitseret på Fig. 5 C, hvor de indmålte punkter er markeret ved cirkler. Det bemærkes, at der ifølge (0506) benyttes en logaritmisk målestok for afstanden  $r$  fra pumpebrøndens akse.

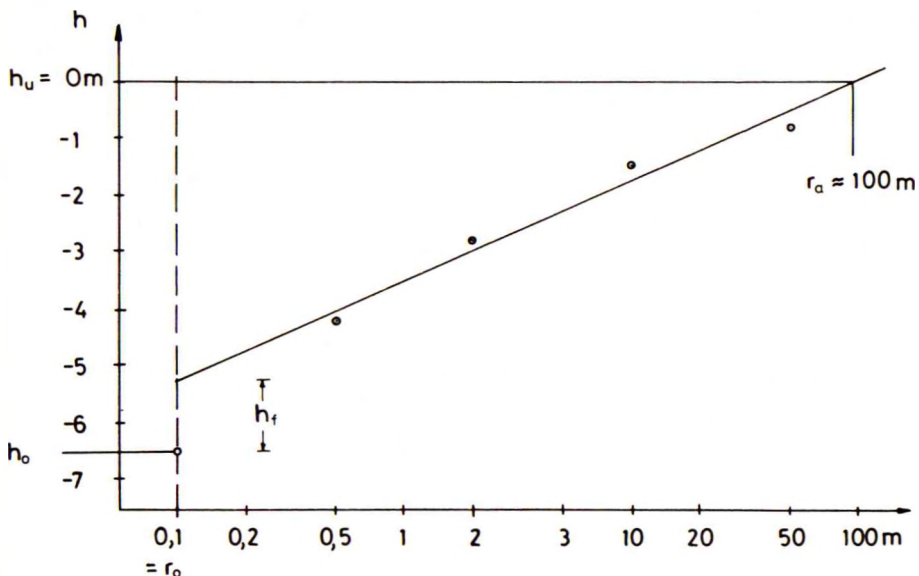


Fig. 5 C: Resultat af en prøvepumpning.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Tilstrømning til brønde	nr.
	5		78	6	15

Af figuren fremgår det, hvorledes man under forudsætning af (0506) kan indlægge den rette linie, der bedst muligt beskriver forsøgsresultaterne, f.eks. ved hjælp af mindste kvadraters metode (lineær regression). Liniens hældning bestemmer størrelsen  $Q/2\pi k t$  (hvis tilvæksten i  $h$  pr. dekade af  $r$  måles på figuren, bør man erindre sig faktoren 2,3 mellem titals- og naturlige logaritmer), og dens skæringspunkt med linien  $h = h_u$  (bestemt ved vandspejlsobservationer før pumpeforsøget og kontrolleret under forsøget ved pejling i fjernereliggende brønde) bestemmer rækkevidden  $r_a$ . Det bemærkes, at linien i praksis normalt ikke vil skære brøndsiden  $r = r_0$  i højden  $h = h_0$ . Differensen  $h_f$  kaldes filtertabet. Det bliver omtalt nærmere i afsn. 6.5.

Strømningsproblemet på Fig. 5 A a er et specialtilfælde af vandret strømning i vandmættede permeable jordlag af tykkelsen  $t$  indesluttet mellem to impermeable laggrænser. Det kan let vises, at en sådan strømning beskrevet i forhold til det på Fig. 5 B viste vandrette  $xy$ -koordinatsystem styres af differentiaalligningen:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (0507)$$

hvor  $h$  betegner trykniveauet (konstant) langs det lodrette linie-stykke mellem de to laggrænser, som skærer den vandrette plan i punktet  $(x, y)$ .

Der kan altså anvendes et strømnet, jfr. Fig. 1 C, nu blot naturligvis optegnet i  $xy$ -planen. Idet der defineres den konjurerede  $p$ -funktion svarende til (0112):

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (0508)$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

er potentiallinierne og strømmlinierne niveaukurver til henholdsvis  $h$ - og  $p$ -funktionen. Idet der som sædvanligt anvendes længdebrede forholdet 1 i strømnettets masker, bliver ækvidistancen:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 5	EMNE Tilstrømning til brønde	UDG. 78	SIDE nr. af 7 15
---------------------------	-------------------	------------------------------------	------------	------------------------

$$\Delta h = \Delta p = \frac{\Delta Q}{k\tau} \quad (0509)$$

hvor  $\Delta Q$  ( $m^3/sek$ ) er vandmængden pr. strømrør.

Løsningen (0505) findes simplest ved at omskrive (0507) til de på Fig. 5 B viste polære koordinater  $r, \theta$ . Som angivet i talrige matematiske lærebøger og opslagsværker finder man:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0 \quad (0510)$$

hvilket kan omskrives til:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial (\ln r)^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0 \quad (0511)$$

altså på nøjagtig samme form som (0507), idet de uafhængigt variable nu blot er  $\ln r$  og  $\theta$  i stedet for  $x$  og  $y$ . Den samme substitution kan åbenbart foretages i (0508).

Det ses nu, at hvis  $h$  ikke afhænger af  $\theta$  (det aksialsymmetriske tilfælde), så er en løsning til (0511):

$$h = C_1 \ln r + C_2 \quad (0512)$$

Af ligningen svarende til den øverste ligning (0508) fås, jfr. (0509):

$$C_1 = \frac{\partial h}{\partial \ln r} = \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{1}{k\tau} \frac{\partial Q}{\partial \theta} \quad (0513)$$

$\partial Q / \partial \theta$  er altså konstant, og hvis  $Q$  er den samlede vandmængde, der strømmer til brønden gennem vinkelintervallet  $0 \leq \theta < 2\pi$ , så er åbenbart  $\partial Q / \partial \theta = Q / 2\pi$ . Herved fås løsningen (0505) ud fra (0512-13).

Samtidig tilstrømning til flere brønde kan løses ved hjælp af (0507), idet der optegnes et strømnet. Hvis brønddiametrene  $2r_0$  imidlertid som skitseret på Fig. 5 D er små i forhold til af-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 5			Tilstrømning til brønde	nr. 78

standene mellem brøndene, kan tilstrækkelig nøjagtighed opnås ved simpel superposition af løsningerne (0505) for tilstrømningen til de enkelte brønde. Med betegnelserne på Fig. 5 D har man svarende til (0506) for trykniveauet  $h_P$  i et vilkårligt punkt  $P$ :

$$h_u - h_P = \sum \frac{Q_i}{2\pi k t} \ln \frac{r_a}{r_i} \quad (0514)$$

hvor  $Q_i$  er den vandmængde, der pr. tidsenhed oppumpes fra brønd nr.  $i$ , og  $r_i$  er afstanden fra denne brønd til det betragtede punkt  $P$ .

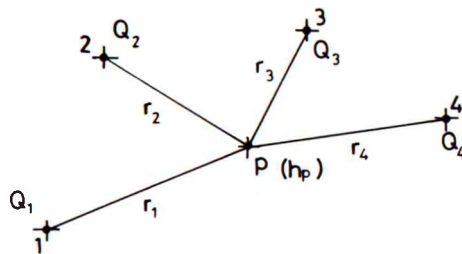


Fig. 5 D: Samtidig tilstrømning til flere brønde.  
Trykniveau  $h_P$  i et punkt  $P$ .  
Afstand  $r_i$  til brønd nr.  $i$ ,  
hvorfra der oppumpes vandmængden  $Q_i$ .

Det samme princip kan bruges bl. a. til løsningen af den på Fig. 5 E viste opgave, hvor en brønd er placeret i afstanden  $a$  ( $\gg r_0$ ) fra en retliniet grænse, langs hvilken trykniveauet  $h = h_u$  i det permeable lag er givet (laget kunne her f. eks. være i kontakt med et vandområde med frit vandspejl.

På Fig. 5 E er  $xy$ -koordinatsystemet indlagt således, at den kendte grænse er ordinataksen  $x = 0$ , mens brøndens position svarer til koordinaterne  $(a, 0)$ . Det er nu klart, at man ville have  $h = 0$  langs ordinataksen, hvis jordlaget strakte sig over hele  $xy$ -planen, og der i punktet  $(-a, 0)$  var placeret en brønd, hvorfra der blev oppumpet vandmængden  $-Q$  (d. v. s., vandmængden  $Q$  blev

GEOTEKNIK OG FUNDIERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 5			Tilstrømning til brønde	nr. 9

pr. tidsenhed pumpet ned i brønden).

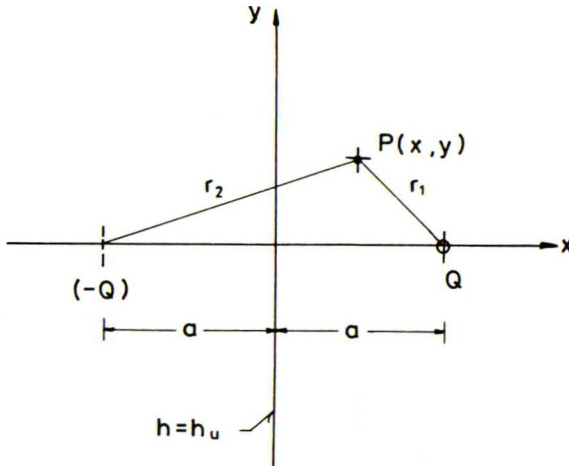


Fig. 5 E: Brønd nær retliniet grænse med  $h = h_u$ .  
Anvendelse af spejlingsprincip og superposition.

Det kan heraf udledes, at ud fra (0514) og med anvendelse af de på Fig. 5 E viste betegnelser for et vilkårligt punkt P har:

$$\begin{aligned}
 h_p &= h_u + \frac{Q}{2\pi k t} \ln \frac{r_1}{r_2} \\
 &= h_u - \frac{Q}{4\pi k t} \ln \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2} \quad (0515)
 \end{aligned}$$

### 5.3 Strømning med frit vandspejl.

For strømninger med frit vandspejl, Fig. 5 Ab, kendes ikke i det generelle eller blot det aksialsymmetriske tilfælde eksakte løsninger svarende til f.eks. Fig. 4 I og (0425-26). Derimod kan Dupuits princip, Fig. 4 E og (0401), modificeres således, at det kan benyttes til at udlede tilnærmede løsninger.

Idet udgangspunktet for trykniveauet  $h$  for simpelheds skyld antages beliggende i den impermeable laggrænse, således at vand-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 5			Tilstrømning til brønde	nr.
			78	10	15

spejlets højde over denne grænse i ethvert punkt er lig med  $h$ , finder man for strømmingen til en enkelt brønd, jfr. Fig. 5 B og (0501-03), hvor  $t$  åbenbart skal erstattes med  $h$ :

$$\begin{aligned}
 Q &= 2\pi k r h \frac{\partial h}{\partial r} \\
 &= \pi k r \frac{\partial (h^2)}{\partial r} \qquad (0516)
 \end{aligned}$$

Af kontinuitetsgrunde er denne størrelse konstant, uafhængig af  $r$ , hvorfor man svarende til (0505) finder:

$$h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln r + C \qquad (0517)$$

Der kan nu gøres nøjagtig de samme betragtninger som i det foregående afsnit. For opnåelsen af den under de gjorte forudsætninger egentlige stationære sluttetilstand skal der fjernes en uendelig vandmængde, svarende til at jorden mellem begyndelsesvandspejlet  $h = h_u$  og slutvandspejlet  $h = h_0$  skal ændres fra at være helt vandmættet til at være tør (eller i hvert fald naturfugtig). Som konklusion finder man, at der som grænsebetingelse kan indføres, at man i afstanden  $r = r_a$  (brøndens rækkevidde) har  $h = h_u$ . Svarende til (0506) finder man derfor i dette tilfælde:

$$h_u^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_a}{r} \qquad (r_0 < r \leq r_a) \qquad (0518)$$

Størrelserne  $Q/\pi k$ ,  $r_a$  og  $h_f$  kan for en given brønd bestemmes ved hjælp af et pumpeforsøg fuldstændig som beskrevet i det foregående afsnit. Til bearbejdelse af forsøgsresultaterne benyttes en afbildning svarende til Fig. 5 C, idet der blot som ordinator benyttes  $h^2$  i stedet for  $h$ .

Da der ved sænkning af et frit vandspejl skal fjernes væsentlig større vandmængder end ved en tilsvarende sænkning af trykniveauet i et jordlag, der forbliver vandmættet, vil man under i øvrigt sammenlignelige omstændigheder (samme værdi af  $k$  og i hovedtræk samme geometriske størrelsesforhold) finde væsentligt mindre rækkevidde og også langsommere opnåelse af en statio-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Tilstrømning til brønde	nr.
	5		78	11	15

nær tilstand ved strømning med frit vandspejl, Fig. 5 Ab, end ved artesisk strømning, Fig. 5 Aa.

Ved generalisering af Dupuits princip, således at det kan anvendes på en vilkårlig strømning med frit vandspejl over en vandret, impermeabel laggrænse, findes svarende til (0507):

$$\frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial y^2} = 0 \quad (0519)$$

Sådanne problemer kan altså også løses ved hjælp af strømnet. Det bemærkes, at potentiallinierne nu er niveaukurver for  $h^2$ . Strømlinierne kan opfattes som niveaukurver for en  $p$ -funktion, der er konjugeret til funktionen  $h^2$ . Ækvidistancen i strømnetets masker er:

$$\Delta h^2 = \Delta p = \frac{2\Delta Q}{k} \quad (0520)$$

De specielle anvendelser og eksempler i det foregående afsnit kan herefter overføres uændret, idet man i alle formler erstatter  $h$  med  $h^2$  og størrelsen  $t$  med talfaktoren  $1/2$ . For samtidig tilstrømning til flere brønde, Fig. 5 D, finder man således i dette tilfælde, svarende til (0514):

$$h_u^2 - h_p^2 = \sum \frac{Q_i}{\pi k} \ln \frac{r_a}{r_i} \quad (0521)$$

og for det på Fig. 5 E viste strømningssystem bliver løsningen svarende til (0515):

$$\begin{aligned} h_p^2 &= h_u^2 + \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_1}{r_2} \\ &= h_u^2 - \frac{Q}{2\pi k} \ln \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2} \end{aligned} \quad (0522)$$

#### 5.4 Andre rumlige strømningssystemer.

Det bemærkes først, at en løsning til det i afsn. 5.2 omhandlede strømningssystem: vandret strømning i et permeabelt jordlag af begrænset tykkelse, uden videre kan anvendes til der-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 5	EMNE Tilstrømning til brønde	UDG. 78	SIDE nr. af 12   15
---------------------------	-------------------	------------------------------------	------------	---------------------------

efter at løse det strømningsproblem i det ovenliggende mindre permeable lag, som i G 1 afsn. 6 blev behandlet ud fra teorien om lodret parallelstrømning, jfr. Fig. 5 F, der kan sammenlignes med G 1 Fig. 6 A.

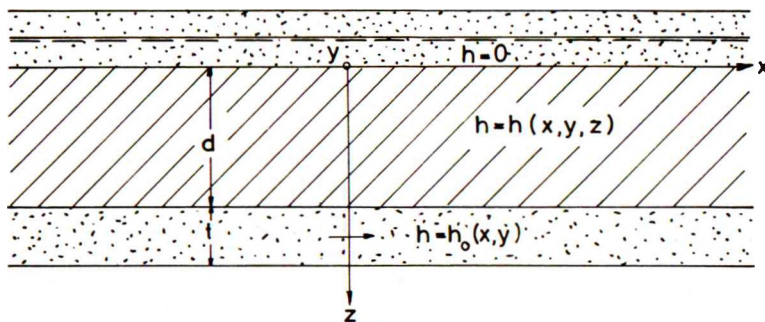


Fig. 5 F: Vandret strømning i permeabelt jordlag kombineret med strømning i ovenliggende, mindre permeabelt jordlag.

Dette beror på følgende: Ifølge afsn. 2, jfr. Fig. 2 Ga, kan man ved tilstrækkeligt stor forskel i permeabilitetskoefficienterne først løse strømningsproblemet i det mest permeable lag, og derefter benytte de herved fundne  $h$ -værdier langs laggrænserne for det mindre permeable lag som givne grænseværdier for strømningsproblemet i dette lag.

Under de på Fig. 5 F viste omstændigheder har man en generelt rumlig strømning i laget  $0 \leq z \leq d$ . Trykniveaueet  $h$  i dette lag skal derfor findes ved løsning af differentialligningen i alle tre uafhængige variable:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (0523)$$

Det antages nu, at grænsebetingelserne er  $h = 0$  langs grænsen  $z = 0$ , og  $h = h_0(x, y)$  langs grænsen  $z = d$ , idet  $h_0$ -funktionen er

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Tilstrømning til brønde	nr.
	5		78	13	15

fundet ved løsning af strømningsproblemet i det permeable lag. Den opfylder altså differentilligningen (0507). Heraf følger imidlertid, at trykniveaufordelingen

$$h(x, y, z) = \frac{z}{d} h_0(x, y) \quad (0524)$$

opfylder (0523). For så vidt angår  $h$ 's variation med  $z$  (for fastholdt  $x$  og  $y$ , altså langs en lodret linie) er dette fuldstændig ækvivalent med en lodret parallelstrømning. Følgende bemærkes:

1. Princippet er også korrekt, selv om jordlaget mellem  $z = 0$  og  $z = d$  er anisotrop, således at  $k_x = k_y = k_r$  og  $k_z$  er funktioner af  $z$  (men ikke af  $x$  og  $y$ ). Af ligningen svarende til (0109) kan udledes, at der i stedet for (0523) i så fald gælder:

$$k_r \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (0525)$$

Forudsat at  $h_0$  opfylder (0507), vil løsningen:

$$h = h_z(z) \cdot h_0(x, y) \quad (0526)$$

opfylde (0525), såfremt

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial h_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (0527)$$

Det er imidlertid netop den ligning, der benyttes til løsning af generelle problemer i lodret parallelstrømning, jfr. G1 (0603-04) samt (0606).

2. Den strømning, der beskrives ved (0524) eller - mere generelt - (0526-27), er strengt taget ikke en lodret parallelstrømning, selv om den så at sige på alle væsentlige punkter ser sådan ud (i ethvert punkt samme værdi af  $h$ ,  $i_z$ ,  $v_z$ ,  $j_z$  etc.). Dette skyldes, at der

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 5	EMNE Tilstrømning til brønde	UDG.	SIDE	
			78	nr. af	af
				14	15

udover de lodrette gradienter også findes vandrette gradienter:

$$i_x = - \frac{\partial h}{\partial x} = - h_z \frac{\partial h_0}{\partial x} \quad (0528)$$

$$i_y = - \frac{\partial h}{\partial y} = - h_z \frac{\partial h_0}{\partial y}$$

i det mindre permeable lag. Disse gradienter spiller ingen væsentlig rolle i problemet på Fig. 5 F; de vil således ikke have nogen indflydelse på, om der foreligger hævningsrisiko eller ej, G 1 (0620).

3. Forudsætningen for (0526-27) er derimod ikke opfyldt, hvis der i det mindre permeable lag er nedrammet lodrette, tætte vægge, jfr. f.eks. figuren i G 1 Eks. 6.1 (medmindre strømmingen i det permeable jordlag foregår parallelt med sådanne vægge). Langs en tæt væg har man naturligvis den grænsebetingelse, at gradientens projektion  $i_n$  på normalretningen (vandret) skal være nul, hvorfor (0528) normalt ikke kan være opfyldt. Dette spiller ikke nogen væsentlig rolle i praksis, hvis  $i_n$  er lille i forhold til  $i_z$  (f.eks. 1/10 eller mindre). Nu er det imidlertid forudsat, at man i det mere permeable lag har vandrette filterhastigheder:

$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$= k_0 \sqrt{\left(\frac{\partial h_0}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_0}{\partial y}\right)^2} = k_0 i_0 \quad (0529)$$

hvor  $k_0$  er permeabilitetskoefficienten i dette lag, som er store i forhold til  $v_z$ . Forudsætningen for at kunne anvende den i G 1 afsn. 6 beskrevne teori for lodret parallelstrømning kan altså nærmere konkretiseres til følgende: (i omegnen af de betragtede vægge):

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 5			Tilstrømning til brønde	nr.
			78	15	15

$$k_z i_z \ll k_0 i_0$$

samtidig med at

(0530)

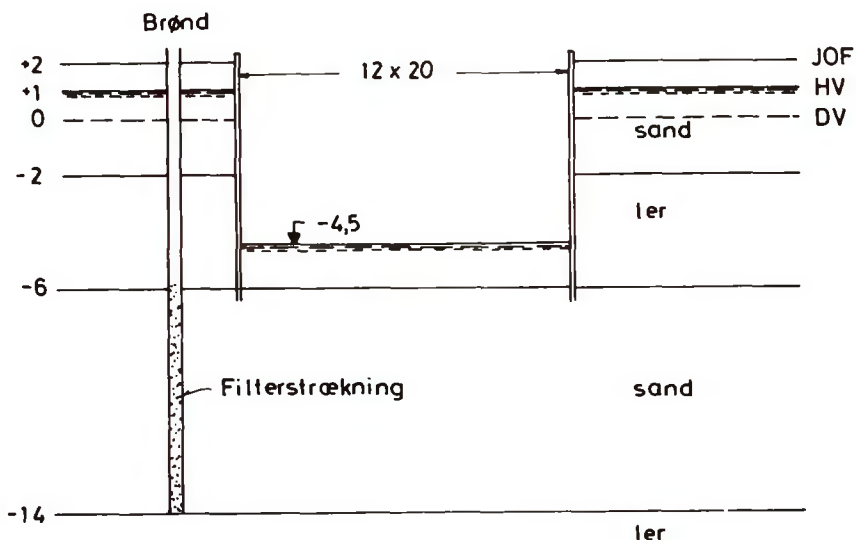
$$i_z \gg i_0$$

Dette vil normalt være opfyldt i praksis, medmindre  $t$  er meget lille i forhold til  $d$ , jfr. bl. a. (0509), idet man jo under de givne forudsætninger har  $k_z \ll k_0$ .

For mere generelle rumlige strømningsproblemer kan der kun i specialtilfælde angives simple grafiske eller analytiske løsningsmetoder. Eksempler herpå er tilstrømning til et kugleformet hulrum i det indre af en jordmasse samt tilstrømning fra et permeabelt halvrum til et cirkulært (eventuelt elliptisk) hul i en plan og i øvrigt impermeabel laggrænse. Sådanne løsninger kan eventuelt benyttes som grundlag for tilnærmelsesløsninger til mere realistiske strømningsproblemer, f. eks. tilstrømning til en cirkulær eller rektangulær byggegrube. Som hovedregel er man imidlertid henvist til numeriske metoder, f. eks. finit differens eller finit element metoden. Der findes nu talrige rutineprogrammer til anvendelse af sådanne metoder ved hjælp af EDB.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 5.1	EMNE Grundvandsenkning	UDG. 78	SIDE nr. af 1 4
---------------------------	--------------------	---------------------------	------------	-----------------------

+ bilag A



På et havneområde er fundet de på figuren viste jordbundsforhold:

Fra kote +2 til -2: Indpumpet sand

" " -2 " -6: Senglacialt, ret fedt ler,  
 $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$

" " -6 " -14: Diluvialsand

Under " -14 : Moræneler.

Grundvandspejlet ligger i kote 0; men ved højvande i havnen kan trykniveauet i diluvialsandet hæves, således at det svarer til et vandspejl i kote +1.

På området skal der inden for en byggegrube på 12x20 m udgraves tørt til kote -4,5. Byggegruben er indfattet af en afstivet spunsvæg, som rammes et stykke ned i diluvialsandet.

Under de angivne forhold er byggegrubens bund åbenbart usta-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Grundvandsenkning	UDG. 78	SIDE	
	5.1			nr. af	2

+ bilag A

bil. I et vandret snit under bunden i kote -6 har man:

$$\sigma = 19 \cdot 1,5 = 28,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\langle u = 10 \cdot 7,0 = 70 \quad "$$

Der planlægges derfor udført en grundvandsenkning i diluvial-sandet.

På et tidspunkt, hvor vandspejlet stod i kote 0, er der foretaget prøvepumpninger på en 12" brønd med dobbelt gruskastningsfilter i hele diluvialsandlagets højde (forseglet fra vandet i det øvre sandlag). Ved pejlinger i tre pejlebrønde i afstandene henholdsvis 1,0, 6,0 og 30,0 m fra pumpebrønden, samt i denne selv, er der for pumpeydelse  $Q$  på henholdsvis 45 og 28 m<sup>3</sup>/h fundet følgende vandspejlssænkninger ( $\Delta h$ , under kote 0) i pumpebrønden og i pejlebrøndene (pumpebrøndens diameter  $2r_0 = 12" \approx 30 \text{ cm}$ , d.v.s.  $r_0 \approx 0,15 \text{ m}$ ):

$\Delta h$ (m) for:	$r \leq 0,15 \text{ m}$	$r = 1,0 \text{ m}$	$r = 6,0 \text{ m}$	$r = 30,0 \text{ m}$
$Q = 45 \text{ m}^3/\text{h}$	4,40	2,75	1,70	0,95
$Q = 28 \text{ m}^3/\text{h}$	2,60	1,75	1,05	0,60

Herudfra bestemmes grundvandsenkningens rækkevidde  $r_a$ , pumpebrøndens filtertab  $h_f$  (som funktion af den oppumpede vandmængde) og diluvialsandets permeabilitetskoefficient  $k$  (for vandret strømning):

Afsættes de målte vandspejlssænkninger i den på bilag A viste logaritmiske afbildning, kan der indlægges de viste to aproksimerende rette linier.

De rette linier skærer begge det oprindelige vandspejl i afstanden

$$r_a \approx 170 \text{ m (rækkevidden)}$$

fra pumpebrønden. De skærer den til pumpebrøndens radius,  $r_0 = 0,15 \text{ m}$ , svarende lodrette linie (brøndensiden) i de angivne niveauer, henholdsvis



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 5.1	EMNE Grundvandsenkning	UDG. 78	SIDE nr. af 3 4
---------------------------	--------------------	---------------------------	------------	-----------------------

+ bilag A

$$h_p = 0,70 \text{ m for } Q = 45 \text{ m}^3/\text{h}$$

og

$$h_p = 0,30 \text{ m for } Q = 28 \text{ m}^3/\text{h}$$

over de tilsvarende vandspejl i brønden. Hvis filtertabet  $h_f$  udtrykkes empirisk på formen:

$$h_f = a Q + b Q^2$$

fås for denne brønd:

$$0,7 = a \cdot 45 + b \cdot 45^2$$

$$0,3 = a \cdot 28 + b \cdot 28^2$$

Ved løsning af disse to ligninger findes:

$$a = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ h/m}^2$$

og

$$b = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ h}^2/\text{m}^5$$

$k$  findes ved indsættelse i (0506), idet der indsættes de sammenhørende værdier:  $r_0 = 0,15 \text{ m}$  og  $h_u - h = 2,30 \text{ m}$  og  $3,70 \text{ m}$  for henholdsvis  $Q = 28 \text{ m}^3/\text{h}$  og  $45 \text{ m}^3/\text{h}$ . Desuden indsættes  $t = 8 \text{ m}$  og  $r_a = 170 \text{ m}$ . Der findes:

$$k = \frac{Q}{2\pi t \Delta h} \ln \frac{r_a}{r_0}$$

$$= \frac{28}{2\pi \cdot 8 \cdot 2,3} \ln \frac{170}{0,15} = \frac{28}{2\pi \cdot 8 \cdot 2,3} \cdot 7,03 = 1,70 \text{ m/h}$$

for  $Q = 28 \text{ m}^3/\text{h}$  og

$$k = \frac{45}{2\pi \cdot 8 \cdot 3,7} \cdot 7,03 = 1,70 \text{ m/h}$$

Pumpeforsøgets resultater er altså konsistente for de to forskellige pumpeydeler. Udtrykt i m/sek er

$$k = \frac{1,70}{3600} = 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ m/sek.}$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 5.1	EMNE Grundvandsenkning	UDG. 78	SIDE nr. af 4   4
---------------------------	--------------------	---------------------------	------------	-------------------------

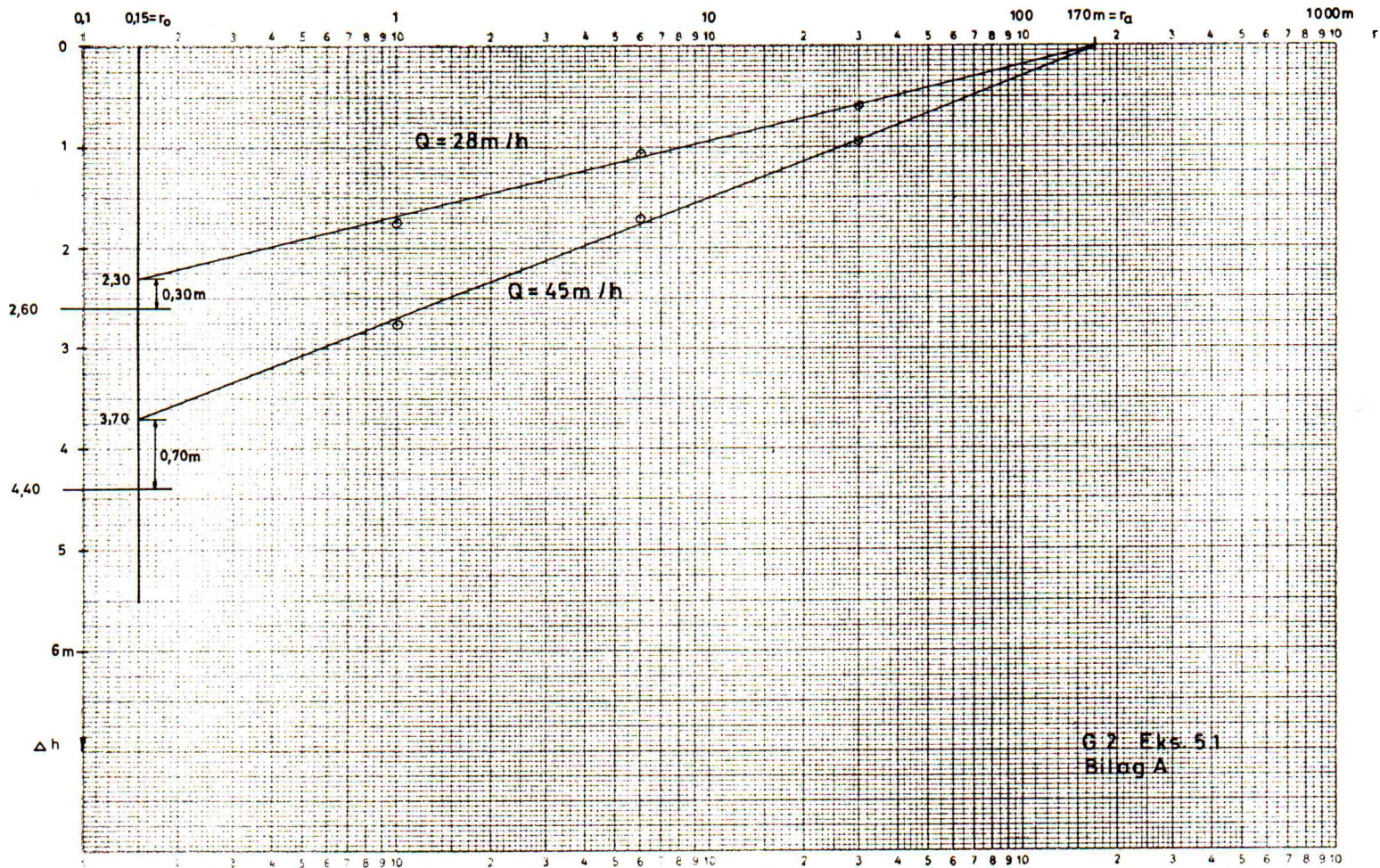
+ bilag A

Til anvendelse i praksis, hvor pumpeydelse ønskes beregnet i m<sup>3</sup>/h, er  $k$ -værdien i m/h naturligvis den mest hensigtsmæssige.

Det bemærkes, at man til de videre beregninger ikke specielt har brug for selve  $k$ -værdien, men snarere størrelsen:

$$\begin{aligned}
 2\pi k t &= \frac{Q}{\Delta h} \ln \frac{r_a}{r_0} \\
 &= \frac{45}{3,7} \cdot 7,03 = 85,5 \text{ m}^2/\text{h}
 \end{aligned}$$

Denne størrelse ("transmissibiliteten") kan siges at beskrive sandlagets gennemstrømmelighed i vandret retning.



Ordinat 160 mm - Abscisse 4 dekader a 62,5 mm.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 6	EMNE Tørholdelse. Dræning. Grundvandsenkning.	UDG. 78	SIDE nr. af 1 10
---------------------------	-------------------	---	------------	------------------------

### 6.1 Oversigt.

I G 1 afsn. 25.1 er omtalt nogle konstruktive foranstaltninger, som er nødvendige for at undgå fugtskader på bygninger som følge af grundvand og overfladevand. Princippet er her, at man ved en hensigtsmæssigt udformet dræning kan undgå direkte vandtryk på konstruktionen (men ikke altid en hævningsrisiko, der jo kunne hidrøre fra et højt porevandtryk i et dybere liggende jordlag). Under et permanent GVS er denne løsning normalt ikke acceptabel, fordi den medfører en permanent grundvandsenkning. Her må man i stedet udforme konstruktionen med vandtætte gulve og vægge. Man undgår herved til stadighed at skulle bortpumpe de ofte ganske store vandmængder, som ville strømme til et drænsystem, men må til gengæld dimensionere gulve og vægge for fuldt hydrostatisk vandtryk.

Lignende problemer findes ved en lang række andre konstruktionstyper. I dette afsnit behandles i første række udgravninger som f. eks. byggegruber, hvor der meget ofte, i virkeligheden som hovedregel, skal tages stilling til, hvorledes et optrædende grundvandsproblem mest hensigtsmæssigt og økonomisk løses under de givne forhold.

En første og grundlæggende forudsætning for at kunne løse et grundvandsproblem hensigtsmæssigt er naturligvis, at problemet erkendes, samt at man er i besiddelse af alle nødvendige oplysninger, jfr. G 1 afsn. 18.1 samt 20.5. Der er i tidens løb konstateret et urimeligt stort antal skader, især i forbindelse med byggegruber, hvis årsag direkte kan henføres til, at grundvandsforholdene på stedet enten slet ikke eller højst ufuldstændigt er blevet belyst (man har ved projekteringen enten overhovedet ikke tænkt på grundvandsproblemet, eller også har man - ofte ubevidst - indført bekvemme, men ubegrundede og fejlagtige antagelser).

Som hovedprincip for løsningen af de her betragtede grundvandsproblemer gælder i store træk det samme som for permanente bygninger: Man må (hvis denne løsning overhovedet er mulig) enten aflaste porevandtrykket, hvilket medfører bortpumpning af

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 6	EMNE Tørholdelse. Dræning. Grundvandsenkning.	UDG. 78	SIDE nr. af 2   10
---------------------------	-------------------	---	------------	--------------------------

vand, eller også må man hindre vandtilstrømning ved tætning eller forsegling. Det sidstnævnte medfører vandtryk på de elementer, der afbryder vandstrømmen.

Da der i praksis findes et meget stort antal forskellige problemtyper og konstruktive løsninger, behandles spørgsmålet i det følgende hovedsageligt ved hjælp af eksempler, idet visse hovedlinier søges trukket op. Det skal dog bemærkes, at omtalen af emner som filterkriterier og grundvandsenkning (afsn. 6.4 og 6.5) er søgt gjort konkret og afrundet.

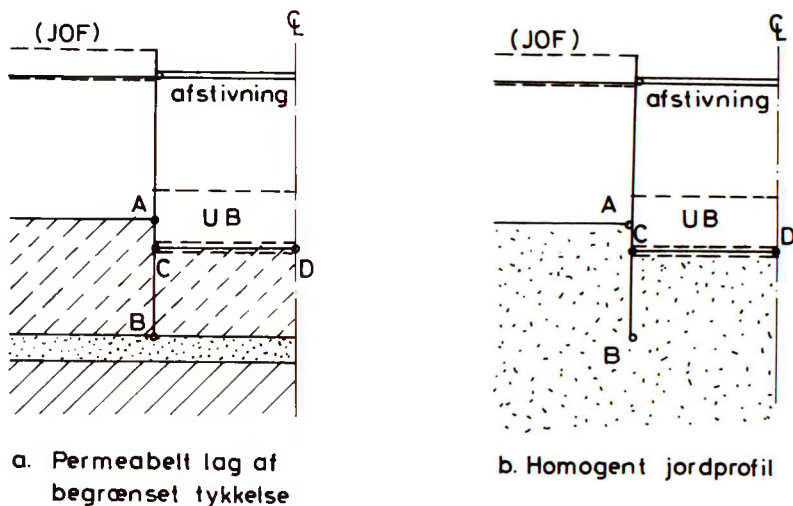


Fig. 6 A: Eksempler på byggegruber på vand.  
(For tilsvarende byggegruber på land er JOF som vist).

På Fig. 6 A er skitseret to byggegruber på vand. Ved omtalen i det følgende af forskellige principielle løsninger refereres der dog også til tilsvarende byggegruber på land (med JOF som vist punkteret). Byggegrubeindfatningen, en spunsvæg, er rammet først (ved hjælp af flydende grej, henholdsvis fra ter-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	6	Tørholdelse. Dræning. Grundvandsenkning.	78	3	10

ræn). Der planlægges udgravning, og samtidig eller senere sænkning af vandspejlet i byggegruben, til det viste niveau *CD*.

Hvis dette bringes til udførelse uden nærmere kendskab til de hydrauliske forhold, vil man i begge de viste eksempler kunne få hævnning af byggegrubens bund; på Fig. 6 A a fordi trykniveauet i det viste permeable lag er for højt, og på Fig. 6 A b under lignende forhold som beskrevet i forbindelse med Fig. 3 D. I de nærmest følgende afsnit omtales forskellige foranstaltninger, der kan bringes til udførelse, hvis denne risiko konstateres ved en rationel undersøgelse.

#### 6.2 Tætning. Forsegling.

På Fig. 6 A a kan vandtilstrømningen i det permeable lag afskæres ved at føre spunsvæggen igennem dette lag i stedet for som vist at standse den i pkt. *B* (hvis der ikke er udført jordbundsundersøgelser, kunne spunsvæggen i praksis meget vel netop være standset i pkt. *B*, fordi der her er registreret en forøget rammemodstand; dette kunne fortolkes derhen, at man så havde nået et fastere og formentlig tættere lag som f. eks. moræneler).

En sådan afskæring af laget, for en sikkerheds skyld eventuelt suppleret med en eller flere aflastningsbrønde inden for byggegruben (filterbrønde, hvorfra der imidlertid ikke pumpes; de sikrer blot hydrostatisk trykfordeling under niveauet *CD*, hvor de har overløb), forhindrer åbenbart hævnning af bunden. Løsningen har den fordel, at det differensvandtryk, der opstår som følge af tætningen, virker på spunsvæggen i vandret retning og nede i det permeable lag, hvor det normalt kan optages uden større vanskeligheder.

En tilsvarende løsning kan ikke benyttes, hvis det permeable lag er meget tykt og/eller har stor styrke (f. eks. grus eller kalk). På Fig. 6 A b kan man ved at ramme spunsvæggen dybere naturligvis eliminere hævningsrisikoen og formindske vandtilstrømningen til byggegruben; men tilstrømningen kan ikke afskæres under de på figuren viste forudsætninger.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 6	EMNE Tørholdelse. Dræning. Grundvandsænkning.	UDG. 78	SIDE nr. af 4 10
---------------------------	-------------------	---	------------	------------------------

Det skal i denne forbindelse bemærkes, at hvis der på Fig. 6 A b findes et uopdaget, tyndt impermeabelt lag i en vis dybde under byggegrubens bund, så vil man ved ramning af spuns-  
væggen ned gennem dette lag ganske vist afskære vandtilstrømning-  
en til byggegruben (utilsigtet). Dette vil imidlertid kunne  
forværre hævningsrisikoen, fordi der nu er fuldt hydrostatisk  
tryk svarende til det ydre vandspejl under dette lag, men kun  
hydrostatisk tryk svarende til vandspejlet i *CD* over laget. Det  
kan derfor være et faresignal, hvis vandtilstrømningen til byg-  
gegruben viser sig at blive væsentligt mindre end beregnet.

En tilsvarende nærliggende løsning til disse problemer  
består i, at man graver ud uden at sænke vandspejlet, og der-  
st adlægger en bundprop af undervandsbeton (mrk. *UB* på Fig. 6 A),  
før vandspejlet sænkes.

Bundproppen kan eventuelt gøres så tyk, at den kan optage  
fuldt hydrostatisk tryk på undersiden. En alternativ løsning er  
at indlægge et filterlag under bundproppen. Vandtrykket i dette  
filterlag kan kontrolleres ved hjælp af et overløbsarrangement,  
og størrelsen af dette vandtryk samt bundproppens tykkelse kan  
afpasses således, at man (mest økonomisk) har tilstrækkelig sik-  
kerhed mod hævning både i snittet *CD* og i det vandrette snit gen-  
nem spunsvægsspidsen *B*.

Udstøbning af undervandsbeton er relativt kostbar, fordi  
der kræves kvalitetsbeton samt specialmetoder til udstøbningen.  
Hertil kommer, at man har væsentlig nedsat mulighed for at in-  
spicere jordlagene i og under funderingsniveau. Metoden kan na-  
turligvis kun være økonomisk, hvis bundproppen kan indgå i det  
permanente bygværk (f.eks. som fundament til en bropille).

I praksis medfører dette, at metoden kun i sjældne tilfælde  
vil være økonomisk ved udgravninger på land (udgravning af stør-  
re jordmængder, idet der samtidig skal tilføres vand til bygge-  
gruben for at holde vandspejlet i det oprindelige niveau, er i  
sig selv et problem). På vand er den noget hyppigere anvendt;  
men det skal dog nævnes, at der her findes andre funderingsmeto-  
der, f.eks. sænkekasser, afsn. 27.4, som kan anvendes i tilfælde,



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Tørholdelse. Dræning. Grundvandsenkning.	nr.
	6		78	5	10

hvor der er for store problemer forbundet med at arbejde i tør-  
lagt byggegrube.

### 6.3 Dræning ved lænspumpning.

Hvis det ved omhyggelige forundersøgelser er godtgjort, at vandtilstrømningen til byggegruben vil være relativt lille, og det desuden er fundet, at der ikke vil være hævnings- eller erosionsrisiko, vil det ofte være muligt at tørholde udgravningen ved en simpel lænspumpning fra en sump, hvortil det indstrømmende vand ledes ved hjælp af et drænarrangement (projekteret således, at der i videst mulige omfang undgås opblødning af bunden).

Dette er naturligvis den billigste løsning, og følgelig den der foretrækkes, hvis den overhovedet er mulig. Det er imidlertid her vigtigt at erindre sig, at man ikke med tilstrækkelig sikkerhed har godtgjort metodens forsvarlighed, hvis man blot uden videre har antaget homogene jordlag, og derpå har foretaget de fornødne beregninger f.eks. ved hjælp af et strømnets (eller en matematisk mere eksakt løsningsmetode). Det kan være af afgørende betydning, at man desuden har gjort sig klart på hvilke punkter, de virkelige jordbundsforhold kan afvige i ugunstig retning fra de forudsatte, og har taget skridt til at sikre sig mod overraskelser, ved iværksættelse af særlige undersøgelser, f.eks. pumpeforsøg, og/eller kontrolmålinger, f.eks. poretryksmålninger (i de punkter der må skønnes at give de mest relevante oplysninger).

Som eksempel på virkelige jordbundsforhold, der afviger fra de forudsatte, er i forbindelse med Fig. 6 Ab nævnt en mulig tilstedeværelse af et tyndt impermeabelt lag. Et andet eksempel, der har givet problemer i praksis, har man, hvis jordprofilen består af (Yoldia-) ler, hvori der findes farlige, tynde men tætliggende vandrette sand- eller siltlag. I hvert af disse lag vil der kunne være fuldt hydrostatisk vandtryk svarende til det ydre vandspejl. Dette tryk vil ganske vist blive aflastet under byggegrubens bund i de lag, der afskæres af spunsvæggen; men umiddelbart under spunsvægsspidsen vil der kunne findes lag med fuldt vandtryk.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 6	EMNE Tørholdelse. Dræning. Grundvandsenkning.	UDG. 78	SIDE nr. af 6   10
---------------------------	-------------------	---	------------	--------------------------

Det er klart, at denne poretryksfordeling er væsentligt ugunstigere end, og ikke har nogen relation til, den man finder ved hjælp af et strømnets. Den vil - lige som den anden ovenfor nævnte - kunne afsløres ved hjælp af en poretryksmåling inden for byggegrubens areal i et niveau lidt under spunsvægsspidsen (Yoldialer vides at indeholde disse sand- og siltlag, hvorfor man i praksis alene ud fra den geologiske bedømmelse af jordarten vil være forberedt på dette problem i forbindelse med udgravninger).

Vedrørende hævningsrisiko og opdriftproblemer henvises også til G 1 afsn. 6.5 samt disse notater afsn. 3.3.

#### 6.4 Filtre. Filterkriterier.

Ved nogle af de tidligere nævnte konstruktioner, samt ved de i det følgende nævnte brønde strømmer vandet fra et jordlag ud i et mere permeabelt (d.v.s. mere grovkornet) dræn, hvorfra det bortledes eller oppumpes f.eks. gennem rør. Det er under disse omstændigheder vigtigt, at filtermaterialet vælges således, at det forhindrer erosion, d.v.s., at der ikke med vandstrømmen må kunne føres korn fra jorden gennem porerne i drænet.

Praktisk talt enhver naturlig jordart vil være hydraulisk stabil, d.v.s., at en vandstrømning gennem jorden vil ikke kunne bevirke, at de finere korn skylles igennem det kornskelet, der udgøres af de grovere. Filterkriteriet skal derfor sikre, at jordens grovere korn, repræsenteret ved  $d_{85, \text{jord}}$ , ikke kan føres igennem porerne i drænet, hvis størrelse i denne sammenhæng kan antages repræsenteret ved  $d_{15, \text{dræn}}$ . Erfaringsmæssigt er denne betingelse opfyldt, hvis man har:

$$\frac{d_{15, \text{dræn}}}{d_{85, \text{jord}}} < 4 \text{ \AA } 5 \quad (0601)$$

For at opnå den størst mulige drænvirkning bør det angivne forhold vælges så stort som muligt, og desuden bør man sikre sig, at

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	6	Tørholdelse. Dræning. Grundvandsenkning.	78	7	10

$$\frac{d_{15, \text{dræn}}}{d_{15, \text{jord}}} > 4$$

(0602)

Det bør erindres, at man i praksis kun får bestemt kornkurven for en lille del af den jord, der skal beskyttes. Man bør derfor i (0601) kun gå til grænsen 5, hvis jordbundsforholdene er overordentlig regelmæssige. En undtagelse fra denne regel har man dog ved lerjord. Her vil jordens kohæsion, samt de små vandmængder, der normalt er tale om, i reglen forhindre erosion. For at undgå tilstopning af filteret vil man derfor vælge et noget grovere materiale end angivet ved (0601). For friktionsjord samt blandingsjordarter er det imidlertid vigtigt, at (0601) overholdes.

Som omtalt i forbindelse med Fig. 5 c vil man hyppigt i praksis finde, at der sker et tryktab ved vandstrømning gennem grænsefladen mellem et naturligt jordlag og et filter, uanset at man ud fra (0602) normalt har permeabilitetskoefficienter for filteret, der er mindst 10 å 20 gange så store som for jordlaget, jfr. G 1 (0605). Dette kan skyldes, at der før etableringen af filteret under afretning af jordoverfladen, optrækning af foringsrøret til en boring eller lignende operationer er sket en vis æltning af et jordlag, som måske blot er af størrelsesordenen 1 cm tykt. Dette æltede lag vil imidlertid bedre end den intakte jord kunne tilstoppe porerne i de nærmeste få cm af filteret.

Hertil kommer, at filteret i funktion ofte kun er delvis vandmættet, fordi filterhastigheden her er væsentligt større end i den naturlige jord. Idet porevandet strømmer ind i filteret, vil det derfor kunne komme i kontakt med luft. Det kan da blive iltet, og vil som følge heraf kunne udskille okker.

Hvor effektiviteten af et brøndsystem eller stabiliteten af en konstruktion beror på drænvirkningen gennem et filter, bør man derfor om muligt måle filtertabet og i øvrigt tage stilling til, hvorledes man vil sikre sig, f.eks. ved hjælp af kontrolmålinger, at filteret fortsat fungerer som forudsat, samt hvil-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Tørholdelse. Dræning. Grundvandsenkning.	nr.
	6		78	8	10

ke foranstaltninger man vil iværksætte, hvis filteret viser sig med tiden at gå helt ud af funktion.

### 6.5 Grundvandsenkning.

En grundvandsenkning frembringes normalt ved, at der i et antal punkter i og/eller omkring den kommende udgravning etableres brønde (eller sugespidses), hvorfra man kan pumpe den for sækningens gennemførelse nødvendige vandmængde. Brøndene etableres stort set med anvendelse af samme teknik som ved undersøgselsboringer, dog hyppigt uden udførelse af vingeforsøg samt optagning af intakte prøver (derimod kontrolleres lagfølgen, og så geologisk, og der optages prøver i tilstrækkeligt omfang til, at man ved hjælp af kornkurven og filterkriterierne (0601-02) kan sikre sig, at der i brønden anvendes et korrekt dimensioneret filter). Vedrørende etablering af filterstrækningen samt dennes forsegling mod vandmættede jordlag, hvori sækning ikke ønskes (over laggrænsen gennem pkt. A på Fig. 6 A), henvises til G 1 afsn. 20.5.

Der benyttes teorien for tilstrømning til brønde, og hvor det overhovedet er muligt, bestemmes de indgående ubekendte størrelser ved hjælp af et eller (ved store anlæg) flere pumpeforsøg, jfr. afsn. 5.2-3. Et pumpeforsøg vil normalt vare 3 á 5 døgn. Filtertabet  $h_f$  (Fig. 5 C) kan ikke beregnes på forhånd, og vil også kunne variere en del fra brønd til brønd. Ud fra den betragtning, at det må hidrøre fra en grænsebetingelse af typen (0208-09), jfr. Fig. 2 D, vil man i reglen (når beregningerne skal baseres på et enkelt pumpeforsøg) antage  $h_f$  proportional med den fra brønden oppumpede vandmængde  $Q$ .

I nogle tilfælde, hvor der med samme brønd er udført flere pumpeforsøg med hver sin vandmængde  $Q$ , har man fundet, at  $h_f$  beskrives bedre ved tillige at medtage et led proportionalt med  $Q^2$ :

$$h_f \approx a Q + b Q^2 \quad (0603)$$

Dette må skyldes, at strømningshastighederne i filteret bliver så store, at Darcys lov ikke mere gælder. Der kræves naturligvis

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 6	EMNE Tørholdelse. Dræning. Grundvandsenkning.	UDG. 78	SIDE nr. af 9   10
---------------------------	-------------------	---	------------	--------------------------

mindst to forsøg med samme brønd for at kunne bestemme de to konstanter i (0603).

Beregningen af det nødvendige grundvandsenkingsanlæg til opnåelse af en forudberegnet minimumssenkning i det farligste punkt i byggegruben (f.eks. den senkning af trykniveauet i det permeable lag på Fig. 6 Aa, som netop giver tilstrækkelig sikkerhed mod hævning af byggegrubens bund), kan man gå frem på følgende måde:

1. Der skønnes et antal brønde, der hver antages at have de ved prøvepumpningen fundne egenskaber: De skal have samme diameter, hvorefter der antages samme værdier af  $r_a$  og  $kt$  samt af koefficienterne  $a$  og eventuelt  $b$  i (0603).
2. Der skønnes en placering af brøndene (hvorunder der også ofte må tages hensyn til de planlagte operationer i og omkring byggegruben), således at man ved anvendelse af det på Fig. 5 D skitserede superpositionsprincip, jfr. (0514) henholdsvis (0520) får bedst mulig udnyttelse af det anvendte brøndantal (så ensartet forløb af senkningen over byggegrubens areal som muligt).
3. De vandmængder  $Q$ , det er nødvendigt at oppumpe fra de enkelte brønde, kan nu bestemmes. De sættes enten ens, eller også bestemmes forholdet imellem dem således, at man får nogenlunde samme vandspejlshøjde i de enkelte brønde (= vandspejlshøjden ved brøndperiferien som beregnet ud fra (0514) eller (0520) minus filtertabet). Den absolutte størrelse bestemmes ud fra den nødvendige senkning i det mest kritiske punkt.
4. Hvis vandspejlet ved brøndperiferien for nogen brønd herved kommer under den øvre laggrænse for det permeable lag (på Fig. 6 Aa), eller hvis vandspejlet i brønden bliver urimeligt dybtliggende, er det oprindeligt skønnede antal brønde for lavt. Det kan naturligvis også tænkes, at man



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 6			Tørholdelse. Dræning. Grundvandsenkning.	nr. 10

ved en nærmere beregning finder at kunne klare sig med et mindre antal brønde og/eller at brøndene kan placeres mere optimalt. En beregning som beskrevet ovenfor må ofte gentages et par gange, indtil det optimale anlæg er fundet.

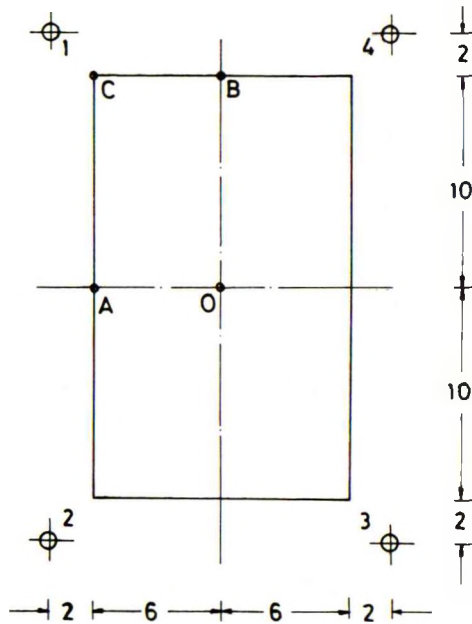
En sådan beregning er vist (meget simplificeret) i Eks.6.1. Grundvandsenkning - og løsning af vandproblemer i det hele taget - beskrives i øvrigt mere dybtgående i kurset Geoteknik 4.

#### 6.6 Andre drænproblemer.

Dræning af bygninger er som nævnt omtalt i G1 afsn.25.4. I G1 Eks.13.1 er desuden illustreret den helt afgørende betydning, det kan have for jordtrykket på en støttemur, at vandspejlsforholdene er kendt. I det omtalte eksempel har man åbenbart valget mellem enten at dimensionere støttemuren for et betydeligt aktivt jordtryk + vandtryk eller også ved effektive drænforanstaltninger at sikre sig, at vandspejlet virkelig forbliver på det forudsatte lave niveau. Det sidstnævnte er øjensynligt det mest økonomiske, hvorfor man vil vælge dette, såfremt det overhovedet er muligt. Jfr.også G1 Eks.16.1 vedrørende indflydelsen af vandspejlets beliggenhed på bæreevnen af et fundament (her kan det ofte være mest økonomisk ikke at iværksætte specielle drænforanstaltninger men i stedet at dimensionere fundamentet under forudsætning af GVS i det højest mulige, realistiske niveau).

I nogle af de følgende afsnit, f.eks. afsn.14.2, vil der i forbindelse med specielle konstruktionstyper (her støttemure) blive omtalt de særlige drænforanstaltninger, der kan og bør overvejes i forbindelse med projektering og udførelse. For alle sådanne foranstaltninger gælder det i slutningen af afsn.6.4 angivne om nødvendigheden af at tage stilling til, hvorledes man vil dels sikre sig, at det projekterede dræn fungerer som forudsat, dels gribe ind hvis drænet viser sig at ophøre med at fungere.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Grundvandsenkning Dimensionering af anlæg	UDG.	SIDE
	6.1		78	nr. af 1   4



For den i Eks. 5.1 beskrevne byggegrube undersøges et grundvandsenkingsanlæg bestående af 4 brønde, der tænkes udført ligesom den i Eks. 5.1 beskrevne pumpebrønd, og placeret som vist på figuren ovenfor. Idet der anvendes de ved prøvepumpningen fundne parametre, stilles der det krav, at den opadrettede gradient ikke i noget punkt af byggegrubens bund må overstige værdien 0,5.

Formlen (0514) benyttes til beregning af vandspejlsænkningen i et vilkårligt punkt. Af symmetri Grunde må man have samme pumpeydelse  $Q$  for alle 4 brønde, hvorfor (0514) kan skrives:

$$\frac{\Delta h}{Q} = \frac{1}{2\pi k t} \left[ 4 \ln r_a - \sum \ln r_i \right]$$

Ved indsættelse af de i Eks. 5.1 fundne størrelser fås:



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 6.1	EMNE Grundvandsenkning Dimensionering af anlæg	UDG. 78	SIDE nr. af 2   4
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

$$\begin{aligned}\frac{\Delta h}{Q} &= \frac{1}{85,5} \left[ 4 \ln 170 - \sum \ln r_i \right] \\ &= \frac{20,5 - \sum \ln r_i}{85,5} \quad (\text{h/m}^2)\end{aligned}$$

Det farligste punkt  $P$  i byggegruben er åbenbart det punkt, for hvilket  $\sum \ln r_i = \max$ . (produktet  $r_1 r_2 r_3 r_4$  af afstandene fra punktet til de fire brønde er et maksimum). Den nødvendige sækning  $\Delta h$  i dette punkt findes på følgende måde:

Udgangsniveaet  $y = 0$  for trykniveauer vælges i første omgang til kote  $-4,5$ , d. v. s. i byggegrubens bund. Her er altså  $h = 0$ . Afstanden  $\Delta z$  fra dette niveau til undersiden af lerlaget i kote  $-6,0$  er  $1,50$  m. Da gradienten  $i = \Delta h / \Delta z$  (positiv opad) højst må antage værdien  $0,5$ , fås

$$\begin{aligned}\Delta h_{\text{ler}} &\leq i_{\text{max}} \Delta z \\ &= 0,5 \cdot 1,50 = 0,75 \text{ m}\end{aligned}$$

altså i kote  $-6$ :

$$h \leq 0,75 \text{ m}$$

Dette svarer til et vandspejl i kote  $-4,5 + 0,75 = -3,75$ . Da anlægget skal dimensioneres for højvandsstilfældet (oprindeligt vandspejl i kote  $+1$ ), finder man den krævede vandspejlsækning i farligste punkt:

$$\Delta h_p = 1 - (-3,75) = 4,75 \text{ m}$$

Det er ikke altid indlysende, hvilket punkt der er det farligste. Ud fra Laplaces differentialligning (0507) kan det dog vises, at det altid vil være et punkt på byggegrubens periferi. I det her betragtede tilfælde kan det vises at være det på figuren viste pkt.  $A$  (midtpunktet af en langside).

For dette punkt har man følgende afstande til de enkelte brønde:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 6.1	EMNE Grundvandsenkning Dimensionering af anlæg	UDG. 78	SIDE nr. af 3 4
---------------------------	--------------------	--	------------	-----------------------

$$r_1 = r_2 = \sqrt{12^2 + 2^2} = 12,17 \text{ m}, \quad \ln(12,17) = 2,50$$

$$r_3 = r_4 = \sqrt{12^2 + 14^2} = 18,44 \text{ m}, \quad \ln(18,44) = 2,91$$

Man har altså  $\sum \ln r_i = 2(2,50 + 2,91) = 2 \cdot 5,41 = 10,8$  og følgende

$$\frac{\Delta h_A}{Q} = \frac{20,5 - 10,8}{85,5} = \frac{9,7}{85,5} = 0,113 \text{ h/m}^2$$

d.v.s.

$$Q = \frac{4,75}{0,113} = 42 \text{ m}^3/\text{h}$$

Der skal således ialt oppumpes  $4 \cdot 42 \approx 170 \text{ m}^3/\text{h}$

Vandspejlsenkningen i en brønd findes som summen af sækningen ved brøndperiferien og filtertabet. Af symmetri Grunde er dette det samme for alle fire brønde. Idet der f.eks. betragtes brønd nr. 1, findes sækningen  $\Delta h_1$  ved brøndperiferien af (idet der i afstandene  $r_1 - r_4$  for simpelhed skyld ses bort fra brøndradius 0,15 m):

$$r_1 = r_0 = 0,15 \text{ m} \quad \ln(0,15) = -1,90$$

$$r_2 = 24 \text{ m} \quad \ln(24) = 3,18$$

$$r_3 = \sqrt{24^2 + 16^2} = 28,84 \text{ m} \quad \ln(28,84) = 3,36$$

$$r_4 = 16 \text{ m} \quad \ln(16) = \underline{2,77}$$

$$\sum \ln r_i \quad 7,41$$

$$\Delta h_1 = \frac{20,5 - 7,41}{85,5} \cdot 42 = 6,4 \text{ m}$$

Dette svarer til et vandspejl i kote -5,4, hvoraf ses, at anlægget er tilstrækkeligt, idet man har artesiske strømning helt hen til brøndens periferi.

Filtretabet findes ved hjælp af det i Eks. 5.1 fundne udtryk:

$$\begin{aligned} h_f &\approx 2,7 \cdot 10^{-3} Q + 2,8 \cdot 10^{-4} Q^2 \\ &= 2,7 \cdot 10^{-3} \cdot 42 + 2,8 \cdot 10^{-4} \cdot 42^2 = 0,6 \text{ m} \end{aligned}$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Grundvandsenkning Dimensionering af anlæg	UDG.	SIDE	
	6.1		70	nr. af	4 4

Den nødvendige sænkning i brønden er altså  $\Delta h_1 + h_f = 6,4 + 0,6 = 7,0$  m, d.v.s. til kote  $1 - 7,0 = -6,0$ . Denne kote bestemmer sammen med den anvendte pumpe sugehøjde (inkl. ledningstab) det højeste niveau, i hvilket pumpen kan anbringes.

Ved hjælp af den udledte formel for  $\Delta h$  kan man let beregne sænkningen f.eks. i punkterne  $B$  (4,9 m),  $C$  (5,1 m) og  $O$  (4,8 m). En (lidt) mere optimal placering af brøndene kunne være opnået, hvis de var anbragt således (mindre afstand i grubens længderetning), at man fik samme sænkning i punkterne  $A$  og  $B$ . Dette er muligvis ikke nogen praktisk anvendelig løsning, f.eks. fordi der kræves uhindret adgang til byggegrubens sider.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 7	EMNE Deformationer Strømnetmetoden	UDG. 78	SIDE nr. af 1   24
---------------------------	-------------------	--	------------	--------------------------

### 7.1 Forudsætninger. Grundligninger.

Der betragtes nu igen det i G 1 afsn. 9-10 betragtede sætningsproblem, idet der skal angives en beregningsmetode, som - skønt stadig tilnærmet - i flere tilfælde vil kunne give bedre beregningsnøjagtighed, og også mere detaljerede oplysninger, end den hidtil anvendte 1:2-spændingsfordeling med efterfølgende sætningsberegning. Metoden kaldes strømnetmetoden, fordi grundligningen viser sig at blive af typen (0212), hvorfor der som løsningsmetode kan anvendes samme grafiske metode (optegning af "strøm"net) som ved løsning af strømningproblemer.

I det følgende betragtes endelige konsolideringssætninger i helt drænet tilstand ( $t > t_c$ ) hidrørende fra belastnings- og hermed spændingsændringer, der foreløbig antages ikke at indeholde ændringer i porevandtrykkene. Ligevægtsligningerne G 1 (0902) gælder derfor både for totale og for effektive spændinger. Når de - som i det følgende - anvendes på spændingsændringer, er højresiderne identisk nul, jfr. G 1 (0903-04). For simpelheds skyld undlades i det følgende symbolerne  $d$  eller  $\Delta$ , uanset at der er tale om tilvækster i flytninger, tøjninger og spændinger.

Metoden er baseret på, at man som forklaret i G 1 afsn. 10.1 ved rent lodrette belastningsændringer meget nær har  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$  overalt. I det på G 1 Fig. 9 A skitserede sætningsproblem gøres derfor følgende antagelser og tilnærmelser:

1. Som nævnt ovenfor antages (tilvæksterne til) volumenkræfterne identisk lig med nul:

$$X = Y = Z = 0 \quad (0701)$$

2. Flytningsfeltet antages at være rent lodret, d.v.s.:

$$u_x = u_y = 0 \quad (0702)$$

Den eneste ubekendte flytningskomponent er derfor  $u_z$ , der i det følgende anvendes til at beskrive løsningen.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 7	EMNE Deformationer Strømnetmetoden	UDG. 78	SIDE nr. af 2 24
---------------------------	-------------------	--	------------	------------------------

3. Af (0702) følger, jfr. G 1 (0905):

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \gamma_{xy} = 0 \quad (0703)$$

samt:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{\partial u_z}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (0704)$$

Af G 1 (0906) fås heraf (de streger over  $\sigma$ -symbolerne, der refererer til effektive størrelser, udelades for simpelhedens skyld i det følgende):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = K \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ A \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ A \frac{\partial u_z}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (0705)$$

hvor

$$A = \frac{G}{K} = \frac{1 - K_0}{2} \quad (0706)$$

og tillige:

$$\sigma_x = \sigma_y = K_0 \sigma_z \quad (0707)$$

$$\tau_{xy} = 0$$

Svarende til antagelserne i den konventionelle sætningsberegning, G 1 afsn. 10.2.

4. I den her betragtede tilnærmelsesmetode benyttes (0705) ikke til at finde  $u_z$  ud fra en på anden måde bestemt

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	7	Deformationer Strømnetmetoden	78	3	24

spændingsfordeling. I stedet indsættes (0705) direkte i ligevægtsligningerne G 1 (0902), idet (0701) benyttes. Det bemærkes nu, at man på grund af antagelsen (0702) ikke kan forvente de to første ligninger G 1 (0902) - de to vandrette projektligninger - opfyldt: (0702) svarer til, at hvert enkelt jordelement ved en eller anden form for mekanisk binding tvinges til en rent lodret bevægelse. Dette vil medføre vandrette reaktioner i disse bindinger, som skulle findes ved hjælp af de to vandrette ligevægtsligninger. Den eneste ligning, der er tilbage, er den lodrette ligevægt:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0 \quad (0708)$$

5. Ved indsættelse af (0705) i denne ligning vil man normalt for et homogent jordlag kunne antage, at  $K_0$  og hermed  $A$  er konstante overalt i laget, og at  $K$  ikke afhænger af  $x$  og  $y$  men (eventuelt) kun af  $z$ . Herved fås:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + G \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (0709)$$

altså en ligning af nøjagtig samme type som (0524).

(0709) udgør sammen med (0704-06) denne metodes grundligninger på den mest generelle form. I det følgende betragtes som det simpleste specialtilfælde: Plan tøjningstilstand:

$$\frac{\partial u_z}{\partial y} = 0 \quad (0710)$$

d. v. s.

$$\gamma_{yz} = \tau_{yz} = 0$$

samt ideel homogen jord, d. v. s., at  $K$ , og derfor også  $G$ , er en konstant, den samme overalt i jordlaget. (0710) kan herefter skrives:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 7	EMNE Deformationer Strømnetmetoden	UDG. 78	SIDE nr. af 4 24
---------------------------	-------------------	--	------------	------------------------

$$K \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + G \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = 0 \quad (0711)$$

Denne ligning er på formen (0212). Ved en transformation svarende til (0213):

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ z_1 &= z \sqrt{\frac{G}{K}} = z \sqrt{A} \end{aligned} \quad (0712)$$

kan den derfor reduceres til Laplaces differentialligning:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z_1^2} = 0 \quad (0713)$$

jfr. (0110).

Svarende til (0112) kan man definere den til  $u_z$  konjugerede funktion  $p_z$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial z_1} &= - \frac{\partial p_z}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x_1} &= \frac{\partial p_z}{\partial z_1} \end{aligned} \quad (0714)$$

Af (0705) og (0712) ses, at hvis man definerer:

$$K_1 = K \sqrt{A} = \sqrt{KG} \quad (0715)$$

så er:

$$\frac{\partial u_z}{\partial z_1} = - \frac{\sigma_z}{K_1} \quad (0716)$$

og

$$\frac{\partial u_z}{\partial x_1} = - \frac{\tau_{xz}}{G} = - \frac{\tau_z}{K_1}$$



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 7			Deformationer Strømnetmetoden	nr. af 5

hvor:

$$\tau_z = \frac{\tau_{xz}}{\sqrt{A}} \quad (0717)$$

Det kan let vises, at  $\tau_z$  og  $\sigma_z$  også er konjugerede (de opfylder (0714), hvis  $u_z$  erstattes med  $\sigma_z$ , og  $p_z$  med  $\tau_z$ ). Alle fire funktioner,  $u_z$ ,  $p_z$ ,  $\tau_z$  og  $\sigma_z$  skal derfor opfylde Laplaces differentialligning. Hvis der defineres de komplekse variable:

$$w = z_1 + i x_1$$

$$q = p_z + i u_z \quad (0718)$$

og

$$t = \tau_z + i \sigma_z$$

så er:

$$t = -\frac{1}{K_1} \frac{dq}{dw} \quad (0719)$$

## 7.2 Grafisk løsning. Grænsebetingelser.

Det fremgår af (0713-14), at en løsning kan findes grafisk, fuldstændig svarende til Fig. 1 C-D. Det erindres dog, at "strøm"-nettets skal optegnes i den transformerede  $z_1, x_1$ -plan, jfr. Fig. 7 A.

Den fysiske betydning af kurverne  $u_z = \text{konst.}$  er umiddelbart forståelig: Det er kurver gennem punkter med samme lodrette flytning. Betydningen af kurverne  $p_z = \text{konst.}$  samt af ækvidistancen  $\Delta p_z$  kan udledes af (0714-17), jfr. Fig. 7 B, hvor der betragtes tilvæksten  $\Delta p_z$  langs et infinitesimalt buestykke  $A_1 B_1$  af længden  $\Delta n_1$  i den transformerede  $z_1, x_1$ -plan. På samme figur betragtes det tilsvarende buestykke  $AB$  i den virkelige  $zx$ -plan, som er referenreplanen for de fysiske spændingskomponenter  $\sigma_z$  og  $\tau_{xz}$ .

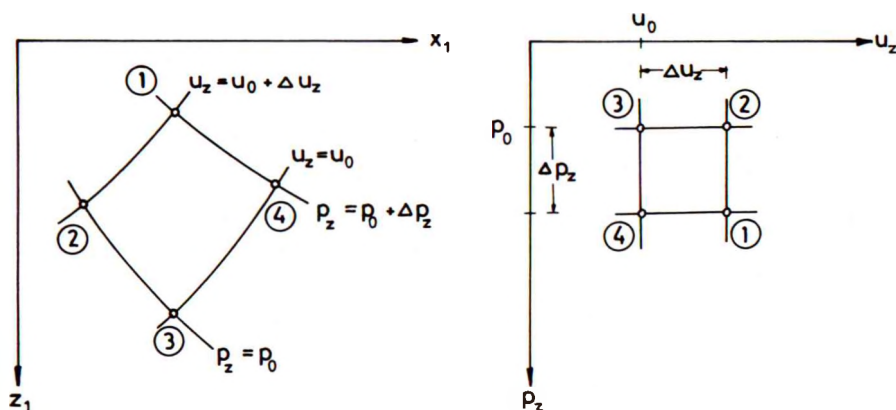


Fig. 7 A: Maske i "strøm"net i  $z_1, x_1$ -plan.  
Konform afbildning af kvadrat i  $p_z, u_z$ -plan.

I forhold til det på Fig. 7 B viste  $t_1, n_1$ -koordinatsystem har man svarende til øverste ligning (0714):

$$\begin{aligned} \Delta p_z &= \frac{\partial p_z}{\partial n_1} \Delta n_1 \\ &= -\frac{\partial u_z}{\partial t_1} \Delta n_1 \end{aligned} \quad (0720)$$

Med anvendelse af  $\beta_1, \Delta x_1$  og  $\Delta z_1$  som defineret på figuren samt (0716) fås heraf:

$$\begin{aligned} \Delta p_z &= - \left( \frac{\partial u_z}{\partial z_1} \cos \beta_1 + \frac{\partial u_z}{\partial x_1} \sin \beta_1 \right) \Delta n_1 \\ &= \frac{1}{K_1} (\sigma_z \Delta x_1 - \tau_z \Delta z_1) \end{aligned} \quad (0721)$$

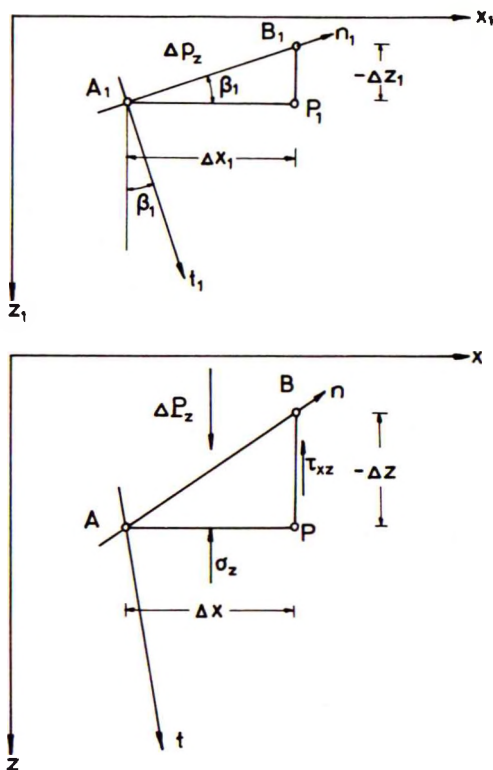


Fig.7 B: Tilvækst  $\Delta p_z$  langs buestykke  $A_1B_1$  i  $z_1, x_1$ -planen.  
Tilsvarende buestykke  $AB$  i  $zx$ -planen.

Ved transformationen tilbage til  $zx$ -planen fås ved hjælp af (0712) og (0717):

$$\Delta p_z = \frac{1}{K_1} (\sigma_z \Delta x - \tau_{xz} \Delta z) \tag{0722}$$

Ved betragtning af ligevægten af det trekantformede jordlegeme  $ABP$  ses parentesens i (0722) at være lig med den samlede lodrette kraft  $\Delta P_z$ , som overføres gennem snittet  $AB$ . Af (0720) ses endvidere, at hvis man definerer størrelsen  $\Delta t_1 = \Delta n_1$  og indsætter dette i den nederste ligning (svarende til at man på Fig. 1 C har

$\Delta s = \Delta b$ ), så er:

$$\Delta u_z = \Delta p_z = \frac{\Delta P_z}{K_1} \quad (0723)$$

Denne ligning svarer nøje til (0115).

Gennem ethvert snit - uanset formen - hvis ene endepunkt ligger på en kurve  $p_z = p_0$ , og hvis andet endepunkt ligger på kurven  $p_z = p_0 + \Delta p_z$ , overføres der altså en lodret kraft  $\Delta P_z$ , hvis størrelse er angivet ved (0723). Specielt er  $p_z = \text{konst.}$  kurver, som svarer til snit i  $zx$ -planen, gennem hvilke der ikke (over nogen delstrækning) overføres nogen lodret kraft.

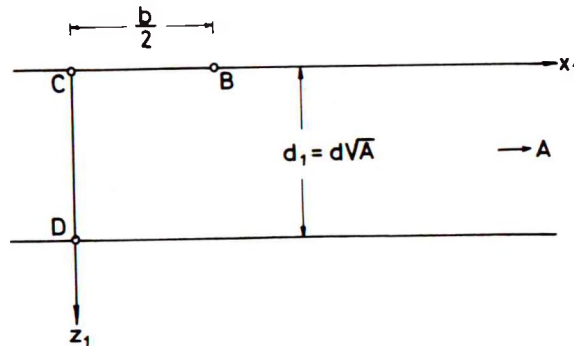


Fig. 7 C: Principskitse til sætningsproblem på jordlag af begrænset tykkelse (transformeret  $z_1, x_1$ -plan).

I det følgende betragtes i det væsentlige kun metodens anvendelse på sætningsproblemer på jordlag af begrænset tykkelse, jfr. Fig. 7 C, hvor de karakteristiske punkter samt geometriske størrelser er vist. Der forudsættes et jordlag af tykkelsen  $d$ , hvis nedre laggrænse  $DA$  kan betragtes som ueftergivende (ingen sætninger fra de underliggende jordlag). Den vandrette jordoverflade  $AB$  har kendt belastningsfordeling. Den sætningsgivende belastning, på et sribefundament eller en sribebelastning,

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	7	Deformationer Strømnetmetoden	78	9	24

virker inden for bredden  $b$ . På Fig. 7 C er kun vist den halve bredde,  $BC$ , idet  $z_1$ -aksen,  $CD$ , antages at være enten en symmetri- eller en antimetrilinie.

De vigtigste, mulige grænsebetingelser er i denne forbindelse følgende:

1. Langs en ueftergivende laggrænse,  $DA$  på Fig. 7 C, er  $u_z = 0$ .
2. Langs undersiden af et lodret og centralt sribefundament,  $BC$ , er  $u_z = \delta$ , fundamentets sætning (konstant, men muligvis ubekendt på forhånd).
3. Langs en ubelastet (vandret) jordoverflade,  $AB$ , er ifølge (0723)  $dp_z/dx_1 = 0$ , d.v.s.,  $dp_z/dx_1 = 0$ . Denne linie har altså  $p_z = \text{konst.}$
4. Hvis  $CD$  er en symmetrilinie,  $du_z/dx_1 = 0$ , så er ifølge (0714) også  $dp_z/dz_1 = 0$ , d.v.s.,  $AD$  er en linie  $p_z = \text{konst.}$

Hvis man under de ovenfor angivne forudsætninger sætter  $p_z = 0$  langs  $CD$ , og den samlede fundamentslast desuden er  $Q$ , således at lasten  $Q/2$  skal overføres til jordlaget gennem den halve fundamentsbredde  $CB$ , så er ifølge (0723)  $p_z = Q/2K_1$  i punkt  $B$ . Hvis  $AB$  tillige er ubelastet, så antager  $p_z$  denne værdi langs hele  $AB$ . Andre muligheder er:

5. Hvis der på de vandrette strækninger  $AB$  og/eller  $BC$  virker en kendt, lodret overfladebelastning  $p(x)$ , så er ifølge (0723):

$$\frac{dp_z}{dx_1} = \frac{1}{K_1} \frac{dp_z}{dx_1} = \frac{p(x_1)}{K_1} \quad (0724)$$

For konstant overfladebelastning bliver  $p_z$  altså lineært varierende med  $x_1$  (eventuelt med to forskellige hældninger på strækningerne  $AB$  og  $BC$ ). Med en forud valgt ækvivalensdistance  $\Delta p_z$ , normalt valgt således, at den samlede belastning  $Q/2$  på  $BC$  er et helt multiplum af  $\Delta p_z$ , skærer

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	7	Deformationer Strømnetmetoden	78	10	24

$p_z = \text{konst.}$  kurverne overfladen  $AB$ , og eventuelt tillige  $BC$ , i punkter med kendte abscisser, nemlig de punkter, hvor:

$$\frac{1}{K_1} \int_0^{x_1} p(x) dx = n \Delta p_z \quad (0725)$$

hvor  $n$  er et helt tal = nummer  $p_z$ -linie målt fra  $CD$  (under forudsætningen i pkt. 4 ovenfor.)

6. Hvis  $BC$  repræsenterer (halvdelen af) et stribefundament, som er påvirket af et moment omkring  $C$ , men ingen resulterende lodret last, så varierer  $u_z$  langs  $BC$  proportionalt med afstanden fra pkt.  $C$ :

$$u_z = r x_1 \quad (0 \leq x_1 \leq b/2) \quad (0726)$$

Proportionalitetsfaktoren  $r$  (rotationen) er ikke kendt på forhånd.

7. Under samme forudsætning er af symmetri grunde  $\sigma_z = 0$  og derfor  $u_z = 0$  langs  $CD$  (ligesom langs  $DA$ ).  $p_z$  kan sættes til nul i pkt.  $C$ ; men den er ikke herved kendt i pkt.  $B$ : Momentet  $M$  kan ganske vist skrives:

$$M = Q a \quad (0727)$$

hvor  $Q$  er den resulterende lodret nedadrettede kraft på fundamentshalvdelen  $BC$ , hvis angrebspunkt har abscissen  $x_1 = a/2$  (på den symmetrisk beliggende fundamentshalvdel virker den opadrettede kraft  $Q$  i punktet  $x_1 = -a/2$ ); men hverken  $Q$  eller  $a$  er kendt på forhånd, og i pkt.  $B$  er  $p_z = Q/K_1$ . Som nævnt ovenfor er imidlertid  $AB$  en  $p_z$ -linie, hvis jordoverfladen ved siden af fundamentet er ubelastet.

Som angivet i afsn. 7.3 må opgaven med et momentpåvirket fundament løses implicit: Den løses, som om rotationen  $r$  var given,

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Deformationer Strømnetmetoden	nr.
	7		78	11	24

og ud fra løsningen bestemmes størrelserne  $Q$  (proportional med  $r$ ) samt  $a$ . Herved findes proportionalitetsfaktoren mellem  $r$  og  $M$ , hvorefter  $r$  kan findes, når  $M$  er kendt.

Det bemærkes, at man i de ovenfor nævnte eksempler strengt taget ikke behøver at foretage den i G 1 afsn. 9.3 nævnte skelnen mellem brutto- og nettobelastninger: Hvis der, svarende til G 1 Fig. 9 B, påføres en fundamentalslast  $\Delta Q$  på et sribefundament og samtidigt en ensformigt fordelt overfladelast  $\Delta p$  ved siden af fundamentet, så kan de tilsvarende grænsebetingelser opstilles for Fig. 7 C som angivet ovenfor, og man vil også få den korrekte løsning under de gjorte forudsætninger ved, f.eks. grafisk, løsning af (0713-14). I G 1 afsn. 9-10 var denne skelnen nødvendig, fordi bl.a. formlerne G 1 (0918-20), (0923-25) og (0926-29) forudsætter anvendelse af nettobelastninger.

Imidlertid er det korrekt, og giver også de simpleste beregninger, at benytte den i G 1 afsn. 9.3 beskrevne superposition, således at belastningsændringer svarende til et rent endimensionalt tilfælde betragtes for sig, hvorefter tillægsbelastningerne herudover, d.v.s. nettobelastningerne, betragtes for sig. Det vil derfor være den procedure, man vil benytte i praksis. Hertil kommer, at formler af typen G 1 (1019) naturligvis må forudsætte, at  $Q$  er en nettobelastning. Det er derfor vigtigt at erindre sig, at hvis man ønsker at anvende sådanne formler, jfr. (0737-38) i det følgende, så skal den nævnte opdeling foretages, og det er nettobelastningen, der skal indsættes i den benyttede formel.

### 7.3 Stribefundamenter og stribebelastninger.

Fig. 7 D viser et af de simpleste eksempler på anvendelsen af strømnetmetoden: Sætningen af et lodret og centralt belastet stribefundament af bredden  $b$  på overfladen af et homogent lerlag af tykkelsen  $d$ . På figuren er foruden geometrien i  $xz$ -planen vist den transformerede  $z_1, x_1$ -plan, hvor grænsebetingelserne som angivet i det foregående afsnit tillige er indtegnet. Som



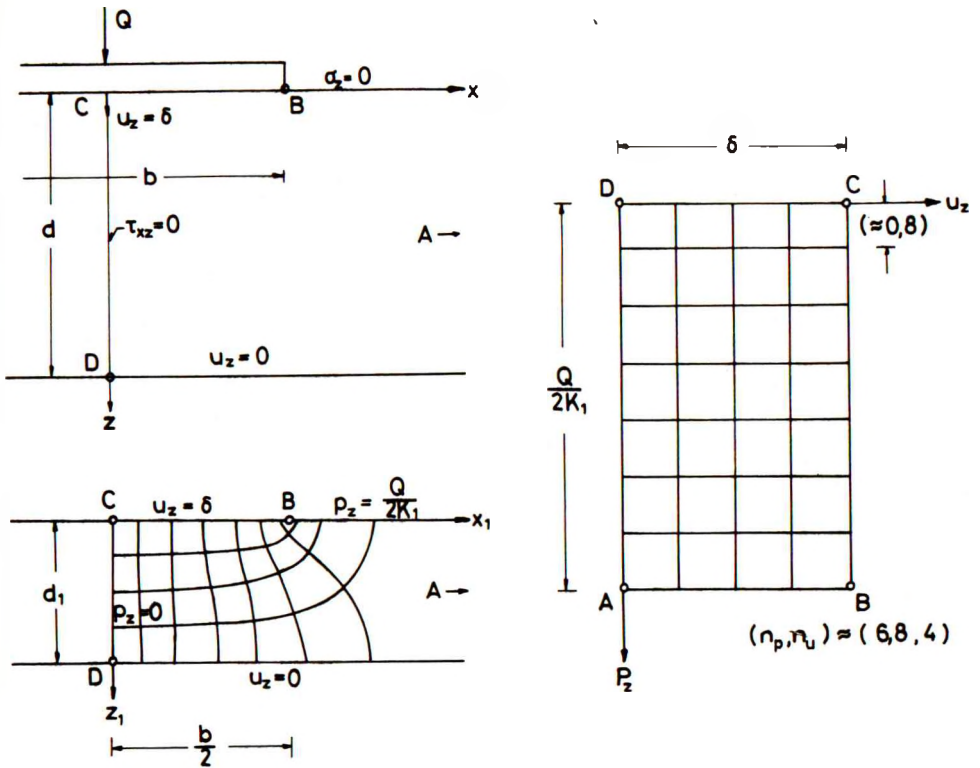


Fig. 7 D: Lodret og centralt belastet stribefundament.  
 Geometri i  $xz$ -planen.  
 Transformation til og grafisk løsning i  $z_1, x_1$ -planen ( $d_1/b = 0,4$ ).  
 Konform afbildning i  $p_z, u_z$ -planen.

også angivet på Fig. 7 C er:

$$d_1 = d \sqrt{A} = d \sqrt{\frac{1 - K_0}{2}} \quad (0728)$$

jfr. (0712) og (0706). Fig. 7 D er optegnet svarende til:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 7	EMNE Deformationer Strømnetmetoden	UDG. 78	SIDE nr. af 13   24
---------------------------	-------------------	--	------------	---------------------------

$$\frac{d}{b} = 0,8$$

$$K_0 = 0,5$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{0,25} = 0,5$$

(0729)

og derfor:

$$\frac{d_1}{b} = 0,4$$

Ved den på figuren viste grafiske løsning er valgt 4 spring i  $u_z$  (d.v.s. 3  $u_z$ -linier foruden den nedre laggrænse og fundamentsundersiden). Optegningen af  $p_z$ -linierne er indledt ved jordoverfladen  $AB$ , fordi et helt  $p_z$ -spring her gør det lettere at optegne nettet omkring de singulære punkter  $B$  og  $A$ . Disse ses at være af typen henholdsvis Fig. 1 Ea (med  $\alpha = 180^\circ$ ) og 1 Eb (med  $\alpha = 0$ ). Det sidste  $p_z$ -spring, mellem  $p_z$ -linie nr.6 og symmetri-linien  $CD$  skønnes at være af størrelsesordenen  $0,8 \Delta p_z$ .

Som umiddelbart resultat af den grafiske løsning findes:

$$\frac{\delta}{Q/2K_1} = \frac{n_u}{n_p} \approx \frac{4}{6,8} \quad (0730)$$

d.v.s.

$$\frac{\delta K_1}{Q} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6,8} = 0,294 \quad (0731)$$

Idet det bemærkes, at der til  $K_0 = 0,5$  ifølge (0715) svarer  $K_1 = 0,5 K$ , fås heraf

$$\frac{\delta K}{Q} = \frac{0,244}{0,5} = 0,588 \quad (0732)$$

Til orientering skal det nævnes, at den eksakte løsning under de gjorte forudsætninger kan fremstilles på følgende måde ( $\delta K_1/Q$  som funktion af  $d_1/b$ , fordi denne løsning kan anvendes for alle værdier af  $K_0$ ):

Der defineres modulen

$$k = \tanh \frac{\pi b}{4d_1} \quad (0733)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 7			Deformationer Strømnetmetoden	nr. 14

hvortil svarer den komplementære modul:

$$k' = \sqrt{1 - k^2} = \frac{1}{\cosh \frac{\pi b}{4d_1}} \quad (0734)$$

Idet  $K(k)$  betegner det fuldstændige elliptiske integral af 1. orden for modulen  $k$ :

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (0735)$$

og

$$K'(k) = K(k') \quad (0736)$$

er det komplementære integral, kan det vises, at man har:

$$\frac{\delta K_1}{Q} = \frac{K'(k)}{2K(k)} \quad (0737)$$

Der findes meget hurtigt konvergerende numeriske metoder til beregning af  $K(k)$  og  $K'(k)$ ; men i øvrigt kan det vises, at løsningen (0733-37) med maksimalt ca. 1% afvigelse kan tilnærmes numerisk ved hjælp af følgende formler:

$$\frac{\delta K_1}{Q} = \begin{cases} \frac{\frac{d_1}{b}}{1 + \frac{\ln 16}{\pi} \frac{d_1}{b}} & (0 \leq \frac{d_1}{b} \lesssim 1,4) \\ \frac{1}{\pi} \ln \left( \frac{16}{\pi} \frac{d_1}{b} \right) & (1,4 \lesssim \frac{d_1}{b} < \infty) \end{cases} \quad (0738)$$

Det bemærkes, at  $\frac{\ln 16}{\pi} \approx 0,88$  og  $\frac{16}{\pi} \approx 5,09$ .

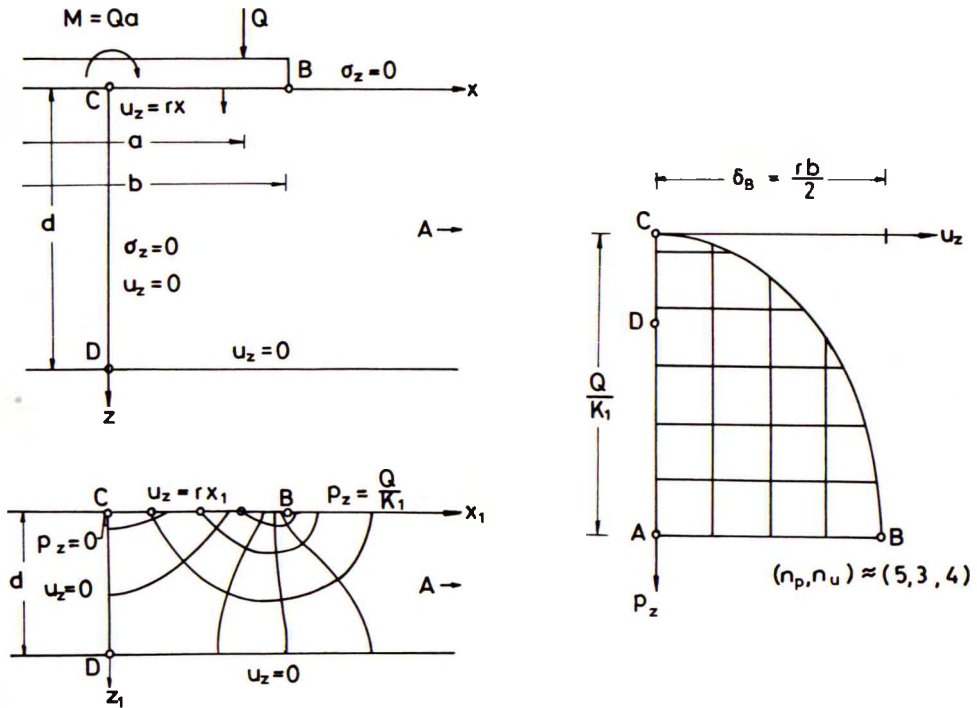


Fig. 7 E: Rent momentpåvirket stribefundament.  
Geometri i  $xz$ -planen.  
Transformation til og grafisk løsning i  $x_1, z_1$ -planen.  
Konform afbildning i  $p_z, u_z$ -planen.

Fig. 7 E er et eksempel på løsningen for et rent momentpåvirket stribefundament, jfr. (0726-27). Der er anvendt værdierne (0729). Følgende bemærkes:

1. Der er valgt  $n_u = 4$ . Skæringspunkterne mellem de tre  $u_z$ -linier (bortset fra  $CDA$ , som har  $u_z = 0$ , og pkt.  $B$ , der - som det eneste punkt i planen - har  $u_z = rb/2$ ) og fundamentsundersiden  $CB$  er herefter kendt, = fjerdedelspunkterne for  $CB$ . De er markeret med cirkler på Fig. 7 E.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 7	EMNE Deformationer Strømnetmetoden	UDG. 78	SIDE nr. af 16 24
---------------------------	-------------------	--	------------	-------------------------

- $u_z$ -linierne kan herefter skitseres. De forløber fra  $CB$  til  $AB$ , idet kun skæringen med den sidstnævnte grænse skal være retvinklet. Til højre for en lodret linie gennem pkt.  $B$  bliver nettet meget nær som på Fig. 7 D (hvor værdierne af  $\bar{a}_1/b$  og  $n_u$  jo er de samme).
- $p_z$ -linierne indtegnes nu, idet der igen begyndes ved grænsen  $AB$ . Disse kurver skal skære grænsen  $CDA$  under rette vinkler. Langs  $CB$  fås ikke retvinklede skæringer, og der dannes kun ufuldstændige netmasker langs denne grænse. Det samlede antal  $p_z$ -spring fra  $AB$  til pkt.  $C$  skønnes på grundlag af det optegnede net til  $n_p \approx 5,3$ .
- Kurven  $BC$  i  $p_z, u_z$ -planen kendes ikke på forhånd; men den kan forholdsvis simpelt indtegnes ud fra den grafiske løsning i  $z_1, x_1$ -planen, idet abscisserne til de forskellige  $p_z$ -liniers skæringspunkter med  $CB$  åbenbart er proportionale med de tilsvarende  $u_z$ -værdier.

Den grafiske løsning fortolkes på følgende måde. Ækvidistancen er åbenbart:

$$\Delta p_z = \Delta u_z = \frac{\delta_E}{n_u} = \frac{rb}{2n_u} \quad (0739)$$

Heraf fås:

$$\frac{Q}{rbZ_1} = \frac{n_p}{2n_u} \approx \frac{5,3}{2 \cdot 4} = 0,66 \quad (0740)$$

Til brug for bestemmelsen af  $M$  bemærkes det, at:

$$\begin{aligned} \frac{v}{2} &= \int_0^{b/2} x \sigma_x dx = -K_1 \int_0^{b/2} x_1 \frac{du_z}{dz_1} dx_1 = K_1 \int_0^{b/2} x_1 \frac{dp_z}{dx_1} dx_1 \\ &= K_1 \int_0^{p_{z,B}} x_1 dp_z = \frac{K_1}{r} \int_0^{p_{z,B}} u_z dp_z \quad (0741) \end{aligned}$$

jfr. (0714), (0716) og (0726).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	7	Deformationer Strømnetmetoden	78	17	24

Integralet i (0741) ses at være arealet  $ABCD$  i  $p_z, u_z$ -planen. Idet der i første omgang som enhed benyttes ækvidistancen  $\Delta p_z = \Delta u_z$ , kan dette areal skønnes lig med ca. 16 af de på Fig. 7 E indtegnede kvadrater (ved simpel anvendelse af Simpsons formel fås tallet 16,2). Et sådant kvadrat har arealet  $\Delta u_z^2 = r^2 b^2 / 4n_u^2$ , hvorfor:

$$\frac{M}{2} \approx 16,2 \frac{K_1}{r} \cdot \frac{r^2 b^2}{4n_u^2}$$

d. v. s. (0742)

$$\frac{M}{r b^2 K_1} \approx \frac{2 \cdot 16,2}{4 \cdot 4^2} = 0,51$$

Af (0740) og (0742) findes til slut, at

$$\frac{a}{b} = \frac{M}{Qb} \approx \frac{0,51}{0,66} = 0,77 \quad (0743)$$

Til orientering skal det nævnes, at den matematisk eksakte løsning er kendt også til denne opgave. Den indebærer numerisk integration af elliptiske funktioner. Det kan vises (N.Bønding), at den generelle løsning til problemet kan tilnærmes numerisk ved hjælp af nedenstående formel, der svarer til, og har mindst samme nøjagtighed som, (0738):

$$\frac{M}{r b^2 K_1} \approx \frac{2,64 + \sqrt{4,3 + (b/d_1)^2}}{12} \quad (0744)$$

$a/b$  antager værdier mellem  $2/3$  for  $d_1/b \rightarrow 0$  og  $\pi/4 = 0,79$  for  $d_1/b \rightarrow \infty$ .

Hvis stribefundamentet er ekscentrisk belastet, således at fundamentslasten har både en lodret komponent,  $Q$ , og en momentkomponent,  $M = Qe$  (omkring midtpunktet  $C$ , jfr. G 1 Fig. 16 B), fås den simpleste beregning ved at superponere løsningerne til de to grundtilfælde, der er vist på henholdsvis Fig. 7 D og E: man ken-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	7	Deformationer Strømnetmetoden	78	18	24

der ikke på forhånd forholdet  $\delta/rb$ , hvor  $\delta$  er  $u_z$ -værdien i pkt. C, således at man ikke kan finde løsningen eksplicit under forudsætning af en kendt lineær variation af  $u_z$  med  $x_1$  langs fundamentalsundersiden. Hertil kommer, at hvis  $\delta$  og  $r$  begge er forskellige fra nul, vil den grafiske løsning ikke have  $z$ -aksen som symmetri-linie. Den bliver derfor betydeligt vanskeligere end hvert af grundtilfældene, Fig. 7 D og 7 E.

Hvis Fig. 7 D ændres, således at sribefundamentet  $CB$ , uden i øvrigt at ændre geometrien eller værdierne (0729), erstattes med en sribebelastning med ensformigt fordelt belastningsintensitet  $p$ , så ændres ifølge (0724) grænsebetingelsen langs  $CB$  fra  $u_z = 0$  til:

$$\sigma_z = p \quad (0745)$$

eller

$$p_z = \frac{p}{2\kappa_1} x_1$$

Langs  $AF$  er grænsebetingelsen nu:

$$\sigma_z = 0 \quad (0746)$$

og

$$p_z = \frac{pb}{2\kappa_1}$$

Den grafiske løsning svarende til Fig. 7 D er skitseret på Fig. 7 F, idet der bemærkes følgende:

1. For at de to løsninger kan sammenlignes mere direkte, er der valgt det samme antal  $p_z$ -spring ( $\approx 6,8$ ), og som på Fig. 7 D er  $p_z$ -springet på  $0,8 \Delta p_z$  placeret inde ved symmetriaksen  $CD$ . De hertil svarende kendte skæringspunkter mellem  $p_z$ -linierne og grænsen  $CB$  er markeret på figuren.



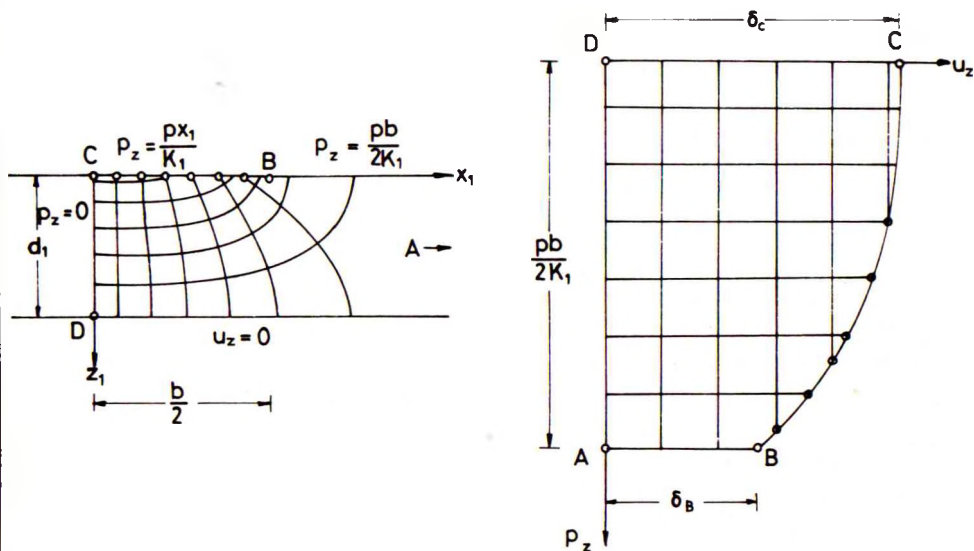


Fig. 7 F: Lodret, ensformigt fordelt stribebelastning ( $\alpha_1/\xi = 0,4$ ).  
Grafisk løsning for  $p_z$  og  $u_z$ .

- $u_z$  bliver nu ikke konstant langs  $CB$ .  $\delta = u_z(z = 0)$  findes at variere fra ca.  $2,6 \Delta u_z$  i pkt. B til ca.  $5,2 \Delta u_z$  i pkt. C. Det bemærkes i øvrigt, at der findes en singularitet i pkt. B, som ikke fremgår særligt tydeligt af Fig. 7 F:  $du_z/dx_1 = -dp_z/dz_1$  er uendelig i dette punkt (dette har ikke væsentlig betydning for løsningens anvendelighed).

3. Som hovedresultat findes:

$$\begin{aligned} \delta_c &\approx \frac{5,2}{6,8} \frac{pb}{2K_1} \\ &= 0,38 \frac{pb}{K_1} \end{aligned} \quad (0747)$$

samt  $\delta_B \approx 0,5 \delta_c$ .

Alternativt kan problemet løses ved hjælp af funktionerne  $\tau_z$  og  $\sigma_z$ , jfr. (0716-17). Disse funktioner er som nævnt også konjugerede, og de skal ligeledes opfylde Laplaces differential-ligning.

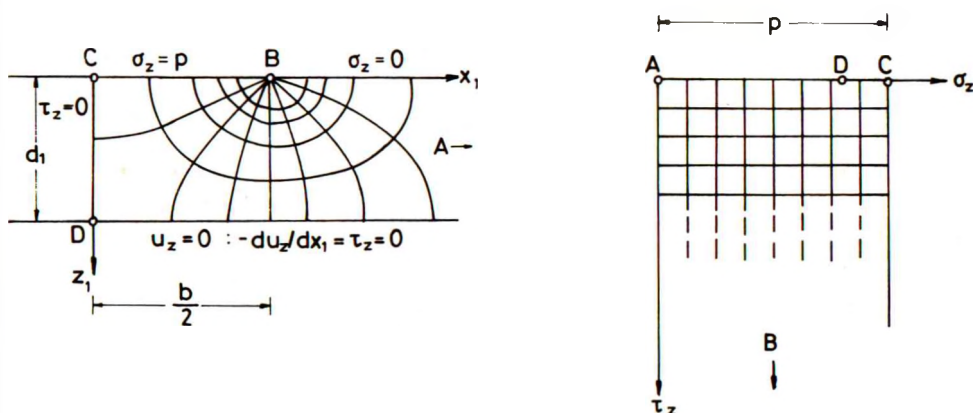


Fig.7 G: Lodret, ensformigt fordelt sribebelastning ( $d_1/b = 0,4$ ).  
Grafisk løsning for  $\tau_z$  og  $\sigma_z$ .

Løsningen er skitseret på Fig.7 G. Det bemærkes her, at man for grænsen DA af betingelsen  $u_z = 0$  kan udlede  $\tau_z = 0$ . For jordoverfladen ABC kan man derimod ikke under de gjorte forudsætninger sætte  $\tau_z = 0$ , selv om man naturligvis i en eksakt løsning, hvor begge ligevægtsligninger opfyldes, skal have  $\tau_{xz} = 0$ . Grunden er som nævnt den, at det i denne metode kun er den lodrette ligevægtsligning, der kan opfyldes. I grænsebetingelsen for vandrette flader kan derfor kun indgå normalspændingen, ikke forskydningsspændingen. Desuden har man ikke  $du_z/dx_1 = 0$  langs ABC, jfr. (0716).

På Fig.7 G fremtræder singulariteten i pkt. B ( $\tau_z \rightarrow \infty$ ) meget tydeligt. I omegnen af dette punkt er:

$$\sigma_z \propto \theta$$

$$\tau_z \propto -\ln r$$

(0748)

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	7	Deformationer Strømnetmetoden	78	21	24

hvor  $r, \theta$  er polære koordinater med begyndelsespunkt i  $E$  ( $\theta$  måles fra  $x_1$ -aksen, positiv med uret). Denne egenskab ved løsningen medfører, at nettet ret let kan optegnes, når antallet af spring i  $\sigma_z$  (her = 8) er valgt.

Løsningen på Fig. 7 G giver en forholdsvis klar oversigt over spændingsfordelingen; men der kræves åbenbart en særlig integration til bestemmelse af sætninger. Hvis det skønnes, at man i middel langs symmetrilinien  $CD$  befinder sig 7,2  $\sigma_z$ -spring fra overfladen  $AB$ , så er åbenbart:

$$\begin{aligned} \delta_c &\approx \frac{7,2}{8} \frac{pd_1}{k_1} \\ &= 0,4 \cdot \frac{7,2}{8} \frac{pb}{k_1} = 0,36 \frac{pb}{k_1} \end{aligned} \quad (0749)$$

da  $d_1/b = 0,4$ .

#### 7.4 Andre anvendelser.

De i det foregående afsnit omtalte eksempler kan uden større vanskeligheder generaliseres til at omfatte f.eks. to eller flere fundamenter placeret i ringe indbyrdes afstand samt ikke ensformigt fordelte stribebelastninger. Som eksempler på mindre nærliggende generaliseringer af metoden (stadig for plane problemer) skal nævnes:

1. Fundamenter under JOF: Strømnettet på Fig. 1 D kan faktisk fortolkes som den grafiske løsning til et sådant problem, idet  $h$ - og  $p$ -linierne opfattes som henholdsvis  $p_z$ - og  $u_z$ -linier.
2. Fundamenter påvirket alene af vandrette kræfter (eller andre opgaver, hvor flytningsfeltet med tilnærmelse kan antages at være vandret): Hvis man i afsn. 7.1 antager  $u_z = 0$  i stedet for  $u_x = 0$ , fås et ligningssystem svarende til at man, fra (0711) og fremefter, erstatter  $z, x, u_z, p_z, \sigma_z$  og  $\tau_z$  med henholdsvis  $x, z, u_x, p_x, \sigma_x$  og  $\tau_x$ . Løs-

ningsmetoden bliver i øvrigt helt analog med den i afsn. 7.2-3 omtalte (i grænsebetingelsen for vandrette, fri jordoverflader indgår nu forskydningsspændingerne  $\tau_x$ , ikke normalspændingerne  $\sigma_z$ ). Ved at superponere løsninger fundet på denne måde med løsninger fundet f.eks. som angivet i de foregående afsnit kan man beregne de lodrette og vandrette bevægelseskomponenter for skråt belastede fundamenter.

3. En anvendelse, som ganske vist har større interesse i det aksialsymmetriske end i det plane tilfælde (en pæl i stedet for en væg) er skitseret på Fig. 7 H.

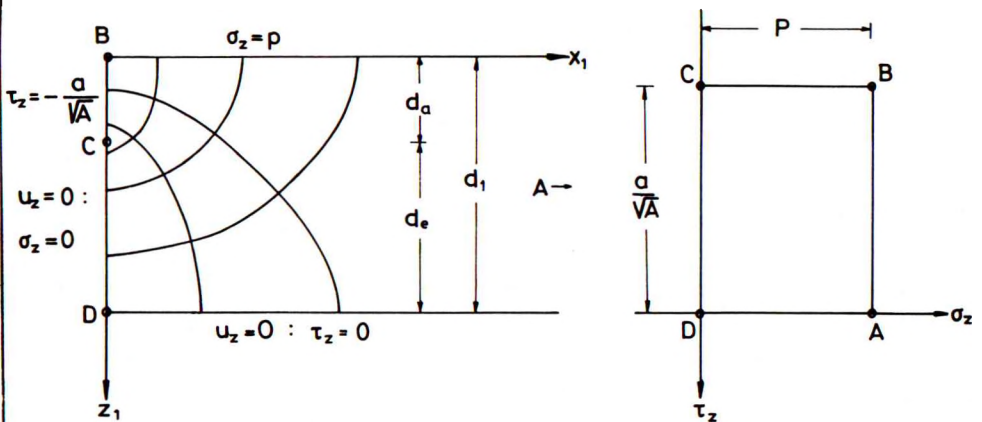


Fig. 7 H: Delvis udviklet negativ adhæsiion langs en væg.

Området  $ABD$  er et jordlag, der oprindeligt befinder sig i hviletrykstilstanden, og som derfor ikke overfører forskydningsspændinger til den lodrette og ueftergivende væg  $BD$ . Efter påførelse af den ensformigt fordelte overfladebelastning  $\sigma_z = p$  sker der sætninger i jordlaget i forhold til væggen. Herved udvikles den fulde adhæsiion  $|\tau_{xz}| = a$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	7	Deformationer Strømnetmetoden	78	23	24

langs den øverste del af væggen,  $AB$ , mens der langs den nederste del,  $CD$ , udvikles forskydningspændinger  $|\tau_{xz}| < a$ . Her sker der følgelig ikke glidning mellem jord og væg, d.v.s., at man har  $u_z = 0$ . Spændingsfordelingen i jorden kan findes ved hjælp af den i afsn. 7.1-2 udviklede metode, idet løsningen som vist på Fig. 7 H kan findes grafisk for funktionerne  $\tau_z$  og  $\sigma_z$ . Der ligger en vanskelighed i, at beliggenheden af pkt.  $C$  ikke er kendt på forhånd, hvorimod forholdet  $p/a$  er kendt. Det viser sig, at løsningen må findes ved forsøg, idet man skønner pkt.  $C$ , og om fornødent ændrer på dette skøn, indtil  $p/a$  som beregnet ud fra løsningen ( $= n_\sigma/n_\tau\sqrt{A}$ ) antager den korrekte værdi. Hovedresultatet i dette problem er den samlede (nedadrettede) forskydningskraft,  $T$ , der overføres til væggen. Den kan findes ved numerisk integration af den fundne  $\tau_z$ -fordeling langs  $BD$ .

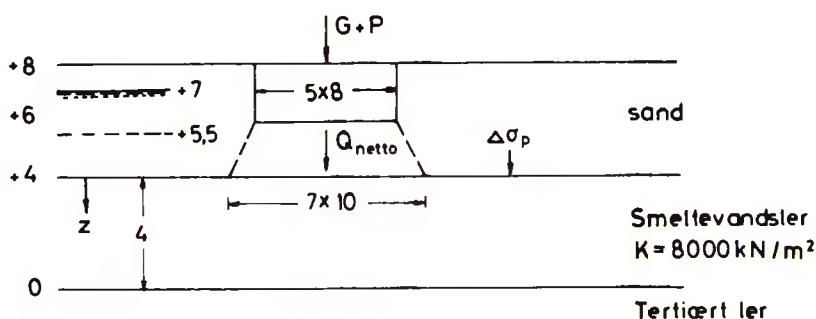
Hertil kommer anvendelser i aksialsymmetriske problemer, problemer hvor  $K$  vokser med dybden samt problemer, hvor der tillige sker ændringer i poretryksfordelingen som følge af en ændret strømningstilstand. I nogle af disse tilfælde kan man - eventuelt mere eller mindre tilnærmet - superponere kendte løsninger eller benytte de ved den sædvanlige anvendelse fundne værdier af  $\sigma_z$  som totale spændinger; men i mange tilfælde må beregningerne foretages numerisk (ved hjælp af EDB). Som nærmere omtalt i kurset Geoteknik 3 kan metodens grundantagelse,  $u_x = 0$ , uden større vanskeligheder overføres til en løsning ved hjælp af finite elementer (hvor den medfører en væsentlig simplificasjon).

Det skal til slut nævnes, at metoden naturligvis kun kan forventes at give rimeligt nøjagtige resultater, hvis antagelsen  $u_x = 0$  repræsenterer en rimelig tilnærmelse. Anvendt på sætningsproblemet Fig. 7 D er metodens nøjagtighed således aftagende for voksende værdier af  $d_1/b$  samt for voksende værdier af  $K_0$ . Den er helt uanvendelig til sætningsberegninger i udrænet tilstand, jfr. G 1 afsn. 10.1, fordi man i dette tilfælde naturligvis ikke kan have

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 7	EMNE Deformationer Strømnetmetoden	UDG. 78	SIDE nr. af 24 24
---------------------------	-------------------	--	------------	-------------------------

$u_x = 0$ . Betingelsen, at voluminet af hvert enkelt jordelement forbliver konstant, betyder i så fald, at  $\epsilon_z = 0$  overalt, d.v.s. også  $u_z = 0$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Sætningsberegning. Sammenligning med konventionel	UDG. 78	SIDE	
	7.1			nr.	af
				1	5



I G 1 Eks. 9.1 - 10.1 betragtes det på figuren skitserede sætningsproblem: Det viste fundament,  $b \times l = 5 \times 8 \text{ m}^2$ , udføres og belastes, og samtidig udføres en sænkning af GVS fra kote +7 til kote +5,5. Idet grundvandsænkningen antages at være permanent, kan de resulterende spændingsændringer i lerlaget mellem kote +4 og kote 0 beskrives ved en ensformigt fordelt forøgelse af de effektive spændinger:

$$\Delta \bar{\sigma}_p = 9,5 \text{ kN/m}^2$$

samt en lodret og centralt virkende nettobelastning på fundamentet:

$$Q_{\text{netto}} = 5880 \text{ kN}$$

Idet konsolideringsmodulen  $K$  for lerlaget er angivet til  $8000 \text{ kN/m}^2$ , giver det førstnævnte bidrag under alle omstændigheder en ensformigt fordelt sætning af lerlagets overside på:

$$\begin{aligned} \delta_p &= \frac{\Delta \bar{\sigma}_p d}{K} \\ &= \frac{9,5 \cdot 4}{8000} = 0,0048 \text{ m} = 0,48 \text{ cm} \end{aligned}$$



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Sætningsberegning. Sammenligning med konventionel	UDG.  78	SIDE	
	7.1			nr.	af

I det følgende skal kun sætningsbidraget  $\delta_q$  hidrørende fra  $Q_{\text{netto}}$  omtales. Som en simpel, og under de givne forhold antagelig ret realistisk, tilnærmelse antages  $Q_{\text{netto}}$  at virke direkte på lerlagets overside i kote +4 gennem et stift fundament med dimensionerne (fundet ved hjælp af 1:2-fordelingen):

$$b \times l = 7 \times 10 \text{ m}^2$$

Idet dybden  $z$  nu regnes fra kote +4, er der i G 1 Eks. 9.1 fundet de til  $Q_{\text{netto}}$  (i det følgende for simpelheds skyld blot kaldt  $Q$ ) svarende spændingstilvækster  $\bar{\sigma}_z = \Delta\sigma_q$  ved hjælp af 1:2-fordelingen:

$z$	$\bar{\sigma}_z$ (1:2)
m	kN/m <sup>2</sup>
0	84,0
2	54,4
4	38,2

Det bemærkes, at disse spændingstilvækster kan betragtes som effektive, idet bidraget fra  $\Delta u$  er indregnet i  $\Delta\bar{\sigma}_p$ .

Ud fra de angivne spændingstilvækster kan  $\delta_q$  findes ved numerisk integration, eller man kan direkte indsætte i G 1 (1023):

$$\begin{aligned} \delta_q &= \frac{Q}{k} \frac{1}{l-b} \ln \frac{1 + \frac{d}{b}}{1 + \frac{d}{l}} \\ &= \frac{5880}{8000} \frac{1}{3} \ln \frac{1 + \frac{4}{7}}{1 + \frac{4}{10}} = 0,0283 \text{ m} = 2,83 \text{ cm} \end{aligned}$$

I G 1 Eks. 10.1 er beregnet den samlede sætning  $\delta_c = \delta_p + \delta_q = 3,3 \text{ cm}$ .

Strømnetmetoden kan ikke uden videre anvendes direkte, fordi metoden i afsn. 7 kun er udviklet nærmere for langstrakte fundamenter. Metoden skal derfor i første omgang sammenlignes med sætningsberegningen ved hjælp af 1:2-fordelingen for sådanne fundamenter.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr.	EMNE Sætningsberegning Sammenligning med konventionel	UDG. 78	SIDE	
	7.1			nr.	af

Der antages  $K_0 = 0,5$  for lerlaget. Ifølge (0706) har man da

$$A = \frac{1 - K_0}{2} = 0,25$$

hvoraf følger  $\sqrt{A} = 0,5$  og ifølge (0715):

$$K_1 = K \sqrt{A} = 4000 \text{ kN/m}^2$$

samt ifølge (0728):

$$d_1 = d \sqrt{A} = 2 \text{ m}$$

Stribefundamentet svarende til figuren ovenfor har åbenbart  $b = 7 \text{ m}$ . Det er belastet med linielasten

$$Q_1 = \frac{Q}{l} = 588 \text{ kN/m}$$

Ved indsættelse i (0738), idet  $d_1/b = 2/7 < 1,4$ , findes sætningen af dette fundament til:

$$\begin{aligned} \delta_{q1} &= \frac{Q_1}{K_1} \frac{d_1}{b + \frac{\ln 16}{\pi} d_1} \\ &= \frac{588}{4000} \frac{2}{7 + 0,883 \cdot 2} = 0,0335 \text{ m} = 3,35 \text{ cm} \end{aligned}$$

Til orientering skal det nævnes, at dette resultat for denne værdi af  $d_1/b$  er praktisk talt identisk med det, der findes ud fra den matematiske eksakte løsning (0733-37); den relative afvigelse er  $6 \cdot 10^{-7}$ .

Den tilsvarende sætning fundet ved hjælp af 1:2-fordelingen kan bestemmes af G 1 (1019):

$$\begin{aligned} \delta_{q1} &= \frac{Q_1}{K} \ln\left(1 + \frac{d}{b}\right) \\ &= \frac{588}{8000} \ln \frac{7+4}{7} = 0,0332 \text{ m} = 3,32 \text{ cm} \end{aligned}$$

altså med en afvigelse på kun ca. 1 %.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 7.1	EMNE Sætningsberegning. Sammenligning med konventionel	UDG. 78	SIDE nr. af 4 5
---------------------------	--------------------	---	------------	-----------------------

Grunden til den ringe afvigelse er naturligvis, at den første formel (0738) er meget nær den samme som G 1 (1019). Hvis den sidstnævnte formel tilnærmes ved:

$$\frac{\delta K}{Q} = \ln\left(1 + \frac{d}{b}\right) \approx \frac{\frac{d}{b}}{1 + C \frac{d}{b}}$$

findes, at konstanten  $C$  for at opnå eksakt overensstemmelse skal have værdien 0,50 for  $d/b \rightarrow 0$ , 0,44 for  $d/b = 1$  og 0,41 for  $d/b = 2$ . Hvis  $C = 0,44$  og  $K_0 = 0,5$ , er den ovenstående tilnærmelsesformel åbenbart identisk med (0738).

Dette resultat antyder, hvorledes strømnetmetoden kan tilnærmes således, at den også kan anvendes på rektangulære fundamenter: Sætningen som beregnet ved hjælp af (0738) multipliceres med en formfaktor, der udledes ved at sammenligne G 1 (1019) med G 1 (1023-24). Formfaktoren  $s_\delta$  findes at kunne udtrykkes ved følgende formler:

$$s_\delta = \frac{1}{1 - \frac{d}{l}} \left[ 1 - \frac{\ln\left(1 + \frac{d}{l}\right)}{\ln\left(1 + \frac{d}{b}\right)} \right] \quad (b < l)$$

$$\rightarrow \frac{\frac{d}{b}}{\left(1 + \frac{d}{b}\right) \ln\left(1 + \frac{d}{b}\right)} \quad (b = l)$$

I det aktuelle eksempel, hvor  $d = 4$  m,  $b = 7$  m og  $l = 10$  m, findes  $s_\delta = 0,852$ . Anvendes denne faktor til at korrigere den ovenfor fundne sætning  $\delta_{q1}$ , fås:

$$\delta_q \approx 0,852 \cdot 3,35 = 2,85 \text{ cm}$$

For værdier af  $d/b$  af den i dette eksempel betragtede størrelsesorden fås altså en for alle praktiske formål tilstrækkeligt nøjagtig sætningsberegning ved anvendelse af 1:2-fordelingen. Som senere omtalt giver strømnetmetoden imidlertid en betydeligt mere detaljeret, og under de gjorte forudsætninger også nøjagtigere, beskrivelse af bl. a. spændingsfordelingen i jorden, herunder reakt-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	Eks. nr. 7.1	EMNE Sætningsberegning. Sammenligning med konventionel	UDG. 78	SIDE nr. af 5   5
---------------------------	--------------------	---	------------	-------------------------

tionsfordelingen langs fundamentsundersiden. Til orientering skal det således nævnes, at selv om de ovenfor fundne sætninger  $\delta_q$  er næsten ens, så er spændingsfordelingerne under fundaments symmetrilinie helt forskellige. Spændingstilvæksterne hidrørende fra  $q_{\text{netto}}$  som beregnet ud fra strømnetmetoden (og for kontinuitetens skyld multipliceret med den ovenfor fundne formfaktor  $s_\delta = 0,852$ ) kan således vises at være (betegnet "strøm"):

$z$	$\bar{\sigma}_z$ (strøm)	$\bar{\sigma}_z$ (Bouss.)
m	kN/m <sup>2</sup>	kN/m <sup>2</sup>
0	57,4	53,5
2	57,1	57,9
4	56,9	55,2

Dette giver samme sætning, men f.eks. et andet tidsforløb af sætningerne end beregnet i G 1 Eks. 10.1.

Til sammenligning er i tabellen ovenfor angivet den spændingsfordeling, man finder ud fra G 1 (0925), altså under et stift sribefundament (glat og på et elastisk halvrum). Afvigelserne mellem de to kolonner skyldes bl. a., at reaktionsfordelingen G 1 (0924) ikke er korrekt, når det sætningsgivende lag kun har begrænset tykkelse.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 8	EMNE Stive pladefundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 1 15
---------------------------	-------------------	--------------------------------	------------	------------------------

### 8.1 Oversigt. Beregningsprincipper.

For almindelige (søjle- eller væg-) fundamenter, der dimensioneres med sædvanlig sikkerhed mod fuldt udviklet brudtilstand i jorden, G 1 afsn. 24.4, bestemmes snitkræfterne i fundamentet som nævnt i G 1 afsn. 24.5 under forudsætning af ensformig reaktionsfordeling over det effektive fundamentsareal.

Denne reaktionsfordeling er teoretisk korrekt for den del af fundamentets (regningsmæssige) bæreevne, der hidrører fra  $q$ -leddet og  $c$ -leddet, jfr. G 1 (1601).  $\gamma$ -leddet kan derimod vises at give en reaktionsfordeling, der har intensiteten nul ved fundamentskanterne og et maksimum inde under midten af det effektive fundamentsareal. Fordelingen er ikke kendt i detaljer, bl.a. fordi spændingsfordelingen i det stive legeme  $O'TO$  på G 1 Fig. 16 A ikke er entydigt bestemt alene ud fra plasticitetsteorien; men hvor den benyttes, tilnærmes den hyppigt ved en trekantformet (for stribefundamenter) eller tagformet fordeling.

Hvis der er regningsmæssig brudtilstand i jorden for fuld regningsmæssig belastning ( $G + Pf_p$ ) på fundamentet, så er det naturligvis korrekt at benytte den reaktionsfordeling, der kan udledes af bæreevnebrudfiguren. At man i praksis erstatter den ovenfor beskrevne fordeling med en ensformig, skyldes blot at den sidstnævnte er simplere og desuden på den sikre side ved normale snitkraftberegninger, jfr. G 1 Fig. 24 D.

For mange typer pladefundamenter, samt for konstruktioner som f.eks. bundplader i tørdokke, er spændingstilstanden i jorden selv ved fuld regningsmæssig belastning ofte langt fra at svare til et bæreevnebrud. Dette kan skyldes, som f.eks. ved (delvis) kompenseret fundering, at sætningskriteriet i den aktuelle brugstilstand har været væsentlig mere kritisk end bæreevnekriteriet, således at det har været afgørende for valg af fundamentsbredde og -dybde; men det kan også skyldes, at der med de givne belastninger på pladen og den, eventuelt af andre forhold bestemte, givne udstrækning af pladen ikke er noget bæreevne- og muligvis heller ikke noget sætningsproblem.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	8	Stive pladefundamenter	78	2	15

Uanset dette skal der principielt udføres to forskellige undersøgelser for selve pladen (tykkelse, betonkvalitet og armering):

1. En brudundersøgelse, hvor der påvises tilstrækkelig sikkerhed, f.eks. ved hjælp af brudlinieteorien, mod (bøjnings-) brud i pladen. De givne belastninger samt pladematerialernes styrkeegenskaber skal i denne undersøgelse være regningsmæssige. Den tilsvarende reaktionsfordeling på pladens underside skal være i ligevægt med belastningerne, herunder pladens egenvægt, og kan altså også siges at være regningsmæssig. Den svarer imidlertid som nævnt ikke til brudtilstand i jorden, hvorfor den må bestemmes på anden måde, f.eks. tilnærmet efter elasticitetsteorien.
2. En deformationsundersøgelse, hvor der undersøges dels pladens sætninger (mere generelt: stiftlegemebevægelse), dels dens udbøjninger (revnefare etc.) i den aktuelle brugstilstand, altså under aktuelle, eventuelt blot sætningsgivende, belastninger. Reaktionsfordelingen er i dette tilfælde også aktuel, men bestemmes i øvrigt som ovenfor tilnærmet efter elasticitetsteorien.

I begge tilfælde gælder det i princippet, at da reaktionsfordelingen beregnes på grundlag af bl.a. jordens i hvert fald tilnærmet elastiske spændings-tøjnings sammenhæng, så vil den blive influeret af pladens egne udbøjninger. Hvis belastningen på oversiden af en langstrakt plade således er ensformigt fordelt, så vil reaktionsfordelingen naturligvis også være ensformig, hvis pladen er helt slap; men hvis pladen er helt (bøjnings-) stiv, så vil reaktionsfordelingen være som angivet ved G 1 (0924), jfr. G 1 Fig. 9 D.

I praksis må der derfor skelnes mellem stive plader, hvis udbøjninger er så små i forhold til pladens sætninger, at der kan ses bort fra udbøjningernes indflydelse på reaktionsfordelingen, og bøjelige plader, hvor man ikke med tilstrækkeligt god

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 8	EMNE Stive pladefundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 3   15
---------------------------	-------------------	--------------------------------	------------	--------------------------

tilnærmelse kan gøre denne antagelse. Dette afsnit beskæftiger sig med stive plader, mens bøjelige plader omtales i afsn. 9.

Hvis sætningsproblemet er løst ved hjælp af strømnetmetoden, eventuelt ved en superposition af løsninger af typen Fig. 7 D og Fig. 7 E, så kan man på grundlag af den grafiske løsning ret direkte bestemme dels spændingsfordelingen overalt i jorden, herunder reaktionsfordelingen langs pladens underside, dels snitkræfterne, forskydningskraft og moment i pladen.

Under mere komplicerede forhold, f. eks. ved to eller flere tætliggende rektangulære plader, kan en beregning ved hjælp af strømnetmetoden blive for vanskelig, i hvert fald medmindre der anvendes EDB. I så tilfælde vil man hyppigt i praksis anvende en simplificeret beregningsmetode, hvor pladeundersiden inddeles i et antal felter, der hver for sig antages at have en ensformig reaktionsfordeling. Reaktionen på de enkelte pladefelter bestemmes nu ud fra dels ligevægtsligningerne, dels betingelsen at pladens sætninger beregnet i tyngdepunkterne af felterne tilsammen skal beskrive en stiftlegemebevægelse.

## 8.2 Spændingsfordeling.

Til beregning af spændingsfordelinger ud fra løsninger ved hjælp af strømnetmetoden benyttes (0716-17), eventuelt (0718-19), hvis den matematisk korrekte løsning,  $q = q(w)$ , er kendt, jfr. også (0741).

Det bemærkes i denne forbindelse, at spændingsfordelingen,  $\sigma_z = \sigma_z(z, x)$ , reelt meget sjældent har interesse i sig selv. I G1 afsn. 9-10, samt i løsningen på Fig. 7 F, benyttes den kun som et hjælpemiddel til sætningsberegningen, og på tilsvarende måde benyttes reaktionsfordelingen langs undersiden af en plade normalt kun som hjælpemiddel til snitkraftberegningen.

Nu repræsenterer en grafisk løsning med et  $u_z, p_z$ -net direkte de integraler af spændingsfordelingen, som man normalt har brug for i praksis. For de i dette afsnit omtalte formål vil man



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 8	EMNE Stive pladefundamenter	UDG. 70	SIDE nr. af 4 15
---------------------------	-------------------	--------------------------------	------------	------------------------

derfor ikke beregne spændingerne eksplicit, men vil udføre de nødvendige beregninger direkte på grundlag af den fundne  $p_z$ -funktion.

Det skal dog indledningsvis bemærkes, at denne  $p_z$ -funktion normalt vil repræsentere spændinger i ligevægt med nettobelastningen på fundamentspladen. Til snitkraftberegningen i pladen skal derimod benyttes den reaktionsfordeling, som er i ligevægt med den totale bruttobelastning, der overføres gennem fundamentsundersiden. Forskellen mellem de to reaktionsfordelinger er under de her gjorte forudsætninger (ingen ændringer i de effektive volumenkræfter) ensformigt fordelt, hvorfor det ikke i princippet volder større vanskeligheder at medregne dens virkning på snitkræfterne.

Det bemærkes, at under de på G 1 Fig. 9 B viste forhold (for et sribefundament, således at  $Q$  måles i kN/m) er den ved strømnetmetoden fundne reaktionsfordeling i ligevægt med belastningen

$$Q_{\text{netto}} = Q - p b \quad (0801)$$

Denne nettobelastning kan også betragtes som effektiv, fordi man under de gjorte forudsætninger også har

$$Q_{\text{netto}} = \bar{Q} - \bar{p} b \quad (0802)$$

hvor  $\bar{Q} = Q - ub$  og  $\bar{p} = p - u$ .

Det ensformigt fordelte tillæg til reaktionsfordelingen er altså  $p$  = den totale lodrette spænding i funderingsniveau. Dette må ikke forveksles med, at det ensformigt fordelte spændingsbidrag til sætningerne (kaldt  $\Delta \bar{\sigma}_p$  i G 1 Eks. 9.1) kun inkluderer den del af  $p$ , som hidrører fra terrænregulering etc. i forbindelse med byggeriet, og dette bidrag skal yderligere korrigeres for en eventuel ændring af porevandtrykket  $u$ .

For en ordens skyld bemærkes det yderligere, at der ud fra en sætningsberegning ved hjælp af strømnetmetoden for belastningsændringerne  $\Delta Q$  og  $\Delta p$  naturligvis kun kan beregnes de tilsvarende

ændringer i reaktionsfordelingen (igen sammensat af et bidrag i ligevægt med  $\Delta Q_{\text{netto}} = \Delta Q - \Delta p b$  og et ensformigt fordelt bidrag  $\Delta p$ ).

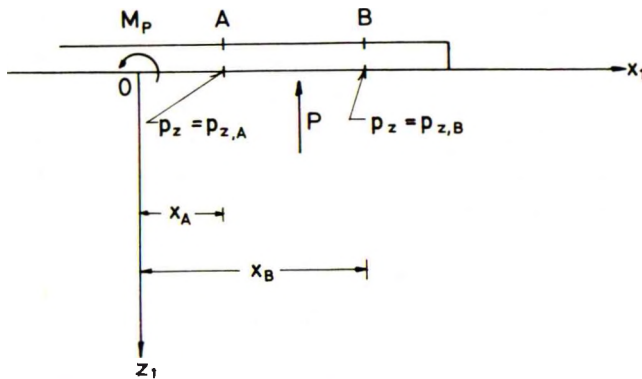


Fig. 8 A: Bestemmelse af kraftresultanter svarende til reaktionsfordelingen  $\sigma_z(x_1)$ .

Bestemmelsen af snitkræfterne i en plade som den på Fig. 7 D viste kan reduceres til den på Fig. 8 A skitserede grundoperation, som består i at finde den lodrette resultant  $P$  og dennes moment  $M_P$  om pkt. 0 af reaktionsfordelingen  $\sigma_z = \sigma_z(x_1)$  på strækningen mellem to vilkårlige punkter A og B.

Ifølge (0723) har man direkte

$$P = K_1 (p_{z,B} - p_{z,A}) \quad (0803)$$

og svarende til (0741) kan man udlede:

$$M_P = K_1 \int_{x_A}^{x_B} x_1 \frac{\partial p_z}{\partial x_1} dx_1 = K_1 \int_{p_{z,A}}^{p_{z,B}} x_1 dp_z \quad (0804)$$

$P$  er altså direkte proportional med differensen mellem  $p_z$ -værdierne i de to betragtede punkter, mens  $M_P$  simplest findes ved numerisk integration af  $x_1$  optegnet som funktion af  $p_z$ . Denne funktion er for løsningen på Fig. 7 D skitseret på Fig. 8 B.

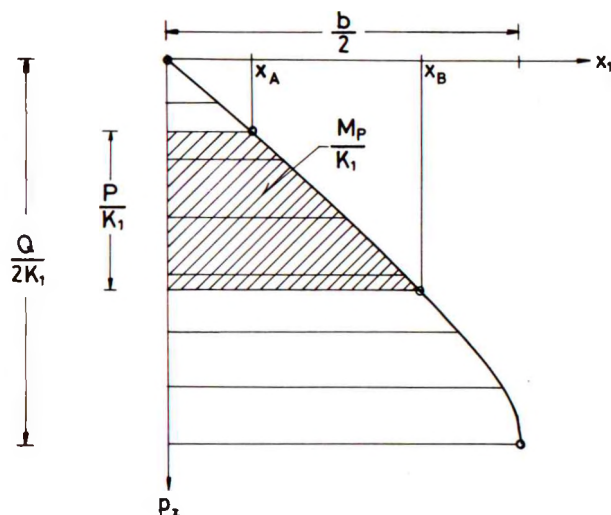


Fig. 8 B: Bestemmelse af resultanterne  $P$  og  $M_P$  på grundlag af grafisk løsning.

Funktionen findes simplest ved indmåling af  $p_z$ -liniernes skæringspunkter med fundamentsundersiden (dette er anvendt på Fig. 8 B, hvor de ca. 6,8  $p_z$ -spring kan genkendes fra nettet på Fig. 7 D). Hvis afbildningen på Fig. 8 B normaliseres, således at den viste kurve forløber mellem punkterne  $(0,0)$  og  $(1,1)$ , bliver den viste strækning og det viste areal lig med henholdsvis  $2P/Q$  og  $4M/Qb$ . Størrelsen  $K_1$  indgår således reelt slet ikke i denne beregning.

### 8.3 Reaktionsfordeling.

Hvis strømnetmetoden ikke er direkte anvendelig, kan det som nævnt være nødvendigt at anvende en mere tilnærmet metode.

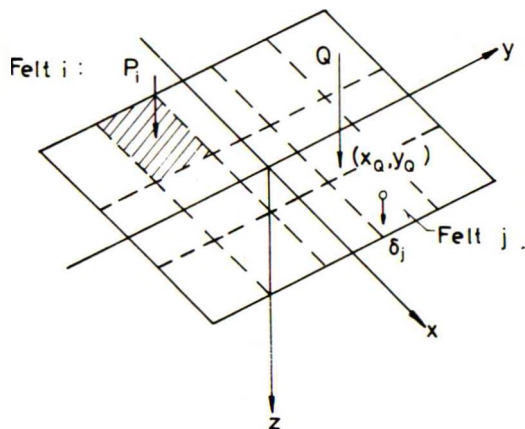


Fig.8 C: Reaktionsfordeling: Lasten  $Q$  i ligevægt med resultanterne  $P_i$  på et antal felter.

Metoden er normalt baseret på følgende princip, jfr. Fig. 8 C.

1. Først bestemmes som sædvanligt den ensformige fordeling  $p$ , der ikke giver anledning til nogen problemer. Nettobelastningen (her for simpelheds skyld blot kaldt  $Q$ ) antages lodret, men kan virke ekscentrisk.
2. Pladen inddeles i et antal,  $n$  (f. eks. 9-16), felter, og reaktionsfordelingen antages ensformig over hvert felt. Den lodrette resultant  $P_i$  virker derfor i tyngdepunktet af det tilsvarende felt.
3. Størrelserne  $P_i$  skal naturligvis opfylde ligevægtsligningerne, der kan skrives på formen:

$$Q_k = c_{ki} P_i \quad (0805)$$

$c_{ki}$  er en  $3 \times n$  matrix, hvis  $i$ 'te søjle har formen  $\{1, x_i, y_i\}$ , hvor  $x_i$  og  $y_i$  er koordinaterne til tyngdepunktet i felt nr.  $i$ . Vektoren  $Q_k$  indeholder de tre last-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE Stive pladefundamenter	UDG.	SIDE	
	nr.		78	nr.	af
	8			3	15

komponenter  $Q \times \{1, x_Q, y_Q\}$ , hvor  $x_Q$  og  $y_Q$  er koordinaterne til  $Q$ 's angrebepunkt.

4. Ved en (mere eller mindre tilnærmet) beregning findes de  $n \times n$  influenstal  $a_{ji}$ , som angiver sætningen  $\delta_j$  af punktet  $(x_j, y_j)$ , altså tyngdepunktet af felt nr.  $j$ , når der anbringes lasten  $P_i = 1$ , ensformigt fordelt over felt nr.  $i$ . Når alle  $P_i$ -værdier er kendt, kan flytningsfeltet beskrevet ved størrelserne  $\delta_j$  åbenbart findes:

$$\delta_j = a_{ji} P_i \quad (0806)$$

5. Dette flytningsfelt skal svare til en stiftlegemebevægelse af pladen. Hvis en sådan beskrives ved vektoren  $u_l = \{\delta, r_x, r_y\}$ , hvis komponenter er henholdsvis: lodret sætning, rotation om  $y$ -aksen (punkter med positiv  $x$  bevæger sig nedad) og rotation om  $x$ -aksen, skal man altså have:

$$\delta_j = c_{jl}^T u_l \quad (0807)$$

hvor  $c^T$  er en  $n \times 3$  matrix: Den samme som i (0805), men transponeret.

6. (0805-07) udgør direkte  $n+3$  ligninger i de  $n+3$  ubekendte  $P_i$  og  $u_l$ . Hvis man skal finde reaktionsfordelingerne for flere forskellige belastningstilfælde på samme plade, kan man eventuelt én gang for alle finde den inverterede matrix  $a_{ij}^{-1}$  til  $a_{ji}$ -matricen i (0806), altså:

$$P_i = a_{ij}^{-1} \delta_j = a_{ij}^{-1} c_{jl}^T u_l \quad (0808)$$

hvorefter ligningssystemet kan reduceres til tre ligninger med tre ubekendte:

$$Q_k = c_{ki} a_{ij}^{-1} c_{jl}^T u_l \quad (0809)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 8	EMNE Stive pladefundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 9   15
---------------------------	-------------------	--------------------------------	------------	--------------------------

For hvert enkelt belastningstilfælde bestemmes herefter først  $u_z$  af (0809), og derpå  $P_i$  af (0808).

Metoden kan generaliseres således, at der samtidig kan undersøges flere nærtliggende pladefundamenter, eventuelt med koblinger mellem deres bevægelser (f.eks. en fortandet fuger, der kun tillader en vinkeldrejning mellem to plader, og som til gengæld kan overføre en lodret forskydningskraft samt et moment på langs, men ikke på tværs).

Den mest komplicerede proces i denne beregningsprocedure er åbenbart bestemmelsen af influenstallene  $a_{ji}$ . Denne bestemmelse sker normalt på grundlag af løsningen til det på Fig. 8 D viste grundproblem: Der søges sætningen  $\delta(r)$  i afstanden  $r$  fra en lodret enkeltkraft  $Q$ , der er anbragt på overfladen af det betragtede jordlag. Det bemærkes, at denne definition forudsætter, at jordlaget er homogent i vandret retning, således at den eneste geometriske størrelse (i planen), der indgår i  $\delta$ , er afstanden  $r$ , men ikke f.eks. retningen fra  $Q$  til  $\delta$  og heller ikke  $Q$ 's, og hermed  $\delta$ 's, position på  $xy$ -planen.

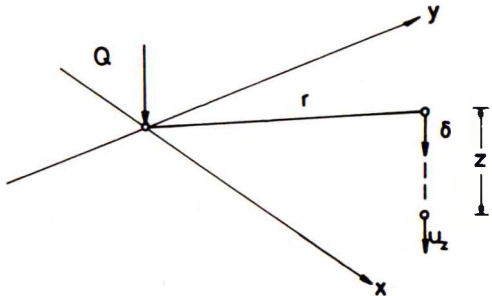


Fig. 8 D: Grundproblem: Sætningen  $\delta$  hidrørende fra en enkeltkraft  $Q$  i afstanden  $r$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE Stive pladefundamenter	UDG.	SIDE	
	nr. 8		78	nr. 10	af 15

Hvis jordprofilen antages at være et elastisk halvrum, kan en løsning findes ved integration af Boussinesqs spændingsfordeling G 1 (0917), idet G 1 (1005-07) anvendes. Nu er G 1 (0917) som forklaret i G 1 afsn. 9.4 løsningen for Poissons forhold  $\mu = 0,5$ , d.v.s.  $K_0 = 1$ . Hvis der i stedet anvendes de mere komplicerede udtryk, der gælder for vilkårlige værdier af  $\mu$ , fås ved indsættelse i G 1 (1005) og integration fra dybden  $z$  til uendelig: Den lodrette flytning i dybden  $z$ :

$$u_z = \frac{Q}{2\pi E} (1 + \mu) \left[ \frac{z^2}{(r^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{2(1 - \mu)}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \right] \quad (0810)$$

Specielt fås for  $z = 0$ :

$$\delta = \frac{Q(1 - \mu^2)}{\pi E r} = \frac{Q}{\pi K(1 - K_0^2) r} \quad (0811)$$

Den sidste ligning fås ved indsættelse af G 1 (1006-07).

Til sammenligning skal det nævnes, at den tilsvarende løsning efter strømnetmetoden, d.v.s. med anvendelse af grundligningen (0709) - omskrevet til cylindriske koordinater - bliver:

$$u_z = \frac{Q}{2\pi K_1} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \quad (0812)$$

og altså specielt for  $z = 0$ :

$$\delta = \frac{Q}{2\pi K_1 r} \quad (0813)$$

$z_1$  og  $K_1$  er defineret i henholdsvis (0712) og (0715).

Værdier beregnet ved hjælp af (0813) er altid (mindst ca. 25 %) mindre end de tilsvarende fundet ved hjælp af (0811). Det fuldstændige bevægelsesfelt, hvoraf (0810-11) kun giver den lodrette komponent, har ifølge Boussinesqs teori imidlertid også en radial komponent  $u_r \neq 0$ . Dette medfører systematiske fejl, når teorien anvendes på fundamentsplader med ru underside hvilende på jordlag af begrænset tykkelse. Da dette er de her betragtede beregningsforudsætninger, anvendes (0812-13), som netop er base-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	8	Stive pladefundamenter	78	11	15

ret på forudsætningen  $u_r = 0$ , i det følgende.

For et jordlag af begrænset tykkelse  $d$  fås en simpel og absolut anvendelig tilnærmelse ved fra værdien (0813) at trække  $u_z$  som fundet ved (0812) for:

$$z_1 = d_1 = d \sqrt{A} \quad (0814)$$

jfr. (0728), d.v.s.:

$$\delta = \frac{Q}{2\pi K_1} \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{(r^2 + d_1^2)^{1/2}} \right] \quad (0815)$$

For små værdier af  $r$  varierer  $\delta$  efter denne formel stadig som  $1/r$ ; men for  $r$ -værdier, der er store i forhold til  $d_1$ , aftager  $\delta$  langt stærkere med voksende værdier af  $r$  (omtrent som  $d_1^2/2r^3$ ). Forskellen mellem (0813) og (0815) spiller derfor en væsentlig rolle for reaktionsfordelingen på plader, hvis vandrette udstrækning er af samme størrelsesorden som  $d_1$ , eller større.

For en ordens skyld skal det nævnes, at den eksakte løsning efter strømnetmetoden til sætningsproblemet på et jordlag af begrænset tykkelse kan findes ved rækkeudviklingen:

$$\delta = \frac{Q}{2\pi K_1} \left[ \frac{1}{r} - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{[(2kd_1)^2 + r^2]^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (0816)$$

På denne form er rækken meget langsomt konvergerende; men den er alligevel anvendelig i praksis, fordi den er summabel efter en af de i matematikken kendte summations-transformationer (Kummer, Euler etc.). For simpelheds skyld koncentrerer fremstillingen i det følgende om (0813) og (0815).

Vedrørende beregningen af influenstallene  $a_{ji}$  bemærkes nu følgende:

1. Hvis afstanden mellem punkterne nr. (altså tyngdepunkterne af felterne nr.)  $i$  og  $j$  er stor i forhold til udstrækningen af felt nr.  $i$ , kan (0813) henholdsvis (0815) benyttes direkte, idet der for  $Q$  indsættes  $P_i$ .

2. Hvis felt nr.  $i$  kan tilnærmes med et udsnit af en cirkelring, jfr. Fig. 8 E, så kan (0815) simpelt integreres direkte. Idet vi sætter:

hvor  $P_i = A_i \cdot p_i$  (0817)

$A_i = \frac{\theta}{2} (r_2^2 - r_1^2)$

fås:

$$\delta_j = \frac{p_i}{2\pi K_1} \int_{r_1}^{r_2} \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + d_1^2}} \right] r \theta dr$$

$$= \frac{p_i \theta}{2\pi K_1} \left[ r - \sqrt{r^2 + d_1^2} \right]_{r_1}^{r_2} \tag{0818}$$

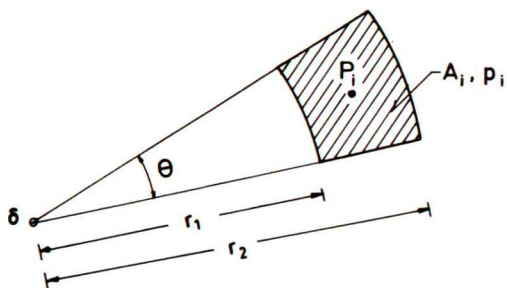


Fig. 8 E: Belastningsfelt tilnærmes ved udsnit af cirkelring (af endelig størrelse).

Idet udtrykket i (0818) divideres med  $P_i$  som udtrykt ved (0817) fås:

$$\pi K_1 a_{ji} = \frac{r_2 - r_1 - (\sqrt{r_2^2 + d_1^2} - \sqrt{r_1^2 + d_1^2})}{r_2^2 - r_1^2} \tag{0819}$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	8	Stive pladefundamenter	78	13	15

altså uafhængigt af  $\theta$ . For  $d_1 \rightarrow \infty$  bliver højresiden  $(r_1 + r_2)^{-1}$ . Udtrykket (0819) gælder også for  $r_1 = 0$  (og  $\theta = 2\pi$ ), således at det også angiver influenstallet  $a_{ii}$  fra belastningen på et felt, der kan tilnærmes med en cirkel, på sætningen i cirkelens centrum.

Tilsvarende, men mere komplicerede, formler kan udledes for andre figurer som f.eks. trekanter og rektangler. I praksis vil de ovenfor givne formler normalt kunne give tilstrækkelig nøjagtighed.

For et centralt belastet, rektangulært fundament på overfladen af et jordlag, hvis tykkelse ikke er lille i forhold til bredden, har man fundet, at den på Fig. 8 F viste reaktionsfordeling i mange tilfælde kan anvendes som en god tilnærmelse.

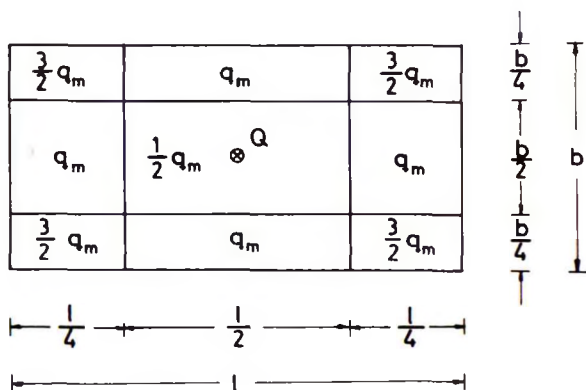


Fig. 8 F: Tilnærmet reaktionsfordeling på centralt belastet rektangulært fundament.

Som det fremgår af figuren, inddeles rektangleret i 9 felter ved linier, der forbinder de yderste fjerdedelspunkter på modstående sider. Idet middelbelastningen på rektangleret er:

$$q_m = \frac{Q}{bl}$$

(0820)

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 8	EMNE Stive pladefundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 14 15
---------------------------	-------------------	--------------------------------	------------	-------------------------

kan midterfeltet antages at have en reaktion, der er  $q_m/2$ , mens de fire hjørnefelter har reaktionen  $3q_m/2$ . På de fire resterende felter er reaktionen  $q_m$ .

En momentpåvirkning parallel med en rektangelside vil i denne tilnærmelse give et positivt tillæg i en yderstribe og et lige så stort fradrag i den modsatte yderstribe (men ikke nogen ændring i midterriben). Bidragene til de enkelte felter i yderstriberne kan formentlig med rimelig god tilnærmelse antages fordelt i forholdene  $3/2 - 1 - 3/2$ . Virkningen af en dobbelt ekscentricitet kan fås ved superposition af to sådanne momentbidrag.

Det bemærkes, at den i dette afsnit angivne metode kan opfattes som en speciel version af en matematisk metode, der kan udvikles til samme beregningsnøjagtighed som f.eks. en finit element eller finit differensmetode: Hvis man lader antallet af felter på Fig. 8 C gå mod uendeligt, og erstatter produktsummerne i (0805-06) med integraler, fås en integralligning til bestemmelse af reaktionsfordelingen  $p(x,y)$ . Influensfunktionerne  $a_{ji}$  (kernen i integralligningen) kan stadig udledes af f.eks. (0812-13), jfr. (0815-16). Den generelle formulering af denne metode skal ikke udvikles nærmere; det skal blot nævnes, at den danner det rationelle grundlag for en i afsn. 9 omtalt alternativ formulering.

Til slut skal omtales en generalisering af tilnærmelsen (0815), der under forudsætning af, at man kender flytningsfeltet  $u_z(r, z, K, K_0)$  som funktion af de indgående parametre, kan skrives:

$$\delta(r, d, K, K_0) \approx u_z(r, 0, K, K_0) - u_z(r, d, K, K_0) \quad (0821)$$

gældende for ét homogent sætningsgivende lag af tykkelsen  $d$ .

Hvis jordprofilet nu består af flere jordlag med forskellige værdier af  $K$  og evt. tillige  $K_0$ , kan (0821) generaliseres derved, at man betragter summen over laggrænserne

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 8	EMNE Stive pladefundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 15 15
---------------------------	-------------------	--------------------------------	------------	-------------------------

$$\delta(r) \approx \sum_k [\delta(r, d_k, K_k^o, K_{ok}^o) - \delta(r, d_k, K_k^u, K_{ok}^u)] \quad (0822)$$

hvor  $k$  betegner laggrænsens nummer, mens superskript  $o$  og  $u$  betegner parameterværdierne henholdsvis over og under laggrænsen. Hver enkelt  $\delta$ -værdi beregnes ved hjælp af (0821). For den nederste laggrænse er  $K^u = \infty$ , og den tilsvarende  $\delta$ -værdi er følgelig nul.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 9	EMNE Bøjelige fundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 1 9
---------------------------	-------------------	------------------------------	------------	-----------------------

### 9.1 Oversigt.

Bøjelige fundamenter defineres som nævnt som plader, hvor man ved bestemmelse af reaktionsfordelingen ikke kan se bort fra pladens egen udbøjning. Dette komplicerer naturligvis beregningerne betydeligt, hvorfor man som regel vil anvende de simplest mulige tilnærmelser, der fører til en acceptabel nøjagtighed. I det følgende omtales i det væsentlige kun det plane tilfælde, altså stribefundamenter. Af hensyn til anvendelsen på f.eks. kranbjælker og tunneller betragtes imidlertid også bjælker på elastisk underlag, hvor det i modsætning til tidligere er reaktionsfordelingen på langs, der har interesse.

Den ældste metode, ballasttalteorien, antager proportionalitet mellem kontaktryk og nedbøjning i hvert enkelt punkt, uafhængigt af reaktionsfordelingen i øvrigt. Metoden er åbenbart ikke generelt nogen god tilnærmelse, jfr. det foregående afsnit. Den anvendes dog stadig, hvis en simpel tilnærmelse ønskes, og den kan godt give rimeligt nøjagtige resultater især for bjælker på elastisk underlag.

I de nærmest følgende afsnit omtales først nogle varianter af den i afsn. 8.3 beskrevne metode. De simpleste beregninger fås, hvis reaktionsfordelingen ikke som på Fig. 8 C sammensættes af stykkevis konstante, diskrete bidrag, men i stedet tilnærmes ved en funktionsfølge.

### 9.2 Simple beregningsmetoder.

På Fig. 9 A betragtes en langstrakt plade, som belastes med en lodret, ekscentrisk linielast. Reaktionsfordelingen kan f.eks. tilnærmes ved en linearkombination af de tre viste bidrag, der alle har maksimumordinaten 1.

$$p(x) = A_0 p_0(x) + A_1 p_1(x) + A_2 p_2(x) \quad (0901)$$

hvor  $A_0$ ,  $A_1$  og  $A_2$  er konstanter. Disse bestemmes nu af følgende tre betingelser:

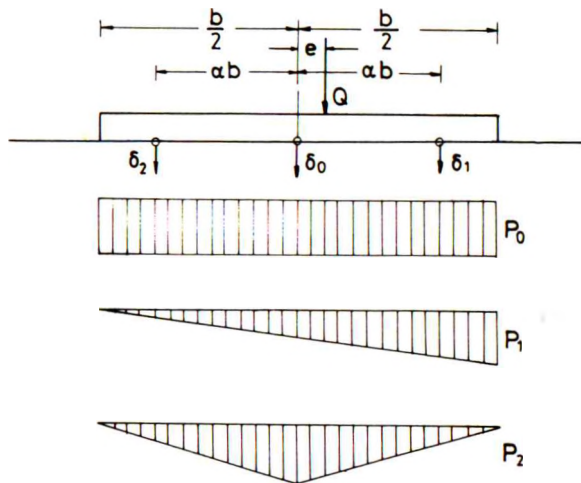


Fig.9 A: Ekscentrisk belastet sribefundament.  
Tre bidrag til reaktionsfordelingen.

1. Lodret ligevægt:

$$A_0 + \frac{1}{2} A_1 + \frac{1}{2} A_2 = \frac{Q}{b} \quad (0902)$$

2. Momentligningen:

$$\frac{1}{12} A_1 = \frac{Qe}{b^2} \quad (0903)$$

3. Samme udbøjning for pladeunderside og jordoverflade, f.eks. målt som pilhøjden

$$t = \delta_0 - \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \quad (0904)$$

Denne størrelse beregnes dels for den bøjelige plade påvirket af de på Fig.9 A viste belastninger, der jo er i ydre ligevægt, når (0902-03) er opfyldt, dels ved



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	9	Bøjelige fundamenter	78	3	9

en sætningsberegning, idet jorden påvirkes af den viste reaktionsfordeling.

Det bemærkes her, at der ved beregningen af pladens udbøjning skal benyttes bruttobelastningen, og at der følgelig skal korrigeres for det ensformigt fordelte tillæg til reaktionsfordelingen, jfr. (0802-03). Dette tillæg giver imidlertid ikke noget bidrag til den pilhøjde  $t$ , der ifølge (0904) findes ud fra sætningsberegningen for jorden.

For at definere  $t$ , må størrelsen  $\alpha$  på Fig. 9 A vælges. Som karakteristiske punkter for størrelserne  $\delta_1$  og  $\delta_2$  er benyttet de yderste 6.dels eller 8.dels punkter, d.v.s. værdier af  $\alpha$  i intervallet 0,333 - 0,375.

Beregningerne lettes noget, hvis de tre funktioner  $p_0$ ,  $p_1$  og  $p_2$  gøres indbyrdes ortogonale, d.v.s., at  $p_1$  får ordinaterne -1 og 1 ved de to fundamentskanter i stedet for 0 og 1, og  $p_2$  får ordinaterne -1, 1, -1 i stedet for 0, 1, 0. I så fald får  $A_1$  og  $A_2$  ingen indflydelse på den lodrette ligevægt, og  $A_2$  får (stadig) ingen indflydelse på momentligevægten (en alternativ funktion  $p_2$  kunne måske have den konstante ordinat 1 over den midterste trediedel af pladen, og lineært varierende over de yderste trediedele til ordinaten -2 ved pladekanterne).

Sætningsberegningen for jorden kan udføres som i G 1 afsn. 9-10, idet Boussinesqs løsning, G 1 (0922) forholdsvis simpelt kan integreres (med hensyn til  $x$ ), således at spændingsfordelingen under belastningsflader som på Fig. 9 A kan bestemmes. Alternativt kan anvendes løsningen svarende til (0815). For det tilsvarende plane problem (sætningen af jordoverfladen i afstanden  $x_1$  fra en linielast) kan den eksakte løsning efter strømnetmetoden vises at være:

$$\delta = \frac{Q}{\pi K_1} \ln \coth \frac{\pi x_1}{4d_1} \quad (0905)$$

Ved numerisk integration volder singulariteten for  $x_1 \rightarrow 0$  ingen særlige problemer.

Et specielt problem kan opstå ved - i forhold til jordens stivhed - stærkt bøjelige plader (eller meget ekscentrisk belastede plader): Hvis belastningen på pladen overvejende består af en linielast, kan kravet om pilhøjden  $t$  medføre, at den samlede reaktion, inklusive det ensformigt fordelte tillæg, bliver negativ ved den ene eller begge fundamentskanter. Det er da nødvendigt at antage, at pladen løfter sig, således at den slipper kontakten med underlaget. Der må derfor regnes  $p = 0$  langs en strækning, hvis længde må betragtes som ubekendt, jfr. Fig. 9 B, der svarer til Fig. 9 A, men hvor der nu for simpelheds skyld er antaget centralt virkende belastning ( $e = 0$ , hvorfor  $A_1 = 0$ ).

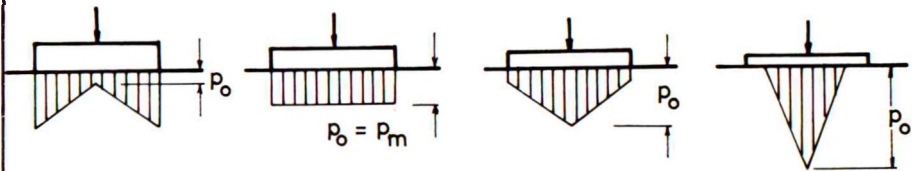


Fig. 9 B: Forenklet reaktionsfordeling, central belastning.  
Resultat i afhængighed af relativ pladestivhed.

Første delfigur svarer nærmest til helt stiv plade (reaktionsfordeling stort set som efter elasticitetsteorien). Med aftagende stivhed fås reaktionsfordelinger, der koncentrerer sig mere og mere omkring plademidten. I sidste delfigur løfter fundamentskanterne sig. Man har nu også  $A_0 = 0$  i (0901), men til gengæld må den effektive pladebredde  $\bar{b}$  betragtes som en ubekendt størrelse (pilhøjden på Fig. 9 A måles nu over bredden  $2a\bar{b}$ ). Beregningerne bliver noget mere besværlige i dette tilfælde, fordi  $\bar{b}$  i modsætning til  $A_2$ -værdierne ikke indgår lineært.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	9	Bøjelige fundamenter	78	5	9

### 9.3 Forbedrede metoder.

Den i afsn.9.2 omtalte metode kan udvikles på bl.a. følgende måder:

1. Antallet af funktionsbidrag på Fig.9 A forøges, idet der såvidt muligt anvendes ortogonale (f.eks. Legendre eller Chebyshev) funktioner.
2. Antallet af sætningspunkter forøges tilsvarende, og foruden pilhøjden søges overensstemmelse med højere ordens momenter af sætningsfunktionen.
3. Mere generelt: Hvis belastningsintensiteten på et pladefundament, den tilsvarende reaktion og pladens sætninger benævnes henholdsvis  $q(x,y)$ ,  $p(x,y)$  og  $\delta(x,y)$ , hvor  $x,y$  er de vandrette koordinater, gælder differentiaalligningen:

$$\nabla^4 \delta = \frac{d^4 \delta}{dx^4} + 2 \frac{d^4 \delta}{dx^2 dy^2} + \frac{d^4 \delta}{dy^4} = \frac{q-p}{D_p} \quad (0906)$$

hvor pladens stivhed  $D_p = E_p I_p / (1 - \mu_p^2)$  er bestemt af pladetykkelsen,  $I_p = t_p^3 / 12$ , og dens elastiske konstanter  $E_p$  og  $\mu_p$ . Denne differentiaalligning kan omformes til et differensudtryk. For det simple tilfælde: en bjælke på elastisk underlag, Fig.9 C, der er inddelt i lige lange elementer  $\Delta x$ , og hvor belastning og reaktion er indført som enkeltkræfter i elementernes midtpunkter fås for element nr.  $i$ :

$$\frac{(\Delta x)^3}{EI} (Q_i - P_i) = 6\delta_i - 4(\delta_{i+1} + \delta_{i-1}) + \delta_{i+2} + \delta_{i-2} \quad (0907)$$

Der må anvendes modificerede udtryk for elementerne ved bjælkens endepunkter samt ved eventuelle fuger eller charnierer mellem forskellige bjælkestykker.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Bøjelige fundamenter	nr.
	9		73	6	9

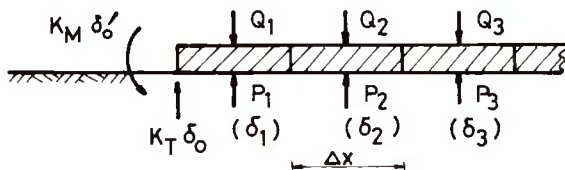


Fig. 9 C: Bjælke på elastisk underlag; randbetingelser: elastisk understøtning ( $K_T$ ) og elastisk indspænding ( $K_M$ ).

Ved indsættelse af første ligning (0808) fås den endelige differensligning til bestemmelse af  $\delta$ -funktionen.

4. En mere "moderne" metode består i at udtrykke (0906) på ekstremform (opstilling af de integraler over plade- henholdsvis bjælkearealet, for hvilke (0906) er Eulers ekstrembetingelse). Afhængigt af, hvorledes den numeriske tilnærmelse formuleres, kan man herved få en speciel udgave af finit elementmetoden, hvor der kun regnes på pladeelementer, men ikke på elementer i jordprofilen, eller der kan fås en generalisering af den ovenfor under pkt. 1 og 2 omtalte fremgangsmåde.

Den sidstnævnte fremgangsmåde - anvendt sammen med (0815), (0816) eller (0905), eventuelt generaliseret som i (0822) - er formentlig den mest fleksible i den forstand, at den i hvert enkelt tilfælde kan tilpasses den krævede beregningsnøjagtighed. Metoden er velegnet for EDB.

#### 9.4 Ballasttalteorien.

Der er i tidens løb gennemført mange undersøgelser af bøjelige fundamenter på basis af en antagelse om proportionalitet mellem reaktion  $p$  og nedbøjning  $\delta$ :

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 9	EMNE Bøjelige fundamenter	UDG.	SIDE	
			73	nr. 7	af 9

$$\delta = \frac{p}{k_s} \quad (0908)$$

hvor størrelsen  $k_s$  betegnes ballasttallet ( $\text{kN/m}^3$ ). Denne størrelse måler jordens stivhed; men den kan ikke opfattes som en materialekonstant på samme måde som f.eks. konsolideringsmodulen  $K$ .

For et sætningsgivende lag af tykkelsen  $d$ , som er lille i forhold til fundamentsbredden har man med rimeligt god tilnærmelse  $k_s \approx K/d$ ; men hvis lagtykkelsen  $d$  er stor, bliver  $k_s$  nærmere omvendt proportional med fundamentsdimensionen. Samtidig bliver den implicitte antagelse, at sammenhængen mellem  $p$  og  $\delta$  er uafhængig af nabofelterne, en dårligere tilnærmelse, hvilket bl.a. viser sig ved, at et (stift) enkeltfundament ikke har samme ballasttal for vinkeldrejning som for translation (lodret nedsynkning).

Ballasttallet har især været anvendt for bjælker på elastisk underlag. Hvis bjælkebredden er lille i forhold til elementlængden  $\Delta x$  på Fig. 9 C, er det også den problemtype, hvor tilnærmelsen kan forventes at være bedst. For en fundamentsbjælke med bredden  $b$  i grundfladen, inertimomentet  $I$  og elasticitetsmodulen  $E$  fås svarende til (0907), idet reaktionen  $p$  antages at være  $p = b k_s \delta$ :

$$EI \frac{d^4 \delta}{dx^4} = q - b k_s \delta \quad (0909)$$

For bjælker med ensformig belastning  $q$ , konstant tværsnit og uden charnierer eller lignende kan (0909) løses direkte:

$$\begin{aligned} \delta = \frac{q}{b k_s} + e^{\xi} (C_1 \cos \xi + C_2 \sin \xi) \\ + e^{-\xi} (C_3 \cos \xi + C_4 \sin \xi) \end{aligned} \quad (0910)$$

hvor

$$\xi = \frac{x}{(4EI/bk_s)^{1/4}} \quad (0911)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 9	EMNE Bøjelige fundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 8   9
---------------------------	-------------------	------------------------------	------------	-------------------------

De fire konstanter  $C_1 - C_4$  bestemmes ud fra grænsebetingelserne (f. eks.: Fri bjælkeender, simpel - evt. elastisk - understøtning, fuld - evt. elastisk - indspænding).

I mere komplicerede tilfælde - stykkevis kontinuerte belastninger, bjælkebredder og/eller inertimomenter, charnierer, mellemunderstøtninger etc. - må (0909) løses numerisk, hyppigt iterativt, idet et antal sætnings- og vinkeldrejningsstørrelser indføres som skønnede størrelser, der korrigeres, indtil der opnås overensstemmelse.

(0909) kan anvendes til en iterativ løsning af det oprindelige problem, hvor der antages en mere korrekt sammenhæng mellem reaktioner og nedbøjninger, altså (0806): Ud fra en skønnet reaktionsfordeling  $p_0(x)$  kan dels beregnes en sætningskurve  $\delta_0(x)$ , dels skønnes en rimelig variation af ballasttallet  $k_s \approx \Delta p_0 / \Delta \delta_0$ . Hvis den korrekte sætningskurve er  $\delta(x)$ , er den korrekte reaktionsfordeling altså:

$$p = p_0 + b k_s (\delta - \delta_0) \quad (0912)$$

Ved indsættelse i (0909) fås differentiaalligningen til bestemmelse (ved numerisk integration) af et forbedret skøn over  $\delta$ :

$$EI \frac{d^4 \delta}{dx^4} = q - p_0 - b k_s (\delta - \delta_0) \quad (0913)$$

Ud fra den således fundne  $\delta$ -funktion kan et forbedret skøn over  $p$  findes ud fra (0912), hvorefter en ny  $\delta$ - og eventuelt  $k_s$ -funktion bestemmes og processen gentages. Når der er opnået konvergens:  $\delta \approx \delta_0$ , er den korrekte løsning åbenbart fundet, og fejl stammende fra ballastteoriens specielle antagelse er elimineret.

I praksis fortsættes iterationsprocessen naturligvis kun så langt, at de vigtigste beregningsresultater, maksimale bøjningsmomenter etc., kan ses at være bestemt med tilstrækkelig (opnåelig) nøjagtighed.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 9	EMNE Bøjelige fundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 9 9
---------------------------	-------------------	------------------------------	------------	-----------------------

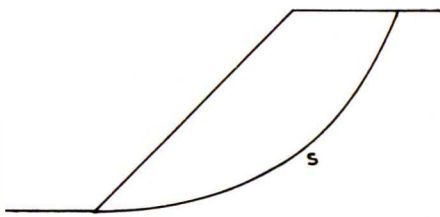
Hvis der under dele af en bjælke sker aflastning af de lodrette spændinger i jorden under det oprindelige spændingsniveau, og under andre dele belastning, må man ofte indføre forskellige stivheder,  $K$  og/eller  $k_s$ , for de forskellige delstrækninger. Dette, samt det tidligere nævnte tilfælde, hvor strækninger af bjælken hæver sig fra underlaget, kan i praksis medføre betydelige komplikationer i beregningerne (bevægelige systemer med heraf følgende vanskeligheder med at opnå konvergens). I sådanne tilfælde kan der hyppigt ikke vindes meget ved at anvende særligt matematisk forfinede beregningsmetoder. Man må ofte nøjes med relativt grove skøn, f.eks. en - i hvert fald tilnærmet - anvendelse af (0912-13) til at opnå henholdsvis øvre og nedre grænser for bøjningsmomenter etc.



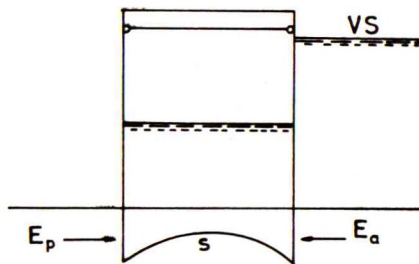
GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Stabilitetsproblemer	nr.
	10	Ligevægt af jordlegemer	78	1	17

### 10.1 Forudsætninger. Oversigt.

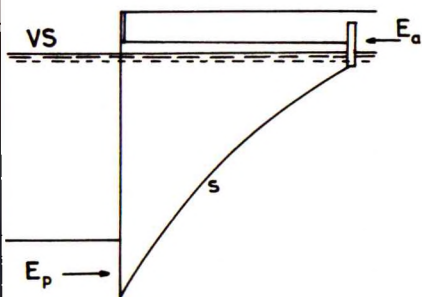
En stabilitetsundersøgelse for en konstruktion er en undersøgelse af en brudmåde, hvor et sammenhængende jordlegeme bevæger sig som et stift hele, idet der udvikles brudtilstand langs en flade  $s$ , som er et brudsnit i den i G1 afsn.11.2 angivne betydning. I denne bevægelse deltager hele den betragtede konstruktion, idet den ved denne undersøgelse kan betragtes som værende i fast forbindelse med jordlegemet.



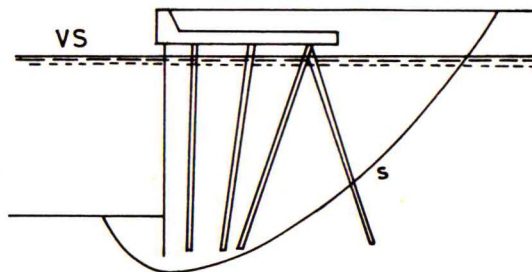
a. Skråning  
(Udskridning af jordmasse)



b. Fangedæmning  
(Væltning for ydre vandtryk)



c. Forankret spunsvæg  
(Bagfyld samt ankerkonstruktion)



d. Kajkonstruktion  
(Konstruktionen som helhed)

Fig.10 A: Eksempler på stabilitetsproblemer: Jordlegeme + konstruktion bevæger sig på grund af brudtilstand langs snitfladen  $s$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	UDG.	SIDE	
	nr. 10			nr.	af
			78	2	17

Nogle eksempler er vist på Fig.10 A. Til de enkelte del-figurer skal knyttes følgende kommentarer:

- a. For en skråning har man det i Eks.2.2 beskrevne lokalstabilitetsproblem, hvor man så at sige sikrer sig, at de yderste jordelementer på skråningen bliver liggende. Helt uanset om dette kriterium er opfyldt eller ej, må man desuden undersøge sikkerheden mod, at et jordlegeme af stort set den viste form skrider ud. Det understreges, at der er tale om to helt forskellige undersøgelser: En lokalstabilitet, der ikke er i orden, kan sikres f.eks. ved et forholdsvis tyndt, belastet filter, der ikke har nogen væsentlig indflydelse på det her omtalte stabilitetsproblem, og omvendt afhænger dette af parametre som f.eks. skråningens højde (i jordlag med  $c > 0$ ) og eventuelle belastninger på jordoverfladen, der ikke har nogen indflydelse på lokalstabiliteten. Situationen er på mange måder analog til problemet Fig.3D, hvor man må undersøge både erosionsrisikoen i punkterne *D* og *F* og hævningssisikoen for jordlegemet *CGFD* som helhed. Det bemærkes også, at der - navnlig hvis der findes lerlag i jordprofilet under skråningsfoden - herudover kan findes brudmåder, hvor brudsnittet *s* går fra den øvre JOF under skråningsfoden og først skærer den nedre JOF et stykke til venstre for denne (dette er en separat undersøgelse, jfr. pkt.d nedenfor).
- b. For en fangedæmning (nærmere omtalt i afsn.26) bestående af to indbyrdes forankrede spunsvægge, hvorimellem der f.eks. er indpumpet sandfyld, skal man bl.a. undersøge lokalstabiliteten af den inderste spunsvæg (til venstre). Ved denne undersøgelse betragtes som nærmere omtalt i afsn.17-19 spunsvæggens ligevægt under påvirkning af jordtryk og ankerkræfter, og desuden bøjningsmomenterne i væggen. Herudover er der imidlertid risiko for det skitserede stabilitetsbrud, hvor fangedæmningen vælter som et stift hele, idet den skrider langs brudsnittet *s*. I for-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 10	EMNE Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	UDG. 78	SIDE nr. af 3   17
---------------------------	--------------------	---	------------	--------------------------

bindelse med denne bevægelse vil der blive udviklet det viste passive jordtryk  $E_p$  samt det aktive jordtryk  $E_a$ . Disse jordtryk må beregnes separat, og der må tages hensyn til deres indflydelse ved stabilitetsundersøgelsen. Ligesom under *a* kan det i øvrigt være nødvendigt at undersøge endnu en brudmåde, hvor brudsnittet passerer helt under fangedæmningen.

- c. For en forankret spunsvæg er der, udover den ovenfor nævnte undersøgelse af lokalstabiliteten, den på figuren skitserede brudmåde, der ses at være af meget nær samme type som den ovenfor omtalte for fangedæmningen. De på *b* og *c* skitserede stabilitetsundersøgelser anvendes som standardberegninger til kontrol af tilstrækkelig henholdsvis bredde af fangedæmningen og længde af ankerkonstruktionen. Også her kan en brudmåde med et brudsnit helt under spunsvægskonstruktionen være aktuel.
- d. For den viste kajkonstruktion inkluderer de lokale brudproblemer stabilitet og styrke af spunsvæggen, bæreevne af enkeltpælene samt af pæleværket som helhed og styrke af aflastningspladen, jfr. bl.a. afsn. 21 og 25. Et stabilitetsbrud for denne konstruktion vil i reglen som vist gå helt under konstruktionen.

Det fremgår, at stabilitetsproblemet er af betydelig interesse i praksis. I virkeligheden vil de første beregninger, der foretages for at undersøge en given konstruktiv løsning, ofte netop være stabilitetsundersøgelser: Det har naturligvis ingen hensigt at foretage en detaljeret undersøgelse og dimensionering på grundlag af lokalstabiliteten, hvis konstruktionen som helhed ikke er stabil.

Det bemærkes, at de ovenfor omtalte lokalstabilitetsproblemer, f.eks. jordtryksproblemet for spunsvæggen på Fig. 10 A c, ved en rimeligt økonomisk udnyttelse af jordens styrke forudsætter udviklet en brudfigur i jordlegemet over brudsnittet *s*. Dette er ikke i modstrid med forudsætningen om, at dette jordlegeme bevæ-

ger sig som et stift hele: Både flytningerne i sådanne lokale brudfigurer og differensbevægelserne langs  $s$  hidrører fra rent plastiske tøjninger, der i princippet kan være vilkårligt store, jfr. G1 afsn.14.1. Det relative størrelsesforhold mellem flytningerne hidrørende fra forskellige brudfigurer i samme jordprofil kan også antage vilkårlige værdier. Ved stabilitetsproblemer forudsættes det, at differensbevægelsen langs  $s$  er så stor i forhold til flytningerne i eventuelle lokale brudfigurer i jordlegemet over  $s$ , at dette for så vidt angår denne undersøgelse kan betragtes som et stift legeme. Samspillet mellem jordtryks- og stabilitetsbrudfigurer omtales i øvrigt nærmere i afsn.19.

Idet det indledningsvis bemærkes, at den foreskrevne sikkerhed mod brud som sædvanligt forudsættes indført ved hjælp af partialkoefficienter, jfr. G1 afsn.17.3, således at beregningerne forudsætter regningsmæssig bruttilstand, kan de anvendte beregningsforudsætninger og -metoder kort beskrives som følger, jfr. Fig.10 B.

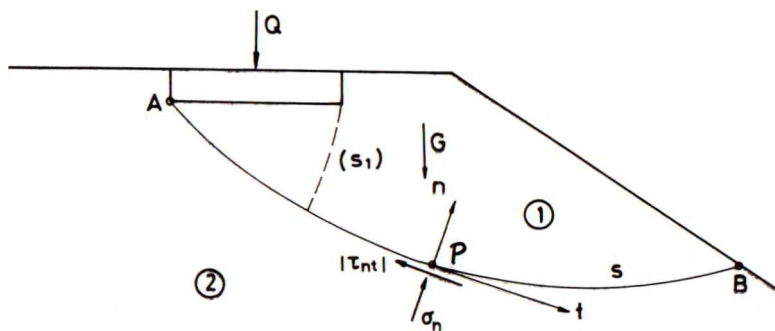


Fig. 10 B: Spændingsfordeling langs snit AB. Ligevægt af jordlegemet mrk. 1.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	10	Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	78	5	17

1. Som sædvanligt skelnes der mellem drænet og udrænet brudtilstand i jorden, jfr. G1 afsn.12. Man har i praksis altid drænet brud i sand, mens det i ler forudsætter enten, at den belastning eller belastningsændring (heri inkluderet ændringer i problemets geometri som f.eks. ved udførelsen af en udgravning), som fremkalder brudtilstanden, påføres så langsomt, at porevandtrykket hele tiden svarer til en (evt.kvasi-) stationær strømningstilstand, eller også at der betragtes et tidspunkt så længe efter belastningsændringen, at alle poretryksændringer hidrørende fra denne har nået at udlignes. Udrænet brud i ler svarer til tilstanden umiddelbart efter belastningsændringen, hvor alle jordelementer kan antages at have bevaret konstant volumen. I f.eks. naturlige skråninger, hvor stabiliteten langsomt forringes på grund af erosion ved skridningsfoden (i et vandløb) kan tilstanden altid være drænet (her kan det desuden være nødvendigt at anvende de i G1 afsn.23.4 omtalte residuelle styrkeparametre). I de fleste andre tilfælde, hvor jordprofilen indeholder lerlag, må begge tilstande normalt undersøges, og i modsætning til f.eks. bæreevneproblemer kan man ofte ikke på forhånd afgøre, hvilken tilstand der er den farligste. Specielt ved stabilitetsproblemer er det i øvrigt ikke usædvanligt, at belastningsændringerne sker i etaper. Ved brudundersøgelsen kan det her være nødvendigt at forudsætte udrænet brud i lerlag, som er delvis konsolideret under de tidligere belastningsændringer: Den udrænedede forskydningsstyrke er forøget, men kun svarende til forøgelsen af de effektive spændinger i en delvis færdigkonsolideret tilstand.
2. Beregningsmetoderne kan opfattes som værende baseret på metoden med statisk tilladelige løsninger, d.v.s. som omtalt i G1 afsn.14.1 spændingsfordelinger, der opfylder ligevægtsligningerne overalt, og som ikke overskrider brudbetingelsen i noget punkt. For et problem som

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	UDG.	SIDE	
	nr. 10		78	nr. af 6	17

det på Fig. 10 B skitserede, hvor brudfiguren er et enkelt brudsnit  $AB$ , der adskiller to jordlegemer, mrk. henholdsvis 1 og 2, modificeres denne definition på følgende måde. Der skal findes en spændingsfordeling  $\sigma_n, \tau_{nt}$  langs i princippet ethvert muligt brudsnit (svarende til den undersøgte brudmåde, d.v.s. på Fig. 10 B forløbende mellem det kendte punkt  $A$  og et vilkårligt punkt  $B$  på skråningen), således at ligevægten er opfyldt for det fri jordlegeme 1, og således at Coulombs brudbetingelse, G1 (1101) ikke er overskredet i noget punkt  $P$ .

3. Den angivne modifikation repræsenterer en nødvendig, men ikke altid tilstrækkelig betingelse for, at der findes en statistisk tilladelig løsning. De vigtigste reservationer er følgende:
  - a. En tilsvarende betingelse skal være opfyldt for ethvert muligt sekundært brudsnit ( $s_1$  på Fig. 10 B) som udkærer et dellegeme af jordlegemet mrk. 1: Hvis man for at få opfyldt ligevægtsligningen for dellegemet må overskride brudbetingelsen langs  $s_1$ , så er løsningen åbenbart ikke statistisk tilladelig. Som omtalt i afsn. 12.2 kan den i det følgende udviklede metode modificeres således, at der også kan tages hensyn til dette forhold. Indtil videre antages det, at der findes en statistisk tilladelig spændingsfordeling i begge de jordlegemer, der adskilles af det betragtede brudsnit.
  - b. De antagne spændingsfordelinger langs snit som  $AB$  på Fig. 10 B skal - i hvert fald tilnærmet - være i overensstemmelse med, at der undersøges én bestemt statistisk tilladelig spændingsfordeling i hele jordmassen. Man kan således ikke forudsætte, at kurven  $AB$  er et brudsnit, f. eks. en  $\alpha$ -linie (G1 Fig. 14 A), hvis den vides at passere stort set i en hovedspæn-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	10	Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	78	7	17

dingsretning (endsige en  $b$ -retning) gennem en jordtryksbrudfigur (G1 Fig. 14 B). Dette er ikke aktuelt for nogen af de på Fig. 10 A-B skitserede brudfigurer; men som omtalt i afsn. 19 kan dette forhold få betydning (det bør i hvert fald overvejes) ved visse typer kombinerede jordtryks- og stabilitetsproblemer.

Det gælder modsætningsvis, at hvis de antagne spændingsfordelinger langs en hel familie af kurver  $AB$ , med forskellige begyndelsespunkter  $A$ , med rimelig tilnærmelse er i indbyrdes overensstemmelse, så kan man som vist i afsn. 11.2 tilnærmet beregne spændingsfordelingen i en brudzone (en generalisering af beregningsprincippet for stabilitetsundersøgelser til anvendelse på et problem, som strengt taget ikke er noget stabilitetsproblem, i hvert fald ikke som defineret i forbindelse med Fig. 10 A).

4. I praksis kan man naturligvis ikke undersøge ethvert muligt brudsnit  $AB$ , og hvis de to jordlegemer mrk. 1 og 2 virkelig er stive, er det heller ikke nødvendigt: Af kinematiske grunde må  $AB$ , i hvert fald tilnærmet, være en ret linie eller en cirkelbue. I praksis betragtes derfor kun familier af kurver, hvis geometri er entydigt defineret ved et endeligt antal parametre (en undtagelse er den i afsn. 12.3 omtalte strimmelmetode, som ikke er omfattet af beskrivelsen i det følgende).
5. Det antages nu, at ét medlem af den valgte familie af kurver  $AB$  er et brudsnit (en  $a$ -linie eller en  $b$ -linie, afhængigt af forskydningsspændingernes retning, jfr. G1 Fig. 14 A). Ifølge G1 Fig. 11 F er brudlinien en  $a$ -linie, hvis  $\tau_{nt}$  med fortegnsgenstanden på G1 Fig. 11 B er negativ, og en  $b$ -linie, hvis  $\tau_{nt}$  er positiv. På Fig. 10 B er kurven  $AB$  derfor en  $a$ -linie, hvis den er et brudsnit. Hvis alle (regningsmæssige) belastninger er givne, kan man naturligvis ikke forvente, at de netop (tilfældigvis) skal have regningsmæssig bruttilstand i jorden. For at



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 10	EMNE Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	UDG. 78	SIDE nr. af 8 17
---------------------------	--------------------	---	------------	------------------------

opnå dette, må man normalt indføre en sikkerhed  $F$  udover de foreskrevne partialkoefficienter. På Fig. 10 B kan den således indføres som en fælles faktor til fundamentslasten  $Q$  og vægten  $G$  af jordlegemet mrk. 1 (jfr. også afsn. 11). For at den undersøgte stabilitet skal være tilfredsstillende, må man naturligvis forlange, at det endelige beregningsresultat viser, at  $F \geq 1$ .

6. I problemet Fig. 10 B kan beregningerne nu foretages på en ud af følgende to måder:
  - a. Ved ligevægtsmetoden anvendes den relevante af Kötters ligninger, G 1 (1405), til bestemmelse af spændingsfordelingen langs  $AB$ , jfr. også G 1 (1117). Langs en ubelastet skråning i ren friktionsjord ( $\sigma = 0$ ) er åbenbart  $\sigma_v = 0$ . I andre tilfælde må værdien af  $\sigma_v$  i pkt.  $B$  normalt bestemmes ved hjælp af en særlig grænsebetingelse, udviklet af J. Brinch Hansen. Denne grænsebetingelse er tilnærmet, idet  $m_t$  i reglen ikke har den ved G 1 (1507) bestemte værdi (i omegnen af dette punkt kan løsningen altså ikke være statistisk tilladelig). Geometrien af  $AB$ , samt værdien af  $F$ , bestemmes nu således, at alle tre ligevægtsligninger er opfyldt for jordlegemet mrk. 1.
  - b. Ved ekstremmetoden vælges kurveformen for  $AB$  således, at man uden nærmere kendskab til spændingsfordelingen ved hjælp af én ligevægtsligning kan bestemme den største værdi af  $F$  for enhver given kurve af den valgte form, som er mulig, hvis brudbetingelsen ikke skal være overskredet. Der bestemmes nu den kurve i den valgte familie af kurver, for hvilken den således fundne værdi af  $F$  er et minimum.

De to beregningsmetoder er tilsyneladende helt forskellige, og de kan da også hver for sig modificeres således, at de har hver sit afgrænsede anvendelsesområde. I den oprindelige formulering er de imidlertid nært forbundet, og i visse specialtilfæl-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	10	Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	78	9	17

de identiske. Til orientering skal det således nævnes, at ekstremmetodens valg af kurveform og ligevægtsligning under visse forudsætninger om flydeloven for jorden, som nærmere omtalt i Geoteknik 3, svarer til anvendelsen af arbejds-ligningen for en klasse af kinematisk tilladelige løsninger. Sådanne løsninger vides under de gjorte forudsætninger at være på den usikre side (de bestemmer værdier af  $F$ , der er større end eller lig med den værdi, der findes ved den matematisk korrekte løsning). Det bedste skøn for  $F$  fås derfor ved at bestemme den løsning i den betragtede klasse, som giver minimum af  $F$ . Minimumsbetingelserne:  $dF/da_i = 0$  for hver af de parametre  $a_i$ , der bestemmer brudsnittet, kan nu vises at være identiske med ligevægtsligningerne for jordlegemet, forudsat at spændingsfordelingen bestemmes ved hjælp af Kötters ligning, og at Brinch Hansens grænsebetingelse anvendes i pkt. B (det er på denne måde, grænsebetingelsen er blevet udledt).

### 10.2 Ligevægt af jordlegemer.

Af det foregående afsnit fremgår det, at man ved en stabilitetsundersøgelse, og i øvrigt også ved mere generelle anvendelser af både ligevægts- og ekstremmetoden får brug for at beregne resultanterne af de samlede belastninger på jordlegemer som det med 1 mærkede på Fig. 10 B. I begge metoder skal denne resultant sammenlignes med resultanten af snitkræfterne  $\sigma_n, \tau_{nt}$  langs  $AB$ , idet brudbetingelsen G 1 (1101) antages opfyldt (i det regningsmæssige brudstadium). Den eneste forskel på de to metoder er i denne forbindelse, at man i ligevægtsmetoden skal benytte alle tre ligevægtsligninger, hvorfor det er nødvendigt at kende alle tre komponenter af snitkraftresultanten, mens man i ekstremmetoden kun benytter én ligevægtsligning, der tilmed har den egenskab, at der ikke indgår nogen ubekendt snitkraftkomponent.

Ligevægtsmetoden skal i øvrigt ikke omtales nærmere i det følgende (der henvises til den bl.a. i afsn. 13.2 og 17.3). Vedrørende resultanten af belastningerne på jordlegemet bemærkes det, at brudbetingelsen langs det betragtede snit som forklaret i G 1

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	10	Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	78	10	17

afsn.12 har forskellig formulering, afhængigt af om jorden er i drænet eller udrænet brudtilstand. Dette har betydning for bestemmelsen af lastresultanten på følgende måde:

1. I drænet brud benyttes som forklaret i G1 afsn.12.4 effektive spændinger, og brudbetingelsen postulerer en lineær sammenhæng mellem  $\tau_{nt}$  og  $\bar{\sigma}_n = \sigma_n - u$ . Hvis det betragtede snit forløber helt i et jordlag i drænet brudtilstand, er det derfor den effektive lastresultant, der skal findes.
2. I udrænet brud benyttes som forklaret i G1 afsn.12.2 totale spændinger. Forskydningsspændingen  $\tau_{nt}$  (numerisk lig med  $c_u$ ) er imidlertid uafhængig af  $\sigma_n$ , og derfor også af  $\sigma_n - u$ , hvor  $u$  kan være en vilkårlig størrelse, f.eks. nul. Den virkelige værdi af  $u$  er ikke kendt uden nærmere oplysninger, og har heller ingen betydning for løsningen af brudproblemet. Hvis snittet forløber helt i et jordlag i udrænet brud, kan derfor benyttes den totale lastresultant, som også er simplere at bestemme end den effektive.
3. Hvis snittet forløber dels i dræned, dels i udræned jordlag skal formelt benyttes den effektive last; men man er frit stillet med hensyn til, hvilken antagelse man vil gøre vedrørende porevandtrykket i de udræned lag.

I praksis er det især bestemmelsen af den samlede effektive last fra selve jordlegemet (betegnelsen  $G$  på Fig. 10 B), der volder vanskeligheder, især hvis porevandstrømning finder sted i jordlegemet. Dette er et så hyppigt forekommende tilfælde (naturlige skråninger, dæmningsskråningerne på Fig. 4 B-C, totalstabiliteten - svarende til Fig. 10 D - af konstruktionen på Fig. 1 D), at det skønnes rimeligt at behandle dette spørgsmål noget nærmere i det følgende.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 10			Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	nr.
			78	11	17

### 10.3 Totale vægte og belastninger.

Det er altid korrekt - og på mange måder det simpleste - at betragte den totale vægt og de samlede ydre belastninger på jordlegemet over det betragtede snit  $s$ . Dette giver resultatanten af de totale spændinger langs  $s$ . Subtraheres herfra resultatanten af de neutrale spændinger, d.v.s. porevandtrykket  $u$ , evt. fundet ved hjælp af et strømnet, langs de dele af  $s$ , der forløber i drænet brud (nul langs de dele, der er i udrænet brud), fås en resultatant, der skal være i ligevægt med henholdsvis de effektive og de totale spændinger langs de respektive delstrækninger.

Følgende bemærkes:

1. Resultantanten af  $u$ , der er en normalspænding, som i reglen varierer i både størrelse og retning langs  $s$ , fordi denne flade normalt er krum, findes lettest ved at summere lodret og vandret projektion for sig, jfr. Fig. 10 C. Man har åbenbart:

$$\text{Lodret projektion: } u ds \cos \beta = u dx \quad (1001)$$

$$\text{Vandret projektion: } u ds \sin \beta = u dz$$

De to projicerede belastninger kan hver for sig opfattes som normalbelastninger på retliniede snit. De kan derfor tilnærmes ved f.eks. kæder af stykkevis lineært varierende belastninger (trapezflader), hvorved såvel summen som momentet om et givet punkt relativt let kan findes.

2. Eventuelle kapillarspændinger, som virker i en JOF, en laggrænse eller et KVS, er i denne forbindelse indre kræfter, der ikke giver noget særskilt bidrag. De nævnte flader repræsenterer blot øvre afgrænsninger for den del af jordvoluminet, der er helt vandmættet. Eventuelle strømkræfter i vandmættede jordlag er også indre kræfter, der ikke giver noget særskilt bidrag.

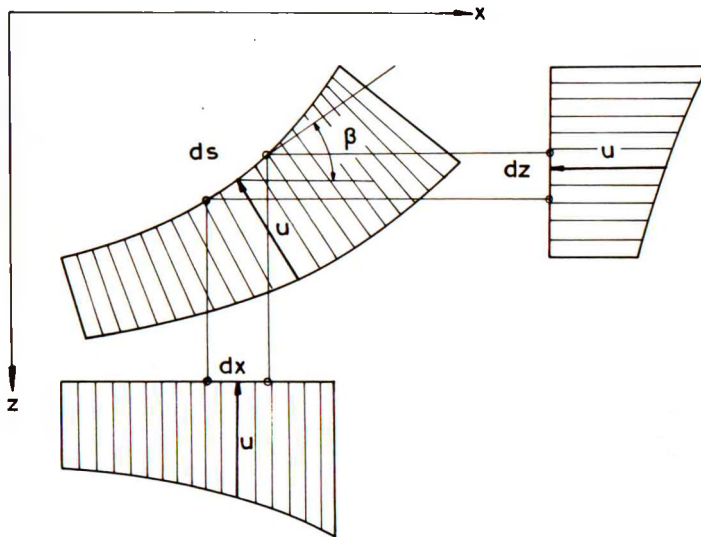


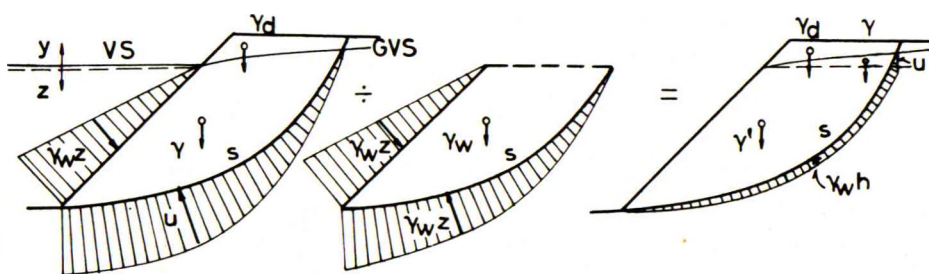
Fig. 10 C: Lodret og vandret projektion af normalspændinger på krumme snit

3. Et hydrostatisk vandtryk hidrørende fra et frit vand-spejl uden for jordlegemet skal derimod medregnes som ydre belastning ligesom på Fig. 3 B. Der erindres i denne forbindelse om, at også et hydrostatisk vandtryk på en skrå væg eller jordoverflade som vist på den nævnte figur har både en vandret og en lodret komponent. Den lodrette komponent af vandtrykket på fladen  $AC$  på Fig. 3 B ses i øvrigt både i størrelse og beliggenhed at være lig med vægten af vandvoluminet  $ABC$ . Man kan derfor om ønsket regne legemet over  $s$  afgrænset af det lodrette snit  $AB$ . I så tilfælde skal kun det vandret virkende vandtryk på dette snit medregnes til de ydre belastninger; men voluminet  $ABC$  skal da medregnes til legemet over  $s$ .
4. Det sidstnævnte understreger vigtigheden af, at man husker at medregne alle belastninger på, henholdsvis vægte

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Stabilitetsproblemer	nr.
	10	Ligevægt af jordlegemer	78	13	17

der tilhører, legemet over brudfladen  $s$ . På Fig. 10 Ab skal der således indlægges snit langs de to ydersider af spunsvæggene, til venstre op til JOF og til højre helt op til VS. I belastningerne på det betragtede legeme indgår der således både vandtryk og jordtryk på de nævnte snit. Tilsvarende gælder for Fig. 10 Ac-d.

Den ovenfor angivne beregningsmetode er som nævnt altid korrekt. Det er også den, der rummer de færreste muligheder for misforståelser og fejltagelser. Det skal imidlertid nævnes, at hvis der som på Fig. 10 Ac-d findes et ydre vandspejl, og al jord under dette vandspejls niveau er vandmættet, så kan der opnås en væsentlig lettelse i beregningerne, hvis metoden modificeres på følgende måde: Der medregnes ikke vægten af det vandvolumen, som befinder sig under vandspejlet, og samtidig ses der bort fra den del af  $u$  under vandspejlet (både langs  $s$  og som ydre belastning), som er hydrostatisk fordelt. Et eksempel på denne modifikation er vist på Fig. 10 D, der svarer til Fig. 10 Aa, idet der nu blot antages et ydre vandspejl (som ved en kanalskråning, en dæmning over et vanddækket areal el. lign.).



- a. Totale vægte og belastninger (porevandtryk  $u$  langs  $s$ )      b. Fradrag af vægt af vandvolumen samt hydrostatisk tryk      c. Resulterende påvirkninger

Fig. 10 D: Stabilitet af skrånninger med ydre vandspejl og strømmende GVS. Modifikation af beregningsprocedure.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	UDG. 78	SIDE	
	nr. 10			nr.	af 17

Det ses, at resultatet af modifikationerne er, at der under vandspejlets niveau regnes med rumvægten  $\gamma'$  af vandmættet jord med fradrag af opdrift; der regnes ikke med belastning fra det hydrostatiske vandtryk på skråningen; og  $u$  langs snittet  $s$  (men kun under vandspejlets niveau) erstattes med:

$$u - \gamma_w z = u + \gamma_w y = \gamma_w h \quad (1002)$$

jfr. (0101), idet det er forudsat, at VS benyttes som udgangsniveau ved beregning af trykniveauer  $h$ . Følgende bemærkes:

1. Mellem niveauet VS og det virkelige GVS i jorden skal der stadig regnes med rumvægten  $\gamma$  af vandmættet jord (uden fradrag af opdrift), og langs den tilsvarende strækning af  $s$  skal der stadig regnes med den fulde værdi af  $u$ . Man kunne godt korrigere for vægten af vandet i dette volumen på samme måde som ovenfor; men der ville ikke herved opnås nogen lettelse i beregningerne (man ville imidlertid nå frem til nøjagtig det samme resultat som ved den i afsn. 10.4 beskrevne metode).
2. For de strækninger af  $s$ , der befinder sig i udrænedede jordlag, skal man strengt taget også fratække det hydrostatiske tryk  $\gamma_w z$ . Som nævnt har dette imidlertid ingen indflydelse på beregningsresultatet, jfr. også afsn. 11-12.

Det understreges, at den beskrevne modifikation udelukkende er beregningsmæssig. Den omstændighed, at der benyttes rumvægten  $\gamma'$  under niveauet VS, er således ikke udtryk for, at dette repræsenterer de virkelige effektive volumenkræfter, der påvirker jordskelettet i det pågældende område. En beregningsmetode, der tager sit udgangspunkt i de virkelige påvirkninger på jordskelettet er beskrevet i det følgende afsnit.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	10	Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	78	15	17

#### 10.4 Effektive volumenkræfter og belastninger.

Alternativt kan man betragte alene de kræfter, der virker på jordskelettet i det givne legeme. Kapillarspændinger, på JOF, en laggrænse eller et KVS, men ikke det hydrostatiske vandtryk under et frit ydre vandspejl, virker nu som ydre belastninger (af størrelsen  $-u$  i retning mod vandet i jorden). Der skal nu ikke regnes med  $u$  langs snittet  $s$ , idet den fundne samlede effektive last jo skal være i ligevægt med resultanten af de effektive spændinger langs  $s$ .

Denne beregningsmåde kompliceres af, at strømmende vand i jordlegemet medfører, at hvert enkelt jordelement foruden af den effektive rumvægt  $\gamma'$  også påvirkes af strømkraften  $j = i \gamma_w$ , der som nævnt bl. a. i afsn. 1.5 varierer i størrelse og retning fra punkt til punkt.

I det her betragtede problem er det resultanten af strømkrafternes vektorfelt over jordlegemet, der er brug for. Det er ikke hensigtsmæssigt f. eks. at beregne strømkraften (begge komponenter) i et antal punkter fordelt over jordlegemet, og derpå finde resultanten ved numerisk integration. Man kan derimod benytte, at  $j$  ifølge (0102) og (0121) er proportional med gradientvektoren til en skalar funktion  $h$  (dette gælder uafhængigt af de gjorte antagelser om homogenitet og isotropi for jorden; disse antagelser har kun indflydelse på bestemmelsen af selve funktionen  $h$ ). Ifølge en velkendt integralsætning (gradient-teoremet) er resultanten af

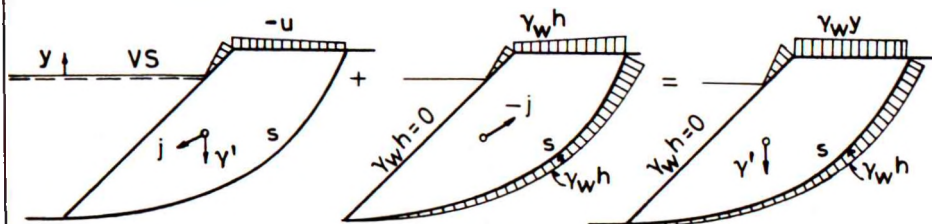
$$j = -\gamma_w \begin{Bmatrix} \frac{dh}{dz} \\ \frac{dh}{dx} \end{Bmatrix} \quad (1003)$$

identisk med resultanten af normalspændingen  $\gamma_w h$  påført hele vejen rundt om, og virkende i retning mod, vandet i jorden.

Et eksempel på anvendelsen af dette resultat er vist på Fig. 10 E, der repræsenterer samme problem som Fig. 10 D, men hvor

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	UDG.	SIDE	
	nr. 10		78	nr. af 16	af 17

den kapillære stighøjde nu antages så stor, at hele jordvoluminet er vandmættet.



a. Effektive rumvægte + strømkræfter

b. Strømkræfter i området erstattes af normalspændingen  $\gamma_w h$  langs grænsen

c. Resulterende påvirkninger

Fig. 10 E: Stabilitet af skråning med ydre vandspejl. Vandmættet jordvolumen med strømning i porevandet. Resultant af effektive påvirkninger på jordskelettet.

Efter anvendelsen af denne beregningsprocedure virker der på jordoverflader under VS, og langs snittet  $s$ , normalspændingen  $\gamma_w h$  ( $= 0$ , hvis  $h = 0$ , hvilket den er langs skråningen, når udgangsniveauet for  $h$  vælges i VS). Langs den øvre grænse for det vandmættede jordvolumen (her den fri jordoverflade) skal størrelsen  $\gamma_w h$  adderes til den i forvejen virkende normalspænding  $-u$  ( $u = 0$  langs GVS på Fig. 10 D), hvorfor den samlede normalspænding bliver:

$$-u + \gamma_w h = \gamma_w y \quad (1004)$$

igen ud fra (0101). Volumenkræfterne i jordlegemet er herefter kun den effektive rumvægt  $\bar{\gamma}$  (tør, fugtig, eller vandmættet med fradrag af opdrift). Følgende bemærkes:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 10	EMNE Stabilitetsproblemer Ligevægt af jordlegemer	UDG. 78	SIDE nr. af 17 17
---------------------------	--------------------	---	------------	-------------------------

1. På denne form er beregningerne lige så simple som i Fig.10 D. I en lang række tilfælde (jordvoluminer beliggende helt under VS) er de to metoder helt identiske, og i alle tilfælde kan man let modificere Fig.10 D således, at den bringes i nøje overensstemmelse med den her angivne metode.
2. Forskellen på de to metoder er åbenbart den måde, hvorpå et vandmættet jordvolumen over VS betragtes. Fig.10 D forekommer simplere (i drænet tilstand), hvis dette volumen opadtil er afgrænset af et GVS eller en anden krum flade. Hvis begrænsningen derimod er sammensat af rette liniestykker som på Fig.10 E, er det her angivne princip formentlig at foretrække, bl.a. fordi snittet  $s$  behandles på ensartet måde over hele længden (i homogen jord).

Til slut skal det for en ordens skyld bemærkes, at strømkrafterne som nævnt i G 1 afsn.14.1 kun kan betragtes på den her angivne, simple måde, fordi der er tale om ligevægten af et stift jordlegeme. I beregningen af brudzoner indgår så at sige ligevægten af hvert enkelt jordelement, hvorfor det ikke er nogen hjælp at benytte et integralteorem (undtagen måske i en arbejdsligning samt ved visse modifikationer af ligevægtsmetoden, jfr. afsn.13.3).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	11	Ekstremmetoden	78	1	24

### 11.1 Coulombs jordtryksteori.

Den simpleste - og ældste - formulering af ekstremmetoden findes i Coulombs jordtryksteori, der er udviklet samtidig med Coulombs brudbetingelse, G 1 afsn. 11.2, som den forudsætter. På Fig. 11 A er metoden vist anvendt på et passivt jordtryksproblem af samme type som på G 1 Fig. 13 C. Brudbetingelsen anvendes på formen G 1 (1101):

$$\tau_f = \sigma_f \tan \varphi + c \quad (1101)$$

idet der, ligesom i G 1 afsn. 14-16 foreløbig benyttes "anonyme" spændingsstørrelser og styrkeparametre. Først ved anvendelserne indsættes de korrekte totale og udrænedede, henholdsvis effektive og drænedede.

Væggen antages helt eller delvis ru med vægfriktionsvinklen  $\delta$  og adhæsionen  $a$ , således at der gælder glidningskriteriet svarende til G 1 (1320):

$$F_p = E_p \tan \delta + a h \quad (0 \leq \delta \leq \varphi, 0 \leq a \leq c) \quad (1102)$$

Jordtryksproblemet er generaliseret i forhold til det i G 1 afsn. 13 omtalte derved, at væggen nu kan danne en vinkel  $\theta$  med lodret, samtidig med at jordoverfladen kan danne vinklen  $\beta$  med vandret (regnet positive som vist). Jorden er homogen med rumvægten  $\gamma$ , og jordoverfladen er belastet med den ensformigt fordelte belastning  $p$ , som måles i kN pr. m<sup>2</sup> vandret areal.

For en ordens skyld bemærkes det, at man i den geotekniske litteratur også ser overfladebelastninger defineret som kraft pr. m<sup>2</sup> skråt areal. Ved anvendelse af en færdig formel er det naturligvis nødvendigt (for  $\beta \neq 0$ ) at være opmærksom på, hvilken af de to definitioner der er anvendt. Den her benyttede er bl.a. motiveret ved, at hvis overfladebelastningen hidrører fra f.eks. et muldlag med rumvægten  $\gamma_p$  og tykkelsen  $d_p$  (målt lodret), så vil man have:

$$p = \gamma_p d_p \quad (\text{kN pr. m}^2 \text{ vandret areal}) \quad (1103)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Ekstremmetoden	nr.
	11		78	2	24

Det bemærkes også, at væghøjden  $h$  måles langs væggen. Den lodrette niveauforskel mellem væggenes fod- og toppunkt er derfor  $h \cos \theta$ .

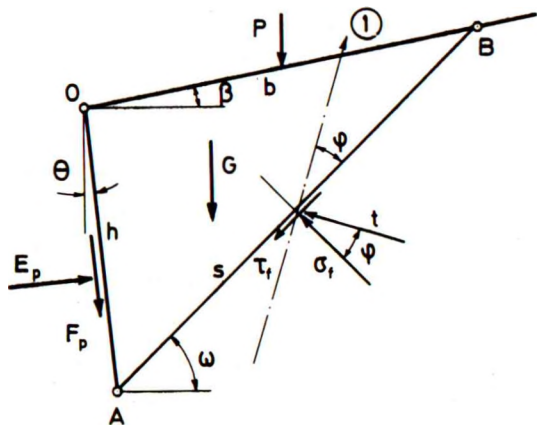


Fig.11 A: Coulombs jordtryksteori. Passivt jordtryk. Retliniet brudflade AB.

I den oprindelige formulering af teorien forestiller man sig, at der i fuldt udviklet brudtilstand dannes en retliniet brudflade AB, svarende til snittene  $s$  på Fig.10 A-B, som danner den foreløbig ubekendte vinkel  $\omega$  med vandret. Langs AB gælder brudbetingelsen (1101); men fordelingen af  $\sigma_f$ , og hermed  $\tau_f$ , er ikke kendt.

Det fremgår imidlertid, at snitkraften ( $\sigma_f, \tau_f$ ) i ethvert punkt af AB kan opdeles i en forskydningsspænding  $c$  samt en resterende snitkraft  $t = \sigma_f / \cos \varphi$ , som danner vinklen  $\varphi$  med normalen til AB, og som har normal- og forskydningskomponenten henholdsvis  $\sigma_f$  og  $\sigma_f \tan \varphi$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	11	Ekstremmetoden	78	3	24

$e$  er en kendt størrelse, og den ubekendte snitkraft  $t$  står i ethvert punkt af  $AB$  vinkelret på den viste linie mrk. 1, som danner vinklen  $\varphi$  med  $AB$ , d. v. s.  $\varphi + \omega$  med vandret. Uanset variationen af  $t$  langs  $AB$  kan man altså, idet (1102) også anvendes, ved projektion på linien 1 af alle de kræfter, der påvirker jordlegemet  $OAB$ , finde den værdi af  $E_p$  som under de gjorte forudsætninger frembringer bruttilstand langs snittet  $AB$ .

Ved forholdsvis simpel geometri kan det findes, at længden  $OB$  er:

$$b = h \frac{\cos(\omega - \theta)}{\sin(\omega - \beta)} \quad (1103)$$

Desuden er længden  $AB$ :

$$s = h \frac{\cos(\beta - \theta)}{\sin(\omega - \beta)} \quad (1104)$$

Afstanden fra punktet  $B$  til linien  $OA$  er  $b \cos(\beta - \theta)$ , således at arealet af trekanten  $OAB$  er  $A = \frac{1}{2} b h \cos(\beta - \theta)$ .

Kræfterne på jordlegemet kan nu findes. Resultanten  $P$  af overfladebelastningen  $p$  langs  $OB$  er

$$P = p b \cos \beta \quad (1105)$$

jfr. definitionen på  $p$  (den vandrette projektion af  $OB$  er naturligvis  $b \cos \beta$ ). Jordlegemet's samlede vægt er:

$$G = \gamma A \quad (1106)$$

Projektionen på 1 giver herefter, idet jordtrykskomponenterne  $E_p$  og  $F_p$  på tilsvarende måde som  $\sigma_f$  og  $\tau_f$  kan opdeles i en komponent  $a h$  langs væggen og en komponent  $E_p / \cos \delta$ , som danner vinklen  $\delta$  med vægnormalen:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 11	EMNE Ekstremmetoden	UDG. 78	SIDE nr. af 4   24
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	--------------------------

$$\begin{aligned}
 E_p \frac{\cos(\omega + \varphi + \delta - \theta)}{\cos \delta} &= \left[ \frac{1}{2} \gamma h^2 \cos(\beta - \theta) + p h \cos \beta \right] \frac{\cos(\omega - \theta)}{\sin(\omega - \beta)} \sin(\omega + \varphi) \\
 &+ c h \frac{\cos(\beta - \theta)}{\sin(\omega - \beta)} \cos \varphi \\
 &+ a h \sin(\omega + \varphi - \theta) \qquad (1107)
 \end{aligned}$$

Den korrekte værdi af  $E_p$  svarende til fuldt udviklet brudtilstand i jorden, d.v.s. under de gjorte forudsætninger den største værdi af  $E_p$  for hvilken der findes en statisk tilladelig spændingsfordeling i jordmassen, kan åbenbart ikke være større end den, der findes ud fra (1107), når der indsættes en vilkårlig værdi af  $\omega$ . Hvis den var det, ville det nemlig ikke være muligt at opfylde den anvendte ligevægtsligning uden at overskride brudbetingelsen langs fladen  $AB$  ( $c$  skulle forøges og/eller  $t$  skulle danne en vinkel større end  $\varphi$  med normalen til  $AB$ ).

Man skal derfor ifølge metodens forudsætninger bestemme den værdi af  $\omega$ , som ved hjælp af (1107) bestemmer den mindste værdi af  $E_p$ :

$$E_p = \min_{\omega} E_p(\omega) \qquad (1108)$$

Denne værdi af  $\omega$ , og den tilsvarende værdi af  $E_p$ , kan findes analytisk ud fra (1107). I praksis vil man formentlig normalt foretrække at bestemme den numerisk (medmindre to eller flere af størrelserne  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $\delta$ ,  $c$  eller  $a$  er nul). Der findes i øvrigt også grafiske metoder, som imidlertid nu må betegnes som forældede.

Som antydnet ovenfor er anvendelsen af Coulombs metode uafhængig af, om brudtilstanden faktisk består i, at jordlegemet  $OAB$  glider på resten af jordmassen. Betragtet som en tilnærmet statisk tilladelig løsning sikrer (1108) i hvert fald, at en nødvendig betingelse er opfyldt.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	11	Ekstremmetoden	78	5	24

Den væsentligste mangel ved metoden er, at (1108) ikke er en tilstrækkelig betingelse for, at der findes en statistisk tilladelig løsning. Der undersøges kun retliniede snit, og det kan ikke afvises, at der kan findes et krumliniet snit ( $ABCD$  på G 1 Fig. 15 A), langs hvilket brudbetingelsen ville blive overskredet for den ved (1108) bestemte værdi af  $E_p$ . Desuden giver metoden kun et skøn over  $E_p$ 's størrelse, men ikke over dens beliggenhed.

Det kan dog vises, at de to projektionsligninger er opfyldt for jordlegemet  $OAB$  med den beliggenhed af  $BA$  og den værdi af  $E_p$ , der bestemmes af (1108), når spændingstilstanden bestemmes i pkt. B ved den tilnærmede Brinch Hansens grænsebetingelse (afsn. 17.3), og dernæst langs hele snittet  $BA$  ved hjælp af Kötters ligning, G 1 (1405). Man kan altså også opfatte Coulombs jordtryksteori som en metode, hvis tilnærmet statistisk tilladelige løsninger adskiller sig fra de matematisk eksakte på følgende to punkter:

1. De statiske betingelser er normalt ikke opfyldt ved pkt. B (der kan ikke optegnes en Mohrs cirkel for spændingstilstanden i dette punkt).
2. Momentligevægten sikres ikke opfyldt for legemet  $OAB$  (dette kan dog ofte opnås med god tilnærmelse).

Det kan vises, at metoden kun repræsenterer en rimeligt god tilnærmelse, hvis jordtryksbrudfiguren er et zonebrud, jfr. G 1 afsn. 15. Dette kræver som nævnt i G 1 afsn. 13.3, at væggen i brudtilstanden parallelforskydes eller drejes om et punkt i eller under dens fodpunkt. For passivt jordtryk giver (1107-08) endvidere kun en rimeligt god tilnærmelse, hvis væggen er (næsten) helt glat, d. v. s.

$$\frac{\tan \delta}{\tan \varphi} = \frac{a}{c} \lesssim \frac{1}{3} \quad (1109)$$

jfr. G 1 (1504). Til delvis forklaring heraf kan G 1 Fig. 14 B b (glat væg, rette grænsebrudlinier) sammenlignes med G 1 Fig. 14 B d (ru væg, krumme grænsebrudlinier).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	11	Ekstremmetoden	78	6	24

Under forudsætning af zonebrud kan Coulombs jordtryksteori uden vanskelighed generaliseres således, at man får bestemt jordtryksfordelingen langs væggen: Beregningen (1107-08) kan foretages for punktet  $A$  ikke blot beliggende i væggenes fodpunkt, men i virkeligheden i ethvert ønsket punkt i dybden  $d$  (målt langs væggen ligesom  $z$ ) under toppunktet  $O$ . Herved fås bestemt jordtrykket  $E_p(d)$  som funktion af  $d$ , og ved - eventuelt numerisk - differentiation med hensyn til  $d$  kan heraf findes enhedsjordtrykket  $e_p(d)$  i dybden  $d$ . Herudfra kan angrebepunktet for  $E_p$  bestemmes; med dette angrebepunkt er også momentligevægten med tilnærmelse opfyldt for legemet  $OAB$ .

Et aktivt jordtryk  $E_a$  på en væg bestemmes på ganske tilsvarende måde. Beregningerne foretages ved hjælp af en figur, der nøje svarer til Fig. 11 A, men med følgende ændringer:

1. Forskydningskomponenten  $F_a$  går i modsat retning af  $F_p$  (opad på jordlegemet i stedet for nedad, jfr. G 1 Fig. 13C).
2. Jordlegemet bevæger sig i modsat retning (ind mod væggen d.v.s. i retning fra  $B$  mod  $A$  i stedet for fra  $A$  mod  $B$ ).  $\tau_f$  peger derfor i modsat retning, og  $t$  danner vinklen  $\varphi$  til den anden side af normalen til  $AB$ . Projektionsretningen, mrk. 1, danner derfor også vinklen  $\varphi$  til den modsatte side af  $AB$ .

(1103-06) gælder derimod uændret. Ved opstilling af projektionsligningen fås derfor igen (1107), idet der dog overalt er skiftet fortegn på størrelserne  $\varphi$ ,  $\sigma$ ,  $\delta$  og  $\alpha$  (samtidig erstattes naturligvis symbolet  $E_p$  med  $E_a$ ).

Svarende til ovenfor kan det nu argumenteres, at den mindste værdi af  $E_a$ , for hvilken der findes en statisk tilladelig spændingstilstand i jordmassen, ikke kan være mindre end den, der findes ud fra formelen svarende til (1107), når der indsættes en vilkårlig værdi af  $\omega$ . Det under de gjorte forudsætninger bedste skøn for  $E_a$  er derfor:

$$E_a = \max_{\omega} E_a(\omega) \quad (1110)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 11	EMNE Ekstremmetoden	UDG. 78	SIDE nr. af 7 24
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	------------------------

Aktivt jordtryk kan findes med rimeligt god tilnærmelse ved hjælp af Coulombs metode selv for helt ru vægge, jfr. G 1 Fig. 14 B, hvor grænsebrudlinien krummer væsentligt mindre ved aktivt end ved passivt jordtryk. Jordtryksfordelingen kan findes på samme måde som beskrevet ovenfor.

### 11.2 Vandspejl og lagdelt jord.

Tilstedeværelsen af vandspejl og eventuelt porevandstrømninger i jorden bag væggen medfører ingen væsentlige komplikationer i anvendelsen af Coulombs jordtryksteori: Som angivet i det foregående afsnit er det nu (i drænet brudtilstand) resultatanten af de effektive belastninger på jordlegemet  $OAB$ , der skal projiceres på retningen  $mrk. 1$  på Fig. 11 A (eller den tilsvarende for aktivt jordtryk). Hvis de på denne figur viste kræfter  $G$  og  $P$  nu opfattes som totale kræfter, altså bl.a. beregnet ved hjælp af rumvægten  $\gamma$  af vandmættet jord uden fradrag af opdrift, så vil der i ligevægten af  $OAB$  desuden indgå de på Fig. 11 B viste resultanter  $U_1$  og  $U_2$  af porevandtrykkene langs henholdsvis væggen  $OA$  og brudfladen  $AB$ . Ved (1107-08) bestemmes nu det effektive passive jordtryk  $\bar{E}_p$ .

Følgende bemærkes:

- $U_1$  og  $U_2$  beregnes som angivet i afsn. 10.2, om fornødent ved hjælp af et strømnet, idet (0119) benyttes. Da  $OA$  og  $AB$  er rette linier, er den på Fig. 10 B viste opdeling i lodret og vandret komponent normalt ikke nødvendig. De to kræfter giver bidraget

$$-U_1 \cos(\omega + \varphi - \theta) - U_2 \sin \varphi \quad (1111)$$

på højresiden af (1107).



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 11	EMNE Ekstremmetoden	UDG. 78	nr. 9	24
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	----------	----

4. Bestemmelsen af et aktivt jordtryk  $\bar{E}_\alpha$  sker på ganske tilsvarende måde: Der fås igen de samme ligninger (1107-08), (1111) og (1102), idet der dog overalt skiftes fortegn på størrelserne  $\varphi$ ,  $\delta$ ,  $c$  og  $\alpha$ . ( $F_\alpha$  bliver nu negativ, hvilket også er korrekt, da den i (1107) er forudsat, d.v.s. regnet positiv, virkende nedad på jordlegemet  $OAB$ ).

Den ovenfor angivne beregning ses at svare til Fig. 10 Da. Kun hvis vandspejlet er vandret, vil der i dette tilfælde normalt være nogen fordel forbundet med at foretage korrektionen på Fig. 10 Db-c (og hvis denne korrektion foretages, bør man erindre sig, at det naturligvis stadig er det samlede vandtryk  $U_p = U_1$ , der virker på væggen).

Hvis jorden er i udrænet brudtilstand, sker der ingen ændringer i forhold til Fig. 11 A (bortset fra at  $\varphi_u = \delta_u = 0$ ): Der anvendes de totale kræfter  $P$  og  $G$  uden korrektion for porevandtryk, og der bestemmes de totale jordtrykskomponenter.

Metoden kan også uden større vanskeligheder anvendes ved lagdelt jord, jfr. Fig. 11 C. Man skal blot erindre, at projektionen til bestemmelse af  $E$  skal ske i én bestemt retning (mrk. 1). I hvert enkelt lag skal brudlinien derfor danne vinklen  $\varphi$  med samme retning. Dette medfører knæpunkter ved passage af laggrænser ( $T$  på Fig. 11 C), idet de to brudlinieretninger danner en indbyrdes vinkel lig med differensen i  $\varphi$  (i den tilsvarende brudfigur til bestemmelse af aktivt jordtryk går knækket den modsatte vej).

Det medfører ingen væsentlige komplikationer, selv om der findes både jordlag i drænet og jordlag i udrænet brudtilstand i samme jordprofil:  $G$  og  $P$  bestemmes som før (totale vægte og belastninger), og i de drænedede jordlag indføres desuden kræfterne  $U_1$  og  $U_2$  som på Fig. 11 B. Derimod indføres ingen sådanne kræfter, hvor væggen eller brudfladen passerer udrænedede jordlag. Ved ligevægtsligningen svarende til (1107) og ekstrembetingelsen (1108) bestemmes herved et samlet jordtryk, som består af resultanterne af de effektive jordtryk  $\bar{e}$  i kontakt med de drænedede jordlag og de

totale jordtryk  $e$  i kontakt med de udrånedede jordlag. Ved tilførelse af de allerede beregnede kræfter  $U_1$  i de drånedede jordlag fås til slut det samlede, totale jordtryk  $E$ .

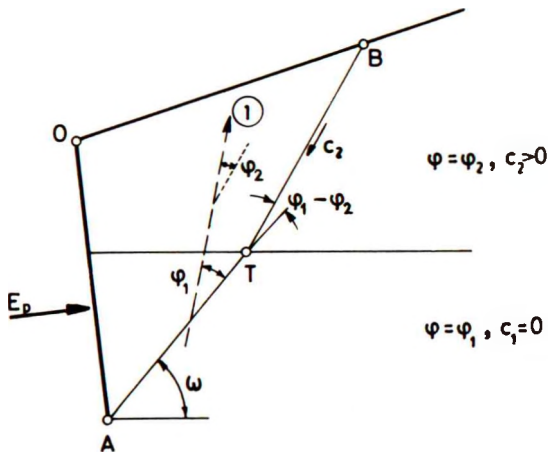


Fig. 11 C: Coulombs jordtryksteori anvendt på lagdelt jord. Passivt jordtryk.

I begge tilfælde, Fig. 11 B-C, kan jordtryksfordelingen findes tilnærmeth som beskrevet ovenfor:  $\bar{e}$  og  $u$  henholdsvis  $e$  bestemmes som funktion af dybden  $d$  ved først at bestemme det samlede jordtryk som funktion af denne størrelse. Den samme teknik kan være meget nyttig ved andre komplicerede jordtryksopgaver, jfr. Fig. 11 D, hvor der er skitseret beregningen af et aktivt jordtryk ved hjælp af Coulombs metode i et tilfælde, hvor belastningen på jordoverfladen er en sribebelastning.

På Fig. 11 D er kun vist de farligste brudsnit, d.v.s. de flader af typen AB på Fig. 11 A, som for enhver undersøgt dybde  $d$  opfylder ekstrembetingelsen (1108). Det samlede mønster af brudsnit udviser følgende karakteristiske træk.



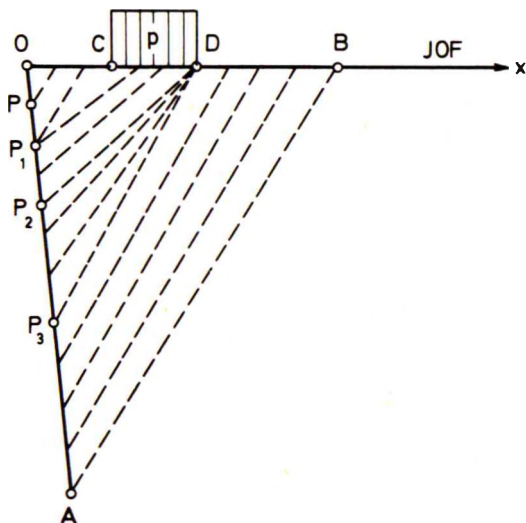


Fig.11 D: Bestemmelse af aktivt jordtryk ved Coulombs metode (farligste brudsnit vist). Stribelast  $p$  som overfladebelastning.

1. For vægpunkter mellem  $O$  og et punkt  $P_1$ , som findes ved undersøgelsen, er jordtrykket ikke influeret af stribelasten  $p$ .
2. Gennem punktet  $P_1$  går der to brudsnit, som begge opfylder ekstrembetingelsen (1110): Hvis  $E_a$  (for et fastholdt vægpunkt  $P$ ) optegnes som funktion af abscissen  $x$  til brudsnittets skæringspunkt med JOF, fås en kurve, som har et lokalt maksimum mellem  $O$  og den nærmeste kant  $C$  af stribebelastningen. I  $C$  har kurven et opadgående knæk, således at der for vægpunkter i en vis dybde under  $O$  og så er et lokalt maksimum på strækningen  $CD$ , hvor  $D$  er den fjerneste kant af stribebelastningen. For vægpunktet  $P_1$  er de to lokale maksima lige høje, og for punkter under  $P_1$  er maksimumet mellem  $C$  og  $D$  det højeste.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Ekstremmetoden	nr.
	11		78	12	24

3. For vægpunktet  $P_2$  går det farligste brudsnit gennem kanten  $D$ , hvor den ovenfor nævnte funktion,  $E_a$  som funktion af  $x$  for et fastholdt vægpunkt, har et nedadgående knækpunkt. For vægpunkter mellem  $P_2$  og  $P_3$  bevirker dette knækpunkt, at de farligste brudsnit alle går gennem  $D$ .
4. For vægpunktet  $P_3$  har kurven  $E_a(x)$  vandret tangent for  $x = x_D$  (til højre, men ikke til venstre for knækpunktet). For punkter under  $P_3$  har kurverne  $E_a(x)$  maksima på den fri JOF til højre for  $D$ . Dette gælder også for væggen fodpunkt  $A$ , hvor maksimumet ligger i  $B$ .

Ved hjælp af Coulombs metode kan altså opnås ganske detaljerede (omend kun tilnærmet korrekte) løsninger på selv meget komplicerede jordtryksproblemer.

I afsn. 11.1-2 er Coulombs jordtryksteori refereret (meget nær), som den oprindeligt blev formuleret, uden direkte henvisning til den i afsn. 10.1 givne generelle oversigt over beregningsproceduren ved stabilitetsundersøgelser. Det ses dog let, at metoden er en variant af ekstremmetoden som beskrevet i afsn. 10.1 med følgende specielle træk:

1. Som undersøgte brudsnit anvendes kun rette linier, hvorved opnås, at den ligevægtsligning, hvori de ubekendte snitkraftkomponenter ikke indgår, bliver simplest mulig (en projektligning, hvor der i det generelle tilfælde anvendes en momentligning). Samtidig afgrænses jordlegemet af rette linier, hvilket letter beregningen af arealet og hermed vægten.
2. Metoden benyttes til at bestemme en ubekendt kraft (jordtrykket), og ikke til at undersøge, om stabiliteten for et antal kendte belastninger er tilfredsstillende. Der er derfor ikke behov for at indføre en sikkerhed  $F$  ud over de foreskrevne partialkoefficienter: Man ønsker naturligvis at bestemme den (regningsmæssige) værdi af  $E_p$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Ekstremmetoden	nr.
	11		78	13	24

eller  $E_a$ , som svarer til fuld udnyttelse af partialko-efficienterne. Det er derfor givet, at man skal have den yderligere sikkerhed  $F = 1$ .

3. Til gengæld skal man erindre, at man skal finde min  $E_p$  men max  $E_a$ . Grunden til denne forskel er, at  $E_p$  udfører et positivt arbejde i den (virtuelle) brudbevægelse (den er en såkaldt drivende kraft), mens  $E_a$  udfører et negativt arbejde (den er en stabiliserende kraft). Hvis man generelt formulerer ekstremprincippet på den måde, at den ubekendte drivende kraft, som er i ligevægt med de kendte (eventuelt dels drivende dels stabiliserende) kræfter, skal antage et minimum, så bliver kravet henholdsvis min  $E_p$  og min  $(-E_a)$ , og det sidstnævnte er åbenbart identisk med max  $E_a$ .

Retliniede brudsnit kan naturligvis også anvendes til egentlige stabilitetsundersøgelser, f.eks. (til et indledende over-slag) på Fig. 10 Ab-c. Tilnærmelsen herved er dog hyppigt ikke tilstrækkeligt god, hvorfor man normalt vil bruge mere generelle kurveformer. Som nævnt bestemmes kurveformen af, at der skal kunne opstilles en ligevægtsligning, hvori de ubekendte snitkraftkomponenter langs  $s$  ikke indgår. For krumliniede brudsnit vil denne ligevægtsligning være en momentligning om et punkt  $O$ .

### 11.3 Cirkelmetoden. Udrænet brud i ler.

For udrænet brud i ler, hvor man har  $\varphi = 0$ , og derfor ifølge G 1 (1117):

$$\begin{aligned}\sigma_f &= \sigma_v \\ \tau_f &= \pm c\end{aligned}\tag{1112}$$

er forskydningsspændingen, men ikke normalspændingen, kendt på forhånd i ethvert punkt af snittet. En momentligning omkring et punkt  $O$  vil derfor da og kun da ikke indeholde ubekendte snit-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	11	Ekstremmetoden	78	15	24

På Fig. 11 E er ethvert muligt brudsnit  $AB$  åbenbart bestemt ved to parametre, som f. eks. kunne være koordinaterne  $(x_0, x_0)$  til cirkelns centrum  $O$ . Når værdierne for disse parametre, d. v. s. beliggenheden af  $O$ , er valgt, kan cirkelbuen  $AB$  tegnes gennem det givne punkt  $A$ . Den kan karakteriseres ved radius  $r_0$  og centervinklen  $2\alpha$ .

I momentligningen indgår (alle størrelser er regningsmæssige, og  $c = c_u$ ):

1. Momentet fra  $Q$ ,  $M_Q$  (væltende), der ikke volder nogen vanskelighed. Med let forståelige betegnelser er:

$$\begin{aligned} M_Q &= Q a_Q \\ &= Q(x_0 - x_Q) \end{aligned} \quad (1113)$$

2. Momentet fra  $G$ ,  $M_G$  (væltende). Med den nu anvendte definition på stabilitetsforholdet  $F$ , sikkerheden udover de foreskrevne partialkoefficienter, spiller det ingen rolle for vurderingen af sikkerheden mod brud, om vægten af den del af jordlegemet, der ligger til højre for den lodrette linie gennem  $O$ , regnes som en stabiliserende kraft, eller om dens moment regnes som et fradrag fra det samlede væltende moment. Man kan også se helt bort fra det skitserede dellegeme  $BCD$ , hvis vægt af symmetri Grunde har momentet nul om  $O$ . Beregningen af  $M_G$  er ikke helt simpel, hvis beliggenheden af  $AB$  som antydnet ovenfor er fundet grafisk. Man kan imidlertid opdele jordlegemet i et antal trapezer, trekanter og evt. cirkelafsnit (på Fig. 11 E kan også benyttes et cirkeludsnit, hvorfra subtraheres bidragene fra to trekanter). Som nævnt skal  $G$  være den totale vægt af jordlegemet, og porvandtrykkene  $u$  langs  $AB$  indgår ikke (deres moment om  $O$  er i øvrigt også nul).

3. Momentet af forskydningsspændingerne =  $c$  langs  $AB$ ,  $M_c$  (stabiliserende). Hvis jorden er homogen (konstant  $c$ ), er åbenbart:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 11	EMNE Ekstremmetoden	UDG. 78	SIDE nr. af 16 24
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	-------------------------

$$M_c = 2\alpha r_0^2 c \quad (1114)$$

I modsat fald må cirkelbuen f. eks. inddeles i et antal lige store buestykker af længden  $\Delta s = r_0 \Delta\theta$ , hvor  $\Delta\theta$  er den tilsvarende delvinkel af centervinklen.  $c$  kan nu findes i midtpunktet af hvert buestykke, hvorefter man har:

$$M_c = r_0 \Delta s \Sigma c = 2\alpha r_0^2 c_m \quad (1115)$$

hvor  $c_m$  er middelværdien af de således fundne  $c$ -værdier.

Stabilitetsforholdet  $F$ , sikkerheden udover de foreskrevne parti-alkoefficienter, er herefter:

$$F = \frac{M_{stab}}{M_{vælt}} = \frac{M_c}{M_Q + M_G} \quad (1116)$$

Beregningerne må gentages for et så stort antal forskellige cirkelbuer, at min  $F$  kan bestemmes. Det krav, der skal være opfyldt for, at den undersøgte stabilitet skal være tilfredsstillende, er åbenbart:

$$\min F \geq 1 \quad (1117)$$

Det bemærkes, at hvis (1117) er opfyldt, så er naturligvis  $F \geq 1$  for ethvert brudsnit. Så vil man imidlertid også have  $F \geq 1$ , selv om en del af  $G$  regnes som bidrag til det stabiliserende moment; dette svarer blot til at addere samme størrelse til både tælleren og nævneren i (1116). Med en således ændret definition af  $F$ , fås også en ændret værdi af min  $F$  (og antagelig også et andet farligste brudsnit); men (1117) gælder åbenbart stadig.

Dette kan spille en væsentlig rolle, hvis man anvender aktuelle værdier af  $c$  og  $Q$ , og derefter fortolker min  $F$  som en totalsikkerhed: I ugunstige tilfælde kan der ikke ud fra værdien af en således defineret  $F$ -værdi drages nogen slutning om, hvad sikkerheden mod brud egentlig er. Det ses således, at afhængigt

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	11	Ekstremmetoden	78	17	24

af om  $M_G$  regnes væltende eller (med modsat fortegn) stabiliserende, kan  $F$  bringes til at betyde enten værdien af  $f_c$ , hvis  $f_p = 1$ , eller (hvis  $Q$  er en fri last) værdien af  $f_p$ , hvis  $f_c = 1$ . Denne usikkerhed på betydningen af totalsikkerheden  $F$  er en af begrundelserne for, at partialkoefficientsystemet blev indført.

I forbindelse med det foregående afsnit bemærkes det, at man naturligvis også kan bestemme den største tilladelige regningsmæssige) værdi af  $Q$ . Man må da sætte  $F = 1$  i (1116) og for ethvert undersøgt snit  $AB$  bestemme:

$$Q = \frac{M_c - M_G}{a_Q} \quad (1118)$$

Ekstremløbetingelsen kræver herefter, at min  $Q$  bestemmes.

Det skal til slut bemærkes, at man nu antagelig vil foretrække at definere  $AB$ , og foretage beregningerne (1113-18) ved hjælp af en systematisk, numerisk metode.

I forhold til det på Fig. 11 E viste  $zx$ -koordinatsystem kan en vilkårlig cirkelbue således defineres ved:

1. Enten abscissen  $x_B$  til pkt.  $B$  eller vinklen  $\omega$  mellem  $x$ -aksen og korden  $k$ . Med de viste betegnelser er:

$$z_B = -y_0 + x_B \tan \beta = k \sin \omega$$

og (1119)

$$x_B = k \cos \omega$$

hvoraf f.eks. fås:

$$k = y_0 \frac{\cos \beta}{\sin(\beta - \omega)} \quad (1120)$$

$x_B$  eller  $\omega$  bestemmer altså de resterende tre størrelser i sættet  $x_B, z_B, k, \omega$ .

2. Centervinklen  $2\alpha$  for cirkelbuen. Man har åbenbart:

$$r_0 = \frac{k}{2\sin \alpha} \quad (1121)$$

og

$$\theta_0 = \alpha + \omega \quad (1122)$$

hvoraf findes koordinaterne til centrum  $O$ :

$$z_0 = -r_0 \cos \theta_0 \quad (1123)$$

$$x_0 = r_0 \sin \theta_0$$

Herefter er ethvert punkt  $P$  på cirkelbuen defineret ved hjælp af vinklen  $\theta$ , der kan antage værdier mellem 0 og  $2\alpha$ :

$$\begin{aligned} z_P &= z_0 + r_0 \cos(\theta - \theta_0) \\ &= r_0 [\cos(\theta - \theta_0) - \cos \theta_0] \\ &= 2r_0 \sin \frac{\theta}{2} \sin(\theta_0 - \frac{\theta}{2}) \end{aligned} \quad (1124)$$

og:

$$\begin{aligned} x_P &= x_0 + r_0 \sin(\theta - \theta_0) \\ &= r_0 [\sin(\theta - \theta_0) + \sin \theta_0] \\ &= 2r_0 \sin \frac{\theta}{2} \cos(\theta_0 - \frac{\theta}{2}) \end{aligned} \quad (1125)$$

Som skitseret på Fig. 11 F kan jordlegemet nu systematisk opdeles i et antal (tilstrækkeligt tynde) lodrette strimler, baseret på en tilsvarende opdeling af centervinklen  $2\alpha$  i et (tilstrækkeligt stort) antal lige store delvinkler  $\Delta\theta$ . Man har åbenbart:

$$\begin{aligned} \Delta s &= r_0 \Delta\theta \\ \Delta x &= \Delta s \cos \beta \\ &= \Delta s \cos(\theta_0 - \theta) \end{aligned} \quad (1126)$$



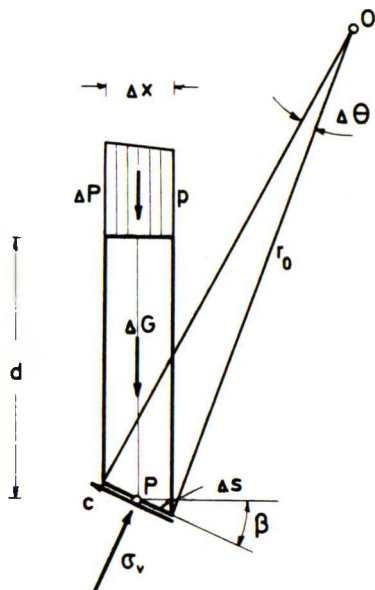


Fig. 11 F: Strimmelement af jordlegemet defineret ved delvinklen  $\Delta\theta$ .

Bidragene fra den viste strimmel til momentligningen kan nu beregnes, f.eks.:

$$\Delta G = \Delta x \Sigma \gamma d \quad (\text{inhomogen jord}) \tag{1127}$$

og

$$\Delta P = \Delta x p$$

begge med momentarmen  $x_0 - x_P$ , hvor  $P$  er midtpunktet af buestykket  $\Delta s$ , og hvor alle dybder  $d$  samt overfladebelastningen  $p$  tilstrækkeligt nøjagtigt måles langs den lodrette linie gennem dette punkt. Som angivet i (1115) er

$$\Delta M_c = r_0 \Delta s c_P \tag{1128}$$

En tilsvarende inddeling af strimler (nu med konstant interval  $\Delta x$ ) kan lette beregninger til Fig. 11 B-C.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 11	EMNE  Ekstremmetoden	UDG.  78	SIDE nr. af 20   24
---------------------------	--------------------	----------------------------	----------------	---------------------------

De ovenstående formler gælder også for  $\alpha < 0$  (nedad hule brudsnit som på Fig. 10 Ab-c), og hvis alle momentarme divideres med  $r_0$  som bestemt af (1121) fås en kontinuert overgang fra momentligningen for  $\alpha \neq 0$  til projektionsligningen for  $\alpha = 0$  (ved en grænseovergang).  $b$ -linier (Fig. 10 Aa) adskiller sig fra  $a$ -linier (Fig. 10 B) ved fortegnet på  $c$ .

Denne beregningsmetode er velegnet til tabellering samt til programmering ved EDB (beregning ved hjælp af en - eventuelt programmerbar - bordcomputer). Stabilitetskravet svarende til (1117) er nu

$$\min_{\omega, \alpha} F(\omega, \alpha) \geq 1 \quad (1129)$$

Det viser sig, at parametrene  $\omega$  og  $\alpha$  (plotning af resultaterne og grafisk eller numerisk bestemmelse af minimum for  $F$  i en  $\omega, \alpha$ -plan) på mange måder er mere hensigtsmæssige end f.eks.  $x_0, z_0$ .

Ved en egentlig programmering er de to væsentligste problemer en hensigtsmæssig fortegnskonvention samt en effektiv rutine til bestemmelse af  $\min F$ . Begge problemer kan løses (man kan således om fornødent spejlvende figuren, således at alle brudsnit er  $\alpha$ -linier); men de kræver nogen omhu.

#### 11.4 Spiralmetoden. Drænet brud i ler og sand.

Hvis  $\varphi > 0$ , kan snitkraften ( $\sigma_f, \tau_f$ ) på samme måde som på Fig. 11 A opdeles i den kendte forskydningsspænding  $c$  og den resterende (ubekendte) spænding  $t$ , der i ethvert punkt af brudsnittet danner vinklen  $\varphi$  med normalen. For at kunne opstille en momentligning omkring et punkt  $O$ , hvortil der ikke kommer noget bidrag fra  $t$  langs nogen strækning af snittet, skal dette derfor følge en kurve, hvis normalretning i ethvert punkt danner vinklen  $\varphi$  med radius vector fra  $O$ .

En sådan kurve er som bekendt en logaritmisk spiral med  $O$  som pol og med stigningsvinklen  $\varphi$ , jfr. Fig. 11 G, der svarer til Fig. 11 E. Følgende bemærkes:

1. Bevægelsesretning for jordlegemet indgår nu ikke blot i fortegnet for  $c$ , men også i fortegnet for  $\varphi$ , d.v.s. i snittets geometri. Hvis dette overses, d.v.s., hvis der på Fig. 11 G indtegnes en logaritmisk spiral med stigningsvinklen "den gale vej" (radius vector voksende fra  $B$  mod  $A$ ), fås meningsløse resultater.

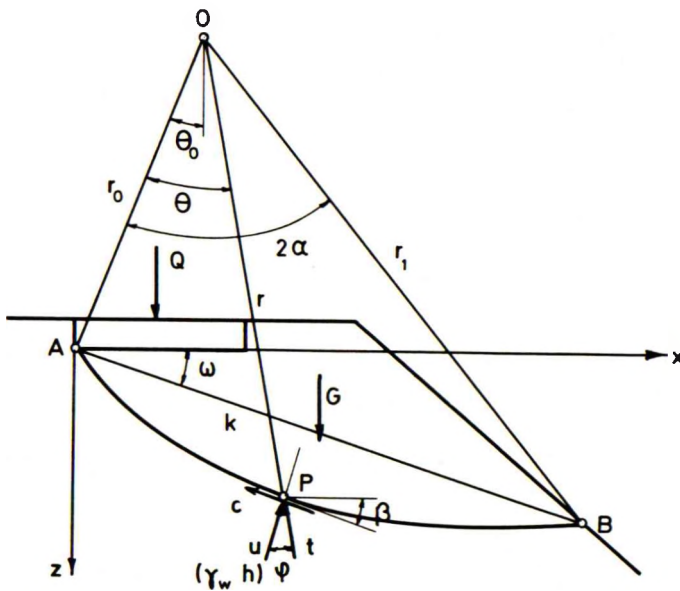


Fig. 11 G: Stabilitetsundersøgelse ved hjælp af spiralmetoden. Drænet brud i ler eller sand (her:  $\alpha$ -linie).

2. Omregningen fra det aktuelle til det regningsmæssige brudstadium (når formålet er at opnå eller eftervise tilstrækkelig sikkerhed mod brud; hvis der kontrolberignes et observeret brud, skal denne omregning naturligvis ikke foretages) influerer også på brudsnittets geometri: Stigningsvinklen er den regningsmæssige friktionsvinkel  $\bar{\varphi}_r$ .

GELTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	11	Ekstremmetoden	78	22	24

3. I drænet brudtilstand indgår som forklaret i afsn. 10.2 den effektive lastresultant i momentligningen. Ifølge Fig. 10 D-E virker der derfor langs snittet foruden  $t$  (som ikke bidrager til momentligningen) og  $c$  (altid stabiliserende) også normalspændingen  $u$  eller  $\gamma_w h$  (hvis positiv altid væltende). Det tilsvarende moment  $M_u$  kan eventuelt findes ved hjælp af konstruktionen Fig. 10 C.

Bortset herfra foregår beregningerne stort set som angivet i det foregående afsnit. Hvis  $c$  er konstant langs snittet, kan det vises, at  $M_c$  kan beregnes af følgende formel, svarende til (1114):

$$M_c = \frac{1}{2} c \cot \varphi [r_1^2 - r_0^2] \quad (1130)$$

For  $\varphi > 0$  vil  $G$ , den samlede vægt af jordlegemet, i reglen virke stabiliserende ( $x_G > x_0$ , hvor man på Fig. 11 E havde  $x_G < x_0$ ), og hvis  $c = 0$ , kan  $M_G$  ofte være det eneste stabiliserende moment. I det der nu også tages hensyn til  $M_u$ , erstattes (1116) derfor med:

$$F = \frac{M_{stab}}{M_{vælt}} = \frac{M_G + M_c}{M_Q + M_u} \quad (1131)$$

For en ordens skyld bemærkes det, at  $M_G$  herved er regnet positiv i retningen med uret om  $O$ ; i (1116) forudsættes den positiv mod uret. Stabilitetskriteriet (1117) er uændret.

Anvendelsen af en grafisk metode til bestemmelse af forløbet af de forskellige mulige brudsnit  $AB$  er noget mere besværlig for logaritmiske spiralbuer end for cirkelbuer. Man kan beregne og optegne, f.eks. på polærkoordinatpapir, et stykke af en logaritmisk spiral, hvis ligning i polære koordinater  $r, \theta$  som bekendt er:

$$r = r_0 e^{\theta \tan \varphi} \quad (1132)$$

Ved at placere en målrigtig tegning, f.eks. på transparent papir, af den givne konstruktion i forskellige positioner over spiralen

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE Elstremmetoden	UDG.	SIDE	
	nr. 11		78	nr.	af
				23	24

(beregnet med det korrekte fortegn på  $\varphi$ ) kan man herefter konstruere et antal spiralbuer med tilhørende poler  $O$  som skitse- ret på Fig. 11 G (her: alle gående gennem pkt. A).

Man vil imidlertid nu formentlig i mange tilfælde foretrække en analytisk beregning svarende til Fig. 11 E-F. Med betegnelserne på Fig. 11 G er ifølge (1132):

$$r_1 = r_0 e^{2\alpha \tan \varphi} \quad (1133)$$

Svarende til (1119) fås derfor:

$$z_B = k \sin \omega = r_0 \left[ e^{2\alpha \tan \varphi} \cos(2\alpha - \theta_0) - \cos \theta_0 \right] \quad (1134)$$

$$x_B = k \cos \omega = r_0 \left[ e^{2\alpha \tan \varphi} \sin(2\alpha - \theta_0) + \sin \theta_0 \right]$$

Disse ligninger kan løses med hensyn til  $\theta_0$ :

$$\tan(\theta_0 - \omega) = \frac{1 - e^{2\alpha \tan \varphi} \cos 2\alpha}{e^{2\alpha \tan \varphi} \sin 2\alpha} \quad (1135)$$

hvorefter  $r_0$  kan findes ud fra (1134), der kan omformes til:

$$k = r_0 \left[ e^{2\alpha \tan \varphi} \sin(2\alpha - \theta_0 + \omega) + \sin(\theta_0 - \omega) \right] \quad (1136)$$

Koordinaterne til polen  $O$  er nu givet af (1123), og svarende til (1124-25) kan ethvert spiralpunkt  $P$  nu defineres ved hjælp af vinklen  $\theta$ . Idet (1132) også benyttes har man (som før):

$$z_P = z_0 + r \cos(\theta - \theta_0) \quad (1137)$$

$$x_P = x_0 + r \sin(\theta - \theta_0)$$

Tangentvinklen  $\beta$  er i dette tilfælde:

$$\beta = \theta_0 + \varphi - \theta \quad (1138)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 11	EMNE Ekstremmetoden	UDG. 78	SIDE nr. af 24 24
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	-------------------------

Man kan nu på tilsvarende måde som på Fig. 11 F opdele jordlegemet i strimler. Svarende til (1126) finder man:

$$\Delta s = \frac{r \Delta \theta}{\cos \varphi} \quad (1139)$$

$$\begin{aligned} \Delta x &= \Delta s \cos \beta \\ &= \Delta s \cos(\theta_0 + \varphi - \theta) \end{aligned}$$

(1129) gælder stadig, men som nævnt er momentarmen nu  $x_P - x_0 = r \sin(\theta - \theta_0)$ , jfr. (1137), i stedet for  $x_0 - x_P$  (bidraget regnes nu stabiliserende, d. v. s., at der ikke virker nogen bevægelig last, hvis armen er positiv). Bidragene  $c_P \Delta s$  og  $u_P \Delta s$  (eller  $\gamma_w h_P \Delta s$ ) har momentarmene henholdsvis  $r \cos \varphi$  og  $r \sin \varphi$ .

De ovenstående formler gælder også for  $\alpha < 0$  og/eller  $\varphi < 0$  (i sidstnævnte tilfælde skal man også sætte  $c < 0$ ). Hvis alle momentarme divideres med  $r_0$ , får man som ved cirkelmetoden en kontinuert overgang til projektligningen for tilfældet  $\alpha = 0$  (rette brudlinier). Stabilitetskravet (1129) gælder stadig.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Stabilitetsundersøgelser	nr.
	12		78	1	28

### 12.1 Oversigt. Cirkel- og spiralmetoden.

Idet der henvises til den generelle oversigt i afsn. 10.1, skal der i det følgende nærmere omtales nogle eksempler på stabilitetsundersøgelser. Det forudsættes indtil videre, at beregningerne udføres ved hjælp af cirkel- og/eller spiralmetoden.

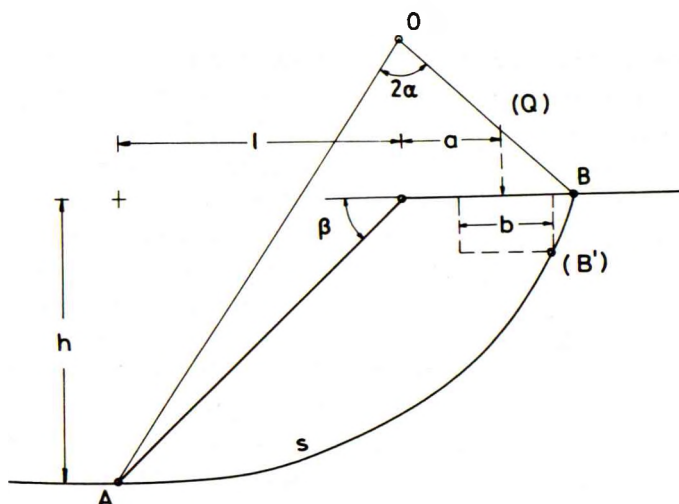


Fig. 12 A: Stabilitetsundersøgelse for (eventuelt et fundament på kanten af) en skråning.  
*b*-linie optegnet for  $\varphi = -30^\circ$ ,  $2\alpha = 80^\circ$ .

Det skal indledningsvis bemærkes, at en stabilitetsundersøgelse f.eks. for den på Fig. 12 A viste skråning naturligvis kan repræsentere den beregningsmæssige løsning til flere forskellige problemer i praksis; eksempelvis:

1. Analyse af et faktisk observeret stabilitetsbrud. I så fald skal der som nævnt forudsættes aktuelle, sandsynli-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG. 78	SIDE nr. af 2 28
---------------------------	--------------------	----------------------------------	------------	------------------------

ge værdier af geometriske størrelser, laster og styrkeparametre for jorden. Man har  $F = 1$  for det kritiske brudsnit, og må eventuelt for også beregningsmæssigt at opnå dette, korrigerer sin vurdering af størrelsen af  $c$  og/eller  $\varphi$  (for drænet brud i vandmættet silt eller ler kunne en størrelse som det niveau, hvor  $u = 0$ , altså kapillarspændingerne i brudøjeblikket også være en mulighed).

2. Påvisning af tilstrækkelig sikkerhed mod brud for en planlagt konstruktion, hvor alle geometriske, last- og styrkeparametre er givne. I dette tilfælde skal der anvendes de foreskrevne partialkoefficienter, og kravet er som nævnt min  $F \geq 1$ . Svarende til det ovenfor angivne kan der som supplerende beregningsopgave undersøges, hvilke variationer i forudsætningerne, der kan akcepteres, når sikkerheden mod brud ikke må falde under det tilladelige.
3. Dimensionering af en konstruktion, således at man netop har tilstrækkelig sikkerhed mod brud. For givne værdier af  $Q$ ,  $b$ ,  $h$  og  $\beta$  (foruden styrkeparametrene) kunne opgaven således være at bestemme den mindste tilladelige værdi af afstanden  $a$ .

Det bemærkes også, at man for skråninger i ler normalt må undersøge både udrænet og drænet brudtilstand. Hertil kommer imidlertid i praksis en hel række andre hensyn, som i hvert fald må overvejes, og som må vurderes ud fra det foreliggende erfaringsmateriale for den pågældende jordart (her vil en omhyggelig ingeniørgeologisk vurdering kunne være af afgørende betydning). Som nogle af de vigtigste eksempler kan nævnes:

1. Umiddelbart efter en udgravning har man naturligvis udrænet tilstand. Hvorvidt en stabilitetsundersøgelse som på Fig. 12 A, baseret på forudsætningen  $\varphi = 0$  og  $c_u = c_v$ , er relevant, afhænger bl.a. af følgende spørgsmål:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG. 78	SIDE nr. af 3   28
---------------------------	--------------------	----------------------------------	------------	--------------------------

- a. Om jorden i det hele taget er en kohæsionsjord. Der kendes eksempler på, at en morænesilt med en tilsyneladende kohæsion hidrørende fra kapillarspændinger er blevet opfattet som en moræneler med en egentlig udruenet forskydningsstyrke.
- b. Om der på grund af inhomogeniteter, f.eks. sandlag eller sandlinser i moræneler som i øvrigt har tilstrækkelig styrke, kan ske mere eller mindre lokale skred, uanset at skråningen "i middel" er tilstrækkelig stabil.
- c. Om der, især ved stejle skråninger, kan opstå lodrette trækrevner ved jordoverfladen, og specielt om sådanne trækrevner kan blive vandfyldt.
- d. Om der, især i stift ler, findes sprækkesystemer eller gamle skredflader, langs hvilke forskydningsstyrken kun er en brøkdel af den ved vingeforsøget målte forskydningsstyrke af den intakte lermatrix.

jfr. også G 1 afsn. 12.2 og 23.4.

2. Efter forløbet af nogen tid, som kun med stor usikkerhed kan vurderes ved hjælp af den traditionelle konsolideringsteori, er leret i drænet tilstand. I en periode, der selv for sprækket ler kan strække sig over 20-30 år, kan man for egentlig kohæsionsjord, der ikke er ødelagt af trækrevner eller af andre årsager påbegyndt skred, regne med de drænedede parametre  $\bar{\varphi} > 0$  og hyppigt også  $\bar{c} > 0$ . Poretrykkfordelingen i jorden kan nu have afgørende indflydelse på skråningens stabilitet.
3. Hvis der sker vandstrømning ud gennem skråningen, vil denne med tiden blive udblødt, og udblødningen, som medfører, at  $\bar{c}$  falder til nul, vil især i sprækket ler kunne trænge ind til så stor dybde, at et jordlag af ofte betragtelig tykkelse flyder ned ad skråningen (omend med ringe hastighed).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	12	Stabilitetsundersøgelser	78	4	28

Hertil kommer det særlige forhold i stærkt sensitivt ler (kvikler), at et skred af ganske beskedent omfang, f.eks. udløst ved erosion i bredden til et vandløb, ved progressiv udvikling kan medføre, at leret i et meget stort område bliver æltet, d.v.s. flydende.

Stabiliteten af skrånninger kan altså volde betydelige vanskeligheder i praksis. Det skal dog bemærkes, at man for midlertidige skrånninger, hvor skred ikke medfører nogen særlig risiko, ofte vil (i mange tilfælde: må) akceptere meget nær aktuell brudtilstand. Der findes naturligvis også mange eksempler på endog meget høje skrånninger (eksempelvis store jorddæmninger) og skrånninger nær store, tungt belastede og relativt sætningsfølsomme (eksempelvis bro-) fundamenter, hvor man har kunnet opnå tilstrækkelig kontrol med forholdene, således at konstruktionerne har fungeret ganske som tilsigtet.

Det simple grundtilfælde: En skrånning af højden  $h$  med skråningsvinkel  $\beta$  (vandret projektion  $l = h \cot \beta$ ) med ubelastet JOF i homogent, udrænet ler med forskydningsstyrken  $c$  og med lagtykkelsen  $d$  (under nederste JOF) er undersøgt i detaljer ved hjælp af cirkelmetoden, jfr. Fig. 12 B-C, hvor resultatet er angivet på dimensionsløs form: Stabilitetsforholdet:

$$N_s = \frac{\gamma h}{c} \quad (1201)$$

( $N_s c / \gamma h \geq 1$  for tilstrækkelig stabilitet) som funktion af  $\beta$  samt dybdeforholdet

$$n_d = 1 + \frac{d}{h} \quad (1202)$$

Der er konstateret tre forskellige brudmåder, afhængigt af de geometriske parametre:

- a. For tilstrækkeligt lille dybdeforhold og flade skrånninger ( $\beta < 53^\circ$ ) er brudsnittet en såkaldt skråningscirkel, der begynder ved skråningsfoden, tangerer laggrænsen for lerlaget og skærer skrånningen et sted under toppunktet (geometrisk entydigt bestemt, d.v.s. ingen fri parametre).

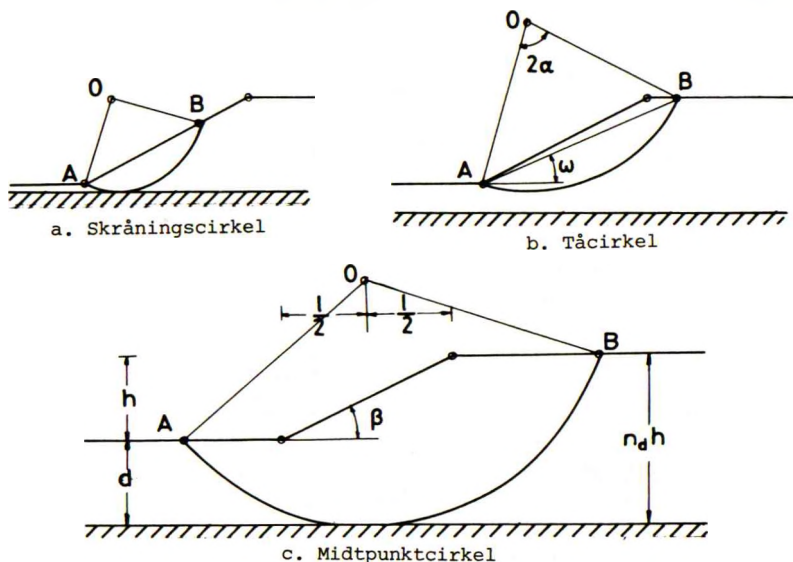


Fig. 12 B: Forskellige brudmåder for skråning i homogent, udrænet ler,  $\varphi = 0$ .

- b. For alle skråninger med  $\beta > 53^\circ$  samt for et interval af  $n_d$ -værdier ved andre skråningshældninger (det skraverede areal på Fig. 12 C), er brudsnittet en tåcirkel, der (ligesom på Fig. 12 A) uden kontakt med laggrænsen forløber fra skråningsfoden til et punkt på øverste JOF. En sådan brudcirkel er som nævnt defineret ved to parametre, f. eks. de på Fig. 12 B b viste vinkler  $\omega$  (nu regnet positiv opad fra vandret) og  $\alpha$ . Det er fundet, at i intervallet  $50^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$  aftager  $\alpha$  fra ca.  $42^\circ$  til ca.  $15^\circ$ , mens  $\omega$  vokser fra ca.  $31^\circ$  til ca.  $48^\circ$ .
- c. For tilstrækkeligt stort dybdeforhold og flade skråninger ( $\beta < 53^\circ$ ) bliver en såkaldt midtpunktcirkel farligst. Et sådant brudsnit tangerer laggrænsen og skærer begge jordoverflader uden for skråningen. Det har i princippet to fri parametre; men det kan let vises, at centrum  $O$  må befinde sig lodret over skråningens midtpunkt: Hvis

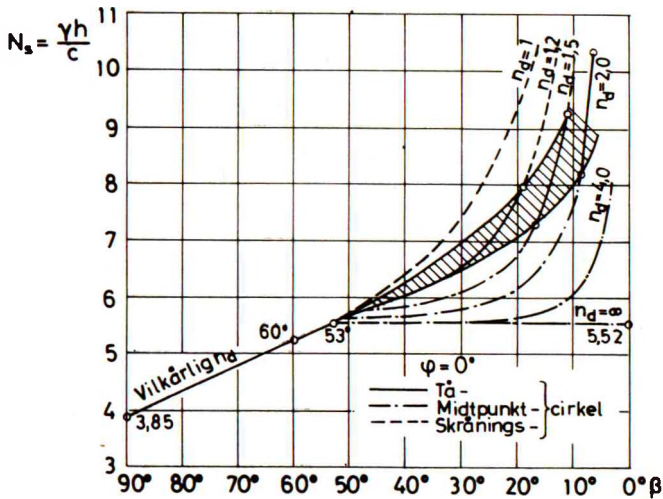


Fig. 12 C: Stabilitetsforhold  $N_s$  som funktion af skråningsvinkel  $\beta$  og dybdeforhold  $n_d$  for skråning i homogent udrænet ler over fast laggrænse. (Efter D.W.Taylor).

abscessen til  $O$  ændres med en infinitesimal størrelse  $dx_0$ , så vil lerarealet inden for brudsnittet ændres, svarende til at skråningen parallelforskydes vandret ( $-dx_0$ ). Da  $M_c$  herved forbliver uændret, er ekstrembetingelsen under disse omstændigheder ensbetydende med  $\partial M_G / \partial x_0 = 0$ . Dette kræver, at  $O$  befinder sig lodret

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	12	Stabilitetsundersøgelser	78	7	28

over tyngdepunktet af det omtalte tillægsareal, d.v.s. i dette tilfælde over skråningens midtpunkt (denne betragtning kan generaliseres til anvendelse på andre jordprofiler, f.eks. lagdelt jord med vandrette laggrænser). Der er altså reelt kun én fri parameter. For  $n_d \rightarrow \infty$  bliver radius teoretisk også uendelig, og  $\alpha \rightarrow \text{ca. } 67^\circ$ . Størrelsen af  $\beta$  har i dette tilfælde ingen indflydelse på stabilitetsforholdet.

Beregningsresultaterne på Fig. 12 C kan anvendes i hvert fald til en indledende oversigt. For stejle skråninger kan der dog være risiko for lodrette trækrevner, og i stedet for midtpunktcirkler har man antagelig (lidt mere kritiske) sammensatte brudfigurer, hvor der er udviklet en radialzone - nogenlunde som *OBC* på G 1 Fig. 16 Ca - med toppunkt i skråningens fodpunkt. Grænseværdien for  $N_s$ , når  $n_d \rightarrow \infty$ , er derfor antagelig snarere 5,14, jfr. G 1 (1606), end 5,52. På den anden side har lerlag, der er så bløde, at skråningsstabiliteten kan være noget problem, overvejende sandsynligt en forskydningsstyrke, der vokser med dybden. Man vil da i nogle tilfælde få tåcirkler i stedet for midtpunktcirkler, og andre tilfælde finde midtpunktcirkler, der ikke når ned til lerlagets underside (de har da to fri parametre).

I drænet brudtilstand er der som yderligere problemparametre friktionsvinklen  $\varphi$ . Til gengæld kan det vises, at man praktisk talt altid vil have brudfigurer (spiraler), der svarer til tåcirkler: Kun hvis  $\varphi < \text{ca. } 3^\circ$  vil brudsnittet passere under skråningens fodpunkt. Nogle beregningsresultater svarende til Fig. 12 C er vist på Fig. 12 D (ikke beregnet ved spiralmetoden, men ved en ældre tilnærmelse, den såkaldte friktionscirkelmetode, der nu må betegnes som forældet; afvigelsen er dog næppe stor). Følgende bemærkes:

1. Diagrammet kan kun bruges, hvis  $c > 0$ . Hvis man har  $c = 0$ , skal man have  $\beta \leq \varphi$ . Skråningshøjden  $h$  kan da til gengæld være vilkårligt stor.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG. 78	SIDE nr. af 8 28
---------------------------	--------------------	----------------------------------	------------	------------------------

2.  $N_s$  går tilsvarende mod uendelig, når  $\beta$  går mod  $\varphi$  (fra oven).

Det gælder naturligvis, at overfladebelastninger, inhomogeneriteter etc., som ikke er forudsat på Fig. 12 C-D, kan medføre, at disse diagrammer højst kan danne grundlag for en - eventuelt ganske grov - tilnærmelse. Specielt for Fig. 12 D gælder det, at poretryksfordelingen som nævnt kan spille en afgørende rolle (diagrammet forudsætter tør eller fugtig jord, altså  $u = 0$  langs brudsnittet).

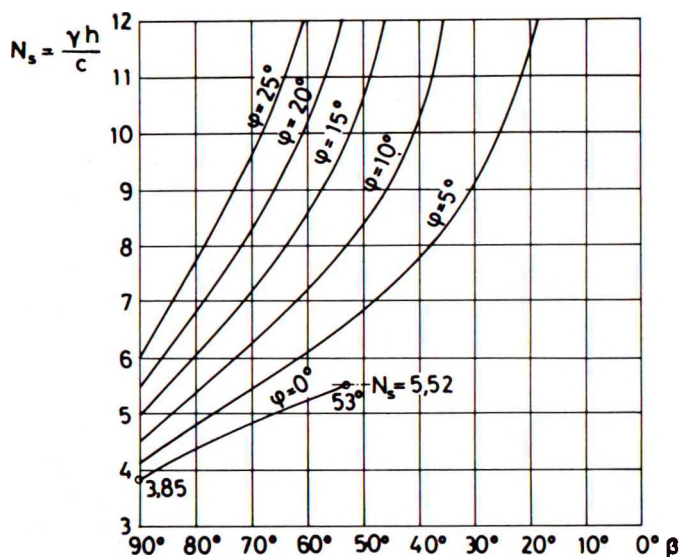


Fig. 12 D: Stabilitetsforhold  $N_s$  som funktion af  $\beta$  for skråning i tør eller fugtig (evt. helt vanddækket) skråning i homogen jord med  $c > 0$  og  $\varphi > 0$ . Alle brud gennem skråningens fodpunkt. (Efter D.W.Taylor).



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG.	SIDE	
			78	nr. af	28

Stabiliteten af fangedæmningen, Fig. 10 Ab, omtales nærmere i afsn. 26.4-5. Her skal indledningsvis bemærkes følgende.

1. Brudsnittet  $s$  er en  $b$ -linie. Hvis den befinder sig helt i udrænet ler (en cirkelbue), vil egenvægten af fangedæmningen normalt af symmetri Grunde ikke give noget moment omkring  $O$ .
2. I drænet tilstand skal benyttes en spiral med polen til venstre for symmetrilinien.  $G$  virker nu stabiliserende, og da der som nævnt i dette tilfælde skal regnes med den effektive last, spiller vandspejlshøjden inde i fangedæmningen en væsentlig rolle for stabiliteten.
3. Jordtrykkene  $E_a$  og  $E_p$  beregnes normalt som Rankine-jordtryk på glat væg. Man bør (for  $c > 0$ , d.v.s. i hvert fald i udrænet ler) være opmærksom på muligheden for en revne langs spunsvæggen på aktivsiden (fuldt hydrostatisk vandtryk ned til spunsvægsspidsen i stedet for totalt jordtryk).

Stabilitetsproblemet på Fig. 10 Ac omtales nærmere i afsn. 19.5. Beregningsmæssigt adskiller det sig ikke væsentligt fra Fig. 10 Ab, bortset fra at jordlegemets egenvægt samt en eventuel fri belastning  $p$  på JOF nu bidrager med - hovedsageligt væltende - momenter om  $O$  ( $p$  må regnes virkende, således at den kun giver væltende bidrag, d.v.s. kun til venstre for den lodrette linie gennem  $O$ ).

Et eksempel på en undersøgelse af totalstabiliteten for en kajkonstruktion er skitseret på Fig. 12 E. Brudsnittet passerer i dette tilfælde et stykke under spunsvægsspidsen, fordi jordprofilen her indeholder et svagere lag: Udrænet ler, eventuelt delvis konsolideret på grund af tidligere opfyldninger.

Følgende bemærkes:

1. I dette tilfælde, hvor jorden er lagdelt, må man, for at kunne opstille momentligningerne for hvert enkelt brudsnit om ét bestemt punkt  $O$ , anvende princippet fra Fig. 11 C:



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG.	SIDE	
	nr. 12			nr.	at
			78	11	28

styrke, der vokser med dybden - kan bevirke, at dybdepunktet af buen  $BC$  ikke er givet på forhånd. Brudfiguren har da to fri parametre.

3. Et drænet brud i lerlaget er naturligvis også muligt; men det udrænedede brud er praktisk talt altid farligere under de på Fig. 12 E viste forhold.
4. Den angivne brudfigur, der er sammensat af cirkel- og spiralbuer, kan i nogle tilfælde, især ved relativt tynde lerlag, få et forløb, der helt klart indebærer, at brudbetingelsen må være overskredet i jordlegemet  $ABCD$ . På Fig. 12 E kan buen  $CD$  således blive meget flad (undertiden kan tangentretningen i  $C$  endda pege ned i lerlaget igen). I sådanne tilfælde benyttes nu den modifikation, at der som bidrag fra jorden til venstre for pkt.  $C$  benyttes den af følgende to størrelser, som giver det mindste stabiliserende moment:
  - a. Vægten af jordlegemet over buen  $CD$  (hvis den overhovedet kan tegnes, så den forløber helt i sandlaget).
  - b. Det passive Rankine-jordtryk ( $G_1$  afsn. 13.1-2) virkende på et lodret, glat snit gennem pkt.  $C$ .

Andre modifikationer af beregningsmetoden, som er motiveret af de statiske betingelser for jordlegemet over brudsnittet, er omtalt i det følgende afsnit.

## 12.2 Modifikation af metoden.

I flere tilfælde i praksis fremkaldes et stabilitetsbrud ved udskridning af en blok på en stort set vandret brudflade, som forløber i en laggrænse eller i midten af et relativt tyndt jordlag. Som eksempler herpå kan nævnes:

1. et - eventuelt kun cm-tykt - sandlag i ler, hvori man under tøjbrud, højvande i et nærtliggende vandområde el-

ler andre eksceptionelle vandspejlsforhold kan få så høje værdier af porevandtrykket, at de væsentligt ned-sætter, eventuelt helt ophæver, de lodrette effektive spændinger.

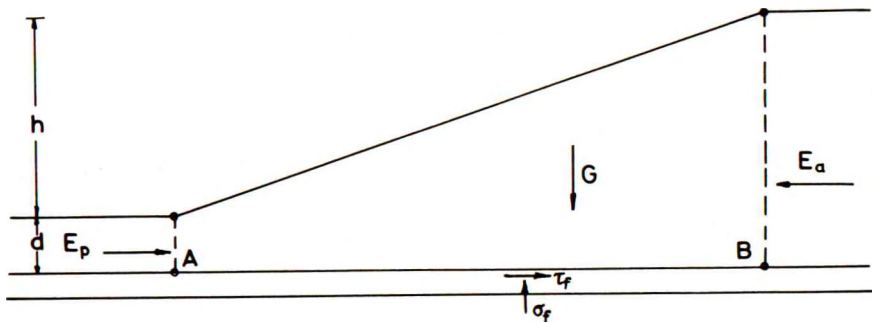


Fig. 12 F: Stabilitetsbrud ved udskridning:  
Glidning af blok på tyndt lag  
(blødt ler eller sand med højt porevandtryk).

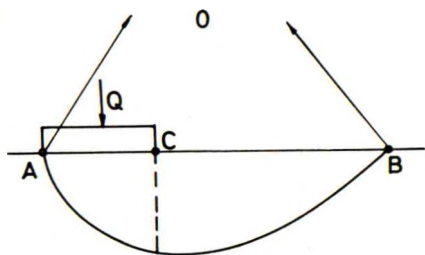
2. et tyndt, blødt ler- eller dyndlag under en sandopfyldning, eventuelt en rest af det oprindelige jordprofil, der er blevet tilbage på grund af mangelfuld opgravning inden, eller fortrængning under, opfyldningen.

Udskridningen sker langs et vandret brudsnit  $AB$ , langs hvilket Coulombs brudbetingelse (1101) kan antages at være opfyldt; men brudfiguren kan åbenbart ikke fortsættes som på Fig. 12 E, jfr. Fig. 11 C: Knæpunkter med vinkeldrejningen  $\Delta\varphi$  vil muligvis slet ikke bringe brudsnittene til at skære JOF, og selv om de gør det, vil skæringsvinklerne være alt for små (ikke statisk tilladelige).

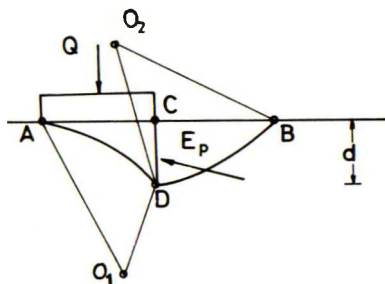
Som en tilnærmelse til den virkelige brudfigur, der antagelig indeholder zonebrud i jorden over både pkt.  $A$  og  $B$ , benyttes derfor den på Fig. 12 F skitserede beregningsmetode, hvorefter der på lodrette snit gennem  $A$  og  $B$ , lodret under knæpunkterne i skræningen, regnes virkende passivt, henholdsvis aktivt Rankine-jord-

tryk svarende til glat væg. Tilnærmelsen er formentlig på den sikre side; men den har i praksis vist sig tilstrækkelig nøjagtig til at kunne forklare faktisk observerede skred. Det bemækes, at når de lodrette snit gennem  $A$  og  $B$  antages glatte, så kan den lodrette projektligning anvendes til at bestemme resultanten af  $\sigma_f$  (hvis jorden ikke er udrænet). Heraf kan resultanten af  $\bar{\sigma}_f$  beregnes, og den vandrette projektligning kan derpå benyttes, idet  $\tau_f$  findes af (1101).

Det bemærkes, at i et tyndt sandlag i ler kan  $u$  aldrig blive større end  $\sigma_z$ ; der sker i stedet begyndende løftning af jordvoluminet over  $AB$  under vandtilstrømning til sandlaget. I dette specielle tilfælde er stabilitetskriteriet simpelthen, at  $E_p$  på et snit af højden  $d$  skal være større end eller lig med  $E_a$  på et snit af højden  $h+d$ .



a. Enkelt spiral  
(ikke statisk tilladelig).



b. Modifieret stabilitetsundersøgelse (bestemmelse af først  $E_p$  og derpå  $Q$ ).

Fig. 12 G: Løsning af et bæreevneproblem ved hjælp af en stabilitetsundersøgelse.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG. 78	SIDE nr. af 14 28
---------------------------	--------------------	----------------------------------	------------	-------------------------

Cirkel- og spiralmetoden kan helt klart ikke uden modifikationer anvendes direkte til løsning af det på Fig. 12 G viste bæreevneproblem: Ved anvendelse af en (topparametret) familie af logaritmiske spiraler (cirkler for  $\varphi = 0$ ) som vist på Fig. 12 G a fås bæreevner, som ved sammenligning med den velkendte bæreevneteor, G 1 afsn. 16, findes at være (ofte uakceptabelt meget) på den usikre side. Dette skyldes især, at brudbetingelsen kan vises at være overskredet bl.a. langs det punkterede snit, jfr. også Fig. 10 B.

I dette tilfælde ville den på Fig. 12 G b viste modifikation af metoden repræsentere en væsentlig bedre tilnærmelse. Iovedpunkterne i denne beregning er følgende:

1. Det lodrette snit,  $CD$ , hvor brudbetingelsen var overskredet på Fig. 12 G a, tilnærmes med en lodret, ru væg af foreløbig ukendt højde  $d$  (herved sikres, at (1101) netop bliver opfyldt langs snittet).
2. For enhver valgt værdi af  $d$  kan det passive jordtryk  $E_p$  på  $CD$  bestemmes, enten som i G 1 afsn. 13.3 eller, ved mere komplicerede forhold (skrå, evt. uregelmæssigt formet JOF, varierende, evt. diskontinuert overfladebelastning, strømning i porevandet etc.) ved en separat stabilitetsundersøgelse: Brudsnit  $DB$ , pol  $O_2$ , angrebepunktet for  $E_p$  må skønnes, normalt mellem midtpunktet og nederste trediedelspunkt af  $CD$  (jfr. dog også Fig. 11 D).
3. Derefter kan  $Q$  bestemmes ved en separat stabilitetsundersøgelse: Spiral  $AB$  (begge punkter fastholdt), pol  $O_1$ .
4. Beregningerne gentages for andre skønnede værdier af  $d$ , indtil der er fundet et absolut minimum for  $Q$  (alternativt bestemmes fordelingen af  $e_p$  med dybden under pkt.  $C$ , hvorefter der i stabilitetsundersøgelsen under pkt. 3 ovenfor kan varieres både pkt.  $D$  og spiralens krumning).



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	12	Stabilitetsundersøgelser	78	15	28

Denne metode er naturligvis ikke særligt påkrævet i det på Fig. 12 G viste simple tilfælde, hvor bæreevneformlen kan anvendes med endnu bedre tilnærmelse. Som antydnet ovenfor kan metoden imidlertid uden større vanskeligheder generaliseres til anvendelse i tilfælde, hvor bæreevneformlens forudsætninger ikke mere gælder.

Beregningen på Fig. 12 G b er antagelig stadig på den usikre side i forhold til bæreevneformlen; men man kunne kalibrere den f. eks. ved at bestemme den vægruhed  $\delta$  langs  $CD$  som medførte, at den modificerede stabilitetsundersøgelse gav samme resultat som bæreevneformlen. Med denne værdi af  $\delta$  kunne metoden derpå benyttes til at undersøge mere komplicerede problemer.

Erfaringen viser, at man ved en modificeret anvendelse af beregningsprincipperne for stabilitetsundersøgelser kan finde tilnærmede løsninger til endog meget komplicerede brudproblemer. Der kræves imidlertid, for at kunne afgøre hvilke tilnærmelser der er rimelige, og desuden at bestemme de farligste brudsnit ved et rimeligt antal forsøg (brudfiguren på Fig. 12 G b har ialt 4 fri parametre), en ret stor erfaring samt indsigt i de væsentligste træk i et givet brudproblem. I modsat fald kan man komme til at udføre et urimeligt stort beregningsarbejde for at få opfyldt ekstrembetingelserne, og måske endda finde et resultat ret meget på den usikre side, fordi en væsentlig brudmåde er overset.

### 12.3 Strimmelmetoden.

Til orientering skal kort omtales en alternativ metode til stabilitetsundersøgelser i tilfælde, hvor cirkel- og spiralmetoden vanskeligt kan anvendes f. eks. fordi det bløde lag, der fremkalder stabilitetsproblemet har et uregelmæssigt krummet forløb, jfr. Fig. 12 H.

Metoden er baseret på det princip, at jordlegemet over brudsnittet  $ABCD$ , som kan have en vilkårlig form, således at den bedst muligt følger de svage områder i jorden, opdeles i



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG. 73	SIDE nr. af 16	28
---------------------------	--------------------	----------------------------------	------------	----------------------	----

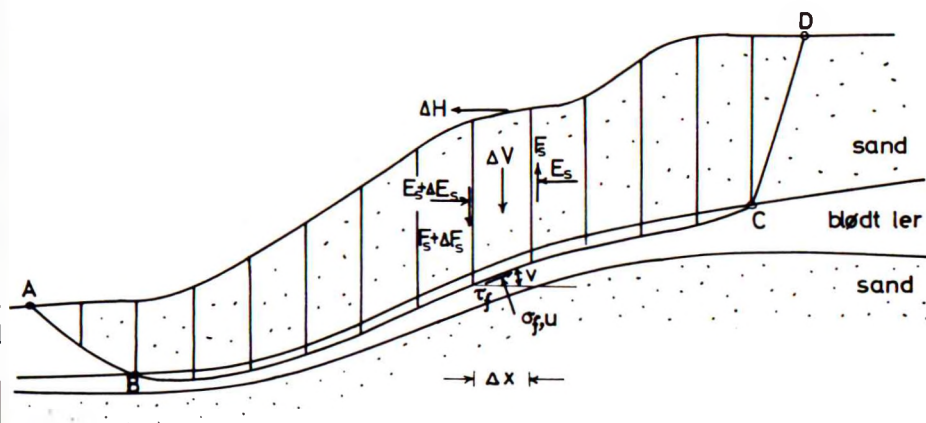


Fig. 12 H: Strimmelmetoden. Principskitse.

et antal strimler med lodrette grænseflader (omtrent som på Fig. 11 E - F). I stedet for at opstille ligevægtsligningerne for jordlegemet som helhed søger man, i hvert fald tilnæret, at opfylde den lodrette ligevægt for hver enkelt strimmel. Dette sammen med brudbetingelsen bestemmer spændingsfordelingen langs brudfladen, hvorefter stabiliteten af hele jordlegemet kan vurderes ved hjælp af en anden ligevægtsligning. Nærmere betegnet foregår beregningerne på følgende måde:

1. Kræfterne på en vilkårlig strimmel med bredden  $\Delta x$ , under hvilken brudsnittet danner vinklen  $\nu$  med vandret er som vist på Fig. 12 H:

$\Delta V$  = den totale lodrette vægt + en eventuel lodret overfladebelastning

$\Delta H$  = en eventuel vandret belastning

$E_s, F_s$  = henholdsvis vandret og lodret komponent af jordtrykkene på strimlens sider

$\sigma_f, \tau_f$  = henholdsvis normalspænding og forskydnings-spænding på brudsnittet (altid totale spændinger)

$u$  = et eventuelt porevandtryk i brudsnittet.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDS.	17	28
	nr.		78		
	12	Stabilitetsundersøgelser			

I det følgende regnes  $\tau_f$  altid rettet modsat jordlegemets bevægelsesretning. I forhold hertil regnes  $v$  og  $\Delta H$  med fortegn:  $v$  er positiv, når strimlen under brudbevægelsen glider nedad, og  $\Delta H$  regnes positiv, når den udfører et positivt arbejde.

2. Idet det antages, at forskydningskræfterne  $F_s$  på de to sider af strimlen ophæver hinanden, fås for hver strimmel (alle kræfter og styrkeparametre er regningsmæssige, og  $F$  er sikkerheden ud over de foreskrevne partialkoefficienter):

Brudbetingelse:

$$F \tau_f = (\sigma_f - u) \tan \varphi + c \quad (1203)$$

Lodret projektion:

$$\Delta V = (\sigma_f \cos v + \tau_f \sin v) \frac{\Delta x}{\cos v} \quad (1204)$$

d.v.s.

$$\sigma_f = \frac{\Delta V}{\Delta x} - \tau_f \tan v \quad (1205)$$

hvorefter (1203) giver:

$$\tau_f = \frac{c + \left( \frac{\Delta V}{\Delta x} - u \right) \tan \varphi}{F + \tan \varphi \tan v} \quad (1206)$$

3. Ved ligevægtsligningen for det samlede jordlegeme er kræfterne  $E_s$  og  $F_s$  indre kræfter, som ikke giver noget bidrag. Hvis den vandrette projektligning anvendes, fås, idet vi betegner  $\Sigma \Delta H = H$ :

$$H + \sum (\sigma_f \sin v - \tau_f \cos v) \frac{\Delta x}{\cos v} = 0 \quad (1207)$$

d.v.s. fra (1205):

$$\sum \tau_f (1 + \tan^2 v) \Delta x = H + \sum \Delta V \tan v \quad (1208)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	12	Stabilitetsundersøgelser	78	18	28

hvorefter (1206) giver:

$$F = \frac{\sum [(\Delta V - u \Delta x) \tan \varphi + c \Delta x] \frac{1 + \tan^2 v}{1 + \frac{1}{F} \tan \varphi \tan v}}{H + \sum \Delta V \tan v} \quad (1209)$$

Dette er en implicit ligning til bestemmelse af  $F$ . Ved iteration fås normalt meget hurtig konvergens.

I princippet skal man opsøge det brudsnit, der giver absolut minimum af  $F$  (stabilitetskravet er stadig  $F \geq 1$ ). Dette kan naturligvis ikke gøres i praksis, da brudsnittet er en helt vilkårlig kurve. På Fig. 12 H vil man således normalt lade  $BC$  følge en fast kurve, f.eks. lerlagets overside, men vil forsøge nogle forskellige udvalgte begyndelses- og slutpunkter,  $B$  og  $C$  (med tilsvarende variation i  $A$  og  $D$ ).

Det bemærkes, at metoden på grund af udtrykkene  $\tan v$  i (1209) er ret følsom over for valget af hældningen især af slutstrækningerne  $AB$  og  $CD$ . Ved vandrette jordoverflader skal disse hældninger meget nær svare til grænsebrudlinierne for Rankine-zoner, G 1 Fig 14 B, hvorfor man lige så godt kan regne med henholdsvis passivt og aktivt Rankine-jordtryk på de lodrette strimmelgrænser gennem  $B$  og  $C$ . I mere generelle tilfælde (krum JOF, knæpunkter etc.) vil man vælge en beliggenhed for enten  $A$  eller  $B$  til venstre samt enten  $C$  eller  $D$  til højre, og derpå specielt bestemme de retninger af  $AB$  og  $CD$  hver for sig, der giver minimum af  $F$ .

I nogle varianter af metoden benyttes i stedet for (1207) en momentligning, hvis  $BC$  er kontinuert krummet således f.eks. om denne kurves "gennemsnitlige" centrum. Et rationelt valg synes at kunne opnås på følgende måde: Der bestemmes den rette linie eller logaritmiske spiral med stigningsvinklen  $\varphi$ , som bedst tilnærmer kurven  $BC$  (på Fig. 12 H er dette nærmest en ret linie), og i stedet for (1207) benyttes den ligevægtsligning (momentligning om  $O$  henholdsvis projektionsligning på en retning, der danner vinklen  $\varphi$  med brudsnittets retning), som man

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	78 19 28
---------------------------	--------------------	----------------------------------	----------

ville anvende ifølge cirkel- og spiralmetoden. På denne måde minimiserer man formentlig den fejl, der begås ved at se bort fra forskydningskræfterne  $F_s$ .

Der findes også varianter af metoden, hvor der søges taget hensyn til kræfterne  $E_s$  og  $F_s$ : I princippet opfyldes alle tre ligevægtsligninger for hver strimmel, og brudbetingelsen overskrides ikke langs nogen strimmelgrænse. Denne korrektionsberegning er ikke entydig, og ændringen herved i størrelsen  $F$  er normalt ringe, medmindre der er specielle forhold som knækpunkter i jorden eller diskontinuiteter svarende til pkt. C på Fig. 12 G (i sådanne tilfælde er det vanskeligt overhovedet at opnå en god tilnærmelse ved hjælp af strimmelmetoden).

#### 12.4 Pæles stabiliserende virkning.

I dette og det følgende afsnit skal omtales to forhold som i praksis kan modificere en stabilitetsundersøgelse. I det følgende antages det for simpelhedens skyld at cirkel- og/eller spiralmetoden anvendes; men de angivne resultater kan uden større vanskeligheder overføres på en modificeret metode, herunder strimmelmetoden.

Den første modifikation er indflydelsen fra eventuelle pælerækker, som passerer fra det jordlegeme, hvis stabilitet undersøges, gennem brudsnittet og ned i det underliggende jordprofil. Dette må betegnes som det normale tilfælde, hvis der er risiko for, at totalstabiliteten af en pælefunderet konstruktion ikke er tilfredsstillende: Pælene rammes normalt gennem de blødere lag ned til et underliggende fast lag, mens brudsnittet fortrinsvis forløber i de bløde lag, og derfor meget hyppigt må skære igennem pælene. Et eksempel herpå er antydnet på Fig. 10 A d. Et andet, og lidt simplere eksempel er vist nedenfor på Fig. 12 I. Metoder til beregning og dimensionering af sådanne pæleværker er omtalt i afsn. 20 - 24. Her betragtes blot pælenes indflydelse på stabilitetsundersøgelsen, idet det forudsættes, at der kendes den aksiale kraft  $P$  (regningsmæssig, positiv som tryk), der i det aktuelle lasttilfæl-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG. 73	SIDE nr. af 20 28
---------------------------	--------------------	----------------------------------	------------	-------------------------

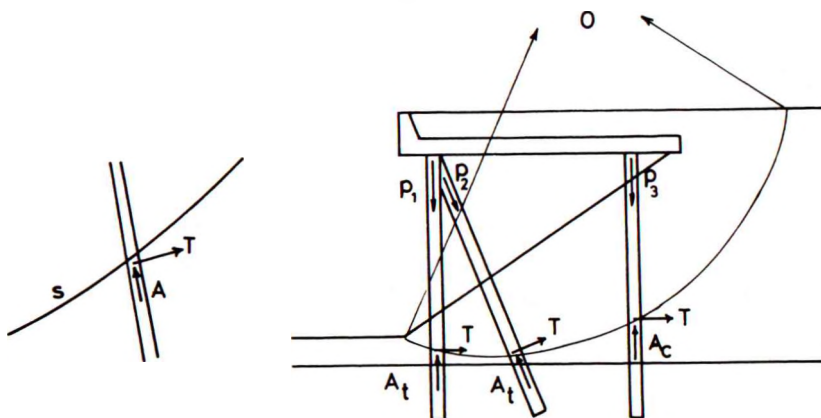
de overføres til pælen gennem pæletoppen. Det forudsættes også, at pælen er korrekt dimensioneret, jfr. G 1 afsn. 26.3-4, således at:

1.  $P$  ligger inden for det interval, der er givet ud fra en geostatisk bæreevneberegning. Idet  $Q_p$  og  $Q_m$  betegner henholdsvis spidsmodstanden og overflademodstanden (regningsmæssige, begge absolutte størrelser), har man altså, jfr. G 1 (2701):

$$-Q_m = Q_t \leq P \leq Q_c = Q_p + Q_m \quad (1210)$$

2.  $P$  ligger inden for det interval, der er givet ud fra pælematerialets (evt. gennemsnitlige) regningsmæssige henholdsvis trykstyrke  $\sigma'_p$  og trækstyrke  $\sigma_p$  (begge absolutte størrelser). Idet pælearealet betegnes  $A_p$ , har man altså:

$$-A_p \sigma_p \leq P \leq A_p \sigma'_p \quad (1211)$$



a. Aksial komponent  $A$  og forskydningskomponent  $T$  i snitflade af pæl.

b. Brokaj. Stabiliserende snitkræfter i pælene.

Fig. 12 I: Pæles indflydelse på en stabilitetsundersøgelse: Snitkræfter hidrørende fra skæring med brudsnit i jorden.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Stabilitetsundersøgelser	nr.
	12		78	21	28

Den kraft, der under skredbevægelsen i jorden overføres fra den enkelte pæl til det jordlegeme, der bevæger sig, har både en aksial komponent  $A$  og en forskydningskomponent  $T$ , jfr. Fig. 12 I. Begge komponenter får en sådan retning, at de virker (mest muligt) stabiliserende. For pæle, der under brudbevægelsen trykkes sammen, er  $A$  således i princippet en trykkraft  $A_c$ , mens den for pæle, der trækkes, i princippet er en trækraft,  $A_t$ . Hvis begge de nævnte størrelser regnes positive som tryk, har man  $A_t \leq A_c$ , men som senere vist ikke nødvendigvis  $A_t < 0$  eller  $A_c < 0$ . Som eksempel er på Fig. 12 Ib for de enkelte pælerækker i en brokaj (denne konstruktion omtales nærmere i afsn. 25) vist retningen af  $T$  samt angivet, hvorvidt der skal regnes med  $A_c$  eller  $A_t$ .

Det bemærkes, at  $A$  i alle tilfælde vælges således, at momentet om polen  $O$  er (mest muligt) stabiliserende. Kinematisk svarer dette til, at  $O$  betragtes som et rotationscentrum for jordlegemet, hvilket egentlig er en tilnærmet (men den bedste, der kan gøres under de i øvrigt gældende forudsætninger).

Idet det antages, at  $A$  og  $T$  kan bestemmes uafhængigt af hinanden, fås følgende bestemmelse af  $A$ , når brudsnittets skæringspunkt med pælen er kendt, jfr. Fig. 12 J:

$A_c$  kan ikke overskride pæletværnsnittets bæreevne, d.v.s. en betingelse svarende til (1211). Den skal desuden kunne optages af den geostatistiske bæreevne uden for brudsnittet, d.v.s. summen af  $Q_p$  og bidraget  $Q_{m2}$  til overflademodstanden, samt af den del af pælen, der bevæger sig sammen med jordlegemet, d.v.s. summen af  $P$  og bidraget  $Q_{m1}$ :

$$A_c = \min \{ A_p \sigma'_p, Q_p + Q_{m2}, P + Q_{m1} \} \quad (1212)$$

Tilsvarende fås for  $A_t$  (ligeledes positiv som tryk):

$$A_t = \max \{ -A_p \sigma_p, -Q_{m2}, P - Q_{m1} \} \quad (1213)$$



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG. 73	SIDE nr. af 22   28
---------------------------	--------------------	----------------------------------	------------	---------------------------

Det ses, at hvis  $P < -Q_{m1}$  (pælen påvirkes til træk i pæleværket, og udnytter den geostatistiske bæreevne rimeligt højt), bliver  $A_c$  negativ, og hvis  $P > Q_{m1}$ , bliver  $A_t$  positiv.

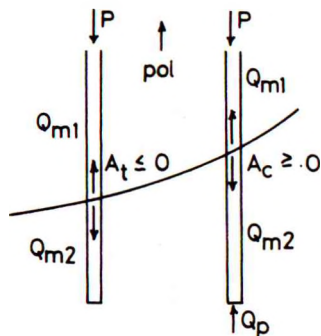


Fig. 12 J: Bestemmelse af  $A_c$  og  $A_t$ .

I begge tilfælde bidrager  $A$  altså med et væltende moment. For pæle, der er fuldt udnyttet til trykbrud,  $P = Q_c \leq A_p \sigma'_p$ , bliver kriterium nr. 2 afgørende i (1212) og nr. 3 i (1213), og de giver samme værdi:

$$A_c = A_t = Q_{m2} + Q_p \quad (\text{trykpæle}) \quad (1214)$$

For pæle, der er fuldt udnyttet til trækbrud, er det kriterierne nr. 3 og 2 i henholdsvis (1212) og (1213), der bliver afgørende, og de giver også samme værdi:

$$A_c = A_t = -Q_{m2} \quad (\text{trækpæle}) \quad (1215)$$

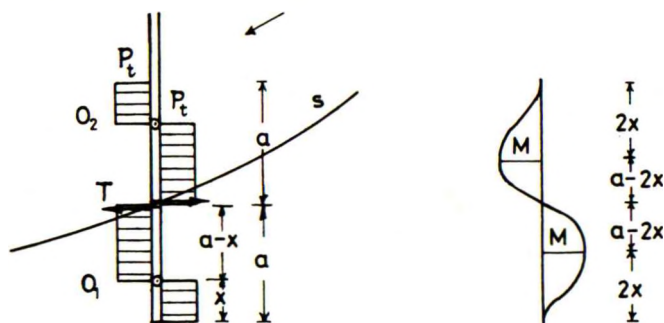
For en ordens skyld bemærkes det, at kriterium nr. 3 i både (1212) og (1213) strengt taget forudsætter, at pælen, og hermed den pælefunderede konstruktion kan bevæge sig, i forhold til det jordlegeme, der er i skredbevægelse (pælen bliver stående), uden at kraften  $P$  herved ændres. Denne forudsætning er korrekt for konstruktionen på Fig. 12 I, og den er i hvert fald på den sikre side. I visse tilfælde, hvor pæleværket er statisk ubestemt, kan man bestemme en fordeling af



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG.	SIDE	
			78	nr. 23	af 28

pålekræfter som udover at opfylde de statiske betingelser for selve påleværket, jfr. afsn. 20, giver størst mulig stabiliserende virkning ved en tilhørende stabilitetsundersøgelse.

Det bemærkes også, at kræfterne  $P$  ikke i øvrigt indgår direkte i stabilitetsundersøgelsens momentligning: De er i denne forbindelse indre kræfter.



a. Påvirkning af påledybel

b. Momentkurve i pæl

Fig. 12 K: Tværkraft  $T$  og moment  $M$  i pæl, der virker som dybel over brudsnit.

For bestemmelsen af  $T$  gøres følgende forudsætninger:

1. Der befinder sig et momentnulpunkt i pælen, hvor den skærer brudsnittet.
2. Pælen fungerer som en antimetrisk påvirket dybel af længden  $2a$ , hvor  $a$  er den mindste af de to længder, hvori brudsnittet deler pælen, jfr. Fig. 12 K.
3. Relativt til de to jordlegemer, der adskilles af brudsnittet, får dybelen to rotationscentre,  $O_1$  og  $O_2$ , i afstanden  $a-x$  fra midtpunktet.
4. Tværpåvirkningen på pælen har konstant (numerisk) størrelse  $P_t$  (kN/m); men den skifter fortegn i begge omdrejningspunkterne og i midtpunktet af dybelen.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	12	Stabilitetsundersøgelser	78	24	28

5. Størrelsen af  $P_t$  kan bestemmes af en (slags) bæreevneformel:

$$\frac{P_t}{b} = c N_c d_c + K_0 q N_q d_q \quad (1216)$$

hvor  $b$  er pælens bredde på tværs af brudretningen, jfr. G 1 (1635). Da den relative bevægelse mellem jord og pæl nærmest er vandret, er der set bort fra  $\gamma$ -ledet, og som overlejringsstryk er anvendt den vandrette spænding  $\approx K_0 q$ . For dybdefaktorerne kan med tilnærmelse anvendes grænseværdien:

$$d_c = d_q = 1,5 \quad (1217)$$

jfr. G 1 (1636) og de hertil knyttede bemærkninger.

$T$  beregnes herefter på følgende måde: Et momentnulpunkt midt i dybelen forudsætter at:

$$x(a - \frac{x}{2}) = \frac{1}{2} (a - x)^2 \quad (1218)$$

d.v.s.

$$x = a \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

Forskydningskraften i midtpunktet bliver derfor:

$$\begin{aligned} T &= P_t (a - 2x) \\ &= P_t a (\sqrt{2} - 1) \end{aligned} \quad (1219)$$

og det maksimale moment i dybelen:

$$M = P_t x^2 \quad (1220)$$

hvoraf fås ved hjælp af (1218):

$$T^2 = 2 P_t M \quad (1221)$$

For pælen må  $T$  ikke overskride pæletværsnittets modstand mod forskydning  $A_p \tau_p$ . Momentet  $M$  må ikke overskride pælens brudmoment  $M_p$ , hvilket ifølge (1221) også sætter en grænse for

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	12	Stabilitetsundersøgelser	78	25	28

$T$ , og endelig må jordens modstand ifølge (1216-17) ikke overskrides. Til brug for stabilitetsanalysen fås derfor ud fra disse kriterier:

$$T = \min \left\{ A_p \tau_p, \sqrt{2 P_t M_p}, 0,414 P_t a \right\} \quad (1222)$$

Det bemærkes, at kriterium nr. 2, hvis det bliver dimensionsgivende, forudsætter dannelsen af to flydemomenter i pælen i afstanden  $0,414 a'$  fra brudsnittet, hvor  $a'$  er den effektive dybellængde:

$$a' = 3,414 \frac{M_p}{P_t} \quad (\leq a) \quad (1223)$$

Tilsvarende beregninger kan udføres, selv om der findes laggrænser nær brudfladen, således at  $P_t$  ikke er konstant over dybelens længde.

De ved formlerne (1212-13) samt (1222) fundne kræfter, henholdsvis  $A$  og  $T$ , er som nævnt kræfterne pr. enkeltpæl (målt i kN). Ved benyttelse i stabilitetsundersøgelsen, som er et plant problem, og hvor kræfter regnes pr. m, må der tages hensyn til antallet af pæle pr. m i de enkelte pælerækker. Normalt gøres dette ved at dividere de for en enkeltpæl fundne kræfter med afstanden  $a$  mellem pælene i den betragtede række.

Der findes eksempler på, at der i planlagte pæleværker er rammet supplerende pælerækker for at forbedre konstruktionens totalstabilitet, eller at der endog er rammet (ubelastede) pæleværker alene af stabilitetshensyn. Metoden må anvendes med forsigtighed: Umiddelbart efter pæleramning i ler kan æltningen give en formindsket stabilitet, og hvis pælene placeres uhensigtsmæssigt, kan den ved pæleramningen fortrængte jordmasse i sig selv udløse et stabilitetsbrud.

Af de betragtninger, der ligger til grund for (1222) følger også, at hvis der sker et stabilitetsbrud (eventuelt på et stadium af udførelsen), således at brudsnittet passerer igennem et pæleværk, og brudbetingelsen er opfyldt med de aktuelle

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 12			Stabilitetsundersøgelser	nr.
			78	26	28

styrkeparametre for jorden, selv under hensyntagen til (1222), hvori der også indsættes aktuelle styrker, så vil alle pæle i pæleværket blive klippet over, knækket, eller forskudt i henhold til deres oprindelige stilling, afhængigt af hvilket af kriterierne i (1222) der er aktuelt. Pæleværket er naturligvis herefter ubrugeligt.

### 12.5 Rumlig virkning.

I praksis kan stabilitetsbrud ikke altid betragtes som plane problemer. Naturlige skred begrænses således af topografiske og geologiske variationer, og stabilitetsbrud forårsaget af konstruktive indgreb kan f.eks. begrænses af udstrækningen i længderetningen af en belastning eller en udgravning.

Den rumlige virkning er i nogle tilfælde til gunst og i andre tilfælde til ugunst, jfr. formfaktorerne i bæreevneformlen, G 1(1639-41), som jo netop udtrykker en sådan rumlig virkning. Af de empirisk fundne værdier for formfaktorerne kan formentlig sluttes, at den rumlige virkning altid virker til gunst når  $\varphi = 0$ , hvorimod den i nogle tilfælde kan virke til ugunst, hvis  $\gamma > 0$  og bidraget fra jordens egenvægt er væsentligt i forhold til  $\sigma$ -bidraget.

For  $\varphi > 0$  regnes derfor i reglen altid, som om der var tale om et plant problem, mens man for  $\varphi = 0$ , d.v.s. ved udrænet brud i ler ofte tager en eventuel rumlig virkning i regning.

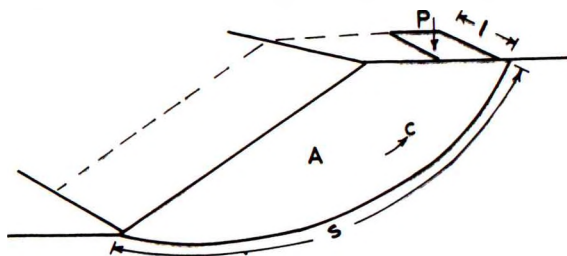


Fig. 12L: Rumlig virkning ved stabilitetsbrud for  $\varphi = 0$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	12	Stabilitetsundersøgelser	78	27	28

I det på Fig. 12 L skitserede tilfælde, hvor belastningen  $P$ , som fremkalder brud, virker på en konstruktion af længden  $l$ , kan fås en simpel kinematisk tilladelig tilnærmelse, hvis der som brudlegeme antages et cylinderafsnit med plane endeflader, og der som stabiliserende kraft udover forskydningsstyrken på cylinderfladen (ligesom i det plane tilfælde) også medregnes forskydningsstyrken på de to endeflader  $A$ . Anvendt på rektangulære fundamenter, hvor formfaktoren  $s_c$  er empirisk bestemt, og derfor må regnes kendt, viser denne fremgangsmåde sig imidlertid at være for meget på den usikre side.

Da den korrekte rumlige brudfigur ikke er kendt, er der i stedet empirisk udviklet en formel, som med god tilnærmelse giver det rigtige resultat i bæreevnetilfældet:

$$M_{c,ruml} = M_{c,pl} \left( 1 + \frac{A}{k s l} \right) \quad (1224)$$

hvor:

$M_{c,pl}$  = Det stabiliserende moment hidrørende fra lerets forskydningsstyrke, beregnet som om der var tale om et plant problem, altså kun hidrørende fra brudsnittet  $s$ .

$M_{c,ruml}$  = Det korrigerede moment, der kan tages i regning, når problemet i virkeligheden er rumligt (beregningerne udføres dog stadig, som om problemet var plant, d.v.s. med kræfter pr. lb. m,  $P/l$  i stedet for  $P$  etc.).

$A$  = Tværsnitsarealet (i den betragtede plan) af jordlegemet over brudsnittet.

$s$  = Brudsnittets længde i det plane tilfælde.

$l$  = Brudfigurens udstrækning vinkelret på den betragtede plan.

$k$  = Talfaktor af størrelsesordenen 2.

Det bemærkes, at de stabiliserende momenter fra endefladerne stort set er proportionale med  $A$ , og fra cylinderfladen stort set proportionale med  $s l$ . For inhomogen eller lagdelt jord må  $s$  og  $A$  vægtes for variationer i  $c$ , d.v.s. der indføres:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 12	EMNE Stabilitetsundersøgelser	UDG. 78	SIDE nr. af 28	28
---------------------------	--------------------	----------------------------------	------------	----------------------	----

$$A' = \Sigma c \Delta A \quad (1225)$$

i stedet for  $A$  , og

$$s'l = \int \Sigma c \Delta s \quad (1226)$$

i stedet for  $sL$ .

Det bemærkes også, at min  $F_{\text{ruml}}$  normalt ikke findes for det brudsnit, som giver min  $F_{\text{plan}}$ . Man kan derfor ikke først gennemføre en stabilitetsundersøgelse i det plane tilfælde og derpå korrigere resultatet ved hjælp af (1224-26) - ligesom man ikke på Fig.12 I b blot kan indregne pælens stabiliserende virkning i slutresultatet for en stabilitetsundersøgelse, der er gennemført uden hensyn til pælene. I begge tilfælde må korrektionerne foretages for hver enkelt undersøgt brudfigur, og det er for den heraf fundne værdi af  $F$  , der skal opsøges minimum.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	1	18

### 13.1 Forudsætninger.

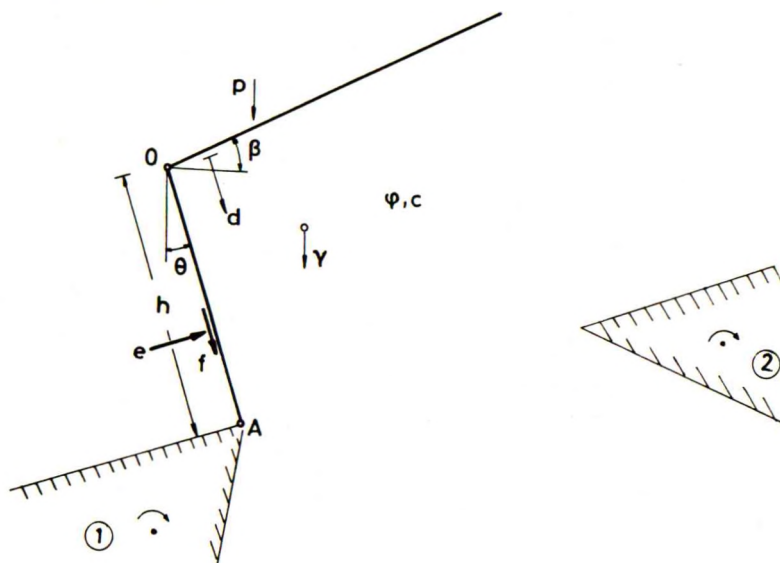


Fig.13 A: Jordtryksproblem. Zonebrud, når væggen OA drejer sig om et punkt i område 1 eller 2.

Der betragtes nu igen det på Fig.11 A betragtede jordtryksproblem, idet der nærmere skal omtales de beregningsmetoder, der kan anvendes under forudsætning af, at jordtryksbrudfiguren er et zonebrud af den på G1 Fig.15 A viste type. Nærmere betegnet gøres der følgende forudsætninger:

1. Væggen er retliniet og danner vinklen  $\theta$  med lodret.  $\theta$  regnes med fortegn, og er positiv, når den som vist på Fig.13 A formindsker den samlede vinkel, målt gennem jorden mellem jordoverflade og væg. Væghøjden er  $h$ , målt i den - eventuelt skrå - retning langs væggen. Jordtrykskomponenterne  $e$  og  $f$ , positive som vist på Fig.13 A (normaltilfældet for passivt jordtryk), beskrives som funktioner af dybden  $d$  under væggens toppunkt.  $d$  måles ligesom  $h$  langs væggen ( $0 \leq d \leq h$ ).



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	2	18

- Jordoverfladen er retliniet og danner vinklen  $\beta$  med vandret.  $\beta$  regnes også med fortegn, og er positiv, når JOF som vist på Fig. 13 A hælder opad i retningen bort fra væggen. JOF kan være belastet med en ensformigt fordelt, lodret belastning  $p$ , der måles i kN pr. m<sup>2</sup> vandret areal, jfr. (1103).
- Jorden er homogen og isotrop med den konstante rumvægt  $\gamma$  og med styrkeparametrene  $\varphi$  og  $c$ . Ved udrænet brud i ler og ved drænet brud i ler og sand skal der for disse størrelser som sædvanligt substitueres henholdsvis  $\gamma$ ,  $\varphi_u = 0$ ,  $c_u$  og  $\bar{\gamma}$ ,  $\bar{\varphi}$ ,  $\bar{c}$ . Jordtryksproblemet antages indtil videre ikke at være influeret af vandspejl eller strømkræfter i jorden.
- For jordtrykskomposanterne  $e$  og  $f$  antages gældende glidningsbetingelsen G 1 (1502):

$$f = e \tan \delta + a \quad (1301)$$

idet  $\delta$  og  $a$  er konstanter, som opfylder betingelsen G 1 (1504):

$$0 \leq \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} = \frac{a}{c} \leq 1 \quad (1302)$$

I det følgende angives formler og beregningsmetoder svarende til passivt jordtryk,  $\varphi$ ,  $c$ ,  $\delta$  og  $a$  alle positive. Det kan vises, at dette kræver, at væggen i brudtilstanden drejer sig om et punkt, der befinder sig inden for det på Fig. 13 A skitserede område mrk. 1, samt at omdrejningsretningen er med uret, d. v. s., at væggen presses ind imod jorden på en sådan måde, at den bevæger sig nedad i forhold til den jordmasse, der er i brudtilstand. Som nævnt i G 1 afsn. 13, jfr. også afsn. 11.1, kan de samme formler og metoder anvendes uændret for aktivt jordtryk: Omdrejningspunktet er stort set i samme område 1, men rotationsretningen er mod uret, således at væggen bevæger sig bort fra og opad i forhold til jorden. Der skal da blot overalt indsættes negative værdier for  $\varphi$ ,  $c$ ,  $\delta$  og  $a$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	3	18

For fuldstændighedens skyld skal det nævnes, at der også kan findes zonebrud, d.v.s., at de samme formler og metoder kan anvendes, hvis omdrejningspunktet befinder sig inden for et andet område, mrk. 2 på Fig. 13 A:

1. Hvis rotationen er med uret, presses væggen ind imod, men opad i forhold til jorden:  $\varphi$  og  $c$  skal regnes positive, men  $\delta$  og  $a$  negative.
2. Er rotationen derimod mod uret, bevæges væggen bort fra, men nedad i forhold til jorden:  $\varphi$  og  $c$  skal da regnes negative, men  $\delta$  og  $a$  positive.

Disse tilfælde er åbenbart ret sjældne i praksis. Hvis væggens omdrejningspunkt befinder sig uden for områderne 1 og 2, forekommer der ikke zonebrud, hvorfor de her angivne formler og metoder ikke kan anvendes. Man får dog en rimeligt god tilnærmelse, hvis omdrejningspunktet er under normalen til væggens fodpunkt, men mellem områderne 1 og 2, ved at antage en ikke fuldt udviklet vægfriktion; i virkeligheden er vægzone  $W$  på G 1 Fig. 15 A erstattet med et stift legeme, der følger med væggens bevægelse. Tilnærmelsen består i at regne  $\varphi$  og  $c$  med et fortegn svarende til væggens rotationsretning, og at antage ændrede parametre,  $\delta'$  og  $a'$ , således at

$$-\delta \leq \delta' \leq \delta$$

og

$$-a \leq a' \leq a$$

(1303)

idet  $\delta'$  og  $a'$  opfylder ligningen svarende til (1302).

Det skal dog nævnes, at en yderligere betingelse for, at zonebrud optræder, er, at radialzonen  $P$  på G 1 Fig. 15 A er geometrisk mulig (ved beregning af centervinklen  $BOC = 2\alpha$  skal resultatet være en positiv størrelse). Denne betingelse kan blive overskredet f.eks., hvis  $\beta$  er negativ, og i øvrigt også i de ovenfor nævnte specielle tilfælde, hvor  $\delta$  og  $a$  ikke har samme fortegn som  $\varphi$  og  $c$ . I det følgende forudsættes det som nævnt, at alle kinematiske og geometriske forudsætninger for zonebrud i jorden er til stede.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	4	18

### 13.2 Beregningsprincipper. Superposition.

Alle i praksis anvendte løsningsmetoder giver en mere eller mindre tilnærmet løsning til den i G 1 afsn. 14.3 - 15.2 beskrevne brudzonekonstruktion. Under de gjorte forudsætninger kan brudzoneberegningen altid gennemføres, og det er denne beregning, der som resultat giver den matematisk korrekte løsning, referenceløsningen, der ved et tilstrækkeligt finmasket brudlinienet kan gøres i princippet vilkårligt numerisk nøjagtig.

Af flere forskellige grunde har man i praksis brug for tilnærmede beregningsmetoder:

1. Som formuleret på Fig. 13 A har jordtryksproblemet 6 dimensionsløse, fri parametre, idet den generelle løsning kan skrives på formlen:

$$\frac{E}{\gamma h^2} = f \left( \frac{p}{\gamma h}, \frac{c}{\gamma h}, \phi, k_p, \beta, \theta \right) \quad (1304)$$

jfr. G 1 (1524);  $k_p$  betegner her det i (1302) definerede ruhedsforhold. Under hensyntagen til (1303) kan man i det helt generelle tilfælde, hvor indflydelsen af væggens bevægelsesmåde indregnes i  $k_p$ , få værdier i hele intervallet:

$$-1 \leq k_p \leq 1 \quad (1305)$$

Jordtryksfordelingen langs væggen,  $e/\gamma d$ , afhænger af de samme 6 parametre samt, ikke nødvendigvis lineært, af den dimensionsløse dybde  $d/h$ . Brudnetberegningen er gennemførlig uden større vanskeligheder ved hjælp af EDB; men programmet er for stort og kræver for mange data til, at det (endnu) kan gennemføres som rutine på f.eks. en bordcomputer. Det store antal parametre medfører desuden, at man vanskeligt én gang for alle kan gennemføre de nødvendige beregninger og dernæst tabellere resultaterne til anvendelse i praksis. Den formelt eksakte metode bruges der-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	13	Jordtryks- og bæreevneproblemer Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	5	18

for ikke direkte i praksis, f.eks. til projektering; men den er naturligvis værdifuld til kontrol af nøjagtigheden af de tilnærmede metoder.

2. Hertil kommer, at en for stor numerisk nøjagtighed reelt er illusorisk: Uanset hvilken beregningsmetode der benyttes, bliver resultatet naturligvis aldrig mere nøjagtigt end de parametre, der indsættes. I betragtning af de usikkerheder, hvormed parametrene i udtrykket (1304) er bestemt - i mange tilfælde skønnet - i praksis, vil det meget ofte være dårlig beregningsøkonomi at benytte andet end en simpel tilnærmelse.
3. Endelig kommer man meget hyppigt i praksis ud for, at jordtryksproblemet modificeres på en sådan måde (vandspejl, lagdelt jord, uensformig overfladebelastning etc.), at en brudzoneberegning ikke mere er praktisk gennemførlig, og jordtryksbrudfiguren er muligvis ikke mere et rent zonebrud. I sådanne tilfælde kan en tilnærmet løsningsmetode være den eneste mulighed for at opnå et beregningsresultat.

Idet det indtil videre forudsættes, at problemet ikke indeholder de i pkt.3 ovenfor omtalte komplikationer, vil man i videst mulige omfang benytte sig af de i G1 afsn.15.3-5 omtalte simplifikationer.

Superpositionsprincippet baseres som nævnt på, at en linearisering af (1304):

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_{\gamma} + ph K_p + ch K_c \quad (1306)$$

og for jordtryksfordelingen  $e$ :

$$e = \gamma d K_{\gamma} + p K_p + c K_c \quad (1307)$$

vil være statisk tilladelig, hvis hver af de tre delløsninger, beregnet for specialtilfældene henholdsvis  $p=c=0$ ,  $\gamma=c=0$  og  $\gamma=p=0$ , er det. Som nærmere forklaret i G1 afsn.15.3 vil jord-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 13	Jordtryks- og bæreevneproblemer Jordtryk på vægge. Zonebrud		78	nr. af 6

trykkene beregnet ved hjælp af (1306 - 07) endda være på den sikre side i den forstand, at de svarer til spændingsfordelinger, der opfylder ligevægtsligningerne men ikke nødvendigvis udnytter hele jordens styrke.

Det bemærkes, at jordtrykskoefficienterne  $K_\gamma$ ,  $K_p$  og  $K_c$  er funktioner af de 4 sidste parametre i (1304), altså ikke blot af  $\varphi$  som G 1 (1525 - 28) kunne lade formode.

For udrænet brud i ler,  $\varphi = 0$ , kan man benytte den i G 1 afsn. 15.4 omtalte transformation, jfr. Fig. 13 B.

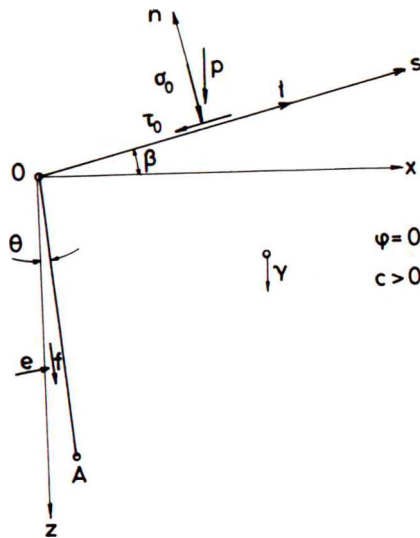


Fig. 13 B: Udrænet ler.  
Transformation for  $\gamma$  og  $p$ .

Hvis alle kendte normalspændinger  $\sigma_n$ , d.v.s. normalkomponenten af overfladebelastningen, erstattes med de transformerede:

$$\sigma'_n = \sigma_n - \gamma z - p_n \quad (1308)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	7	18

så kan brudproblemet løses, som om jorden var vægtløs og jordoverfladen (næsten) ubelastet. Løsningen til det oprindelige problem fås ved at transformere de ved denne løsning fundne normalspændinger  $\sigma'_n$ , d.v.s. især jordtrykskomponenten  $e'$ , tilbage til de virkelige størrelser:

$$\sigma_n = \sigma'_n + \gamma z + p_n \quad (1309)$$

Som forklaret i G 1 afsn. 15.4 findes herved i tilfældet lodret væg og vandret jordoverflade ( $\beta = \theta = 0$ ), at de lineære udtryk (1306 - 07) er eksakte, og at  $K_Y = K_P = 1$ .

Dette gælder også, selv om  $\theta \neq 0$ , hvis blot  $\beta = 0$ . I dette tilfælde ( $z = d \cos \theta$ ) findes blot:

$$\begin{aligned} K_Y &= \cos \theta \\ &(\beta = 0) \quad (1310) \\ K_P &= 1 \end{aligned}$$

Hvis man imidlertid har  $\beta \neq 0$ , vil man ikke ved (1308) kunne opnå en ubelastet jordoverflade. Som angivet ved G 1 (1509) har den ensformigt fordelte, lodrette overfladebelastning  $p$  (kN pr. m<sup>2</sup> vandret areal) en normal- og forskydningskomponent på henholdsvis

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= p \cos^2 \beta \\ \text{og} \quad \tau_0 &= p \sin \beta \cos \beta \end{aligned} \quad (1311)$$

Ved transformationen (1308) kan kun  $\sigma_0$  elimineres ( $p_n = \sigma_0$ ), men ikke  $\tau_0$ , hvortil kommer, at leddet  $-\gamma z$  tilføjer en trekantformet overfladebelastning (i normalretningen). Resultatet af at anvende (1308 - 09) bliver derfor følgende:

1. De to første led i (1306 - 07) beskriver korrekt det væsentligste bidrag fra henholdsvis rumvægt og overfladebelastning, idet

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	8	18

$$K_\gamma = \cos \theta$$

og (1312)

$$K_p = \cos^2 \beta$$

2. I det transformerede jordtryksproblem er der imidlertid de resterende overfladelastkomponenter:

$$\begin{aligned} \sigma'_0 &= -\gamma z \\ &= \gamma s \sin \beta \\ &= \gamma x \tan \beta \end{aligned} \quad (1313)$$

og

$$\tau_0 = p \sin \beta \cos \beta$$

hvor  $s$  er afstanden fra væggenes toppunkt  $O$  målt langs JOF, og  $x$  er den tilsvarende vandrette abscisse. Disse komponenter influerer på brudfigurens geometri, og giver bidrag til henholdsvis  $\gamma$ - og  $p$ -leddet, som ikke varierer lineært med henholdsvis  $\gamma h/c$  og  $p/c$  (alternativt kan de indregnes i  $K_c$ , som da bliver en funktion af de 5 parametre  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $a/c$ ,  $\gamma h/c$  og  $p/c$ ).

I tilfældet  $\varphi > 0$  kan man som nævnt i G1 afsn. 15.5 ikke foretage transformationen (1308 - 09). Hvis  $\beta = 0$ , kan man imidlertid i stedet definere

$$\sigma'_n = \sigma_n + c \cot \varphi \quad (1314)$$

og man finder da, at den lineære superposition af de to sidste led i (1306 - 07) er eksakt, og at

$$K_c = (K_p - 1) \cot \varphi \quad (\beta = 0) \quad (1315)$$

Dette gælder ikke, hvis  $\beta \neq 0$ , fordi normallasten  $c \cot \varphi$ , nærmere betegnet overfladelastkomponenterne:



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 13	EMNE Jordtryks- og bæreevneproblemer Jordtryk på vægge. Zonebrud	UDG. 78	SIDE nr. af 9 18
---------------------------	--------------------	--	------------	------------------------

$$\sigma_0 = c \cot \varphi \quad (1316)$$

$$\tau_0 = 0$$

åbenbart ikke har samme retning som den lodrette overfladebelastning  $p$ , jfr. (1311).

Nu er beregningen for hvert af de "rene" tilfælde (1311) og (1316), i begge tilfælde med  $\gamma = 0$ , principielt den samme som beregningen for det kombinerede tilfælde med både  $p$ - og  $c$ -belastning på overfladen. Man vil derfor kun have fordel af at bestemme  $K_p$  og  $K_c$  hver for sig, og derpå superponere som i (1306 - 07), hvis jordtrykket skal beregnes for et antal forskellige værdier af  $p/c$ . Hvis kun en enkelt eller et par værdier af denne parameter skal benyttes, kan man formentlig lige så godt (og lidt mindre på den sikre side) beregne det samlede  $p, c$ -bidrag under ét. Man kan da ikke entydigt opdele det fundne jordtryk i et bidrag fra  $p$  og et fra  $c$ ; men det er egentlig også overflødigt, da begge bidrag, og derfor også deres sum, ifølge (1307) er ensformigt fordelt langs væggen.

Hvis  $\varphi > 0$ , må  $K_\gamma$  under alle omstændigheder bestemmes separat, og dette kræver principielt altid en egentlig brudzoneberegning (undtagen for det simple Rankine-tilfælde, G1 afsn. 13).

### 13.3 Oversigt over beregningsmetoder.

Baseret på de ovenfor omtalte beregningsprincipper kan der gives følgende oversigt over de foreliggende beregningsmetoder, jfr. principskitzen Fig. 13 C.

Det forudsættes, at der for  $\varphi = 0$  udnyttes transformationen (1308 - 09), og for  $\varphi > 0$  (1314).

1. Ved en egentlig brudzoneberegning kan som nævnt opnås den matematisk eksakte løsning (1304), hvor der ikke gøres nogen antagelse om superposition eller lineær variation af enhedsjordtrykket  $e$  med dybden  $d$ .



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	11	18

depunkterne samt værdien af  $\sigma_v$  i pkt. *D* kan findes ud fra grænsebetingelserne i G 1 afsn. 15.2, og disse grænsebetingelser bestemmer også  $e_f$ , når  $\sigma_v$  i pkt. *A* er kendt.

- c. Grænsebrudliniens geometri vælges nu således, at den er bestemt af et endeligt antal fri parametre. Den kan således sammensættes af 1, 2 eller 3 cirkelbuer + en ret linie, og hvis der vælges samme centervinkel for alle cirkelbuer (givet ud fra  $v_0$  og  $v_1$ ), er de fri parametre de 2, 3 eller 4 kordelængder.
- d. De fri parametre bestemmes således, at der foruden den geometriske betingelse (pkt. *D* skal ligge på JOF) opfyldes 1, 2 eller 3 ligevægtsligninger for brudzonen som helhed, d.v.s. jordmassen *OAD*. Det viser sig, at man får bedst nøjagtighed, hvis de ligevægtsligninger, der opfyldes, prioriteres i følgende rækkefølge (eftersom hvor mange fri parametre man har til rådighed):
- Projektionen på en linie vinkelret på det resulterende jordtryk  $E \sec \delta$  (en eventuel adhæsion  $a h$  langs væggen indgår som en kendt størrelse i denne projektligning).
  - Projektionen på væggen normal (brudliniens geometri indgår også i størrelsen  $e_f$ ).
  - Momentligningen om væggen fodpunkt.

Det viser sig, at 2 eller endog 1 cirkelbue + en ret linie (nærmest *D*) giver tilstrækkelig nøjagtighed for de fleste formål i praksis.

3. Hvis den lineære superposition (1306 - 07) forudsættes, kan  $\gamma$ -tilfældet beregnes for sig og  $p, c$ -tilfældet for sig (i hvert fald når  $\varphi > 0$ ; når  $\varphi = 0$ , kan man naturligvis ikke samtidig have  $c = 0$  og  $\beta > 0$ ). Som tidligere nævnt

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	12	18

kan  $p, c$ -tilfældet løses eksplicit, idet beregningen alene afhænger af vinklerne  $v_0$  og  $v_1$ , men ikke af brudfigurens geometri i øvrigt. Tilbage er derfor kun  $\gamma$ -tilfældet, som i princippet må løses ved f.eks. en brudzoneberegning eller J.Brinch Hansens tilnærmelsesmetode. Der findes dog en halvempirisk formel, som kan anvendes på basis af løsningen i  $p$ -tilfældet. Denne metode antages i det følgende.

- Hertil kommer de løsningsmetoder, der er baseret på ekstremmetoden. Coulombs metode er omtalt i afsn. 11.1-2. Det bemærkes, at hvis jordtryksfordelingen beregnes ved den på Fig. 11 D skitserede metode, så vil der heller ikke her på forhånd være antaget linearitet eller superposition. Som nævnt kan denne metode være ret unøjagtig, især ved passivt jordtryk; men den kan generaliseres, således at der anvendes cirkel- eller spiralmetoden i stedet for kun rette brudlinier. Herved kan opnås en endog meget fleksibel metode, der også kan give en god beregningsnøjagtighed.

I komplicerede tilfælde kan den sidstnævnte metode repræsentere den eneste mulighed for at opnå en rimeligt detailleret og nøjagtig løsning. Som nævnt til sidst i afsn. 12.2 kræver den imidlertid ret stor erfaring.

#### 13.4 Beregningsformler.

Som nævnt forudsættes det, at den ovenfor i afsn. 13.3 pkt. 3 angivne metode anvendes. Den benytter følgende formler, jfr. G 1 afsn. 15.2:

Først bestemmes vinklerne  $v_0$  og  $v_1$ . Idet det erindres, at beregningerne formelt gennemføres, som om der altid var tale om det passive tilfælde (aktivt tilfælde fås ved at skifte fortegn på  $\varphi$  og  $c$  overalt), finder man:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	13	18

1. Ved JOF (pkt. D):

a. For  $\varphi > 0$ :

$$\tan \beta_0 = \frac{\tau_0}{\sigma_1} = \frac{p \sin \beta \cos \beta}{p \cos^2 \beta + c \cot \varphi} \quad (1317)$$

jfr. (1311) og (1316) samt G 1 (1506). Denne formel gælder for  $p > 0$  og/eller  $c > 0$ . Hvis  $p = c = 0$ , kan det vises, at man har  $\beta_0 = \beta$ . Ifølge G 1 (1507) fås herefter  $m_t$ , vinklen mellem JOF og grænsebrudlinien af:

$$\cos(2m_t + \varphi + \beta_0) = - \frac{\sin \beta_0}{\sin \varphi} \quad (1318)$$

b. For  $\varphi = 0$  er tilsvarende:

$$\cos 2m_t = - \frac{\tau_0}{c} = - \frac{p}{c} \sin \beta \cos \beta \quad (1319)$$

jfr. G 1 (1511).

Til slut findes  $v_0$  af:

$$v_0 = m_t + \beta \quad (1320)$$

2. Ved væggen:

a. For  $\varphi > 0$  fås ifølge G 1 (1517) vinklen  $m_w$  mellem vægnormalen og grænsebrudlinien af formlen:

$$\cos(2m_w + \varphi + \delta) = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \quad (1321)$$

idet  $\delta$  og  $\varphi$  nu som nævnt regnes med fortegn.

b. For  $\varphi = 0$  fås tilsvarende:

$$\cos 2m_w = \frac{a}{c} \quad (1322)$$

Endelig findes  $v_1$  af:

$$v_1 = m_w + \theta$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	14	18

Det ses, at radialzonen, hvis centervinkel åbenbart er lig med  $v_0 - v_1$ , kun er geometrisk mulig, hvis  $v_0 \geq v_1$ . I modsat fald er brudfiguren ikke noget zonebrud. Hvis  $v_0$  kun er lidt mindre end  $v_1$ , kan formlerne i det følgende godt anvendes som en tilnærmelse (på den usikre side).

For tilfældet  $\varphi = 0$  vil man i mange tilfælde kunne se bort fra korrektionsbelastningen  $-\gamma z$  på JOF, jfr. (1313). I så fald kan man ud fra G 1 (1512), (1519) og (1531) finde direkte:

$$\begin{aligned}
 K_\gamma &= \cos \theta \\
 K_p &= \cos^2 \beta && (1323) \\
 K_c &= 2(v_0 - v_1) + \sin 2m_t + \sin 2m_w
 \end{aligned}$$

jfr. også (1312). Det bemærkes, at  $p/c$  indgår i udtrykket for  $m_t$ , og derfor bidrager (ulineært) til værdien af  $K_c$ .

En bedre tilnærmelse fås ved til den angivne værdi af  $K_\gamma$  at addere værdien af korrektionsbelastningen i pkt. D. Ud fra en tilnærmet beregning af brudfigurens geometri findes:

$$\Delta K_\gamma = \frac{\sin \beta \cos m_w}{\sin m_t} \quad (1324)$$

Hvis  $\varphi > 0$  kan man som nævnt gennemføre beregningerne (1317 - 20) enten for tilfældene  $p > 0$ ,  $c = 0$  og  $p = 0$ ,  $c > 0$  hver for sig, eller også gennemføre beregningen alene for det kombinerede  $p, c$ -tilfælde (man skal dog bruge  $K_p$  for tilfældet  $c = 0$  i den nedenfor givne tilnærmelsesformel for  $K_\gamma$ ). I alle tilfælde fås af G 1 (1508), (1518) og (1545):

$$e' = K \sigma'_0 \quad (1325)$$

hvor

$$K = \frac{1 + \sin \varphi \sin (2m_w + \varphi)}{1 - \sin \varphi \sin (2m_t + \varphi)} e^{2(v_0 - v_1) \tan \varphi} \quad (1326)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	15	18

Ifølge (1314) er det virkelige jordtryk

$$e = e' - c \cot \varphi \quad (1327)$$

Følgende bemærkes:

1. Hvis  $c = 0$  (vinklerne  $m_t$  og  $v_0$  beregnet ud fra denne forudsætning, d.v.s.  $\beta_0 = \beta$ ), er ifølge (1311):

$$K_p = K \cos^2 \beta \quad (1328)$$

2. Hvis  $p = 0$  (i så fald er  $\beta_0 = 0$ ), fås ifølge (1316):

$$K_c = (K - 1) \cot \varphi \quad (1329)$$

3. Hvis både  $p > 0$  og  $c > 0$ , kan (1328 - 29) stadig benyttes: Det er de størrelser, man direkte finder som faktorer til henholdsvis  $p$  og  $c$ . Det bemærkes imidlertid, at man ikke har f.eks.  $K_p = \partial e / \partial p$ , idet en ændring af  $p$  med fastholdt  $c$  også vil ændre på vinklerne  $m_t$  og  $v_0$ , og derfor give en anden variation end den, der blot udtrykkes ved faktoren  $K_p$ .

Som nævnt er opdelingen af jordtrykket i et  $p$ - og et  $c$ -bidrag ikke entydig i det sidstnævnte tilfælde. Den har reelt heller ingen betydning i praksis.

For koefficienten  $K_Y$  kander som nævnt ikke gives nogen tilsvarende simpel beregning. J.Brinch Hansen har imidlertid angivet en halvempirisk formel, der med den her anvendte definition af  $p$  kan omskrives til:

$$K_Y \approx \left[ \frac{K_p}{\cos \beta} + 0,007 (e^{9 \sin \delta} - 1) \right] \cos(\beta - \theta) \quad (1330)$$

jfr. også G 1 (1319). Til orientering bemærkes det, at forholdet  $\cos(\beta - \theta) / \cos \beta$  mellem  $K_Y$  og  $K_p$  stammer fra Coulombs teori, jfr. (1107).



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	16	18

(1330) vil formentlig i de fleste tilfælde repræsentere en rimeligt nøjagtig tilnærmelse. Det skal dog tilføjes, at den ikke er numerisk afprøvet for alle tænkelige kombinationer af de indgående parametre.

### 13.5 Vandspejl. Lagdelt jord.

I Rankine-tilfældet, lodret glat væg og vandret JOF samt eventuelle vandspejl og laggrænser vandrette, er det som nævnt i forbindelse med G 1 (1309) korrekt i hvert enkelt jordlag at benytte de her gældende værdier af styrkeparametrene  $\phi$  og  $c$ . Det samlede jordtryk  $E$  kan da ikke findes af (1306) ovenfor; men (1307) kan benyttes, når udtrykket  $\gamma d$  opfattes som en forkortet skrivemåde for  $E\gamma d$  (i Rankine-tilfældet =  $\sigma_z - p$ ).

Det er klart, at den samme regel kun med tilnærmelse kan gælde i det mere generelle tilfælde med skrå væg og skrå jordoverflade, jfr. Fig. 13 D:

1. For det øverste jordlag, mrk. 1, er det formentlig korrekt at benytte de ovenfor angivne formler til beregning af jordtrykket  $e$  ned til skæringspunktet mellem vandspejlet og væggen.
2. Ved passage af vandspejlet, som for simpelheds skyld forudsættes vandret og med hydrostatisk trykfordeling i porrevandet, ændres rumvægten (samtidig med at der nu optræder et separat vandtryk på væggen, i princippet som på Fig. 11 B). Hvis grænsefladen mellem to forskellige rumvægte, men uændrede styrkeparametre, havde været parallel med jordoverfladen, ville det formentlig være en rimelig god tilnærmelse under denne grænseflade at regne med samme jordtrykskoefficienter, og blot erstatte udtrykket  $\gamma d$  med produktsummen  $E\gamma d$ ; dette ville man i hvert fald finde ved Coulombs jordtryksteori, (1107), hvor den kritiske værdi af  $\omega$  ikke ville ændres. Når vandspejlet som på Fig. 13 D er vandret, må rumvægten over denne flade have rela-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 13	EMNE Jordtryks- og bæreevneproblemer Jordtryk på vægge. Zonebrud	UDG. 78	SIDE nr. af 17 18
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

tivt større indflydelse på jordtrykkene under fladen, end der kommer til udtryk ved denne simple regel.

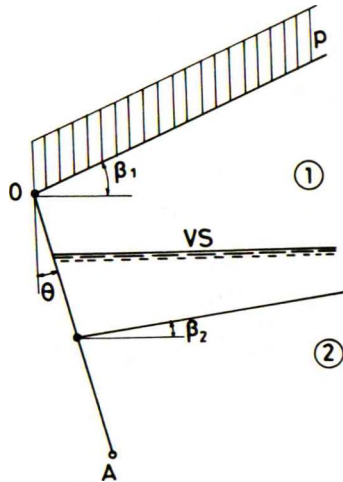


Fig.13 D: Jordtryk fra lagdelt jord med vandspejl.

3. Noget tilsvarende må gælde ved passage af en laggrænse, hvor også styrkeparametrene ændres: Den simple regel, hvorefter  $p$  og  $\Sigma yd$  beregnes på uændret måde, mens jordtrykskoefficienterne findes ud fra styrkeparametrene i det lokale jordlag (som om dette nåede helt op til JOF), er formentlig mest korrekt, hvis laggrænsen er parallel med JOF. Dette kan ganske vist ikke udledes af Coulombs jordtryksteori; men metoden på Fig. 11 C er også kun tilnærmet, selv for vandrette laggrænser i Rankine-tilfældet (knækket på den virkelige grænsebrudlinie er i dette tilfælde  $\frac{1}{2} \Delta \varphi$ , ikke  $\Delta \varphi$ ). Ved laggrænser, der er mindre stejle ( $\beta_2 < \beta_1$  på Fig. 13 D), undervurderer man antagelig virkningen fra det øvre jordlag på jordtrykkene i det nedre.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Jordtryks- og bæreevneproblemer	nr.
	13	Jordtryk på vægge. Zonebrud	78	13	18

Der kan ikke angives nogen simpel metode til at opnå en bedre tilnærmelse. I praksis benytter man derfor normalt den simple regel, ligesom man ved en jordoverflade med knæpunkter og eventuelt uensformigt fordelt belastning efter bedste skøn indlægger en retliniet jordoverflade, hvis hældning inden for den skønnede brudfigur er middelhældningen for den virkelige jordoverflade, og som antages ensformigt belastet med en middel overfladebelastning.

Det bemærkes imidlertid, at problemet skrå væg, skrå jordoverflade, lagdelt jord og vandspejl især optræder i forbindelse med aktivt jordtryk. Her er som nævnt Coulombs jordtryksteori ofte en rimeligt god tilnærmelse, hvorfor man i specielt komplicerede situationer, jfr. Fig. 11 B-D, kan benytte denne.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	TILLÆG	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	13.1	Generaliseret Rankine tilstand	78	1	3

+ bilag A

Rankine-jordtryk, som omtalt i G 1 afsn. 13, kan generaliseres, idet der under forudsætning af lodret væg,  $\theta = 0$ , men eventuelt skrå JOF, antages en sådan værdi af  $\delta$ , henholdsvis  $a/c$ , at grænsebrudlinien  $AD$  på Fig. 13 C er en ret linie.

I dette eksempel skal betragtes de simpleste tilfælde, som fås for:

1.  $\varphi > 0$ ,  $c = 0$  og
2.  $\varphi = 0$ ,  $c > 0$ :  $p/c \approx 0$  og  $\gamma h/c \approx 0$ .

I det førstnævnte tilfælde,  $\varphi > 0$  og  $c = 0$ , har man ifølge (1317)  $\beta_0 = \beta$ . Hvis man i (1318) - svarende til G 1 (1622) - definerer vinklen  $\nu$  ved formlen:

$$\sin \nu = - \frac{\sin \beta}{\sin \varphi}$$

giver (1318):

$$2m_t + \varphi + \beta = \frac{\pi}{2} - \nu$$

hvorfor man ifølge (1320) har:

$$2v_0 = 2m_t + 2\beta = \frac{\pi}{2} - \nu - \varphi + \beta$$

I (1321) kan man tilsvarende definere vinklen  $\nu'$  ved:

$$\sin \nu' = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}$$

Man finder da:

$$2m_w + \varphi + \delta = \frac{\pi}{2} - \nu'$$

hvorefter, da  $\theta = 0$ :

$$2v_1 = 2m_w = \frac{\pi}{2} - \nu' - \varphi - \delta$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	TILLÆG nr.	EMNE  Generaliseret Rankine tilstand	UDG.  78	SIDE	
	13.1			nr. af	2

+ bilag A

Det ses, at man finder  $v = v'$  samt  $v_0 = v_1$ , hvis

$$\delta = -\beta$$

I dette tilfælde fås:

$$2m_t + \varphi = \frac{\pi}{2} - v - \beta$$

$$2m_w + \varphi = \frac{\pi}{2} - v + \beta$$

og ifølge (1326), (1328) og (1330), idet der i sidstnævnte formel ses bort fra korrektionsleddet inde i parenteser:

$$K_\gamma = K_p = \frac{1 + \sin \varphi \cos(v-\beta)}{1 - \sin \varphi \cos(v+\beta)} \cos^2 \beta$$

Følgende bemærkes:

1. Formlen gælder som sædvanligt, hvis man for passivt jordtryk indsætter  $\varphi > 0$  og for aktivt jordtryk  $\varphi < 0$ .
2. Det sædvanlige tilfælde,  $\delta$  samme fortegn som  $\varphi$ , kræver åbenbart, at

$$0 \leq v' = v \leq 90^\circ$$

Dette medfører, at  $\beta$  skal have modsat fortegn af  $\varphi$ .

3. Det her omtalte generaliserede Rankine-jordtryk gælder for følgende tilfælde:

- a. Passivt jordtryk,  $\varphi > 0$ :  $0 \leq v \leq 90^\circ$  svarer til  $0 \geq \beta \geq -\varphi$ :  
JOF hælder nedad bort fra væggen, og man finder:

$$\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \geq K_\gamma = K_p \geq \cos^2 \varphi$$

- b. Aktivt jordtryk,  $\varphi < 0$ :  $0 \leq v \leq 90^\circ$  svarer til  $0 \leq \beta \leq \varphi$ :  
JOF hælder opad bort fra væggen, og man finder:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	TILLÆG	EMNE	UDG.	JOF	
	nr.			nr.	a'
	13.1	Generaliseret Rankine tilstand	78	3	3

+ bilag A

$$\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \leq K_Y = K_P \leq \cos^2 \varphi$$

Resultatet er afbildet grafisk på bilag A. Det benyttes hyppigt som en i hvert fald første tilnærmelse ved beregning af jordtryk i de angivne tilfælde for lodret væg og skrå JOF. For en ordens skyld bemærkes det, at man naturligvis også kan have passivt jordtryk med  $\beta > 0$  og aktivt jordtryk med  $\beta < 0$ . Til bestemmelse af disse må imidlertid anvendes de generelle formler.

I tilfældet  $\varphi = 0$  antages det, at  $p/c$  og  $\gamma h/c$  begge er så små, at

$$\cos 2m_t \approx 0$$

d.v.s.

$$2m_t \approx \frac{\pi}{2}$$

og

$$2v_0 \approx \frac{\pi}{2} + 2\beta$$

Ifølge (1322) er, da  $\theta = 0$ :

$$2v_1 = 2m_w$$

Man har derfor  $v_1 = v_0$ , hvis:

$$\frac{a}{c} = \cos 2v_0 = -\sin 2\beta$$

Ifølge (1323) fås under denne forudsætning:

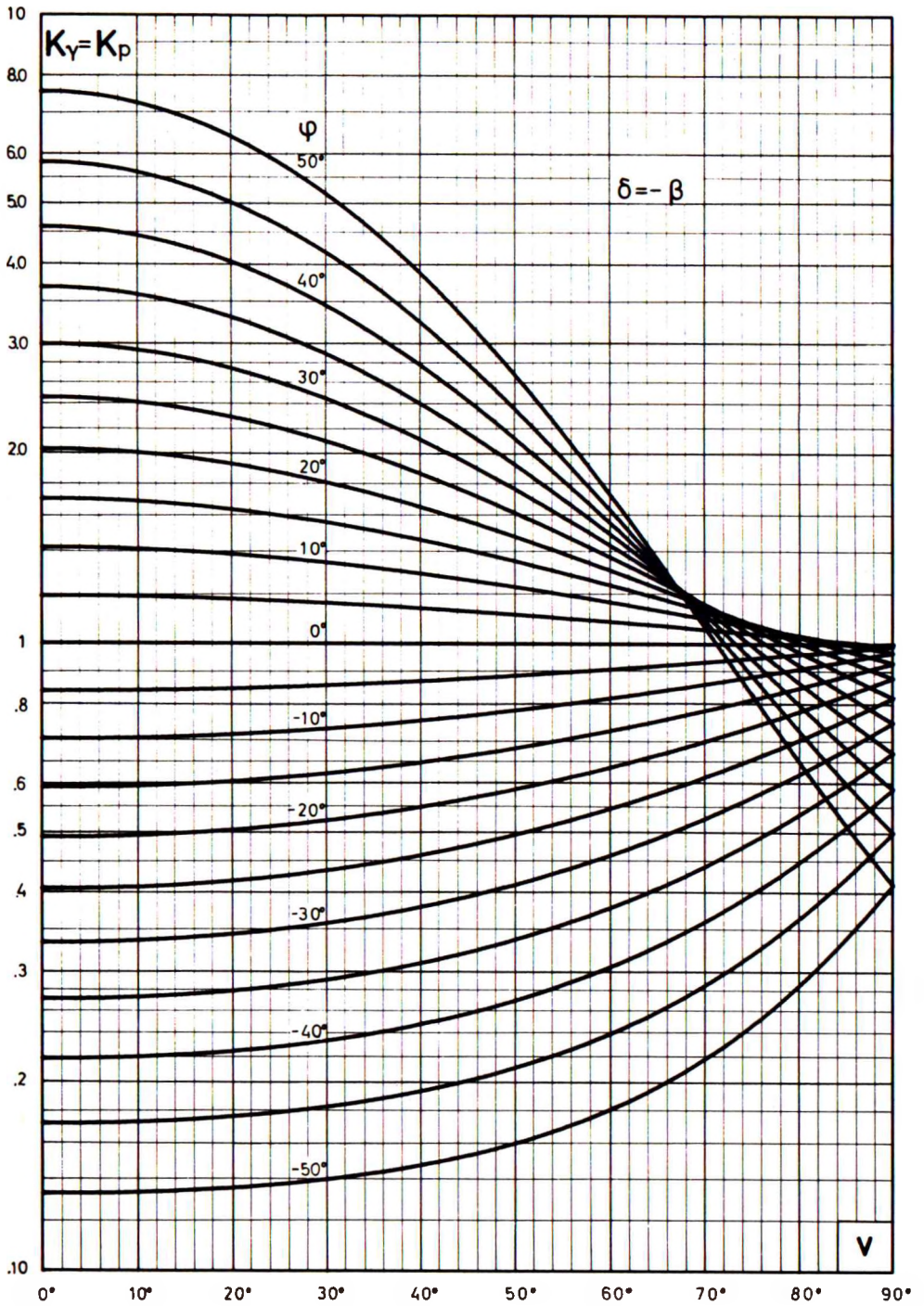
$$K_Y = 1$$

$$K_P = \cos^2 \beta$$

$$K_C = 1 + \cos 2\beta$$

I dette tilfælde får  $a$  kun samme fortegn som  $c$ , hvis  $\beta$  er negativ: JOF hælder nedad bort fra væggen, både ved aktivt og ved passivt jordtryk. Som følge heraf benyttes denne tilnærmelse hyppigst på tilfældet: passivt jordtryk,  $\beta < 0$ . For aktivt jordtryk,  $\beta > 0$ , må de generelle formler anvendes.



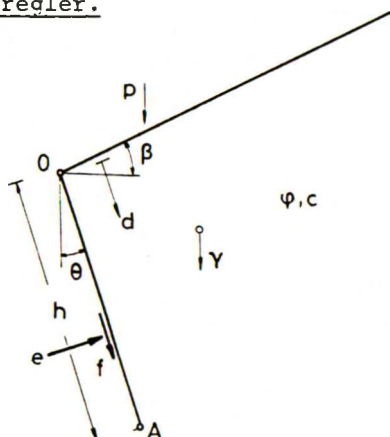




GEOTEKNIK OG FUNDERING II	TILLÆG nr. 13.2	EMNE Jordtrykskoefficienter Zonebrud	UDS. 78	SIDE nr. af 1 4
---------------------------	-----------------------	--	------------	-----------------------

Nærværende tillæg indeholder formler for og beregninger af jordtrykskoefficienter svarende til zonebrud i jorden bag en væg. Væggens bevægelsesmåde er normalt rotation om fodpunktet eller et punkt derunder, specielt translation i normalretningen. For nærmere beskrivelse henvises til G 1 N 13 og tillæg 13.2, G 2 N 13 og 15 samt G 2 tillæg 13.1. For ankerplader anvendes en specialberegning af jordtrykskoefficienter; se G 2 N 19.

Symboler og fortegnstegneregler.



Geometriske parametre ( $\theta$ ,  $\beta$  og  $h$ ) og jordtrykskomponenterne ( $e$ ,  $f$ ) er positive som vist på figuren. Jordparametrene ( $\phi$ ,  $c$ ,  $\delta$ ,  $a$ ) regnes positive, når væggen bevæges ind mod jorden (passiv tilstand) og negative, når væggen bevæges bort fra jorden (aktiv tilstand).

Jordtrykskoefficienter  $\theta = \beta = 0$ , glat væg ( $\delta = a = 0$ ).

$$\left. \begin{aligned}
 K_p &= (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi) \\
 K_c &= (K_p - 1) \cot \phi \\
 K_\gamma &= K_p
 \end{aligned} \right\} \phi \neq 0$$

$$\left. \begin{aligned}
 K_p &= K_\gamma = 1 \\
 K_c &= 2
 \end{aligned} \right\} \phi = 0$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	TILLÆG nr.	EMNE Jordtrykskoefficienter Zonebrud	UDG.	SIDE	
	13.2		78	nr.	af
				2	4

G 1 tillæg 13.2 bilag A giver  $(K_p, K_c, K_\gamma)$  som funktion af  $\varphi$ . Superscript  $a$  = aktiv tilstand,  $p$  = passiv tilstand og  $s$  (smooth) = glat væg.

$\theta = \beta = 0$ , ru væg ( $\delta = \varphi$ ,  $a = c$ ).

$$\left. \begin{aligned} K_p &= (1 + \sin \varphi) e^{(\frac{\pi}{2} + \varphi) \tan \varphi} \\ K_c &= (K_p - 1) \cot \varphi \\ K_\gamma &= K_p + 0,007 (e^{9 \sin \varphi} - 1) \end{aligned} \right\} \varphi \neq 0$$

$$\left. \begin{aligned} K_p &= K_\gamma = 1 \\ K_c &= 2,57 \end{aligned} \right\} \varphi = 0$$

G 1, tillæg 13.2, bilag A giver  $(K_p, K_c, K_\gamma)$  som funktion af  $\varphi$ . Superscript  $r$  = ru væg.

$\theta \neq 0$ ,  $\beta \neq 0$ .

Ruhedsforholdet  $k_r = \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} = \frac{a}{c}$  antages kendt. ( $k_r = 0$  for glat væg og  $k_r = 1$  for helt ru væg).

$$\beta_0 = \arctan \left( \frac{p \sin \beta \cos \beta}{p \cos^2 \beta + c \cot \varphi} \right) \quad (= \beta \text{ for } p = c = 0)$$

$$\left. \begin{aligned} 2m_t &= \pi - \varphi - \beta_0 - \arccos \left( \frac{\sin \beta_0}{\sin \varphi} \right) \\ 2m_w &= -\varphi - \delta + \arccos \left( \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \right) \end{aligned} \right\} \varphi \neq 0$$

$$\left. \begin{aligned} 2m_t &= \pi - \arccos \left( \frac{p}{c} \sin \beta \cos \beta \right) \\ 2m_w &= \arccos \left( \frac{a}{c} \right) \end{aligned} \right\} \varphi = 0$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	TILLÆG nr. 13.2	EMNE Jordtrykskoefficienter Zonebrud	UDG. 78	SIDE nr. af 3 4
---------------------------	-----------------------	--	------------	-----------------------

Hvis  $v_0 = m_t + \beta < v_1 = m_w + \theta$ ; se G 2 N 13 p.14.

$$\left. \begin{aligned}
 K &= \frac{1 + \sin \varphi \sin (2m_w + \varphi)}{1 - \sin \varphi \sin (2m_t + \varphi)} e^{2(v_0 - v_1) \tan \varphi} \\
 K_p &= K \cos^2 \beta \\
 K_c &= (K_p - 1) \cot \varphi \\
 K_Y &\approx \left( \frac{K_p}{\cos \beta} + 0,007 (e^{9 \sin \delta} - 1) \right) \cos (\beta - \theta)
 \end{aligned} \right\} \varphi \neq 0$$

I udtrykket for  $K_Y$  skal altid indsættes  $K_p$  svarende til  $c = 0$ .

$$\left. \begin{aligned}
 K_p &= \cos^2 \beta \\
 K_c &= 2(v_0 - v_1) + \sin 2m_t + \sin 2m_w \\
 K_Y &\approx \cos \theta + \frac{\sin \beta \cos m_w}{\sin m_t}
 \end{aligned} \right\} \varphi = 0$$

$\theta = 0, \beta \neq 0$ .

For lodret væg kan følgende formler anvendes, hvis

1. jorden er i aktiv tilstand ( $\varphi < 0, c = 0$ ), JOF hælder opad bort fra væggen ( $\beta > 0$ ), og vægfriktionsvinklen ( $\delta < 0$ ) opfylder betingelsen  $-\delta \leq \beta$  (eksakt hvis  $-\delta = \beta$ ),
  2. jorden er i passiv tilstand ( $\varphi > 0, c = 0$ ), JOF hælder nedad bort fra væggen ( $\beta < 0$ ), og vægfriktionsvinklen ( $\delta > 0$ ) opfylder betingelsen  $\delta \geq -\beta$  (eksakt hvis  $\delta = -\beta$ ),
- eller
3. jorden er i passiv tilstand ( $\varphi = 0, c > 0$ ), JOF hælder nedad bort fra væggen ( $\beta < 0$ ), og vægadhæsionen ( $a > 0$ ) opfylder betingelsen  $a \geq -c \sin 2\beta$  (eksakt hvis  $a = -c \sin 2\beta$ ).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	TILLÆG nr. 13.2	EMNE Jordtrykoefficienter Zonebrud	UDG.  78	SIDE nr. af 4 4
---------------------------	-----------------------	--	----------------	-----------------------

$$\left. \begin{aligned} v &= -\text{Arcsin} \frac{\sin \beta}{\sin \varphi} \\ K_p &= K_\gamma = \frac{1 + \sin \varphi \cos (v - \beta)}{1 - \sin \varphi \cos (v + \beta)} \cos^2 \beta \end{aligned} \right\} \varphi \neq 0, c = 0$$

$K_p$  og  $K_\gamma$  kan aflæses i bilag A til tillæg 13.1.

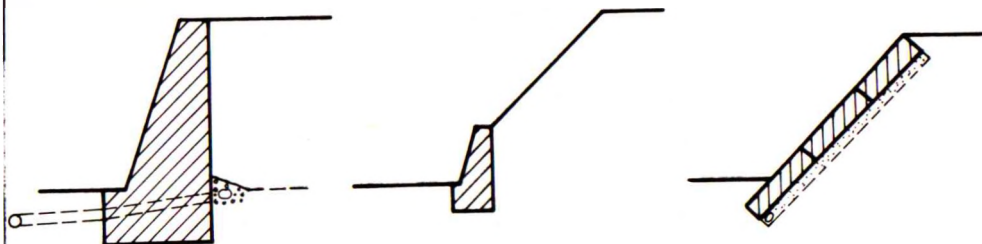
$$\left. \begin{aligned} K_p &= \cos^2 \beta \\ K_c &= 1 + \cos 2\beta \\ K &= 1 \end{aligned} \right\} \varphi = 0, c > 0$$

Bemærk:  $\beta$  regnes positiv som vist på figuren p.1.

I N 15 regnes  $\beta$  med modsat fortegn.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 14	EMNE Støttemure Direkte fundering	UDG. 78	SIDE nr. af 1 14
---------------------------	--------------------	---	------------	------------------------

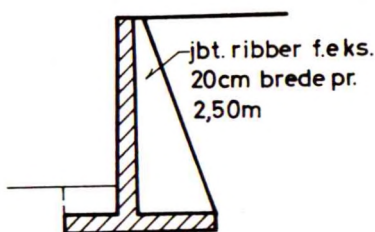
### 14.1 Oversigt.



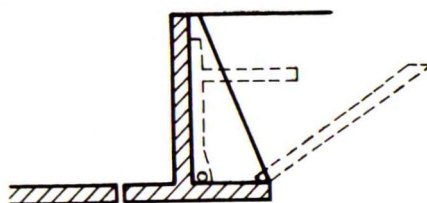
a. Gravitationsmur (drænet).

b. Skråning med støttemur.

c. Belastet skråning (drænet).



d. Vinkelstøttemur.



e. (Vinkel-)støttemur med bundplade (drænet og frostsikret i fyld med ringe permeabilitet og stor kapillær stighøjde).

Fig.14 A: Støttemure, typer.

Støttemure er permanente, eventuelt armerede, betonkonstruktioner, som anvendes til etablering af en niveauforskel mellem jordoverflader (terrænregulering, vejbygning, indfætninger til tørdokker og åbne kulgårde etc.) under forhold, hvor den disponible konstruktionsbredde ikke tillader anvendelsen af en jordskråning.

Da en skråning, selv med fornøden beskyttelse, bortdræning af overfladevand etc., naturligvis er billigere end en

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	14	Støttemure Direkte fundering	78	2	14

betonkonstruktion, vil man i reglen i videst mulige omfang udnytte den disponible konstruktionsbredde, således at der f.eks. hyppigt benyttes kombinationen: Skråning, hvis fod er støttet af en mur, Fig. 14 Ab.

For tilstrækkeligt små højder kan muren også udformes som en stabiliserende belastning af skråningen, Fig. 14 Ac, f.eks. opbygget af løse sten eller fliser.

Vinkelstøttemure af armeret beton, ofte forstærket med ribber på bagsiden, Fig. 14 Ad, kan være en økonomisk løsning, især ved større væghøjder. De kræver større forskallingsarbejde end de uarmerede betonmure, Fig. 14 Aa - b, og også - især hvis der er ribber - en ofte kompliceret armering. Til gengæld kan den samlede betonmængde naturligvis blive væsentligt mindre end for en massiv mur.

Typerne på Fig. 14 A forudsætter, at arbejdet kan udføres tørt. Er dette ikke muligt, kan sænkekasser anvendes (kajmure, afsn. 25). De forudsætter naturligvis også, at det er muligt at udgrave i fuld bredde til funderingsniveau, da de skal støbes på stedet. Hvis denne forudsætning ikke er opfyldt, må andre vægtyper som f.eks. spunsvægge (afsn. 19.1 og 21.2) anvendes. Sådanne vægtyper kan, især i afgravning (øverste JOF er det oprindelige niveau), være et økonomisk alternativ til støttemure, selv hvor disse rent praktisk kan udføres.

Støttemure af de på Fig. 14 A viste typer udføres normalt ikke med særskilt forankring eller afstivning (bortset fra tilfælde hvor en eksisterende konstruktion har vist sig ikke at være tilstrækkeligt stabil). Idet murene i det følgende forudsættes at kunne funderes direkte, må den vandrette komponent af det aktive jordtryk på murens bagside derfor normalt optages dels ved det passive jordtryk på forsiden, dels som en vandret kraft, der overføres gennem funderingsniveau. I nogle tilfælde (tørdoc, kulgård etc.) findes der dog en permanent bundplade foran støttemuren. Den vandrette kraft kan da optages på en væsentligt mere økonomisk måde ved overførsel til bundpladen (gennem en fuger på grund af de lodrette differensbevægelser), jfr. Fig. 14 Ae.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	14	Støttemure Direkte fundering	78	3	14

Den lodrette last, egenvægt af mur + eventuelt et jordlegeme samt den lodrette komponent af det aktive jordtryk, optages af murens underside, der dimensioneres som et ekscentrisk og normalt også skråt belastet stribefundament. Den tilsvarende pælefunderingsopgave (plant pæleværk) omtales i afsn. 20 - 21.

#### 14.2 Konstruktive problemer.

Direkte funderede støttemure kræver ligesom almindelige fundamenter, G 1 afsn. 24.3, at FUK skal kunne anbringes på tilstrækkelig bæredygtig jord i ikke for stor dybde under nederste JOF, og at udgravningsarbejdet ikke må fordyres væsentligt på grund af problemer med grundvandsspejlet.

De væsentligste konstruktive problemer vedrører imidlertid bagsiden, hvor det aktive jordtryk udvikles. Disse problemer er naturligvis fælles for direkte funderede og pælefunderede støttemure. Det væsentligste hensyn er her, at vandtryksforholdene skal være under kontrol: Selv om jordtrykket kan beregnes ved hjælp af en relativt veludviklet teori, jfr. afsn. 13, der hovedsageligt er udviklet til dette formål, er omhyggelige jordtryksberegninger naturligvis nytteløse, hvis muren bliver ustabil på grund af et uforudset vandtryk, jfr. f.eks. G 1 Eks. 13.1.

Ved påfyldning, d.v.s. med oprindelig JOF nær JOF på passivside, må muren (undtagen typen Fig. 14 A c) støbes, inden fylden placeres. For at opnå mindst muligt jordtryk, og samtidig undgå opbygning af vandtryk bag muren, vil man såvidt muligt anvende velkomprimeret, tilstrækkeligt permeabel sand- eller grusfyld, i hvert fald i et sådant omfang, at denne fyld bliver bestemmende for jordtrykket på, og hermed lokalstabiliteten af, muren. Man vil desuden under alle omstændigheder sørge for tilstrækkelig dræning af fylden i dette område, jfr. de tre principskitser på Fig. 14 A:



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	14	Støttemure Direkte fundering	78	4	14

Delfigur a illustrerer en simpel dræning af permeabelt fyld.

Delfigur c viser et drænlag med det formål at undgå, at der under belastningen på skråningen opbygges et vandtryk, som løfter denne.

Delfigur e viser et drænsystem, som kan være nødvendigt i mindre permeabel og eventuelt tillige frostfarlig fyld:

1. Et lodret dræn bag muren (svarende til G 1 Fig. 25 D, og ligesom her sikret mod tilstrømning af overfladevand). Dette dræn har tillige en vis isolerende virkning over for frostindtrængning gennem den relativt tynde murkonstruktion. Dette dræn er ikke alene tilstrækkeligt til at hindre forøgelse af trykket på muren som følge af vandtryk i fylden, jfr. Fig. 11 B, hvor man ved et dræn langs muren nok fjerner kraften  $U_1 = U_a$ , men ikke kraften  $U_2$ . Dette punkt misforstås ofte i praksis: Der virker ikke direkte vandtryk på muren, men der opstår alligevel en (næsten) tilsvarende forøgelse af jordtrykket, medmindre vandtrykket  $U_2$  også fjernes. Dette kræver:
2. Et skråtliggende grusdræn, beliggende omkring eller under grænsebrudlinien for det aktive jordtryk. Dette dræn er tillige kapillaritetsbrydende, således at vandopsugning til dannelse af islinser ved opfrysning af fylden undgås.

De viste filtre skal dimensioneres omhyggeligt under iagttagelse af filterkriterierne, jfr. afsn. 6.4.

Ved afgravning i ler vil den lodrette eller hældende lerskråning ved typerne Fig. 14 A a - b hyppigt være stabil i korttids-tilstanden. Såfremt leret er homogent og fedt, med en permeabilitetskoefficient mindre end betonens, kan muren støbes direkte mod leret, idet betonen da selv virker som dræn. Der kan dog i

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	14	Støttemure Direkte fundering	78	5	14

så fald næppe i det lange løb undgås "udblomstringer" på murens forside (afsætning af salte som følge af fordampning; de gør normalt ingen skade, men anses ofte for arkitektonisk uønskede).

For at undgå dette, samt hvis leret er mere permeabelt, f.eks. på grund af sandstriber, kan man i nogle tilfælde undgå dobbelt forskalling ved at opbygge en bagmur af porøse sten mod lervæggen og støbe direkte mod denne (afledning af vand som på Fig. 14 Aa eller blot gennem åbninger, de såkaldte grædehuller, gennem væggen). Fig. 14 Ac forudsætter under alle omstændigheder en skråning, som er stabil i korttidstilstanden. Ved disse konstruktioner skal der som nævnt ovenfor tages hensyn til eventuelle vandtryk af typen  $U_2$  på Fig. 11B.

Hvis en fladere afgravning er nødvendig af (korttids-) stabilitetshensyn i Fig. 14 Aa - b og under alle omstændigheder i Fig. 14 Ad - e, må muren udføres i dobbelt forskalling. Mellemrummet mellem den midlertidige skråning og muren må da efterfyldes, hvorfor problemerne reelt er de samme som angivet ovenfor for påfyldning.

Findes der et højtliggende GVS bag muren, som, f.eks. på grund af nærtliggende bygninger, højst kan sænkes midlertidigt i byggeperioden, udføres naturligvis ingen drænforanstaltninger. Tværtimod må man ofte sikre sig, at vandstrømning under muren er hindret, f.eks. ved en afskærende spunsvæg. Muren skal da også beregnes for fuldt vandtryk.

### 14.3 Jordtryksberegning.

Det aktive jordtryk på murens bagside beregnes principielt som angivet i afsn. 13, idet der i ler undersøges både udrænet og drænet bruttilstand (henholdsvis korttids- og langtidstilstanden). Som generelle beregningsforudsætninger benyttes i øvrigt de samme, som er anført i G 1 afsn. 13 for lodret væg og vandret jordoverflade, altså bl.a.:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	14	Støttemure Direkte fundering	78	6	14

1. Ved udrænet brud i ler ses der bort fra eventuelle negative jordtryk  $e < 0$  på væggen øverste del. Herudover tages der hensyn til, at den således forudsatte revne mellem væg og jord kan blive vandfyldt, medmindre der træffes særlige foranstaltninger for at hindre dette (asfaltering, afdækning med plast el.lign.).
2. Ved drænet brud i ler ser man på grund af aflastningen i vandret retning i reglen for sprækket ler og hyppigt også for andre lerarter bort fra den effektive kohesion  $\bar{c}$ . Man kan også her få dannet en vandfyldt ( $\bar{e} < 0, u > 0$ ) eller luftfyldt ( $u < 0, e = \bar{e} + u < 0$ ) revne mellem væg og jord (det førstnævnte tilfælde forudsætter dog, at  $\bar{c}$  medregnes). En sådan revne må sikres mod tilstrømning af overfladevand.

Vedrørende selve jordtryksberegningen bemærkes i øvrigt følgende:

1. Bagsiden af væggen, på Fig. 14 Aa - b selve betonfladen og på Fig. 14 Ad - e det skrå snit langs ribbernes bagkant, regnes normalt fuldstændig ru, medmindre muren er asfalteret for at hindre vandgennemtrængning (dette er normalt kun aktuelt ved et permanent højtliggende GVS).
2. Til en indledende, overslagsmæssig beregning - og ved mure i op til et par m højde som eneste beregning - vil man ved skrå bagside hyppigt tilstrækkeligt nøjagtigt kunne beregne jordtrykket på en tænkt, lodret væg gennem murens bagkant. Ved vandret jordoverflade regnes den lodrette væg glat, d.v.s., at det beregnede jordtryk er et Rankine-jordtryk, jfr. G 1 afsn. 13.1 - 2. For skrå jordoverflader kan man benytte det i Eks. 13.1 udledte generaliserede Rankine-jordtryk. Det bemærkes, at man ved denne tilnærmelse skal medregne vægten af jordlegemet mellem det lodrette snit og væggen til murens egenvægt.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 14	EMNE Støttemure Direkte fundering	UDG. 78	SIDE nr. af 7   14
---------------------------	--------------------	---	------------	--------------------------

3. En noget nøjagtigere beregning fås ved (for homogen jord) at benytte formlerne i afsn. 13.4, idet der regnes med murens virkelige bagside. Vedrørende eventuelle vandspejl og lagdelt jord henvises til afsn. 13.5. Som nævnt kan man i mere komplicerede tilfælde alternativt anvende Coulombs jordtryksteori, idet de herved fundne jordtryk f.eks. kan påføres en korrektionsfaktor, som udledes ved at sammenligne resultaterne for beregninger efter de to metoder af et problem (samme geometri og homogen jord med "middel egenskaber"), hvor begge metoder kan anvendes.

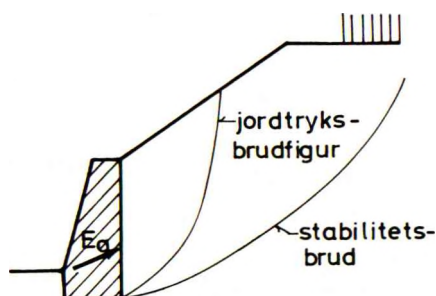


Fig.14 B:  $E_a$  bestemt ved jordtryksbrudfigur anvendt som stabiliserende kraft i stabilitetsbrud.

4. Især ved skråninger, koncentrerede belastninger bag væggen etc. vil det ofte være nødvendigt ved en supplerende stabilitetsundersøgelse at verificere, at det beregnede jordtryk svarende til en lokal jordtryksbrudfigur også giver tilstrækkelig sikkerhed mod et, evt. flere alternativt mulige, stabilitetsbrud, hvor der som væltende kræfter indgår laster, som ikke influerer på jordtryksberegningen. Et eksempel er vist på Fig. 14 B, hvor jordtryks-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	14	Støttemure Direkte fundering	78	8	14

brudfiguren, karakteriseret ved vinklerne  $\nu_0$  og  $\nu_1$  på Fig.13 C, kun når et stykke op ad skråningen, og derfor ikke kan tage hensyn til en koncentreret belastning på den vandrette JOF over skråningen. Stabilitetsundersøgelsen udføres på sædvanlig måde som angivet i afsn.10 - 12, idet det fundne jordtryk  $E_a$  betragtes som en stabiliserende kraft på det jordlegeme, der ligger over stabilitetsbrudfiguren (f.eks. en logaritmisk spiralbue) og bag væggen. Opnås der ikke herved tilstrækkelig sikkerhed, må  $E_a$  forøges uanset resultatet af jordtryksberegningen (den lokale jordtryksbrudfigur udvikles i så fald ikke).

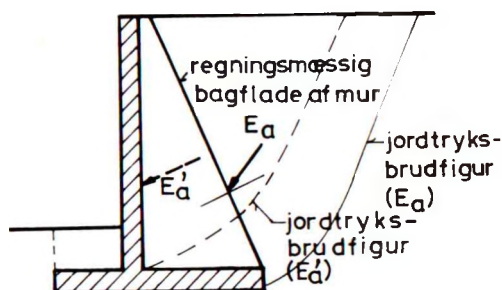


Fig.14 C: Jordtryk på vinkelstøttemur.

- Specielt for vinkelstøttemure vil man normalt udover jordtrykket  $E_a$ , som er afgørende for murens (lokal-) stabilitet, skulle undersøge det på Fig.14 C skitserede jordtryk  $E'_a$  på den lodrette betonvæg. For vægge uden ribber giver  $E'_a$  anledning til bøjningsmomenter i vandrette snit i den lodrette væg, mens den lodrette komponent af  $E_a$  plus vægten af det trekantformede jordlegeme

minus den lodrette komponent af  $E'_a$  giver anledning til bøjningsmomenter i hælpladen. For vægge med ribber fås tilsvarende belastninger; men bøjningsmomenterne i væg-elementerne mellem ribberne må undersøges f.eks. ved hjælp af brudlinieteorien.

Mure af typen Fig.14 A c kan dimensioneres som et rent stabilitetsproblem, jfr.Fig.12 A: Vægten af de enkelte fliser opdeles i en komponent vinkelret på skråningen, der virker stabiliserende, og en komponent parallelt med skråningen. Summen af de sidstnævnte komponenter optages ved bæreevnen af murens fod (dette volder normalt ikke noget problem ved de skråningshøjder, hvor denne konstruktion kan komme på tale).

#### 14.4 Bæreevneberegning.

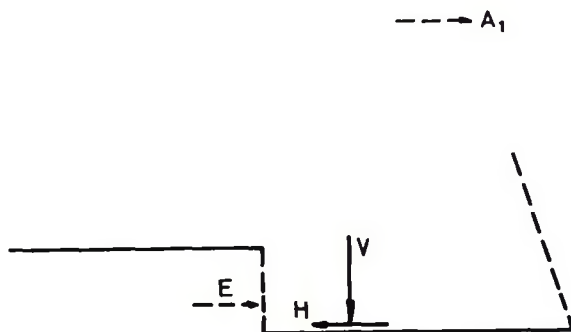


Fig.14 D: Resulterende aktiv påvirkning, refereret til murens underside.

Den last, der skal optages af jorden foran og under muren fremkommer som resultanten af følgende påvirkninger:

1. Aktivt jordtryk på murens bagside:  $E_a$  på Fig.14 C. Som sædvanligt regnes med totale spændinger i udrænet og ef-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 14	EMNE Støttemure Direkte fundering	UDG. 78	SIDE nr. af 10 14
---------------------------	--------------------	---	------------	-------------------------

fektive spændinger i drænet tilstand (samt ved dimensioneringsopgaver regningsmæssige værdier af alle kræfter og styrkeparametre).

- (Total) vægt af støttemuren + eventuelle medfølgende stive jordlegemer, på Fig. 14 C afgrænset af en plan langs ribbernes bagkant samt en lodret plan gennem tåens forkant. Hvis jordtrykket  $E_a$  beregnes på et lodret snit gennem hælens bagkant, skal vægten af al jord lodret over hælen som nævnt medregnes til den her omtalte vægt.
- (I drænet tilstand) eventuelle vandtryk virkende langs periferien af mur + eventuel medfølgende jord.

Denne resultant kan udtrykkes ved en vandret komponent  $H$  i murens underside plus en lodret komponent  $V$  med given beliggenhed (fundet f.eks. ved momentligningen om hælens bagkant).

Det bemærkes, at  $H$  normalt vil være relativt stor i forhold til  $V$ , samt at  $V$  ofte vil virke relativt ekscentrisk på murens underside, på Fig. 14 C således ofte i plan med, eller endog til venstre for den lodrette betonvæg. Vedrørende optagelsen af denne last bemærkes følgende:

- En relativt højtliggende, vandret ankerkraft,  $A_1$  på Fig. 14 D, vil, hvis der antages svigtende forankring (plastisk flydning i forankringselementerne, således at muren stadig kan dreje sig om et punkt under dens underside), ikke ændre jordtryksberegningen og heller ikke størrelsen af  $V$ . Den vil derimod formindske den vandrette last:

$$H' = H - A_1 \quad (1401)$$

og vil desuden flytte  $V$  mod højre, d.v.s. en mere centralt virkende fundamentslast. Dette angiver derfor en ofte særdeles effektiv metode til at forbedre stabiliteten af en konstruktion, hvis sikkerhed mod brud har



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	14	Støttemure Direkte fundering	78	11	14

vist sig at være utilstrækkelig. Der fås også en ændret momentfordeling i væggen, og desuden kræver metoden etablering af ankre i ofte intakt jord. Af disse grunde benyttes metoden som nævnt sjældent ved dimensionering af nye støttemure. Hvis forankring er nødvendig eller ønskelig, kan i stedet anvendes en spuns-væg (eller en lignende konstruktion).

2. Hvis der findes en bundplade foran støttemuren, Fig. 14 A e, kan hele kraften  $H$  som nævnt optages som vandret reaktion mod denne. Murens underside vil da være lodret, men ekscentrisk belastet.
3. Hvis ingen af de ovenfor nævnte muligheder er til stede, kan  $H$  normalt kun delvis optages af jordtrykket  $E$  på væggens forside. Hvis muren er pælefunderet, jfr. afsn. 20 - 21, beregnes  $E$  forsigtigvis ofte som et hviletryk.
4. Hvis jordprofilet derimod tillader direkte fundering, beregnes  $E$  som et passivt jordtryk, jfr. G 1 afsn. 13 samt G 1 afsn. 16.4, især Fig. 16 F. Det bemærkes, at tilfældet: fuldt udviklet passivt jordtryk med resten af den vandrette kraft overført gennem fundamentsundersiden:

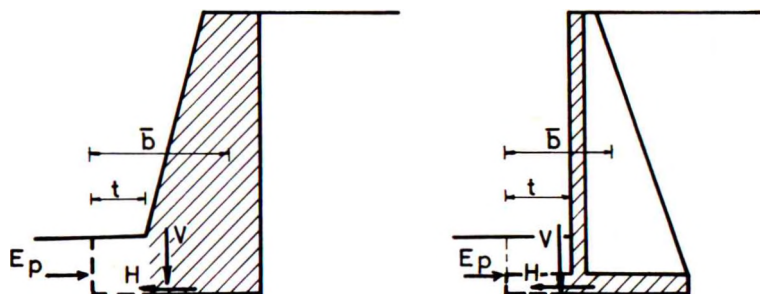
$$H' = H - E_p \quad (1402)$$

normalt vil være det aktuelle (ved sammenligning med G 1 (1637) bemærkes det, at  $E_a$  her er inkluderet i  $H$ ).

Idet det sidstnævnte tilfælde forudsættes, foretages dimensioneringen af en støttemur simplest på følgende måde, jfr. Fig. 14 E: Først vælges funderingsniveau samt murens geometri på aktivsiden og over laveste JOF (det på figuren fuldt optrukne). Denne del af dimensioneringen må normalt foretages ud fra erfaringsregler. Det gælder dog generelt, at funderingsdybden normalt skal vælges så stor som praktisk muligt, jfr. også G 1 afsn. 24.3 - 4, idet også  $E_p$  vokser med voksende dybde. Herefter kan

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	14	Støttemure Direkte fundering	78	12	14

$E_a$  og  $E_p$  beregnes, og, efter et indledende skøn over størrelsen af tållængden  $t$ , tillige  $V$ .



a. Massiv mur.

b. Vinkelstøttemur.

Fig.14 E: Dimensionering af støttemur (bestemmelse af  $t$ ).

Størrelsen af  $t$  influerer ikke på  $H$  eller  $E_p$ , og kun svagt på  $V$ 's størrelse og beliggenhed. Derimod har den naturligvis stor indflydelse på størrelsen af den effektive fundamentsbredde  $\bar{b}$ .  $t$  kan derfor findes, eventuelt ved (en hurtigt konvergerende) iteration, således at bæreevnen  $Q$  som bestemt ved G 1 (1615) bliver større end eller lig med  $V$ .

Til slut foretages styrkeberegning af muren, og det undersøges eventuelt, om der fås en mere økonomisk konstruktion ved andre valg af den oprindelige geometri.

#### 14.5 Specielle problemer.

Som ved alle andre konstruktioner skal bevægelserne i brugstilstanden principielt også undersøges for støttemure. En korrekt løsning på dette problem er særdeles vanskelig, idet der ikke som ved fundamenter er tale blot om sætninger, altså rent lod-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	14	Støttemure Direkte fundering	78	13	14

ret translation, men derimod om en generel plan stiftlegemebevægelse, d.v.s. både lodret og vandret flytning samt rotation. Der findes ingen simpel og generelt anvendelig løsningsmetode; men for støttemure er deformationsproblemet også sjældent kritisk: I de fleste tilfælde i praksis vil en korrekt dimensionering mod brud medføre, at støttemuren i brugstilstanden kun får acceptable bevægelser. Disse undersøges derfor kun undtagelsesvis separat.

Til orientering skal det dog nævnes, at strømnetmetoden, afsn.7, kan generaliseres, således at der kan fås en i hvert fald overslagsmæssig løsning på det generelle plane deformationsproblem. Denne metode omtales noget nærmere i forbindelse med generelle rumlige problemer i forbindelse med direkte fundering, afsn.16.5.

De væsentligste særlige problemer i forbindelse med støttemure er i øvrigt som nævnt vandproblemer samt kombinationen med stabilitetsproblemer. Et eksempel på denne kombination er omtalt i forbindelse med Fig.14 B, jfr. også afsn.19.6.

Et andet eksempel er skitseret på Fig.14 F. Som antydnet på denne figur kan det være nødvendigt som supplement til den i det foregående afsnit omtalte sikring af støttemurens lokalstabilitet at undersøge:

1. Et stabilitetsbrud, mrk.1, hvor den fundne størrelse af  $E_a$  kontrolleres (dette svarer til Fig.14 B).
2. Et tilsvarende stabilitetsbrud, mrk.2, hvor jordens evne til at optage kræfterne  $H$  og  $V$  under og foran muren kontrolleres (disse kræfter er drivende kræfter i denne undersøgelse).
3. Et totalstabilitetsbrud, mrk.3, der passerer helt under murkonstruktionen.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr. af	
	14	Støttemure Direkte fundering	78	14	14

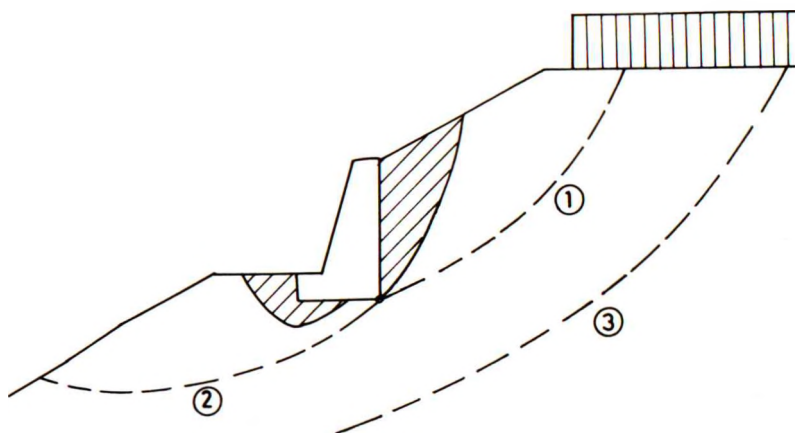


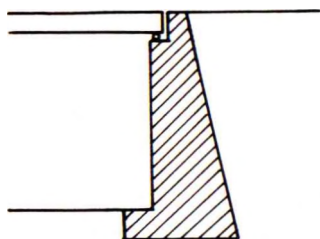
Fig.14 F: Stabilitetsproblemer omkring støttemur:  
Lokal jordtryks- og bæreevnebrudfigur (skraveret).  
Kombinationer med stabilitetsbrudfigurer 1 og 2.  
Ren totalstabilitet 3.

Der kendes eksempler på, at man ved at placere en mur omtrent som vist på Fig.14 F i en (i forvejen ustabil) skråning, og derpå kun undersøge murens lokalstabilitet, har fået et - naturligvis illusorisk - indtryk af, at skråningen hermed er blevet stabil.

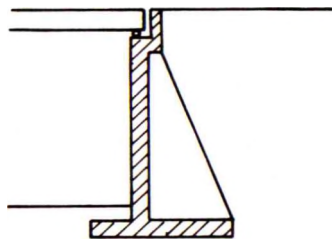
GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 15	EMNE Specielle mure	UDG. 78	SIDE nr. af 1 15
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	------------------------

### 15.1 Oversigt.

Som endepiller eller landfæster for broer anvendes ofte konstruktioner, der i hovedsagen fungerer som støttemure, idet de dog også skal optage lejereaktionen fra broen. Den simpleste udformning er skitseret på Fig. 15 A.



a. Gravitationsmur



b. Vinkelstøttemur

Fig. 15 A: Frontmure: Endepiller for broer.  
Overgang mellem dæmning og (simpelt understøttet) brofag.

Det ses, at der reelt kun er meget lille forskel mellem de her viste mure og de på Fig. 14 a og d skitserede. De konstruktive problemer og beregningsmetoderne er også for alle praktiske formål de samme. Den eneste forskel er som nævnt, at murene på Fig. 15 A er påvirket af en lodret, og muligvis også en vandret, last gennem brolejet, samt at der normalt stilles noget strengere krav til sætningerne af frontmure end af almindelige støttemure.

Specielle udformninger med tilhørende beregningsmæssige problemer kan imidlertid forekomme f.eks. som følge af:

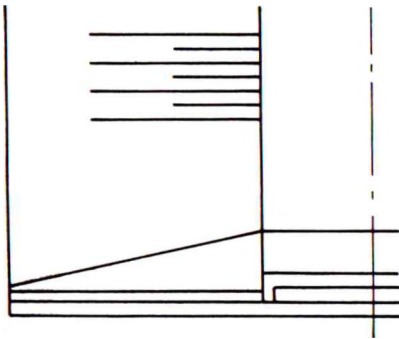
1. Fløjmurere, der sammen med frontmuren afgrænser dæmningsfylden. Fløjmurere kan eventuelt sammen med frontmuren danne en slags rektangulær kasse.

2. Specielt i afgravning: Fundering i skråning, hvilket på grund af lejereaktionen kan medføre, at bæreevneproblemet må undersøges nøjere.

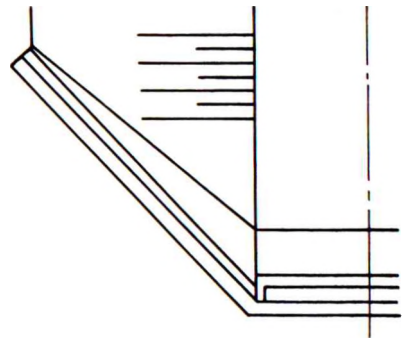
3. Sammenstøbning og mulighed for momentoverførsel mellem frontmur og brofag i rammebroer.

Eksempler på sådanne specielle mure omtales nærmere i det følgende.

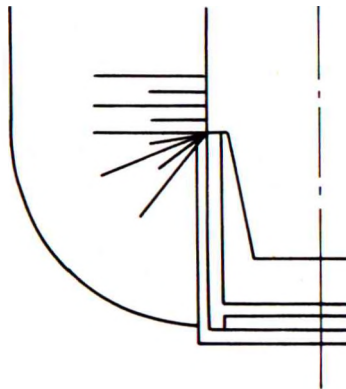
### 15.2 Frontmure og fløjmur.



a. Fløjmur i flugt med frontmuren.



b. Fløjmur, som danner vinkel med fløjturen.



c. Fløjmur vinkelret på frontmuren.

Fig.15 B: Forskellige typer endepiller med frontmur og fløjmur.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	15	Specielle mure	78	3	15

Den simpleste form for en endepille er den på Fig. 15 A-B skitserede støttemurskonstruktion med et midterparti, Fig. 15 A, som støtter dæmningsfylden i kronehøjde, og som tillige bærer brodragerne, og to fløjmmure, som støtter dæmningskonstruktionen.

Som skitseret på Fig. 15 B har fløjmmurene (sidemurene) principielt samme udformning som frontmuren. De kan ligge i flugt med denne, danne en vinkel med den eller eventuelt stå vinkelret på den. Valget af udformning synes hovedsageligt at ske ud fra arkitektoniske hensyn.

I de på Fig. 15 B viste udformninger sker beregningerne i alt væsentligt som for almindelige støttemure, hyppigt som om der var fuger mellem frontmur og fløjmmure, og idet der på Fig. 15 B b-c ses bort fra, at brudfigurerne for aktivt jordtryk på henholdsvis frontmur og fløjmmure griber ind over hinanden. Det sidstnævnte faktum kunne motivere brugen af  $\varphi_{tr}$  i stedet for  $\varphi_{pl}$ , jfr. G 1 afsn. 12.5; men fløjmmurenes stabilitet er normalt ikke særligt kritisk, hvorfor man i reglen nøjes med ret meget på den sikre side at skønne ækvivalente plane støttemursproblemer for forskellige snit i fløjmmuren.

Det er også muligt at dimensionere snittene mellem frontmuren og fløjmmurene for kræfter (flydning i armeringen) som tages i regning (stabiliserende for frontmuren). Ligesom ved almindelige støttemure vil det imidlertid kunne være af væsentlig større betydning for konstruktionen, at de i afsn. 14.2 omtalte drænforanstaltninger iagttages, således at man bl.a. sikrer sig effektivt mod uforudsete vandtryk.

I arrangementet Fig. 15 B c kan fløjmmurene alternativt udformes som vinger, der udkrages fra frontmuren, og forbindes indbyrdes med en tværgående afstivningsbjælke som forankring. Her ved fås en kasseformet konstruktion, Fig. 15 C, der i brudtilstanden for konstruktionen som helhed kan antages at bevæge sig som et stift hele.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 15	EMNE Specielle mure	UDG. 78	SIDE nr. af 4   15
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	--------------------------

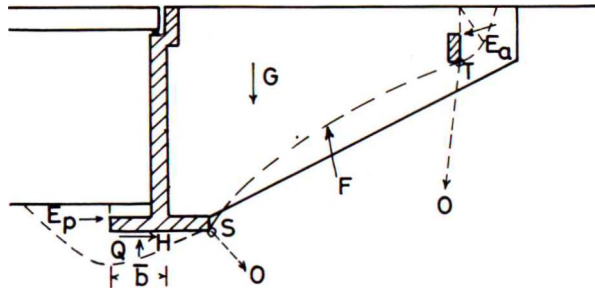


Fig.15 C: Fløjmur som udkragede vinger på frontmuren  
(kombineret jordtryks-, stabilitets- og bæreevnebrudfigur).

Den specielle brudfigur, der svarer til en sådan stabilitetsbrudtilstand, er skitseret på Fig.15 C. På bagsiden af afstivningsbjælken (lodret flade gennem  $T$ ) virker det aktive jordtryk  $E_a$ , beregnet på normal måde. På forside og underside af frontmuren virker henholdsvis et passivt jordtryk  $E_p$  og en vandret kraft  $H$  samt en lodret bæreevne  $Q$  svarende til den effektive fundamentsbredde  $\bar{b}$ .

Med given (eller skønnet) funderingsdybde og tålængde kan  $E_p$  beregnes på forhånd; men  $H$  og  $\bar{b}$  er ikke direkte givet.  $Q$  kan derimod beregnes ud fra G 1 (1615) og følgende formler, når disse størrelser er fastlagt (størrelsen  $V$  kendes dog ikke, så den må overalt erstattes med  $Q$ , og beregningerne gentages, indtil der er opnået overensstemmelse).

$ST$  er en logaritmisk spiral (i friktionsjord) med polen  $O$ , meget nær svarende til Fig.10 Ab-c.

Princippet i beregningen er nu det, at man efter at have beregnet  $E_a$  og  $E_p$  vælger en beliggenhed af  $O$ . Ud fra princippet om statisk tilladelige løsninger vælges de hertil svarende værdier af  $\bar{b}$  og  $H$  herefter således, at det stabiliserende moment om  $O$  af  $Q$  og  $H$  bliver maksimum (ikke minimum, som man måske ved en

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	15	Specielle mure	78	5	15

første indskydelse ville forvente: Når brudmåden er givet, er det normalt på den sikre side at vælge den gunstigst mulige statistisk tilladelige spændingsfordeling i jorden. Dette må ikke forveksles med en ekstrembetingungelse som f.eks. (1108), der har til hensigt at sørge for, at den valgte løsning opfylder i hvert fald én af betingelserne for at kunne være statistisk tilladelig. Alle de løsninger, der beskrives ved G 1 (1615), vides at være statistisk tilladelige).

Det ses, at man altid skal vælge  $\bar{b}$  lig med hele bredden af frontmurens underside. Valget af  $H$  må imidlertid normalt ske ved forsøg: Denne kraft virker stabiliserende, og for  $O$  dybtliggende ofte med en større momentarm end  $Q$ , som også virker stabiliserende. En forøgelse af  $H$  giver imidlertid på grund af hældningsfaktorerne  $i_\gamma$ ,  $i_q$  og evt.  $i_c$  en (ikke lineær) formindskelse af  $Q$ .

Idet  $E_p$  også virker stabiliserende, mens  $E_a$  samt vægten  $G$  af konstruktionen og det medfølgende jordlegeme over  $ST$  virker væltende, kan stabilitetsforholdet  $F$ , jfr. (1106) til slut findes for den valgte beliggenhed af  $O$ . Som sædvanligt må denne beliggenhed varieres, indtil der er fundet et minimum for  $F$ .

Det bemærkes, at der som stabiliserende kræfter også kan medtages friktionskræfter mellem vingerne og de jordlegemer, der ikke deltager i brudbevægelsen. Dette vil dog normalt spille så ringe rolle, at der ses bort fra disse kræfter.

Udover supplerende brudundersøgelser, svarende til jordtrykket  $E'_a$  på Fig. 14 C, vil man normalt foretage deformationsundersøgelser (revnefare), idet der antages hviletrykstilstand i jordlegemet over brudlinien  $ST$ .

### 15.3 Fundamenter i skråninger.

Ved afgravning i tilstrækkelig fast jord men også ved opfyldning med god og velkontrolleret fyld, kan man i stedet for en konstruktion af typen Fig. 15 B anvende en type uden sidemure.

Landfæstet for broen bliver da i realiteten ændret til et ekstra brofag, der er understøttet på en høj og en lav pille, Fig. 15 D.

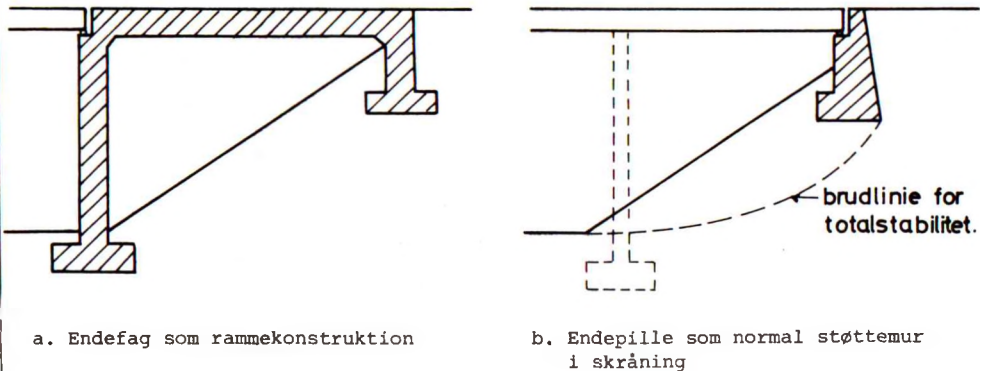


Fig.15 D: Endefag med fundering i skråning.

Konstruktionen kan udformes som en rammebygning, Fig. 15 Da, der ikke skal omtales nærmere her. Det skal blot bemærkes, at valget af hjørnemomenter åbenbart hænger nøje sammen med de vandrette kræfter, der skal optages af de to fundamenter, samt at det principielt altid er muligt at regne den lodrette belastning på fundamenterne centralt virkende. Vedrørende egentlige rammebroer (fra et geoteknisk synspunkt) henvises til afsn.15.4.

På Fig.15 Db er konstruktionen udformet som et normalt brofag, således at endepillen er en lille mur uden fløjmur og funderet i skråningen. Den høje pille bliver i dette tilfælde en almindelig, normalt direkte funderet bropille, hvor kun pille-skaftet - for vejbroer ofte en række indbyrdes forbundne søjler - befinder sig over jorden. Underbygningen kan være en sammenhængende fundamentsklods, hvis længde er lig med broens bredde (denne konstruktion er meget almindelig ved broer over motorveje).

Begge konstruktioner på Fig.15 D indeholder det ikke hidtil omtalte problem: Bæreevnen af fundamenter i skråninger. På Fig. 15 Db belastes støttemuren således på sædvanlig måde af aktivt jordtryk på bagsiden samt egenvægt og lejereaktioner. Denne be-

lastning skal nu optages af et passivt jordtryk  $E_p$ , eventuelt med en tilhørende lodret komponent  $F_p$  samt af bæreevnen af et skråt og ekscentrisk belastet fundament, begge under en skrå jordoverflade, jfr. Fig. 15 E. For simpelheds skyld regnes  $\beta$  i det følgende positiv som vist, altså med skråningen hældende nedad bort fra fundamentet (dette er modsat fortegnet for  $\beta$  i afsn. 13, jfr. bl. a. Fig. 13 A). Alle størrelser,  $\varphi$ ,  $c$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  etc. er altså positive.

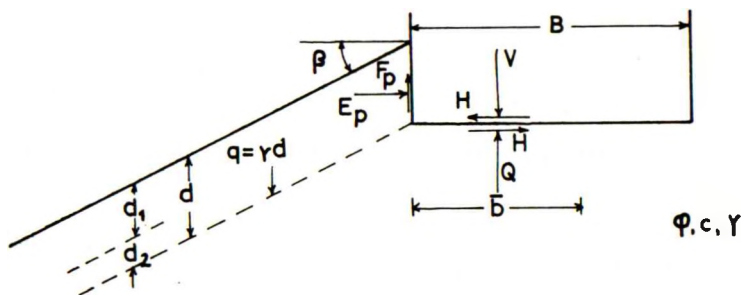


Fig. 15 E: Bæreevne af fundament under skrå jordoverflade.

Idet det bemærkes, at funderingsdybden  $d$  bevirker en belastning  $q = \gamma d$ , kN pr.  $m^2$  vandret projektion, jfr. (1103), på en flade gennem fundamentskanten parallel med skråningen, kan der på grundlag af grundformlerne G 1 (1506 - 12) og (1517 - 19), jfr. også G 1 (1622 - 29) samt afsn. 13 opstilles følgende beregningsprocedure, idet der nu benyttes de på principskitsen Fig. 15 F angivne betegnelser, der svarer til betegnelserne på G 1 Fig. 16 D.

Det bemærkes først, at hvis der ikke kan regnes med kontakt mellem fundament og jord, bliver

$$E_p = F_p = 0$$

(1501)



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	15	Specielle mure	78	9	15

Jordtrykskomposanterne kan beregnes som angivet i Eks. 13.1, d.v.s. efter den sædvanlige jordtryksformel (1306 - 07), jfr. også (1301), idet man beregner (under hensyntagen til den ændrede fortegnsgdefinition for  $\beta$ ):

1. For  $\varphi > 0$ ,  $c = 0$ :

$$\sin \nu = \frac{\sin \beta}{\sin \varphi} \quad (1502)$$

og derpå finder:

$$\delta = \beta \quad (1503)$$

samt:

$$K_Y = K_P = \frac{1 + \sin \varphi \cos (\nu + \beta)}{1 - \sin \varphi \cos (\nu - \beta)} \cos^2 \beta \quad (1504)$$

2. For  $\varphi = 0$ ,  $c > 0$ :

$$\frac{a}{c} = \sin 2\beta \quad (1505)$$

og

$$K_Y = 1$$

$$K_P = \cos^2 \beta \quad (1506)$$

$$K_c = 1 + \cos 2\beta$$

Som angivet nedenfor, kan denne beregning også generaliseres, således at den foretages samtidig med bæreevneberegningen (også for tilfældet  $\varphi > 0$ ,  $c > 0$ ).

Bæreevnen kan svarende til G 1 (1615) tilnærmet udtrykkes ved en bæreevneformel:

$$\frac{Q}{b} = \frac{1}{2} \gamma \bar{b} N_Y i_Y g_Y + q N_q i_q g_q + c N_c i_c g_c \quad (1507)$$

hvor  $g_Y$ ,  $g_q$  og  $g_c$  er skråningshældningsfaktorer. Svarende til G 1 (1617 - 29) kan produkterne  $N_q i_q g_q$  og  $N_c i_c g_c$  imidlertid beregnes eksakt:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	15	Specielle mure	73	10	15.

For  $\varphi > 0$  defineres først de transformerede overfladelaster, jfr. (1317):

$$\tau_0 = q \sin \beta \cos \beta \quad (1508)$$

$$\sigma'_0 = q \cos^2 \beta + c \cot \varphi$$

Svarende til (1317 - 18) kan man nu finde, jfr. også Fig. 15 F:

$$\tan \beta_0 = \frac{\tau_0}{\sigma'_0} \quad (1509)$$

og

$$2\psi_0 = 2m_t + \varphi = \beta_0 + \arccos \frac{\sin \beta_0}{\sin \varphi} \quad (1510)$$

Idet man har:

$$\sigma'_{v, B} = \frac{\sigma'_0}{1 - \sin \varphi \sin 2\psi_0} \quad (1511)$$

kan de hertil svarende værdier af  $e$  og  $f$  findes (f. eks. ved hjælp af Mohrs cirkel):

$$e_p = \sigma'_0 \frac{1 + \sin \varphi \sin 2(\psi_0 - \beta)}{1 - \sin \varphi \sin 2\psi_0} - c \cot \varphi$$

og

$$f_p = \sigma'_0 \frac{\sin \varphi \cos 2(\psi_0 - \beta)}{1 - \sin \varphi \sin 2\psi_0} \quad (1512)$$

Det bemærkes imidlertid, at man langs fundamentets lodrette sideflade har  $q$ -værdier, der vokser lineært fra 0 til  $\gamma d$ .

Hvis jordtrykket beregnes ved hjælp af (1508) og (1512), skal  $e_p$  og  $f_p$  derfor principielt findes for forskellige værdier af  $d$ , og de vil ikke variere lineært med denne størrelse, medmindre  $c = 0$ .

F. eks. ved numerisk integration (eventuelt ved hjælp af jordtryksværdierne i dybderne 0,  $d/2$  og  $d$  - eller blot værdien i dybden  $d/2$ ), bestemmes nu størrelserne  $E_p$  og  $F_p$ . Herefter kan de reducerede fundamentsbelastninger bestemmes:



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 15	EMNE Specielle mure	UDG. 78	SIDE nr. af 11 15
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	-------------------------

$$H' = H - E_p \quad (1513)$$

$$V' = V - F_p + \bar{b} c \cot \varphi$$

idet angrebepunktet for  $V - F_p$ , og hermed  $\bar{b}$  tillige bestemmes ved hjælp af momentligningen, f. eks. om  $O$ .

Svarende til G 1 (1619 - 21) kan man derefter bestemme:

$$\tan \delta = \frac{H'}{V'} \quad (1514)$$

og

$$2\psi_1 = 2v_1 - \varphi = -\delta + \arccos \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \quad (1515)$$

Ifølge G 1 (1620), jfr. også G 1 (1621), idet vinklen  $\Delta m$  dog nu formindskes med vinklen  $\beta$ , har man:

$$\frac{b}{b_0} = \sigma'_0 N' - c \cot \varphi \quad (1516)$$

hvor

$$N' = \frac{1 + \sin \varphi \sin 2\psi_1}{1 - \sin \varphi \sin 2\psi_0} e^{2(\psi_0 + \psi_1 - \beta) \tan \varphi} \quad (1517)$$

Af (1508) ses, jfr. (1507), at

$$N_q i_q g_q = N' \cos^2 \beta \quad (1518)$$

og

$$N_c i_c g_c = (N' - 1) \cot \varphi$$

jfr. også (1328 - 29).

Det første led i formlen (1507) kan ikke beregnes tilsvarende simpelt. Foruden de simple tilnærmelsesformler G 1 (1630 - 32) er der i litteraturen angivet:

$$g_Y \approx g_q \approx 1 - \sin 2\beta \quad (1519)$$

Man kan derfor enten som en første tilnærmelse anvende G 1 (1630 - 32), (1519) og den af (1518) udledede:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 15	EMNE Specielle mure	UDG. 78	SIDE nr. af 12 15
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	-------------------------

$$N_c i_c g_c = \left( \frac{N_q i_q g_q}{\cos^2 \beta} - 1 \right) \cot \varphi \quad (1520)$$

eller man kan (mere nøjagtigt) beregne de to sidste led i (1507) som angivet ovenfor, hvorefter produktet  $i_Y g_Y$  bestemmes separat ved hjælp af G 1 (1632) og (1519).

For  $\varphi = 0$  beregnes jordtrykket som angivet ovenfor ved hjælp af (1505-06), og svarende til (1513) findes

$$\begin{aligned} H' &= H - E_P \\ V' &= V - F_P \end{aligned} \quad (1521)$$

Svarende til ovenfor kan man nu udlede:

$$\begin{aligned} \cos 2v_0 &= \frac{q}{c} \sin \beta \cos \beta \\ \cos 2v_1 &= \frac{H'}{c'b} \end{aligned} \quad (1522)$$

og (teoretisk eksakt, bortset fra indflydelsen fra  $\gamma$ ):

$$\frac{q}{b} = c \left[ 2v_0 + 2v_1 - 2\beta + \sin 2v_0 + \sin 2v_1 \right] + q \cos^2 \beta \quad (1523)$$

Følgende bemærkes:

1. Det gælder ikke generelt for fundamenter i skråninger i ler, at bæreevnen i udrænet tilstand altid er mere kritisk end den tilsvarende bæreevne i drænet tilstand. Begge tilstande må derfor undersøges.
2. Specielt for udrænet tilstand gælder det desuden, at totalstabiliteten, jfr. den på Fig. 15 Db skitserede brudlinie, vil være mere kritisk end den ovenfor beregnede (lokale) bæreevne, hvis skråningen er tilstrækkelig høj. Man kan få et indtryk af bæreevnebrudfigurens udstrækning ud fra principskitsen på Fig. 15 F, idet der anvendes vinklerne  $v_0$  og  $v_1$  som beregnet ved (1522). Hvis det således fundne punkt B ligger nær, eller teoretisk under, skråningsfoden, er bæreevneproblemet det mest kritiske.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 15	EMNE Specielle mure	UDG. 78	SIDE nr. af 13 15
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	-------------------------

3. En tilsvarende kontrol kan udføres for drænet tilstand. En friktionsvinkel  $\varphi > 0$  medfører imidlertid i reglen en så relativt stor udstrækning  $OB$  af brudfiguren, at totalstabiliteten ikke er kritisk. Hvis  $B$  fundet på denne måde kommer til at ligge under skråningsfoden, er bæreevneberegningen naturligvis kun tilnærmet, men på den sikre side (den forudsætter en højere skråning end den faktisk givne). Man kan i dette tilfælde foretage en beregning mindre på den sikre side efter en metode (en kombination af bæreevnebrudfiguren og J.Brinch Hansens ligevægtsmetode), som ikke skal omtales nærmere i dette kursus.
  
4. Som sædvanligt kan poretryksfordelingen i jorden have afgørende indflydelse på bæreevnen i drænet tilstand. Det er derfor væsentligt, at der ved egnede drænforanstaltninger drages omsorg for, at der ikke uforudset sker porevandstrømning i retning ud mod skråningen.

15.4 Rammebroer.

En speciel murtype findes i forbindelse med de såkaldte rammebroer, hvor brodæk og mure tilsammen danner en rammekonstruktion, jfr. Fig. 15 G. Sådanne broer anvendes f.eks. til mindre gennemførsler (stier, gennemløb) gennem motorvejsdæmninger.

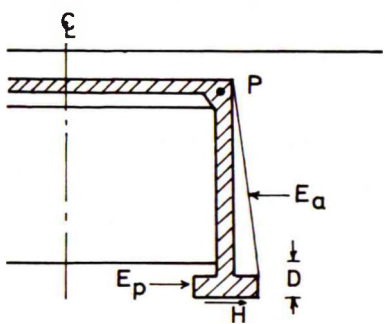


Fig. 15 G: Rammebro (Kræfter virkende på lodret væg).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 15	EMNE Specielle mure	UDG. 78	SIDE nr. af 14 15
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	-------------------------

Den mest økonomiske konstruktion fås, hvis fundamenterne for de to vægge kan afstives indbyrdes f.eks. ved tværbjælker under bunden. Dette er imidlertid sjældent gennemførligt i praksis, bl.a. fordi der hyppigt også skal føres ledninger igennem. I det følgende antages det derfor, at der ikke findes sådanne afstivninger.

Vedrørende de geotekniske problemer i forbindelse med sådanne konstruktioner bemærkes følgende:

1. Der må skelnes klart mellem brudundersøgelsen og en undersøgelse af bevægelser og spændinger, herunder revnefare i betonen, i brugstilstanden.
2. For brudundersøgelsen, hvor alle tøjninger er plastiske og derfor i princippet kan blive vilkårligt store, kan de lodrette vægge antages at dreje sig om ramnehjørnet  $P$ . Jordtrykket  $E_a$  svarer derfor nærmest til en væg, der drejer sig om sit øverste punkt, jfr. afsn. 17. Idet  $E_p$  også kan beregnes, i reglen med god tilnærmelse svarende til et sædvanligt zonebrud, vil det valgte indspændingsmoment i  $P$  bestemme den vandrette kraft  $H$ , der skal optages gennem fundamentsundersiden, idet den lodrette belastning her antages at virke centralt. Nu vælges størrelsen af indspændingsmomentet i reglen ud fra hensyn til brobanen; det må således ikke blive så stort, at der kommer momenter "den gale vej" i midten af denne. Hvis  $H$  bliver for stor, må f.eks. dybden  $d$  øges, således at der fås en større værdi af  $E_p$ . Bliver  $H$  derimod negativ, betyder dette, at væggen ikke som antaget i brudtilstanden roterer om punktet  $P$ . Man har i stedet  $H = 0$ , og  $E_p$  aftager og/eller  $E_a$  vokser (alternativt kan  $d$  nedsættes, dog ikke under frostsikker dybde), indtil momentlignevægten er opnået.
2. I brugstilstanden svarer  $E_a$  og  $E_p$  derimod nærmere til hviletrykstilstanden, og man har ofte med god tilnærmelse

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 15	EMNE  Specielle mure	UDG.  73	SIDE nr. af 15 15
---------------------------	--------------------	----------------------------	----------------	-------------------------

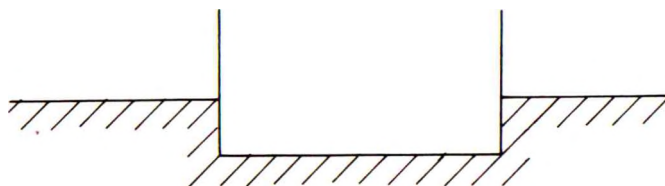
$H = 0$ . Ved beregningen af spændinger i og deformationer af konstruktionen for de forskellige belastningstilfælde vil man formentlig mest rationelt korrigere de ud fra G 1 afsn. 5 fundne jordtryk ved hjælp af en ballastteori, jfr. afsn. 9.4. Denne beregning vil hyppigt være dimensionsgivende for den nødvendige funderingsdybde  $d$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering Generel rumlig	nr.
	16		78	1	24

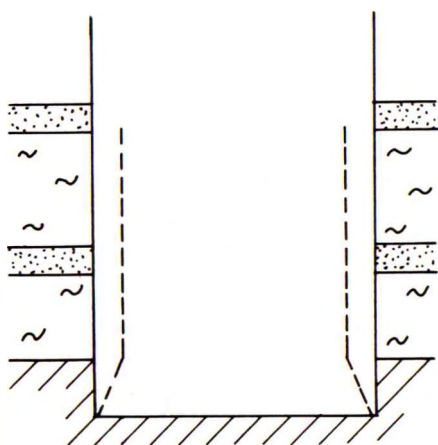
### 16.1 Oversigt.

I fortsættelse af G 1 afsn. 16 skal der her nærmere betragtes de geotekniske beregningsmetoder, der anvendes ved direkte fundering i det generelt rumlige tilfælde.

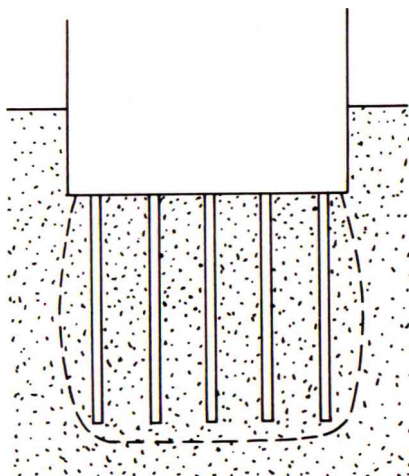
Under begrebet direkte fundering betragtes her alle konstruktionstyper - uanset udformning og udførelse, hvis statiske virkemåde beror på evnen til at optage kræfter gennem fundamentsundersiden som ved et bæreevneproblem, jfr. Fig. 16 A, hvor der som eksempel betragtes fundering af bropiller (nærmere omtalt i afsn. 27).



a. Egentlig direkte fundering



b. Brøndfundering



c. Pælefundering med stor gruppevirkning

Fig. 16 A: Eksempler på funderingskonstruktioner (for bropiller), der alle statisk virker som direkte fundering.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 16	EMNE Direkte fundering Generel rumlig	UDG. 78	SIDE nr. af 2 24.
---------------------------	--------------------	---	------------	-------------------------

Udover egentlig direkte fundering, Fig. 16 A a, hvor konstruktionen efter udgravning til den nødvendige funderingsdybde opføres eller - i form af en sænkekasse - placeres på bæredygtig jord, kan der således også være tale om en brøndfundering, Fig. 16 A b, hvor konstruktionen, der i udførelsesfasen er udformet som en hul kasse uden bund, føres ned til bæredygtig jord ved udgravning indvendig (og til slut udstøbes). Konstruktionen kan også være et pæleværk, Fig. 16 A c, hvis gruppevirkningen er så stor, jfr. G 1 afsn. 27.3, at virkemåden nærmest må beskrives som et blokfundament af jord, armeret med de nedrammede pæle.

Denne virkemåde kan opnås f.eks. ved ramning af et pæleværk, normalt bestående alene af lodpæle, i

1. Relativt løst lejret sand: Ved pæleramningen komprimeres sandet mellem og omkring pælene, således at man umiddelbart omkring og under pælegruppen har en blok af sand, som er fastere lejret end sandmassen i øvrigt.
2. Ler, hvor forskydningsstyrken vokser med dybden (en såkaldt svævende pælegruppe). I hvert fald når den som følge af pæleramningen nedsatte forskydningsstyrke er blevet regenereret, fås en lignende virkning: Hvis summen af enkeltpælernes overflademodstande er større end overflademodstanden langs pælegruppens sideflader, virker denne som et blokfundament med FUK noget over pælespidsniveau.

En forudsætning for, at brønd- eller blokfundamenter virker som direkte fundering, er, at den lodrette last er tilstrækkeligt stor i forhold til den vandrette (samt momentpåvirkningen). Dette vil normalt være tilfældet bl.a. for bropiller på grund af den relativt store egenvægt. Som eksempel på konstruktioner af (stort set) samme hovedudformning som f.eks. Fig. 16 A b, men med en anden brudmåde på grund af en relativt mindre lodret last kan nævnes de i afsn. 28 omtalte mastefundamenter.

I det følgende betragtes hovedsageligt direkte fundering af bropiller som et typisk eksempel på det generelt rumlige tilfælde:



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering Generel rumlig	nr.
	16		78	3	24

Selv om egenvægten som nævnt er relativt stor, kommer der på grund af is- og strømkræfter også relativt store vandrette påvirkninger samt momentpåvirkninger. Den belastning, der skal optages gennem fundamentsundersiden, bliver i det generelle tilfælde dobbelt ekscentrisk virkende og med en skrå vandret komponent. Dette medfører specielle problemer både for bæreevneberegningen og for deformationsundersøgelsen.

### 16.2 Belastningstilfælde. Bropiller.

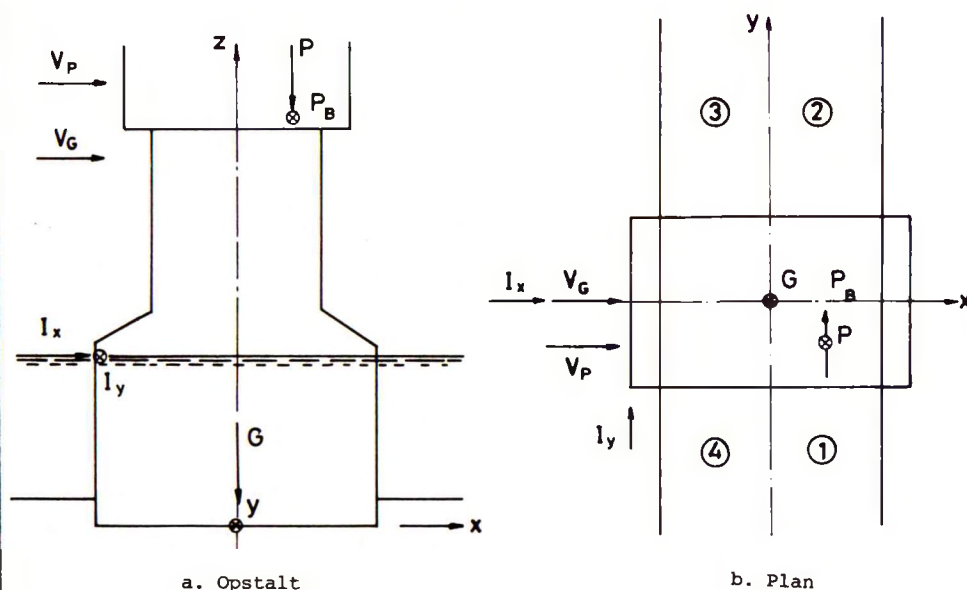


Fig. 16 B: Enkeltlaster på bropiller (ved brudundersøgelser).

Et lasttilfælde på en bropille er en kombination af en eller flere af følgende enkeltlaste virkende samtidigt, jfr. Fig. 16 B.

1. Egenvægten  $G$  af bropillen samt af den del af broens overbygning, som bæres af den pågældende pille. Den vir-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 16	EMNE Direkte fundering Generel rumlig	UDG. 78	SIDE nr. af 4	24
---------------------------	--------------------	---	------------	---------------------	----

ker i reglen lodret og centralt (jfr. dog f.eks. endepiller og klappiller). På grund af vandspejlsændringer kan den være kombineret med opdriftskræfter af forskellig størrelse.

2. Nyttelasten  $P$  (den bevægelige belastning på brobanen). Den overføres til pillen som lejereaktioner, hvorfor den kan angribe dobbelt ekscentrisk på bropillen, når den som skitseret på figuren kun regnes virkende på halvdelen af det ene nabofag (mrk. 1).

Hvis der opstilles nyttelast på halvdelen af begge nabofag (mrk. 1 og 2 på Fig. 16 Bb), bliver påvirkningen på bropillen  $2P$ ; men den bliver kun enkelt ekscentrisk (i  $x$ -retningen). Tilsvarende, hvis den opstilles på hele det ene nabofag (mrk. 1 og 4): Lasten  $2P$  virker ekscentrisk i  $y$ -retningen, men ikke i  $x$ -retningen. Nyttelast overalt på begge nabofag giver den centralt virkende last  $4P$ .

3. Bremskraften  $P_B$  er en vandret kraft i broens længderetning ( $y$ -retningen), og i brobanens højde. Den kan regnes virkende i de samme punkter (og de samme kombinationer) som  $P$ , som den er knyttet til: Den angriber bropillen fra lige så mange brobanefelter (0, 1, 2 eller 4) som  $P$  gør det. Hvis  $P$  virker på halvdelen af det ene eller begge nabofag (1 og/eller 2 på Fig. 16 Bb), giver  $P_B$  et vridende moment om  $z$ -aksen. I de to andre lasttilfælde,  $P$  på felterne 1 og 4 eller på alle fire felter, kan man antage, enten (formentlig det mest sandsynlige), at  $P_B$  virker i modsat retning på de to halvdele af samme brofag; den giver da et rent vridende moment, men ikke nogen samlet  $y$ -komponent, eller (formentlig muligt i ugunstige situationer) i samme retning; den giver da en samlet  $y$ -komponent, men ikke noget vridende moment.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering	nr.
	16	Generel rumlig	78	5	24

4. Vindkraften  $V_G$  på brobanekonstruktionen, på tværs af brolinien. Begge retninger er mulige.
5. Vindkraften  $V_P$  på nyttelasten, ligeledes på tværs af brolinien. Også her er begge retninger mulige; men den virker kun, hvis  $V_G$  virker (og da i samme retning som denne), og hvis der er nyttelast på broen. Hvis  $P$  angriber på felt 1 eller på felt 1 og 4, kan  $V_P$  som skitseret på figuren give et moment om  $z$ -aksen. Dens størrelse regnes normalt uafhængig af, om der kun er nyttelast på felt 1, eller om der tillige er last på felt 4 (felt 1 er i læ af felt 4).

Hvis der tillige er last på felt 2 og/eller 3, bliver vindkraften  $2V_P$ , og den giver da ikke noget moment om  $z$ -aksen.

6. Is og strømkraften  $I$ , der som skitseret kan have komponenter både på tværs ( $I_x$ ) og på langs ( $I_y$ ) af broen.  $I_x$  antages hyppigt kun at virke samtidigt med, eller i hvert fald kun i samme retning som, vindkraften.  $I_y$  kan uafhængigt heraf virke i begge retninger; men fortegnet på dens  $y$ -komponent og det moment, den giver om  $z$ -aksen, er koblet derved, at den som vist på figuren angriber på forkanten af bropillen.

Hertil kan eventuelt komme et skibsstød (ikke samtidig med iskraft). Til brug for deformationsundersøgelsen i den aktuelle brugstilstand kan det endvidere være nødvendigt at undersøge påvirkninger fra temperatur, svind, krybning etc. (samt eventuelt sætninger af nabopillerne eller reaktioner i brooverbygningen mod pillens egne bevægelser).

Det fremgår, at der kan være tale om ganske mange forskellige lasttilfælde, hvoraf det farligste i forhold til en given brud- eller deformationsundersøgelse ikke uden videre kan udpeges. Det kan således sjældent på forhånd afgøres, om størst mulig vandret last + ekscentricitet er mere kritisk end størst mulig lodret last, eller om der eventuelt findes et mere kritisk mellemtilfælde, jfr. de forskellige muligheder for lasterne  $P$  og  $V_P$ .

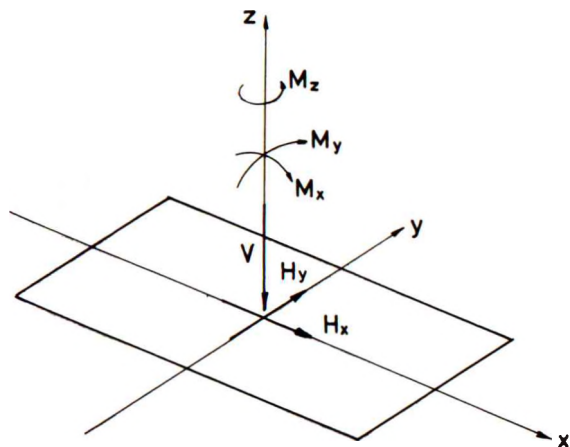


Fig. 16 C: Et lasttilfælde.  
Komponenter i forhold til  $xyz$ -koordinatsystemet.

Den samlede påvirkning, der i et givet lasttilfælde skal overføres til (optages af) jorden, kan beskrives ved de på Fig. 16 C viste komponenter i forhold til et  $xyz$ -koordinatsystem, hvor  $xy$ -planen ligger i FUK med koordinataksene sammenfaldende med fundamentets symmetriakser ( $x$ -aksen på tværs, og  $y$ -aksen på langs af broen).  $z$ -aksen bliver herved lodret gennem tyngdepunktet af fundamentsfladen:

$V$ ,  $H_x$  og  $H_y$  er den lodrette henholdsvis de to vandrette komponenter af den samlede last.  $M_x$  og  $M_y$  er momenterne om henholdsvis  $y$ - og  $x$ -aksen, og  $M_z$  er det vridende moment om  $z$ -aksen. Der er altså i det generelt rumlige tilfælde 6 komponenter. I det følgende betragtes i første række bæreevneproblemet, og det forudsættes, at der er tale om dimensionering eller kontrolberegning, hvor der kræves (mindst) normal sikkerhed mod brud. Alle laster og styrkeparametre antages derfor at være regningsmæssige, altså påført de foreskrevne partialkoefficienter.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering Generel rumlig	nr.
	16		78	7	24

### 16.3 Dobbelt ekscentrisk belastning.

Ved direkte fundering kan virkningen af momenterne  $M_x$  og  $M_y$  beskrives ved en ekscentrisk virkning af  $V$ , jfr. Fig. 16 D.

Angrebspunktet for  $V$  får åbenbart koordinaterne:

$$e_x = \frac{M_x}{V}$$

(1602)

$$e_y = \frac{M_y}{V}$$

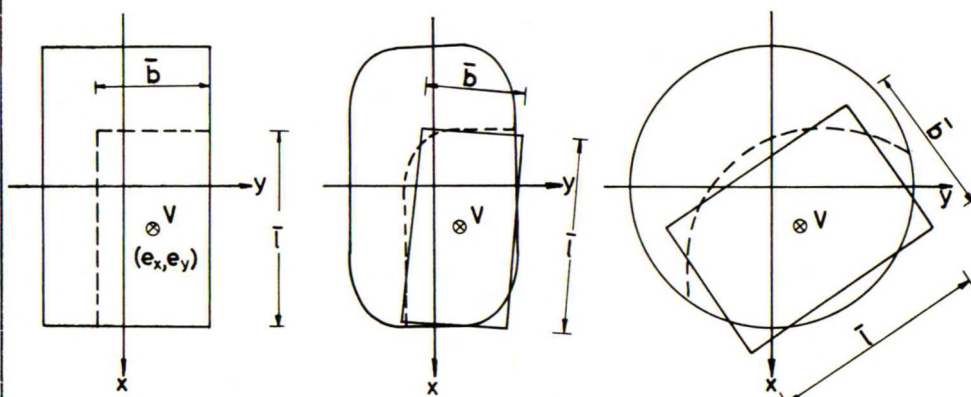


Fig. 16 D: Ækvivalent effektivt fundamentsareal:  
Centralsymmetrisk om  $V$ 's angrebspunkt,  
tilnærmet ved et rektangel.

Som angivet i G 1 afsn. 16.5 kan man nu, antagelig på den sikre side, definere et centralt påvirket, effektivt fundamentsareal. Den simpleste tilnærmelse fås ved som vist på Fig. 16 D for et rektangel at konstruere det effektive rektangel, der har to sider sammenfaldende med fundamentsfladens begrænsning. For andre fundamentsformer konstrueres først en figur, der er centralsymmetrisk om  $V$ 's angrebspunkt, hvorefter denne figur tilnærmes med et rektangel, f. eks. med samme areal, stort set sam-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering Generel rumlig	nr.
	16		78	8	24

me inertiakser, og - i en eller anden formulering - minimum af differensareal (eventuelt samme polære inertimoment om det fælles tyngdepunkt).

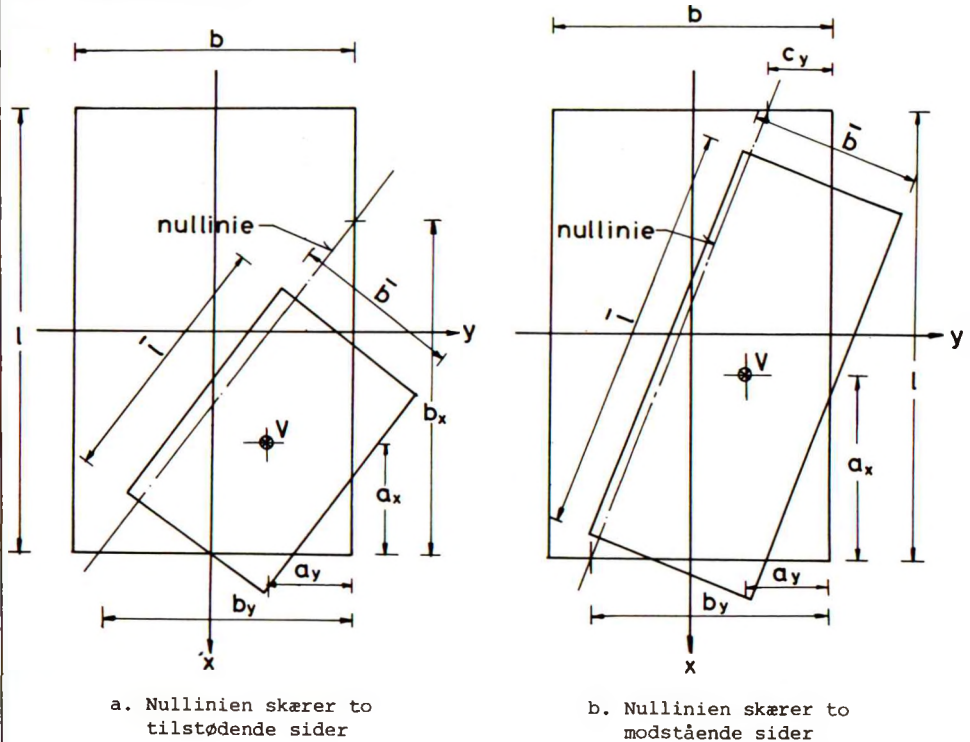


Fig.16 E: Ækvivalent effektivt fundamentsareal:  
Rektangulært, konstrueret ved hjælp af nullinie.

En alternativ, og formentlig bedre, tilnærmelse fås ved at betragte fundamentsarealet på samme måde som et tværsnit påvirket af en ekscentrisk normalkraft  $V$ , idet reaktionsfordelingen over det effektive areal regnes ensformig. Ud fra denne betragtning skal det effektive fundamentsareal regnes afgrænset af en ret linie, nullinien, på en sådan måde, at dets tyngdepunkt falder sammen med  $V$ 's angrebspunkt, jfr. Fig.16 E for et rektangulært areal.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering	nr.
	16	Generel rumlig	78	9	24

Med de på denne figur viste betegnelser:

$$a_x = l - e_x \quad (0 < a_x \leq \frac{l}{2}) \quad (1602)$$

$$a_y = b - e_y \quad (0 < a_y \leq \frac{b}{2})$$

antages det, at  $a_y \leq b/3$ . De to tilfælde, som er vist på Fig. 16 E, adskiller sig ved, at i tilfælde a er  $a_x \leq l/3$ , mens man i tilfælde b har  $a_x = ml$ , hvor  $1/3 < m \leq 1/2$ . Det kan nu vises, at nulliniens beliggenhed, karakteriseret ved størrelserne  $b_x$ ,  $b_y$ , henholdsvis  $b_y$ ,  $c_y$ , samt det effektive areal  $\bar{A}$  kan findes på følgende måde:

Tilfælde a:

$$b_x = 3a_x \quad (1603)$$

$$b_y = 3a_y$$

og

$$\bar{A} = \frac{1}{2} b_x b_y = \frac{9}{2} a_x a_y \quad (> 4a_x a_y) \quad (1604)$$

Tilfælde b:

$$\frac{a_x}{l} = m \quad (1605)$$

$$\frac{c_y}{b_y} = n = \frac{3m - 1}{2 - 3m}$$

hvorefter:

$$b_y = 3a_y \frac{1+n}{1+n+n^2} \quad (1606)$$

Herpå kan  $c_y$  findes af (1605). Man har desuden

$$\bar{A} = \frac{l}{2} (b_y + c_y) \quad (1607)$$

Der findes et tredje, noget mere kompliceret tilfælde, hvor  $a_x/l$  og  $a_y/b$  begge er større end  $1/3$ . Her afskærer nullinien en trekant omkring det hjørne, der ligger fjernest fra  $V$ 's angrebepunkt. Dette tilfælde løses formentlig simplest ved forsøg.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering	nr.
	16	Generel rumlig	78	10	24

Den bedste tilnærmelse ville herefter findes, såfremt det var muligt at beregne bæreevnen direkte for de således fundne trekant- eller trapezformede arealer. Løsningen til dette problem kendes imidlertid ikke med det foreliggende erfarings- (end-sige teoretiske) grundlag. Man er derfor nødt til at tilnærme arealerne med rektangler, f.eks. ud fra samme kriterier som ved Fig. 16 D (en fejlvurdering kommer dog væsentligst til at spille en rolle for størrelsen af formfaktorerne, jfr. G 1 (1639 - 41)).

For ekscentrisk påvirkede fundamentsflader er det vigtigt at gøre sig klart, hvilke forudsætninger der gøres om de kræfter, der overføres dels gennem det effektive fundamentsareal, dels gennem resten af fundamentsfladen:

1. For drænet brudtilstand regnes der som sædvanligt med effektive spændinger. På arealet  $\bar{A}$  kan derfor optages den effektive bæreevne,  $\bar{Q}/\bar{A}$  pr. arealenhed, idet bl. a.  $\bar{q}$  ved siden af FUK er en effektiv lodret belastning. Hvis FUK befinder sig under et vandspejl, virker der vandtryk på hele fundamentsundersiden. Dette ses imidlertid ikke at volde nogen problemer, forudsat at poretryksfordelingen i jorden kan antages at være hydrostatisk: Der skal blot regnes med den effektive vægt af fundamentet (bropillen), d. v. s. den totale vægt med fradrag af opdrift i vand. Det effektive tryk fra jorden på den del af fundamentsfladen, der ikke tilhører det effektive areal, er nul, hvorfor størrelsen af  $\bar{V}$  er uafhængig af ekscentriciteten.
2. Ved udrænet brud i ler kan forholdene i nogle tilfælde være lidt mere komplicerede: Der skal principielt regnes med totale spændinger;  $q$  er således også en total lodret belastning, d. v. s. inkluderende et eventuelt vandtryk. På arealet  $\bar{A}$  kan tilsvarende optages den totale bæreevne,  $Q/\bar{A}$  pr. arealenhed, og  $V$  skal principielt også beregnes som den totale vægt af bl. a. bro pillen.
  - a. Hvis det imidlertid antages, at fundamentsfladen på Fig. 16 E til venstre for nullinien løfter sig fra jor-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering	nr.
	16	Generel rumlig	78	11	24

den, således at et vandtryk kan påvirke fundamentet nede fra helt frem til nullinien, så bliver  $V$  i bruttilstanden også optaget delvis af dette vandtryk. Det ses, at man i dette tilfælde får en korrekt beregning ved svarende til Fig. 10 D fra alle totale spændinger under vand-spejlet at subtrahere det hydrostatiske tryk  $\gamma_w z$ . Konsekvensen heraf er, at der skal regnes med en transformeret værdi af  $q$ :

$$q' = q - \gamma_w z \quad (1608)$$

som er identisk med den  $\bar{q}$ , man skulle anvende i drænet tilstand (hvis porevandtrykket  $u$  i øvrigt var kendt, og var hydrostatisk fordelt), og også en transformeret lodret last  $V' = \bar{V}$  (altså med fradrag af opdrift fra vand). Denne størrelse ses at skulle være lig med jordens bæreevne, uanset størrelsen af ekscentriciteten.

- b. Hvis det på den anden side sikres, at der ikke i bruttilstanden kan virke et vandtryk på nogen del af fundamentsiden, så er det korrekt at gennemføre beregningen med utransformerede totale spændinger som angivet ovenfor ( $q =$  den totale belastning, og  $Q \geq V$  uanset ekscentriciteten). Ved store vanddybder spiller det en ikke uvæsentlig rolle, hvilken af de to antagelser der gøres: Et givet moment kan svare til en væsentlig større ekscentricitet på  $V'$  end på  $V$ , jfr. (1601).

Det kræver en omhyggelig konstruktiv udformning at sikre sig mod vandtryk under konstruktionen i udrænet tilstand (eventuelt et slags indskudsdræn, hvori poretrykket holdes under kontrol). På grund af omkostningerne gøres dette ikke så hyppigt for bropiller, men det har været anvendt ved off-shore konstruktioner i Nordsøen.

#### 16.4 Generel vandret påvirkning.

De vandrette kræfter, som skal optages gennem fundamentsun-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 16	EMNE Direkte fundering Generel rumlig	UDG. 78	SIDE nr. af 12   24
---------------------------	--------------------	---	------------	---------------------------

dersiden, findes ud fra de på Fig. 16 C viste komponenter  $H_x$ ,  $H_y$  og  $M_z$ , idet der som sædvanligt i videst mulige omfang tages de jordtryk i regning, der kan optages på fundamentets lodrette si-deflader.

Det bemærkes, at der i denne forbindelse skal regnes med si-defladerne for det virkelige fundament, ikke de - i øvrigt imaginære - flader, der omgiver det ækvivalente effektive areal.

Det antages nu, at der virker aktivt jordtryk  $E_a$  på de dele af fundamentssiderne, som ikke udnyttes til optagelse af passivt jordtryk  $E_p$ . Det er altså differensjordtrykket

$$E = E_p - E_a \quad (1609)$$

der kan udnyttes til optagelse af de vandrette kræfter. Som en (statisk tilladelig) tilnærmelse på den sikre side, kan man opfatte  $E$  (kN/m) som en fri linielast, der kan placeres langs de strækninger af fundamentens fladens periferi, hvor den virker mest til gunst.

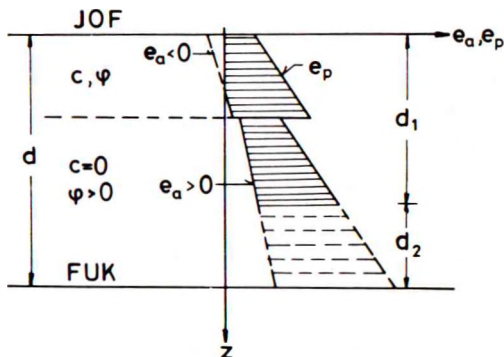


Fig. 16 F: Diagram til beregning af  $E = E_p - E_a$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering Generel rumlig	nr.
	16		76	13	24

For fuldstændighedens skyld bemærkes det, at størrelsen  $E$  strengt taget er en funktion af den dybde  $d_1$ , hvortil jordtrykket regnes mobiliseret, jfr. Fig. 16 F, som kan sammenlignes med G 1 Fig. 16 F. Idet det antages, at JOF er vandret, kan enhedsjerdtrykkene  $e_a$  og  $e_p$  hver for sig beregnes som funktioner af dybden  $z$  under JOF, jfr. G 1 afsn. 13. Differensen mellem de to således fundne kurvers ordinatværdier

$$e = e_p - e_a \quad (1610)$$

idet der som sædvanligt ses bort fra eventuelle negative værdier af  $e_a$  (og desuden regnes med, at eventuelle revner vandfyldes, medmindre der træffes foranstaltninger herimod), giver ved integration med hensyn til  $z$  ned til dybden  $d_1$  det søgte jordtryk  $E$  som funktion af  $d_1$ :

$$E = E(d_1) \quad (1611)$$

I praksis vil man imidlertid normalt være i den situation, at jordtrykket skal udnyttes i hele dybden  $d$  mellem JOF og FUK.

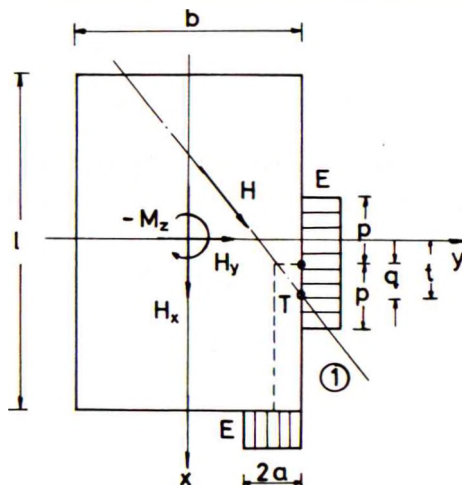


Fig. 16 G: (delvis) optagelse af resulterende vandret kraft  $H$  ved jordtryk  $E = E_p - E_a$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering Generel rumlig	nr.
	16		78	14	24.

Som skitseret på Fig. 16 G kan man forsøge at bestemme en hensigtsmæssig fordeling af  $E$ , idet man, i hvert fald som indledende beregninger foretager følgende:

1. Den resulterende vandrette kraft  $H$  har den viste angrebslinie mrk. 1. Den skærer fundamentets langside  $l$  ( $x = b/2$ ). i et punkt  $T$  med abscissen

$$t = \frac{b \frac{H_x}{2} + M_z}{H_y} \quad \left( \leq \frac{l}{2} \right) \quad (1612)$$

Den angivne betingelse antages at være opfyldt i det følgende.

2. En jordtryksfordeling langs fundamentets periferi, hvis resultanthar samme angrebslinie som  $H$ , kan nu findes ved at vælge en udnyttelsesbredde  $2a$  på fundamentets kortside. Den hertil svarende fordeling på langsiden, karakteriseret ved  $p$  = den halve fordelingsbredde og  $q$  = afstanden fra  $T$  til fordelingsstrækningens midtpunkt, kan let vises at være givet ved:

$$p = a \frac{H_y}{H_x}$$

og

$$q = a \frac{H_x}{H_y} \quad (1613)$$

3. De under den nævnte forudsætning maksimalt opnåelige fordelingsbredder fås for den værdi af  $a$ , der netop opfylder lighedstegnet i én af de tre følgende betingelser, og ikke overskrider nogen af de to andre:

$$a \leq \frac{b}{2}$$

$$t + p - q \leq \frac{l}{2}$$

$$t - p - q \geq -\frac{l}{2} \quad (1614)$$

4. Det undersøges nu om det for en værdi af  $a \leq$  den således fundne maksimalt opnåelige er muligt at optage hele kraften  $H$ :

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering	nr.
	16	Generel rumlig	78	15	24

$$2a E \geq H_x \quad (1615)$$

Hvis dette er tilfældet, er opgaven løst: Det effektive fundamentsareal bliver lodret og centralt påvirket. I modsat fald skal der også optages vandrette kræfter gennem undersiden af dette areal.

I det sidstnævnte tilfælde, som meget hyppigt optræder i praksis, er det ikke givet, at den optimale fordeling af  $E$  er den, hvis resultant ligger i  $H$ 's angrebslinie. Enhver fordeling, der opfylder (1614) og desuden:

$$2a E \leq H_x \quad (1616)$$

$$2p E \leq H_y$$

er statisk tilladelig. Man kan derfor meget vel tænkes at ville udnytte større strækninger end de ved (1613 - 14) givne, f. eks. for at opnå, at det effektive fundamentsareal ikke skal optage noget vridende moment omkring sit tyngdepunkt. Beregningerne i denne forbindelse vanskeliggøres noget af, at  $E$  ikke angriber i fundamentsfladens niveau. En ændring af  $E$ 's fordeling ændrer derfor også på angrebepunktet for  $V$  og hermed på konstruktionen af det effektive areal.

Som resultat af denne beregning findes et lodret og centralt belastet effektivt areal, der antages tilnærmet ved et rektangel, og som i det generelle tilfælde udover  $V$  er påvirket af komposanterne:

$H_b$  = den vandrette komponent parallel med rektanglets korte side,

$H_l$  = den tilsvarende komponent parallel med den lange side, og

$M_H$  = det vridende moment omkring den lodrette linie gennem tyngdepunktet,

jfr. Fig. 16 H:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE
	nr.			
	16		78	16 af 24

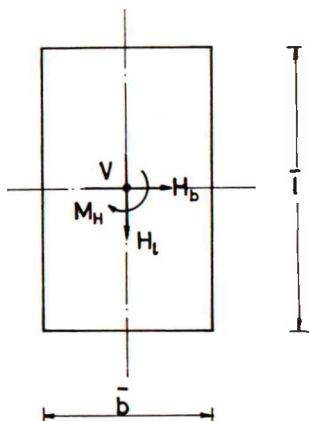


Fig.16 H: Påvirkningerne på det effektive rektangulære fundamentsareal.

Bæreevneberegningen kan med tilnærmelse foretages ved hjælp af en bæreevneformel af typen G 1 (1639), hvor der nu imidlertid skal påføres både form- og hældningsfaktorer:

$$\frac{Q}{A} = \frac{1}{2} \gamma \bar{b} N_{\gamma} s_{\gamma} i_{\gamma} + q N_q s_q i_q + c N_c s_c i_c \quad (1617)$$

Bæreevnefaktorerne  $N_{\gamma}$ ,  $N_q$  og  $N_c$  kan findes af G 1 (1606) samt (1609 - 13); for hældningsfaktorerne kan benyttes G 1 (1629 - 32), og for formfaktorerne G 1 (1640 - 41). Følgende bemærkes:

1. For  $M_H = 0$  kan man som angivet i G 1 afsn. 16.5 med tilnærmelse indsætte den resulterende vandrette last:

$$H = \sqrt{H_b^2 + H_t^2} \quad (1618)$$

i formlerne for hældningsfaktorerne. Desuden skal man nu definere  $V'$  som  $V + \bar{A}c \cot \varphi$  og erstatte  $H/\bar{b}c$  med  $H/\bar{A}c$ .

2. Der kan tilnærmnet tages hensyn til en værdi af  $M_H \neq 0$  ved at antage, at der over hele det effektive areal virker



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE Direkte fundering Generel rumlig	UDG.	SIDE	
	nr. 16		78	nr.	af
				17	24

samme forskydningsspænding  $\tau$ , men at denne har forskellig retning (parallelt med  $\bar{b}$ ) i to forskellige delområder af det effektive rektangel (af størrelsen henholdsvis  $\alpha\bar{b}$  og  $(\bar{l} - \alpha)\bar{b}$ ). Man kan forholdsvis simpelt vise, at hvis man definerer:

$$T = \frac{2M_H}{\bar{l}} \quad (1619)$$

så er

$$H' = \tau \bar{b} \bar{l} = T + \sqrt{H^2 + T^2} \quad (1620)$$

Man kan derfor benytte  $H'$  i stedet for  $H$  i formlerne for hældningsfaktorerne, og det er også denne størrelse, der skal anvendes ved undersøgelse af glidningskriteriet:

$$H' \leq V \tan \varphi + \bar{A} c \quad (1621)$$

3. J.Brinch Hansen har gjort opmærksom på, at det ikke kan være helt korrekt i (1617) blot at multiplicere form- og hældningsfaktorerne: Hvis et fundament er på nippet til glidning, d.v.s. med meget små hældningsfaktorer, så må alle formfaktorer være meget nær 1. Det er derfor foreslået at korrigere udtrykkene G1 (1640 - 41) for formfaktorerne ved at multiplicere faktorerne til  $\bar{b}/\bar{l}$  med de tilsvarende hældningsfaktorer.

Det fremgår, at bæreevneberegningen, når den gennemføres konsekvent, kan være ganske kompliceret. Hertil kommer, at hele beregningen i princippet skal gennemføres for ethvert lasttilfælde, som kan være dimensionsgivende.

I praksis viser det sig imidlertid ofte, at man kun behøver en nøjere undersøgelse af forholdsvis få lasttilfælde svarende til de største opnåelige vandrette kræfter og ekscentriciteter. For de øvrige tilfælde er det herefter hyppigt muligt ved forholdsvis grove tilnærmede beregninger at påvise, at sikkerheden mod brud er tilstrækkelig.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering	nr.
	16	Generel rumlig	78	18	24.

### 16.5 Deformationsproblemer.

Sædvanlige sætningsberegninger, altså under forudsætning af drænet, d.v.s. færdigkonsolideret, tilstand, volder normalt ingen større problemer ved fundering på ler: Den sætningsgivende last, d.v.s. den last, der virker i tilstrækkelig lang tid til, at der kan ske bortdræning af de porevandsovertryk, som den forårsager, vil i langt de fleste tilfælde være lodret og centralt virkende. De i afsn. 7-8 angivne metoder og beregningsformler kan derfor anvendes.

Under de på Fig. 16 C viste forudsætninger, hvor fundamentsfladen antages at være et rektangel med sidelængderne  $b$  og  $l$  kan man således finde den lodrette sætning  $\delta_v$  af følgende formel, idet der benyttes (0715), (0728), (0738) og en formfaktor af samme type som den i Eks. 7.1 postulerede, men ændret således, at den bliver symmetrisk i  $b$  og  $l$ :

$$\frac{\delta_v K_1}{V} = \frac{1}{l-b} \left[ f\left(\frac{d_1}{b}\right) - f\left(\frac{d_1}{l}\right) \right] \quad (1622)$$

hvor funktionen  $f(x)$  er defineret ved:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1 + \frac{\ln 16}{\pi} x} & (0 \leq x \lesssim 1,4) \\ \frac{1}{\pi} \ln \left( \frac{16x}{\pi} \right) & (1,4 \lesssim x < \infty) \end{cases} \quad (1623)$$

Følgende bemærkes:

1.  $V$  er last med dimensionen kN. For  $l \rightarrow \infty$  er  $V/l$  en linie-last med dimensionen kN/m. Idet dette benyttes, og det samtidig bemærkes, at  $b/l$  og  $f(d_1/l)$  begge går mod nul, ses det, at (1622-23) bliver identisk med (0738).
2. For  $d_1/b$  og  $d_1/l$  begge mindre end ca. 1,4 (formentlig det normale tilfælde) fås meget nær den i Eks. 7.1 angivne formfaktor ( $d \approx 2d_1$ ), jfr. det i dette eksempel anførte vedrørende sammenhængen mellem (0738) og G 1 (1019).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering	nr.
	16	Generel rumlig	78	19	24

3. For  $b = l$  fås åbenbart ved en simpel grænseovergang:

$$\frac{\delta_v K_1}{V} = \frac{d_1}{b^2} f' \left( \frac{d_1}{b} \right) \quad (1624)$$

$f(x)$  som defineret ved (1623) kan differentieres direkte:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{\left(1 + \frac{\ln 16}{\pi} x\right)^2} & (0 \leq x \leq 1,4) \\ \frac{1}{\pi x} & (1,4 \leq x < \infty) \end{cases} \quad (1625)$$

men der tabes naturligvis nøjagtighed ved differentiation af en numerisk tilnærmelsesformel (en numerisk differentiation af det matematisk eksakte udtryk (0737) vil være bedre). Dette forhold viser sig bl. a. ved, at de to funktionsudtryk (1625) ikke for nogen værdi af  $x$  giver samme værdi. I det angivne overgangspunkt,  $x = 1,4$ , giver første udtryk  $f'(x) \approx 0,200$ , mens andet udtryk giver  $f'(x) \approx 0,227$ . Middelværdien,  $0,214$ , er dog sandsynligvis temmelig nøjagtig.

For stribefundamenter kan det vises, at den vandrette bevægelse  $\delta_b$ , som forårsages af en vandret last  $H_b$  (kN/m) i funderingsniveau (vinkelret på længdeaksen) kan findes helt analogt til det tidligere udledte for en lodret last og sætning. Ved modifikation af strømnetmetoden, hvorved man antager  $u_z = 0$  og opfylder den vandrette ligevægtsligning, finder man:

$$\frac{\delta_b K_1}{H_b} = f \left( \frac{d_2}{b} \right) \quad (1626)$$

hvor  $f(x)$  er den ved (1623) definerede funktion, mens  $d_2$  er givet ved:

$$d_2 = d \sqrt{\frac{K}{G}} = \frac{d}{\sqrt{A}} = d \sqrt{\frac{2}{1-K_0}} \quad (1627)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 16	EMNE Direkte fundering Generel rumlig	UDG. 78	SIDE nr. af 20 24
---------------------------	--------------------	---	------------	-------------------------

Ved en tilsvarende betragtning kan man i øvrigt finde, at en vandret last  $H_L$  (kN/m) i stribefundamentets længderetning giver den vandrette bevægelse  $\delta_L$ :

$$\frac{\delta_L G}{H_L} = f\left(\frac{d}{b}\right) \quad (1628)$$

Hvis det antages, at (1622 - 23) repræsenterer en god tilnærmelse til løsningen af en differentiaalligning af typen (0709) for en flytning af et stift rektangulært fundament på oversiden af et homogent lag, kan man udlede følgende formler for de vandrette lasttilfælde:

$$\frac{\delta_b K_1}{H_b} = \frac{1}{l - b\sqrt{A}} \left[ f\left(\frac{d}{b\sqrt{A}}\right) - f\left(\frac{d}{l}\right) \right] \quad (1629)$$

og

$$\frac{\delta_L K_1}{H_L} = \frac{1}{l\sqrt{A} - b} \left[ f\left(\frac{d}{b}\right) - f\left(\frac{d}{l\sqrt{A}}\right) \right] \quad (1630)$$

$H_b$  og  $H_L$  er nu laster med dimensionen kN. Følgende bemærkes:

1. Formlerne er ikke symmetriske i  $b$  og  $l$ , hvilket heller ikke kan forventes. De ses dog at give samme værdier for  $\delta_b/H_b$  og  $\delta_L/H_L$ , hvis  $b = l$ . Endvidere ombyttes  $\delta_b/H_b$  med  $\delta_L/H_L$ , hvis  $b$  og  $l$  ombyttes.
2. Ved anvendelsen af tilnærmelsen (1623) fås også her det i forbindelse med (1624 - 25) nævnte tab af nøjagtighed ved indførelse af, hvad der reelt er dividerede differenser (gående mod differentialkoefficienter, når  $l \rightarrow b\sqrt{A}$  henholdsvis  $b \rightarrow l\sqrt{A}$ ). Formlerne (0733) og (0737) ville i denne henseende være bedre.

For en momentpåvirkning på et stribefundament kendes tilnærmelsen (0744), der i denne sammenhæng kan skrives:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering	nr.
	16	Generel rumlig	78	21	24

$$\frac{M_b}{r_b b^2 l K_1} = g \left( \frac{b}{d_1} \right) \quad (1631)$$

$M_b$  har i denne formel dimensionen kNm. Formler af typen (1622) og (1629 - 30) kendes ikke i dette tilfælde (og kan heller ikke simpelt udledes). Beregningsresultater i litteraturen fra det ideal-elastiske tilfælde tyder dog på, at man for tilstrækkeligt store værdier af  $d$  kan påføre (1631) en formfaktor af typen

$$s_{mb} \approx 1 + 0,25 \frac{b}{l} \quad (1632)$$

For  $d \rightarrow 0$  må tallet 0,25 også gå mod nul.

Rotationen  $r_z$  forårsaget af et moment  $M_z$  om rektanglets korte akse kan tilnærmet findes ved overalt i (1631 - 32) at ombytte symbolerne  $b$  og  $l$ .

For en ordens skyld bemærkes det, at en vandret last ifølge elasticitetsteorien også vil medføre en rotation af fundamentet, ligesom en momentpåvirkning vil medføre en vandret forskydning. Disse sekundære virkninger er dog så relativt små, at man ofte vil kunne se bort fra dem. Der er ikke udviklet formler til beskrivelse af sammenhængen mellem rotationen og det vridende moment om  $z$ -aksen.

For mere komplicerede jordbundsforhold kan de i afsn. 8 omtalte metoder benyttes, idet formler svarende til (0812 - 16) for en vandret enkeltkraft uden større vanskeligheder kan udledes. Hvis kraften  $Q$  virker i  $x$ -retningen, fås således i stedet for (0812):

$$u_x = \frac{Q}{2\pi K_1} \frac{1}{(Ax^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad (1633)$$

Som forklaret i G 1 afsn. 10 er beregningen af flytninger i udrænet tilstand ved hjælp af elasticitetsteorien kun korrekt, hvis jordprofilet er et elastisk halvrum: For et sætningsgivende lag af begrænset tykkelse beliggende mellem et stift, ru fundament og en ligeledes stiv og ru nedre laggrænse bliver beregningen af den lodrette initialsætning under en lodret last forkert, fordi der ikke tages hensyn til grænsebetingelserne  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$  ved fundamentsundersiden og ved laggrænsen.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 16	EMNE Direkte fundering Generel rumlig	UDG. 78	SIDE nr. af 22   24
---------------------------	--------------------	---	------------	---------------------------

Denne indvending gælder i langt mindre grad for beregningen af vandrette flytninger forårsaget af vandrette kræfter: Selv ved en beregning efter strømnetmetoden vil jordelementerne både langs fundamentsundersiden og langs laggrænsen faktisk have konstant volumen, jfr. Fig. 7 D, der også kan opfattes som en løsning til det tilfælde, der er beskrevet ved (1626), på grund af (1627) blot med  $d/b = 0,2$  i stedet for som angivet i (0729)  $d/b = 0,8$ : I stedet for  $u_z$  findes nu  $u_x$ , og det ses, at man har  $\partial u_x / \partial x = 0$  langs både  $BC$  og  $AD$ , og i øvrigt også langs symmetrilinien  $CD$ .

Af denne grund er der næppe stor forskel på de vandrette flytninger i udrænet og i drænet tilstand, og forskellen er antagelig aftagende for aftagende værdier af  $d/b$  (stik modsat forholdene for lodrette sætninger). Sammenhængen mellem rotationer og momentpåvirkninger indtager formentlig en mellemstilling, i hvert fald for tilstrækkeligt store lagtykkelser (på Fig. 7 E er der konstant volumen langs symmetrilinien  $CD$ ). Disse forhold er endnu ikke undersøgt i detaljer.

#### 16.6 Specielle problemer.

De i det foregående afsnit angivne formler og metoder anvendes også til deformationsundersøgelser for konstruktioner som de på Fig. 16 Ab - c viste. For den sidstnævntes vedkommende henvises også til G 1 afsn. 27.3 (især Fig. 27 B), idet det bemærkes, at der udover sætningerne af pælegruppen som helhed også kommer sætningerne af de enkelte pæle i forhold til den omgivende jord.

For vandrette påvirkninger og momentpåvirkninger, hvor forholdet mellem bevægelserne i udrænet og i drænet tilstand som nævnt antagelig er større end for lodrette påvirkninger, vil man ofte skulle undersøge de øjeblikkelige bevægelser af f. eks. en bropille under de ofte kortvarige maksimalpåvirkninger. I sådanne undersøgelser vil brooverbygningens stivhed hyppigt indgå. Desuden vil man i konstruktioner af typen Fig. 16 Ab - c hyppigt kunne tage jordtryksændringerne som følge af bevægelserne i regning. Til dette formål vil man i reglen mere eller mindre tilnærmet anvende en ballasttalteori, jfr. afsn. 9.4.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Direkte fundering	nr.
	16	Generel rumlig	78	23	24

De kortvarige maksimalpåvirkninger vil i nogle tilfælde, f.eks. hidrørende fra bølger og vind og visse typer trafiklast (samt jordskælvpåvirkninger, som dog ikke er noget problem her i landet), have karakter af vekslende påvirkninger, eventuelt forstærket på grund af resonans i brooverbygningen. Dette kan medføre særlige problemer, f.eks.:

1. I påvirkningerne på jorden skal medregnes inertikræfter fra bro pillen, og der kan eventuelt være fare for en resonanssvingning (dette er dog ret usædvanligt for direkte funderede bro piller).
2. Ved vurderingen af jordens deformations- og styrkeegenskaber må der tages hensyn til, at der er tale om gentagne belastninger (periodisk vekslen mellem to belastningsniveauer). Dette vil kunne forstærke krybningsfænomener, især i friktionsjord, jfr. G 1 afsn. 7.4.
3. For tilstrækkelig store belastningsamplituder vil der selv i relativt fast lejret friktionsjord kunne være fare for en poretryksopbygning, der i ekstreme tilfælde kan medføre, at de effektive spændinger falder til nul (liquefaction). Dette vil kun i helt specielle tilfælde kunne være noget problem her i landet; men det er en reel risiko ved tungt byggeri i jordskælvsområder.

Andre typer maksimalpåvirkninger, f.eks. skibsstød og visse former for istryk, kan have karakter af impulspåvirkninger. Her vil inertikræfterne fra konstruktionen kunne virke til gunst (påvirkningerne på jorden formindskes, men virker gennem længere tid), hvorfor de bør tages i regning, hvis påvirkningen er af væsentlig betydning for konstruktionens bevægelse eller stabilitet.

Endelig skal det nævnes, at det ved relativt kortvarige påvirkninger på konstruktioner af stor udstrækning i planen (f.eks. bølgepåvirkning på off-shore konstruktioner) kan være for meget på den sikre side at regne selv ren friktionsjord fuldstændig drænet. Bl.a. af hensyn til faren for poretryksopbygning kan man



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 16	EMNE Direkte fundering Generel rumlig	UDG. 78	SIDE nr. af	24 24
---------------------------	--------------------	---	------------	----------------	----------

heller ikke regne med en helt udrænet tilstand. Der er til dette formål udviklet beregningsmetoder, hvorved sådanne delvis dræned mellemtilstande tilnærmet undersøges, som om der var tale om kohæsionsjord, hvis forskydningsstyrke varierer med spændingsfordelingen i jorden under den statiske last.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 79	SIDE nr. af 1 30
---------------------------	--------------------	--	------------	------------------------

### 17.1 Spunsvægge.

En spunsvæg er en vægkonstruktion, der ligesom en støttemur, afsn.14.1, har til formål at etablere en niveauforskel mellem to jordoverflader. De væsentligste forskelle mellem de to konstruktionstyper kan beskrives som følger, jfr.principskitsen Fig.17 A.

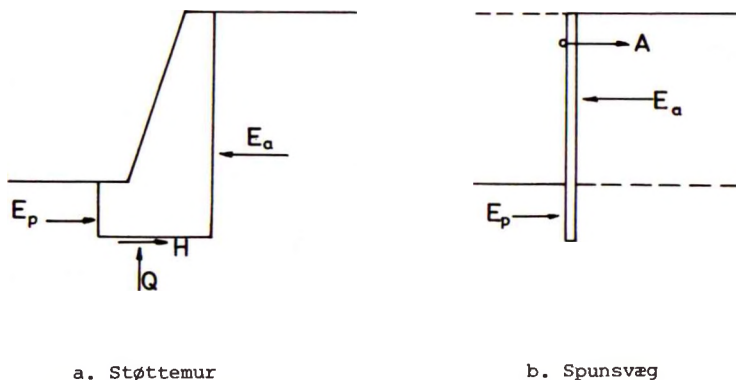


Fig.17 A: Vægtyperne: Støttemur og spunsvæg. Principskitse.

Mens støttemure som nævnt er relativt massive konstruktioner, hvis statiske virkemåde bl.a. beror på deres evne til at optage kræfter gennem deres underside (som et bæreevneproblem), er spunsvægge relativt tynde, således at der ved spidsen kun kan optages differensen mellem de lodrette (forskydnings-) komponenterne af jordtrykkene på de to sider af væggen, men ikke nogen vandret jordtryks- eller vandtryksdifferens.

Medmindre der er tale om helt små niveauforskelle (én eller højst et par m) uden noget differensvandtryk, vil man i reglen optage jordtryksdifferensen ved hjælp af en forankrings- eller afstivningskonstruktion i mindst ét (relativt højtliggende) niveau (mrk.A på Fig.17 Ab). I det plane tilfælde er ethvert lodret snit vinkelret på væggen (næsten) spændingsløst, og enhver

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr.
	17		78	2	30

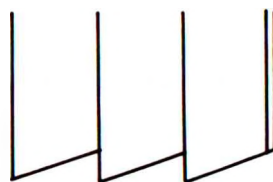
vægdelt mellem to sådanne snit fungerer som en bjælke, belastet af det aktive jordtryk  $E_a$  og understøttet dels af det passive jordtryk  $E_p$ , dels af ankerkraften  $A$  (alle med dimensionen kN/m). En væsentlig dimensionsgivende størrelse for væggen er i denne forbindelse det maksimale bøjningsmoment (kNm/m) på et vandret snit.

En væg af denne type kan f.eks. fremstilles af præfabrikerede betonelementer (plader), der opstilles lodret på en gennemgående, smal fundamentsbjælke, hvorefter forankringen etableres, inden der tilfyldes bag væggen. I denne udformning har væggen meget tilfælles med en støttemur; den må således ligesom denne udføres tørt.

En egentlig spunsvæg består imidlertid af elementer (spunspæle, -planker, -jern), der nedbringes ved ramning ligesom funderingspæle, og som er udformet således, at de efter nedramningen danner en sammenhængende væg. De vigtigste forskellige typer er skitseret på Fig. 17 B-D.



a. Firkanttømmer

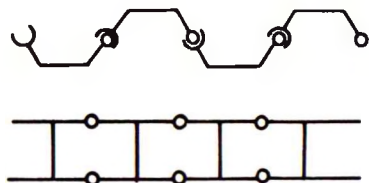


b. Planker

Fig. 17 B: Træspunsvægge.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 17			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr. af
			73	3	

Træspunsvægge, Fig. 17 B, anvendes nu mest til midlertidige konstruktioner, f.eks. udgravninger af forholdsvis beskeden dybde, men dog også undertiden til (permanente) kajindfatninger med ringe vanddybde. Som vist på figuren kan de udføres af fir-kantttømmer eller - ved byggegruber hovedsageligt - af planker. De forsynes i reglen med fjer og not, dels for at styre enhver spunspæl mod den foregående nedrammede, dels for at opnå tæt-hed således at der, især under vand, ikke skylles jord ud gennem væggen. Fjeren på den sidst rammede pæl peger i rammeretningen for at undgå, at noten fyldes med jord. Som antydnet på figuren tildannes spidsen ofte med en afskråning for at opnå, at pælene presses mod hinanden under nedramningen.



a. Bølgede og kasseformede profiler (til optagelse af momenter i længderetningen)

b. Flade profiler (til optagelse af ringkræfter i vandrette snit f.eks. ved cellefangedæmninger)

Fig. 17 C: Stålspunsvægge

Stålspunsvægge af valsede profiljern, Fig. 17 C, er de hyppigst anvendte ved moderate til store væghøjder, bl.a. på grund af deres styrke i forhold til vægten. Dette medfører, at de er relativt lette at håndtere, og også robuste, således at de bl.a. ved anvendelse i midlertidige konstruktioner kan trækkes og gen-anvendes uden for stort spild. Når der som forudsat her skal optages momenter i spunspælens længderetning, benyttes bølgede eller, for meget store væghøjder, kasseformede profiler som skitse-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 17			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr. 4

ret på Fig. 17 Ca, jfr. også gængse profiltabeller, f. eks. i Ståbi. Disse profiltyper er udformet med henblik på at opnå størst muligt modstandsmoment.

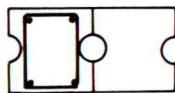
De enkelte stålspunspæle samles til en væg, idet de er forsynet med låse, som bringes til at være i indgreb under nedramningen. Hvis låsene ligger i midtlinien (den neutrale akse), må profilerne samles to og to til dobbeltjern ved svejsning af låsen. I øvrigt rammes andre profiltyper også hyppigt som dobbeltjern, og for at kontrollere styringen og sikre fortsat indgreb i låsene rammes hele væggen ofte i sektioner, således at næste sektion rammes halvt ned, før ramningen af den foregående afsluttes.

Til orientering skal det nævnes, at der også findes spunsjern, der er udformet som flade profiler, Fig. 17 Cb. De anvendes til vægtyper, hvor jordtryks- og vandtryksdifferensen ikke giver anledning til momenter i profilet's længderetning, men derimod på grund af væggen's form (krumning i planen) optages ved hjælp af ringkræfter i vandrette snit. Det vigtigste eksempel herpå er anvendelsen i cellefangedæmninger, jfr. afsn. 26.5.

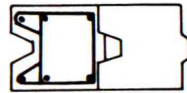
Det væsentligste problem ved stålspunsvægge er korrosionsrisikoen. Der anvendes sjældent godstykkelser under 10 mm, og om fornødent beskyttes spuns væggen yderligere f. eks. ved asfaltering eller katodisk.



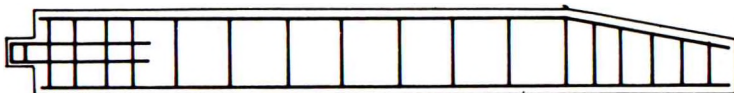
a. Udformning med fjer og not



b. Udformning med dobbelt not



c. Udformning med not og lav fjer



d. Længdesnit

Fig. 17 D: Jernbetonspunsvægge

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 78	SIDE nr. af 5 30
---------------------------	--------------------	--	------------	------------------------

Jernbetonspunsvægge anvendes hovedsagelig til permanente konstruktioner. Pæledimensionerne kan f.eks. være 50 cm (i væg- gens længderetning)  $\times$  15 - 50 cm med fjer og not, dobbelt not el- ler not og lav fjer, Fig. 17 Da-c. Åben not giver den simpleste udformning, idet en fjer må armeres, Fig. 17 Da. Til gengæld må noten udfyldes, f.eks. med mørtel i en lærredspose der anbringes, efter at noten er skyllet fri for jord.

Ramning foretages som ved træspunspæle, idet der også her ofte anvendes afskråning forneden, Fig. 17 Dd. Foroven indsnæv- res tværsnittet undertiden, således at det passer til en normal ramhat.

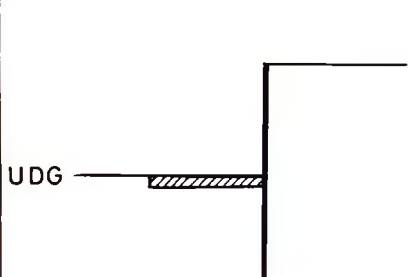
I modsætning til støttemure kan rammede spunsvægge udføres på vand, f.eks. ved hjælp af flydende rammegrej. Efter etable- ring af forankringen kan der da foretages opfyldning på den ene side af væggen (ved denne operation, hvor væggen under udførel- sen kun rammes et relativt kort stykke ned under bunden - svaren- de til den dybde på Fig. 17 Ab, hvor der skal optages passivt jordtryk - kan det i praksis være et problem at opnå tilstrække- lig styring af væggen i rammeretningen, således at væggens top bliver retliniet og ikke bølget).

Spunsvægge kan også, f.eks. ved anvendelse som byggegrube- indfatninger på land, rammes fra terræn. Efter at forankringen er etableret, hvilket kun kræver en beskedent udgravning, og ef- ter at et eventuelt nødvendigt grundvandsækningsanlæg er etable- ret, kan udgravningen af selve byggegruben foretages.

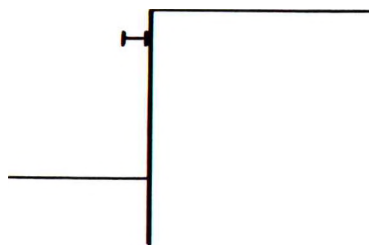
### 17.2 Forankringer.

Spunsvægge kan udføres som såkaldte fri vægge, d.v.s. helt uden forankring eller afstivning. Ved niveauforskelle over blot nogle få m vil dette dog medføre for store udbøjninger og/eller en for uøkonomisk væg på grund af de heraf følgende store bøj- ningsmomenter i væggen.

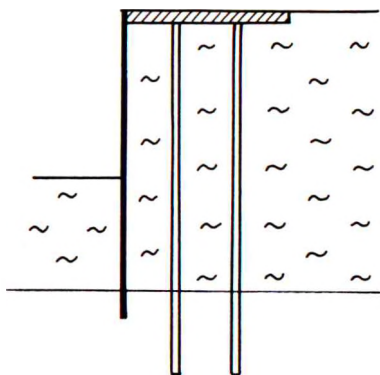
GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 78	SIDE nr. af 6 30
---------------------------	--------------------	--	------------	------------------------



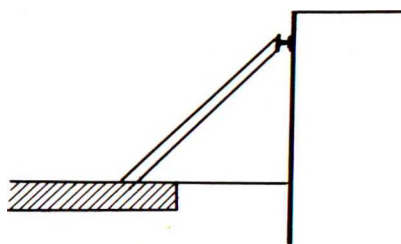
a. Afstivning i udgravningsniveau



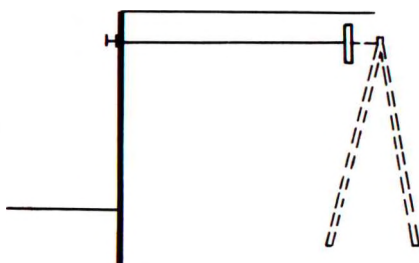
b. Rammeafstivning



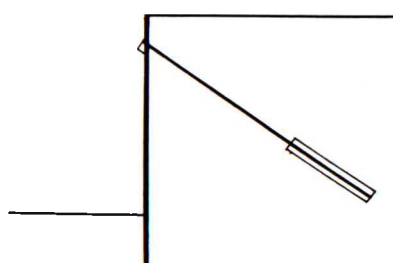
c. Udvendig, pælfunderet ramme



d. Indvendige skråafstivninger



e. Udvendig forankring (vandrette ankere) til ankerplader (eller pælebukke)



f. Udvendig forankring til skråankre (rammede eller indborede og injicerede)

Fig.17 E: Forankringstyper.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	17	Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	78	7	30

Indvendig afstivning, eventuelt i flere niveauer, afsn.19.3, anvendes meget ved forholdsvis smalle render, især for nedlægning af ledninger, idet denne type er simpel at etablere og fjerne. Anvendt på brede byggegruber fører typen ofte til komplicerede konstruktioner, og den kan naturligvis ikke anvendes til f.eks. kajindfatninger, hvor der kun er én væg.

Andre forankringstyper er skitseret på Fig. 17 E:

- a. (For relativt små væghøjder): Afstivning i UDG (ved opfyldning: i niveau med oprindelig JOF). Detté er åbentbart en variant af en fri væg, idet der dog undgås ud-bøjninger til mobilisering af passivt jordtryk.
- b. Rammeafstivning for byggegruber op til ca. 20 x 20 m eller dia. 50 m, eventuelt med diagonalafstivning af hjørnerne.
- c. Udvendig, pælefunderet ramme ved blød bund, ligeledes for byggegruber. Ved f.eks. kajindfatninger kan betonpladen funderes på et plant pæleværk, afsn. 20 - 21, der kan optage både den lodrette last og den vandrette ankerkraft. Herved fås en såkaldt spunsvæg med aflastningsplade.
- d. Indvendige skråafstivninger (ved midlertidige konstruktioner). Disse kan eventuelt etableres etapevis, idet der først udgraves for den midterste del af bygværket, hvorefter der afstives til midlertidige fundamenter, eller til gulv + fundament, inden færdigudgravningen.
- e. Udvendig forankring med vandrette ankre til nedgravede ankerplader eller nedrammede pælebukke. Denne type anvendes hyppigt for permanente konstruktioner. Den kan også uden større vanskeligheder etableres på vand.
- f. Skråankre kan etableres (på land) ved ramning af skråpæle af forskellig slags (bl. a. har sporvognsskinner været anvendt; men der findes også flere forskellige typer spe-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr.
	17		78	9	30

Der betragtes en lodret, forankret spunsvæg, Fig. 17 F, idet jorden omkring væggen foreløbig antages at være homogen med kendt rumvægt  $\gamma$  og kendte styrkeparametre  $\varphi$  og  $c$ . Parametrene  $\delta$  og  $\alpha$ , som karakteriserer glidningsbetingelsen langs væggen (1301), antages ligeledes kendt, og det antages desuden, at de opfylder (1302). De to jordoverflader, med niveauforskellen  $d$ , er vandrette, og den øverste er eventuelt ensformigt belastet med overfladelasten  $p$  (kN/m<sup>2</sup>).

Væggen er forankret i punktet  $O$ , som er beliggende i dybden  $a_1$  under øverste JOF. Det antages nu, at forankringskonstruktionen samt væggen har sådanne styrker, at væggen i brudtilstanden (ved dimensioneringsopgaver: Den regningsmæssige brudtilstand) roterer om forankringspunktet  $O$ , åbenbart i retningen med uret. Herefter kan formuleres følgende beregningsopgave, der på sin vis er den grundlæggende i forbindelse med en forankret spunsvæg.

1. Løsningen af lokalstabilitetsproblemet forudsætter, at jordtrykkene  $E_a$  og  $E_p$  med tilhørende forskydningskomponenter  $F_a$  og  $F_p$  (medmindre væggen er helt glat) samt angrebepunkter karakteriseret ved højderne  $z_a$  og  $z_p$  kan beregnes for en lodret, stiv væg, der i brudtilstanden roterer om et vilkårligt beliggende punkt  $O$  i væggens plan. Dette grundlæggende jordtryksproblem, der ikke kan løses ved hjælp af den hidtil omtalte teori for zonebrud (medmindre  $O$  ligger i eller under væggens fodpunkt  $Q$ ), omtales nærmere i det følgende.
2. Under forudsætning af, at løsningen til jordtryksproblemet er kendt, kan man for en given rammedybde  $d_2$  definere stabilitetsforholdet  $F$  ved hjælp af momentligningen omkring  $O$  (heri indgår ikke den ubekendte forankringskraft  $A$ , som i øvrigt heller ikke udfører noget arbejde under brudbevægelsen):

$$F = \frac{E_p (d_1 - a_1 - z_p)}{E_a (d_1 - a_1 - z_a)} \quad (\geq 1) \quad (1701)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 78	SIDE nr. af 10 30
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

Ved indsættelse af regningsmæssige størrelser bliver  $F$  sikkerheden ud over de foreskrevne partialkoefficienter. Ved dimensioneringsopgaver vil man i praksis bestemme  $d_2$  således, at  $F = 1$  (dette antages i det følgende).

3. Den nødvendige ankerkraft  $A$  (tilstrækkeligt stor til at fremtvinge rotation omkring  $O$ ) kan herefter findes ved vandret projektion:

$$A = E_a - E_p \quad (1702)$$

Beregningen er noget vanskeligere, hvis man i momentligningen ovenfor har  $F > 1$ . Hvis (1702) anvendes direkte i dette tilfælde, fås en værdi af  $A$ , der svarer til en brudtilstand med en vis sikkerhed udover den foreskrevne. Man kan imidlertid ikke heraf slutte, hvor meget den således fundne værdi kan formindskes (man kan således ikke bare dividere  $A$  med  $F$ ).

4. Af den lodrette ligevægt for væggen ses, at der skal optages en lodret trykkraft gennem spunsvægsspidsen: Da  $E_a > E_p$ , jfr. (1702), har man også  $F_a > F_p$ . Spunsvægsspidsens trykbareevne kan beregnes ved hjælp af formler svarende til G 1 (2602 - 03), jfr. afsn. 19.4; men i praksis vil den kun være udnyttet så meget, at det får nogen indflydelse på vægberegningen, hvis man har skrå afstivning eller forankring (tilfældet Fig. 17 E f), eller hvis spunsvæggen i øvrigt er påvirket af en væsentlig lodret last.
5. Hvis løsningen på det ovenfor nævnte jordtryksproblem desuden - evt. tilnærmet - bestemmer jordtryksfordelingen langs de to sider af væggen, kan snitkræfterne i den beregnes. På Fig. 17 F vil det maksimale bøjningsmoment findes i et snit, som er beliggende noget over den nederste JOF (det er det snit, hvor man har tværkraften nul). Dette moment bestemmer det nødvendige modstandsmoment for væggen, d.v.s. det mindste vægprofil, som kan an-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr.
	17		78	11	30

vendes, når væggen som forudsat skal antages at rotere som et stift hele.

Under visse forudsætninger kan det grundlæggende jordtryksproblem godt løses ved hjælp af de i afsn. 10 - 11 omtalte beregningsmetoder for stabilitetsundersøgelser. Som antydnet på Fig. 17 F er brudfiguren på aktivsiden således med rimeligt god tilnærmelse et liniebrud  $PQ$ , der afgrænser et jordlegeme, mrk. 1, som glider i forhold til væggen, idet det roterer omkring et punkt  $O'$ , der af kinematiske grunde må befinde sig på samme vægnormal som væggens omdrejningspunkt  $O$  (ethvert punkt af jordlegemet i kontakt med væggen skal have samme bevægelseskomponent vinkelret på væggen som det tilsvarende vægpunkt).

Ved udrænet brud i ler vides  $PQ$  at være en cirkelbue med  $O'$  som centrum, jfr. Fig. 11 E, og da glidningsbetingelsen er opfyldt langs hele væggens højde, er  $F_a$  kendt. Man kan nu finde den værdi af  $z_a$ , der får  $O'$  til at ligge i det korrekte niveau, når ekstrembetingelsen svarende til (1118) er opfyldt, og samtidig findes herved størrelsen af  $E_a$ .

Denne beregningsmetode er imidlertid meget besværlig, og den kan i øvrigt heller ikke anvendes generelt: For  $\varphi > 0$  er der ikke nogen klar sammenhæng mellem polen  $O$  på Fig. 11 G og omdrejningspunktet for jordlegemet over brudlinien, og desuden kræver løsningen af det generelle jordtryksproblem anvendelse af også andre brudfigurtyper end rene liniebrud, jfr. f. eks. brudfiguren  $QRST$  på passivsiden på Fig. 17 F.

J. Brinch Hansen (1953) løste dette problem, idet han først definerede det ovenfor omtalte generelle jordtrykstilfælde ved hjælp af følgende to størrelser, jfr. Fig. 17 G:

1. Den relative højde  $\rho$  af omdrejningspunktet ( $-\infty \leq \rho \leq +\infty$ ).
2. Omdrejningsretningen: Rotationen betegnes som positiv, når den oprindelig rette vinkel målt gennem jorden mellem jordoverflade og væg forøges, og negativ, når den nævnte vinkel formindskes.

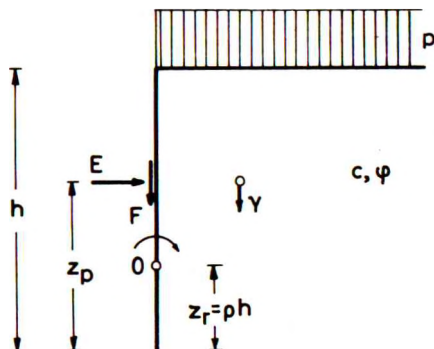
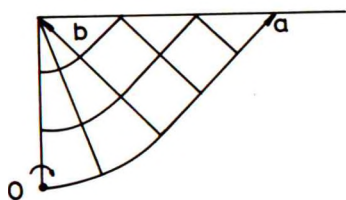
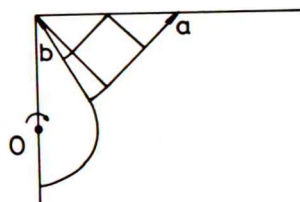


Fig. 17 G: Jordtryksproblem: Lodret væg og vandret jordoverflade. Rotation (positiv) om vilkårligt punkt  $O$  i væggen plan.

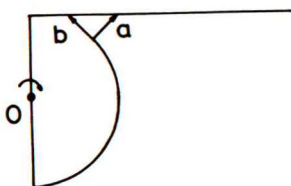
Brinch Hansen fandt dernæst, at de på G 1 Fig. 14 B viste brudfigurer kunne generaliseres, således at der opnås i hvert fald tilnærmet statisk tilladelige løsninger for  $\rho > 0$ , jfr. Fig. 17 H (optegnet for  $\phi = 0$  og helt ru væg).



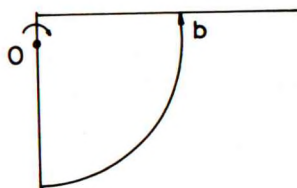
a. Brudfigur  $P$  ( $\rho \leq 0$ )



b. Brudfigur  $AaP$  ( $0 < \rho \leq 0,41$ )



c. Brudfigur  $AaR$  ( $0,41 < \rho \leq 0,59$ )



d. Brudfigur  $A$  ( $0,59 < \rho \lesssim 1$ )

Fig. 17 H: Eksempler på Brinch Hansen-brudfigurer (for  $\phi = 0$  og  $a = c$ , pos. rot.).



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 78	SIDE nr. af 13 30
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

Følgende bemærkes:

- a. Brudfiguren  $P$  er den samme, som er vist på G 1 Fig. 14 B c-d. For  $\rho \leq 0$  svarer passivt og aktivt jordtryk åbenbart til henholdsvis positiv og negativ rotation (ren translation af væggen for  $\rho = -\infty$ ). For  $\varphi = 0$  fås samme geometri for brudfiguren, hvad enten rotationen er positiv eller negativ. Som det ses af G 1 Fig. 14 B gælder dette ikke for  $\varphi > 0$ , og man har under alle omstændigheder den på den nævnte figur viste ombytning af  $a$ - og  $b$ -linier mellem de to tilfælde.
  
- b. For  $\rho > 0$  fås et stift jordlegeme i kontakt med væggen. Dette legeme begrænses nedadtil af en cirkelbue som antages at være et brudsnit (ved positiv rotation en  $b$ -linie). For tilnærmet at opfylde de kinematiske betingelser (jfr. bemærkningerne til Fig. 17 F: Beregningen på aktivsiden) antages denne brudlinie desuden at være en cirkelbue, hvis centrum for alle værdier af  $\varphi$  repræsenterer jordlegemets omdrejningspunkt. Det må derfor enten være sammenfaldende med væggens omdrejningspunkt  $O$  eller, hvis jordlegemet glider på væggen, ligge på vægnormalen gennem  $O$ . Når cirkelbuens centrum er bestemt, ses brudfiguren at være defineret: For tilstrækkeligt små værdier af  $\rho$  er jordlegemet opadtil begrænset af et zonebrud. Overgangspunktet mellem cirkelbuen og brudzonen (en Rankine-zone udvidet med en radialzone) er det punkt, hvor cirkelbuen har en  $b$ -linieretning i Fig. 17 H a som tangentretning.
  
- c. Forskellen mellem brudfigurerne  $AaP$  og  $AaR$  er blot den, at overgangspunktet mellem cirkelbuen og brudzonen i førstnævnte tilfælde ligger i radialzonen, men i sidstnævnte tilfælde ude i Rankine-zonen. I brudfiguren  $AaR$  når brudzonen derfor ikke ind til væggen; men den afslutter liniebruddet, ved positiv rotation som en passiv Rankine-zone, ved jordoverfladen i en vis afstand fra væggen.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 78	SIDE nr. af 14 30
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

d. For tilstrækkeligt høje værdier af  $\rho$  findes der ikke noget overgangspunkt som defineret ovenfor til en brudzone: Selv ved skæringspunktet med jordoverfladen er cirkelbuen tangentretning for stejl til, at den kan passe med en  $b$ -linie retning i en Rankine-zone, jfr. G 1 (1514). Brudfiguren  $A$  antages derfor at være et rent liniebrud, der skærer JOF under en ikke statisk korrekt vinkel.

For værdier af  $\rho > \text{ca. } 1$  fås mere komplicerede brudfigurer, der ikke nærmere skal omtales her. De kræver supplerende antagelser og tilnærmelser. Det bemærkes imidlertid, at for  $\rho \rightarrow +\infty$  (stadig med positiv rotation) fås igen brudfiguren  $P$ , Fig. 17 H a, men nu svarende til aktivt jordtryk (væggen bevæges i ren translation bort fra jorden).

Til brug for beregninger i praksis indførte Brinch Hansen følgende principper og metoder:

1. Da liniebruddene antages at være brudsnit, kan spændingsfordelingen langs dem findes ved hjælp af G 1 (1405). Det af Brinch Hansen formulerede grundtilfælde er vist på Fig. 17 I. Med betegnelserne på denne figur kan spændingstilstanden i det nedre endepunkt, mrk. 1, samt resultanten af spændingerne ( $\sigma_f, \tau_f$ ) på et cirkelformet liniebrud (en  $a$ -linie) findes ved integration, når spændingstilstanden i det øvre endepunkt, mrk. 0, er kendt. Resultanten udtrykkes i forhold til kordens midtpunkt ved de viste komponenter  $N$ ,  $T$  og  $M$  (positive som vist).
2. For  $\varphi > 0$  benytter Brinch Hansen forskydningsspændingen  $\tau_f$  som variabel (positiv for  $a$ -linier), jfr. G 1 (1117), mens han for  $\varphi = 0$ , hvor  $\tau_f = c_u$ , benytter  $\sigma_f = \sigma_v$ . Det antages nu, at de i G 1 afsn. 15.4 - 5 angivne transformationer anvendes, således at:
  - a. For  $\varphi > 0$  regnes  $c = 0$ , idet en eventuel  $c > 0$  ved transformationen G 1 (1538) er erstattet med en korrektionsbelastning  $c \cot \varphi$  på JOF.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr.
	17		78	15	30

b. For  $\varphi = 0$  regnes  $\gamma = p = 0$ , idet en eventuel  $\gamma > 0$  og/eller  $p > 0$  er elimineret ved transformationen G 1 (1529).

For  $\varphi > 0$  kan G 1 (1117) herefter skrives:

$$\sigma_f = \sigma_v \cos^2 \varphi$$

$$\tau_f = \sigma_v \sin \varphi \cos \varphi$$

d. v. s. : (1703)

$$\sigma_v = \frac{\tau_f}{\sin \varphi \cos \varphi}$$

$$\tau_p = \sigma_v \sin \varphi = \frac{\tau_f}{\cos \varphi}$$

hvilket kan indsættes i G 1 (1405).

3. De ubekendte størrelser på Fig. 17 I kan herefter udtrykkes på formen: For  $\varphi > 0$ , idet  $\tau_f(0)$  og  $\tau_f(1)$  betegnes henholdsvis  $\tau_0$  og  $\tau_1$ :

$$\tau_1 = \gamma k [\tau^x \sin \omega + \tau^y \cos \omega] + \tau_0 \tau^z$$

$$N = \gamma k^2 [N^x \sin \omega + N^y \cos \omega] + \tau_0 k N^z$$

(1704)

$$T = \gamma k^2 [T^x \sin \omega + T^y \cos \omega] + \tau_0 k T^z$$

$$M = \gamma k^3 [M^x \sin \omega + M^y \cos \omega] + \tau_0 k^2 M^z$$

idet de dimensionsløse størrelser  $\tau^x$ ,  $\tau^y$ ,  $\tau^z$ ,  $N^x$ ...  $M^z$  alene afhænger af  $\alpha$  og  $\varphi$ ; således er:

$$\tau^z = e^{4\alpha} \tan \varphi \quad (1705)$$

jfr. G 1 (1545).

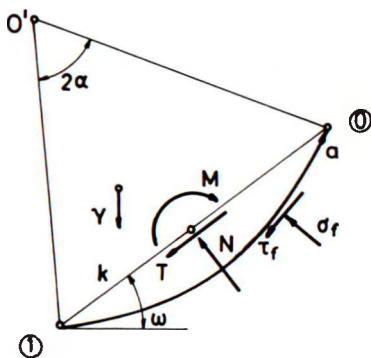


Fig. 17 I: Cirkulær brudlinie. Resultanten af spændingerne  $\sigma_f, \tau_f$ .

For  $\alpha = 0$ , d.v.s. et ret liniestykke, kan (1704) reduceres til

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \gamma k \sin \varphi \sin(\omega + \varphi) + \tau_0 \\ N &= \frac{1}{2} \gamma k^2 \cos \varphi \sin(\omega + \varphi) + \tau_0 k \cot \varphi \\ T &= \frac{1}{2} \gamma k^2 \sin \varphi \sin(\omega + \varphi) + \tau_0 k \\ M &= \frac{1}{12} \gamma k^3 \cos \varphi \sin(\omega + \varphi) \end{aligned} \tag{1706}$$

For  $\varphi = 0$ , idet  $\sigma_v(0)$  og  $\sigma_v(1)$  tilsvarende betegnes henholdsvis  $\sigma_0$  og  $\sigma_1$ :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= c \sigma_0^z + \sigma_0 \\ N &= c k N_0^z + \sigma_0 k \\ T &= c k T_0^z \\ M &= c k^2 M_0^z \end{aligned} \tag{1707}$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	17	Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	78	17	30

idet konstanterne  $\sigma_0^z$ ,  $N_0^z$ ,  $T_0^z$  og  $M_0^z$  er funktioner alene af  $\alpha$ ; således er:

$$\sigma_0^z = 2 N_0^z = 4 \alpha \quad (1708)$$

jfr. G 1 (1531). For  $\alpha = 0$  er konstanterne nul på nær  $T_0^z$ , som er 1.

- For en  $b$ -linie kan anvendes de samme formler (1704 - 08), idet  $\varphi$  og  $c$  blot skal indsættes med modsat fortegn ( $\varphi = -\bar{\varphi}$ , henholdsvis  $c = -c_u$ ). En konveks cirkelbue (i modsætning til den konkave, som er vist på Fig. 17 I), er karakteriseret ved, at  $\alpha$  skal regnes negativ.
- Brudfigurerne  $AaP$  og  $AaR$ , Fig. 17 H b - c, kan beregnes ved hjælp af de ovenfor angivne formler: Når  $\rho$  er givet, er brudfigurens geometri fastlagt, eventuelt på nær en geometrisk parameter, som angiver beliggenheden af cirkelbuens centrum på vægnormalen (hvis der sker glidning mellem jordlegemet og væggen). Spændingerne i brudzonen, og hermed i cirkelbuens øverste punkt kan findes ud fra G 1 afsn. 15, jfr. også afsn. 13. Bl. a. ved hjælp af (1704 - 08) kan herefter beregnes resultanten af de kræfter, der virker på jordlegemet. Hvis der ikke sker glidning mellem jordlegeme og væg, bestemmer de tre ligevægtsligninger for jordlegemet direkte størrelserne  $E$ ,  $F$  og  $z_p$  (Fig. 17 G). I modsat fald benyttes én ligevægtsligning (projektion på en retning, som danner vinklen  $\delta$  med væggen) til at bestemme brudfigurens geometri, således at glidningsbetingelsen (1301) er opfyldt. De to resterende ligevægtsligninger bestemmer herefter  $E$  og  $z_p$ .
- Denne metode kan ikke benyttes for brudfiguren  $A$ , idet spændingstilstanden ikke uden videre er kendt i liniebruddets øverste punkt (her er de statiske betingelser som nævnt ikke opfyldt). Brinch Hansen løste dette problem på følgende måde, jfr. bemærkningerne til Fig. 17 F, hvor

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr.
	17		78	18	30

det blev nævnt, at  $E_a$  og  $z_a$  også kunne findes ved en stabilitetsundersøgelse (når  $\varphi = 0$ ). Stabilitetsproblemerne på Fig. 11 E og Fig. 11 G kunne også løses ved hjælp af ligevægtsligningerne for jordlegemet over brudlinien AB, hvis spændingstilstanden var kendt i pkt. B, og G 1 (1405) blev anvendt langs BA: To ligevægtsligninger, vandret projektion og momentligningen om et punkt på Q's angrebslinie, ville bestemme brudfigurens geometri, f.eks. defineret ved parametrene  $\omega$  og  $\alpha$ , hvorefter lodret projektion ville bestemme størrelsen af Q.

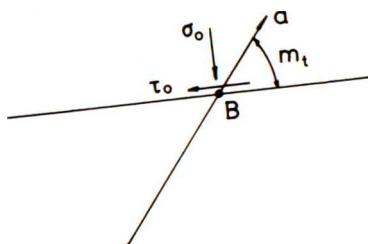


Fig. 17 J: Brinch Hansens grænsebetingelse ( $m_t$  ikke statisk korrekt).

Brinch Hansen kunne nu vise, at den i afsn. 11.3-4 beskrevne ekstremmetode og den her angivne ligevægtsmetode ville give samme resultat (samme geometri for brudfiguren og samme værdi af Q), hvis spændingstilstanden i pkt. B bestemmes ved følgende formler (for  $\alpha$ -linier), jfr. Fig. 17 J:

For  $\varphi > 0$ :

$$\sigma_v \cos \varphi \sin m_t = \sigma_0 \sin(m_t + \varphi) + \tau_0 \cos(m_t + \varphi) \quad (1709)$$

og for  $\varphi = 0$ :

$$\sigma_v = \sigma_0 + (\tau_0 + c) \cot m_t \quad (1710)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	17	Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	78	19	30

Dette gælder uanset brudfigurens geometri i øvrigt. Ud fra (1709) kan  $\tau_f$  findes ved hjælp af (1703). Formlerne (1709 - 10) kan også anvendes for  $b$ -linier, idet man i så tilfælde som ovenfor blot indsætter  $\varphi = -\bar{\varphi}$  henholdsvis  $c = -c_u$ . Hvis  $m_t$  er statistisk korrekt, d.v.s. som fundet ved (1318) henholdsvis (1319), bliver  $\sigma_v$  identisk med den ved G 1 (1508) henholdsvis (1512) fundne værdi.

Brinch Hansens grænsebetingelse (1709 - 10), der så at si-ge udgør forbindelsen mellem ekstremmetoden og ligevægtsmetoden, gør det muligt at beregne brudfiguren  $A$ , Fig. 17 H d på stort set samme måde som de øvrige brudfigurer.

De på Fig. 17 H viste, sammensatte brudfigurer og den tilhørende beregningsmetode, ligevægtsmetoden, udgør det teoretiske grundlag for løsningen af det på Fig. 17 G formulerede jordtryksproblem. For fuldstændighedens skyld skal det bemærkes, at ligevægtsmetoden omvendt kan benyttes i stedet for ekstremmetoden til løsning af f.eks. de på Fig. 10 A a - b viste stabilitetsproblemer.

#### 17.4 Beregningsformler.

Under de i det foregående afsnit angivne forudsætninger om homogen jord og glidningsbetingelsen (1301) langs væggen kan man som nævnt ved hjælp af ligevægtsmetoden finde størrelsen og beliggenheden af jordtrykket  $E$  i jordtryksproblemet Fig. 17 G. Derimod kendes jordtryksfordelingen langs væggen principielt ikke, idet der langs i hvert fald en del af væghøjden er kontakt med et stift jordlegeme. Spændingsfordelingen i et sådant legeme kan ikke findes ud fra brudteorien; men det kan vises, at man altid kan anvende den gunstigst mulige statistisk tilladelige, d.v.s. den fordeling, hvis resultant er lig med  $E$  (både i størrelse og beliggenhed), og som giver mindst muligt moment i væggen, idet brudbetingelsen ikke må overskrides noget sted i det stive jordlegeme.

En sådan jordtryksfordeling kan findes på flere forskellige måder, jfr. også afsn. 19.6. Bl.a. for at opnå et entydigt bereg-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr.
	17		78	20	30

regningsresultat anvendes i reglen den af Brinch Hansen foreslåede tilnærmelse, som skal angives i det følgende.

Idet væghøjden kaldes  $h$ , og omdrejningspunktet  $O$ 's højde over væggen fodpunkt kaldes  $z_r$ , defineres væggen bevægelse som nævnt entydigt ved den dimensionsløse størrelse:

$$\rho = \frac{z_r}{h} \quad (1711)$$

samt ved fortegnet for væggen rotation, jfr. Fig. 17 K. Som nævnt svarer de i G 1 afsn. 13 betragtede passive og aktive jordtryk til  $\rho = 0$  (for glat væg  $-\infty < \rho \leq 0$ ) og henholdsvis positiv og negativ rotation. Parallelforskydning af væggen svarer til:

Passivt jordtryk: Enten  $\rho = -\infty$ , pos.rot., eller  
 $\rho = +\infty$ , neg.rot.

Aktivt jordtryk: Enten  $\rho = -\infty$ , neg.rot., eller  
 $\rho = +\infty$ , pos.rot.

Idet dybden  $d$  måles lodret nedad fra væggen toppunkt, kan Brinch Hansens jordtryksfordeling (hvoraf også kan findes det samlede jordtryk) beskrives på følgende måde. Over et trykspring, som befinder sig i højden  $z_j$  over væggen fodpunkt, d.v.s. karakteriseret ved den dimensionsløse størrelse:

$$\xi = \frac{z_j}{h} \quad (1712)$$

benyttes jordtryksfordelingen:

$$e^x = \gamma d K_\gamma^x + p K_p^x + c K_c^x \quad (1713)$$

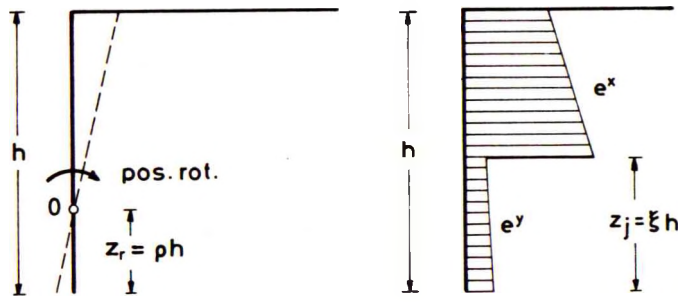
og under trykspringet fordelingen:

$$e^y = \gamma d K_\gamma^y + p K_p^y + c K_c^y \quad (1714)$$

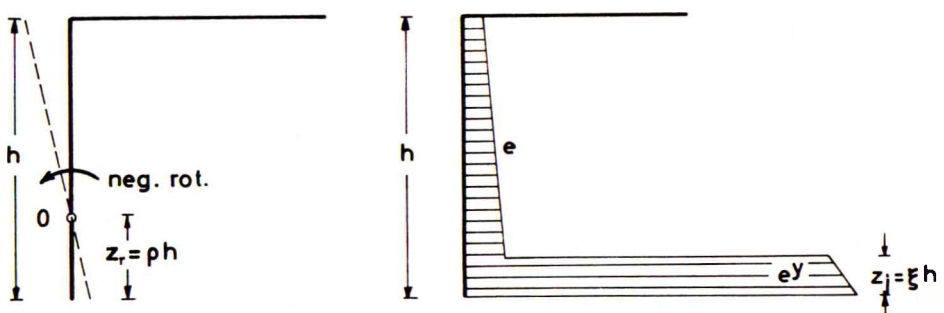
d.v.s. i begge tilfælde udtryk på formen (1307), men med forskellige værdier af jordtrykskonstanterne  $K_\gamma$ ,  $K_p$  og  $K_c$  over og under trykspringet.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 78	SIDE nr. af 21 30
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------



a. Positiv rotation.  $e^x > e^y$



b. Negativ rotation.  $e^x < e^y$

Fig. 17 K: Positiv og negativ rotation ( $0 < \rho < 1$ ).  
Brinch Hansens jordtryksfordeling.

Enhedskomponenten  $f$  af tangentialjordtrykket regnes positiv, når den virker nedad på jorden (opad på væggen, d.v.s. jorden søger at bevæge sig opad i forhold til væggen). Den bestemmes ved formler svarende til (1713 - 14), d.v.s. over trykspringet:

$$f^x = \gamma d K_Y^x \tan \delta_Y + (p K_P^x + c K_C^x) \tan \delta_P + a \quad (1715)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 78	SIDE nr. af 22   30
---------------------------	--------------------	--	------------	---------------------------

og under trykspringet:

$$f^y = \gamma d K_Y^y \tan \delta_Y + (p K_P^y + c K_C^y) \tan \delta_P + a \quad (1716)$$

Størrelserne  $\xi$  samt  $K_Y^x$ ,  $K_Y^y$ ,  $K_P^x$ ,  $K_P^y$ ,  $K_C^x$ ,  $K_C^y$  og  $\delta_Y$ ,  $\delta_P$  og  $a/c$  er funktioner af  $\rho$ ,  $\varphi$  og det i (1302) definerede ruhedsforhold, samt rotationens fortegn. Disse funktioner er afbildet i diagrammerne 17 a - p. For simpelhedens skyld er der kun betragtet tilfældene helt ru væg ( $\delta = \varphi$ ,  $a = c$ ) og helt glat væg ( $\delta = a = 0$ ). Følgende bemærkes:

1. I ovennævnte formler og diagrammer skal  $\varphi$  og  $c$  (og hermed  $\delta$  og  $a$ ) altid regnes positive.  $K_C$ -størrelserne er derfor negative for aktivt jordtryk, og  $\delta_Y$  etc. negative, hvis  $f$  (for ru væg) påvirker jorden opad.
2. Hvis der (for ru væg) findes

$$-1 < \frac{\tan \delta_Y}{\tan \varphi}, \frac{\tan \delta_P}{\tan \varphi}, \frac{a}{c} < 1 \quad (1717)$$

sker der ingen glidning mellem væg og jord, d. v. s., der findes i kontakt med væggen et stift jordlegeme, som følger med væggenes bevægelse. Er derimod den øvre grænse nået for alle tre størrelser, bevæger jorden sig opad, og er den nedre grænse nået, bevæger jorden sig nedad i forhold til væggen, og glidningsbetingelsen er opfyldt.

3. Ved positiv rotation, hvor den øverste del af væggen bevæger sig indad mod jorden eller i hvert fald (for  $\rho > 1$ ) mindre udad end den nederste del, er  $e^x$  (over trykspringet) større end  $e^y$ . Tilsvarende er  $e^x < e^y$  ved negativ rotation, hvor det er den nederste del af væggen, der bevæger sig indad i forhold til den øverste.
4. For  $\rho > 0$  er  $K_Y^x$  uafhængig af værdien af  $\rho$ , og lig med den værdi der findes for  $\rho = 0$ .  $K_P^x$  varierer derimod med værdien af  $\rho$ . Dette (samt den omstændighed at man ikke generelt har  $\delta_P = \delta_Y$ ) skyldes, at der ved beregningen af dia-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 73	SIDE nr. af 23 30
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

grammerne er anvendt det til (1307) svarende superpositionsprincip:

- a. Tilfældet  $p = c = 0$  er først beregnet. For enhver værdi af  $\rho$  bestemmer de fundne størrelser  $E$ ,  $F$  og  $z_p$  åbentbart  $\delta_\gamma$  direkte, og to af størrelserne  $K_Y^x$ ,  $K_Y^y$  og  $\xi$ , når den tredje er valgt. Det bemærkes nu, at der normalt fås den optimale momentfordeling i væggen, hvis  $K_Y^x$  vælges så stor som muligt ved positiv, og så lille som muligt ved negativ, rotation. For at løsningen skal være statisk tilladelig, skal man imidlertid opfylde betingelsen:

$$K_Y^a \leq K_Y^x \leq K_Y^p \quad (1718)$$

Det er her valgt at opfylde et af lighedstegnene.

- b. Ved beregningen af tilfældet  $\gamma = 0$ ,  $c = 0$  findes igen  $\delta_p$  direkte; men for ikke at komplicere jordtryksberegningen unødigt vælges nu samme værdi af  $\xi$  som fundet ovenfor i  $\gamma$ -tilfældet. Herved er  $K_p^x$  og  $K_p^y$  bestemt; men den førstnævnte svarer ikke generelt til fuldt udviklet passivt henholdsvis aktivt jordtryk (den gør det for  $\rho = 0$ , men den varierer i øvrigt med  $\rho$ ).
- c. Beregningen af  $p$ -tilfældet kan også benyttes til løsning af  $c$ -tilfældet (for  $\varphi > 0$ ). Det bemærkes imidlertid, at G 1 (1318):  $K_c = (K_p - 1) \cot \varphi$  ikke kan anvendes direkte på  $K^x$  og  $K^y$ : Ved transformationen G 1 (1539) fås en overfladelast  $p' = c \cot \varphi$ , og det hertil svarende jordtryk  $E'$  kan direkte bestemmes ud fra den tilsvarende løsning i  $p$ -tilfældet. Det virkelige jordtryk  $E$  efter tilbagetransformationen G 1 (1540) vil imidlertid ikke have samme  $z_p$ -værdi som  $E'$  (medmindre  $z_p = 0,5h$ ), fordi det, der subtraheres, er en kraft  $\Delta E = c h \cot \varphi$ , som angriber i væggens midtpunkt.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 78	SIDE nr. af 24 30
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

5. For  $\rho \leq 0$  er  $\xi = 0$ , således at  $e^y$  og  $f^y$  ikke har nogen betydning. Der anvendes derfor i dette tilfælde kun formlerne (1713) og (1715), og jordtryksfordelingen er trapezformet. For  $\rho = 0$  og negativ rotation (aktivt jordtryk) er fortegnreglerne ikke helt som i afsn. 13; men slutresultatet er naturligvis det samme.
6. For  $\rho = +\infty$  er  $\xi = 1$ , således at det nu kun er formlerne (1714) og (1716), der anvendes. Som nævnt ovenfor giver dette tilfælde og henholdsvis positiv og negativ rotation samme jordtryksfordeling som tilfældet  $\rho = -\infty$  og henholdsvis negativ og positiv rotation. Man har således  $K_p^x$  ( $\rho = -\infty$ , pos. rot.) =  $K_p^y$  ( $\rho = +\infty$ , neg. rot.).

På grundlag af de ovenfor angivne formler og diagrammer kan løses en lang række i praksis forekommende problemer vedrørende lodrette (normalt indfatnings-) vægge.

### 17.5 Simple anvendelser.

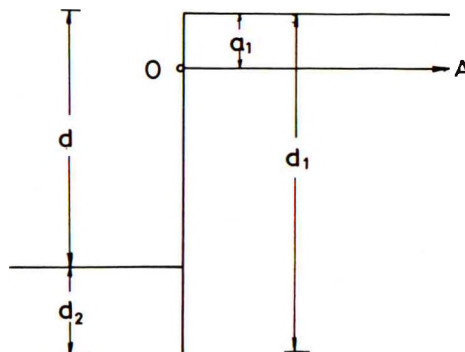


Fig. 17 L: Stiv væg, forankret i punkt O.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG.	SIDE	
	nr. 17			nr.	af
			78	25	30

Løsningen til det på Fig. 17 F angivne spunsvægsproblem ved hjælp af den ovenfor angivne teori foretages på følgende måde (alle størrelser antages at være gjort regningsmæssige ved påførelse af de foreskrevne partialkoefficienter).

1. Der skønnes en rammedybde  $d_2$ , hvorefter den samlede væghøjde  $d_1 = d + d_2$  på aktivsiden er kendt.
2. På aktivsiden har man åbenbart

$$\rho_a = 1 - \frac{a_1}{d_1} \quad (< 1) \quad (1719)$$

og positiv rotation. Ved anvendelse af diagrammerne, tillæg 17 A, fås derfor en jordtryksfordeling af typen Fig. 17 K a (bemærk, at  $\rho$  og  $\xi$  er af samme størrelsesorden, når  $\rho = 0,8$  a  $0,9$ ; trykspringet er derfor ca. i forankringsniveau).

3. På passivsiden har man derimod

$$\rho_p = \frac{d_1 - a_1}{d_2} \quad (> 1) \quad (1720)$$

og negativ rotation. Man finder derfor en jordtryksfordeling af typen Fig. 17 K b (men med et trykspring meget tæt under jordoverfladen).

4. Efter beregning af de to jordtryksfordelinger kan det kontrolleres, om momentligningen om 0 (hvor  $f$ -fordelingerne ikke indgår) er opfyldt. Hvis ikke må skønnes en ny værdi af  $d_2$ , og beregningerne gentages, indtil der er opnået tilfredsstillende overensstemmelse (man kan ved denne beregning ofte antage, at  $\rho$  ændrer sig så lidt, at alle de i diagrammerne aflæste størrelser er uændrede).
5. Ved vandret projektion findes herefter ankerkraften  $A$ . Det understreges, at det er af afgørende betydning, at momentligningen er opfyldt, før  $A$  bestemmes. Fejl i momentligningen kan medføre betydelig unøjagtighed på  $A$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 78	SIDE nr. af 26   30
---------------------------	--------------------	--	------------	---------------------------

6. Til slut findes det snit, hvor tværkraften er nul. Det befinder sig i den højde over væggen fodpunkt, hvor det aktive jordtryk på den underliggende vægdel er lig med det passive. I dette snit findes det dimensionsgivende bøjningsmoment i væggen. Det kan findes ved hjælp af momentligningen om snittet for jordtrykkene på den underliggende vægdel.

En fri, stiv spunsvæg, eventuelt med svigtende forankring, d.v.s. en ankerkraft  $A$  i en forankringskonstruktion, der antages at være i bruttilstand (plastisk flydning) således at  $A$  er konstant uanset bevægelsen af forankringspunktet, er et tilsvarende simpelt eksempel, jfr. Fig. 17 M.

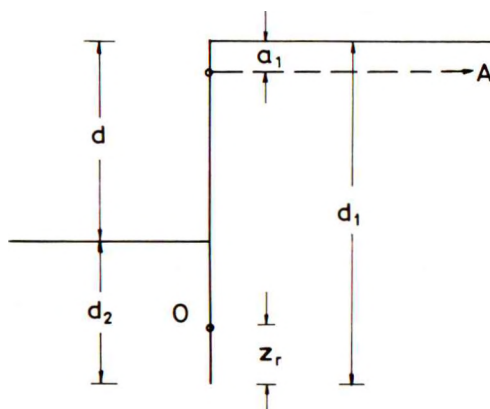


Fig. 17 M: Fri stiv spunsvæg, eventuelt med svigtende forankring  $A$ .

Ved en helt fri spunsvæg, d.v.s.  $A = 0$ , eller i øvrigt hvis kraften  $A$  er givet (normalt lille i forhold til den tilsvarende størrelse på Fig. 17 L), må man bestemme både rammedybden  $d_2$  og højden  $z_r$  af væggen omdrejningspunkt  $O$  over vægspidsen, således at den vandrette projektligning og momentligningen (f.eks. om vægspidsen) begge er opfyldt. Det bemærkes, at man i dette tilfælde har:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 17	EMNE Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	UDG. 73	SIDE nr. af 27 30
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

$$\rho_a = \frac{z_p}{d_1} , \text{ neg. rot.} \quad (1721)$$

på aktivsiden og:

$$\rho_p = \frac{z_p}{d_2} , \text{ pos. rot.} \quad (1722)$$

på passivsiden. Man kan eventuelt vælge størrelsen af  $A$  således, at det største negative moment i væggen (under nederste JOF) bliver lig med det største positive (mellem  $A$  og nederste JOF).

Alternativt kan man undertiden bestemme  $A$  således, at omdrejningspunktet  $O$  f.eks. bliver sammenfaldende med vægspidsen. I så tilfælde har man naturligvis  $\rho = 0$  på begge sider af væggen (og i øvrigt rene zonebrud, således at jordtrykkene kan bestemmes ved hjælp af G1 afsn. 13). Rammedybden  $d_2$  må da bestemmes ved hjælp af momentligningen omkring forankringspunktet, hvorefter størrelsen af  $A$  findes ved vandret projek-tion.

Til orientering skal det nævnes, at den sidstnævnte be-regning har en vis historisk interesse, idet den - indtil fremkomsten af Brinch Hansens jordtryksteori - dannede grund-laget for de fleste spunsvægsberegninger i praksis. Den giver væsentligt større momenter i væggen, men mindre ankerkræfter, end beregningen svarende til Fig. 17 L. Man blev ret tidligt klar over, at momenterne i væggen kunne formindskes, hvis for-ankringen blev gjort ueftergivende, og der blev også udviklet empiriske beregningsmetoder (i Danmark den såkaldte aflastnings-parabel), der tilnærmet tog hensyn hertil. Først med Brinch Han-sens jordtryksteori fik man imidlertid mulighed for at gennemfø-re beregningerne på brudstadiet på et rationelt grundlag.

Fri spunsvægge med svigtende forankring regnes nu kun sjæl-dent at have omdrejningspunkt i vægspidsen. Der fås en bedre ud-nyttelse af væggen, hvis den rammes så dybt, at omdrejningspunk-tet  $O$  på Fig. 17 M er et flydecharnier, jfr. afsn. 18.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr.
	17		78	28	30

### 17.6 Vandspejl. Lagdelt jord.

Tilstedeværelsen af selv et vandret vandspejl i homogen jord vil principielt ændre beregningerne af brudfigurer som de på Fig. 17 H viste. Hertil kommer, at laggrænser mellem jordlag med forskellige styrkeparametre meget væsentligt vil komplicere beregningen af spændingsresultanter som i Fig. 17 I.

Af disse grunde vil man normalt ikke forsøge at finde løsninger direkte ved hjælp af Brinch Hansens beregningsmetode, hvis der i jordprofilet befinder sig vandspejl eller laggrænser. I stedet betragtes jordtryksfordelingen som beregnet på den i de foregående afsnit angivne måde som repræsenterende en i hvert fald tilnærmet statisk tilladelig spændingsfordeling i jorden. I analogi med bl.a. afsn. 13.5 modificeres den i praksis på følgende måde:

1. Under et vandspejl (i drænet tilstand; i udrænet tilstand regnes som sædvanligt med totale spændinger) anvendes formlerne (1713-14) for det effektive jordtryk  $\bar{e}$  med uændrede jordtrykskoefficienter. Der tages som sædvanligt hensyn til ændringen i rumvægt ved at erstatte faktoren  $\gamma d$  til  $K_Y$  (henholdsvis  $K_Y^x$  og  $K_Y^y$ ) med produktsummen  $\Sigma \bar{\gamma} d$  beregnet fra JOF til det punkt, hvor jordtrykket beregnes.

2. Et spring

$$\Delta \bar{\sigma}_z = -\Delta u \quad (1723)$$

i den lodrette effektive spænding ved passage af et KVS eller en laggrænse med kapillarspændinger betragtes som en tilvækst i overfladelasten  $p$ . I det pågældende niveau kommer der derfor en diskontinuitet i jordtryksfordelingen, idet man har:

$$\Delta \bar{e} = \Delta \bar{\sigma}_z K_p = -\Delta u K_p \quad (1724)$$

hvor  $K_p$  er enten  $K_p^x$  eller  $K_p^y$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr.
	17		78	29	30

3. Herudover beregnes vandtrykket  $u$  særskilt, om fornødent ved optegning af et strømnets (i mange tilfælde kan tilnærmelsen (0311-12) eller eventuelt (0314-17) benyttes, jfr. Fig. 3 C;  $i_1$  og  $i_2$  i (0312) indgår som nævnt i beregningen af  $\bar{\gamma}$  på de to sider af spunsvæggen). Som sædvanligt ses der bort fra negative værdier af  $\bar{e}$  og også negative værdier af  $e$  (selv om  $\bar{e}$  er positiv). I begge tilfælde erstattes de negative størrelser med værdien nul, og det vurderes særskilt om de således forudsatte revner mellem væg og jord kan blive vandfyldt.
4. For lagdelt jord beregnes i hvert enkelt jordlag (under den relevante forudsætning om drænet eller udrænet tilstand, der ikke behøver at være den samme for alle lag i et jordprofil) størrelsen  $\xi$  samt jordtrykskoefficienterne for den værdi af  $\varphi$ , der findes i det pågældende lag og den værdi af  $\rho$  der haves for den pågældende vægdel. Der regnes altså i princippet, som om laget fandtes i hele væggen højde, men den hertil svarende jordtryksfordeling benyttes kun mellem laggrænserne for laget.
5. I praksis er det derfor i mange tilfælde kun enten (1713) eller (1714), som skal anvendes for et givet jordlag. Da  $\xi$  er en funktion af  $\varphi$ , kan der imidlertid optræde tilfælde, hvor trykspringet ikke optræder i noget lag (beregnet for et overliggende lag skulle det ligge under laggrænsen, og beregnet for det underliggende lag skulle det ligge over laggrænsen; der bliver derfor et trykspring i laggrænsen). På den anden side kan der også optræde tilfælde med to trykspring (jordtryksfordelingen får herved et lidet sandsynligt udseende; men det skønnes alligevel mest rimeligt at anvende de gjorte tilnærmelser konsekvent).

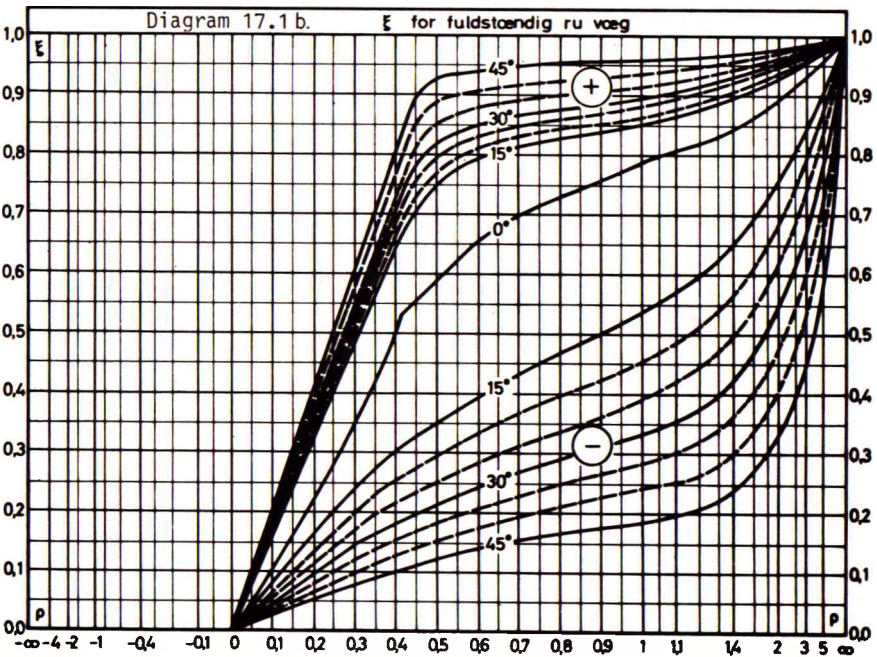
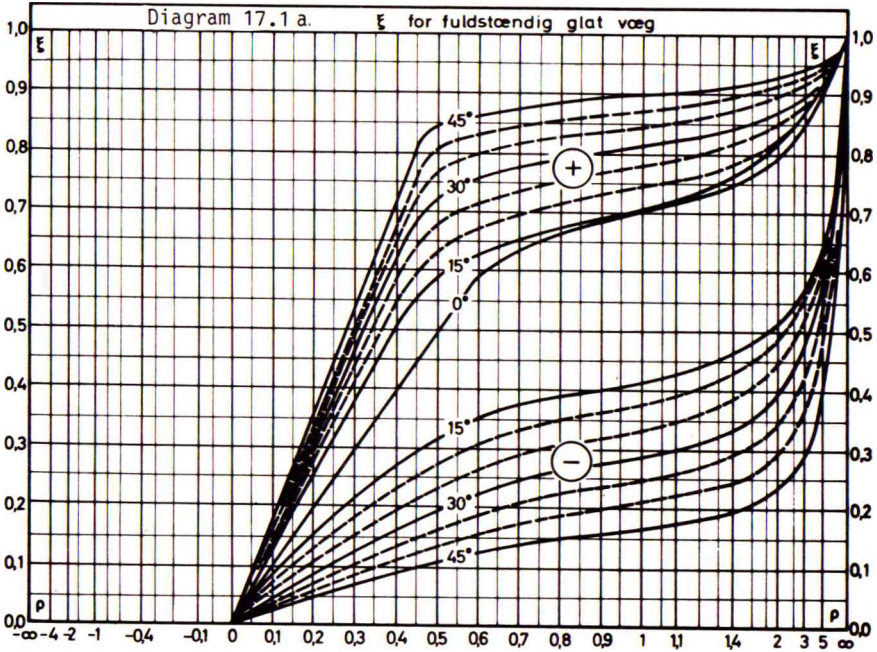
I nogle tilfælde fås der med de ovenfor angivne tilnærmelser komplicerede, og sandsynligvis ukorrekte (d.v.s. ikke statistisk tilfældelige) jordtryksfordelinger. Hvis vandspejlet således udviser en lokal sænkning ved spunsvæggen - nogenlunde som skitseret på Fig. 11 B - er det som angivet i afsn. 3.1 ikke korrekt at beregne jord-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Væg med vilkårligt omdrejningspunkt	nr.
	17		78	30	30

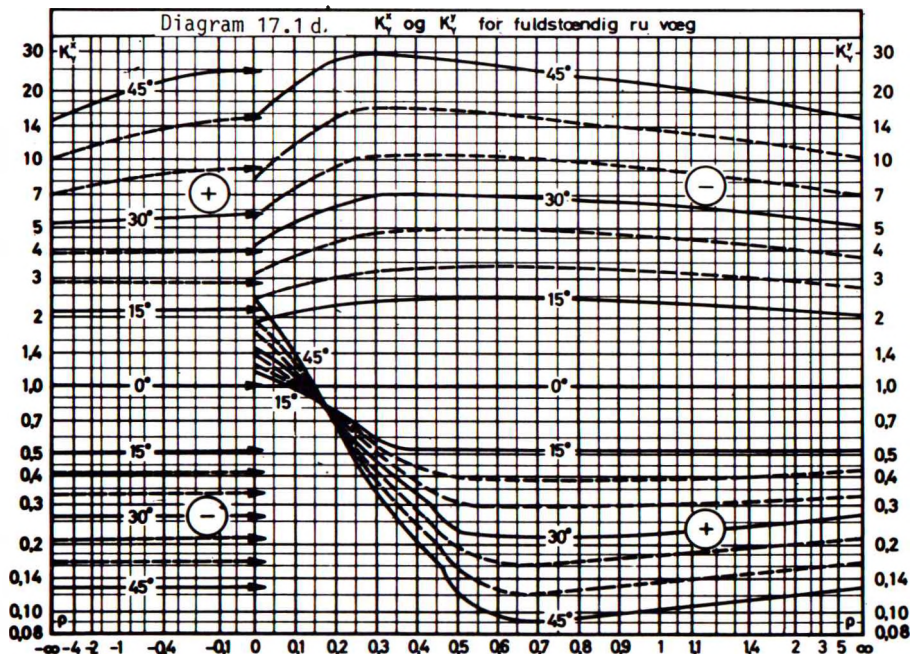
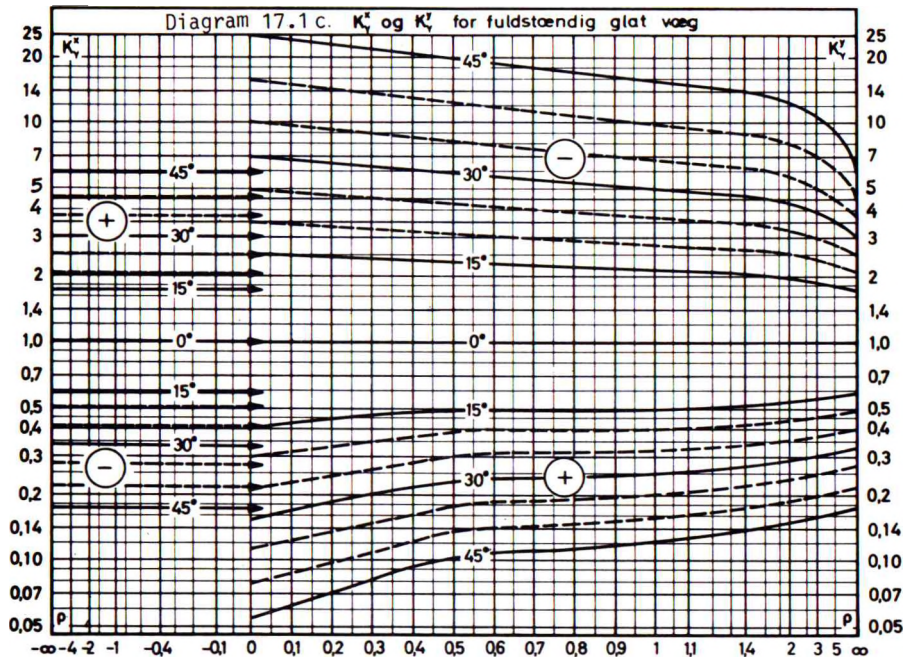
tryksfordelingen alene på grundlag af variationen af de lodrette effektive spændinger langs væggen. Som nævnt i afsn. 13.5 gælder den samme reservation ved skrå laggrænser (hvortil kommer, at et tyndt dyndlag, som skærer væggen mellem to faste sandlag, åbenbart kan forårsage stabilitetsproblemer, der ikke kan forventes blot tilnærmelsesvis beskrevet ved den ovenfor angivne regel om i hvert enkelt jordlag at regne med de jordtrykskoefficienter og den  $c$ -værdi, der svarer til lagets styrkeparametre).

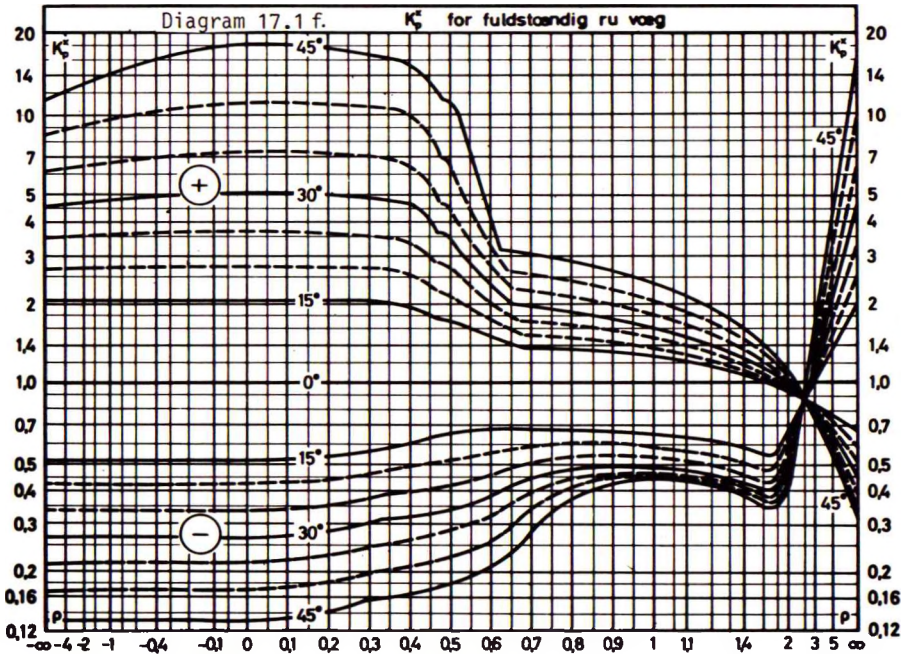
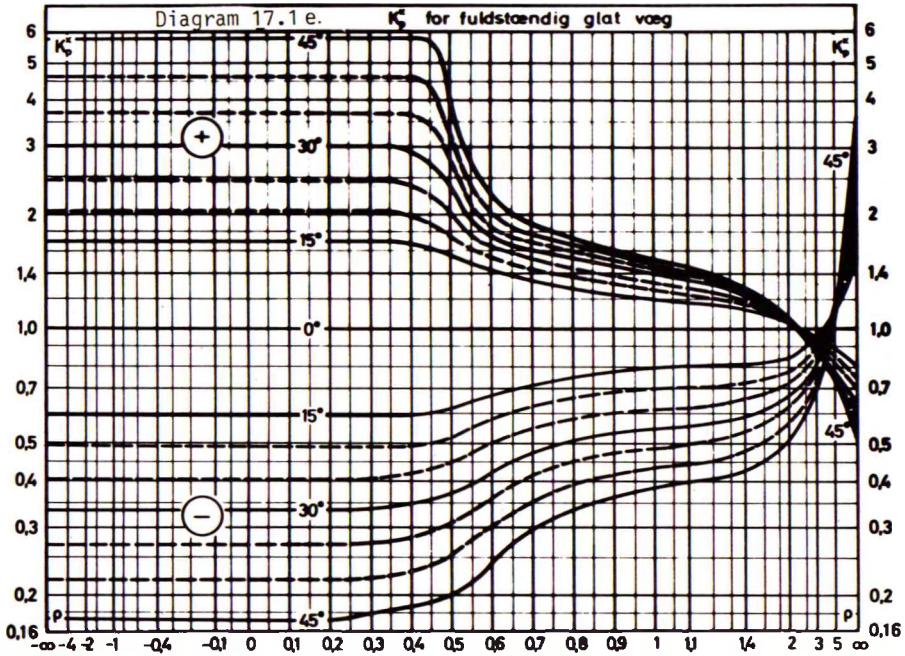
I sådanne tilfælde må jordtryksfordelingens statiske tilladelighed kontrolleres ved hjælp af separate stabilitetsundersøgelser, jfr. afsn. 19.6. For vandrette jordoverflader, laggrænser og vandspejl synes den ovenfor angivne metode at give praktisk anvendelige tilnærmelsesløsninger. Der er således ikke konstateret tegn på for lille sikkerhed mod brud ved spunsvægge beregnet efter denne metode, medmindre der har været tale om åbenbare fejl i projektering eller udførelse (glemt eller uforudset vandtryk på aktivsiden, overvurdering af styrken på passivsiden f.eks. ved i - evt. sprækket - ler at se bort fra tilfældet drænet tilstand med opadrettede gradienter, unkladelse af supplerende stabilitetsundersøgelser ved bløde lag på aktiv- og/eller passivsiden, mangelfuld udførelse - f.eks. dårlig svejsning - ved forankringskonstruktionen etc.).

En spunsvægskonstruktion kan naturligvis også svigte, hvis man under arbejdet med at udføre jordtryksberegningen så nøjagtigt og korrekt som muligt glemmer konstruktionens totalstabilitet, jfr. Fig. 12 E.

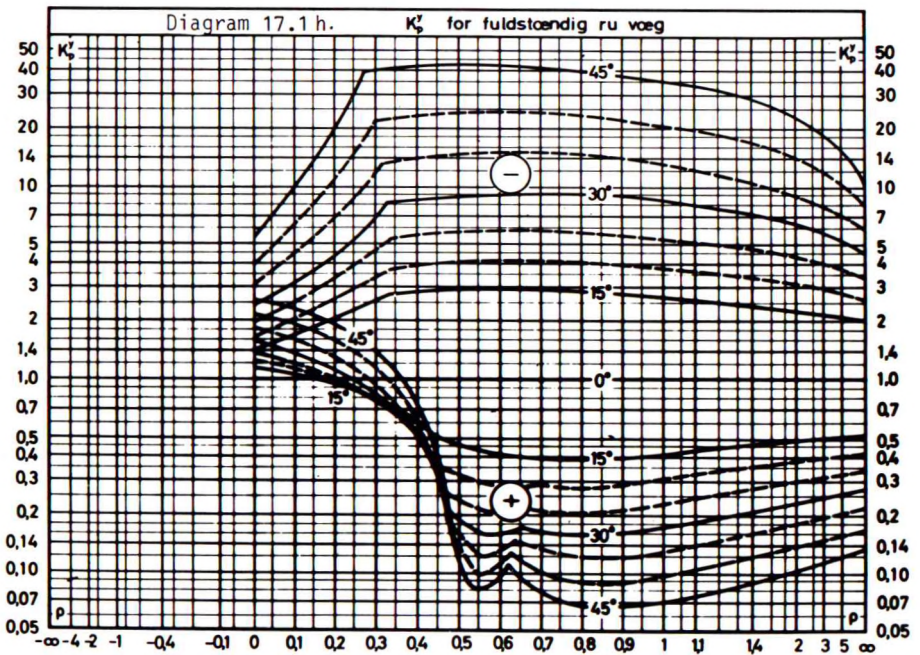
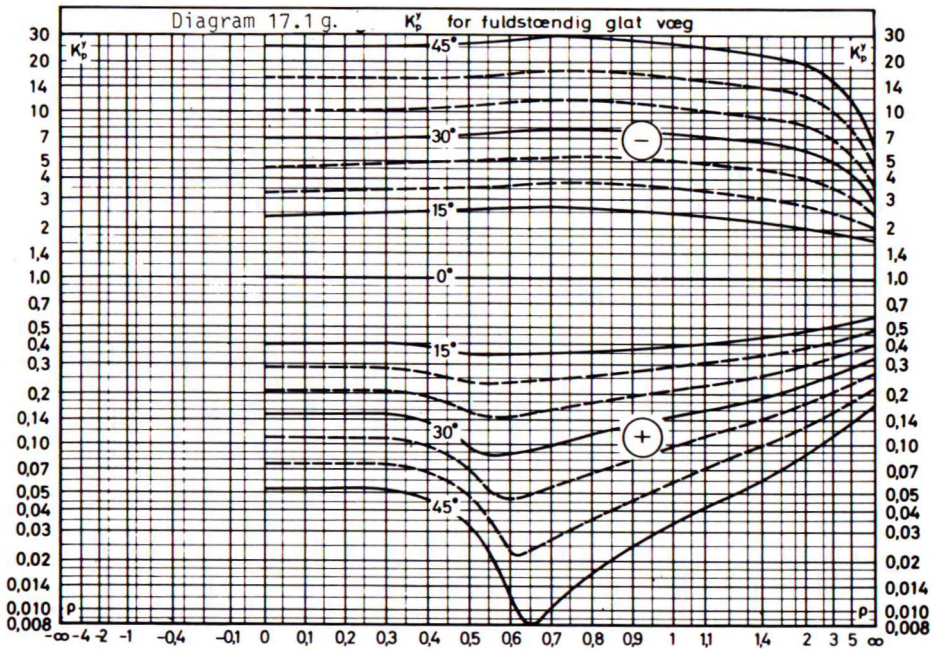




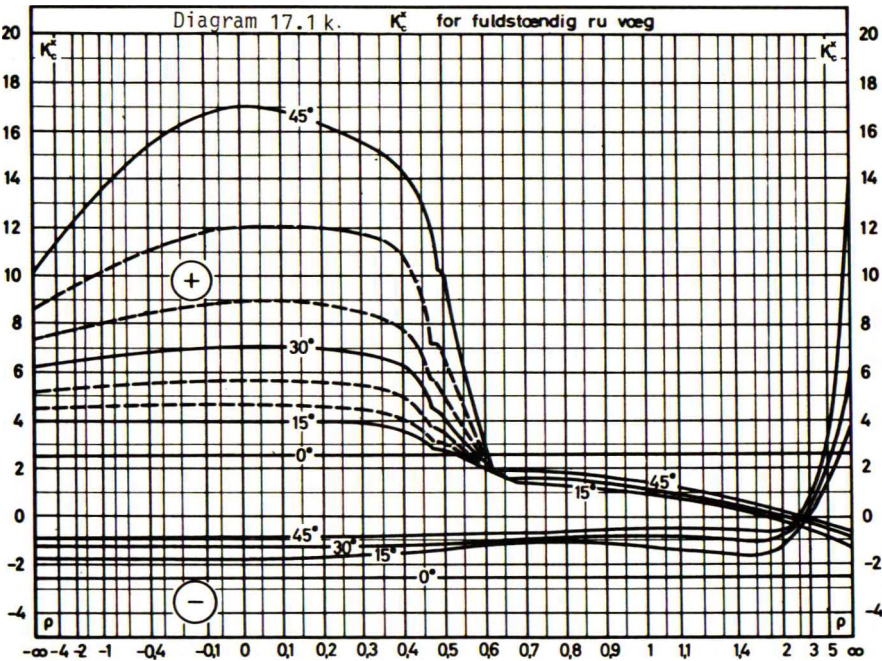
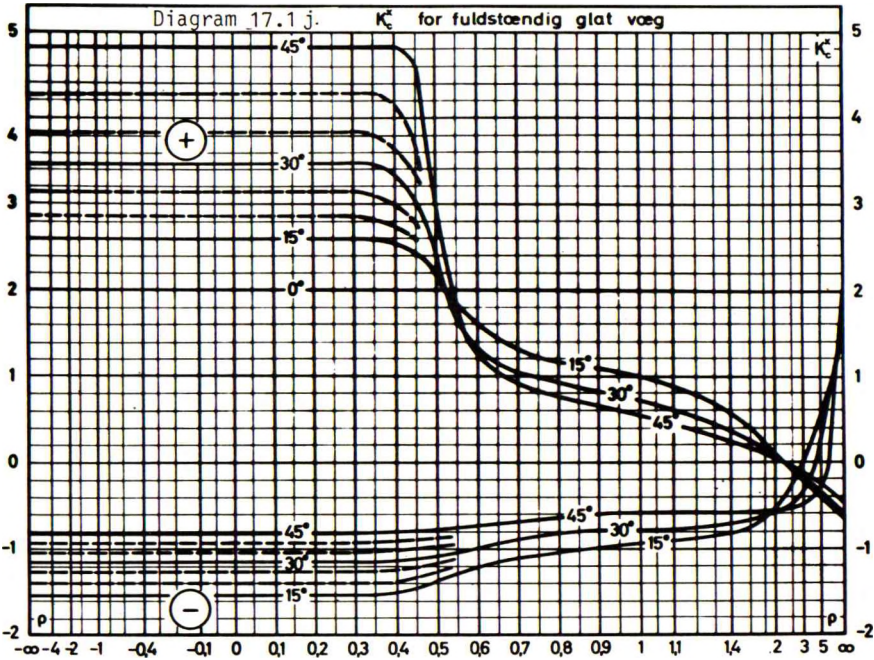


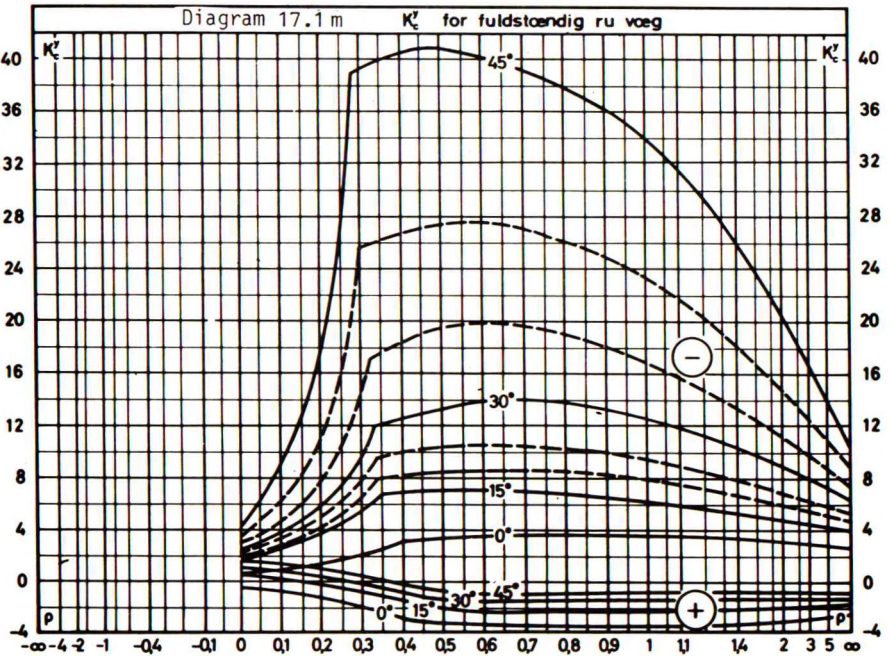
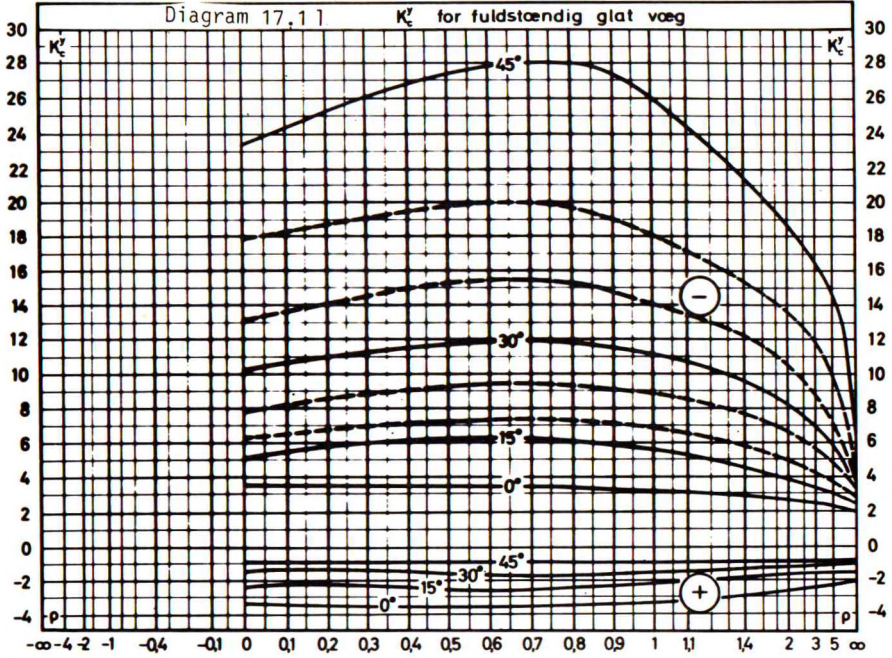




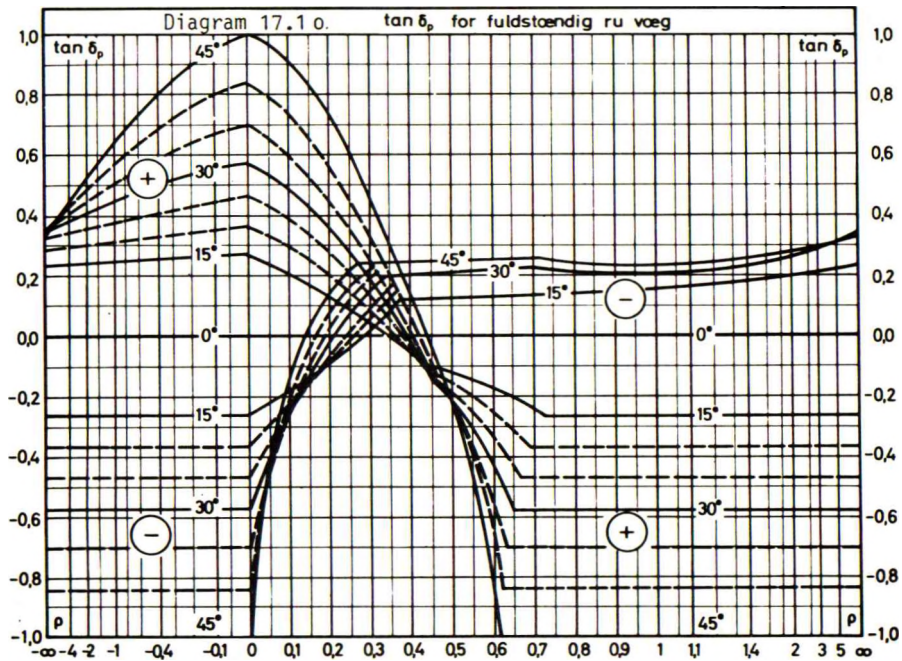
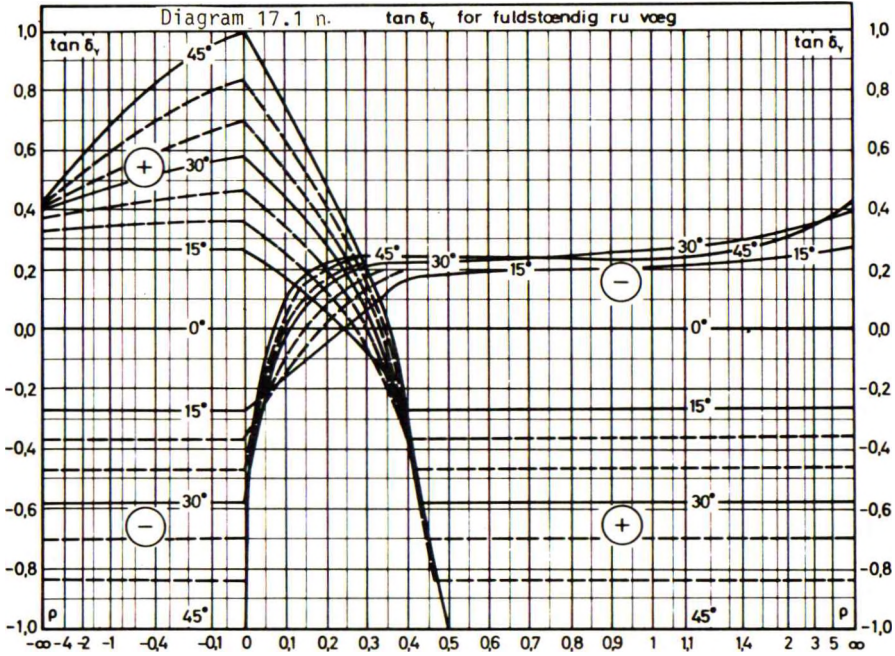


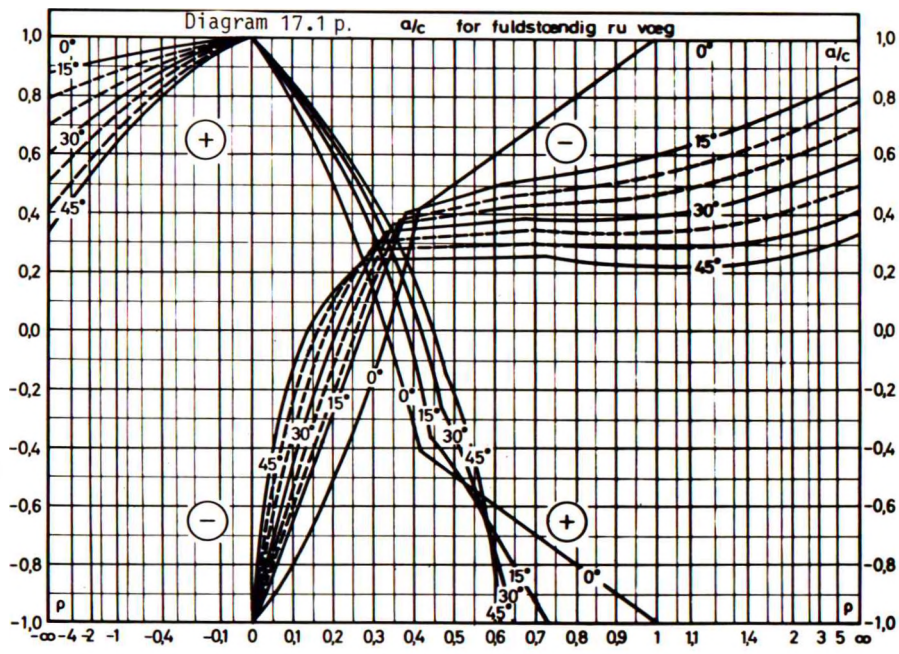












GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 18			Vægge med flydecharnier	78

### 18.1 Oversigt. Anvendelser

Et flydecharnier er et punkt (d.v.s. et vandret snit) i en spunsvæg, hvor bøjningsmomentet svarer til fuldt udviklet (regningsmæssig) flydning, således at der kan fremkomme vilkårlig stor vinkeldrejning i punktet ved uændret størrelse af momentet.

Hvis væggen har samme bøjningsstyrke i hele højden, må et flydecharnier naturligvis være et punkt, hvor bøjningsmomentet er maksimum. Hvis det ligger indenfor væghøjden, må tværkraften  $T$  være nul ( $T = dM/dz = 0$ ); men dette er ikke nødvendigt, hvis flydecharnieret er et indspændingspunkt for væggen i en stiv konstruktion.

Begrebet blev indført af Brinch Hansen i erkendelse af, at det er muligt, og i visse tilfælde nødvendigt, at beregne spunsvægge under forudsætning af samtidigt udviklet bruttilstand i væg og jord. I de to eksempler, der er vist på Fig. 18 A, er en bevægelse af væggen, som er stor nok til at fremkalde fuldt udviklet bruttilstand i jorden, åbenbart kun mulig, hvis der forudsættes udviklet flydecharnierer (med flydemoment  $M_f$ ) i de viste omdrejningspunkter  $O$ .

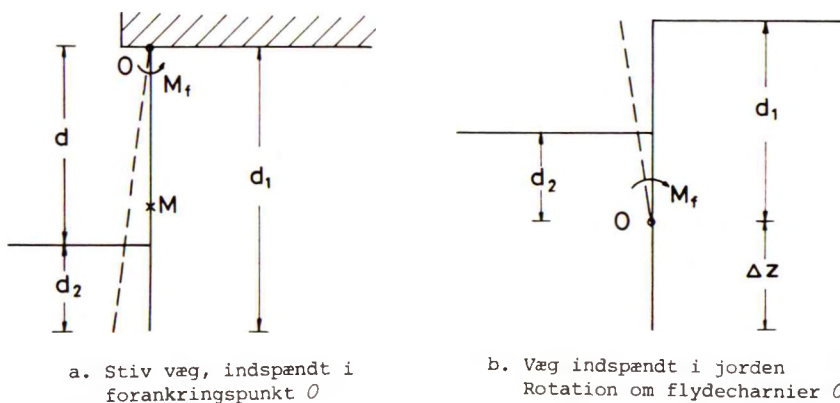


Fig. 18 A: Eksempler på udvikling af flydecharnierer. Flydemoment  $M_f$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 18			Vægge med flydecharnier	78

Herudover fandt Brinch Hansen, at der i nogle tilfælde kunne opnås en mere økonomisk spunsvægskonstruktion (inklusive forankringer), hvis der i tilfældet Fig. 17 L i stedet for en stiv væg blev antaget udviklet et flydecharnier i maksimummomentpunktet  $M$ , og eventuelt tillige i et indspændingspunkt nede i jorden, jfr. Fig. 18 B.

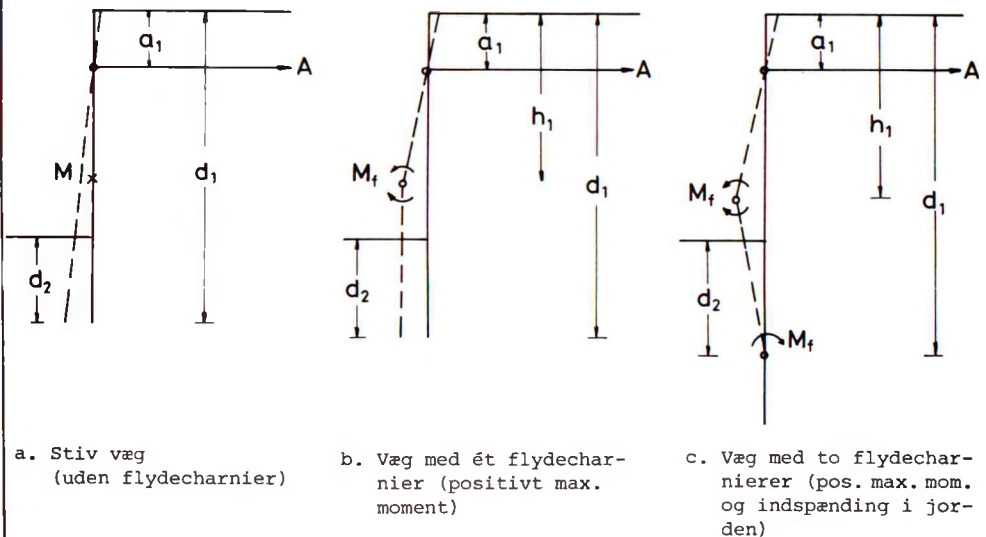


Fig. 18 B: Tre forskellige antagelser om brudmåde (0, 1 eller 2 flydecharnier) for samme spunsvæg

Dimensioneringsresultaterne (rammedybde, ankerkraft og nødvendigt modstandsmoment) bliver naturligvis forskellige for de forskellige brudmåder på Fig. 18 B. Fordelen ved at kunne beregne samme væg under forskellige forudsætninger vedrørende brudmåden er åbenbart, at man, hvis man er frit stillet, kan vælge den antagelse; der giver den mest økonomiske væg. Hvis man af en eller anden grund er bundet f.eks. med hensyn til rammedybden (man skal af andre grunde anvende givne spunsjern af en bestemt længde eller med et bestemt profil, d.v.s.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 18	EMNE Vægge med flydecharnier	UDG. 78	SIDE nr. af 3 12
---------------------------	--------------------	------------------------------------	------------	------------------------

modstandsmoment, eller spunsvæggen skal f.eks. af hensyn til vandproblemer - afskæring af sandlaget på Fig. 6 A a - rammes mindst til en bestemt dybde), kan man også ved valget af brudmåde bedst muligt tage hensyn til sådanne bånd. Brinch Hansens jordtryksteori er stort set den eneste, der har denne fleksibilitet.

### 18.2 Beregningsmetode

Spunsvæggene på Fig. 18 A kan uden større vanskeligheder beregnes ved hjælp af den i afsn. 17 angivne metode. På Fig. 18 A a har man således  $\rho_a = 1$  og pos. rot. på aktivsiden og  $\rho_p = d_1/d_2$  samt neg. rot. på passivsiden. Rammedybden  $d_2$  kan i princippet vælges frit, hvorefter momentligningen om  $O$  giver størrelsen af  $M_f$ . Den mest økonomiske væg fås imidlertid, hvis  $d_2$  vælges således, at det positive maksimummoment  $M$  bliver lig med  $M_f$ .

På Fig. 18 A b er åbenbart  $\rho = 0$  på begge sider af væggen (neg. rot. på aktivsiden og pos. rot. på passivsiden).  $M_f$  er her et egentligt maksimummoment, hvorfor dybden  $d_2$  er bestemt af, at  $T = 0$  (samlet aktivt jordtryk over  $O$  lig med samlet passivt). Denne beregning kan uden større vanskeligheder udvides til at tage hensyn til en eventuel svigtende forankring af væggen.

Vægdelen under flydecharnieret skal mindst gives en sådan dybde  $\Delta z$ , at flydemomentet  $M_f$  kan optages ved "indspænding" i jorden. Jordtryksfordelingen på denne vægdelen kan tilnærmest simplificeres til at bestå af de på Fig. 8 C viste to skraverede rektangler, svarende til differens-enhedstryk af størrelsen:

$$\begin{aligned} \Delta e^x &= e_2^x - e_1^x \\ \Delta e^y &= e_1^y - e_2^y \end{aligned} \quad (1801)$$



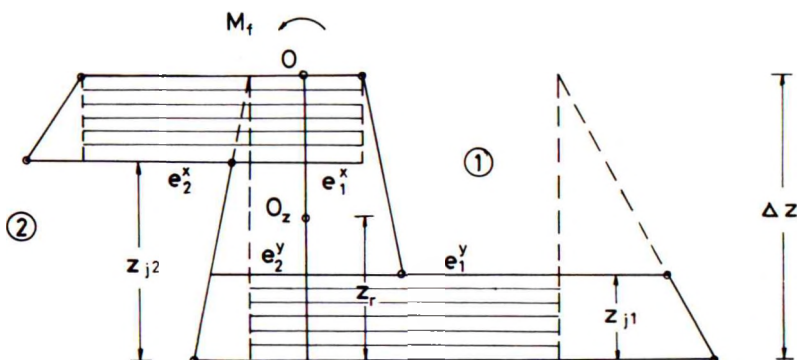


Fig. 18 C: Tilnærmet jordtryksfordeling på vægdel under flydecharnier  $O$ , indspændt i jorden (rotation om punkt  $O_z$ ).

Følgende bemærkes:

1. Idet vægdelen roterer om punktet  $O_z$ , er de virkelige trykfordelinger som skitseret (fuldt optrukket). Man har  $\rho \approx z_r / \Delta z$  og neg. rot. på aktivsiden (mrk. 1), pos. rot. på passivsiden (mrk. 2), jfr. Fig. 17 K.
2.  $\Delta z$  og  $z_r$  kan naturligvis findes ved forsøg, idet  $M_f$  er givet, og man desuden skal have  $T = 0$  i pkt. 0. Imidlertid kan man med rimeligt god tilnærmelse (for dette formål) antage, at alle fire  $e$ -værdier i (1801) skal svare til  $\rho = 0$  og til pkt.  $O$ 's dybde. Vandret projektion og momentligning for den betragtede vægdel giver nu (ligeledes tilnærmet):

$$z_{j1} \Delta e^y - (\Delta z - z_{j2}) \Delta e^x = 0 \tag{1802}$$

$$z_{j1} \Delta e^y \cdot \frac{1}{2} (\Delta z + z_{j2} - z_{j1}) = M_f$$

3. For små værdier af  $\rho$  ser man af diagrammerne 17 a - b, at der er meget nær proportionalitet mellem  $\xi$  (d.v.s.  $z_j$ ) og  $\rho$  (d.v.s.  $z_r$ ). Brinch Hansen har angivet følgende empiriske formel:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 18	EMNE Vægge med flydecharnier	UDG. 78	SIDE nr. af 5 12
---------------------------	--------------------	------------------------------------	------------	------------------------

$$\frac{\xi}{\rho} = \frac{z_j}{z_r} = 1 + 0,1 \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} \mp \tan \varphi = \begin{cases} C_1 \\ C_2 \end{cases} \quad (1803)$$

hvor øverste fortegn (-) gælder for negativ rotation ( $C_1$ ), og nederste (+) for positiv rotation ( $C_2$ ). Særligt for  $\varphi = 0$  fås, jfr. (1302):

$$\frac{\xi}{\rho} = \frac{z_j}{z_r} = 1 + 0,1 \frac{\alpha}{\sigma} = C_1 = C_2 \quad (1804)$$

4. Ved hjælp af (1803) eller (1804) kan  $z_{j1}$  og  $z_{j2}$  i (1802) udtrykkes ved  $z_r$ . Ved derefter at eliminere  $z_r$  mellem ligningerne (1802) fås en ligning, der kan løses med hensyn til  $\Delta z$ :

$$\Delta z = \frac{\frac{C_2}{C_1} + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x}}{\sqrt{\frac{\Delta e^y}{2M_f} \left[ 2 \frac{C_2}{C_1} + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x} - 1 \right]}} \quad (1805)$$

Efter beregning af  $M_f$ ,  $\Delta e^x$  og  $\Delta e^y$  samt  $C_1$  og  $C_2$  kan (1805) benyttes til bestemmelse af den ekstra rammedybde  $\Delta z$ , der er nødvendig til optagelse af indspændingsmomentet  $M_f$ .

Jordtryksproblemerne på Fig. 18 B b-c kan ikke uden videre løses ved hjælp af den i afsn. 17 angivne teori, fordi der nu er tale om to vægdele, der roterer om hver sit omdrejningspunkt. Som angivet af Brinch Hansen er jordtryksbrudfiguren i dette tilfælde stort set af den på Fig. 18 D (groft) skitserede type (kaldt *Z s A*). Det skraverede område mrk. Z er, i hvert fald delvis, en brudzone, der opadtil ved grænsebrudlinien A er adskilt fra et stift jordlegeme mrk. 1, som er i kontakt med den øvre vægdel. De nærmere enkeltheder i sådanne brudfigurer er kun kendt i store træk, og der er såvidt vides aldrig gennemført en eksakt beregning selv under de simplest mulige forudsætninger.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 18	EMNE Vægge med flydecharnier	UDG. 78	SIDE nr. af 6 12
---------------------------	--------------------	------------------------------------	------------	------------------------

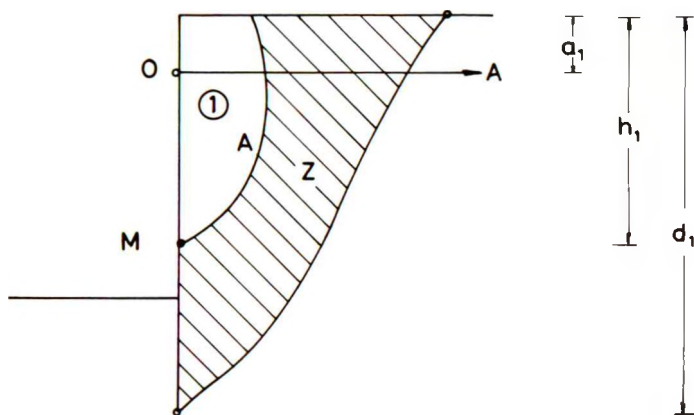


Fig. 18 D: Brudfigur  $ZsA$  på aktivsiden for spunsvæg med forankringspunkt  $O$  og flydecharnier  $M$

Brinch Hansen foreslog følgende beregningsmåde, som i hvert fald fører til en tilnærmet statisk tilladelig løsning.

1. Grænsebrudlinien  $A$  for øvre vægdel antages at være uafhængig af tilstedeværelsen af brudzonen  $Z$ ; herved fås i hvert fald opfyldt ligevægtsligningerne for jordlegemet mrk. 1, og diagrammerne i tillæg 17.1 kan anvendes direkte. Jordtryksfordelingen langs øvre vægdel med højden  $h_1$  beregnes altså som i afsn. 17 med  $\rho_{d1} = 1 - a_1/h_1$  og pos.rot. (dette ses at gælde både i Fig. 18 B b og Fig. 18 B c).
2. Grænsebrudlinien til hele brudfiguren antages stort set kun at afhænge af nedre vægdels bevægelse. I vægspidsen antages derfor at findes det jordtryk  $e$ , man ville have, hvis hele væggen bevægede sig som nedre vægdel (i Fig. 18 B b med  $\rho = -\infty$  og i Fig. 18 B c med  $\rho = 0$ , i begge tilfælde med neg.rot.).
3. Jordtryksfordelingen langs nedre vægdel er ikke kendt i detaljer. Som en simpel tilnærmelse benyttes jordtrykoefficienterne svarende til øvre vægdels bevæg-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 18	EMNE Vægge med flydecharnier	UDG.	SIDE	
			78	nr. 7	af 12

else (kun  $e^y$ -fordelingen bliver aktuel) ned til midtpunktet af nedre vægdel, og herunder benyttes jordtrykskoefficienterne svarende til nedre vægdels bevægelse (også her har normalt kun  $e^y$ -fordelingen interesse).

4. Passivsiden er kun i kontakt med nedre vægdel. Jordtryksfordelingen her kan derfor uden problemer bestemmes ud fra teorien i afsn. 17.

Denne beregningsmetode, som ganske vist medfører et tilsyneladende umotiveret trykspring på aktivsiden i midtpunktet af nedre vægdel, har vist sig i de fleste tilfælde at føre til rimelige resultater. Man finder således som ventet et mindre nødvendigt modstandsmoment, men en større rammedybde, ved brudmåden Fig. 18 B b end ved Fig. 18 B a.

Der kan godt rejses visse indvendinger mod metoden. Den væsentligste er, at der ikke i tilfældet Fig. 18 B a er nogen kontinuert overgang fra at antage væggen helt stiv og til at antage et flydecharnier i  $M$  med en så lille relativ drejning mellem de to vægdele, at nedre vægdel stadig roterer omkring forankringspunktet.

For en helt stiv væg skal jordtryksfordelingen på aktivsiden (i hele væggenes højde  $d_1$ ) som nævnt beregnes svarende til  $\rho = 1 - a_1 / d_1$  og pos.rot. Hvis  $M$  opfattes som et flydecharnier med i grænsen relativ vinkeldrejning lig med nul, skal denne værdi af  $\rho$  ifølge det ovenfor angivne stadig anvendes for nederste halvdel af nedre vægdel. For øvre vægdel samt for øverste halvdel af nedre vægdel skal man imidlertid nu anvende  $h_1$  som væghøjde og  $\rho = 1 - a_1 / h_1$  jfr. ovenfor, hvilket naturligvis giver en anden jordtryksfordeling: Den væsentligste ændring er, at trykspringet rykker opad, hvilket giver en mindre ankerkraft, men et større bøjningsmoment i væggen.

Dette resultat forekommer ikke logisk. Det er acceptabelt, at de to antagelser: Helt stiv væg og momentmaksimum på nippet til flydning giver forskellige jordtryksfordelinger; men den sidstnævnte antagelse skulle give det mindste moment, fordi

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 18	EMNE Vægge med flydecharnier	UDG. 78	SIDE nr. af 8   12
---------------------------	--------------------	------------------------------------	------------	--------------------------

det er den, der skulle svare til, at der findes en spændingsfordeling i det stive jordlegeme på Fig. 17 Hd på nippet til brud.

Denne indvending har ikke større betydning i praksis, fordi man i reglen vil antage enten en stiv væg eller et flydecharnier med en relativt stor vinkeldrejning (som på Fig. 18 B b), og disse to beregninger giver som nævnt resultater med den ventede forskel. Det må konkluderes, at Brinch Hansens beregningsmetode i dette tilfælde antagelig kan forbedres (uden at det dog klart fremgår hvordan), men at der næppe herved vil opnås nogen væsentlig gevinst i praksis.

Beregningsproceduren for tilfældet Fig. 18 B b bliver herefter følgende:

1. Først skønnes flydecharnierets beliggenhed, d.v.s. dybden  $h_1$ .  $\rho$  er nu kendt for øvre vægdel (for nedre vægdel er den som nævnt givet at være  $-\infty$ ).
2.  $d_2$  og hermed højden af nedre vægdel,  $z = d_1 - h_1$ , kan nu bestemmes således, at der ved vandret projektion findes tværkraften  $T = 0$  i det skønnede maksimummomentpunkt (dette giver normalt en 2.grads ligning i  $z$ ).
3. Det kontrolleres nu, om  $h_1$  er skønnet rigtigt, idet der skal findes samme værdi af  $M_f$ :
  - a. Ved anvendelse af momentligningen (om et vilkårligt punkt) for nedre vægdel, og
  - b. Ved momentligningen om forankringspunktet for øvre vægdel.

Beregningerne i pkt. 1 - 3 ovenfor må om fornødent gentages, indtil der opnås tilstrækkeligt god overensstemmelse (ved omregningerne kan  $\rho$ ,  $\xi$  og alle jordtrykskoefficienter hyppigt antages at forblive uændrede).
4. Til slut findes forankringskraften  $A$  ved vandret projektion (for øvre vægdel).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 18			Vægge med flydecharnier	nr.
			78	9	12

Det bemærkes, at selv om beregningsmetoderne er tilnærmede, skal beregningerne alligevel gennemføres med en ret stor numerisk nøjagtighed. Dette skyldes, at værdien af  $M_f$  kan blive meget fejlagtig (d.v.s. få væsentlig større unøjagtighed end beregningsmetoden i øvrigt) hvis man f.eks. ikke opfylder den vandrette projektligning for nedre vægdel med relativt stor nøjagtighed. Dette har ikke noget med jordtryksteorien at gøre; men det afspejler det faktum, at snitkraftberegninger er meningsløse, hvis den ydre ligevægt ikke er opfyldt. Der er derfor ikke noget selvmodsiggende i, at man trods den meget tilnærmede jordtryksteori ofte skal bestemme størrelsen af  $h_1$  med formelt få cm's nøjagtighed.

Beregningsproceduren i Fig. 18 B c er praktisk talt den samme, bortset fra at man nu har  $\rho = 0$  for nedre vægdel, og at det stabiliserende moment på nedre vægdel nu er  $2M_f$  (man har  $T = 0$  i begge flydecharnierer). Ligesom på Fig. 18 A b skal der her beregnes en ekstra rammedybde  $\Delta z$  til optagelse af det nedre flydemoment ved indspænding i jorden, jfr. Fig. 18 C og (1803-05)

Hvis spunsvæggen i Fig. 18 B b-c er indstøbt foroven svarende til Fig. 18 A a, kan fås vægge med indtil 3 flydecharnierer. Man har i disse tilfælde altid  $\rho = 1$  for øvre vægdel, og det stabiliserende moment på denne vægdel vil nu være  $2M_f$ .

Til slut skal det nævnes, at der på Fig. 18 B (og i øvrigt også på Fig. 17 L) er et negativt moment i forankringspunktet. Hvis forankringspunktet ligger tilstrækkeligt dybt under JOF ( $\rho$  bliver tilstrækkelig lille), kan dette moment blive numerisk større end  $M_f$ . Dette moment kan imidlertid ikke blive dimensionsgivende for væggen, idet en flydning i dette punkt blot vil bevirke en omfordeling af jordtrykket mellem væggen og det stive jordlegeme mrk. 1 på Fig. 18 D. Det samlede jordtryks størrelse og beliggenhed vil derimod forblive uændret, fordi det er bestemt af ligevægtsligningerne for hele jordlegemet under hensyntagen til spændingsfordelingen langs A, jfr. også Fig. 17 H.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 18	EMNE  Vægge med flydecharnier	UDG.  78	SIDE nr. af	10 12
---------------------------	--------------------	--	----------------	----------------	----------

Af Fig. 18 D ses imidlertid, at der i momentligningen om  $O$  til bestemmelse af  $M_f$  reelt kun indgår resultanten af jordtrykket mellem væggen og jordlegemet 1, hvorimod en lokal omfordeling af kontaktrykket mellem væg og jordlegeme ikke har nogen indflydelse på  $M_f$ .

Det negative moment i forankringspunktet kan ganske vist ikke blive mindre end svarende til, at der er fuldt udviklet aktivt zonebrud mellem JOF og forankringspunktet. Dette tilfælde optræder dog kun ved meget dybtliggende (og i reglen svigtende) forankring.

### 18.3 Vægtyper og brudmåder

De på Fig. 17 E skitserede spunsvægstyper kan nu gennemgås med særligt henblik på valg af brudmåde, d.v.s. beregningsmetoden, idet det bemærkes, at spunsvægge normalt kan regnes helt ru, medmindre der f.eks. ved asfaltering er truffet særlige foranstaltninger til at nedbringe vægfriktionen, eller man af andre grunde ikke kan udnytte den fulde ruhed.

Vægtyperne  $b$ ,  $c$  og  $e$  på Fig. 17 E har det tilfælles, at de er afstivet eller forankret i et relativt højtliggende punkt, og at forankringen uden væsentlige omkostninger vil kunne gøres ueftergivelige. Dette vil derfor normalt være beregningsforudsætningen, d.v.s. at brudmåden er en af de på Fig. 18 B viste.

Medmindre rammedybden er bestemt af andre årsager, vil man normalt udnytte, at rammedybden (under i øvrigt ens forhold) er voksende fra venstre mod højre i Fig. 18 B. Hvis der er vanskeligheder ved at opnå tilstrækkeligt passivt jordtryk (jordlag med ringe styrke som antydnet på Fig. 17 E c) vil en stiv væg, Fig. 18 B a, derfor sandsynligvis være mere økonomisk end en væg med et eller to flydecharnierer (som ville kræve for stor rammedybde).

Væggen med ét flydecharnier, Fig 18 B b, har vist sig at være den mest økonomiske under forhold som f.eks. homogent

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 18	EMNE  Vægge med flydecharnier	UDG.  78	SIDE nr. af 11   12
---------------------------	--------------------	--	----------------	---------------------------

sand samt ler, hvor der sker en moderat forøgelse af forskydningsstyrken med dybden. Hvis der derimod optræder jordlag med stor styrke i en rimelig dybde under nedre JOF, vil man såvidt muligt udnytte, at der i så fald kan opnås indspænding i jorden, Fig. 18 B c, ved en moderat rammedybde.

Vedrørende spunsvæggen Fig. 17 E c bemærkes det specielt, at det ofte ikke er muligt at udnytte den fulde forskydningsstyrke af dyndlaget på passivside, fordi dette ville kræve alt for store vægbevægelser. Dette fremgår ved laboratorieforsøg af, at brudtøjningerne for dyndprøverne måske er 30 - 50%, hvor de for normale sand- og lerprøver snarere er 5 - 10%. Der er i nogle tilfælde taget tilnærmet hensyn til dette forhold ved at definere nogle ækvivalente styrkeparametre for sådanne bløde jordprøver som dem der findes ud fra Mohrs cirkler (G1 afsn. 12), optegnet ikke ved fuldt udviklet brudtilstand men ved tøjninger af prøverne på f.eks. 10% (der er nu i virkeligheden tale om en deformationsundersøgelse, der gennemføres som en ækvivalent brudundersøgelse).

Den samme væg, Fig. 17 E c, kan eventuelt indstøbes i den viste betonplade (især i den i afsn. 17.2 omtalte udformning, hvor betonpladen er en pælefunderet aflastningsplade f.eks. til en kajkonstruktion). I så tilfælde har man også et flydecharnier i væggen top, jfr. 18 A a, der som nævnt kan kombineres med brudmåderne på Fig. 18 B.

Væggen på Fig. 17 E d vil normalt også blive dimensioneret under forudsætning af ueftergivende forankring. Det bemærkes imidlertid, at optagelsen af den vandrette ankerkraft vil medføre at væggen påvirkes af en betydelig opadrettet komponent. Det vil derfor være nødvendigt at undersøge væggen lodrette ligevægt. Dette vil normalt medføre, at selv om væggen regnes helt ru på aktivside, kan man kun udnytte en brøkdelen af væggen ruhed på passivside, eventuelt slet intet, således at væggen her må regnes glat. Ved meget stejle afstivninger kan det yderligere være nødvendigt at give væggen en ekstra rammedybde alene med det formål at optage en opadrettet frikti-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 18	EMNE Vægge med flydecharnier	UDG. 78	SIDE nr. af 12 12
---------------------------	--------------------	------------------------------------	------------	-------------------------

onskraft (beregnes efter samme principper som overflademodstand for pæle, jfr. G 1 afsn. 26.3).

Et tilsvarende problem har man ved skråankrene på Fig. 17 E f. Her giver optagelsen af ankerkraften anledning til en nedadrettet lodret komposant i væggen, således at man her eventuelt ikke kan udnytte ruheden på aktivsiden fuldt ud. Af økonomiske grunde vil man i øvrigt hyppigt dimensionere denne vægtype under forudsætning af svigtende forankring, Fig. 18 A b. Den lodrette bæreevne af en spunsvæg kan i øvrigt også beregnes ved hjælp af formlerne i G 1 afsn. 26.3, idet man dog bør erindre følgende:

1. Der optræder ikke i dette tilfælde nogen formfaktor i formlerne for spidsmodstanden, G 1 (2602-03). I stedet for talfaktorerne 2 og 9 skal der derfor nu anvendes henholdsvis 1,7 og 7,5 (for fast moræneler 15, jfr. G 1 (2604)).
2. Der må ikke regnes med forskydningskræfter langs vægoverfladen, som er i modstrid med, hvad der er forudsat under jordtryksberegningen. Kun på den del af væggen, som befinder sig under det ved jordtryksberegningen fundne teoretiske spidsniveau, kan man frit udnytte overflademodstanden langs væggens sider.

Væggen på Fig. 17 E a er åbenbart en variant af en fri spunsvæg. Der befinder sig et flydecharnier i udgravningsniveau; men da det er et indspændingsmoment, vil man ikke have  $T = 0$ .

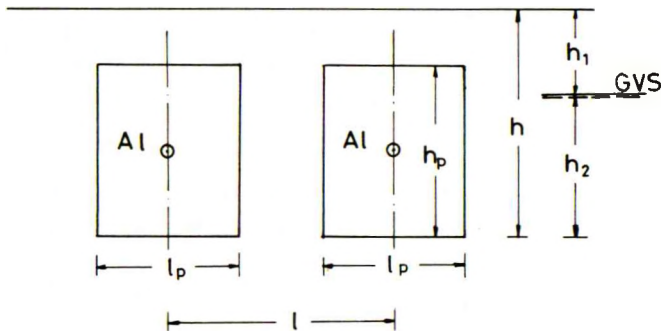
De her omtalte brudmåder og beregningsmetoder omfatter de vigtigste normale tilfælde. Nogle specialtilfælde omtales i det følgende afsnit, og andre i forbindelse med de konstruktionstyper (byggegruber, kajkonstruktioner og fangedæmninger), hvor spunsvægge især anvendes.

I øvrigt erindres der om, at spunsvæggens rolle i forbindelse med vandproblemer bl.a. er omtalt i afsn. 2-3 samt 6.

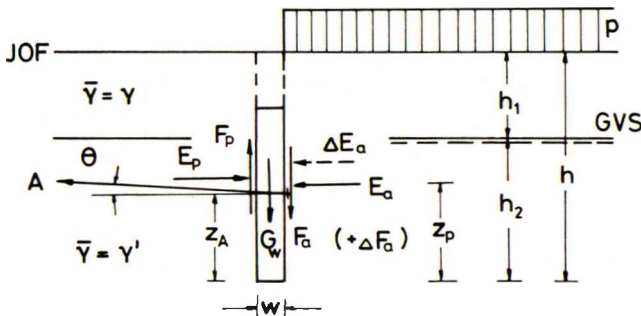
GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 19	EMNE Specielle vægproblemer	UDG. 78	SIDE nr. af 1 20
---------------------------	--------------------	-----------------------------------	------------	------------------------

### 19.1 Dimensionering af ankerplader

Ved den på Fig. 17 E e skitserede forankringskonstruktion optages den ved spunsvægsberegningen fundne (regningsmæssige) ankerkraft  $A$  (kN/m) af et langsgående stræk, der i reglen er et enkelt eller et sammensat stålprofil. Fra ækvidistante punkter på strækket (afstanden  $l$  i reglen af størrelsesordenen et par m) føres stort set vandrette ankerbolte tilbage til den konstruktion, en ankervæg (evt. også en spunsvæg), hver sin



a. Ankerplader, hver påvirket af kraften  $Al$ .



b. Betegnelser. Passivt og aktivt jordtryk

Fig. 19 A: Beregning af ankerplader (vandspejl og fri overfladelast)

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 19	EMNE Specielle vægproblemer	UDG. 78	SIDE nr. af 2   20
---------------------------	--------------------	-----------------------------------	------------	--------------------------

ankerplade (normalt udført i armeret beton) eller hver sin pælebuk, som optager ankerkraften i jorden. Vedrørende konstruktionsdetallier ved væggen henvises til afsn. 25; her skal nærmere omtales dimensioneringen af en ankervæg eller systemet af ankerplader.

Følgende bemærkes:

1. Ankervægge eller ankerplader befinder sig oftest i relativt ringe dybde under en vandret JOF, der normalt kan blive belastet af en fri overfladelast. Denne skal derfor i hvert enkelt tilfælde regnes opstillet i ugunstigst mulige position
2. Ankervægge og -plader befinder sig også hyppigt delvis under et GVS. Dette er i hvert fald tilfældet for kajkonstruktioner, men også ofte ved byggegruber. Det for optagelsen af ankerkraften ugunstigste tilfælde er højst mulige beliggenhed af GVS, hvilket derfor skal forudsættes.
3. Det er fundet, at en række ankerplader kan regnes at optage samme ankerkraft pr. længdeenhed som en kontinuert ankervæg fra JOF til rammedybden  $h$ , såfremt de ankerpladers dimensioner opfylder betingelserne:

$$h_p \geq 0,6 h$$

og

(1901)

$$l_p \geq 0,75 l$$

Dette forudsættes i det følgende. Med indlysende ændringer er dimensioneringsproceduren derfor den samme for ankervægge og ankerplader (en ankervæg kan være en spunsvæg, der ligesom den primære spunsvæg er forsynet med et stræk i ankerniveau til at fordele kræfterne fra ankerboltene ensformigt over væggens længde).

4. Det er fundet, at den optimale udnyttelse af ankervæggen eller -pladerne fås, når det antages, at den får ren translation i brudtilstanden. Dette forudsættes derfor. Da brud-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE
	nr. 19			
			78	3 20

måden således er givet, vil der være en entydig sammenhæng mellem forankringsdybden  $h$  og den ankerkraft  $A$ , der kan optages pr. længdeenhed. Ankerniveauet, defineret ved størrelsen  $z_A$  på Fig. 19 A er ligeledes entydigt bestemt. Dette medfører bl.a., at ankerkoten ved ankerpladerne ikke nødvendigvis er den samme som henne ved spunsveggen, hvor den kan være bestemt af andre hensyn, f.eks. som det niveau hvor man under udførelsen mest hensigtsmæssigt kan etablere stræk + ankerbolte (udgravnings- og/eller vandspejlsforhold etc.). Som antydnet på Fig. 19 A vil ankerboltene derfor hyppigt danne en (lille) vinkel  $\theta$  med vandret. Størrelsen af  $\theta$  er imidlertid ikke kendt på forhånd, da den naturligvis afhænger af de fundne størrelser  $h$  og  $z_p$ .

5. I øvrigt gælder det, som påvist af Brinch Hansen, at man af hensyn til den lodrette ligevægt ikke kan udnytte den fulde ruhed på passivside: Da man åbenbart har

$$E_p = E_a + A$$

og

(1902)

$$F_p = F_a + G_w - A \tan \theta$$

jfr. Fig. 19 A b, så skal man normalt have:

$$\tan \delta_Y = \frac{F_p}{E_p} < \frac{F_a}{E_a} = \tan \varphi \quad (1903)$$

Da  $\delta_Y$  normalt bliver relativ lille i forhold til  $\varphi$ , kan  $E_p$  med rimeligt god tilnærmelse beregnes ved hjælp af Coulombs jordtryksteori, jfr. afsn. 11.1-2, som oprindeligt foreslået af Brinch Hansen. Der er imidlertid senere beregnet den på Fig. 19 B skitserede statisk tilladelige brudfigur (af Brinch Hansen betegnet  $SfP$ ), som mere korrekt (og på den sikre side) angiver det passive jordtryk for en væg i ren translation med kun delvis udnyttet vægruud.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 19	EMNE Specielle vægproblemer	UDG. 78	SIDE nr. af 4 20
---------------------------	--------------------	-----------------------------------	------------	------------------------

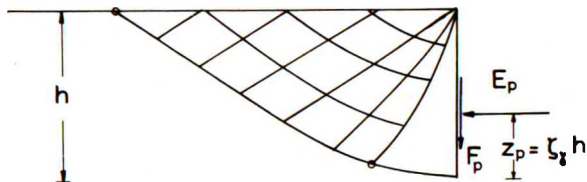


Fig. 19 B: Brudfigur  $S_fP$  for passivt jordtryk på væg i ren translation med delvis udnyttet vægruhed ( $\gamma > 0$ ,  $p = c = 0$ ).

Idet der foreløbig antages homogen jord og desuden det rene  $\gamma$ -tilfælde ( $p = c = 0$ ) kan man skrive:

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_\gamma \quad (1904)$$

hvor  $K_\gamma$  nu er en funktion af både  $\varphi$  og  $\delta_\gamma$ . Idet man ifølge (1903) har

$$\begin{aligned} F_p &= E_p \tan \delta_\gamma \\ &= \frac{1}{2} \gamma h^2 K_\gamma \tan \delta_\gamma \end{aligned} \quad (1905)$$

er de ved hjælp af denne brudfigur beregnede værdier af  $K_\gamma$  på diagram 19 a vist i afhængighed både af  $\tan \delta_\gamma$  og - til brug for beregningerne i praksis - af  $K_\gamma \tan \delta_\gamma$ .

Det viser sig, at angrebepunktet  $E_p$  ikke nøjagtigt er i nederste trediedelspunkt (som ved en trekantformet jordtryksfordeling). Den relative højde  $\zeta_\gamma$  af angrebepunktet er defineret på Fig. 19 B, og på Diagram 19 b er den vist som funktion af både  $\tan \delta_\gamma$  og  $K_\gamma \tan \delta_\gamma$ .

Beregningsproceduren ved dimensionering af ankerpladerne på Fig. 19 A bliver herefter, idet de kendte størrelser er:  $A$ ,  $h_1$ ,  $\gamma$  og  $\gamma'$ :

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	1933.	SIDEN
	nr.			
	19	Specielle vægproblemer	78	5   30

1. Jordtrykskoefficienten  $K_Y^{ar}$  findes, jfr. G1 afsn. 13. Desuden skønnes en foreløbig værdi af  $h$ , f.eks. ved anvendelse af (1902) og (1904), idet der ses bort fra bidragene  $G_w$  og  $A \tan \theta$ , og idet der anvendes en middelvægt  $\bar{\gamma}$ . Det bemærkes, at man under disse forudsætninger har

$$K_Y^p \tan \delta_Y = K_Y^{ar} \tan \varphi.$$

2. Ankerpladernes dimensioner,  $h_p$ ,  $l_p$  og  $w$ , kan nu vælges, idet (1901) skal være opfyldt. Herudfra kan pladernes effektive vægt pr. m. beregnes. I denne størrelse medregnes vægten af jord mellem de enkelte plader samt striben af jord lodret over pladerne.
3. Det hydrostatiske jordtryk  $E^h$  (jordtrykket for  $K_Y = 1$ ), og dets moment om pladens underkant beregnes af:

$$E^h = \frac{1}{2} \gamma h^2 - \frac{1}{2} (\gamma - \gamma') h_2^2 \quad (1906)$$

$$E^h z^h = \frac{1}{6} \gamma h^3 - \frac{1}{6} (\gamma - \gamma') h_2^3$$

hvor  $h_2$  ifølge Fig. 19 A er underkantens dybde under GVS.

4. Herefter beregnes alle størrelser (alle regnet positive), idet der i første omgang ses bort fra indflydelsen fra vinklen  $\theta$ :

$$E_a = E^h \cdot K_Y^{ar}$$

og

(1907)

$$F_a = E_a \tan \varphi$$

5. Ud fra (1902) og (1905) findes nu:

$$K_Y^p \tan \delta_Y = \frac{G_w + F_a}{E^h} \quad (1908)$$

$K_Y^P$  kan herefter findes af Diagram 1, og  $E_p$  af:

$$E_p = E^h K_Y^P \quad (1909)$$

Til slut findes den nominelle ankermodstand  $A_1$  svarende til  $p = 0$ :

$$A_1 = E^P - E^a \quad (1910)$$

6. Det skal undersøges, om overfladebelastning på aktivsiden,  $p > 0$ , nedsætter ankermodstanden, idet den forøger  $E^a$ , men også  $F^a$  og hermed  $F^P$  og  $E^P$ .  $E^a$  ændres med:

$$\Delta E^a = p h K_p^{ar}$$

og

$$\Delta F^a = \Delta E^a \tan \varphi \quad (1911)$$

Ved indførelsen af disse tillæg til de pågældende størrelser i (1908-10) findes ankermodstanden  $A_2$  under forudsætning af  $p > 0$ . Den endelige ankermodstand er:

$$A_0 = \min\{A_1, A_2\} \quad (1912)$$

7. Afstanden fra pladens fodpunkt til den resulterende ankermodstand findes nu ved hjælp af en momentligning, idet  $E_a$  angriber i højden  $z^h$ , jfr. (1906), og  $\Delta E_a$  i højden  $h/2$ .  $E_p$  antages med tilnærmelse at angribe i højden

$$z^P = \zeta_Y \cdot 3 z^h \quad (1913)$$

hvor  $\zeta_Y$  aflæses af Diagram 19 b. Man finder:

$$\begin{aligned} A_0 z_A^0 &= E^h z^h (K_Y^{Pr} \cdot 3 \zeta_Y - K_Y^{ar}) - \Delta E_a \cdot \frac{h}{2} \\ &+ G_w \frac{w}{2} + (F^a + \Delta F^a) w \end{aligned} \quad (1914)$$

idet  $\Delta E_a = \Delta F_a = 0$ , hvis  $A_0 = A_1$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr. 19			Specielle vægproblemer	nr. 7

8. Herefter kan forankringskoten ved ankerpladerne bestemmes, og vinklen  $\theta$  beregnes. Hvis korrektionen -  $A \tan \theta$  er af nogen betydning i (1908), jfr. (1902) - især naturligvis hvis den virker til den usikre side - skal der foretages omregning. Dette er også tilfældet, hvis den endelige værdi af  $A_0$  er mindre end den virkelige ankerkraft  $A$  eller for meget større end denne ( $h$  og  $h_p$  skal da forøges henholdsvis formindskes).

Til slut beregnes armeringen i de enkelte ankerplader ud fra momentet i det lodrette og det vandrette snit gennem forankringspunktet.

Beregningen af en ankervæg er som nævnt praktisk talt den samme, idet man dog normalt kan se bort fra indflydelsen af vægtykkelsen  $w$  samt af væggenes egenvægt  $G_w$ .

19.2 Andre forankringsmåder

En alternativ, og ligeledes hyppigt benyttet, forankringsmåde fås ved som skitseret på Fig. 17 E e at fastgøre hver ankerbolt til en pælebuk bestående af to enkeltpæle, jfr. Fig. 19 C:

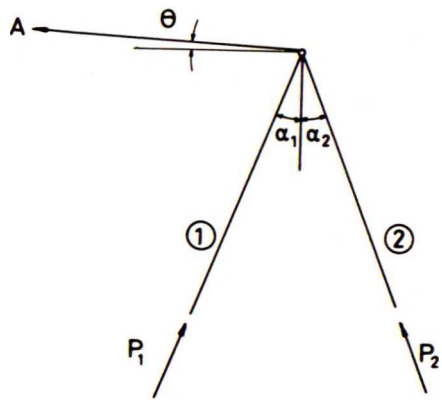


Fig. 19 C: Ankerkraft  $A$  optaget ved pælekræfterne  $P_1$  og  $P_2$  i en pælebuk.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 19	EMNE Specielle vægproblemer	UDG. 78	SIDE nr. af 8 20
---------------------------	--------------------	-----------------------------------	------------	------------------------

Ved betonpæle udformes pælens skæringspunkt som en betonklods, hvori den frithuggede pælearmering indstøbes, og hvortil man kan fastgøre ankerbolten. Pælene antages normalt at skulle optage ankerkraften  $A$  ved rent aksiale kræfter.

Idet de på Fig. 19 C viste pælekræfter  $P_1$  og  $P_2$  begge regnes positive som tryk, giver den vandrette og lodrette projektligning henholdsvis:

$$P_1 \sin \alpha_1 - P_2 \sin \alpha_2 = A \quad (1915)$$

og

$$P_1 \cos \alpha_1 + P_2 \cos \alpha_2 = -A \tan \theta$$

Heraf fås:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \frac{A}{\cos \theta \sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \begin{Bmatrix} \cos(\alpha_2 + \theta) \\ -\cos(\alpha_1 - \theta) \end{Bmatrix} \quad (1916)$$

Følgende bemærkes:

1. For alle realistiske værdier af  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  og  $\theta$  er  $P_1$  altid positiv og  $P_2$  altid negativ, og desuden er disse to kræfter numerisk af samme størrelsesorden. Da trækbæreevnen for en pæl altid er mindre end trykbæreevnen, vil den væsentlige opgave være at dimensionere trækpælen mrk. 2 (af praktiske grunde udføres de to pæle hyppigt ens).
2. Af størrelsen  $\sin(\alpha_1 + \alpha_2)$  i nævneren i (1916) fremgår det, at vinklerne  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$  begge skal vælges så store som muligt, d.v.s. med den maksimale hældning med lodret, som det med de givne forhold er muligt at ramme skråpæle. Hvis således blot en af disse vinkler sættes til nul (en af pælene rammes som en lodpæl), vil  $P_1$  og  $P_2$  begge blive ca. fordoblede.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Specielle vægproblemer	nr.
	19		78	9	20

3. Vinklen  $\theta$  har ikke stor indflydelse, og kan i øvrigt heller ikke i praksis ændres meget fra værdien nul. Af (1916) ses, at man såvidt muligt bør foretrække en negativ værdi frem for en positiv.

Pælens bæreevne beregnes som angivet i G1 afsn. 26. Det bemærkes i denne forbindelse, at overflademodstandsfaktoren  $N_m$  i G1 (2605) for friktionsjord må påregnes at kunne blive lav (måske 0,1 à 0,2) for den del af overflademodstanden, der hidrører fra sandlag der indfyldes (evt. indpumpes) omkring pælen efter dennes nedramning. Den forøgelse i lodrette effektive spændinger, som vægten af sådanne senere indfyldte jordlag giver i dybereliggende sandlag, medfører heller ikke en tilsvarende proportional forøgelse af hverken  $Q_p$ , G1 (2602), eller  $Q_m$ , G1 (2605).

Dette medfører, at det vil kunne være vanskeligt at opnå tilstrækkelig træk bæreevne ved f.eks. kajkonstruktioner på større vanddybder. Konstruktionen kan imidlertid være økonomisk ved små til moderate vanddybder (eventuelt med to trækpæle pr. trykpæl).

Ved byggebruber, der udgraves fra starten, benyttes konstruktionen i reglen kun, hvis man til andre formål skal anvende (skrå-)pæle. I stedet anvendes hyppigt konstruktionen med skråankre, Fig. 17 E f. Den ses også at have stort set samme statiske virkemåde, foruden at den er mere økonomisk (man sparer ankerboltene og de specielle samlinger ved pælehovederne).

Som nævnt udføres skråankre nu hyppigst som indborede og injicerede ankere. Det er sædvanligt, at alle ankere trækprøves efter etableringen.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	19	Specielle vægproblemer	73	10	20

### 19.3 Afstivning i flere niveauer

Til midlertidig indfatning af byggegruber, samt i enkelte andre, helt specielle tilfælde, kan anvendes vægge, der er understøttet i vandret retning af to eller flere over hinanden liggende rækker afstivninger. Væggen er ofte rammet et stykke ned under udgravningens bund, således at den forneden tillige er understøttet af et passivt jordtryk; men dette er ikke altid tilfældet.

For den færdige væg kan der ved flere stive forankringer kun i særlige tilfælde angives en jordtryksbrudfigur svarende til fuldt udviklet brudtilstand i jorden bag væggen (for to afstivningsniveauer kan Fig. 18 B c dog anvendes, idet nederste flydecharnier ligger i nederste afstivnings niveau). Ikke desto mindre kan man godt i mange tilfælde beregne det samlede jordtryk ved hjælp af Brinch Hansens jordtryksteori. Dette skyldes, at udførelsesprocessen medfører bevægelser af væggen, jfr. Fig. 19 D.

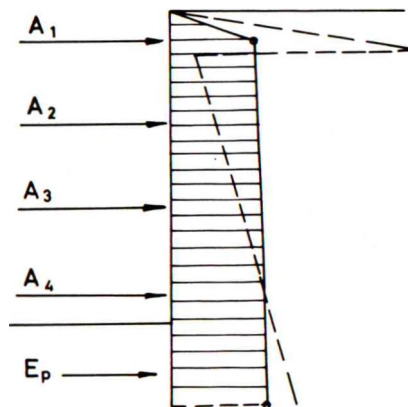


Fig. 19 D: Væg afstivet i flere niveauer.  
Brudbevægelses- og modificeret jordtryksfordeling.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 19	EMNE Specielle vægproblemer	UDG. 78	SIDE nr. af 11 20
---------------------------	--------------------	-----------------------------------	------------	-------------------------

I praksis udføres væggen på den måde, at spunsvæggen først rammes, hvorefter der udgraves netop så dybt, at første afstivning kan anbringes. Dernæst graves videre, indtil næste afstivning kan placeres etc.

Den øverste afstivning vil således være anbragt, inden der sker nævneværdige bevægelser af væggen; men efterhånden som udgravningen skrider frem, vil væggen blive presset mere og mere ind mod byggegruben. De allerede anbragte afstivninger vil forhindre yderligere bevægelser foroven; men længere nede vil væggen stadig kunne bevæge sig. Krumningen af væggen ændres desuden, hvilket må forventes at medføre en omfordeling af jordtrykket.

Den samlede bevægelse af væggen kan derfor med rimelig tilnærmelse beskrives som en drejning om det øverste afstivningspunkt kombineret med en vis krumning af væggen.

Brinch Hansen har derfor foreslået følgende beregning af jordtryksfordelingen: Først beregnes den sædvanlige jordtryksfordeling, som ifølge afsn. 17 svarer til en stiv væg, der drejer sig om øverste afstivningspunkt (pos.rot.). Denne jordtryksfordeling, som er skitseret med en punkteret linie på Fig. 19 D, transformeres dernæst f.eks. til den på figuren viste fuldt optrukne, der har samme størrelse og beliggenhed af det samlede jordtryk (Brinch Hansen foreslog oprindeligt en transformeret fordeling der er retlinet helt fra JOF til væggen spids; dette er teoretisk ukorrekt - jordtryksordinaterne under JOF kan ikke overskride passivt jordtryk - men dog formentlig tilstrækkeligt nøjagtigt i praksis).

Hvis spunsvæggen er ført under udgravningens bund, kan der tages et "passivt" jordtryk,  $mrk. E_p$ , i regning. Dette jordtryk kan teoretisk vokse til fuldt udnyttet passivt jordtryk; men i praksis vil der ikke kunne udnyttes et større jordtryk end fundet ved momentligningen om nederste afstivningspunkt, idet den drivende kraft er jordtrykket på aktivsiden, og væggen flydemoment regnes fuldt udnyttet i ankerpunktet.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 19	EMNE Specielle vægproblemer	UDG. 78	SIDE nr. af 12 20
---------------------------	--------------------	-----------------------------------	------------	-------------------------

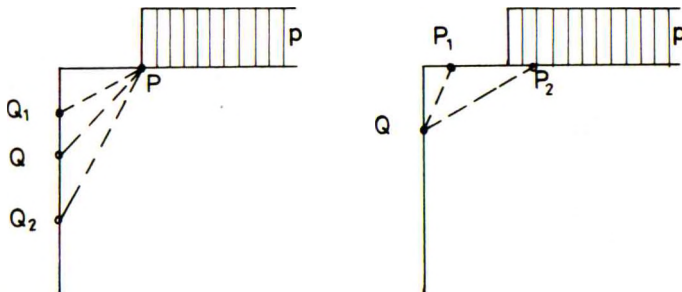
Afstivningskræfterne,  $A_1 - A_4$  på Fig. 19 D, samt de dimensionsgivende momenter i væggen kan findes, idet denne beregnes som en kontinuerlig (slap) bjælke, belastet med jordtrykket på aktivsiden, og stift understøttet af afstivningerne. Maksimummomenterne i væggen kan beregnes ved hjælp af plasticitetsteorien, d.v.s. under forudsætning af, at der udvikles flydecharnierer ved afstivningerne og i  $T = 0$  -punkterne mellem dem.

#### 19.4 Skrå eller uensformigt belastet jordoverflade

Den hidtil omtalte teori forudsætter som nævnt en vandret og ensformigt belastet jordoverflade, hvilket også er det hyppigst forekommende tilfælde: Overfladelasten er således normalt en fri last, der derfor skal antages at virke i farligste position, d.v.s. overalt på JOF (på aktivsiden).

Imidlertid kan man komme ud for linie- eller stribebelastninger, samt, bl.a. ved kajkonstruktioner med aflastningsplade, for overfladelaster der kun i en vis afstand fra væggen kan give anledning til jordtryk på denne (tættere på væggen står belastningen på aflastningspladen og bæres derfor direkte af pæleværket),

De relativt simple brudfigurer på Fig. 17 H kan kun i specielle tilfælde tage sådanne forhold i regning; i det generelle tilfælde må de erstattes af langt mere komplicerede og endnu til dels ukendte, brudfigurer. Det er ganske vist muligt ved en teknik svarende til Fig. 11 D, men med cirkel- eller spiralbueformede brudsnit, at beregne en tilnærmet statisk tilladelig jordtryksfordeling for praktisk talt enhver geometri og lastfordeling på aktivsiden; men da dette kræver en betydelig erfaring, og under alle omstændigheder medfører et stort beregningsarbejde, skal denne metode ikke omtales nærmere. I stedet skal her angives nogle simple tilnærmelser, som i reglen er på den sikre side.



a. Influensstrækning på væggen.

b. Influensstrækning på JOF.

Fig. 19 E: Væg med afbrudt overfladebelastning.

For en væg med afbrudt overfladebelastning, Fig. 19 E, er en meget brugt tilnærmelse følgende:

1. Over punktet  $Q$  (Fig. 19 E a), hvor linien  $PQ$  danner vinklen  $45^\circ$  med vandret, beregnes jordtryksfordelingen svarende til overfladelasten nul. Under punktet  $Q$  regnes overfladelasten  $p$  fuldt virkende. Dette svarer til, at der i (1713-14) ikke medtages noget  $p$ -led over pkt.  $Q$ , mens det medtages fuldt ud under dette punkt.
2. Hvis grænsepunktet  $P$  for overfladelasten ligger relativt langt fra væggen topunkt, kan denne tilnærmelse medføre, at overfladelasten ikke bidrager (væsentligt) til momentet i væggen. Man har derfor modificeret reglen som følger: Jordtrykket beregnes svarende til  $p = 0$  ned til punktet  $Q_1$ , hvor linien  $PQ_1$  danner vinklen  $45^\circ - \varphi/2$  med vandret. Det beregnes svarende til den fulde værdi af  $p$  under  $Q_2$ , hvor  $PQ_2$  danner vinklen  $45^\circ + \varphi/2$  med vandret. Mellem  $Q_1$  og  $Q_2$  interpoleres lineært mellem 0 og  $p$  til bestemmelse af den værdi af overfladelasten, der skal medtages i jordtryksberegningen.

De nævnte regler anvendes uafhængigt af trykspring eller laggrænser: De vedrører alene størrelsen af faktoren til  $K_p^x$  henholdsvis  $K_p^y$  i (1713-14).



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 19	EMNE Specielle vægproblemer	UDG.	SIDE	
			79	nr. 15	af 20

For en skrå jordoverflade, Fig. 19 F, kan brudfigurerne Fig. 17 H principielt anvendes med de nødvendige modifikationer, således at Brinch Hansens jordtryksteori kan generaliseres til at omfatte dette tilfælde. Imidlertid bemærkes følgende:

1. Tilfældet Fig. 19 F vil f.eks. kunne opstå ved, at der bag en kajindfatning oplagres kornet masse (eksempelvis sand) med en skræntvinkel  $\beta$  af samme størrelsesorden som den aktuelle friktionsvinkel  $\varphi$  (større end den karakteristiske og naturligvis også større end den regningsmæssige). Dette vanskeliggør en korrekt brudberegning, idet man regningsmæssigt ikke kan have en skråning stejlere end  $\varphi_p$  med vandret. Dette problem kan dog løses ved at antage en regningsmæssig skråningsoverflade, som danner vinklen  $\varphi_p$  med vandret. Materialet over denne overflade antages da at virke som en lodret overfladelast:

$$p' = \gamma x (\tan \beta - \tan \varphi_p) \quad (1917)$$

hvis intensitet vokser lineært med afstanden fra væggen (behandles som på Fig. 19 E).

2. Brinch Hansens grænsebetingelse (1709), der anvendt på liniebruddet Fig. 17 Hd giver en rimeligt god tilnærmelse ved vandret JOF, har vist sig at være ret meget på den usikre side, hvis den benyttes (i pos. rot.) for et liniebrud, som skærer en JOF der hælder opad bort fra væggen. Dette skyldes, at en virkeligt statisk tilladelig brudfigur i det sidstnævnte tilfælde afviger ret meget fra et rent liniebrud. For at opnå en bedre tilnærmelse skal endog særdeles komplicerede brudfigurer undersøges og beregnes, hvilket endnu ikke er gennemført systematisk.

Som en simpel tilnærmelse betragtes derfor ofte en regningsmæssig vandret JOF, belastet med den lodrette overfladelast

$$p'' = \gamma x \tan \beta \quad (1918)$$



For en hældende JOF på passivside kan i tilfældene Fig. 18 B b-c, og med tilnærmelse også for Fig. 18 B a, benyttes teorien for zonebrud, afsn. 13, jfr. også Eks. 13.1 og (1508-12), idet det dog bemærkes at  $p=0$  ( $\beta_0 = \beta$ , hvis  $c=0$ ).

19.5 Stabilitet af væg og forankring

For en væg, der er forankret til ankerplader vil en speciel stabilitetsundersøgelse være nødvendig for at godtgøre, at den valgte ankerlængde er tilstrækkelig. Brudfiguren er skitseret på Fig. 19 G , jfr. Fig. 10 C.

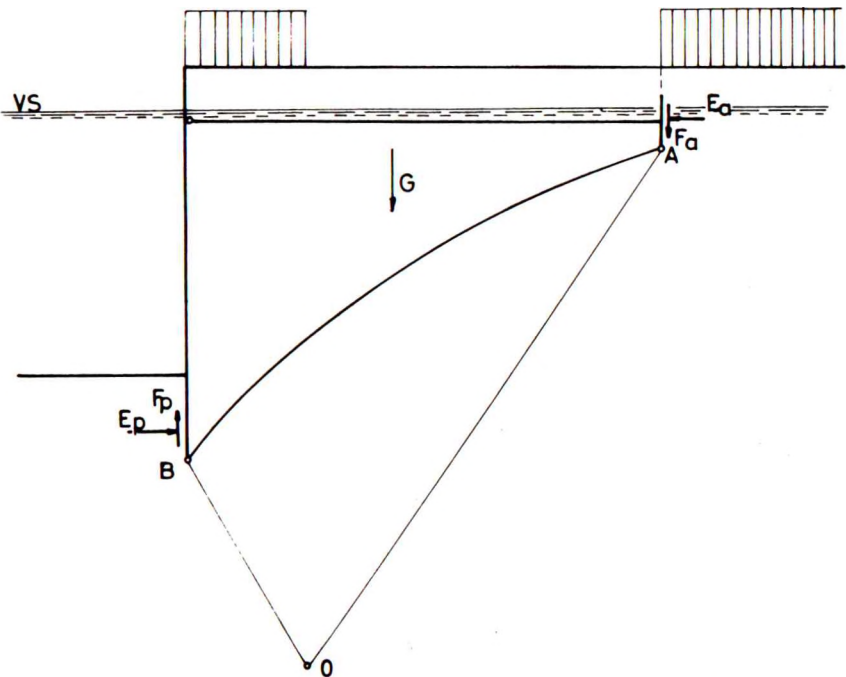


Fig. 19 G: Brudfigur for bestemmelse af ankerlængde ved forankret spunsvæg.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	19	Specielle vægproblemer	78	17	20

Stabilitetsundersøgelsen udføres på normal måde ved hjælp af en cirkel- eller spiralbueformet brudlinie  $AB$  (en  $b$ -linie, ved lagdelt jord sammensat efter det på Fig. 12 E viste princip). Ved kajkonstruktioner vil højest mulige vandspejl normalt være det farligste. Som drivende kræfter virker:

1. Aktivt jordtryk på bagsiden af ankerpladen. Det vil også her være nødvendigt at undersøge, om der skal regnes med overfladelast bag ankerpladen eller ej, jfr. (1911):  $\Delta E_{\alpha}$  virker væltende, men  $\Delta F_{\alpha}$  stabiliserende. Der gælder ikke her nødvendigvis samme tilfælde som ved dimensioneringen af ankerpladerne.
2. Overfladelast på den del af JOF, der ligger til venstre for en lodret linie gennem polen  $O$ .

Som stabiliserende kræfter virker vægten  $G$  af jordlegemet over brudsnittet  $AB$  samt komponenterne  $E_p$  og  $F_p$  af det passive jordtryk. For tilfældene Fig. 18 B a-b kan dette jordtryk med rimeligt god tilnærmelse beregnes på sædvanlig måde (svarende til den brudmåde, der er forudsat ved jordtryksberegningen); men ved indspændte spunsvægge, Fig. 18 B c, er en sådan beregning på den usikre side: Brudsnittet  $AB$  når ofte ikke ned til spunsvægsspidsen, hvorfor der kræves en særlig undersøgelse, jfr. afsn. 19.6.

Tilsvarende undersøgelser kan blive aktuelle ved andre forankringsformer, jfr. Fig. 19 H, som vedrører skråankre.

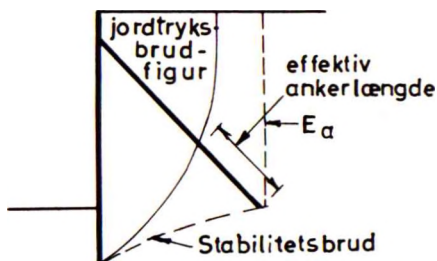


Fig. 19 H: Specielle problemer vedr. skråankre.

Det bemærkes her, at der som effektiv ankerlængde kun kan medregnes den længde af ankrene, som befinder sig uden for jordtryksbrudfiguren: Inden for denne er jordens forskydningsstyrke fuldt udnyttet. Hertil kommer, at risikoen bør undersøges for et stabilitetsbrud, hvor hele den jordmasse, hvori ankrene befinder sig, bevæger sig udad som et stift hele sammen med spunsvæggen. På den skitserede lodrette flade gennem ankerspidserne vil man normalt kunne regne med aktivt Rankine-jordtryk (altså svarende til glat væg, jfr. Fig. 12 F).

#### 19.6 Andre kombinationer med stabilitetsproblemer

Ud over totalstabilitetsproblemet, Fig. 12 E, og det på Fig. 19 G skitserede mere lokale stabilitetsproblem, kan det i en række tilfælde være nødvendigt at undersøge specielle stabilitetsbrud. Et eksempel herpå er skitseret på Fig. 19 I, som svarer til Fig. 19 G, men gælder for en spunsvæg med stor rammedybde, f.eks. som på Fig. 18 B c.

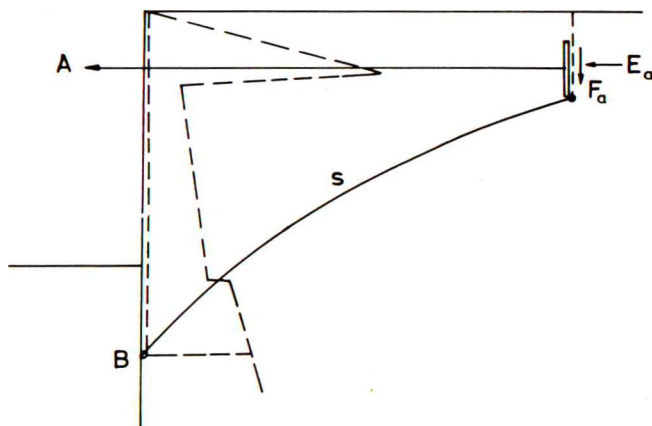


Fig. 19 I: Speciel stabilitetsundersøgelse:

Brudsnittet  $s$  skærer spunsvæggen

Stabiliserende kraft: Aktivt jordtryk (beregnet fordeling)

Væltende kraft: Ankerkraften  $A$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 19	EMNE Specielle vægproblemer	UDG. 78	LIDT nr. 19	19
---------------------------	--------------------	-----------------------------------	------------	----------------	----

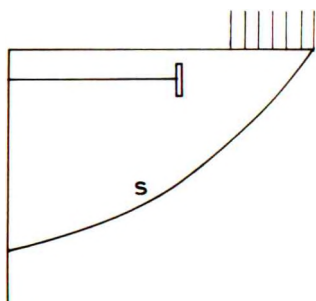
I dette tilfælde kan brudsnittet  $s$  skære spunsvæggen over spidsen. Det jordlegeme, der bevæger sig afgrænses nu ved et lodret snit langs spunsvæggens inderside, hvor der som stabiliserende kraft virker det beregnede jordtryk på aktivsiden, og som væltende kraft den beregnede ankerkraft  $A$  (ankrene overskæres jo af det angivne snit).

Denne undersøgelse kan gennemføres for et vilkårligt punkt  $B$  på spunsvæggen, (og som sædvanligt for en énparametrét familie af brudsnit for hvert punkt  $B$ ). Hvis det således beregnede absolutte minimum af stabilitetsforholdet  $F$  er mindre end 1, må man enten forøge ankerlængden eller regne med et forøget jordtryk på aktivsiden af spunsvæggen. Da jordtrykket over trykspringet er valgt således, at det stort set antager den maksimale statisk tilladelige værdi, er det jordtrykket under trykspringet, der skal forøges. Dette gøres simplest ved at multiplicere alle  $e^y$ -værdier, (1714), med en fælles faktor.

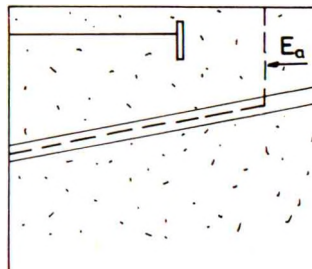
Det bemærkes, at spunsvægsberegningen i så fald skal gentages, idet en forøgelse af jordtrykket på aktivsiden naturligvis medfører ændrede spunsvægsdimensioner og også en ændret ankerkraft  $A$ .

Beregningen, som er analog med den i forbindelse med Fig. 14 B omtalte for støttemure, kan generaliseres til at omfatte undersøgelser af, om fjernere beliggende belastninger på JOF, svage jordlag bag spunsvæggen etc. har nogen indflydelse på spunsvægsberegningen, jfr. Fig. 19 J, hvor nogle få typiske eksempler er skitseret.

I begge de på Fig. 19 J viste eksempler kontrolleres det, ligesom på Fig. 19 I, om den ved spunsvægsberegningen fundne jordtryksfordeling på aktivsiden, opfattet som stabiliserende kraft på et jordlegeme i potentielt stabilitetsbrud, er tilstrækkeligt stor til at forhindre lokale bevægelser ind mod spunsvæggen. Hvis ikke, må jordtryksfordelingen modificeres, og der må tages hensyn til de således forøgede jordtryk ved selve spunsvægsdimensioneringen.



a. Koncentreret belastning i større afstand fra væggen



b. Tyndt, svagt jordlag i sand med god styrke

Fig. 19 J: Eksempler på supplerende stabilitetsundersøgelser for spunsvægge.

For en ordens skyld bemærkes det, at de ved brudfigurerne Fig. 19 G-J antagne spændingsfordelinger som nævnt i afsn. 10.1 ikke må være i modstrid med den ved jordtryksberegningen antagne spændingsfordeling i jordmassen: De skal tilsammen være forenelige med antagelsen om én bestemt statisk tilladelig spændingsfordeling i jordmassen bag spunsvæggen. I denne forbindelse skal det anføres, at hvis jordtrykket på aktivsiden som angivet ovenfor forøges for at kunne opfylde stabilitetskriteriet, så er dette faktisk ensbetydende med, at jordens styrke ikke udnyttes fuldt ud i den lokale jordtryksbrudfigur (af en af typerne Fig. 17 H). Selv om jordtrykket ikke forøges, vil jordtryksbrudfiguren sjældent være i (stærk) modstrid. Det vil derfor normalt være tilladeligt, at antage de to brudfigurer udviklet samtidigt.

I specielle tilfælde kan problemet imidlertid blive aktuelt, hvorfor man ved videregående undersøgelser må være opmærksom på det. Der kan f.eks. tages hensyn til det ved at benytte noget forøgede partialkoefficienter.



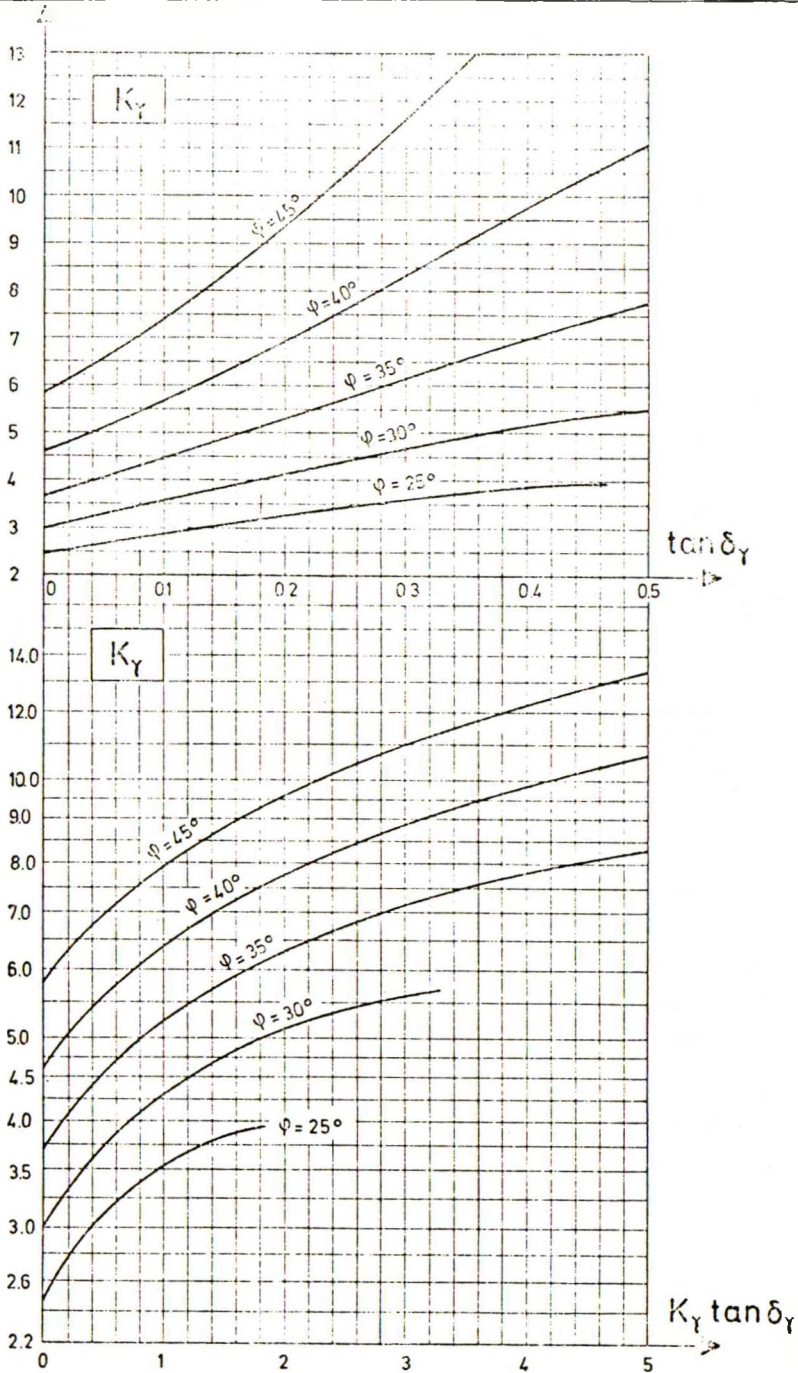


Diagram 19.1 a: Jordtrykskoefficienter for passivt jordtryk på lodret, delvis ru væg i translation under vandret JOF.



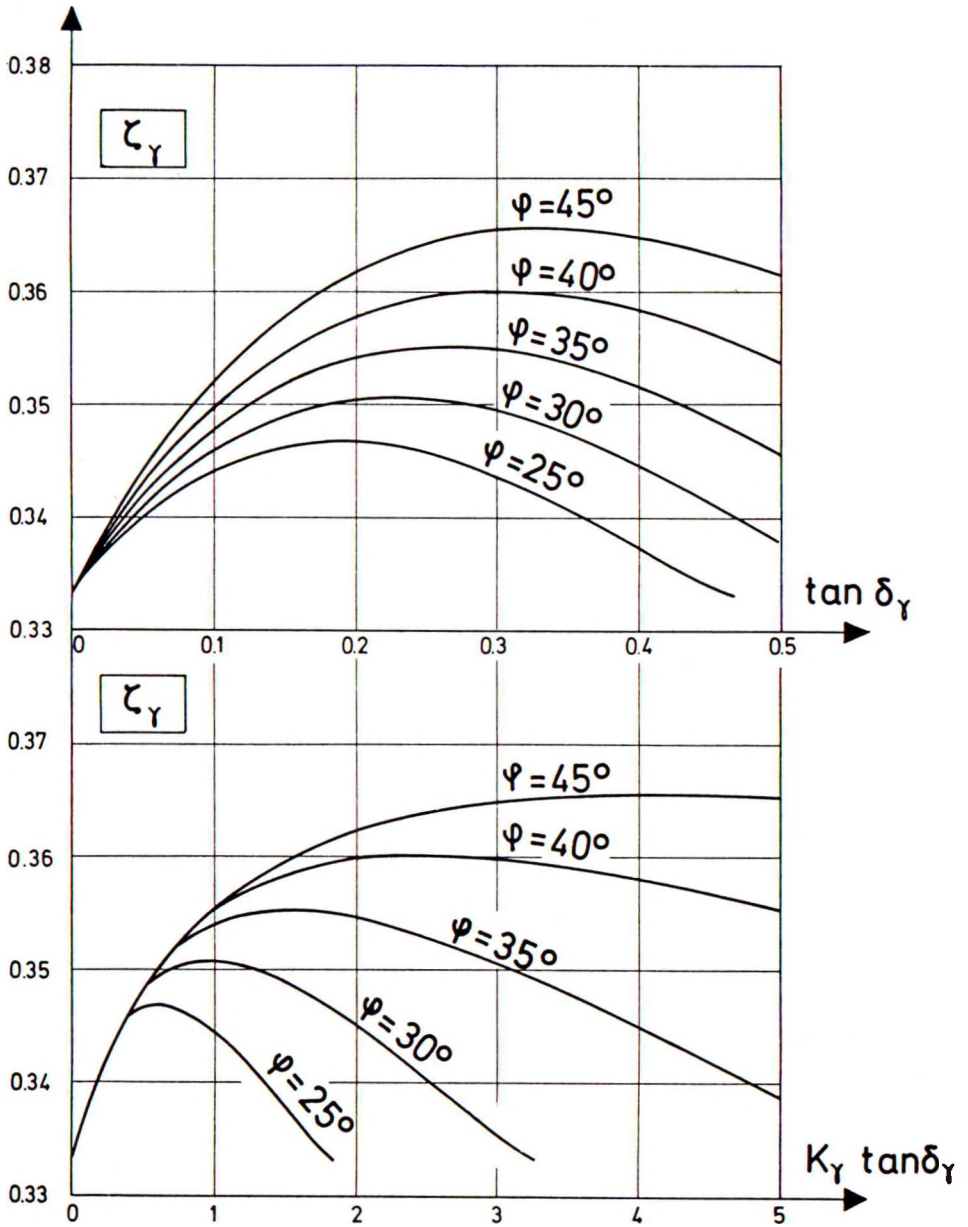


Diagram 19.1 b: Relativ højde af angrebspunkt for passivt jordtryk på lodret, delvis ru væg i translation under vandret JOF.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	20	Plane pæleværker Beregning	78	1	16

### 20.1 Forudsætninger

Såfremt jordprofilet ikke tillader direkte fundering i en rimeligt økonomisk dybde, kan konstruktioner som bl.a. støttemure og bropiller pælefunderes. I modsætning til almindelige bygningsfundamenter, G 1 Fig. 24 C, der stort set kun overfører lodrette kræfter til pæleværket, hvorfor dette kan bestå af udelukkende lodpæle, vil man i det generelle tilfælde normalt også skulle optage vandrette kræfter, jfr. f.eks. Fig. 14 D-E og Fig. 16 C (en undtagelse danner dog støttemurstypen Fig. 14 A e). Pæleværket skal derfor også indeholde skråpæle.

Svarende til forskellen mellem f.eks. støttemure og bropiller skelnes der mellem plane og rumlige pæleværker. Den førstnævnte type understøtter konstruktioner, som er langstrakte i retningen vinkelret på systemplanen (en  $zx$ -plan med  $z$ -aksen positiv nedad, eller en  $xy$ -plan med  $y$ -aksen positiv opad). Sådanne pæleværker skal pr. lb.m konstruktion i det generelle tilfælde optage 3 lastkomponenter: Lodret og vandret komponent samt et moment. Rumlige pæleværker understøtter derimod konstruktioner som f.eks. bropiller (Fig. 16 C). De skal derfor i det generelle tilfælde optage 6 lastkomponenter: En lodret og to vandrette samt 3 momentkomponenter.

I plane pæleværker, som skal behandles i dette og det følgende afsnit, rammes de enkelte pæle normalt alle parallelle med systemplanen, og desuden i rækker, således at pælene har samme indbyrdes afstand i hver enkelt række. En pælerække danner en plan vinkelret på systemplanen, og foruden de kræfter, der overføres til de enkelte pæle, betragter man hyppigt den kraft, der optages pr. m. af de enkelte pælerækker i et plant pæleværk. En spunsvæg, der optager en aksial kraft fra en konstruktion kan indgå i et pæleværk på samme måde som en pælerække.

I de egentlige pælerækker placeres pælene, bl.a. af hensyn til rammearbejdet, normalt således, at afstandene i de enkelte pælerækker står i simple indbyrdes forhold. For konstruktioner

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Plane pæleværker	nr.
	20	Beregning	78	2	16

som f.eks. vinkelstøttemure er pæleafstanden desuden i reglen lig med (evt. en brøkdel eller et multiplum af) ribbeafstanden.

Pælerækkerne kan bestå af lodpæle; men af hensyn til optagelsen af vandrette kræfter vil der som nævnt normalt være mindst én og i reglen flere rækker skråpæle. Den maksimalt anvendelige hældning med lodret vil være bestemt af det disponible rammegrej. For de hyppigst anvendte typer rambukke er denne hældning 1:2,5 eller 1:3 (ved ramning af lange pæle, især på vand, kan dette tal i stedet være 1:4 eller 1:5).

Pælene i pæleværket antages i det følgende at virke som enkeltpæle, d.v.s. at deres bæreevner etc. ikke på grund af gruppevirkning er influeret af belastningerne på nabopælene. Det forudsættes altså nu udtrykkeligt, at forholdene ikke er som skitseret på Fig. 16 A c. Et eksempel på jordbundsforhold, hvor den her gjorte forudsætning er opfyldt, er skitseret på Fig. 20 A.

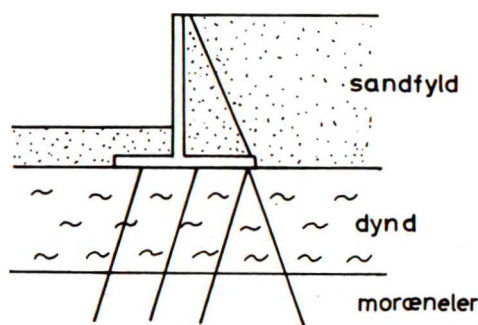


Fig. 20 A: Pæleværk uden gruppevirkning (pælene virker som enkeltpæle).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Plane pæleværker	nr.
	20	Beregning	78	3	16

Enkeltpælernes bæreevner  $Q_c$  (tryk) og  $Q_t$  (træk) kan derfor bestemmes som angivet i G 1 afsn. 26 (og 28). For en pælerække med afstanden  $a$  mellem enkeltpælene bliver tryk- og trækbæreevnen derfor henholdsvis:

$$Q'_c = \frac{Q_c}{a}$$

og

$$Q'_t = \frac{Q_t}{a}$$

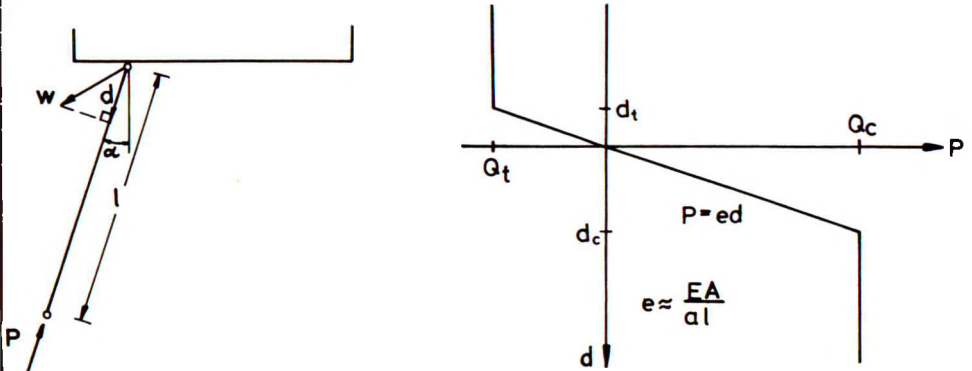
(2001)

i begge tilfælde med dimensionen kN/m. Hvis enkeltpælene er givne, for et givet jordprofil normalt bestemt som angivet i G 1 afsn. 26.4 og derfor hyppigt ens for alle pæle i pæleværket, kan man derfor i princippet vælge bæreevnerne af pælerækkerne frit ved passende valg af  $a$  for de enkelte rækker (som angivet ovenfor er alle  $a$ -værdier dog normalt divisorer til samme længdemodul, hvortil kommer at pælene i en række må have en vis minimumsafstand).

For simpelheds skyld udelades i det følgende apostrofen til betegnelse af bæreevner (og pælekræfter) pr.m af pælerækkerne.

Som tilnærmede beregningsforudsætninger gøres desuden normalt følgende antagelser:

1. Funderingskonstruktionen er stiv i forhold til pæleværket. Den bevæger sig derfor som et stift legeme, og dens - elastiske, evt. plastiske - deformationer er små i forhold til pælehovedernes bevægelse.
2. Pælene optager kun aksiale kræfter svarende til, at der tænkes indlagt charnierer ved top og spids. Denne antagelse er ikke teoretisk korrekt; men i praksis er pælene stivest over for en rent aksial påvirkning. Ved en rimeligt økonomisk udformning af pæleværket, vil kræfterne derfor hovedsageligt blive optaget på denne måde.



a. Aksial påvirkning af pælerække. b. Elastisk-plastisk arbejdskurve for pælerække  
Bevægelse  $w$  af pælehoveder. (sammenhæng mellem aksial kraft  $P$  og aksial nedpresning  $d$ ).  
Aksial nedpresning  $d$ .

Fig. 20 B: Grundantagelse om kraftoverførsel til og arbejdskurve for pælerække.

3. Pælerækkerne er ideelt elastisk-plastiske, d.v.s. jfr.

Fig. 20 B:

a. For pælekraften  $P$  i intervallet:

$$Q_t < P < Q_c \quad (2002)$$

hvor  $Q_c$  og  $Q_t$  (begge positive som tryk, d.v.s.  $Q_t \leq 0$ ) findes af (2001), er pælerækken i elastisk tilstand: Der består en lineær sammenhæng mellem  $P$  og  $d$ , hvor den sidstnævnte størrelse defineres som projektionen på pæleaksen (positiv nedad) af pælehovedets bevægelsesvektor  $w$ :

$$P = e d \quad (2003)$$

Stivhedstallet  $e$  stammer i det væsentlige fra den elastiske sammentrykning af pælene. Med elasticitetsmodul  $E$ , areal  $A$  og længde  $l$  af enkeltpælene samt deres afstand  $a$  i pælerækken fås derfor:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Plane pæleværker	nr.
	20	Beregning	78	5	16

$$e \approx \frac{EA}{a\bar{l}} \quad (2004)$$

b. For

$$d > d_c = \frac{Q_c}{e}$$

fås (2005)

$$P = Q_c$$

uanset størrelsen af  $d$ , og for

$$d < d_t = \frac{Q_t}{e}$$

fås (2006)

$$P = Q_t$$

ligeledes uanset størrelsen af  $d$ .

Antagelsen kan suppleres med en beskrivelse af pæleræk-  
kens opførsel under mere komplicerede belastningspro-  
cedurer som f.eks. aflastning fra en tilstand med  $P = Q_c$   
og  $d > d_c$ . Dette benyttes imidlertid ikke i det følgende.

Den under pkt. 3 beskrevne antagelse tager ikke hensyn til  
tøjningerne i jorden under pælespidsen, og heller ikke til pæ-  
legruppens sætninger som helhed, jfr. G1 Fig. 27 B. Den betragtes  
derfor ofte som en rent formel antagelse, der nok giver en an-  
vendelig kraftfordeling i pæleværket, men kun tilnærmelsesvis  
beskriver de virkelige bevægelser af fundamentskonstruktionen.  
I stedet for stivhedstallene  $e$  som angivet ved (2004) anvendes  
derfor ofte rene regnestørrelser, som er proportionale med de  
angivne  $e$ -værdier, men har en mere bekvem størrelsesorden. Hvis  
alle enkeltpæle er ens, kan således benyttes  $e = 1$  for en af  
pælerækkerne ( $a = a_0$ ), og for de øvrige pælerækker  $e = a_0/a$ .

Under disse omstændigheder benyttes elasticitetsteorien  
ofte kun til undersøgelse af specielle problemer i forbindelse



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 20	EMNE Plane pæleværker Beregning	UDG. 78	SIDE nr. af 6   16
---------------------------	--------------------	---------------------------------------	------------	--------------------------

med gentagne belastningsvekslinger på pæleværket (shake-down teorien, jfr. Geoteknik 3). Ved gentagne belastninger og aflastninger af samme pælerække er (2003-4) formentlig en rimelig tilnærmelse.

Disse formler repræsenterer også en rimelig tilnærmelse ved pæle rammet til fjeld. Her er antagelsen (2005) derimod ikke anvendelig: Brudtilstanden  $P = Q_c$  svarer i dette tilfælde til brud i selve pælematerialet, hvorfor man i reglen ikke vil kunne regne med uændret styrke under vilkårligt store deformationer. Sådanne pæleværker må derfor beregnes efter elasticitetsteorien, og pæleværket antages at være i brudtilstand, når farligst påvirkede pæl netop er i brud.

## 20.2 Beregning af pæleværker. Oversigt

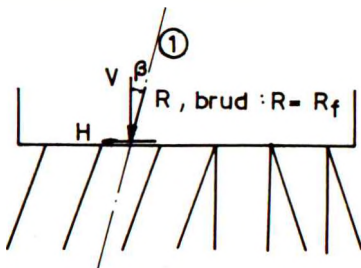


Fig. 20 C: Givet pæleværk samt resulterende kraft  $R$  i angrebslinie 1.

I det følgende betragtes først den opgave at finde den kraft  $R = R_f$  (kN/m) i en given angrebslinie, som svarer til brudtilstand i et givet pæleværk. I praksis kan opgaven være stillet som følger, jfr. Fig. 20 C:

Pæleværkets geometri er kendt, og desuden er alle (ved påvisning af tilstrækkelig sikkerhed: regningsmæssige) bæreevner  $Q_c$  og  $Q_t$  for pælerækkerne kendt. Den resulterende (regningsmæssige) lodrette og vandrette lastkomponent, henholdsvis  $V$  og  $H$ , er ligeledes kendt.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Plane pæleværker	nr.
	20	Beregning	78	7	16

Den resulterende krafts angrebslinie, mrk. 1, kan nu defineres som den linie, der skærer fundamentsundersiden i  $V$ 's angrebspunkt, og som danner vinklen  $\beta$  med lodret, hvor

$$\tan \beta = \frac{H}{V} \quad (2007)$$

Den resulterende kraft i angrebslinien er åbenbart:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{V^2 + H^2} \\ &= V \cos \beta + H \sin \beta \end{aligned} \quad (2008)$$

Der søges nu den tilsvarende værdi i samme angrebslinie:

$$R_f = F R \quad (2009)$$

som netop svarer til brudtilstand i pæleværket. Det ses at størrelsen  $F$  - på en måde der helt svarer til definitionen i f.eks. (1116) - betegner pæleværkets sikkerhed ud over de foreskrevne partialkoefficienter.

Det bemærkes først, at hvis pæleværket kun består af tre rækker, hvis spor i systemplanen ikke skærer hinanden i samme punkt eller er parallelle, vil kraftfordelingen mellem rækkerne være statisk bestemt, d.v.s. uafhængig af antagelsen om pælenes deformationsegenskaber, jfr. Fig. 20 D.

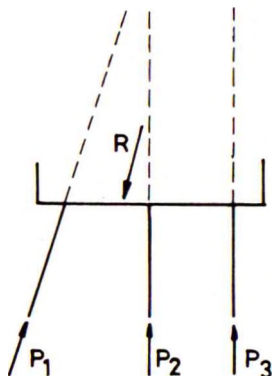


Fig. 20 D: Statisk bestemt pæleværk

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Plane pæleværker	nr.
	20	Beregning	78	8	16

I et sådant pæleværk kan de tre viste kræfter  $P_1 - P_3$  bestemmes direkte ved hjælp af ligevægtsligningerne, f.eks.  $P_1$  ved vandret projektion,  $P_3$  ved momentligningen om skæringspunktet mellem rækkerne 1 og 2, og til slut  $P_2$  ved lodret projektion. Pæleværket er i bruttilstand,  $R = R_f$ , når kraften i den farligst påvirkede pælerække er enten  $Q_c$  eller  $Q_t$ .

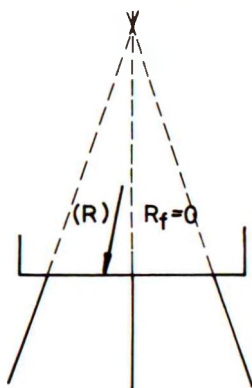


Fig. 20 E: Bevægeligt pæleværk.

Det bemærkes også, at hvis alle pælerækker skærer hinanden i samme punkt eller er parallelle (i begge tilfælde uanset antallet af rækker), så vil pæleværket være bevægeligt (Fig. 20 E), d.v.s. ude af stand til at optage nogen belastning i den givne angrebslinie, medmindre denne også går gennem pælerækkernes skæringspunkt, henholdsvis er parallel med rækkerne.

Et vigtigt specialtilfælde er i denne forbindelse pæleværker, som kun påvirkes af lodrette belastninger, og derfor kan bestå alene af lodpæle. Et sådant pæleværk er statisk bestemt, hvis det består af kun to lodpælerækker (og pælekræfterne bestemmes på samme måde som reaktionerne for en simpelt understøttet bjælke).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 20	EMNE Plane pæleværker Beregning	UDG. 78	SIDE nr. af 9 16
---------------------------	--------------------	---------------------------------------	------------	------------------------

Man har et tilsvarende simpelt tilfælde ved to pælerækker, der skærer hinanden i et punkt på den givne angrebslinie, jfr. Fig. 19 C (hvor der ganske vist normalt er tale om to enkeltpæle pr. ankerbolt).

I mange tilfælde har pæleværket 4 eller flere pælerækker. Det er derfor statistisk ubestemt. Beregningen af pæleværket bliver nu afhængig af den gjorte antagelse om pælerækkernes arbejdskurver:

1. Oprindeligt forudsættes beregning ved hjælp af elasticitetsteorien, jfr. (2003-4). Denne beregningsmetode, som blev indført af Nøkkentved, implicerer som nævnt, at pæleværkets bæreevne må forudsættes opnået, når den farligst påvirkede pælerække er kommet i (regningsmæssig) brudtilstand. Metoden anvendes nu især ved pæle til fjeld samt ved undersøgelse af pæleværkets opførsel over for gentagne belastningsvekslinger (shake-down teori og svingningsteori).
2. Ved beregning efter brudteorien forudsættes det, at pæleværkets bæreevne først er fuldt udnyttet, når der er kommet så mange pæle i brudtilstand, at fundamentskonstruktionen kan få i princippet vilkårligt store bevægelser under konstant belastning  $R = R_f$ . For plane pæleværker betyder dette normalt at alle pælerækker på nær to er i brudtilstand, og fundamentskonstruktionens brudbevægelse er da en rotation om skæringspunktet mellem disse to rækker.

I det følgende skal begge beregningsmetoder omtales. En beregning efter elasticitetsteorien foretages ganske vist relativt sjældent for plane pæleværker, og dimensionsberegninger, hvor opgaven i stedet er at anordne et pæleværk således, at det er i stand til med den foreskrevne sikkerhed at optage et givet sæt lasttilfælde, foretages nu i reglen altid, både for plane og for rumlige pæleværker, ved hjælp af brudteorien.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE
	nr.			
	20		78	10 af 16

Metoden til beregning efter elasticitetsteorien kan imidlertid forholdsvis simpelt generaliseres til anvendelse for rumlige pæleværker, hvorimod en bæreevneberegning efter brudteorien i praksis er ganske kompliceret i det generelt rumlige tilfælde. Hertil kommer, at der i dette tilfælde ofte er tale om et stort antal forskellige lasttilfælde, jfr. afsn. 16.2, og derfor også om hyppige belastningsvekslinger. En kontrolberegning af et givet rumligt pæleværk for at konstatere dets evne til successivt at optage samtlige mulige lasttilfælde foretages derfor nu hyppigt ved hjælp af elasticitetsteorien, idet der anvendes et modificeret brudkriterium (sikkerhed mod gentagne plastiske bevægelser af pælene i stedet for sikkerhed mod brudtilstand i pæleværket som helhed under et enkelt lasttilfælde).

### 20.3 Beregning efter elasticitetsteorien

En beregning efter elasticitetsteorien af et plant pæleværk som det på Fig. 20 C viste kan foretages på følgende måde, som er en modifikation af Nøkkentveds metode.

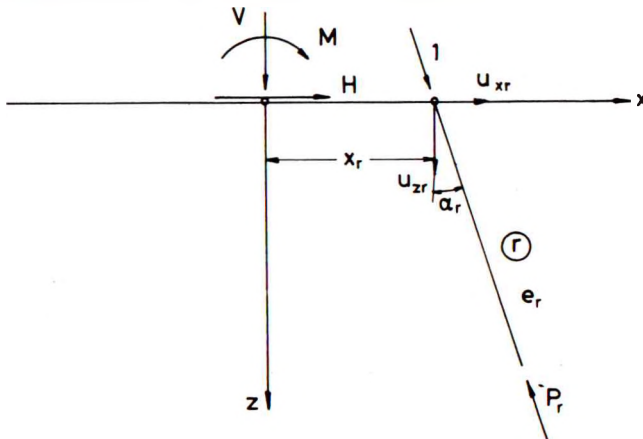


Fig. 20 F: Beregning af plant pæleværk efter elasticitetsteorien. Betegnelser.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	20	Plane pæleværker Beregning	78	11	16

I forhold til det på Fig. 20 F viste koordinatsystem med en vandret  $x$ -akse i undersiden af funderingskonstruktionen og en lodret nedadrettet  $z$ -akse (i symmetriaksen, hvis en sådan findes) beskrives det betragtede lasttilfælde ved lodret komponent,  $V$ , vandret komponent,  $H$ , og momentet  $M$  om begyndelsespunktet (svarende til Fig. 11 C).

En vilkårlig pælerække, mrk.  $r$  og med stivhedstallet  $e_r$ , beskrives ved abscissen  $x_r$  til skæringspunktet med  $x$ -aksen samt vinklen  $\alpha_r$  med lodret (positiv som vist). For enhver sådan pælerække søges pælekraften  $P_r$ .

Det bemærkes nu, at den viste enhedsvektor i pælerækkens retning har komponenterne (lodret, vandret og moment) i forhold til koordinatsystemet:

$$a_{ri} = \begin{cases} \cos \alpha_r \\ \sin \alpha_r \\ x_r \cos \alpha_r \end{cases} \quad (i = 1, 2 \text{ og } 3) \quad (2010)$$

De tre ligevægtsligninger for pæleværket som helhed ( $r = 1, 2 \dots n$ , hvor  $n$  er det samlede antal pælerækker) ses at kunne skrives:

$$\sum_r P_r a_{ri} = R_i = \begin{cases} V \\ H \\ M \end{cases} \quad (2011)$$

Hvis pæleværket er statisk bestemt, her dette lignings-system lige så mange ligninger som ubekendte (normalt 3; ved lutter lodpæle dog 2, men  $H$  samt alle  $\alpha_r$  er da nul; i tilfældet Fig. 19 C er tilsvarende  $M$  og alle  $x_r$  nul).  $P_r$  kan i så tilfælde findes direkte af (2011). Ved bevægelige pæleværker udgør (2011) et ligningssystem i indbyrdes modstrid.

For statisk ubestemte pæleværker kan (nogenlunde svarende til metoden i afsn. 8.3) som ubekendte benyttes de tre bevæg-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 20	EMNE Plane pæleværker Beregning	UDG. 78	SIDE nr. af 12 af 16
---------------------------	--------------------	---------------------------------------	------------	----------------------------

elseskomponenter for den stive fundamentskonstruktion:

$$u_k = \begin{Bmatrix} \delta_z \\ \delta_x \\ r \end{Bmatrix} \quad (k = 1, 2 \text{ og } 3) \quad (2012)$$

altså henholdsvis lodret translation, vandret translation og rotation om koordinatsystemets begyndelsespunkt.

Det bemærkes nu, at for et givet sæt bevægelseskomponenter  $u_r$  kan flytningskomponenterne  $u_{zr}$ ,  $u_{xr}$  af pælehovederne for pælerække nr.  $r$  findes af:

$$\begin{Bmatrix} u_{zr} \\ u_{xr} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & x_r \\ 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_z \\ \delta_x \\ r \end{Bmatrix} \quad (2013)$$

Størrelsen  $d_r$ , som er projektionen af denne flytningsvektor på pæleaksen ses at være lig med:

$$\begin{aligned} d_r &= u_{zr} \cos \alpha_r + u_{xr} \sin \alpha_r \\ &= \sum_k a_{rk} u_k \end{aligned} \quad (2014)$$

jfr. (2010) og (2012). Ved indsættelse i (2003) findes heraf:

$$P_r = e_r d_r = e_r \sum_k a_{rk} u_k \quad (2015)$$

og ved indsættelse af dette resultat i (2011) findes:

$$\sum_r e_r a_{ri} \sum_k a_{rk} u_k = R_i \quad (2016)$$

Dette kan også skrives:

$$\sum_k c_{ik} u_k = R_i \quad (2017)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SID	
	nr.		Plane pæleværker	nr.	af
	20	Beregning	78	13	16

hvor

$$c_{ik} = \sum_r e_r a_{ri} a_{rk} \quad (2018)$$

$c_{ik}$ -matricen er en symmetrisk 3×3-matrix, hvis komponenter ifølge (2010) mere udførligt kan skrives:

$$\begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{22} \\ c_{33} \\ c_{12} \\ c_{13} \\ c_{23} \end{pmatrix} = \sum_r e_r \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha_r \\ \sin^2 \alpha_r \\ x_r^2 \cos^2 \alpha_r \\ \sin \alpha_r \cos \alpha_r \\ x_r \cos^2 \alpha_r \\ x_r \sin \alpha_r \cos \alpha_r \end{pmatrix} \quad (2019)$$

hvor multiplikationen med  $e_r$  og efterfølgende summation over alle pælerækker gælder for hver enkelt komponent.

Følgende bemærkes:

- (2017) udgør tre ligninger i de tre ubekendte  $u_k$ . Efter løsning af dette ligningssystem findes alle  $d_r$ -værdier af (2014) og derpå alle  $P_r$ -værdier af (2015). Løsningen kan (og bør) til slut kontrolleres ved direkte indsættelse i (2011).
- Hvis pæleværket er symmetrisk, d.v.s. at der til enhver pælerække, nr.  $r_1$  svarer en række, nr.  $r_2$ , med samme stivhedstal  $e_r$  og hvor:

$$x_{r2} = -x_{r1} \quad (2020)$$

$$\alpha_{r2} = -\alpha_{r1}$$

så bliver ifølge (2019):

$$c_{12} = c_{13} = 0 \quad (2021)$$

Ligningssystemet (2017) består i dette tilfælde af én ligning ned én ubekendt plus to ligninger med to ubekendte ( $\delta_z$  afhænger kun af  $V$ ; men  $\delta_x$  og  $r$  er koblede, og afhænger begge af både  $H$  og  $M$ ).

3. Det af Nøkkentved definerede såkaldte  $O$ -punkt for pæleværker kan beskrives på følgende måde, jfr. Fig. 20 G:

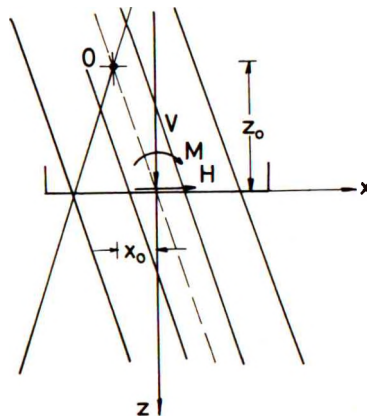


Fig. 20 G: Nøkkentveds  $O$ -punkt for et plant pæleværk.

Hvis koordinatsystemets begyndelsespunkt flyttes til et punkt  $O$ , som i det oprindelige system har koordinaterne  $(-z_0, -x_0)$ , så vil lastkomponenterne i det ny koordinatsystem åbenbart være:

$$V^0 = V$$

$$H^0 = H \tag{2022}$$

$$M^0 = M + Vx_0 - Hz_0$$

For pælerækkerne vil  $\alpha_p$  åbenbart være uændret; men  $x_p$  skal erstattes med:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	a'
	20	Plane pæleværker Beregning	73	15	16

$$x_r^0 = x_r + x_0 - z_0 \tan \alpha_r \quad (2023)$$

Den ny  $c_{ik}$ -matrix fås ved indsættelse af disse størrelser i stedet for  $x_r$  i (2019).

Det ses nu, at  $c_{11}$ ,  $c_{22}$  og  $c_{12}$  herved forbliver uændrede.  $c_{33}$  ændres, men kan aldrig blive nul, medmindre alle pælerækker går gennem samme punkt. Det er imidlertid muligt at vælge  $z_0$  og  $x_0$  således, at de ny komponenter  $c_{13}^0$  og  $c_{23}^0$  begge er nul. Ved indsættelse af (2023) i (2019) og anvendelse af de her brugte betegnelser, ses dette at kræve følgende to ligninger opfyldt:

$$z_0 c_{12} - x_0 c_{11} = c_{13} \quad (2024)$$

$$z_0 c_{22} - x_0 c_{12} = c_{23}$$

Nøkkentveds 0-punkt er det punkt, hvis koordinater opfylder disse betingelser. Konsekvenserne heraf er følgende:

- Ligningssystemet (2017) bliver i det ny koordinatsystem til to ligninger med to ubekendte plus én ligning med én ubekendt:  $\delta_z^0$  og  $\delta_x^0$  er koblede og afhænger kun af  $V^0$  og  $H^0$ , mens  $r^0$  alene afhænger af  $M^0$ .
- Sammenhængen mellem bevægelseskomponenterne i de to koordinatsystemer er imidlertid følgende:

$$\begin{aligned} \delta_z &= \delta_z^0 + r^0 x_0 \\ \delta_x &= \delta_x^0 - r^0 z_0 \end{aligned} \quad (2025)$$

$$r = r^0$$

Fundamentskonstruktionens rotation,  $r$  (uafhængig af koordinatsystemet) er derfor nul, hvis  $M^0 = 0$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Plane pæleværker	nr.
	20	Beregning	78	16	16

c. Enhver resulterende last  $R$  (Fig. 20 C), hvis angrebslinie går gennem pæleværkets  $O$ -punkt, giver derfor en ren translation af fundamentskonstruktionen, men ikke nogen rotation. Da pæleværker som hovedregel er væsentligt stivere over for translationer end overfor rotationer, vil der fås den mest økonomiske udnyttelse af et givet pæleværk, hvis  $r = 0$ , d.v.s.  $M^0 = 0$ , d.v.s. lastens angrebslinie går gennem  $O$ -punktet.

Denne konklusion, som er udledt ud fra en beregning efter elasticitetsteorien, sælger stort set også ved beregning og dimensionering efter brudteorien. Det bemærkes i øvrigt, at man i mange tilfælde kan finde  $O$ -punktet direkte, altså uden først at skulle beregne  $c_{ik}$ -matricen.

Det kan således vises, at hvis pæleværket som på Fig. 20 G kun består af pælerækker i to forskellige retninger, så er  $O$ -punktet sammenfaldende med skæringspunktet for pælerækkernes tyngdepunktslinier (pælerækkerne i hver retning vægtes i forholdene  $e_p$ , d.v.s., hvis alle enkeltpæle er ens, i forholdene  $1/a_p$ , hvor  $a_p$  er afstanden mellem pælene i den pågældende række).

For symmetriske pæleværker, jfr. (2021), bliver ifølge (2024):

$$x_0 = 0$$

og

$$z_0 = \frac{c_{23}}{c_{22}}$$

(2026)

Her vil man imidlertid også meget hyppigt kunne angive  $O$ -punktet direkte: Et sådant pæleværk består ofte af skråpæle (til hver sin side) plus eventuelt lodpæle.  $O$ -punktet er da skæringspunktet mellem symmetriaksen og tyngdepunktslinien for hver af de to delgrupper af skråpæle.

Hvis der skal udføres beregninger efter elasticitetsteorien for et stort antal lasttilfælde for samme pæleværk, vil man ofte med fordel kunne anvende koordinatsystemet gennem  $O$ -punktet. Som nævnt benyttes dette punkt også ved dimensioneringsopgaver, hvor brudteorien anvendes (afsn. 21.3-4).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr.	EMNE  Beregning ved brudteorien	UDG.  78	SIDE
	21			nr. af 1 20

### 21.1 Generelt.

En fuldt udviklet brudtilstand i et givet pæleværk er som nævnt karakteriseret ved, at der er brudtilstand,  $P_r = Q_c$  eller  $P_r = Q_t$ , i så mange pælerækker, at funderingskonstruktionen i princippet under den konstante last  $R_f = FR$  kan få vilkårligt store bevægelser forårsaget af plastisk nedpresning henholdsvis optrækning af pæle i brudtilstand.

Dette forudsætter, at følgende betingelser er opfyldt, jfr. Fig.21 A (betingelserne svarer i øvrigt til de i G 1 afsn.14.1 omtalte for en jordmasse).

#### 1. De statiske betingelser:

- a. Alle pælekræfter er tilsammen i ligevægt med brudlasten  $R_f$  i den givne angrebslinie, jfr. (2011).
- b. Ingen pælekræfter overskrider brudbetingelsen, d.v.s., at man for enhver værdi af  $r$  har:

$$Q_t \leq P_r \leq Q_c \quad (2101)$$

#### 2. De kinematiske betingelser:

- a. Pæleværket udgør en mekanisme, d.v.s., at fundamentskonstruktionen har en entydig øjeblikkelig bevægelse, i princippet af vilkårlig størrelse (enten en rotation om et bestemt punkt eller en translation i en bestemt retning). For enhver pælerække kan det derfor angives, om den plastisk presses nedad,  $d_r^p > 0$ , eller trækkes opad,  $d_r^p < 0$  (superskript  $p$  angiver, at der nu er tale om plastiske bevægelser, hvorfor (2015) ikke kan anvendes).
- b. Pæle, der plastisk presses nedad, er i trykbrud, og pæle, der plastisk trækkes opad, er i trækbrud:



$$P_r = Q_c \text{ hvis } d_r^p > 0$$

og

$$P_r = Q_t \text{ hvis } d_r^p < 0$$

(2102)

For pæle, hvor  $d_r^p = 0$ , er  $P_r$  ikke bestemt ud fra de kinematiske betingelser.

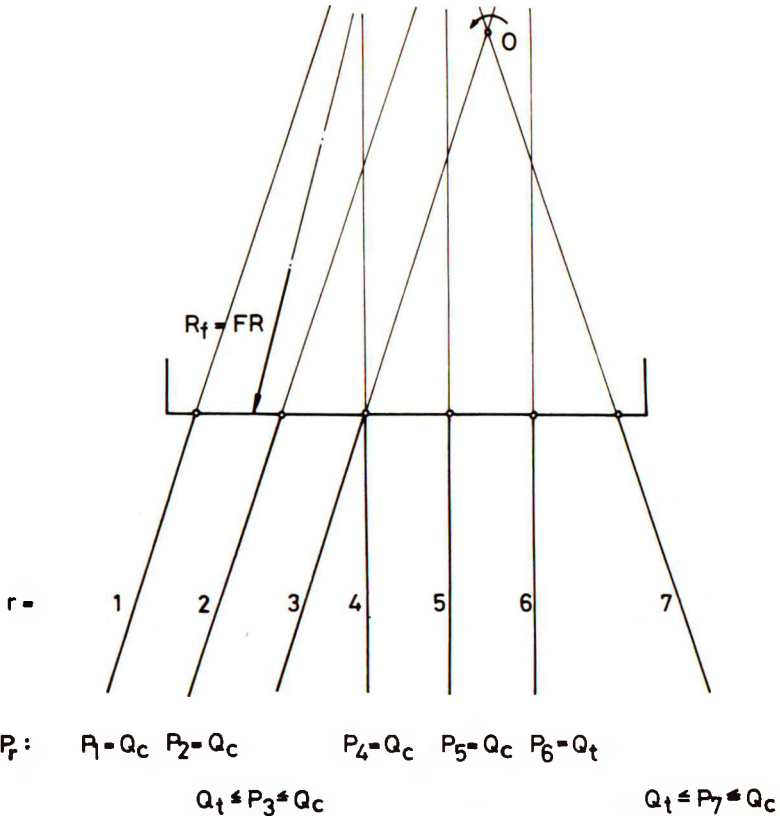


Fig. 21 A: Plant pæleværk i fuldt udviklet brudtilstand.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 78	SIDE nr. af 3 20
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	------------------------

Det kan vises, at de angivne betingelser er nødvendige og tilstrækkelige, og at brudtilstanden for et givet pæleværk belastet i en given angrebslinie for alle praktiske formål er entydig: Alle tilstande, der opfylder de ovenfor angivne betingelser, bestemmer samme værdi af  $R_f$ , og hvis der i en sådan tilstand findes  $d_r^p > 0$  henholdsvis  $d_r^p < 0$  for en given pælerække, så vil man have  $P_r = Q_c$  henholdsvis  $P_r = Q_t$  for enhver mulig brudtilstand. For en ordens skyld bemærkes det, at der i nogle tilfælde kan være mulighed for - relativt trivielle - ubestemtheder i brudtilstanden. På Fig.21 A kunne man således (tilfældigvis) netop have  $P_3 = Q_c$ . Enhver brudbevægelse, hvor omdrejningspunktet ligger på pæleaksen nr.7 i intervallet mellem skæringspunkterne med nr.3 og nr.6, vil da være en løsning. Hvis der på den anden side gik flere end to pælerækker gennem omdrejningspunktet 0, ville kraftfordelingen mellem dem ikke være entydigt bestemt.

Følgende to vigtige sætninger (henholdsvis nedre- og øvre-værdisætningen) kan bevises:

1. Enhver tilnærmet, såkaldt statisk tilladelig, løsning bestemt ved en kraftfordeling i pælerækkerne, som opfylder de statiske betingelser, hvorimod de kinematiske betingelser ikke nødvendigvis er opfyldt, giver et skøn for  $R_f$  (betegnet  $R_f^s$ ), som er på den sikre side:

$$R_f^s \leq R_f \quad (2103)$$

Med andre ord: Enhver kraftfordeling i pæleværket, som opfylder alle tre ligevægtsligninger, og som ikke overskrider brudbetingelsen i nogen pælerække, bestemmer en værdi af  $R_f$ , som er mindre end eller lig med den matematiske korrekte værdi.

2. Enhver tilnærmet, såkaldt kinematisk tilladelig, løsning bestemt ved en antagen brudbevægelse af fundamentskonstruktionen, bestemmer ved hjælp af de kinematiske betingelser (samt arbejds-ligningen) et skøn for  $R_f$  (be-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 73	SIDE nr. af 4 21
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	------------------------

tegnet  $R_f^k$ ), som er på den usikre side:

$$R_f^k \geq R_f \quad (2104)$$

Det følger umiddelbart af (2103 - 04), at en løsning, som er både statisk og kinematisk tilladelig, er matematisk korrekt.

Kinematisk tilladelige løsninger er velegnede til undersøgelse af bæreevnen for, i hvert fald plane, pæleværker på grund af den forholdsvis simple beregning af  $R_f^k$  ud fra en antagen brudbevægelse. Statisk tilladelige løsninger er derimod velegnede til dimensioneringsberegninger, hvor problemet er at anordne pælerækkerne (for rumlige pæleværker: enkeltpælene), således at en given belastning optages på en økonomisk måde, samtidig med at beregningen er på den sikre side.

## 21.2 Bæreevneberegning.

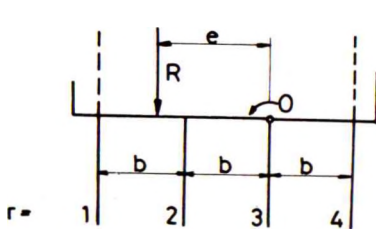
Anvendelsen af metoden med kinematisk tilladelige løsninger til bestemmelse af brudlasten  $R_f$  i en given angrebslinie for et givet pæleværk har meget tilfælles med ekstremmetoden anvendt på jordtryks- og stabilitetsproblemer, afsn. 10 - 12. Der er faktisk tale om en ekstremmetode; men i modsætning til forholdene i kontinuerte jordmasser gælder der nu følgende:

1. Øvreværdisætningen er eksakt. Minimum af  $R_f^k$  og den her til svarende brudmåde er derfor identisk med den matematiske korrekte løsning (for en ordens skyld understreges det, at denne løsning naturligvis kun er korrekt under de gjorte forudsætninger; hvis disse afviger fra de virkelige forhold i praksis, vil løsningen også gøre det).
2. Hertil kommer, at der kun er et endeligt antal mulige brudmåder. Det er derfor i praksis muligt at finde netop den, der giver minimum af  $R_f^k$ , og som derfor er den matematiske korrekte.

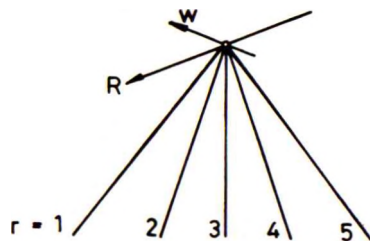
GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 78	SIDE nr. af 5   20
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	--------------------------

Beregningerne i praksis indledes som nævnt med, at der skønnes en brudmåde, d.v.s. et omdrejningspunkt eller en translationsretning. Det kan vises, at man uden tab af generalitet kan nøjes med at betragte rotationer om de punkter, der er skæringspunkter mellem to eller flere pælerækker, samt translationer i retninger, der står vinkelret på to eller flere parallelle pælerækker.

For et pæleværk med  $n$  pælerækker er der altså maksimalt  $n(n-1)/2$  forskellige brudmåder. Dette antal formindskes, hvis der i pæleværket findes delgrupper med flere end to rækker, som er parallelle, eller går gennem samme punkt. Dette er ofte tilfældet ved store pæleværker, jfr. Fig. 21 A, hvor der er 7 pælerækker men kun 15 forskellige brudmåder, forudsat ækvivalente pælerækker og samme hældning for alle skråpæle. Under de samme forudsætninger er der kun 23 forskellige brudmåder for det på Fig. 20 C viste pæleværk med 9 pælerækker.



a. Pæleværk med lodpæle og lodret belastning:  
Brudbevægelse: Rotation om et punkt (i funderingsniveau) på en pælerække.



b. Pæleværk, hvor alle pælerækker går gennem samme punkt: Translation ( $w$ ) vinkelret på en pælerække.

Fig. 21 B: Specialtilfælde af plane pæleværker med tilsvarende mulige brudbevægelser.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Beregning ved brudteorien	nr.
	21		73	6	20

Der bemærkes de på Fig. 21 B viste specialtilfælde, hvoraf især a. har interesse i praksis. I begge tilfælde er der kun  $n$  forskellige brudmåder for et pæleværk med  $n$  rækker.

Af omdrejningspunktets beliggenhed bestemmes bevægelsesretningen (med eller mod uret, henholdsvis den ene eller den anden vej i en given translationsretning). Dette volder ikke nogen vanskelighed, idet den givne resulterende last  $R$  naturligvis skal udføre et positivt arbejde. Specielt er omdrejningspunkter på angrebslinien og translationsretninger vinkelret på denne umulige.

Fortegnet for  $d_p^P$  kan nu umiddelbart bestemmes ved inspektion for de pælerækker, der ikke går igennem omdrejningspunktet, henholdsvis står vinkelret på translationsretningen. For disse pælerækker ( $d_p^P \neq 0$ ) er pælekræfterne bestemt af de kinematiske betingelser (2102).

$R_f^k = F_k R$ , jfr. (2009), kan nu findes. I det generelle (rumlige) tilfælde må man benytte arbejds ligningen: Det ydre arbejde, som udføres af  $R_f^k$  under brudbevægelsen, skal være lig med det deformationsarbejde, som udføres ved den plastiske bevægelse af pælerækkerne i brudtilstand. I det plane tilfælde er arbejds ligningen identisk med (kan reduceres til) momentligningen om omdrejningspunktet henholdsvis projektligningen på translationsretningen.

Det bemærkes, at de pælekræfter, som ikke er bestemt af de kinematiske betingelser, fordi  $d_p^P = 0$  for de pågældende rækker, ikke indgår i den angivne ligevægtsligning.

Det må til slut undersøges, om den undersøgte brudmåde er den matematisk korrekte. Dette kan (i modsætning til forholdene i kontinuerede jordmasser, jfr. afsn. 10 - 12) gøres på to måder:

1. Man kan systematisk identificere og gennemregne alle mulige brudmåder, hvorefter det benyttes, at den matematisk korrekte er den, der giver minimum af  $R_f^k$  (eller  $F_k$ ). Dette er antagelig den mest økonomiske metode ved bereg-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 78	SIDE nr. af 7 20
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	------------------------

ning ved hjælp af EDB; men den kan også være hensigtsmæssig i andre tilfælde, f. eks. Fig. 21 Ba, hvor  $F_k$  kan angives som en (kontinuert og stykkevis lineær) funktion af abscissen til 0. Hvis ekstremprincippet (2104) på denne måde anvendes til at finde den matematisk korrekte løsning, benyttes den nedenfor angivne statiske undersøgelse som en uafhængig slutkontrol på resultatet.

2. Man kan for hver beregnet brudmåde undersøge, om de statiske betingelser, herunder (2101), skulle være opfyldte. Hvis det er tilfældet, er løsningen også statisk tilladelig, og derfor som nævnt matematisk korrekt. Af de (i det generelle tilfælde) tre ligevægtsligninger er naturligvis én allerede opfyldt, nemlig den, der er anvendt til bestemmelse af  $R_k^f$ . De to andre anvendes til bestemmelse af de ubekendte pælekræfter. Ved eksemplet i Fig. 21 A findes  $R_f^k$  således af momentligningen om 0, hvorefter pælekræfterne i rækkerne nr. 3 og 7 kan findes entydigt af de to projektligninger, idet der som resulterende last på pæleværket naturligvis skal anvendes den fundne værdi af  $R_f^k$ . Følgende specialtilfælde bemærkes:

- a. Hvis der som på Fig. 21 B kun er én pælerække i elastisk tilstand ( $d_p^D = 0$ ), er der også kun én ligevægtsligning, som ikke er identisk opfyldt (medmindre pæleværket er bevægeligt).
- b. Hvis der på den anden side er flere end to pælerækker i elastisk tilstand (som f. eks. ved vandret translation i Fig. 21 A), er de ubekendte pælekræfter ikke entydigt bestemt af ligevægtsligningerne. Man må da i princippet betragte delgruppen af elastiske pæle som et pæleværk (af en af de to typer på Fig. 21 B), der skal undersøges for den belastning,  $R_e$ , som er resultatanten af den fundne  $R_f^k$  og de kendte pælekræfter. I praksis kan man f. eks. gøre det på den måde, at man



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 78	SIDE nr. af 8 20
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	------------------------

ved hjælp af ligevægtsligningerne udtrykker to af pælekræfterne som lineære funktioner af de resterende overtallige (i Fig. 21 B a således  $P_1$  og  $P_2$  som funktioner af den konstante  $R_e$  samt  $P_3$  og  $P_4$ ). Det kan da forholdsvis let undersøges, om der findes et (statisk tilladeligt) værdisæt for de overtallige pælekræfter, således at ingen pælekræft overskrider brudbetingelsen.

Hvis denne undersøgelse viser, at løsningen ikke er statisk tilladelig, må man prøve en anden brudmåde. Resultatet af den statiske undersøgelse giver da et vist fingerpeg om, hvorledes brudmåden skal ændres. Hvis man således i Fig. 21 A finder  $P_7 < Q_t$ , vil man sandsynligvis i den korrekte brudmåde have  $P_7 = Q_t$ . Som ny brudmåde kunne man derfor i dette tilfælde undersøge rotationen om skæringspunktet for rækkerne 3 og 5.

Det ses, at metoden med at korrigere brudmåden på grundlag af resultatet af den statiske undersøgelse ikke er velegnet for programmering. Den kan derimod være til stor hjælp ved beregning i hånden. Som vist af Vandepitte kan antallet af de undersøgte brudmåder indskrænkes noget ved anvendelse af en delvis grafisk metode, idet hensynet til de statiske betingelser til en vis grad herved bliver inddraget i valget af mulige omdrejningspunkter. I praksis vil en rent analytisk beregning, så vidt muligt systematisk på skemaform, dog normalt være at foretrække.

### 21.3 Dimensionering af pæleværker.

Ved dimensionering er opgaven ganske anderledes end den, der er betragtet i det foregående afsnit. De givne størrelser er nu: Bæreevnerne  $Q_c$  og  $Q_t$  af enkeltpælene, niveauet for fundamentskonstruktionens underside og et antal lasttilfælde, hvert givet som i Fig. 20 C (eller Fig. 20 F), og opgaven består i at anordne et pæleværk, d.v.s. fastlægge antal og beliggenhed, herun-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 78	SIDE nr. af 9 20
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	------------------------

der hældning, af pælerækkerne samt afstanden mellem pælene i hver enkelt række, således at den fuldt udviklede brudtilstand i pæleværket for hvert lasttilfælde svarer til en resultant  $R_f \geq R$ .

Samtidig skal der i reglen opfyldes en række andre krav, f.eks.:

1. Udstrækningen af fundamentskonstruktionen er ofte begrænset i den ene eller begge retninger, jfr. f.eks. Fig. 21 C, hvor forreste pælerække skal være sammenfallende med kajlinien.
2. Der gælder ofte tilsvarende begrænsninger med hensyn til pælerækkernes hældning. Det disponible rammegrej sætter således en øvre grænse (ofte 1:3 eller 1:4 med lodret). I Fig. 21 C skal forreste pælerække i øvrigt være lodret, og de bagved placerede rækker må ikke skære den (eller hinanden).
3. Det gælder generelt, at hvis pælerækker skærer hinanden under funderingsniveau, må pæleafstanden i rækkerne (forsat i forhold til hinanden) være så stor, at der ikke er risiko for, at enkeltpælene kolliderer - selv under hensyntagen til unøjagtigheder under rammearbejdet.
4. Visse pæleretninger kan være uanvendelige af andre grunde. I Fig. 21 C vil det således være risikabelt at ramme den bageste pælerække som skitseret med maksimal hældning ud gennem det sætningsgivende dyndlag: Sætningerne i laget vil fremkalde tværkræfter på pælene (svarende til negativ friktion, men nu også med en komponent vinkelret på pæleaksen). Hvis pælene ikke dimensioneres for denne påvirkning (og/eller rammes stejlere, om fornødent som lodpæle, hvilket åbenbart nedsætter tværpåvirkningen), risikerer man, at de knækker. Herved mister pælerækken sin (træk-) bæreevne, og hele pæleværket bliver ustabil.

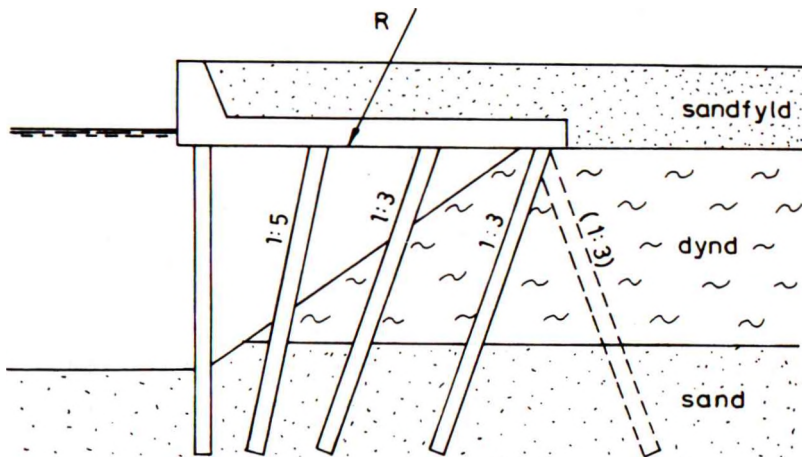


Fig.21 C: Pæleværk for kajkonstruktionen (brokaj).

5. Herudover vil man ofte af hensyn til fundamentskonstruktionen (og udførelsen i praksis) anordne pæleværket, således at pælehovederne danner et regelmæssigt mønster i planen, f.eks. på ækvidistante linier langs med rækkerne og med afstande i rækkerne, der er hele multipla af samme modul.

Hertil kommer, at pæleværket med de givne begrænsninger naturligvis skal være så økonomisk som muligt.

Alle de nævnte krav medfører, at der ikke kan opstilles en entydigt bestemt metode til dimensionering af pæleværker. Der kan imidlertid angives visse retningslinier, som i hvert fald sikrer, at alle krav opfyldes, og at pæleværket ikke bliver væsentligt uøkonomisk.

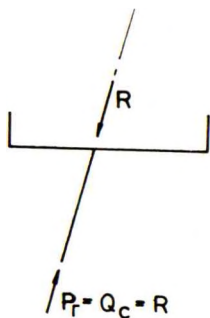
Et pæleværk kan rationelt dimensioneres på grundlag af teorien for statisk tilladelige løsninger: Pælene anordnes således,

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Beregning ved brudteorien	nr.
	21		78	11	20

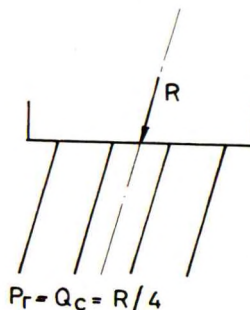
at i første række det (formodet) farligste lasttilfælde er i ligevægt med en kraftfordeling i pæleværket, der ikke overskrider bruttilstanden i nogen pæl. Derefter påvises det, at det således fundne pæleværk kan optage samtlige mulige lasttilfælde, enten som i det foregående afsnit eller ved for hvert lasttilfælde at finde en statisk tilladelig kraftfordeling i pæleværket. Herved sikres ifølge (2103), at det fundne pæleværk har en sikkerhed mod brud, der mindst svarer til de foreskrevne parti-alkoefficienter.

Det mest økonomiske pæleværk fås under i øvrigt ens forhold, f. eks. samme last og samme beliggenhed af pælerækkerne, når pælernes afstand i rækkerne anordnes således, at pælernes bæreevner udnyttes i videst mulige omfang, altså  $P_r = Q_c$  eller  $P_r = Q_t$  for så mange pælerækker som muligt.

En last i en given angrebslinie optages åbenbart teoretisk mest økonomisk af en pælerække i angrebsliniens retning, Fig. 21 Da, eller - af flere grunde mere hensigtsmæssigt - af en gruppe af parallelle pælerækker, hvis tyngdepunktslinie er sammenfaldende med angrebslinien, Fig. 21 Db.



a. En pælerække.



b. En gruppe parallelle rækker.

Fig. 21 D: Teoretisk mest økonomiske optagelse af en given last  $R$ .

GESTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Beregning ved brudteorien	nr.
	21		78	12	20

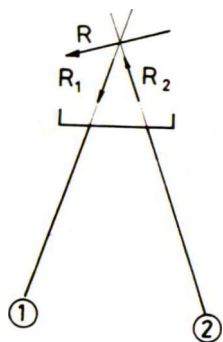
Disse to arrangementter har dog i praksis meget begrænsede muligheder for også at optage andre lasttilfælde (eller blot afvigelser i det givne lasttilfælde fra det forudsatte): Det førstnævnte kan kun optage laster i den givne angrebslinie; det sidstnævnte kan optage laster i linier parallelle med den givne, men derimod ikke i linier, der danner en vinkel med denne. Man vil derfor i praksis kun anvende Fig. 21 D, hvis alle laster er lodrette, og Fig. 21 Da kun hvis fundamentskonstruktionen tillige f. eks. har tvungen lodret translation (et vægfundament, som er støttet af et fritbærende gulv).

Man vil derfor normalt ved en skrå angrebslinie, især hvis den resulterende last fremkommer ved superposition af to eller flere forskellige lasttyper (egenvægt + jordtryk etc.), ramme pælerækkerne i mindst to forskellige retninger. Dette er nødvendigt, hvis angrebsliniens hældning overskrider den maksimalt tilladelige hældning for skråpæle, jfr. Fig. 21 E.

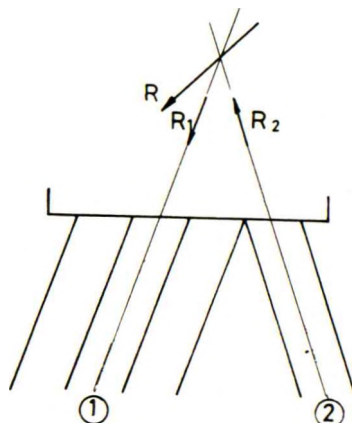
Det under disse forhold mest økonomiske pæleværk fås, hvis det er muligt at anordne pælerækkerne således, at det består af to delgrupper af parallelle pælerækker, og at tyngdepunktslinierne for delgrupperne skærer hinanden på angrebslinien (dette skæringspunkt er pælegruppens  $O$ -punkt, jfr. afsn. 20.3, især Fig. 20 G). Konstruktionen med kun to pælerækker (Fig. 21 Ea) vil man normalt kun anvende, hvis angrebslinien er geometrisk fikseret som på Fig. 19 C. I det generelle tilfælde vil man svarende til Fig. 21 Db i reglen anvende mindst tre pælerækker.

Af den på Fig. 21 Ec viste kraftpolygon, hvor  $R_1$  er den samlede (tryk-) kraft i den ene, og  $R_2$  den samlede (træk-) kraft i den anden delgruppe, ses, at ved relativt skrå angrebslinier skal begge de to skråpælegrupper rammes med maksimal hældning, jfr. også (1915 - 16); konsekvensen af at udføre delgruppe 2 eller (endnu værre) delgruppe 1 som lodpælegrupper fremgår tydeligt af kraftpolygonen.

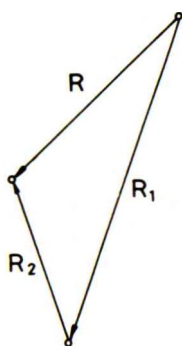
For en angrebslinie, der har mindre hældning med lodret end den maksimalt tilladelige for skråpæle, kan den ene delgruppe



a. To pælerækker.



b. Mindst tre pælerækker.



c. Kraftpolygon.

Fig. 21 E: Last i given angrebslinie optaget af pælerækker i to retninger.

rammes i angrebsliniens retning som på Fig. 21 D; den anden, der teoretisk ikke får nogen kræfter, og derfor blot virker som reserve, kan da rammes med maksimal hældning til den anden side for lodret. I praksis vil man imidlertid hyppigt også i dette tilfælde ramme begge skråpælegrupper med maksimal hældning: Det-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 78	SIDE nr. af 14 20
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	-------------------------

te har kun ringe indflydelse på pæleantallet, og man undgår pæle, som teoretisk er ubelastede, men som i virkeligheden sandsynligvis har en last, uden at det dog vides, om det er en træk- eller trykkraft.

Pæleværket i Fig. 21 C kan opfattes som en modifikation af dette princip fremtvungent af de særlige forhold ved kajlinien: Tyngdepunktslinien for trykpælene ligger mellem række nr. 2 og 3 fra venstre, og har en hældning, som er stejlere end 1:3 med lodret.

Hvis skæringspunktet for tyngdepunktslinierne ikke kan bringes til at ligge på angrebslinien, jfr. Fig. 21 F, hvor rækkerne nr. 1 - 4 for sig og 5 - 6 for sig antages at skulle være ens, må mindst én af parallelgrupperne blive ekscentrisk påvirket. I det viste eksempel kan  $R$  åbenbart ligesom i Fig. 21 E opløses i komponenterne  $R_1$  og  $R_2$  i et vilkårligt punkt på angrebslinien, og størrelserne af disse komponenter er naturligvis uafhængige af, hvilket punkt der vælges. Det ses imidlertid, at hvis  $O$  vælges, bliver delgruppen 1 - 4 ekscentrisk og 5 - 6 centralt påvirket, mens det modsatte forhold gælder, hvis  $O'$  vælges. For ethvert mellemliggende punkt på angrebslinien bliver begge parallelgrupper ekscentrisk påvirket (det samme gælder for punkter på angrebslinien uden for intervallet  $OO'$ ; men sådanne punkter er åbenbart uøkonomiske: De to parallelgrupper skal da optage momenter, som går hver sin vej, d.v.s., at grupperne så at sige belaster hinanden).

Det er normalt mest økonomisk at optage en ekscentrisk påvirkning i en parallelgruppe, der har størst mulig udstrækning vinkelret på pæleretningen, altså i dette tilfælde gruppen 1 - 4 (som senere vist spiller størrelsen af den aksiale komponent, altså  $R_1$ , også en rolle for gruppens evne til at optage momenter; i dette tilfælde ændrer dette dog ikke på det ovenfor angivne). Der vælges altså punktet  $O$ , og rækkerne 5 - 6 kan udnyttes fuldt ud til trækbrud, mens rækkerne 1 - 4 må dimensioneres på samme måde som et pæleværk af typen Fig. 21 B a. Dette kan gøres på følgende måde:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	Beregning ved brudteorien	553.	553
	nr.			nr.	nr.
	21			78	15 20

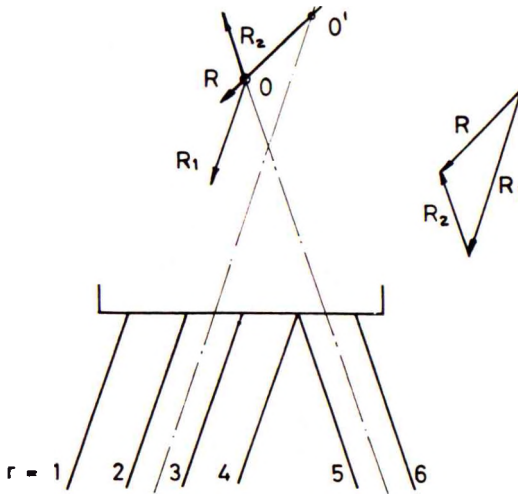


Fig.21 F: Pæleværk med pæle i to retninger. Mindst en delgruppe påvirkes ekscentrisk.

Med  $n$  pæle pr.m i hver af rækkerne 1-4 ( $n$  er ofte ikke noget helt tal, og man har hyppigt  $n < 1$ ) antages det f.eks., at rækkerne 1-2 udnyttes fuldt ud til trykbrud (kraft pr.række =  $n Q_c$ , hvor  $Q_c$  er enkeltpælens trykbæreevne), mens række nr.4 udnyttes fuldt til trækbrud (kraft =  $n Q_t$ ). Momentligningen om et punkt på række 3 giver da den nødvendige værdi af  $n$ , mens projektligningen i parallelgruppens retning:

$$n(2Q_c + P_3 + Q_t) = R_1 \quad (2105)$$

giver den ubekendte kraft  $P_3$  pr.pæl i række nr.3. Den skal opfylde den statiske betingelse (2101), hvilket kontrollerer den antagne brudmåde.

Det bemærkes, at hvis der ikke kræves samme afstand mellem pælene i rækkerne 1-4 på Fig.21 F, vil man kunne flytte tyngdepunktslinien for denne parallelgruppe, således at den går gennem

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 78	SIDE nr. af 16 20
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	-------------------------

pkt. 0. Dette opnås ved f. eks. at anordne:

$$a_2 = a_3 = a_4 = \text{ca. } 4 a_1 \quad (2106)$$

Andre arrangementer er naturligvis mulige. Rækkerne 1 - 4 bliver således mere ens, hvis man vælger  $a_5 > a_6$ .

For moderate ekscentriciteter er det således muligt at opnå, at alle pæle bliver fuldt udnyttet til enten tryk- eller trækbrud. Dette er ikke muligt, hvis angrebslinien for  $R_1$  i Fig. 21 F ligger til venstre for række 1; i så fald bliver mindst én af rækkerne 1 - 4 påvirket til træk. Det kan let vises, at man i sådanne tilfælde får den bedste udnyttelse af rækkerne, hvis det størst mulige antal pæle placeres i de yderste pælerækker (nr. 1 og nr. 4), hvor de giver det største bidrag til momentligningen.

Alternativt kan man under forhold svarende til Fig. 21 F antage alle skråpæle i begge retninger påvirket ens, og så vidt muligt fuldt udnyttet til henholdsvis tryk- og trækbrud. Momentet om skæringspunktet mellem de to tyngdepunktslinier må da (sammen med en lodret kraft, jfr. nedenfor) optages ved en særlig gruppe pæle, f. eks. to lodpælerækker med størst mulig afstand. Denne løsning er dog næppe anvendelig i et pæleværk som det på Fig. 21 F viste, fordi to lodpælerækker, der skærer fundamentsundersiden i de samme linier som rækkerne 1 og 6, i værste fald skal passere gennem henholdsvis 3 og 1 skråpælerækker nede i jorden.

Et pæleværk, hvor dette princip er anvendt, og hvor der altså rammes pæle i tre retninger, er skitseret på Fig. 21 G. Det ses, at sådanne pæleværker, eventuelt med flere skråpælerækker i hver retning, kan gøres symmetriske, hvorfor de er specielt anvendelige f. eks. til optagelse af flere alternative, parvis symmetriske lasttilfælde (eksempelvis for pælebroer).

Specielt i det sidstnævnte tilfælde: Symmetriske pæleværker til optagelse af symmetriske lasttilfælde kan følgende metode anvendes. Der betragtes eksemplet på Fig. 21 G,  $Q_c$  og  $Q_t$  betegner

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Beregning ved brudteorien	nr.
	21		78	17	20

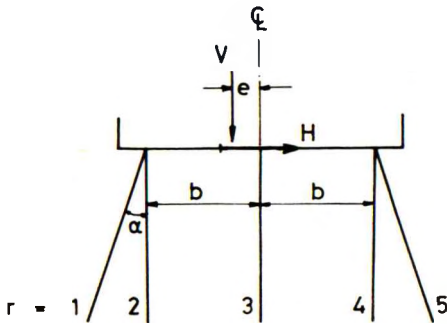


Fig.21 G: Symmetrisk pæleværk til optagelse af symmetriske lasttilfælde ( $H$  og  $e$  kan antage såvel positivt som negativt fortegn, eventuelt uafhængigt af hinanden).

bæreevnerne for en enkeltpæl, og for række nr.  $i$  betegner  $n_i$  antallet af pæle pr.m og  $P_i$  pælekraften pr.enkeltpæl. Af symmetrigrunde har man:

$$n_1 = n_5$$

og

$$(2107)$$

$$n_2 = n_4$$

1. Den vandrette komponent  $H$  kan kun optages af skråpælene i rækkerne 1 og 5. Vandret projektion giver direkte, når  $H$  virker i den viste retning:

$$n_1 (P_5 - P_1) \sin \alpha = H \quad (2108)$$

hvor  $\alpha$  er den vinkel, som skråpælene danner med lodret. Da den statiske betingelse (2101) kræver:

$$P_5 \leq Q_c$$

og

$$P_1 \geq Q_t$$

$$(2109)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 78	SIDE nr. af 18 20
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	-------------------------

giver (2108):

$$n_1 \geq n_h = \frac{H}{(Q_c - Q_t) \sin \alpha} \quad (2110)$$

2.  $n_h$  betegner altså det mindste antal skråpæle, man kan nøjes med for overhovedet at kunne optage den vandrette komponent  $H$ . Hvis der netop rammes  $n_h$  pæle pr. m i rækkerne 1 og 5, er lighedstegnene opfyldt i (2109). Det ses da af lodret projektion, at disse rækker foruden  $H$  også optager den lodrette, centralt virkende last:

$$V_h = n_h (Q_c + Q_t) \cos \alpha \quad (2111)$$

3. Det maksimale moment om skråpælerækkernes skæringspunkt (= pæleværkets  $O$ -punkt) i højden  $b \cot \alpha$  over FUK:

$$M = V e + H b \cot \alpha \quad (2112)$$

kan kun optages af lodpælene i rækkerne 2 og 4. Momentligningen giver, når  $H$  og  $e$  har de viste retninger:

$$n_2 (P_2 - P_4) b = M \quad (2113)$$

(Bemærk, at det her anvendte symbol  $M$  ikke betegner det samme som  $M$  på Fig. 20 F).

Svarende til (2109) skal man her have:

$$P_2 \leq Q_c \quad (2114)$$

og

$$P_4 \geq Q_t$$

hvorfor (2113) giver:

$$n_2 \geq n_m = \frac{M}{(Q_c - Q_t) b} \quad (2115)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 78	SIDE nr. af 19 20
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	-------------------------

4.  $n_m$  betegner altså det mindste antal lodpæle (med momentarmen  $b$ ), man kan nøjes med af hensyn til optagelsen af momentet  $M$ . Rammes der netop  $n_m$  lodpæle pr. m i rækkerne 2 og 4, ses det af lodret projektion, at disse også optager den lodrette last:

$$V_m = n_m (Q_c + Q_t) \quad (2116)$$

5. Hvis man (tilfældigvis) netop har  $V = V_h + V_m$ , er pæleværket færdigdimensioneret: Der kræves ingen yderligere pæle, og række 3 er overflødig.

Er derimod

$$\Delta V = V - V_h - V_m > 0 \quad (2117)$$

må der rammes supplerende pæle. De skal anbringes symmetrisk, fordi  $\Delta V$  er en centralt virkende last; men man er i øvrigt frit stillet. Man kan således anordne tillægspæle  $\Delta n_1 = \Delta n_5$ ,  $\Delta n_2 = \Delta n_4$  og/eller  $\Delta n_3 (=n_3)$ , som regnes fuldt udnyttet til tryk, på vilkårlig måde, idet man blot skal have alle  $\Delta n$ -værdier  $\geq 0$  og desuden:

$$(2\Delta n_1 \cos \alpha + 2\Delta n_2 + \Delta n_3) Q_c \geq \Delta V \quad (2118)$$

6. Der skal også rammes supplerende pæle, hvis

$$\Delta V = V - V_h - V_m < 0 \quad (2119)$$

De kan fordeles frit med samme begrænsninger som ovenfor (symmetrisk og alle  $\Delta n > 0$ ); men de supplerende pæle er nu trækpæle, hvorfor man i stedet for (2118) skal have:

$$(2\Delta n_1 \cos \alpha + 2\Delta n_2 + \Delta n_3) Q_t \leq \Delta V \quad (2120)$$

(størrelserne på begge sider af (2120) er negative).



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 21	EMNE Beregning ved brudteorien	UDG. 78	SIDE nr. af 20 20
---------------------------	--------------------	--------------------------------------	------------	-------------------------

7. Ved valget af  $\Delta n$ -værdier ud fra den relevante ligning (2118) eller (2120) tages der hensyn til, at pælehovederne som nævnt skal danne et regelmæssigt mønster i planen. Hvis pæleafstandene ud fra (2110) og/eller (2115) bliver for små i de pågældende rækker, må disse eventuelt opdeles i hver to eller flere (herved kan momentarmen  $b$  eventuelt blive formindsket, hvis den disponible konstruktionsbredde er givet).

Alternative lasttilfælde kan gennemregnes på samme måde, idet man i hvert enkelt beregningstrin konstaterer, at det nødvendige pæleantal er til stede; hvis man f. eks. ved en sådan beregning finder en værdi af  $n_h < n_1$  (der nu er givet), er differensen  $\Delta n_1 = n_1 - n_h$  disponibel til optagelse af en  $\Delta V$ , jfr. (2118) henholdsvis (2120).

Det bemærkes, at hvis (2117) gælder, og man i (2118) vælger  $\Delta n_1 > 0$ , så vil man i række 1 formelt have  $n_h$  pæle pr. m, som er påvirket til trækbrud, og  $\Delta n_1$  pæle pr. m, som er påvirket til trykbrud. Dette er en statisk, men ikke kinematisk tilladelig antagelse. I virkeligheden har man naturligvis  $n_1$  pæle pr. m, alle med pælekraften

$$P_1 = \frac{n_h \cdot Q_c + \Delta n_1 \cdot Q_t}{n_1} \quad (2121)$$

d.v.s., at pælene i række 1 ikke er fuldt udnyttet til brud.

Noget tilsvarende gælder for række nr. 4, hvis  $\Delta n_2 > 0$ . Rækkerne 2 og 5 er derimod begge fuldt udnyttet til trykbrud, så den angivne dimensionering svarer faktisk til en kinematisk tilladelig løsning, hvis brudbevægelse er en rotation (mod uret) om skæringspunktet for rækkerne 1 og 4. Løsningen er altså matematisk korrekt, hvorfor pæleværket ikke alene har fornøden sikkerhed; det er også rimeligt økonomisk.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 22	EMNE	UDG. 76	SIDE nr. af 1 1
---------------------------	--------------------	------	------------	-----------------------

U D G Å E T

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Grundforbedring Jordfyld	nr.
	23		78	1	15

### 23.1 Oversigt.

I dette afsnit skal der gives en oversigt over de metoder, der i praksis anvendes til at forbedre eksisterende jordlags eller udlagte fyldlags styrke- eller deformationsegenskaber og/eller ændre poretryks- og strømningsforhold samt vandindhold og mætningsgrad.

Formålet hermed er i reglen at muliggøre f. eks. direkte fundering, etablering af befæstelser for veje og pladser, eller opførelse af dæmninger under forhold, hvor dette uden særlige foranstaltninger (direkte på de eksisterende jordlag samt på fyldlag, der uden videre blev udlagt) ville medføre bæreevne- og/eller sætningsproblemer, svigtende stabilitet etc.

For eksisterende jordlags vedkommende findes det alternativ at foretage udskiftning, d.v.s. at bortgrave eller fortrænge det svage lag og erstatte det med egnet fyld. Herved er problemet i princippet blevet konverteret til et fyldproblem; men en fortrængningsproces, især under vand, kan medføre særlige vanskeligheder: Den medfører reelt, at der etableres en fremadskridende - og ikke altid lige velkontrolleret - bæreevne- og/eller totalstabilitetsbrudtilstand.

Et andet alternativ er naturligvis at vælge en konstruktionstype, hvorved bæreevne- og sætningsproblemet undgås, eksempelvis pælefundering under fundamenter, betondæk, broer etc.

De anvendelige metoder afhænger af, om jordlagene er umiddelbart tilgængelige for bearbejdning (overfladelag af 0 - 2 m tykkelse), eller om der er tale om dybere liggende lag. I denne forbindelse bemærkes det:

1. Det kan være aktuelt at forbedre egenskaberne blot for et overfladelag, hvis problemet er at muliggøre trafikeret af jordoverfladen, f. eks. med køretøjer til en byggeplads: En jordoverflades evne til at optage hjultryk er jo også et bæreevneproblem.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 23	EMNE  Grundforbedring Jordfyld	UDG.  78	SIDE nr. af 2 15
---------------------------	--------------------	---	----------------	------------------------

2. Nogle typer fyld, f.eks. rent sand eller grus, kan til mange formål udlægges eller (under vand) indpumpes direkte uden særlige foranstaltninger. Ved fyldtyper som f.eks. moræneler, og/eller hvor der stilles særlige krav til styrke- eller deformationsegenskaberne, må fylden komprimeres eller på anden måde stabiliseres. Den udlægges i så fald i lag, og der kan da - uanset den samlede tykkelse af fyldlaget - anvendes stort set de samme metoder som for overfladelaget af et eksisterende jordlag.

Metoderne afhænger også af, om grundforbedringen skal eller bør være af permanent karakter, svarende til bygværkets levetid, eller blot midlertidig, svarende til byggeperioden.

Nogle sædvanligt anvendte grundforbedringsmetoder er anført i nedenstående skema Fig. 23 A, hvor de er opdelt dels i de ovennævnte grupper (overfladelag/dybe lag, kortvarig/langvarig karakter), dels i 4 forskellige hovedtyper: Hydraulisk, mekanisk, kemisk og termisk stabilisering. De forskellige metoder er omtalt noget nærmere i det følgende afsnit.

Skemaet må ikke anses for udtømmende, bl.a. fordi der fortsat indføres ny eller modificerede metoder. Til orientering er der dog medtaget metoder, som ikke eller kun sjældent har været anvendt her i landet.

Specielt for jordfyld gives i afsn. 23.2 - 3 en nærmere omtale af problemer og procedurer i forbindelse med udlægning, komprimering og kontrol.

Fig. 23 A: Oversigt over metoder til grundforbedring.

Type	Overfladelag		Dybe lag	
	Kortvarig	Langvarig	Kortvarig	Langvarig
Hydraulisk stabilisering	Midlertidig grundvand-senkning: Dræn, sugespidsler, pumpebrønde	Permanent grundvand-senkning: Dræn, overløbsbrønde	Midlertidig grundvand-senkning: I sand: Pumpebrønde, sugespidsler I ler: Pumpebrønde, sugespidsler, elektroosmose	Permanent grundvand-senkning: Pumpebrønde, overløbsbrønde, dybe dræn. Forkonsolidering ved dybdråning: Vakuumanlæg, elektroosmose
Mekanisk stabilisering		Statisk belastning (ler) Faldklods (ler, sand) Tromling (ler, sand) Vibration (sand) Grustilsætning t.ler(veje) Lertilsetning t.sand (veje) Skærver i ler(fund.)		Forkonsolidering ved midlertidig opfyldn. Dybdevibration (nedskylning med grus-efterfyldning) Pæleramning
Kemisk stabilisering	NaCl, CaCl <sub>2</sub> , sulfitlud for ændring af vandbalance eller sensitivitet	Iblanding af: Cement (sand(ler)) Bitumen(sand(ler)) Kalk (ler)		Injektion af: Silikat (tokomponentsyst.) Cement (mørtel) Bitumen
Termisk	Naturlig frost		Frysning	Optøning eller isolering af permafrost Varmestabilesering(sintring)

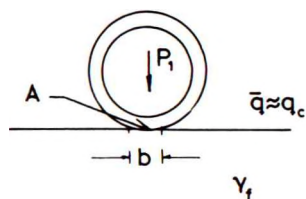
GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 23	EMNE Grundforbedring Jordfyld	UDG. 78	SIDE nr. af 15
---------------------------	--------------------	-------------------------------------	------------	----------------------

### 23.2 Grundforbedring.

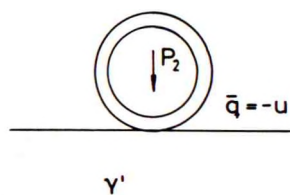
Til de i skemaet Fig.23 A angivne metoder skal knyttes følgende kommentarer.

Hydraulisk stabilisering i betydningen: Grundvandsenkning med det formål at undgå hævningensrisiko og/eller stabilitetsbrud har været omtalt flere gange tidligere, jfr. bl.a. afsn.1 - 3 og 5 - 6 samt det følgende afsn.24, hvor metoderne med anvendelse af dræn, sugespidsler, overløbsbrønde og pumpebrønde (herunder vakuumanlæg og elektrosmose omtales nærmere.

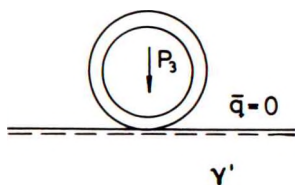
Her skal blot bemærkes, at det under byggeprocessen, selv om der ikke foreligger et egentligt stabilitetsproblem, kan være ønskeligt at foretage en beskeden sænkning af (evt.det lokale) GVS for at reducere opblødning og erosion og for at forbedre bæreevneforhold, f.eks. over for køretøjer, jfr. Fig.23 B.



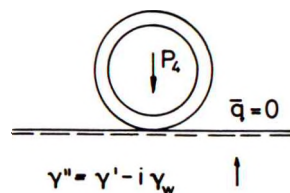
a. Naturfugtigt sand



b. Vandmættet med kapillarspændinger



c. Vandmættet til JOF



d. Vandmættet med opadrettede gradienter

Bæreevne af vognhjul på friktionsjord.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Grundforbedring Jordfyld	nr.
	23		78	15	.

Idet der benyttes den sædvanlige bæreevneformel G 1 (1639) med  $c = 0$ ,  $s_\gamma \approx 0,6$ ,  $s_q \approx 1,2$  og  $bz = A$ :

$$\frac{P}{A} = 0,3 \bar{\gamma} b N_\gamma + 1,2 \bar{q} N_q \quad (2301)$$

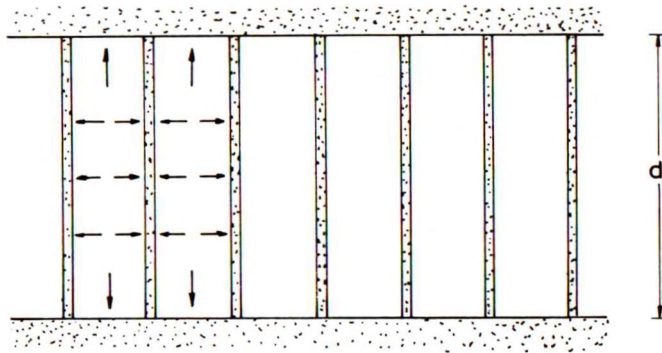
ses det, at hvis bæreevnen på naturfugtigt sand kaldes  $P_1$  (svarende til f.eks.  $\gamma_f \approx 18 \text{ kN/m}^3$  og  $q_c \approx 5 \text{ kN/m}^2$  hydrørende fra porevinkelvand), så er bæreevnen  $P_2$  på vandmættet sand med kapillarspændinger af nogenlunde samme størrelsesorden, hvis JOF befinder sig mindst ca. 0,5 m over niveauet med  $u = 0$ , og er ellers mindre, faldende til  $P_3 \approx \frac{1}{2} P_1$ , når GVS befinder sig i niveau med JOF. I tilfælde af opadrettede gradienter, Fig. 23 B d, kan fås endnu mindre bæreevner, faldende til  $P_4 \rightarrow 0$ .

For sand kan fås en forbedring af overfladens bæreevne på grund af en forøgelse af de effektive spændinger  $\bar{\sigma}$ . Dette er ikke muligt for ler, hvor den udrænedede forskydningsstyrke  $c_u$  ikke på denne måde kan forøges i praksis. Derimod kan man hindre udblødning og æltning ( $c_u$  faldende til den omrørte styrke  $c_u'$ , jfr. G 1 (1210)) som følge af udadrettede gradienter samt vandtilskud under samtidig mekanisk påvirkning (færdsel). Dette er vigtigt, fordi en rekomprimering af et udblødt og/eller ættet overfladelag af ler i praksis er vanskeligt eller umuligt. Et sådant lag er derfor uanvendeligt som underlag for f.eks. fundamenter eller gulve, hvorfor det må oprensnes.

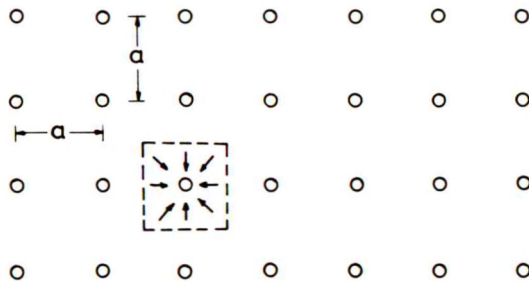
Bløde dynd- og leraflejrings styrke- og sætningsegenskaber kan forbedres varigt ved midlertidig (ensformigt fordelt) forbelastning, forudsat at den fornødne konsolideringstid (måned eller år) er til rådighed. Metoden, der er et alternativ til udskiftning, har stor dybdevirkning, og kan suppleres (tidsforløbet fremskyndes) med dybe dræn, eksempelvis sandfyldte vertikaldræn eller fabriksfremstillede plastdræn. Pumpebrønde med vakuumanlæg eller elektroosmose har også været anvendt.

Vertikaldræn placeres som skitseret på Fig. 23 C i et regelmæssigt mønster i planen, f.eks. i hjørnepunkterne af et kvadrat-

net. De fremskynder tidsforløbet for konsolideringsprocessen, fordi poreovertrykkene udlignes ikke blot ved en lodret parallelstrømning, som omtalt i G 1 afsn. 8, men tillige ved en vandret strømning til dræne.



a. Lodret snit



b. Placering i planen

Fig. 23 C: Vertikaldræn. Udligning af poreovertryk ved både lodret og vandret strømning.

Den numeriske beregning af konsolideringsprocessen med strømning i vandret retning er vanskelig: Selv i et idealiseret aksialsymmetrisk tilfælde fås i en formel svarende til G 1 (0814) en rækkeudvikling i Besselfunktioner i stedet for i sinusfunktioner. Det kan dog vises, at under forhold som på

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 23	EMNE Grundforbedring Jordfyld	UDG. 70	SIDE nr. af 15
---------------------------	--------------------	-------------------------------------	------------	----------------------

Fig. 22 C kan tidsforløbet for denne konsolidering med nogenlunde rimelig tilnærmelse beregnes ved hjælp af G 1 (0819 - 20), idet der i G 1 (0810) som drænvej  $d_c$  indsættes middellafstanden mellem drænene:

$$d_{c,h} \approx a \quad (2302)$$

Virkningen af den lodrette og den vandrette konsolideringsstrømning antages at kunne superponeres, d.v.s. de to konsolideringsgrader,  $U_v$  svarende til  $d_{c,v} = d$  eller - for dobbeltsidig dræning -  $d/2$ , og  $U_h$  svarende til  $d_{c,h}$  som angivet ovenfor, multipliceres. Det bemærkes, at tidsforløbet af de såkaldte sekundære sætninger (krybninger, G 1 afsn. 7.4) naturligvis ikke kan fremskyndes på denne måde. Kontrolmålinger af sætningernes tidsforløb og af de resterende porevandtryk er tilrådelige.

For løstlejret sand og grus vil en forbedring af lejrings-tætheden kunne opnås ved kraftig vibrering. I en hyppigt anvendt metode nedføres vibratoren ved hjælp af skylning under højt tryk. Under den påfølgende optrækning foregår vibreringen, der får de omgivende sandlag inden for en diameter på 1 - 3 m til at falde sammen til en tættere sand- eller grussøjle. Hullet omkring vibratoren efterfyldes kontinuerligt med grusmateriale.

En alternativ metode er den i forbindelse med Fig. 16 A c nævnte, hvor der nedrammes pæle, som efterlades.

Overfladelag komprimeres sædvanligvis ved tromling. For delvis vandmættet, fast ler og for sand kan samtidig vibration forøge effekten væsentligt.

En mekanisk stabilisering ved tilsætning af andre jordarter til en værende (grus til lerjord eller - få pct. - ler til grus) har været anvendt til primitive vejanlæg. I specielle tilfælde har man forbedret slappe leraflejringer ved nedbankning af skærvemateriale, således at den stabiliserede jord har kunnet anvendes til direkte fundering.

Udover de i skemaet Fig. 23 A givne stikord skal kemisk og termisk stabilisering ikke omtales nærmere i disse notater.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 23	EMNE Grundforbedring Jordfyld	UDG. 78	SIDE nr. af 8 15
---------------------------	--------------------	-------------------------------------	------------	------------------------

### 23.3 Jordfyld. Materialer og udlægning.

Ved opfyldningsarbejder på vand, f.eks. i forbindelse med kajkonstruktioner, fangedæmninger o.lign., anvender man såvidt muligt ren friktionsjord, sand eller grovere materialer, på grund af vanskelighederne ved at komprimere fylden efter udlægningen. Sandet kan i nogle tilfælde udgraves tørt nær det område, hvor det skal anvendes, og i alle tilfælde har man her i landet normalt relativt let adgang til marine sandaflejringer.

Hvis sandfylden hentes under vand, vil man i reglen transportere den i helt eller næsten vandmættet tilstand, og vil placere den ved indpumpning, eventuelt pumpe den direkte fra sin oprindelige position til anvendelsesstedet.

Under indpumpning transporteres sandet opslemmet i en kraftig vandstrøm, som gennem rør ledes ud i det bassin - afgrænset af dæmninger og/eller spunsvægge, hvor sandfylden skal udlægges. Det overskydende vand ledes bort, og sandet bliver tilbage. Umiddelbart efter indpumpningen har sandfylden nærmest karakter af en tung vædske. Hvis denne metode anvendes til indfyldning bag en forankret spunsvæg som den på Fig. 17 E e skitserede, må ankerbolte og ankerplader derfor understøttes af bærepåle (i reglen af træ), og desuden må indpumpningsprocessen styres således, at der ikke kommer fuldt hydrostatisk sand- plus vandtryk på væggen, før forankringskonstruktionen er i stand til at optage en vis ankerkraft.

Nogen tid (ofte et par dage) efter indpumpningen har sandet opnået den fulde lejringsstæthed og styrke (friktionsvinkel). Visse indikationer tyder på, at styrken af indpumpet sandfyld vokser yderligere med tiden, muligvis som følge af udskillelse af (kisel- og/eller kalk-) materiale omkring kontaktpunkterne mellem sandskornene (selv en lille - tilsyneladende eller ægte - effektiv kohæsion  $\bar{c}$  vil medføre væsentlig gunstigere både jordtryk og bæreevner end beregnet under forudsætningen  $\bar{c} = 0$ ).

Alternativt kan fylden udlægges fra land, idet den - f.eks. ved hjælp af bulldozere - bringes frem til, og ud over kanten af,

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	Nr.			Grundforbedring Jordfyld	Nr.
	23		73		15

en skråning, der således successivt forskydes frem over det område, der skal fyldes op. Denne metode, der især anvendes, hvis fylden hentes på land, har bl.a. den fordel, at forankringskonstruktionen på Fig. 17 Ee kan etableres tørt, inden skråningen når ud til spunsvæggen. Denne indfyldningsprocedure er et eksempel på en udførelsesmåde, hvor man ikke kan have normal sikkerhed mod brud i alle stadier af udførelsen: Ifølge sagens natur er skråningen hele tiden i (lokal) stabilitetsbrudtilstand.

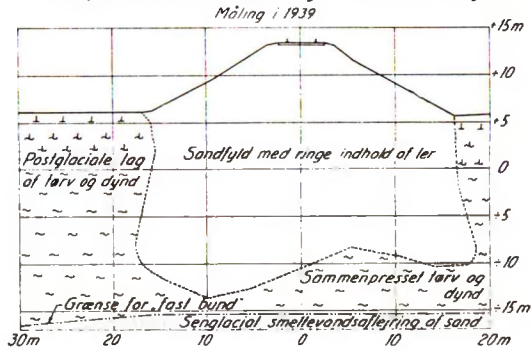
En lignende fremgangsmåde benyttes ved udførelse af en dæmning, hvor dæmningsfoden befinder sig under vand i udførelsesfasen. Hvis dæmningen føres over et blødbundsområde, hvor der ikke kan opnås tilstrækkelig stabilitet og/eller tilstrækkeligt små sætninger ved en grundforbedringsmetode som f.eks. forkonsolidering ved midlertidig opfyldning, vil man nu ofte, hvis det er muligt, først bortgrave de bløde jordlag i fornødent omfang, således at den underste del af dæmningen får karakter af en udskiftning.

En alternativ metode, som kan anvendes, hvor der ikke stilles særlige begrænsninger for forbruget af dæmningsfyld, og heller ikke særlige krav til sætningerne af den færdige dæmning, består i at lade dæmningsfylden successivt fortrænge de bløde jordlag, jfr. Fig. 23 D.

Under fortrængningsprocessen er jordlagene under og ved siden af dæmningsens underste del naturligvis i (udrænet) brudtilstand. Under gunstige omstændigheder (Fig. 23 Da) opnås til slut en ligevægtstilstand, således at det færdige dæmningsprofil netop er stabilt. Derefter sker der med tiden en styrkeforøgelse af jordlagene især under, men i et vist omfang også ved siden af, dæmningen på grund af regeneration af den udrænedes forskydningsstyrke fra en mere eller mindre æltet tilstand samt konsolidering under de forøgede spændinger. Den sidstnævnte proces kan medføre relativt store sætninger, medmindre det har været muligt at fortrænge de bløde jordlag (næsten) helt ned til de underliggende fastere lag.



## Tværprofil fra banestrækningen Hobro-Ålborg.

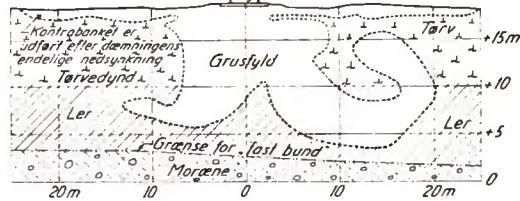


a. Normalt dæmningsprofil

## Tværprofil fra banestrækningen Koski-Ervelä i Finland.

Profilen gengivet efter prof. dr. techn. K.V. Helenelund

Måling i 1931



b. Dæmningsprofil under vanskelige forhold

Fig. 23 D: Tværprofiler af dæmninger udført ved fortrængning (fra Chr. Broen Christensen).

Under ugunstige omstændigheder (Fig. 23 D b) opnås aldrig, eller kun ved anvendelse af meget store fyldmængder (i forhold til det teoretiske dæmningstværsnit) en ligevægtstilstand. Dette kan f.eks. skyldes, at de bløde jordlag er så sensitive, at æltningen, og hermed det ved tilfyldningen fremkaldte stabilitetsbrud, kan strække sig (næsten vilkårligt) langt væk fra dæmningslinien.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Grundforbedring Jordfyld	nr.
	23		78	11	15

Hvis der, som f.eks. ved gulve, pladser, veje og startbaner, stilles strenge krav til sætningerne af fyldlagets overside (differenssætningerne af betongulvet, vejbefæstelsen etc.), må der foretages en egentlig dimensionering af systemet af fyld + underlag, bl.a. under hensyntagen til:

1. Sikkerhed mod brud i jordlagene,
2. Forskydnings- og konsolideringssætninger som følge af den statiske last,
3. Elastiske deformationer under bevægelig (trafik-) last,
4. Tillægsdeformationer hidrørende fra gentagne belastninger, samt
5. Årstidsvariationer (ændringer i GVS, frost etc.).

En grov fastsættelse af de indgående parametre i disse beregninger kan ske ved en simpel klassifikation af de enkelte lag ud fra det tilgængelige erfaringsmateriale.

Til nærmere undersøgelse har man hidtil i laboratoriet og marken anvendt de såkaldte CBR-værdier, der fremkommer ved et standardiseret forsøg, som i princippet er et lille pladebelastningsforsøg. Det er nemt at udføre; men resultaterne er behæftet med betydelig usikkerhed (foruden at de antagelig kun delvis er relevante).

Igennem de senere år har man i større omfang anvendt belastningsforsøg på plader under forhold (pladestørrelse, belastningsniveauer etc.), som i højere grad søges afpasset efter de faktisk optrædende belastninger (hjultryk etc.). Problemet omkring den hurtige hjulpassage er søgt løst ved at gennemføre dynamiske pladebelastningsforsøg, og indflydelsen af gentagne passager vurderes ved ekstrapolation ud fra et antal gentagne belastninger.

En opfyldelse af dimensionskravene vil normalt forudsætte, at der sker udskiftning i fornødent omfang af sætningsgivende lag.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 23	EMNE Grundforbedring Jordfyld	UDG. 78	SIDE nr. af 12 af 15
---------------------------	--------------------	-------------------------------------	------------	----------------------------

Der stilles lignende krav ved f.eks. jorddæmninger, afsn. 4.1, jfr. f.eks. Fig.4 Da - d. Her er permeabilitets- og styrkeforholdene ganske vist af større betydning end sætningsegenskaberne; men til gengæld har man ved indbygning af store jorddæmninger udført af delvis vandmættet lerfyld mødt særlige problemer hidrørende fra de poreovertryk, som opbygges i dæmningen, idet fylden komprimeres og derpå underkastes en voksende belastning, efterhånden som dæmningshøjden øges. I sådanne tilfælde har det været nødvendigt desuden at stille krav til - og ved poretryksmålninger kontrollere - de på ethvert stadium af indbygningsprocessen tilladelige poreovertryk under hensyntagen til, at sikkerheden mod et stabilitetsbrud i dæmningsfylden hele tiden skal være tilfredsstillende.

#### 23.4 Proctortætheder. Komprimeringskontrol.

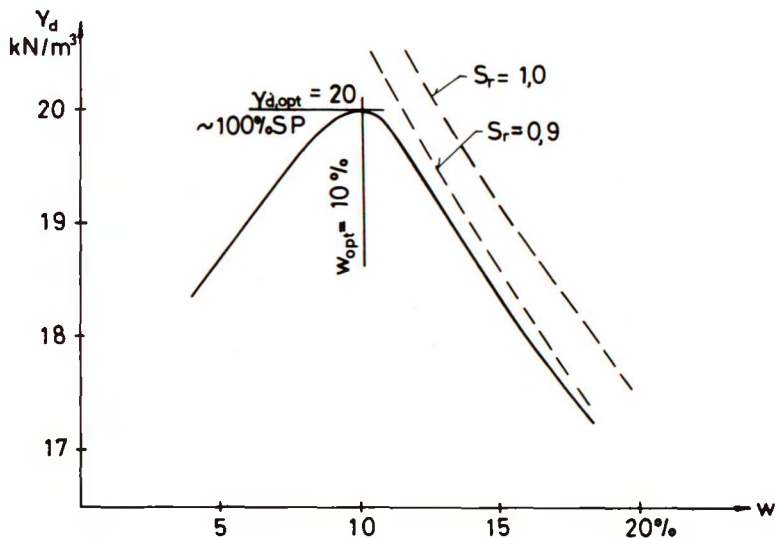


Fig. 23 E: Standard Proctorforsøg (SP) for en morænelersfyld.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Grundforbedring	nr.
	23	Jordfyld	78	13	15

Til vurdering af mulighederne for mekanisk indbygning af et givet fyldmateriale anvendes hyppigt det såkaldte proctorforsøg, hvor der på standardiseret måde (den del af materialet, der har kornstørrelse  $d \leq 16$  mm, indstampning i cylinder af givne dimensioner under anvendelse af given komprimeringsenergi) findes en sammenhæng mellem materialets vandindhold  $w$  og den opnåede tæthed, udtrykt ved den tørrede rumvægt  $\gamma_d$  (eller pore-tallet  $e$ ).

Følgende bemærkes:

1. Proctorkurvens karakteristiske form med en maksimal tæthed ( $\gamma_{d,opt}$ ), der opnås ved et bestemt vandindhold ( $w_{opt}$ ) er bl.a. betinget af, at der anvendes samme komprimeringsenergi ved alle fyldprøver. Dette er ikke umiddelbart sammenligneligt med forholdene under entreprenørmæssig indbygning. For lerfyld med vandindhold under det optimale ( $w < w_{opt}$ ) vil der således ved kraftig komprimering (tungt grej, vibration) kunne opnås tætheder større end den optimale ( $\gamma_d > \gamma_{d,opt}$ ). Dette er derimod ikke muligt for våd lerfyld ( $w > w_{opt}$ ); man kan således aldrig få  $S_r > 1$ . Svarende hertil giver det såkaldte Modificerede Proctorforsøg, MP, hvor der anvendes større komprimeringsenergi pr. volumenenhed fyldprøve, større værdier af  $\gamma_{d,opt}$ , men opnået ved lavere værdier af  $w_{opt}$ .
2. Ved indbygning af lerfyld vil det naturlige vandindhold i afgravningsområdet sammen med de meteorologiske og hydrologiske forhold på indbygningsstedet og -tidspunktet være af meget stor betydning. Under jordarbejder i f.eks. U.S.A. kan problemet være, at jorden er for tør, samtidig med at det er vanskeligt at tilsætte de fornødne vandmængder. Her i landet vil problemet normalt snarere være, at jorden er for våd ( $w > w_{opt}$ ). Sandsynligheden for en væsentlig udtørring under arbejdsprocessen er normalt ringe, hvorimod risikoen for vandtilskud

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 23	EMNE Grundforbedring Jordfyld	UDG. 78	SIDE nr. af 14 15
---------------------------	--------------------	-------------------------------------	------------	-------------------------

(nedbør, fremsivning af grundvand) ofte er betydelig. På den våde gren af proctorkuven kan lerfyld have så ring styrke og stivhed, at færdsel med transport- og komprimeringsgrej bliver vanskelig eller umulig. Det kan da blive nødvendigt at foretage opbygningen i vekslende lag af ler og friktionsjord (ved f.eks. vejdamninger; naturligvis ikke de i afsn. 4 omtalte spærredamninger).

3. Ved indbygning af friktionsjord (sand, grus, sten) er der mindre risiko for store vandindhold, da materialet er relativt hurtigt drænende. Derimod vil der ofte kunne opstå problemer på grund af for små vandindhold (naturfugtig sand har  $w < w_{opt}$ ). Dette kan på grund af porevinkelvandet - især hvis jorden er velgraderet - medføre så store kapillarspændinger, at yderligere komprimering er næsten umulig. Dette kan dog til en vis grad modvirkes ved vanding. Vanding har også en gunstig virkning på stenmaterialer, f.eks. sprængsten, idet der herved - antagelig ved fjernelse af slamhinder og finere korn mellem stenene - opnås reduktion af sætningerne af den færdige opfyldning.

Traditionelt specificeres kravene til den indbyggede fyld ofte på den måde, at der f.eks. kræves komprimering til 95 % SP (i eksemplet Fig. 23 E altså  $\gamma_d \geq 19 \text{ kN/m}^3$ ), eller eventuelt 95 % MSP (i nogle tilfælde i den tro, at dette er et lempeligere krav).

Dette er ofte ikke særligt hensigtsmæssigt, selv om det på sin vis letter tilsynsarbejdet, idet forskellige fyldmaterialer indbygget til samme proctortæthed øjensynligt ikke kan forventes at have samme styrke- og deformationsegenskaber. Hvis fyldmaterialet er kendt og kontrolleres løbende under arbejdets udførelse, og hvis man desuden, om muligt ved direkte måling f.eks. ved pladeforsøg (eller i øvrigt ud fra et foreliggende erfaringsmateriale), har konstateret hvilken tæthed, der for den pågældende

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 23	EMNE Grundforbedring Jordfyld	UDG. 78	SIDE nr. af 15 15
---------------------------	--------------------	-------------------------------------	------------	-------------------------

fyld sikrer opfyldelsen af de relevante dimensioneringskrav, så vil målingen af de opnåede tætheder naturligvis repræsentere en rimeligt simpel kontrolmetode.

I praksis vil det dog ofte være mere hensigtsmæssigt at gennemføre en metodekontrol, hvor der i forsøgsfelter ved arbejdets start udføres udlægnings- og komprimeringsforsøg med karakteristiske fyldmaterialer og hensigtsmæssigt udvalgt entreprenørgrej. Under de ovenfor angivne forudsætninger kan en væsentlig del af kontrollen under arbejdets udførelse herefter ske ved sikring af, at den foreskrevne komprimeringsmetode (grejtype, antal passager, indbygningsvandindhold) overholdes.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	nr.
	24		78	1	15

### 24.1 Oversigt.

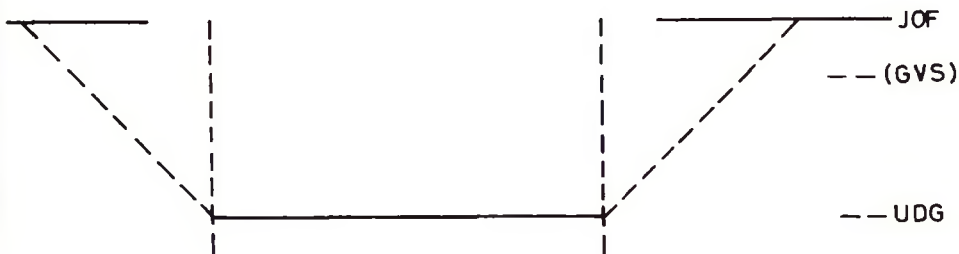


Fig. 24 A: Principskitse af byggegrube.

Byggegruber er som bekendt midlertidige udgravninger, der har til formål at muliggøre udførelsen af en funderingskonstruktion under jordoverfladen. Idet der i det følgende betragtes byggegruber på land, d. v. s. udgravninger under en ikke-vanddækket jordoverflade (vedr. byggegruber på vand, jfr. fangedæmninger afsn. 26), kan de væsentligste geotekniske problemer i denne forbindelse resumeres som følger, jfr. Fig. 24 A:

Udgravningsniveau UDG samt bundarealet er bestemt af funderingskonstruktionen. For bygninger er dette niveau normalt undersiden af dræn- eller renselaget under kældergulvet, jfr. bl. a. G 1 Fig. 25 C - G, hvoraf det også fremgår, at der ved direkte fundering herudover kommer separate rende- og enkeltudgravninger til fundamentene. Ved f. eks. bropiller, afsn. 27, kan UDG også være udgangsniveau for pæleramning eller for udførelse af en brøndfundering.

Hvor det er teknisk muligt og forsvarligt, vil den billigste løsning normalt bestå i en simpel, åben udgravning indfattet af skråninger. Man vil derfor altid overveje, om denne løsning er gennemførlig.

I mange tilfælde, især i byområder, er den simple løsning umulig alene af pladshensyn: Et krav om (fortsat) tilstedeværel-



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 24	EMNE Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	UDG. 73	SIDE nr. af 2 15
---------------------------	--------------------	--	------------	------------------------

se af arbejdsplads, trafikarealer og/eller nabobygninger kan medføre, at der ikke må foretages udgravning uden for (såvidt muligt) den lodrette flade gennem periferien af bundarealet. Dette medfører åbenbart, at der skal anvendes en lodret, afstivet eller forankret, indfatningsvæg. Herudover kan hensynet til f.eks. nabobygninger stille særlige krav til væggenes ueftergivelighed; væggen kan eventuelt skulle understøtte gavlen eller facaden af en nabobygning.

Uanset hvilken hovedudformning, der ud fra disse kriterier i første omgang vælges for byggegruben, vil grundvandsforholdene på stedet have en afgørende indflydelse på detailudformning, -projektering og udførelse:

1. Et (eventuelt sekundært) GVS over udgravningsniveau vil, hvis det ikke erkendes i tide, kunne bevirke, at en projekteret skråning eller indfatningsvæg er ustabil. Ved forsvarligt udførte geotekniske forundersøgelser vil et sådant GVS naturligvis blive konstateret, hvorefter man må tage stilling til, om det kan (og må) sænkes, og i givet fald hvorledes og i hvilket omfang. Hvis det ikke må sænkes (en mulighed, der eventuelt foreligger i byområder af hensyn til bl.a. sætningerne af nabobygninger), skal der åbenbart udføres en vandtæt indfatningsvæg, som desuden skal regnes påvirket af fuldt vandtryk.
2. Porevandtrykkene i eventuelle permeable lag under udgravningens bund kan tilsvarende få afgørende indflydelse på bundens stabilitet (erosion og/eller løftning) samt på stabiliteten af eventuelle indfatningsvægge (formindskelse af passivt jordtryk på grund af opadrettede gradienter og eventuelt udblødning). Ved mangelfulde forundersøgelser er disse risici på sin vis farligere end de ovenfor nævnte fra vand i jorden over UDG, fordi tilstanden ofte først opdages, når væsentlige skader er sket.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 24	EMNE Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	UDG. 78	SIDE nr. af 3 15
---------------------------	--------------------	--	------------	------------------------

Herudover kan der, især i blødt ler, være risiko for et stabilitetsbrud: Totalstabilitetsproblemet kan være nogenlunde som skitseret på Fig.12 E (eventuelt med rumlig virkning som omtalt i afsn.12.5). For relativt dybe byggegruber af begrænset bredde kan opskydning af bunden (et slags omvendt bæreevneproblem, jfr.afsn.24.4) være farligere.

Som afgørende faktor i valg af bl.a. indfatningstype kommer også de udførelsesmæssige hensyn: En indfatningsvæg skal kunne etableres samtidig med eller - eksempelvis vandtætte vægge - inden udgravningen af byggegruben. Af økonomiske grunde skal den desuden normalt enten kunne indgå som kældervæg i det færdige bygværk eller - mere almindeligt - forholdsvis let kunne trækkes, når byggeriet er færdigt, og senere helt eller delvis genanvendes.

I det følgende gives først en oversigt over indfatninger, herunder konstruktionstyper og beregningsmetoder. Dernæst omtales vandproblemer, og til slut et antal specielle problemer, herunder stabilitet og opskydning af bunden.

## 24.2 Indfatningstyper.

Valg af, samt beregningsforudsætningerne for, indfatningen er som nævnt i høj grad afhængig af jordprofilet, idet bl.a. beliggenheden af GVS spiller en afgørende rolle. Hertil kommer eventuelle hensyn til naboforholdene.

I praksis vil konstruktionen i hovedsagen blive begrænset til følgende typer:

1. Skråninger i jord, eventuelt lodrette skrænter (i kohæsjord); af sikkerhedsgrunde ofte støttet af mere eller mindre simple afstivninger, og om fornødent hydraulisk stabiliseret.
2. Vægge, som enten helt (spunsvægge) eller delvis rammes fra terræn, inden udgravningen påbegyndes, og som normalt afstives (ind mod, eventuelt tværs over, byggegru-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 24	EMNE Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	UDG. 78	SIDE nr. af 4 15
---------------------------	--------------------	--	------------	------------------------

ben) eller forankres (ind i den intakte jord). Afstivninger, samt eventuelt elementer af væggen, etableres normalt i takt med udgravningen; men ankre kan også etableres, før udgravningen påbegyndes. Sådanne vægge kan indgå i det færdige bygværk, men vil som oftest blive trukket og genanvendt.

3. Armerede betonvægge, som støbes in situ inden udgravningen, og derefter forankres eller afstives. Sådanne vægge vil altid indgå i det færdige bygværk.

Skråninger i jord, d.v.s. udgravninger uden egentlig indfatningsvæg men ofte med en supplerende afstivning, hvis skrænten er (næsten) lodret, repræsenterer i reglen den simpleste og billigste løsning. Den anvendes derfor normalt, hvor den overhovedet er mulig. Selv ret omfattende arbejder som grundvandsenkning (hvor dette kan tillades), hydraulisk stabilisering, afledning af overfladevand, afdækning af skråningen og den nærmeste strækning af den vandrette JOF etc., som måtte være nødvendige for at sikre stabiliteten, vil normalt være billigere end en afstivet indfatningsvæg.

Ved en stabilitetsundersøgelse svarende til Fig. 12 A, jfr. Fig. 12 B - D, bør man være opmærksom på dannelsen af trækrevner ved JOF i ler, Fig. 24 B. Sådanne revner regnes normalt udviklet til en dybde  $2c_u/\gamma$  (regningsmæssige størrelser). I øvrigt bestemmes den farligste beliggenhed af trækrevnen sammen med brudliniens beliggenhed ved hjælp af ekstrembetingelsen.

Det bemærkes, at sådanne revner altid bør regnes vandfyldte, medmindre der træffes særlige foranstaltninger for at undgå det. Ved forholdsvis permeabel jord vil et eventuelt vandspejl i revnen normalt indstille sig svarende til et øvre, evt. sekundært, GVS i jorden; men i fedt ler kan revner normalt holdes tørre inden for en sikkerhedsstrækning fra skråningens kant, såfremt JOF afdækkes med plastfolie, asfaltering el. lign., og man sikrer sig, at der ikke kan tilføres vand f. eks. fra kloakledninger. Den nødvendige bredde af sikkerhedsstrækningen findes

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	nr.
	24		78	5	15

ved en særlig stabilitetsundersøgelse, idet revner uden for denne strækning regnes vandfyldte helt op til JOF (alene på grund af overfladevand ved f.eks. regn).

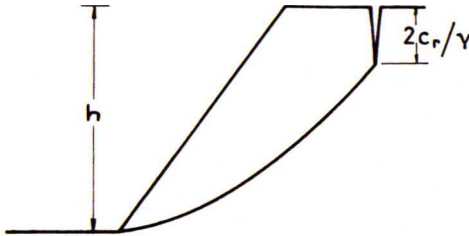


Fig. 24 B: Trækrevner ved JOF i ler.

I ler kan skråningen være lodret, såfremt udgravningsdybden  $h$ , Fig. 24 B, er mindre end eller lig med  $2c_p/\gamma$  (ifølge Fig. 12 C fås  $3,85c_p/\gamma$ , hvis der ses bort fra dannelsen af trækrevner). For de fleste faste lerarter som f.eks. moræneler kan udgravninger derfor under normale omstændigheder stå med lodrette sider (jfr. dog normreglerne ved nærtliggende fundamenter). Der henvises dog til de i afsn. 12.1 nævnte forhold, herunder problemet udrænet  $\rightarrow$  drænet tilstand. Hydraulisk stabilisering af en skråning omtales nærmere i afsn. 24.3.

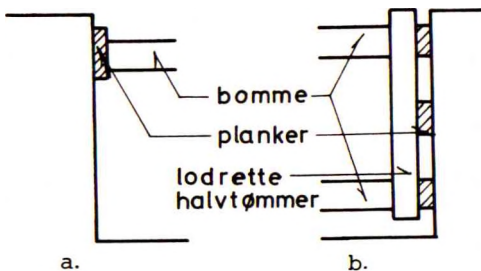


Fig. 24 C: Simple afstivninger.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	nr.
	24		78	6	15

På Fig. 24 Ca - b er vist nogle simple afstivninger for forholdsvis smalle udgravninger. Ved brede udgravninger kan bommene erstattes af skråstivere, understøttet af pælebukke eller trykplader. Konstruktionen forudsætter anbringelse, efter at udgravningen er udført, f.eks. for at sikre mod lokale skred på grund af sandlinser etc. i moræneler.

I kohæsionsjord kan der være mellemrum mellem plankerne; men i friktionsjord må der dannes en (over GVS nogenlunde) tæt plankevæg.

På Fig. 24 D er vist et alternativ til Fig. 24 Cb. Her anbringes de indbyrdes afstivede lodrette stålprofiler først, hvorefter man forholdsvis simpelt kan indsætte de vandrette planker, som spænder mellem profilernes flanger, efter behov (i deniveauer, hvor der viser sig at være brug for dem). Plankerne kan åbenbart også bringes til at danne en tæt væg.

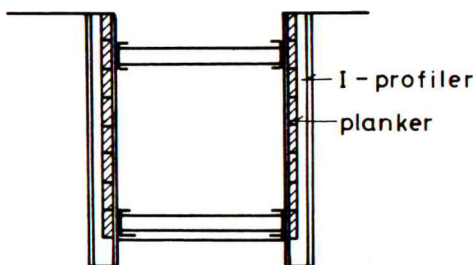


Fig. 24 D: Københavnervej.

På Fig. 24 E er plankerne anbragt lodret, og er understøttet af vandrette stræk (en almindelig konstruktion f.eks. ved nedgravning af ledninger i friktionsjord).

Ved bløde jordlag, større væghøjde, nærtliggende bygninger etc. kan i Fig. 24 D de lodrette profiler og i Fig. 24 E de lodrette planker nedbringes, henholdsvis ved boring eller ramning og som en spunsvej ved ramning, hvorefter de forankres el-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	nr.
	24		78	7	15

ler afstives (i hvert fald i øverste niveau, jfr. afsn. 19.3), inden udgravningen påbegyndes.

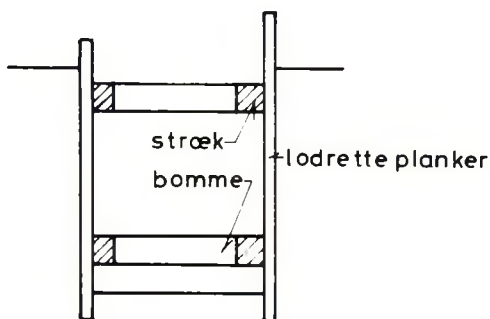


Fig. 24 E: Plankevæg med lodrette planker.

Egentlige spunsvægge er omtalt i afsn. 17 - 19. Det bemærkes i denne forbindelse, at der til byggegrubeindfatninger hovedsagelig anvendes typerne Fig. 17 B b (indbyrdes afstivede ved rendeudgravninger) samt Fig. 17 C a (normalt bølgede, sjældnere kasseformede, profiler). Jernbetonspunsvægge, Fig. 17 D anvendes relativt sjældent, og normalt kun hvis de kan indgå som kældervægge i det færdige bygværk.

De såkaldte Københavnersvægge (Københavnerspuns eller Berlinerspuns), Fig. 24 D, kan udføres med relativt store væghøjder, men kan ikke gøres vandtætte, hvorfor de forudsætter et dybtliggende (evt. sænket) GVS. De fremstilles af nedborede eller nedrammede stålprofiler, der forankres eller afstives stort set som en spunsvæg. I takt med udgravningen udfyldes væggene med isatte træplanker eller betonelementer.

I denne udformning repræsenterer vægtypen, hvor den kan anvendes, et økonomisk alternativ til en tæt spunsvæg. Den kan også kombineres med sektionsvis undermuring eller underpresning af pæle under nærtliggende fundamenter.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 24	EMNE Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	UDG. 78	SIDE nr. af 8 15
---------------------------	--------------------	--	------------	------------------------

In situ vægge er armerede betonvægge, der støbes sektionvis på stedet i huller eller render, som er frembragt ved boring eller gravning, inden udgravningen af selve byggegruben. Sådanne vægge kan udføres ved flere forskellige (ofte patenterede) metoder. Til eksempel skal her blot nævnes følgende.

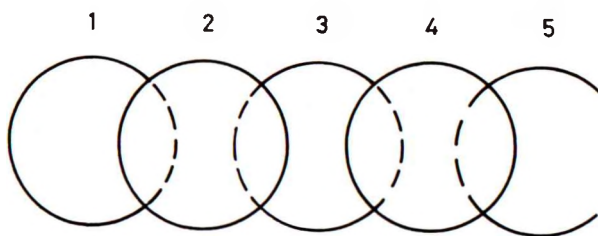


Fig. 24 F: Benoto-væg.

Benoto-vægge fremstilles som en række benoto-pæle (G 1 afsn. 26.2) i indgreb, f. eks. på følgende måde, jfr. Fig. 24 F: Først nedbores og udstøbes pæl nr. 1, 3, 5 o. s. v., og derpå (mens betonen endnu er plastisk) nr. 2, 4 etc., som armeres.

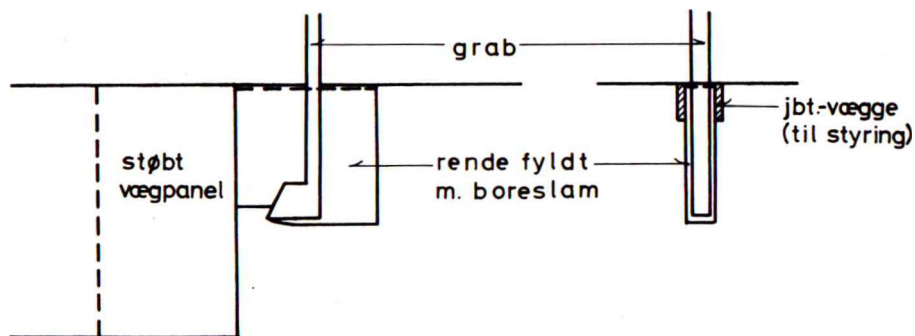


Fig. 24 G: In situ-væg.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	nr.
	24		78	9	15

Solétanche, ICOS-Veder, ELSE og lignende vægtyper udføres ved sektionvis udgravning, ofte ved hjælp af specialmaskiner, der styrer boreværktøj, mejsler og grabbe, af render i jorden, der holdes åbne ved fyldning med thixotrop boreslam (bentonit), jfr. Fig. 24 G. Efter udgravning til et panel placeres armeringen, hvorpå panelet udstøbes, og der går videre til næste sektion.

Her i landet er in situ vægge (anvendt som kældervægge i det færdige bygværk) normalt betydelig dyrere end traditionelt udførte vægge, der er støbt tørt i en byggegrube, som er indfattet af f.eks. en Københavnergæg eller en spunsvæg. De tillader imidlertid byggeoperationer med mindst mulig risiko for sætninger af nabobygværker, utilsigtet sænkning af GVS etc. I tæt bebyggede områder med høje nabobygninger har man således i nogle tilfælde gennemført byggeriet ved inden udgravningen at udføre kældervæggene som in situ vægge og desuden de indre søjler i kælderetagen (-etagerne), inklusive fundamenter, i Benoto-boringer. Det derpå udstøbte gulv (omtrent i terræn) fungerer som afstivning for in situ væggene, hvorpå jorden i kældeetagen kan bortgraves.

Vedrørende forankringstyper henvises til afsn. 17.2. Før i tiden anvendtes normalt indvendig afstivning, eventuelt i flere niveauer, som på Fig. 21 C - E, jfr. også Fig. 19 D. Anvendt på brede byggegruber fører denne type imidlertid ofte til komplicerede konstruktioner, der kan volde store problemer ved udførelsen af det bygværk, der skal opføres i byggegruben: Afstivningerne kan optage så meget plads, at de virker alvorligt generende for transport- og byggeoperationer, og desuden må de etapevis flyttes, så de støtter mod det delvis færdige bygværk, efterhånden som dette føres op.

Ved byggegruber af moderat størrelse og nogenlunde kvadratisk eller (hellere) cirkulært areal kan disse gener undgås ved typerne Fig. 17 b - c. I visse tilfælde, hvor der ikke var specielle pladsproblemer, har man således anvendt en cirkulær byggegrube, uanset at den herved blev større end nødvendigt, for at kunne anvende en ringafstivning af typen Fig. 17 E b.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	nr.
	24		78	10	15

Ved store og dybe, ikke cirkulære, byggegruber må anvendes en af typerne Fig. 17 Ee - f. De vandrette ankre på Fig. 17 Ee giver en økonomisk optagelse af ankerkraften; men etableringen af ankerboltene kan være ganske kompliceret, hvis der findes bygninger eller trafikerede veje nær byggegruben. I nogle tilfælde har ankerboltene været boret igennem. De specielle forankringsselementer, vægge, plader eller pælebukke, er dog så fordyrende (medmindre de kan udnyttes i en permanent konstruktion), at skråankre, Fig. 17 Ef nu synes at være den foretrukne løsning. De juridiske problemer, der eventuelt kan være forbundet med efter byggeriets færdiggørelse at efterlade skråankre under nabogrundene, er såvidt vides endnu ikke afklarede. For en ordens skyld bemærkes det, at skråankre om fornødent også kan udføres i flere niveauer.

Beregningsmetoderne for væg og forankring er angivet i afsn. 17 - 19. Enkelte specielle problemer skal dog omtales i afsn. 24.4.

### 24.3 Vandproblemer.

De væsentligste problemer i forbindelse med hævningsrisiko samt tørholdelse og dræning af byggegruber er omtalt i afsn. 3 samt 5 - 6, jfr. også afsn. 10 - 12 vedrørende en grundvandstrømnings indflydelse på bl.a. stabiliteten af en skråning.

Som supplement til det i afsn. 23.1 - 2 angivne vedrørende hydraulisk stabilisering skal der her i forbindelse med byggegruber nævnes følgende:

1. Som nævnt i afsn. 6.3 vil man ofte kunne tørholde udgravningen ved en simpel lænspumpning fra en sump. Hvis der befinder sig et - eventuelt sekundært (og derfor varierende med bl.a. nedbørsforholdene) - vandspejl omkring eller over bundens niveau, vil dette dog kunne medføre en - i inhomogen jord eventuel blot lokal - risiko for opblødning af byggegrubens bund og, hvis byggegruben er

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 24	EMNE Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	UDG. 78	SIDE nr. af 11 15
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

indfattet af skråninger, eventuelt tillige for erosion af skråningsfoden, jfr. Fig. 24 H.

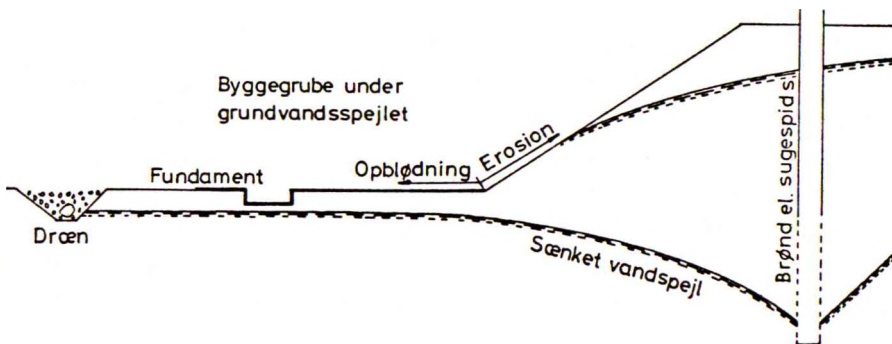


Fig. 24 H: Risiko for opblødning og erosion i åben udgravning.

2. Under forudsætning af, at der ikke i øvrigt er fare for bundens eller skrånningernes stabilitet, vil man ofte løse sådanne problemer, efterhånden som de konstateres, og tit ved meget simple hjælpemidler. Der kendes således eksempler på, at en erosion af skråningsfoden er bragt til ophør ved udlægning af halmballer: Ved opsugning af vand bliver disse tilstrækkeligt tunge til at de - i forbindelse med deres evne til at tilbageholde jordpartikler - virker som et belastet filter, der standser erosionen og forhindrer lokale stabilitetsbrud.
3. En meget brugt metode består i en lokal grundvandsænkning ved hjælp af sugespidsler. Dette er den nederste, f.eks. 2 m lange, perforerede strækning af et stålør, f.eks. 5 cm i diameter. Sådanne sugespidsler kan nedbringes ved skylning. Herved dannes (i heldige tilfælde)

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	nr.
	24		78	12	15

ved bortskylning af de finere kornfraktioner i jorden et naturligt filter omkring spidsen. Et antal sugespidseser kan anbringes på række som antydte på Fig. 24 H og forbindes til en fælles sugeledning. Sugespidsanlæg er lette at etablere efter behov (og at flytte, hvis en eller flere spidseser ikke fungerer på grund af tilstopning, eller hvis det naturlige filter ikke dannes, således at der suges jord ind sammen med vandet). Der kendes eksempler på, at selv relativt høje (flade) skråninger med held er blevet sikret mod erosion og lokale skred ved placering af ofte flere rækker sugespidseser op ad skråningen. De benyttes også til f.eks. lokal tørholdelse af fundamentsudgravninger, indtil betonfundamentet er støbt. På grund af korrosionsrisikoen kan sugespidseser normalt ikke anvendes til permanent grundvandsenkning.

4. Virkemåden af en normal pumpebrønd er forklaret i afsn. 5. Hvis man i tætte, helt vandmættede jordarter som f.eks. silt eller ler (med stor kapillær stighøjde) tilslutter brønden, eller et system af brønde, til et vakuumanlæg, bliver det muligt at sænke trykniveauet, indtil der opnås - og vedligeholdes - negative porevandtryk omkring brønden. Herved har man i nogle tilfælde kunnet imødegå vandproblemer i vanskelige jordarter som silt og siltholdigt ler, og har endog på grund af de store kapillærspændinger kunnet udgrave med næsten lodret skråning. På grund af tæthedsproblemerne kræver metoden forholdsvis avanceret grej og erfaring (og man risikerer, at den mislykkes, hvis vakuummet brydes f.eks. på grund af en sandåre med forbindelse til fri luft).
5. I specielle tilfælde har man anvendt - eller forsøgt anvendt - elektroosmose til stabilisering af meget bløde lerlag. Metoden er baseret på, at vandmolekylerne i porevandet i ler er negativt ladede på grund af lerminerallernes binding af de positive ioner (G 1 afsn. 1.3). Ved

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Konstruktive løsninger	nr.
	24	Eksempler. Byggegruber	78	13	15

at opbygge elektriske felter i jorden søger man at drive porevandet i retningen fra anoden mod katoden, hvor vandet aflades og pumpes op. Metoden har været forsøgt med vekslende held ved forskellige byggeoperationer.

Ved de to sidstnævnte metoder forøges de effektive spændinger i den pågældende jord, hvorfor man kan opnå en forkonsolidering og hermed en permanent forbedring af styrke- og deformationsegenskaberne.

#### 24.4 Specielle problemer.

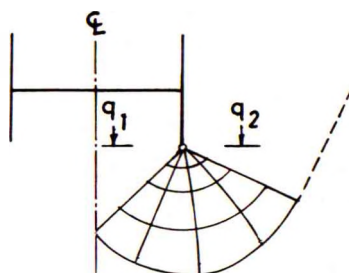


Fig. 24 I: Grundbrud i blødt ler.

Foruden de tidligere nævnte undersøgelser af lokalstabiliteten for jordskrånninger (afsn. 12.1), skal man som nævnt også undersøge totalstabiliteten af byggegruben (Fig. 12 E, evt. Fig. 12 F, jfr. også afsn. 12.5). Ved indfattede byggegruber i homogen jord, navnlig blødt ler, kan bundens stabilitet ofte med god tilnærmelse betragtes som et omvendt bæreevneproblem, Fig. 24 I. Under forudsætning af udrænet tilstand er brudkriteriet svarende til G 1 (1635) og (1639):

$$q_1 = q_2 - c_u N_c^0 s_c^0 d_c^0 \quad (2401)$$



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 24	EMNE Konstruktive løsninger Eksempler. Byggegruber	UDG. 78	SIDE nr. af 14 15
---------------------------	--------------------	--	------------	-------------------------

Svarende til G 1 (2603) kan man sætte produktet til:

$$N_c^0 s_c^0 d_c^0 \approx \begin{cases} 7,5 & \text{for render} \\ 9 & \text{for kvadratiske} \\ & \text{byggegruber} \end{cases} \quad (2402)$$

gældende for smalle udgravninger. Ved voksende bredde i forhold til udgravningsdybden aftager faktoren til  $c_u$  (til den velkendte størrelse  $\pi + 2 = 5,14$  ved kun én væg).

For  $\varphi > 0$  er denne brudmåde normalt ikke kritisk; men i meget blødt (og muligvis tilmed sensitivt) ler angiver (2401 - 02) grænsen for, hvor dybt det overhovedet er muligt at føre en udgravning på sædvanlig måde (alternativet er f.eks. at arbejde under trykluft eller forudgående stabilisering ved hjælp af elektrosmose).

Hvis der på grund af nærtliggende bygninger ikke kan tolereres vandrette udbøjninger af indfatningsvæggen, må denne udføres ueftergivende, d.v.s. som en (svær) stålspunsvæg eller in situ-væg, og desuden må den dimensioneres for hviletrykstilstanden, jfr. G 1 afsn. 5, hvorefter de jordtryk, som svarer til endimensional tilstand i jorden, kan beregnes.

Virkningen af nettobelastningerne, G 1 afsn. 9.3, beregnes hyppigt ved hjælp af Boussinesqs løsning, jfr. G 1 Fig. 9 C og (0916) samt Fig. 9 E og (0922): Udtrykkene for  $\sigma_x$ . Følgende bemærkes, jfr. Fig. 24 J:

1. De angivne udtryk kan integreres, således at de giver jordtryksfordelingen på væggen for en vilkårlig lastfordeling på jordoverfladen, f.eks. den på figuren viste stribebelastning med bredden  $b$  og virkende i afstanden  $a$  fra væggen.
2. Hvis belastningen findes (f.eks. et fundament), inden væggen etableres, er der udviklet bevægelser med tilhørende spændingsfordeling i jorden under belastningen. Væggen skal da blot kunne optage de vandrette spændinger, som er fremkaldt af den pågældende belastning.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Konstruktive løsninger	nr.
	24	Eksempler. Byggegruber	78	15	15

3. Påføres belastningen derimod, efter at væggen er etableret, svarer betingelsen  $u_x = 0$  langs væggen nærmere til de vandrette spændinger, man ville få på væggen, hvis der på en ubrudt JOF blev anbragt to belastninger: den givne samt den hermed symmetriske om væggen.

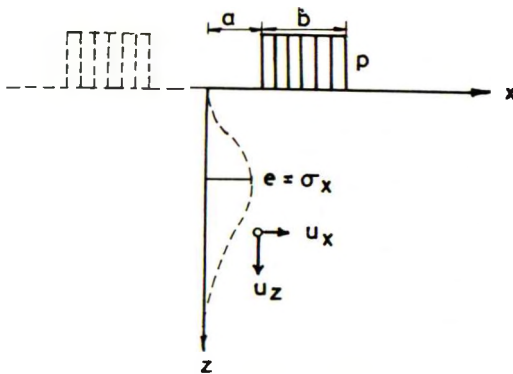


Fig. 24 J: Hviletryksberegning efter Boussinesq.

I øvrigt kan strømnetmetoden, afsn. 7, også anvendes som en tilnærmelse: Man beregner  $\sigma_z$  langs væggen, og har tilnærmet  $e = \sigma_x \approx K_0 \sigma_z$ .

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Kajkonstruktioner	nr.
	25		78	1	12

### 25.1 Oversigt.

En kajkonstruktion er som bekendt et bygværk placeret i et vandområde, således at skibe kan lægge til, fortøje og laste og/eller losse gods fra den etc.

Konstruktionen skal bære lasten fra oplagret gods samt færdsel på kajen, og skal desuden muliggøre anvendelsen af løfte- og transportfaciliteter som f.eks. kraner. Samtidig skal den kunne optage påvirkninger som skibsstød og pullertæk og i de fleste tilfælde tillige differensvandtryk hidrørende fra vandstandsændringer i havnen.

De forskellige krav til kajkonstruktionen, varierende bundforhold, lokale hensyn og muligheder samt den historiske udvikling medfører, at der findes et meget stort antal forskellige konstruktionsudformninger. De vigtigste hovedtyper er beskrevet i det følgende afsnit. Nogle af disse må betegnes som forældede i den forstand, at man ikke ville anvende dem i ny konstruktioner, fordi der nu findes alternative og mere økonomiske løsninger. Det er imidlertid nødvendigt at kende deres opbygning og statiske virkemåde, bl.a. fordi en relativt hyppigt forekommende opgave nu består i at projektere forstærkning af eller erstatning for en sådan ældre konstruktion, der i tidens løb er blevet mere eller mindre svækket og/eller indgår i en kajstrækning, der nu skal opfylde skærpede krav i forhold til tidligere (større vanddybde, større kajlast etc.).

Her i landet er hovedelementet i en kajkonstruktion normalt en forankret spunsvæg. Konstruktionen betegnes i så fald ofte som et bolværk. Anvendes i stedet en tungere væg, der i hovedsagen fungerer som en støttemur (støbt på stedet eller opbygget af sænkekasser), anvendes betegnelsen en kajmur.

Undertiden (især ved specielt dårlige bundforhold) anvendes ingen væg; men jordprofilet følger en skråning. Kajkonstruktionen er da udformet som en (pælefunderet) brokaj.

## 25.2 Konstruktionshovedtyper.

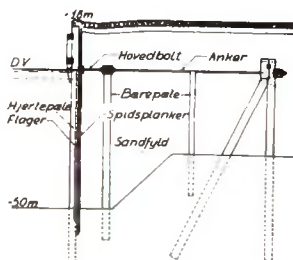


Fig. 25 A: Træbolværk.

Et træbolværk er vist på Fig. 25 A. De såkaldte hjertepæle, der består af firkanttømmer, er rammet med en indbyrdes afstand på ca. 1 m. De understøtter en væg af vandrette planker, som anbringes samlet i flager. Bagved nedrammes en væg af lodrette planker, spidsplanker, for at tætte væggen i forhold til jordfylden.

Forankringen af hjertepælene sker ved hjælp af hovedbolte til et stræktømmer, der hviler på bærepæle. Fra stræktømmeret fører rundjernsankre (ankerbolte) med noget større indbyrdes afstand kræfterne videre til optagelse i pælebukke. Ankerboltene er i reglen også understøttet af bærepæle.

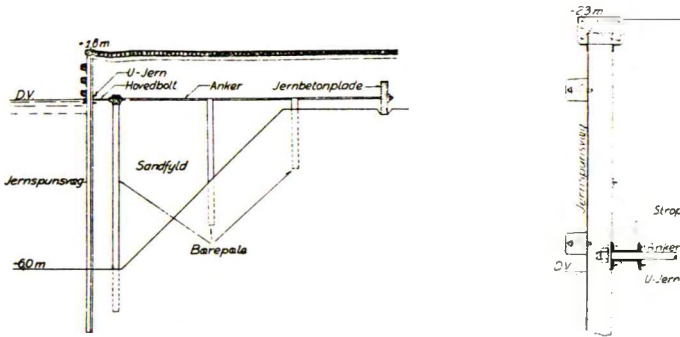
Hjertepælene og plankeklædningen bagved afdækkes foroven med en hammer. På forsiden af hjertepælene anbringes over vandspejlet et friholderværk, der har til opgave at beskytte såvel kajindfatningen som skibene.

Træbolværker udgør den ældste form for kajindfatninger, og de er endnu i brug i mange havne. Som nykonstruktion anvendes de nu navnlig ved mindre vanddybder (3 - 5 m), f.eks. i lystbådehavne samt evt. ved provisoriske kaj anlæg. Pæleorm og pælekrebs angriber træværket; hvis vandet på den pågældende lokalitet ikke er ferskvand, må træet derfor beskyttes f.eks. ved imprægnering.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Kajkonstruktioner	nr.
	25		78	3	12

Træværkets levetid over vand er ringe (10 - 20 år) uden beskyttelse, og selv med en sådan bliver levetiden højst ca. fordoblet. Den øverste del af konstruktionen erstattes derfor ofte med en betonmur, der understøttes af hjertepælene og stræktømmeret i princippet som vist på Fig. 25 C.

Træbolværk har en vis historisk interesse for geoteknikken, idet de er blevet bygget efter erfaringsregler, længe før der blev udført egentlige jordtryksberegninger. Det var bl.a. ved kontrolberegninger af sådanne eksisterende bolværkskonstruktioner, at man blev klar over, at bøjningsmomenterne i stift forankrede vægge måtte være væsentlig mindre end svarende til zonebrud på de to sider af væggen, jfr. bemærkningerne sidst i afsn. 17.5 (i forbindelse med Fig. 17 M).



a. Principskitse (ældre model).

b. Detail af forbindelse mellem væg og forankring (nyere konstruktion).

Fig. 25 B: Jernbolværk.

Et jernbolværk, Fig. 25 B, er opbygget på principielt samme måde som et træbolværk, men væggen er her en stålspunsvæg, jfr. Fig. 17 C, og pælebukkene er hyppigt erstattet af ankerplader af armeret beton, jfr. afsn. 19.1 - 2.

GEBYR OG FLYSING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			nr.	af
	25	Kajakonstruktioner	78	4	12

Denne konstruktionstype (Fig. 25 Bb), som er den almindeligst anvendte, benyttes på vanddybder op til 8 å 10 m. Dens fordele er bl.a. at kunne tåle selv hård ramning og at have god tæthed over for jordfylden.

Jernene rustet såvel over som under vand. Der gives derfor altid - ofte baseret på lokale erfaringer - et tillæg til profiltykkelsen, ligesom der søges tilvejebragt en vis beskyttelse ved tjæring eller asfaltering inden nedramningen. Levetiden forventes sædvanligvis at være af størrelsesordenen 50 år.

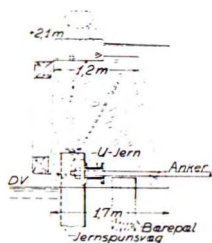


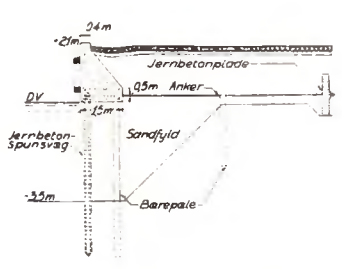
Fig. 25 C: Jernbolværk med betonoverbygning.

For at opnå en mere solid konstruktion over vandspejlet, bl.a. for at kunne optage større pullertkræfter, anvendes i mange tilfælde en betonoverbygning som vist på Fig. 25 C. Det bemærkes, at man ikke ved denne udformning kan regne spunsvæggen indspændt foroven. Dette kræver en betonkonstruktion som f.eks. en aflastningsplade, Fig. 25 E, der ikke drejes af spunsvæggens udbøjning (indspændingen udføres i øvrigt også lettere ved en betonspunsvæg, hvis armeringsjern kan indstøbes i betonkonstruktionen; for at indspænde en stålspunsvæg må man i reglen svejse den til betonkonstruktionens armering).

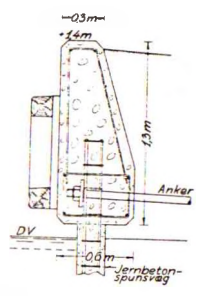
I jernbetonbolværket, Fig. 25 D, dannes væggen af betonspunspæle, jfr. Fig. 17 D, i reglen udformet med dobbelt not, der efter nedramningen skylles fri for jord og udfyldes med poser med mørtel eller med en fjer af hårdt træ.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Kajkonstruktioner	nr.
	25		78	5	12



a. Grovbetonmur over VS.



b. Armeret, let overbygning.

Fig. 25 D: Jernbetonbolværk.

Som vist på Fig. 25 Da, afsluttes jernbetonbolværker over vandspejlsniveau hyppigt af en mur af grovbeton, der understøttes dels af væggen, dels af børepæle. Overbygningen Fig. 25 Db er en enklere konstruktion, som imidlertid ikke kan optage væsentlige lodrette kræfter, f. eks. fra kranskiner.

Ved anvendelse af kvalitetsbeton og ved god udførelse er levetiden stor, og det er tillige normalt en økonomisk fordelagtig konstruktion ved moderate vanddybder. Denne vægtype kræver også en relativt let ramning af pælene, der ikke er så robuste, og heller ikke i så god indbyrdes styring, som stålsponspæle.

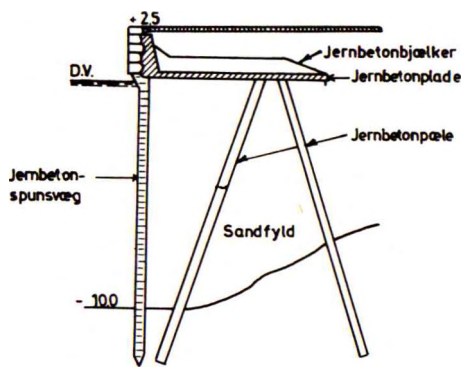


Fig. 25 E: Jernbetonbolværk med aflastningsplade.

En aflastningsplade, på Fig.25 E vist anvendt sammen med en jernbetonspunsvæg, er en pæleunderstøttet ribbeplade, der ofte anvendes ved større vanddybder, ved dårligere jordbundsforhold og/eller ved store kajlaster, d.v.s. i tilfælde, hvor jordtrykket på væggen ønskes reduceret. Det bemærkes endvidere, at ved denne konstruktionstype kan kajgaden over pladen gøres sætningsfri uanset bundforholdene.

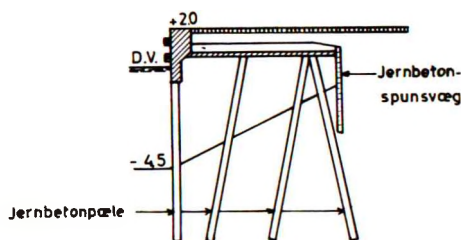


Fig.25 F: Brokaj.

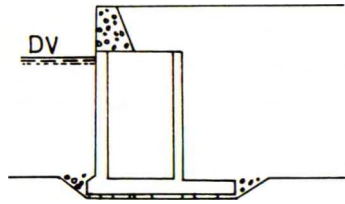
Den på Fig.25 F viste brokaj kan anvendes ved meget bløde jordlag. Forreste væg er erstattet af en række bærende betonpæle, idet der ikke her optræder noget jordtryk. Jordoverfladen udgøres af en fri skråning, der bagtil begrænses af en kort beton- (eventuelt stål-) spunsvæg, der er understøttet af (eventuelt indspændt i) pladen.

Isgang kan give problemer for sådanne konstruktioner, der også dårligere end de tidligere beskrevne er i stand til at optage skibsstød.

Et eksempel på en kajmur opført tørt i form af en massiv støttemur er vist på Fig.25 Ga. Muren er forsynet med et drænarrangement for at begrænse størrelsen af differensvandtrykket (jfr.dog bemærkningen pkt.1 i afsn.14.2 til Fig.14 Ae). Den alternative udformning på Fig.25 Gb udføres på vand ved hjælp af sænkekasser. Disse støbes på en bedding eller i en tørdok af armeret beton, således at de efter søsætning kan flydes på plads,



a. Massiv betonmur.



b. Opbygget af sænkekasser.

Fig. 25 G: Kajmure.

hvor de sænkes på et afrettet lag af ral eller skærver, hvorefter konstruktionen bagfyldes og færdiggøres på stedet.

Kajmurskonstruktioner anvendes nu relativt sjældent her i landet til nybygninger (sænkekasser benyttes imidlertid ofte til pierer og moler); men de er endnu i brug i adskillige danske havne. Disse ældre konstruktioner kan volde en del vanskeligheder, dels fordi de nu kan være så medtagne, at de må forstærkes (eventuelt forankres), dels fordi man eventuelt nu ønsker at forøge vanddybden langs den pågældende kajstrækning.

I intakt tilstand fungerer kajmure som støttemure, jfr. afsn. 14. De kræver derfor gode bundforhold, idet de resulterende vandrette og lodrette laster skal optages gennem undersiden (for visse ældre konstruktioner har bundforholdene vist sig ikke at være gode nok, hvortil kommer eventuelt forøgede kajlaster og udskæring foran kajmuren; vedrørende forankring af støttemure jfr. afsn. 14.4).

### 25.3 Hovedelementer i bolværkskonstruktioner.

Væggen, der påvirkes af jordtryk samt de vandrette kræfter fra f.eks. pullerter, Fig. 25 C, fungerer som en forankret spunsvæg, jfr. afsn. 17 - 19. Der placeres ofte en kranskinne over væggen, der således også skal optage en lodret last. I så til-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Kajkonstruktioner	nr.
	25		78	8	12

fælde udføres der normalt en betonmur over vandspejlsniveau, og væggen suppleres med en række lodrette bærepæle, jfr. Fig. 25 C - D. I konstruktioner med aflastningsplade erstatter væggen oftest en pælerække, jfr. Fig. 25 E.

Den almindeligste form for forankring er vist på Fig. 25 A - B, jfr. også afsn. 19. Som tidligere nævnt kan man ved indfyldning af sand på større vanddybder have det problem, at pælebukke (især trækpælene) vanskeligt kan opnå den fornødne bæreevne, mens der ved ankerplader skal placeres jordfyld omkring pladerne i tilstrækkeligt omfang til, at ankerkraften kan optages, før væggen kan belastes med jordtryk.

En mulig løsning på dette problem er vist på Fig. 25 H. Ankerpladerne er her placeret på oprindelig havbund, og vil derfor blive virksomme i takt med, at jordtrykket på væggen øges. Den herved opnåede forankringsform ses at virke statisk på samme måde som skråankre, Fig. 17 E f.

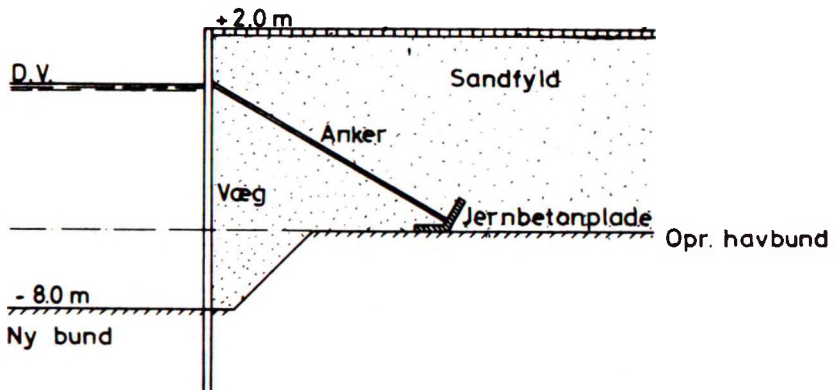


Fig. 25 H: Forandring til dybtliggende, vinkelformede ankerplader (kun mulig ved opfyldning).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	78	9	12
	nr.				
	25				

Ved forstærkning af en eksisterende kajkonstruktion f.eks. som følge af, at vanddybden foran kajstrækningen skal forøges, vil man i reglen ramme en ny stålspunsvæg foran den eksisterende konstruktion. I nogle tilfælde kan den eksisterende forankring i hvert fald delvis udnyttes; men dette er langt fra altid tilfældet (det kunne således være vanskeligt på Fig. 25 A), og den skal normalt under alle omstændigheder suppleres.

Konstruktioner med vandrette ankerbolte kan her, i modsætning til ved nykonstruktioner, være besværliggjort af eksisterende installationer, spor m.v. i kajgaden. Man vil derfor undertiden helt forlade den eksisterende forankringsmåde og i stedet udnytte, at der findes jord bag væggen, således at forankringen svarende til Fig. 17 E f kan udføres enten rammede eller indborede og injicerede skråankre, jfr. Fig. 25 I.

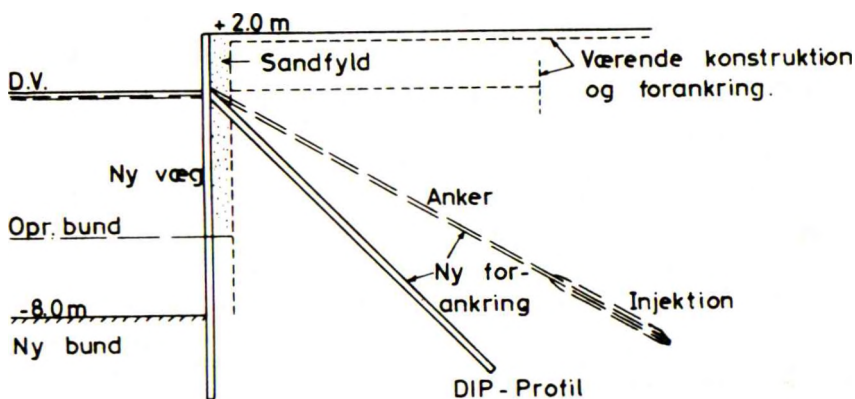


Fig. 25 I: Forankring til rammede eller indborede, injicerede skråankre (ved forstærkning af eksisterende kajkonstruktion).

Den ny væg vil hyppigt blive dimensioneret under den forudsætning, at den eksisterende konstruktion med tiden vil gå helt ud af funktion. Konstruktionen beregnes derfor, som om den gamle konstruktion slet ikke fandtes.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 25	EMNE Kajkonstruktioner	UDG. 78	SIDE nr. af 10 12
---------------------------	--------------------	---------------------------	------------	-------------------------

De lodrette laster på overbygningen overføres direkte til jorden fra kajgaden ved konstruktioner af typen Fig. 25 A, B og D. Kranspor bag væggen indstøbes dog oftest i langsgående, armerede betonbjælker, som pælefunderes af hensyn til de normalt strenge krav til de tilladelige sætninger.

I konstruktioner af platformtypen, Fig. 25 E - F, overføres samtlige kræfter på overbygningen til dækket, og fordeles herfra til de understøttende pæle, der naturligvis tilsammen skal danne et stabilt plant pæleværk.

#### 25.4 Dimensionering af kajkonstruktioner.

Denne omfatter i princippet følgende faser (normalt på grundlag af indledende undersøgelser, der bl. a. omfatter boringer i og bag kajlinien):

1. Valg af konstruktionstype, f. eks. med Fig. 25 B - C som udgangspunkt (muligvis Fig. 25 I, hvis den oprindelige vanddybde er lille, og bundforholdene er gode). Det endelige valg må naturligvis træffes på grundlag af sammenligninger af økonomi (konstruktion + udførelse + vedligeholdelse), og kræver derfor foreløbige beregninger af hoveddimensioner af væg + forankring, afsn. 17 - 19 (herunder valg af brudmåde), samt eventuelt pæleværk, afsn. 20 - 21, fundament, G 1 afsn. 24, og muligvis støttemur, afsn. 14 - 15.
2. Undersøgelse af totalstabiliteten, afsn. 10 - 12, jfr. også afsn. 19, må som nævnt indgå på et relativt tidligt tidspunkt i overvejelserne. Det vil således kunne være dette kriterium, der afgør, om en bolværkstype - uanset økonomien - overhovedet kan anvendes direkte, om den kan gøres anvendelig ved udskiftning, forkonsolidering el. lign., eller om der skal anvendes en kaj af platformtypen, Fig. 25 F.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 25	EMNE Kajkonstruktioner	UDG. 78	SIDE nr. af 11 12
---------------------------	--------------------	---------------------------	------------	-------------------------

3. På tilsvarende måde må sætningsproblemet inddrages i overvejelserne på et tidligt tidspunkt: Da kajkonstruktioner ofte opføres på steder med dårlige bundforhold, og desuden normalt medfører store belastninger alene på grund af opfyldningen (de samme faktorer som påvirker totalstabiliteten), vil sætningerne kunne blive af afgørende størrelse. Hermed følger også problemer som negativ friktion på pæle og tværkræfter på skråpæle.

4. På grundlag af den valgte konstruktionstype kan de normalt nødvendige supplerende undersøgelser planlægges, som danner grundlaget for detailprojekteringen.

Som sædvanligt må behovet for kontrolmålinger nøje overvejes og planlægges. En hyppigt forekommende årsag til afvigelser fra de forudsatte forhold i det færdige profil netop ved kajkonstruktioner er mere eller mindre tilfældigt forekommende bløde slam- og dyndlag på den oprindelige havbund. Selv om der foreskrives omhyggelig oprensning, inden der indfyldes sand, er det i praksis svært at undgå, at der mellem et sandlag under den oprindelige havbund og det indfyldte sand (hvor man hyppigt beregningsmæssigt vil antage, at disse to sandlag tilsammen kommer til at udgøre ét - eventuelt homogent - lag) findes et tyndt, blødt og eventuelt impermeabelt, lag (eventuelt blot et lag af dyndinficeret sand). Dette kan selvsagt få stor indflydelse på bl.a. poretryksfordelingen, og muligvis også jordtrykkene (Fig. 19 Jb) langs en spunsvæg.

Under arbejdets udførelse kan man, især i ældre havneområder, ofte uventet støde på rester af ældre konstruktioner samt på affald som f.eks. sten, betonbrokker og ubrugelige konstruktionsdele, som tidligere - ukontrolleret og uregistreret - er blevet dumpet på de (på det pågældende tidspunkt) uanvendte vandområder. I forbindelse hermed skal det nævnes, at eventuelle ældre kajkonstruktioner ikke nødvendigvis har det udseende, der er registreret på de arkiverede tegninger. Specielle for-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 25	EMNE Kajkonstruktioner	UDG. 78	SIDE nr.	af 12 12
---------------------------	--------------------	---------------------------	------------	-------------	-------------

hold på stedet kan have motiveret konstruktionsændringer og -tilføjelser, og der kan senere være udført udvidelser og/eller reparationer, som ikke altid er registreret.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE  Fangedæmninger	UDG.  73	SIDE nr. af 1 19
---------------------------	--------------------	----------------------------	----------------	------------------------

### 26.1 Oversigt.

Fangedæmninger kan defineres som indfatninger til tørlagte byggegruber på et vanddækket areal. Betegnelsen benyttes dog også til bygværker, der på ydersiden er påvirket af vandtryk og på indersiden begrænser en byggegrube på land (altså eventuelt udgravet tørt).

I princippet er stabilitetsproblemerne for fangedæmninger af nogenlunde samme type som for almindelige byggegrubeindfatninger. De væsentligste afvigelser er følgende:

1. Udførelsen er naturligvis i høj grad influeret af, at arealet som oftest oprindelig er vanddækket. Ved den såkaldte ø-metode indleder man dog byggeoperationerne med at foretage en opfyldning på området, hvorefter udførelsen af selve byggegruben foregår som på land.
2. Indfatningerne påvirkes af fuldt vandtryk plus eventuelt bølge- og istryk. Grundvandsenkning i øvre vandspejl uden for indfatningen er naturligvis udelukket, hvorfor indfatningen skal være tæt. I nogle tilfælde kan man dog sænke vandspejlet inde i fangedæmningen, samt - ligesom ved andre byggegruber - i eventuelle permeable lag under byggegrubens bund.
3. Det fri vandspejl uden for indfatningen kan give specielle risici i form af bl.a. erosion foran indfatningen samt overskylning af denne. I denne forbindelse bemærkes det, at det i vandområder med større vandspejlsvariationer kan være en økonomisk rigtig løsning at fastsætte indfatningskoten således, at der indkalkuleres en vis sandsynlighed for, at der i løbet af byggeperioden sker en overskylning, hvorved byggegruben fyldes med vand. Den konstruktive udformning (eventuelt et regulært overfaldsbygværk) samt planlægningen af byggeoperationerne i gruben må naturligvis i så fald indrettes herefter.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE  Fangedæmninger	UDG.  78	SIDE nr. af 2   19
---------------------------	--------------------	----------------------------	----------------	--------------------------

Erosionsfare og hævningsrisiko for bunden i gruben er mere nærliggende ved byggegruber på vand end på land (men skal naturligvis undersøges i alle tilfælde). Som nævnt i afsn. 6.2 kan metoden med udførelse af en bundprop af undervandsbeton være en økonomisk løsning på vand (modsat byggegruber på land).

Herudover har man de hensyn, der er fælles for alle byggegruber: Totalstabilitet af hele gruben, lokalstabilitet af indfatningen, etablering (i dette tilfælde ofte på vand og inden tørlægning af gruben), samt af økonomiske grunde muligheden for at indfatningen enten kan indgå i det færdige bygværk (en rammet spunsvæg således i en kajindfatning) eller let kan fjernes og eventuelt genanvendes.

### 26.2 Indfatningstyper.

Det ydre vandspejl, der som hovedregel umuliggør udvendig forankring, medfører, at indfatningen enten skal udgøre en i sig selv stabil konstruktion eller også skal afstives indvendigt. De væsentligste konstruktionstyper, som skal omtales nærmere i det følgende, er:

1. Konstruktioner, der - normalt uden afstivninger - er stabile:
  - a. Jorddæmninger (uindfattede).
  - b. Dobbelte spunsvægsfangedæmninger: To indbyrdes forankrede, plane spunsvægge med jordfyld.
  - c. Cellefangedæmninger: Som ovenfor, men med speciel udformning af indfatningsvæggene, således at bøjningsmomenter i spunsjernene undgås, og specielle forankringselementer kan undværes.
2. Enkelte spunsvægsindfatninger (normalt afstivede eller støttede):
  - a. Helt fri spunsvægge.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE  Fangedæmninger	UDG.  78	SIDE nr. af 3   19
---------------------------	--------------------	----------------------------	----------------	--------------------------

- b. Spunsvæg anvendt som kerne i jorddæmning eller støttet af banket.
- c. Spunsvæg med indvendig skråafstivning, eventuelt som supplement til banket.
- d. Indbyrdes afstivede spunsvægge, eventuelt ved flere niveauer (ved smalle byggegruber). Ved (omtrent) kvadratiske eller cirkulære byggegruber eventuelt med ramme- eller ringafstivning (uden afstivningselementer tværs over byggegruben).

Den mest økonomiske type og udførelsesmåde, eventuelt også for selve den permanente konstruktion, vil ofte i høj grad være afhængig af detaljer i arbejdsqangen, f.eks. om der skal indfyldes sand omkring den færdige konstruktion, og i bekræftende fald på hvilket tidspunkt og i hvilket omfang dette kan gøres.

### 26.3 Jorddæmninger.



Fig. 26 A: Jorddæmning.

Jorddæmninger, Fig. 26 A, repræsenterer ofte den simpleste og billigste løsning, som imidlertid forudsætter egnet fyld og rimeligt gode bundforhold, altså hverken bløde (svage og/eller stærkt sætningsgivende) eller meget permeable jordlag umiddelbart under bunden.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE Fangedæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 4 19
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	------------------------

Hvis en jorddæmning ikke kan indgå i den færdige konstruktion, kan løsningen også blive uøkonomisk ved for store jordmængder, eller hvis der kræves for store foranstaltninger til beskyttelse mod erosion fra bølger eller strøm.

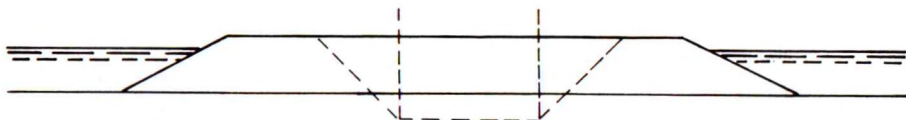


Fig. 26 B: Udførelse af bro-pille efter  $\phi$ -metoden.

Den på Fig. 26 B skitserede åbne udgravning i forbindelse med  $\phi$ -metoden repræsenterer en variant af den her omtalte type fangedæmning. Et andet eksempel er en byggegrube, f.eks. en tørdok til fremstilling af sækkekasser eller sænketurneller, udført nær en naturlig kystskråning: Når støbningen er tilendebragt, fyldes byggegruben med vand, hvorefter den resterende jorddæmning bortgraves, og elementerne kan bugseres på plads.

Jorddæmninger kan naturligvis også udføres på vand: Ved klappning (d.v.s. dumpning af sandfyld i så store, sammenhængende portioner som muligt) eller ved tipping fra enden af en delvis færdig dæmning. Herved kan f.eks. afspærres en bugt, der derefter tørlægges og benyttes som byggegrube.

Strømningsproblemet gennem dæmningen løses som angivet i afsn. 4 (normalt Fig. 4 F, evt. Fig. 4 L, idet der normalt er tale om moderate vanddybder og ofte ikke udføres specielle drænforanstaltninger på indersiden, jfr. dog Fig. 24 H). Det væsentligste stabilitetsproblem er ved skråningen ind mod byggegruben, jfr. Fig. 12 A og Fig. 10 D (det på Fig. 4 C antydede stabilitetsproblem på ydersiden ville kunne blive aktuelt i tidevandsområder). Om fornødent kan vandspejlet i dæmningen holdes sænket i byggeperioden f.eks. ved hjælp af sugespidseser.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	26	Fangedæmninger	78	5	19

#### 26.4 Dobbelt spunsvægsfangedæmninger.

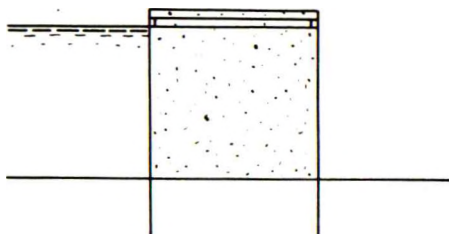


Fig. 26 C: Dobbelt spunsvægsfangedæmning.

En dobbelt spunsvægsfangedæmning, Fig. 26 C, anvendes hyppigt, hvor den ydre spunsvæg enten er en eksisterende, eller i den færdige konstruktion skal være en permanent, kajindfatning.

Ved udførelse på vand rammes de to spunsvægge, der begge forsynes med stræk (U-jernene på Fig. 25 Bb). De to stræk forbindes indbyrdes med ankerbolte, hvorpå der indfyldes mellem spunsvæggene, f.eks. ved indpumpning af sand.

Hvis den ydre spunsvæg er en eksisterende kajindfatning, må strækket for den indre spunsvæg først etableres og forbindes med de eksisterende ankerbolte. Disse kan da kappes, efterhånden som den indre spunsvæg rammes og forbindes til strækket, hvorefter byggegruben til sidst kan udgraves.

Efter færdiggørelse af bygværket i gruben, f.eks. en tørdok med permanent indfatningsvæg af beton, kan den ydre spunsvæg tilsvarende indgå i en permanent kajindfatning. Ankerbolterne mellem de to spunsvægge må da forlænges bagud til en permanent konstruktion (ankerplader, pælebukke eller selve indfatningsvæggen) f.eks. ved sammensvejsning. Efter indfyldning bag den indre spunsvæg kan denne trækkes og dens stræk fjernes.

Under byggeoperationerne i gruben vil vandspejlet i fangedæmningen i reglen være sænket af hensyn til dels dæmningens

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE  Fangedæmninger	UDG.  78	SIDE nr. af 6   19
---------------------------	--------------------	----------------------------	----------------	--------------------------

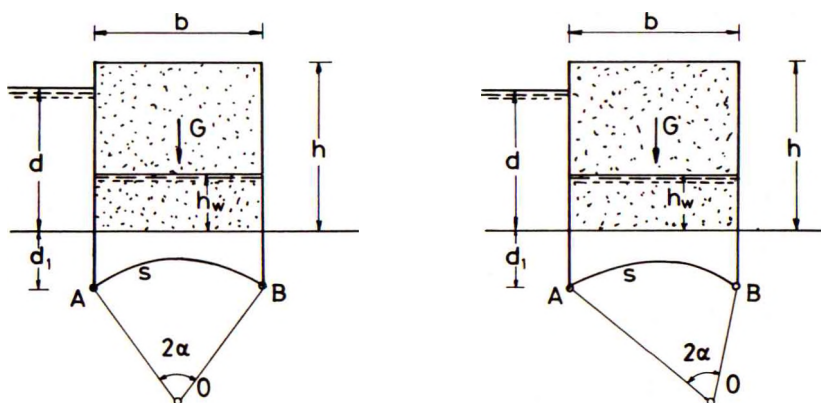
stabilitet, dels den indre spunsvæg, som ellers skulle dimensioneres (på normal måde) for både jordtryk og vandtryk. Med sænket vandspejl undgås (såvidt muligt) vandtrykket på den indre spunsvæg, og den ydre væg får normalt ingen væsentlige påvirkninger (differensvandtrykket virker modsat jordtrykket). For denne væg vil slutttilstanden i den permanente konstruktion, hvor den virker som kajindfatning, i reglen være dimensionsgivende. Følgende bemærkes dog:

1. Hvis der også i den permanente tilstand er sænket vandspejl bag væggen, f.eks. af hensyn til påvirkningerne på indfatningsvæggen til en tørdok, fås der heller ingen væsentlige påvirkninger i denne tilstand. Der regnes dog i reglen som ekstraordinært lasttilfælde (både for spunsvæggen og for tørdokken) med et hævet vandspejl, f.eks. som følge af pumpevigt, midlertidig tilstopning af filtre og dræn eller brud på spunsvæggen (f.eks. påsejling).
2. Medmindre der træffes særlige foranstaltninger for at forhindre dette ekstraordinære lasttilfælde, bør det også undersøges for fangedæmningen i byggeperioden (desuden bør der planlægges og udføres kontrol på, at vandspejlet virkelig er sænket som forudsat).
3. I øvrigt kan rammedybden for den ydre spunsvæg også være bestemt af andre forhold, f.eks. afskæring af et permeabelt lag, Fig. 6 Aa. Spunsjernenes profil kan da skulle afpasses således, at væggen kan rammes til den nødvendige dybde.

For at kunne holde vandspejlet sænket i fangedæmningen skal den ydre spunsvæg være så tæt som muligt (dette kan volde vanskeligheder, hvis det er en - måske ældre - eksisterende kajindfatning), mens der skal tilstræbes størst mulig dræning gennem den indre spunsvæg. Ved fyld med ringe permeabilitet må der indlægges et filter over oprindelig bund (omhyggelig oprensning af

et eventuelt dyndlag, som ville kunne tilstoppe dette filter) samt eventuelt lodret langs indersiden af den ydre spunsvæg.

Lokalstabiliteten undersøges (ved normale rammedybder for spunsvæggene) ved hjælp af den på Fig. 10 Ab skitserede brudfigur, jfr. Fig. 26 D.



a. Udrænet brud i ler.

b. Drænet brud i ler eller sand.

Fig. 26 D: Stabilitet af dobbelte spunsvægsfangedæmninger.

På Fig. 26 D er brudsnittene  $\alpha$ -linier, som forbinder spunsvægsspidserne A og B. Hvis ekstremetoden anvendes, hvilket man sædvanligvis vil gøre, er  $s$  ved udrænet brud i ler ( $\varphi = 0$ , Fig. 26.Da) en cirkelbue, afsn. 11.3, mens den ved drænet brud i ler og sand ( $\varphi > 0$ , Fig. 26.Db) er en logaritmisk spiral, afsn. 11.4.

I momentligningen om O indgår:

$$W = \text{Det ydre hydrostatiske vandtryk} = \frac{1}{2} \gamma_w d^2.$$

$$E_a = \text{Det totale aktive jordtryk på den nedrammede dybde } d_1 \text{ på ydersiden.}$$

$$E_p = \text{Det tilsvarende totale passive jordtryk på inder-siden, samt (kun for } \varphi > 0 \text{):}$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 25	EMNE Fangedæmninger	UDG. 73	SIDE nr. af 8 19
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	------------------------

$\bar{s}$  = Den totale vægt af spunsvægge og fyld over brudsnittet  $s$  (denne størrelse varierer altså med beliggenheden af  $s$ , d.v.s. af  $0$ ), og

$\bar{u}$  = Det resulterende porevandtryk langs  $s$ ;

hertil kommer bidraget fra  $e$  ( $\sigma_u$  på Fig. 26 Da og  $\bar{e}$  på Fig. 26 Db).

På Fig. 26 Db virker  $G$  stabiliserende og  $U$  væltende. Her vil man derfor også af hensyn til fangedæmningsens stabilitet (udover hensynet til den indre spunsvæg) tilstræbe et så lavtliggende vandspejl i dæmningen som muligt.

Ved beregningen af  $E_a$  ser man som sædvanligt bort fra beregnede negative jordtryk. På Fig. 26 Da fås  $e_a < 0$ , hvorfor der må påregnes udviklet en (naturligvis vandfyldt) revne mellem væg og jord, hvis  $\gamma_w d < 2\sigma_u$ . Det bemærkes i denne forbindelse, at selv om  $\gamma_w d > 2\sigma_u$ , således at man har  $e_a > 0$ , så er det åbenbart mere ugunstigt for fangedæmningsens stabilitet at antage udviklet en vandfyldt revne mellem væg og jord ned til spunsvægsspidsen  $A$  end at antage fortsat kontakt mellem væg og jord og benytte det hertil svarende totale jordtryk. Fortsat kontakt mellem væg og jord er derfor en slags labil tilstand: Hvis der af en eller anden grund (stød, bølgepåvirkning) indledes en revnedannelse mellem væg og jord, vil denne sandsynligvis udvikles helt ned til spunsvægsspidsen, fordi dette giver en større væltende påvirkning på, og derfor en rotation af, fangedæmningen. Medmindre der udføres særlige foranstaltninger til at forhindre vand i at trænge ned i en sådan revne, bør den derfor regnes udviklet.

Stabilitetsundersøgelsen benyttes hyppigt til at bestemme den mindste nødvendige bredde  $b$  af fangedæmningen, idet de øvrige størrelser  $h$ ,  $d$ ,  $d_1$  og (i Fig. 26 Db) rumvægtene  $\gamma_d$  og  $\gamma$  for sandet er givne. Til et første overslag kan anvendes et vandret, retliniet brudsnit  $s$ , hvorefter projektionsligningen giver:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE Fangedæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 9 19
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	------------------------

I Fig. 26 Da:

$$b > \frac{W + E_a - E_p}{c_u} \quad (2601)$$

I Fig. 26 Db (idet  $u_{mid}$  langs AB antages at svare til vandspejlet i dæmningen):

$$b > \frac{W + E_a - E_p}{\gamma_d (h - h_w) + \gamma' (h_w + d_1)} \cot \varphi \quad (2602)$$

Det bemærkes, at i denne undersøgelse er vandtrykkene på inder-siderne af spunsvæggene (ligesom forankringskraften  $A$  imellem dem) indre kræfter.

Et eventuelt svagere jordlag i dæmningen f.eks. lige over den oprindelige bund får ingen direkte indflydelse på denne stabilitetsundersøgelse. Det får imidlertid indflydelse på jordtrykspåvirkningen på den indre spunsvæg. Beregningen - i princippet svarende til Fig. 19 Jb - er ganske kompliceret, idet der må betragtes snit, og hermed statisk tilladelige jordtryksfordelinger, langs indersiden af begge spunsvægge. Den er gennemført (som kontrolberegning af en observeret aktuel brudtilstand) i enkelte tilfælde, men skal i øvrigt ikke refereres nærmere.

Til orientering skal det nævnes, at en stabilitetsundersøgelse svarende til Fig. 26 D også kan gennemføres ved hjælp af ligevægtsmetoden, d.v.s. under den antagelse, at brudsnittet altid er en cirkelbue, og idet (1702-08) anvendes. I nogle tilfælde, bl.a. ved udrænet brud i ler, hvor de ubekendte størrelser kan være  $\alpha$ ,  $b$  og  $\sigma_0$ , bliver beregningerne efter denne metode lidt simple end efter ekstremmetoden.

Dobbelte spunsvægsfangedæmninger har den fordel frem for jorddæmninger, at de kan anvendes på større vanddybder og kræver mindre konstruktionsbredde. Som nævnt giver de også mulighed for at anvende en eksisterende eller fremtidig permanent spunsvæg, foruden at spunsvæggene også kan benyttes til f.eks. at afskære permeable jordlag. Det kan også være en fordel ved byggeoperationerne, at fangedæmningen giver arbejdspladsareal på toppen.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE  Fangedæmninger	UDG.  73	SIDE nr. af 10 19
---------------------------	--------------------	----------------------------	----------------	-------------------------

Hvis den disponible konstruktionsbredde, f.eks. givet som afstanden fra den indfatningsvæg for en tørdok, der skal bygges i gruben, til den spunsvæg, der skal danne kajindfatning ved udrustningskajen, er kneben, kan stabiliteten (Fig. 26 D) forbedres ved hjælp af midlertidige banketter inde i byggegruben, eventuelt senere sektionvis erstattet med afstivninger mod det helt eller delvis færdige bygværk.

### 26.5 Cellefangedæmninger.

Cellefangedæmninger er i modsætning til dobbelte spunsvægsfangedæmninger udført af flade spunsjern, der er rammet således, at jordtryk optages ved ringspændinger i væggen. To eksempler på udformning af cellerne er vist på Fig. 26 E.

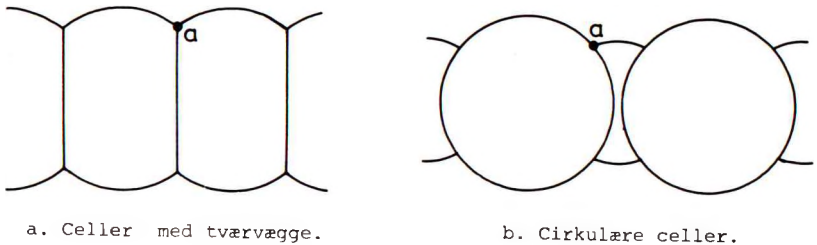


Fig. 26 E: Cellefangedæmninger (plan).

Da der ikke optræder bøjningsmomenter i spunsjernene ( $\sim \gamma l^3$ , hvor  $l$  er spunsjernets længde) men derimod ringspændinger ( $\sim \gamma l$ ), kan cellefangedæmninger anvendes på større vanddybder og, navnlig type Fig. 26 Eb, ved frembygning i uroligt farvand. Cirkulære celler kan også om fornødent opstilles i indbyrdes forbundne grupper på f.eks. tre celler (den såkaldt kløverblads-konstruktion), der kan gøres stabil på selv meget store vanddybder.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr.	EMNE Fangedæmninger	SOG. 73	SIDE nr. af 11 19
	26			

Da de flade spunsjern giver væsentlig mindre jernforbrug pr. lb. m væg end de bølgede profiler, jfr. Fig. 17 C, vil en celfangedæmning på moderate vanddybder ikke kræve større jernmængde pr. lb. m dæmning end en dobbelt spunsvægsfangedæmning (trods tværvæggene). Hertil kommer, at der spares etableringen af stræk og ankerbolte. Rammearbejdet er imidlertid større, og kræver også større omhu p.g.a. de spinkle profiler, hvor det er af afgørende betydning, at alle låse er i korrekt indgreb. Der kendes flere eksempler på bristede celler på grund af f. eks.:

1. Manglende indgreb i låsene: Jernene kan være bukket ved ramning mod sten.
2. Dårligt indgreb: Jernene er ikke helt parallelle, hvorfor ringkraften i første række kun overføres over en beskedent strækning ved låsenes top eller bund.
3. Uhensigtsmæssig udformning af de specielle forbindelsesjern, der skal anvendes i hjørnerne, mrk. *a* på Fig. 26 E: Spændingssingulariteter, skævhed p.g.a. svejsning, dårlige svejsesømme etc.

I forbindelse med de to førstnævnte årsager bemærkes det, at en lås kan rives op - "som en lynlås" - uanset at den trækraft, der kan overføres vinkelret på låsen, kN/m, f. eks. bestemt ved statiske forsøg, formelt er rigeligt stor.

Den på Fig. 26 E a viste type har den teoretisk bedste form, idet ringkræfterne danner en teoretisk korrekt kraftpolygon i hjørnet *a*. I praksis synes den imidlertid at være mere udsat for fremadskridende brud efter brist på en enkelt celle end typen Fig. 26 B b. Et berømt eksempel på et sådant fremadskridende brud er refereret fra "Auxiliary lock no. 26, Alton, Illinois", hvor der i febr. - marts 1936 i en næsten færdig fangedæmning af typen Fig. 26 E a kollaberede 1 á 2 celler om dagen i ca. en måned, efter at den yderste celle var bristet p.g.a. isgang.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE  Fangedæmninger	UDG.  78	SIDE nr. af 12 19
---------------------------	--------------------	----------------------------	----------------	-------------------------

Den statiske virkemåde for så vidt angår dæmningens stabilitet er i øvrigt i det væsentlige som ved dobbelte spunsvægsfangedæmninger (Fig. 26 D). Cellefangedæmninger indgår sjældnere i permanente konstruktioner (eksempler findes dog). Deres hovedanvendelse er ved frembygning over store vanddybder og/eller uroligt farvand, evt. med stærk strøm. I modsætning til de dobbelte spunsvægsfangedæmninger kan de desuden placeres direkte på klippe, evt. med meget ringe - om fornødent helt uden - jordoverdækning. De har derfor også været anvendt bl.a. ved reparationsarbejder på et overfaldsbygværk (fangedæmningen placeret på den glatte betonflade).

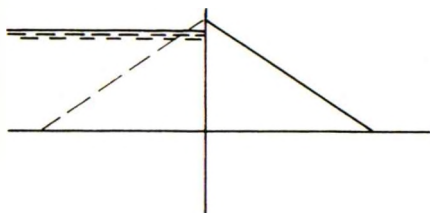
#### 26.6 Enkelte spunsvægge.

Fangedæmninger kan som nævnt også udføres som enkelte spunsvægge. Problemerne med tætheden samt - i homogen jord - med strømning under indfatningen bliver naturligvis større i dette tilfælde. Ved brede byggegruber, hvor væggene ikke kan afstives indbyrdes, kan det også være et problem at opnå fornøden stabilitet ved større vanddybder.

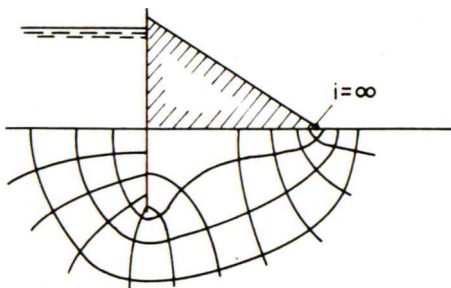
Helt fri spunsvægge, kun forankret med indspænding i jorden, jfr. Fig. 18 A b (idet jorden til højre i dybden  $d_1 - d_2$  tænkes erstattet med vand) kan kun anvendes ved helt små vanddybder.

Enkelte spunsvægge anvendes hyppigt ved brede byggegruber på moderate vanddybder, hvor en dobbelt spunsvægsfangedæmning eller en cellefangedæmning ikke er økonomisk, som kerne i jorddæmninger eller understøttet af et banket, Fig. 26 Fa (den førstnævnte løsning nu nærmest kun, hvis man vil undgå ramning fra flydende grej og derfor udlægger dæmningen, hvorpå spunsvæggen kan rammes tørt).

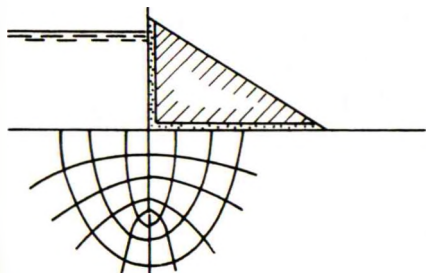
Det bemærkes, Fig. 26 Fb, at det er en grov fejl, at udføre bankettet af fyld, som er væsentligt mindre permeabelt end den underliggende jord, f.eks. i et forsøg på at formindske vandtilstrømningen til byggegruben: Der fås i så fald et singulært punkt



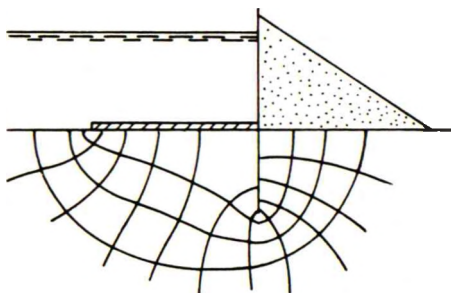
a. Enkelt spunsvæg  
afstivet af banket.  
(Evt. kerne i jorddæmning).



b. Impermeabel banket.  
(Erosionsfare).



c. Drånet impermeabel fyld.



d. Impermeabelt tæppe foran væggen.

Fig. 26 F: Enkelte spunsvægge med banket. Principielle hovedproblemer.

ved skråningsfoden med en udadrettet, teoretisk uendelig stor gradient. Der kendes eksempler på, at sådanne konstruktioner efter nogen tids forløb er brudt sammen uden varsel. Dette har tilsyneladende kun kunnet forklares ved, at der ved fremadskridende erosion er dannet kanaler under fylden og langs spunsvæggen. Bruddet er da sket, når kanalerne er nået op på væggen yderside, og har fået kontakt med det fri vand uden for dæmningen. Herved er kommet en pludselig forøgelse af den strømmende vandmængde og borterosion af en større jordmængde under dæmningen.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	26	Fangedæmninger	78	14	19

Hvis det af økonomiske grunde er nødvendigt at benytte forholdsvis impermeabel fyld, må der derfor (efter omhyggelig oprensning) indlægges drænlag langs JOF og eventuelt tillige langs væggen (for at undgå fuldt hydrostatisk vandtryk direkte på bankettet), jfr. Fig. 26 Fc.

Hvis vandtilstrømningen, fundet ved et strømnetskitseret på Fig. 26 Fc, ønskes formindsket, må dette ske ved en forøgelse af rammedybden og/eller ved udlægning af et impermeabelt tæppe (ler) foran væggen, jfr. Fig. 26 Fd.

Et banket, der også kan fremkomme (efterlades) ved udgravning, og i så tilfælde hyppigt har samme egenskaber som den underliggende jord (tilstanden Fig. 26 Fb bør undgås, om fornødent f.eks. ved hjælp af et sugespidsanlæg), kan eventuelt suppleres med skråafstivninger som skitseret på Fig. 26 G. Skråafstivninger (jfr. også Fig. 17 Ed) anvendes dog hyppigere som erstatning for bankettet, f.eks. når en bundplade er ført så langt frem, at væggen kan afstives mod den. Herefter fjernes bankettet, og bundpladen støbes færdig.

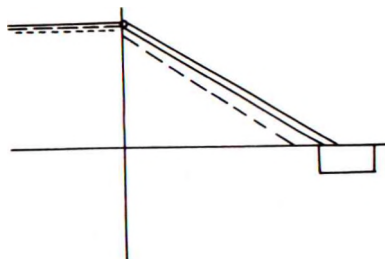


Fig. 26 G: Enkelt spunsvæg med skråafstivning (evt. som supplement til banket).

Alternativt kan man i nogle tilfælde fjerne bankettet etapevis, uden at der etableres skråafstivninger, idet selve bundpladen føres frem og fungerer som en afstivning i udgravningsniveau (Fig. 17 Ea).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE Fangedæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 15   19
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	---------------------------

Spunsvæggen i Fig. 26 F - G beregnes i princippet som en fri spunsvæg, hyppigt indspændt i jorden. Bankettet med knæpunkt til en vandret jordoverflade giver dog et specielt jordtryksproblem. En simpel tilnærmelse (for homogen jord) er følgende, jfr. Fig. 26 H.

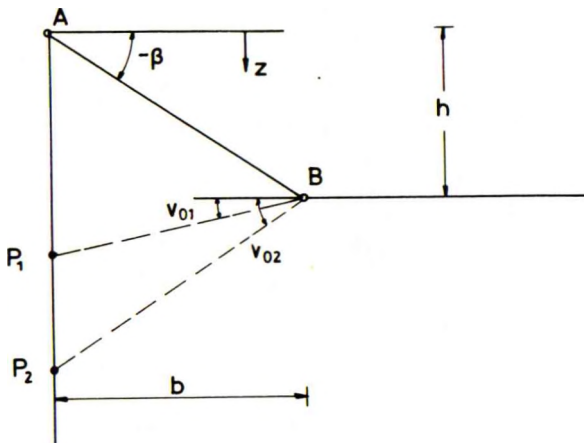


Fig. 26 H: Passivt jordtryk i homogen jord med banket.

1. Der benyttes de sædvanlige jordtryksformler (1307) og (1301).
2. Over punktet  $P_1$  beregnes jordtrykket som for en lodret væg med skrå JOF, jfr. Fig. 13 B, altså uden hensyntagen til den vandrette JOF bag knæpunktet B. Med en rimelig tilnærmelse er vinklen  $\nu_{01}$  den hertil svarende værdi af  $\nu_0$  som bestemt ved (1317 - 20). I (1307) skal for  $d$  indsættes dybden  $z$  under bankettets øverste punkt A.
3. Tilsvarende beregnes jordtrykket under punktet  $P_2$  som for en lodret væg med vandret JOF. Vinklen  $\nu_{02}$  er (ligeledes tilnærmes) den hertil svarende værdi af  $\nu_0$  som bestemt ved (1317 - 20). I jordtryksformlen må man her tage

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Fangedæmninger	nr.
	26		78	16	19

hensyn til, at bankettet virker som en overfladelast, hvis indflydelse på grund af den begrænsede bredde  $b$  aftager med dybden. Man kan med tilnærmelse sætte:

$$d \approx z - h$$

(2603)

$$p \approx \frac{\gamma h}{\pi} \arctan \frac{b}{d}$$

hvor  $p$  er den ækvivalente, ensformigt fordelte overfladelast (tilnærmelsen svarende til Fig. 19 E - F kunne også anvendes).

- Mellem punkterne  $P_1$  og  $P_2$  antages  $d$  og  $p$  (samt jordtrykskoefficienterne) at variere lineært med  $z$ . Alternativt - og simplere - beregnes jordtryksordinaterne i punkterne  $P_1$  og  $P_2$ , hvorefter der antages en lineær jordtryksfordeling mellem disse to punkter.

Ved inhomogen jord kan anvendes tilsvarende tilnærmelser. Hvis der er risiko for et vandret, svagt jordlag over oprindelig bund, må den således fundne jordtryksfordeling kontrolleres ved en supplerende stabilitetsundersøgelse svarende til Fig. 19 J b.

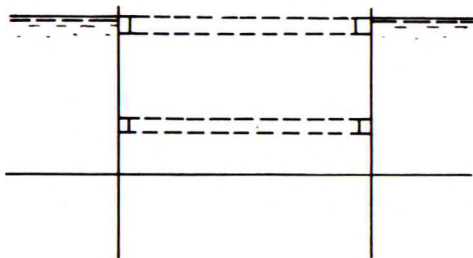


Fig. 26 I: Indvendigt afstivede spunsvægge, evt. med ramme- eller ringafstivning.



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE Fangedæmninger	UDG. 73	SIDE nr. af 17 19
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	-------------------------

Ved større vanddybder er enkelte spunsvægge kun anvendelige, hvis der kan etableres indbyrdes afstivning, eventuelt i flere niveauer, jfr. Fig. 26 I. Denne type indfatning benyttes derfor kun ved relativt smalle byggegruber. Som tidligere nævnt bliver den mest økonomisk, hvis byggegruben har (omtrent) kvadratisk eller (hellere) cirkulær form, således at afstivningen kan udformes som selvbærende rammer eller ringe.

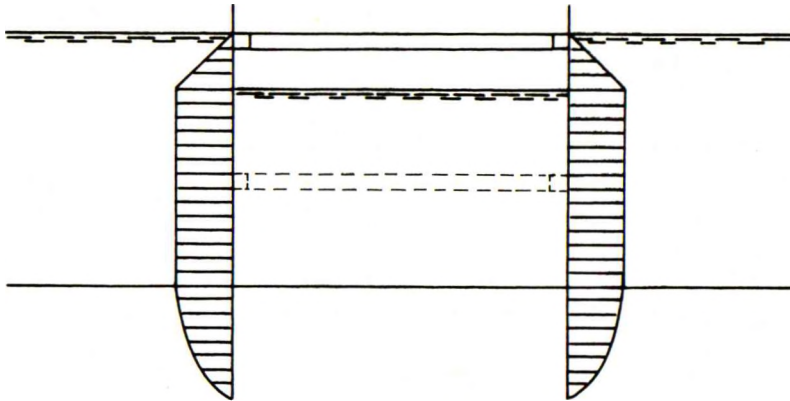


Fig. 26 J: Differensvandtryk under lænsning.

Forholdene ved lænsning af en byggegrube på vand er noget ugunstigere for væggen end ved udgravning på land, fordi det indvendige vandtryk i det resterende vand i gruben under lænsningen naturligvis hele tiden er hydrostatisk (ved bortgravning af jord kan det vandrette tryk i den endnu ikke fjernede jord nærme sig passivt jordtryk).

Dette medfører, at mens man ved mindre vanddybder ofte kan anbringe afstivningen tørt, efterhånden som gruben lænses, så er dette ikke muligt ved større vanddybder på grund af væggenes udbøjning som følge af differensvandtrykket. Her må alle afstivninger anbringes (ved hjælp af dykker, og til dette formål

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE  Fangedæmninger	UDG.  78	SIDE nr. af 18   19
---------------------------	--------------------	----------------------------	----------------	---------------------------

samlet tørt i så store og let monterbare enheder som muligt), før læsningen påbegyndes (en eventuel bundprop af undervandsbeton, Fig. 6 A, fungerer i denne forbindelse også som indvendig afstivning, hvilket kunne være medvirkende til at gøre denne løsning økonomisk, jfr. også nedenfor).

Ved store vanddybder kan det være nødvendigt at opbygge afstivningerne, før spunsvæggen rammes, bl.a. til styring af denne, således at besværligt tilpasningsarbejde under vand undgås. Alternative løsninger ved udførelse af bro piller er omtalt i afsn. 27.3 - 4.

Som nævnt i afsn. 6.2 er undervandsbeton normalt ikke økonomisk ved byggegruber på land. På vand kan en økonomisk løsning på vand- og (i hvert fald delvis) afstivningsproblemerne imidlertid opnås på denne måde, såfremt:

1. Der i den færdige konstruktion skal indgå en betonplade (-fundament) i det pågældende niveau, og
2. Vandproblemer eller andre hensyn gør det billigere at udstøbe denne plade under vand end at etablere en midlertidig afstivning og eventuelt tillige en grundvandsenkning, og derpå støbe tørt.

Man mister imidlertid muligheden for at inspicere jorden i og under funderingsniveau inden udstøbningen, hvorfor omhyggelige forundersøgelser samt oprensning er nødvendig.

Betonen kan udstøbes på flere måder:

1. Kinippling, hvor tilslagsmaterialerne først anbringes, hvorefter der indpumpes cementvælling i de vandfyldte porer gennem forud anbragte rør. Denne metode må nu betegnes som forældet.
2. Det samme gælder sækkebetonmetoden, hvor betonen for at undgå udvaskning anbringes støbeklar i sække, der derpå sænkes på plads (udstøbning af åbne noter i betonspuns-

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 26	EMNE Fangedæmninger	UDG. 78	SIDE nr. af 19 19
---------------------------	--------------------	------------------------	------------	-------------------------

pæle, Fig. 17 D, kan dog betragtes som en speciel anvendelse af denne metode).

3. Contractor- eller Tremie-metoden, hvor betonen løbende udstøbes gennem et rør, der er ført et stykke ned i den allerede udlagte betonmasse. Dette er den nu hyppigst anvendte metode.
4. I den senere tid er udviklet Prepact- og Colcrete-metoden, som er en modernisering af kinippling, udført med aktiviseret mørtel i stedet for ren cement.

I øvrigt henvises til speciallitteraturen.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 27	EMNE  Bropiller	UDG.  78	SIDE nr. af 1   14
---------------------------	--------------------	-----------------------	----------------	--------------------------

### 27.1 Oversigt.

Anordning og udformning af selve broen skal ikke omtales.  
Det skal her blot bemærkes:

1. Linieføring samt trafikbelastning og -type er som regel givet på forhånd, ligesom et bestemt fritrumsprofil (gennemsejlingstværsnit) normalt er krævet. På skitseprojektet kan der dog eventuelt være valgmulighed mellem et (bestemt) antal forskellige brolinier samt for de enkelte linier mellem f.eks. lav bro med klappag og høj bro. På dette stadium har de geotekniske undersøgelser til formål at tilvejebringe længdeprofiler langs de mulige brolinier med geologisk beskrivelse af samt de væsentligste geotekniske parametre for de trufne jordlag.
2. Dette danner grundlag for en første vurdering af mulige placeringer af bropillerne samt deres udformning og udførelse, hvilket naturligvis har betydning for selve broen. Idet kravet om et eventuelt minimalt gennemsejlingsfag med given placering i forhold til sejlrenden samt mere arkitektoniske krav med hensyn til broens udseende og dens indpasning i naturen respekteres (herunder en regelmæssig inddeling i brofag), fås som bekendt et økonomisk optimum for broen, (med tilnærmelse) når prisen på overbygning og underbygning er den samme. Af samme grund er den mest økonomiske placering af endepillerne ca., hvor prisen pr. lb.m bro og dæmning er den samme (af miljøhensyn kan man imidlertid foretrække brofag fremfor en lang og iøjnefaldende dæmning hen over mose- og engdrag samt lavvandede områder).
3. Efter at pillernes placering, udformning og udførelsesmåde er fastlagt, udføres normalt detailundersøgelser ved hver enkelt bropille til brug for detailprojekteringen. Resultaterne af disse undersøgelser vil kun i helt specielle tilfælde medføre en egentlig omprojektering

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	27	Bropiller	78	2	14

(ændringer i hoveddispositionen for broen), men kan eventuelt medføre modifikation af enkelte piller. Under detailprojekteringen planlægges de kontrolundersøgelser, der under og efter udførelsen skal iværksættes for de enkelte piller.

4. Herefter udbydes broen normalt i licitation. I de modtagne tilbud kan eventuelle alternative projekter afvige ganske meget fra det udbudte projekt i både udformning og udførelsesmåde for pillerne (anvendelse af specielle erfaringer, specielt grej etc.). For den projekterende ingeniør kan dette medføre kontrolberegninger samt planlægning af og aftale om særlige kontrolforanstaltninger.

I det følgende skal kun gives en oversigt over funderingsmåder og udførelsesmetoder, der må betegnes som sædvanlige. For fuldstændighedens skyld bemærkes det, at der her kun betragtes pilleunderbygningen, Fig. 27 A, d.v.s. den del af bropillen, der dels virker som fundament, dels optager de normalt store påvirkninger, der optræder i nærheden af vandspejlet (istryk, skibsstød etc.). Pilleskafte (over vandspejlet) overfører ganske vist kræfterne fra broen til underbygningen, men regnes alligevel (bl.a. arkitektonisk) for at høre med til brooverbygningen.

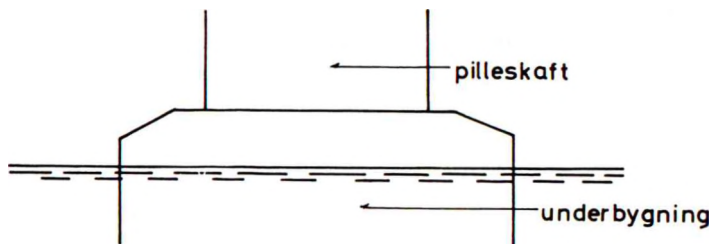


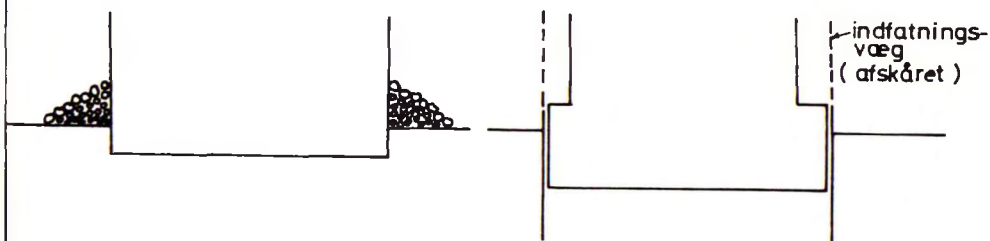
Fig. 27 A: Principiel opdeling af bropille: Underbygning og pilleskafte.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	27	Bropiller	78	3	14

De belastninger, som overføres til pilleunderbygningen, og af denne skal føres videre til de underliggende jordlag, er omtalt i afsn. 16.2. Hensynet til disse påvirkninger, herunder ønsket om at formindske kritiske lasttyper mest muligt, kan i øvrigt motivere en særlig udformning, f.eks.:

1. Særligt (mere eller mindre strømliniet) tværsnit for at formindske strøm- og bølgetryk. Eventuelt isbrydende kant for at formindske istrykket.
2. Særligt armeret beton eller granitparament for at beskytte mod isgang og mindre kollisioner. Eventuelt opfyldning eller særligt afviserværk for at undgå direkte påsejling.
3. Beskyttelse mod bunderosion omkring pillen: Bundbeskyttelse, Fig. 27 Ba, og/eller en spunsvæg, Fig. 27 Bb. Den sidstnævnte er især en naturlig løsning, hvis bro pillen udføres i en byggegrube, som (også) af andre grunde ønskes indfattet af en enkelt spunsvæg, jfr. f.eks. Fig. 26 I (og Fig. 6 A).

Ved (især høje) pæleværker er bundbeskyttelse ofte ikke nødvendig. I andre tilfælde er den i øvrigt umulig som f.eks. i floder med periodisk stærk vandføring, der kan udskifte bundaflejringerne ned til flere m dybde.



a. Bundbeskyttelse.

b. Spunsvæg (f.eks. anv. v. byggegruben).

Fig. 27 B: Beskyttelse mod erosion (direkte funderede piller).

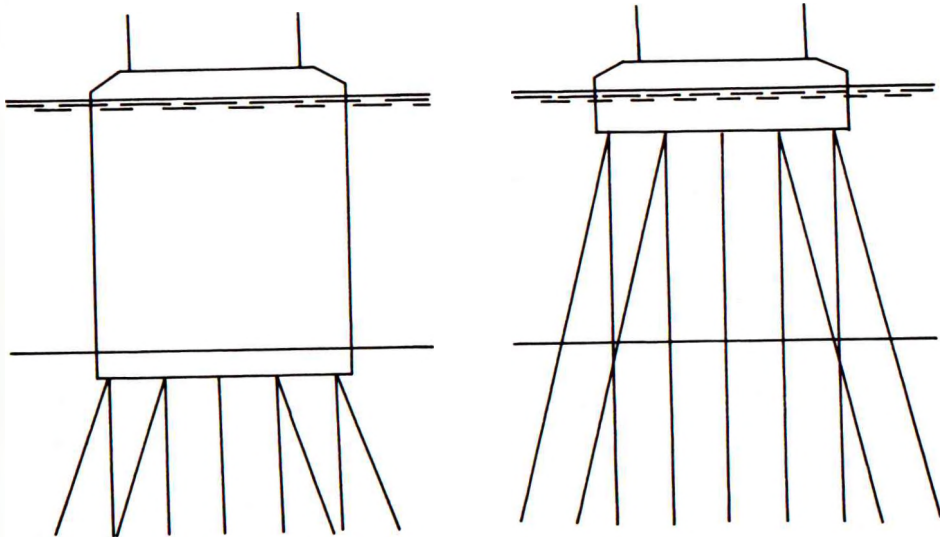


GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 27	EMNE Bropiller	UDG. 78	SIDE nr. af 4 14
---------------------------	--------------------	-------------------	------------	------------------------

### 27.2 Funderingstyper.

Ligesom ved fundering af bygninger kan kræfter overføres fra en bropille til jorden ved hjælp af tre hovedtyper af fundering:

1. Direkte fundering, hvor kraftoverførslen hovedsageligt sker gennem en plan pilleunderside i et funderingsniveau, som befinder sig i en behersket dybde under bunden, jfr. Fig. 27 B.
2. Pælefundering med hovedtyperne lavt pæleværk, Fig. 27 Ca og højt pæleværk, Fig. 27 Cb, hvor kræfterne overføres gennem (sædvanligvis rammede) pæle til bæredygtige lag i større dybde under bunden.



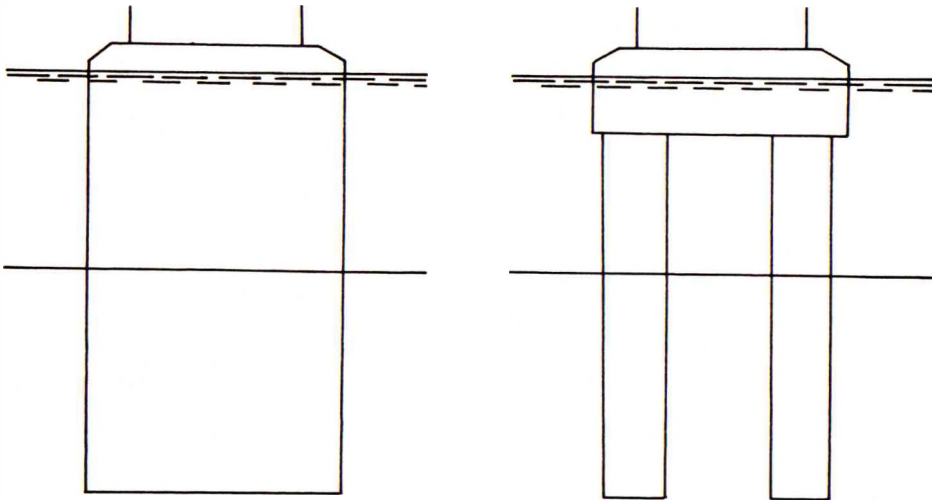
a. Lavt pæleværk.

b. Højt pæleværk.

Fig. 27 C: Pælefunderede piller.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 27	EMNE Bropiller	UDG. 78	SIDE nr. af 5 14
---------------------------	--------------------	-------------------	------------	------------------------

3. Brøndfundering, Fig. 27 D, hvor kræfterne er ført til større dybde ved udførelse af sænkebrønde. Alt efter udførelsen virker denne funderingstype statisk som en dyb, direkte fundering, Fig. 27 Da, jfr. også Fig. 16 Ab, eller som en speciel pælefundering, Fig. 27 Db, i begge tilfælde dog normalt med optagelse af væsentlige, evt. alle, vandrette kræfter som jordtryk på brøndsiderne.



a. En stor sænkebrønd.

b. To eller flere mindre brønde.

Fig. 27 D: Brøndfunderede piller.

Valget mellem disse hovedtyper er åbenbart hovedsagelig betinget af bundforholdene. For de "rene" tilfælde, Fig. 27 B - D, gælder det således, at direkte fundering øjensynligt forudsætter gode bundforhold med tilstrækkelig styrke og stivhed nogenlunde direkte under bunden. Pælefundering anvendes, hvor der findes relativt tykke, bløde lag over faste lag, mens brøndfundering, som normalt repræsenterer den dyreste løsning, kan være nødvendig, hvor direkte fundering giver for ringe bæreevne og/eller uacceptable sætninger, og hvor pæle vanskeligt eller slet ikke

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Bropiller	nr.
	27		78	6	14

kan rammes til fornøden dybde, f.eks. fordi jordprofilet består af afvekslende bløde og stive lag.

Der må skelnes mellem den funderingstype, en brospille efter det ovenfor angivne kan henregnes til, og dens statiske virkemåde. Som nævnt i forbindelse med Fig. 16 A kan både en pælefundering og en brøndfundering under visse omstændigheder fungere som en direkte fundering. En funderingsmåde, svarende til Fig. 27 Dd og med samme statiske virkemåde, kan ved egnede bundforhold fås ved anvendelse af store borede eller rammede pæle, f.eks. med diameter 1,5 m og udført efter Benoto- eller Franki-metoden.

Direkte fundering er nærmere omtalt i afsn. 16, mens pælefundering er omtalt i (for dette formål især) afsn. 22. Funderingstypen Fig. 27 Db beregnes stort set som en pælefundering, idet brøndene (eller pælene) dog normalt udføres således, at de er i stand til at overføre både tværkræfter og momenter til den stive fundamentskonstruktion. Beregningerne under denne forudsætning, samt under forudsætningen om, at der kan overføres tværkræfter til jorden (dette gælder også i Fig. 27 Da), bliver ganske komplicerede. De skal derfor ikke omtales nærmere her.

### 27.3 Udførelsesmetoder.

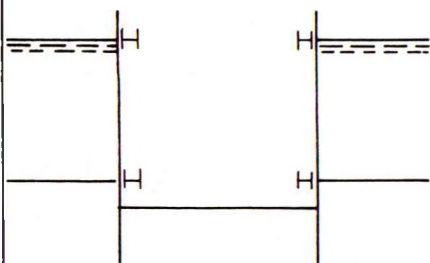
Udførelsen i praksis af en brospille, funderet på en af de ovenfor nævnte metoder, må naturligvis også afhænge af bl. a. bundforholdene. I hovedtræk kan der vælges mellem følgende metoder:

1. Ø-metoden, jfr. Fig. 26 B: Ved opfyldning etableres en permanent eller (som regel) midlertidig ø, hvorpå arbejdspladsen kan etableres. Ved hjælp af en byggegrube (billigst uindfattet, d.v.s. afgrænset af fri skråninger) kan pillen funderes direkte eller placeres på et pæleværk, som rammes tørt (samme procedure som på land).

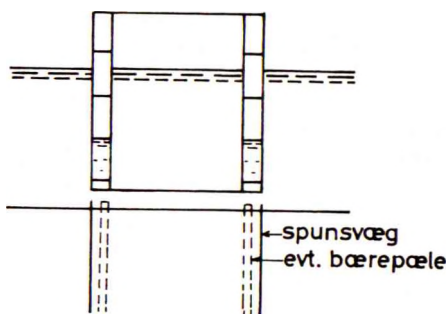
GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 27	EMNE Bropiller	UDG. 78	SIDE nr. af 7 14
---------------------------	--------------------	-------------------	------------	------------------------

Metoden kan også kombineres med en brøndfundering, der da blot kan starte fra den etablerede jordoverflade. Denne metode kræver åbenbart en forholdsvis beskedne vanddybde, og også bundforhold, der i det mindste er så gode, at opfyldningen er stabil, og ikke får uacceptable sætninger i byggeperioden.

2. Tør byggegrube, i reglen indfattet af en fangedæmning i form af en enkelt spunsvæg, Fig. 27 Ea, jfr. også afsn. 26.6. Svømmende og genanvendelige fangedæmninger i form af sækkekasser af stål har dog også været anvendt, Fig. 27 Eb.



a. Fangedæmning med enkelt spunsvæg.



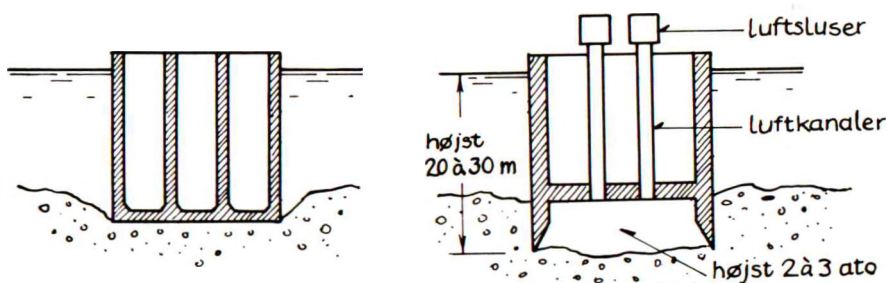
b. Svømmende fangedæmning som sækkekasse.

Fig. 27 E: Byggegruber på vand for bro piller.

Denne metode kan anvendes til direkte fundering (som nævnt i afsn. 26.6 evt. med udstøbning af en bundprop af undervandsbeton); men en pælefundering kan også udføres. Ramningen foretages da tørt fra bunden af byggegruben. Metoden kan anvendes på større vanddybder. Den kræver rimeligt gode bundforhold og ikke alt for uroligt farvand.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.			Bropiller	nr.
	27		78	8	14

3. Sænkekasser, Fig.27 Fa, kan anvendes til direkte fundering på relativt store vanddybder og under urolige farvandsforhold. En sænkekasse kan også placeres på lavt pæleværk (rammet fra vand), og kan desuden udformes således, at den efter placeringen kan føres videre ned som sænkebrønd, Fig.27 Fb. Disse metoder omtales lidt nærmere i de to følgende underafsnit.



a. Sænkekasse (princip).

b. Sænkekassebrønd til trykluft (princip).

Fig.27 F: Bropiller udført svømmende.

4. Højt pæleværk, Fig.27 Cb, kræver ramning fra vand (evt. midlertidig rammeplatform) af normalt stålpæle eller hule betonpæle (stor stivhed i forhold til vægten er nødvendig på grund af den ofte store - fri - pælelængde). Denne metode anvendes især ved store vanddybder og tykke, bløde jordlag.

Foruden jordbundsforholdene ved; og økonomien for, den enkelte pille kan andre hensyn også spille ind, bl.a. disponibelt entreprenørmateriel og -erfaring samt hensynet til genanvendelighed.

Et større antal nogenlunde ens piller vil således pege i retning af, at pilleunderbygningen (under i øvrigt ens forhold)

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 27	EMNE Bropiller	UDG. 78	SIDE nr. 9	af 14
---------------------------	--------------------	-------------------	------------	------------------	----------

mere økonomisk kan støbes i genanvendelige fangedæmninger eller udformes som sænkekasser (støbt ved en centraliseret og ensartet proces i en tørdok) frem for at blive støbt i individuelt fremstillede byggegruber indfattet af spunsvægge.

Vedrørende lavt og højt pæleværk, Fig.27 C, bemærkes specielt, at mens den førstnævnte konstruktion under givne bundforhold muligvis er dyrere, fordi forskellen i pælelængde (og eventuelt -dimension) skal opvejes af, at der f.eks. også skal anvendes sænkekasser (og/eller ske opfyldning på bunden, som giver negativ friktion på pæleværket), så har pillen også en større masse, og er derfor mindre følsom over for f.eks. skibsstød (det er også lettere ved et lavt pæleværk at anordne skråpælene således, at de er optimalt placerede til optagelse af istryk, jfr.afsn.22.4).

#### 27.4 Sænkekasser.

En sænkekasse er som nævnt en hul konstruktion, der fremstilles på land, eventuelt i en tørdok, transporteres svømmende på vand og sænkes på plads, hvorefter den udgør en del af det endelige bygværk.

Den kan funderes direkte som skitseret på Fig.27 Fa. Dette kræver gode bundforhold, idet man - efter afgravning af eventuelle blødere overfladelag og afretning af jordoverfladen i funderingsniveau - kun får "berøringskontakt" og derefter statisk belastning mellem en færdig (hærdnet) betonflade og jorden, men derimod ikke den direkte tilpasning mellem beton og jord og i et vist omfang også vandopsugning fra jorden til betonen, som opnås, når beton udstøbes direkte mod jord.

På sandbund anbringes en sænkekasse ofte på et ral- eller singelsfundament, og for at undgå erosionsfare placeres der hyp-pigt en bundbeskyttelse som på Fig.27 Ba, efter at sænkekassen er bragt på plads. Ved store konstruktioner, som i det permanente bygværk udsættes for væsentlige vandrette påvirkninger,



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 27	EMNE Bropiller	UDG. 78	SIDE nr. af 10   14
---------------------------	--------------------	-------------------	------------	---------------------------

kan sænkekasserne forsynes med et skørt, svarende til Fig. 27 B b, men fastgjort til sænkekassen (eventuelt udvidet med et system af længde- og tværvægge, som danner et rektangelnet under sænkekassens underside). Under sænkningen skærer dette skørt sig ned i havbunden, hvorefter man (gennem indstøbte rør) kan injicere eventuelle mellemrum mellem beton og sand, samt i et vist omfang de øverste lag af sandet, med f.eks. cement (mørtel). På ler funderes sænkekasser af hensyn til dræning og afretning hyppigt efter delvis udskiftning med sand.

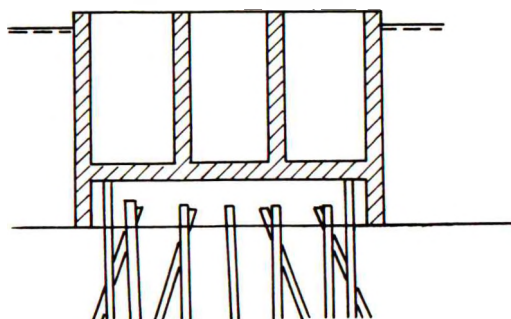


Fig. 27 G: Sænkekasse på pæleværk.

Sænkekasser kan som nævnt også funderes på (lave) pæleværker, Fig. 27 G. Pælene kan rammes, før sænkekassen placeres, enten som træpæle, der kappes et stykke over bunden, eller som jernbetonpæle, der rammes med påsætter. Kassen placeres på nogle få lodrette træpæle, der er kappet i nøjagtigt samme niveau (lidt over top af alle øvrige pæle). Til slut udstøbes arbejdskammeret, hvorved opnås indstøbning af pælehovederne i konstruktionens underside.

Alternativt kan der i sænkekassens bund være udsparet huller, således at bunden tillige fungerer som rammelære. Under bugseringen kan hullerne være udfyldt med træflager, hvorigenem pælene kan rammes efter kassens placering. Herved opnås,

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 27	EMNE Bropiller	UDG. 73	SIDE nr. 11	af 14
---------------------------	--------------------	-------------------	------------	-------------------	----------

at rammearbejdet kan foregå fra en platform, som er opbygget på den faststående sænkekasse, i stedet for f.eks. fra flydende grej.

Som et eksempel på de mange forskellige udførelsesmåder, der i praksis kan bringes i anvendelse, skal det nævnes, at man også kan indlede arbejdet med at placere en stålbund med udsparede huller som en rammelære på havbunden. Efter ramning af pælene (flydende eller fra en midlertidig rammeplatform) bugseres fangedæmningsens sider på plads, nogenlunde efter det på Fig. 27 Eb skitserede princip. Efter at siderne er fastgjort til bunden, og denne er udstøbt omkring pælehovederne, kan fangedæmningen lænses. Indtil der ved støbning af den færdige konstruktion er opnået tilstrækkelig vægt, er fangedæmningen forankret mod opdriften til pæleværket.

Foruden til bro-piller (eventuelt fangedæmninger til bro-piller) anvendes sænkekasser til en lang række andre formål, hvor andre udførelsesmåder, f.eks. støbning i tørlagt byggegrube, vanskeliggøres af stor vanddybde, vind eller bølgegang eller af andre grunde bliver uøkonomisk; i det foregående afsnit er nævnt sænkekassernes fordele i retning af centraliseret og ensartet fremstillingsproces.

Sænkekasser af træ (tømmerkister) udføres ofte som forholdsvis åbne konstruktioner, der under sænkningen ballasteres med sten; de anvendes kun til direkte fundering. De har den fordel fremfor betonkasser, at de bedre tåler stød og (navnlig) lettere kan formes efter oversiden af uregelmæssig klippe. De benyttes derfor stadig under egnede forhold, f.eks. i vandløb med fjeldbund og stærk strøm.

Sænkekasser af stål benyttes også stadig, dog mest i udlandet. De tjener nu navnlig som forskalling for en permanent konstruktion af beton, evt. efter anvendelse som sænkebrønd (jfr. også Fig. 27 Eb samt det ovenfor anførte eksempel).

Sænkekasser af beton er nu de her i landet mest anvendte. Deres hovedanvendelse er (udover bro-piller):

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	27	Bropiller	78	12	14

1. Bølgebrydere, moler og pierer, hvis hovedpåvirkning er bølgetryk (udefra). Der anvendes her normalt et større antal ens sænkekasser, som oftest rektangulære, der anbringes i række.
2. Kajmure, jfr. Fig. 25 Gb, hvor de fungerer som støttemure. Til denne anvendelse kan de udformes med hæl og tå (en væsentlig hællængde kan dog give vanskeligheder ved bugseringen og også ved sænkningen, idet bunden, i hvert fald på sandbund, helst skal være så nær parallel med havbunden som overhovedet muligt ved kontakt).
3. Underbygning for havnefyrrer, fyrtårne (på dybt vand kan hovedparten af fyrinstallationerne være monterede, inden bugseringen på plads påbegyndes; efter sænkningen "teleskoperes" selve fyrtårnet op til sin fulde højde), dolphiner etc. Her er sænkekasserne enkeltstående, og i flere tilfælde cirkulære.

Det væsentligste problem i praksis ved anvendelsen af sænkekasser er - foruden indretning af arbejdsplads for støbning og søsætning, samt bugseringsarbejdet - at der kræves en meget omhyggelig indmåling og forankring inden, og styring under, sænkningen af kasserne.

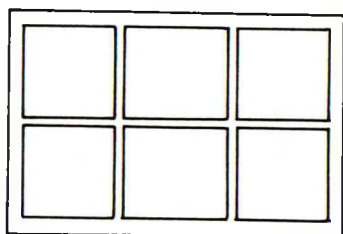
### 27.5 Sænkebrønde.

En sænkebrønd er som nævnt en hul, cylindrisk eller prismatisk konstruktion, der under nedsænkningen med indvendig udgravning fungerer som fangedæmning (byggegrubeindfatning), og som i det færdige bygværk indgår som en dyb, direkte fundering (eller som en svær lodpæl).

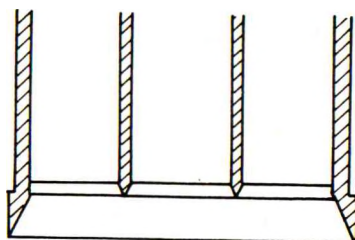
Sænkebrønde kan udformes i stål (mest på vand, idet denne udformning tillader hule vægge, hvorved undgås falsk bund og/eller top ved bugsering; foringsrøret for en Benoto-pæl kan dog også opfattes som en slags sænkebrønd) eller i beton. I den

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 27	EMNE Bropiller	UDG. 78	SIDE nr. af 13   14
---------------------------	--------------------	-------------------	------------	---------------------------

simpleste udformning kan de f.eks. udføres af brøndringe, jfr. G1 Fig.24 B samt afsn.27.4. I store dimensioner forsynes sænkebrønde med et specielt udformet skær.



a. Plan.



b. Lodret snit.

Fig.27 H: Stor rektangulær sænkebrønd med indre vægge.

Tværsnitsformen kan være cirkulær, kvadratisk eller rektangulær. Meget langstrakte brønde opdeles ved hjælp af tværvægge, og store brønde kan også forsynes med længdevægge, idet der normalt regnes med en maksimal cellestørrelse på 2 - 5 m, jfr. Fig.27 H. Indre vægge forsynes også med skær, men gøres spinklere og afsluttes i noget højere niveau end ydervæggens skær.

Den på Fig.27 H viste reces mellem skær og lodret ydervæg har til formål at formindske friktionen langs væggen. Om fornødent kan der som yderligere hjælp til nedbringningen indstøbes rør, som udmunder på ydervæggen lige over skæret, og hvorigennem der kan udpresses en thixotrop vædske (bentonitslam).

Sænkebrønde nedbringes såvidt muligt ved tør udgravning, eventuelt ved samtidig pumpning, idet dette tillader inspektion af jorden samt forholdsvis simpel fjernelse af hindringer som f.eks. store sten. Er dette ikke muligt på grund af fare

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 27	EMNE Bropiller	UDG. 78	SIDE nr. af 14 14
---------------------------	--------------------	-------------------	------------	-------------------------

for grundbrud (opadrettede gradienter, også svigtende styrke i blødt ler, Fig. 24 H), kan anvendes våd udgravning (om fornødent tilledning af vand til brønden).

Tryklufatarbejde tillader tør udgravning med de ovenfor nævnte fordele under forhold, hvor faren for grundbrud umuliggør dette under atmosfæretryk. Det er imidlertid normalt langsomt og dyrt (bl.a. på grund af forbedrede hensyn til arbejderbeskyttelse), hvorfor det nu kun anvendes (og med maksimalt 2 á 3 ato), hvis andre metoder er uanvendelige.

Ved arbejde på vand nedbringes sænkebrønde som nævnt fra en kunstig ø (d.v.s. med samme arbejdsgang som på land), fra stillads, fra pramme eller svømmende (sænkekassebrønd). I de to sidstnævnte tilfælde har man samme problemer som ved sænkekasser med indmåling, forankring og styring, hvortil kommer, at selve nedbringningen altid er et problem: Uensartede jordbundsforhold kan meget let medføre, at en sænkebrønd begynder at hælde, og derfor vil gå skævt ned, hvis den ikke rettes op. Som hjælpemidler hertil kan nævnes: Ekscentrisk belastning, ensidig udgravning under en del af skæret og eventuelt spuling i og udenfor brønden; men man har altid en vis risiko for, at opretningsforsøg ikke lykkes.

Hvis en sænkebrønd skal bugseres som en sænkekasse, må den forsynes med falsk bund og/eller top, evt. hule vægge, hvilket dog kræver udførelse i stål. Et evt. nødvendigt arbejdskammer for trykluft kan dog tillige fungere som bund under bugsering, jfr. Fig. 27 Fb.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 28	EMNE Mastefundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 1 16
---------------------------	--------------------	--------------------------	------------	------------------------

### 28.1 Oversigt.

Tårne, skorstene og master, f.eks. for højspændingsledninger, er karakteriseret ved, at den væsentligste påvirkning er en relativt stor, vandret last, hovedsageligt hidrørende fra vind. For mastefundamenter må som ekstraordinært lasttilfælde regnes med vindbelastning på isbelagte ledninger (vinkelret på ledningens linieføring), og desuden (i liniens længderetning) et differenstræk som følge af nedfald af en eller flere faser. Master i liniens knæpunkter har en komponent af ledningstrækket som vandret kraft i det normale lasttilfælde.

Som nærmere omtalt i det følgende kan problemet med at optage den relativt store og højtliggende vandrette last (i reglen med vilkårlig angrebsretning) løses på flere forskellige måder. Et specielt problem, som endnu langt fra er løst, hidrører fra, at den vandrette last (vindlasten), dels ikke har nogen veldefineret maksimumværdi, dels er forbundet med en pulserende påvirkning (vindstød og hvirvelafløsning), som kan udløse en resonanssvingning i konstruktionen, og som har en endnu for en stor del ubekendt indflydelse på jordens styrke- og deformationsegenskaber.

For nogle jordarter, som f.eks. sand, vides gentagne og pulserende belastninger således at give anledning til krybnings-tøjninger, jfr. G 1 afsn. 7.4. Forsøgsresultater (i laboratoriet) tyder på, at sådanne tøjninger kan resultere i voksende styrke og stivhed. Det kan dog meget vel tænkes, at visse - cementerede og/eller sensitive - jordarter - på grund af strukturforringelse vil udvise aftagende styrke og stivhed, når de udsættes for pulserende påvirkninger (dette vides således at være tilfældet for byggematerialer som f.eks. beton).

De i funderingsnormen angivne særregler, der søger at tage hensyn til disse forhold, er rent empiriske. De er ikke baseret på nogen egentlig teori; men de synes at medføre konstruktive løsninger, som er rimeligt sikre.



### 28.2 Direkte fundering.

Ved tilstrækkeligt gode jordbundsforhold kan direkte fundering anvendes, forudsat at der foruden den vandrette last også virker - eller kan tilvejebringes - en rimeligt stor lodret last. Påvirkningen i funderingsniveau bliver hyppigt meget ekscentrisk, således at der skal dækkes et ganske stort areal for at opnå det nødvendige effektive fundamentsareal.

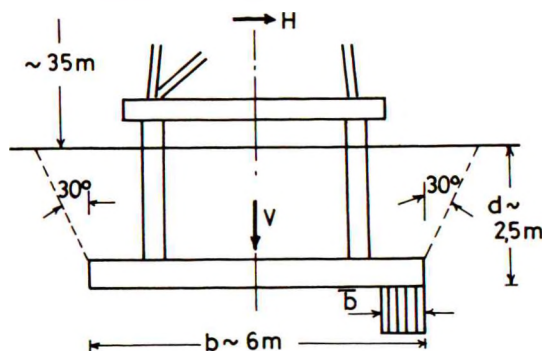


Fig. 28 A: Mastefundament: Direkte funderet jordbelastet plade.

Af økonomiske grunde udføres fundamentskonstruktionen derfor sjældent som et massivt fundament. En her i landet anvendt løsning (højspændingsmast) er skitseret på Fig. 27 A. Foruden mastens vægt (som er relativt lille) virker som lodret last vægten af jorden inden for den viste  $30^\circ$  kegleflade over fundamentspladen, som er forbundet til masten med fire jernbetonben. Da  $\bar{b} \ll b$ , vil jordens styrkeparametre ikke influere ret meget på den nødvendige totale bredde  $b$ . Jorden over funderingsniveau ved siden af fundamentet er hyppigt fyldt, muld eller andre bløde jordlag, hvorfor der hyppigt ses bort fra den stabiliserende virkning af jordtryk på lodrette plader gennem fundamentskanterne.

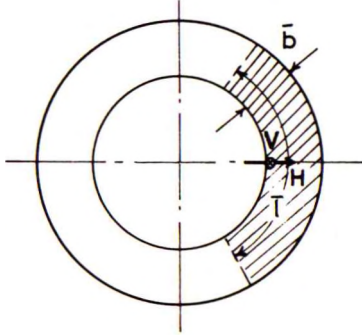
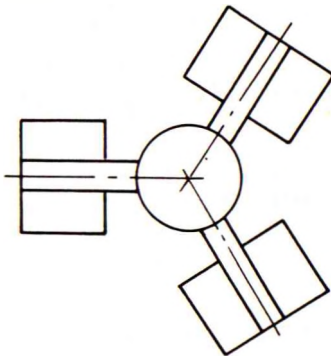


Fig.28 B: Ringformet fundament.

Som bl.a. skorstensfundamenter har været anvendt ringformede fundamenter, Fig.28 B. Som skitseret på figuren kan man (nogenlunde svarende til det på Fig.16 E skitserede princip med en nullinie) ved hjælp af radier afskære det effektive fundamentsareal som et ringudsnit, hvis tyngdepunkt er sammenfaldende med det resulterende angrebepunkt for den lodrette last  $V$ . Bæreevnen af fundamentet beregnes, som om dette var rektangulært med bredden  $\bar{b}$  = ringbredden og med længden  $\bar{l}$  målt langs ringudsnittets midtcirkel.

Fig.28 C: Spredte enkeltfundamenter,  
stift forbundet til tårn.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 28	EMNE  Mastefundamenter	UDG.  78	SIDE nr. af 4   16
---------------------------	--------------------	------------------------------	----------------	--------------------------

En tredje type løsning: Spredte enkeltfundamenter, der ved armerede betonbjælker er forbundet til konstruktionen, således at denne sammen med fundamentene bevæger sig som et stift hele, jfr. Fig. 28 C, vides at anvendt i mindst ét tilfælde som fundering af et slankt tårn. Fundamentsarealet kan ved denne løsning udnyttes ganske effektivt, idet der med tilnærmelse kan regnes med ensformig reaktionsfordeling under hvert enkeltfundament. Der kræves imidlertid kraftig armering af de forbindende betonbjælker, hvilket bl.a. vanskeliggør udførelsen.

### 28.3 Aksialt påvirkede pæle.

På grund af det store fundamentsareal ved direkte fundering, især hvis konstruktionens egenvægt er beskeden, er en pæleløsning ofte et rimeligt økonomisk alternativ. En mast kan således funderes på f.eks. 4 skråpæle, placeret som 2 pælebukke á 2 pæle, idet alle pæle skærer mastens lodrette centerlinie i niveauet for den vandrette last. Dette pæleværk er formelt bevægeligt; men da alle laster med normalt kun ringe mulighed for afvigelser går gennem pæleaksernes skæringspunkt, vil pælene alligevel i alt væsentligt blive rent aksialt påvirket.

En lille lodret lastkomponent medfører, jfr. Fig. 19 C og (1916), at det normalt er pælens trækbaarvæne,  $Q_t$ , der er dimensionsgivende. Dette kan volde vanskeligheder for rammede pæle i stive jordarter som f.eks. moræneler eller (endnu mere udpræget) fastlejret sand: Under udførelsen skal pælene rammes mod en forholdsvis stor spidsmodstand til en sådan dybde, at overflademodstanden, som jo alene bidrager til  $Q_t$ , er tilstrækkeligt stor. Der er derfor stor risiko for overramning (knækning eller knusning) af pælen, medmindre der rådes over et overlegent rammegrej (stor vægt af ramklodsen, jfr. G 1 afsn. 28.5). Man vil derfor bl.a. af denne grund normalt foreskrive en systematisk prøvning af pælens trækbaarvæner ved hjælp af belastningsforsøg. Disse er til gengæld relativt lette at udføre, idet man - i modsætning til forholdene ved trykforsøg - kan anvende et modhold, der hviler på jordoverfladen.

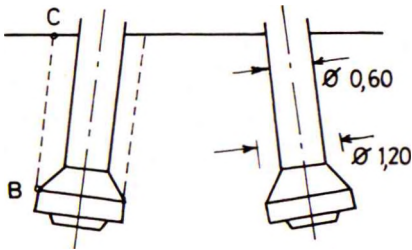


Fig.28 D: Borede fodpæle af beton.

For at undgå problemerne ved pæleramning er borede fodpæle af beton ofte anvendt, Fig.28 D. Borearbejdet udføres med en speciel maskine, der først udfører en boring med samme diameter som pæleskaftet, og derefter (såkaldt "underreaming") udvider hullet i bunden, således at både fod og skaft udstøbes mod intakt jord. Jorden i brudfladen *BC* skulle derfor være intakt, således at træk bæreevnen skulle kunne bestemmes som vægten inden for cylinderfladen *BC* plus bidraget fra den fulde forskydningsstyrke langs denne flade, jfr.G 1 (2606), hvor man altså skulle kunne sætte  $m = r = 1$ .

Trækforsøg på sådanne pæle, udført i moræneler, har imidlertid overraskende vist resultater, der må fortolkes på den måde, at man (for  $m = 1$ ) har værdier af  $r$ , som ca. 1 måned efter udførelsen kun er af størrelsesordenen 0,2, og som først efter 1 - 2 års forløb er steget til ca.0,35. For en rammet betonpæl i den pågældende type moræneler ville man have ventet  $r = 0,40$  å 0,45 efter 1 - 2 måneder.

Forklaringen er sandsynligvis, at man ved borearbejdet dels aflaster jorden vandret i radialretningen omkring pælen, dels måske alligevel løsner jorden noget i brudfladen, eventuelt således at der er større risiko for progressivt brud.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 28	EMNE  Mastefundamenter	UDG.	SIDE	
			78	nr.	af
				6	16

Som forklaret i G 1 afsn. 26.3 sker der ganske vist ved påleramning en kraftig æltning af leret omkring pæleoverfladen; men samtidig sker der fortrængning af et jordvolumen svarende til pælens volumen, hvilket opbygger ganske store vandrette spændinger i radial retning (i udrænet ler teoretisk af størrelsesordenen  $6c_u$  ved pæleoverfladen). Disse vandrette spændinger, som må fremskynde regenerationsprocessen for leret omkring en rammet pæl, findes ikke ved borede pæle, jfr. også bemærkningerne til G 1 Fig. 28 C.

#### 28.4 Tværkraftpåvirkede pæle.

Vandrette kræfter (af moderat størrelse) kan optages af lodrette enkeltpæle, grupper af enkeltpæle samt sænkebrønde, idet der udvikles vandrette jordtryk på siderne af de pågældende konstruktioner.

Denne effekt kan være af betydning for fundamenter på lodpæle, som skal optage vindkræfter, samt (i noget større målestok) for bropiller funderet på sænkebrønde af typen Fig. 27 Db. I begge de nævnte tilfælde vil man dog af hensyn til de vandrette bevægelser tilstræbe rigelig sikkerhed mod brud i jorden for denne vandrette påvirkning. For konstruktioner af de nævnte typer er optagelsen af de vandrette kræfter i jorden derfor hovedsageligt et deformationsproblem, og de deformationsafhængige jordtryk beregnes hyppigt ved hjælp af en mere eller mindre tilnærmet anvendelse af elasticitetsteorien (hyppigt med anvendelse af ballasttal svarende til afsn. 9.4).

Konstruktioner af principielt samme type, men anvendt som f.eks. ducdalber eller afviserværker, samt master (stolper), kan derimod meget vel tænkes dimensioneret med normal sikkerhed mod brud for den vandrette last.

Beregningen foretages som skitseret på Fig. 28 E. Pælen (med rammedybde  $d_m$ ) antages at rotere som et stift legeme omkring et punkt  $O$ , der befinder sig i dybden  $d_p$  under JOF. Den absolutte størrelse af jordtrykket

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 28	EMNE Mastefundamenter	UDG.	SIDE
			78	nr. af 7   16

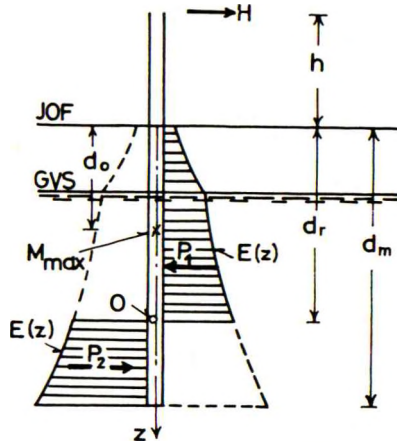


Fig. 28 E: Tværkraftpåvirket pæl:  
Påvirkninger ved brudtilstand  
i jorden omkring pælen.

$$E = E_p - E_a \quad (\text{kN pr. m pælelængde}) \quad (2801)$$

antages som funktion af dybden  $z$  i det væsentlige at være uafhængigt af  $O$ 's beliggenhed. Det kan derfor beregnes én gang for alle, med tilnærmelse som differensen mellem passivt og aktivt jordtryk på en ru pæl, der roterer om sit nederste punkt. Som vist på figuren antages  $E$  (samme funktion i hele pælens dybde) at skifte fortegn i niveau med pælens omdrejningspunkt.

Idet pælen antages at være (omtrent) kvadratisk eller cirkulær med udstrækning  $l$  vinkelret på den vandrette kraft  $H$ 's (samt bevægelses) plan, skrives:

$$E = (q K_q + c K_c) l \quad (2802)$$

Følgende bemærkes:

1. Ved udrænet brud i ler ( $\varphi = 0$ ) er  $K_q = 0$  og  $c = c_u$ .



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 28	EMNE  Mastefundamenter	UDG.  78	SIDE nr. af 8 16
---------------------------	--------------------	------------------------------	----------------	------------------------

2. Ved drænet brud ( $\varphi > 0$ ) er  $q$  lig med  $\bar{\sigma}_z$ , den lodrette effektive spænding i det pågældende niveau, og  $c = \bar{c}$  (= 0 for ren friktionsjord).
3. For  $z \approx 0$ , d.v.s. ved JOF, svarer  $K_q$  og  $K_c$  til zonebrud på begge sider af en ru væg (plant tilfælde), altså (for  $c = 0$ ):

$$K_q(z \approx 0) = K_{q,pl} = K_Y^{pr} - K_Y^{ar} \quad (2803)$$

jfr. G 1 afsn. 13.3, idet  $q = \bar{\gamma}z$ . Tilsvarende (for  $\varphi = 0$ ):

$$K_c(z \approx 0) = K_{c,pl} = K_c^{pr} \quad (2804)$$

idet  $K_c^{ar} < 0$ , hvorfor der ses bort fra den.

4. For små værdier af  $z$  (samme størrelsesorden som  $l$ ) kan den rumlige virkning omkring pælen beskrives ved hjælp af dybdefaktorer:

$$\begin{aligned} K_q &= K_{q,pl} d_q \\ \text{og} & \\ K_c &= K_{c,pl} d_c \end{aligned} \quad (2805)$$

Et groft skøn over størrelsen af dybdefaktorerne kan fås ved at anvende formlen (1224) på brudfiguren G 1 Fig. 14 B b for et passivt Rankine-jordtryk. Hvis tal-faktoren  $k$  i (1224) ansættes til 2, findes:

$$\begin{aligned} d_q = d_c &\approx 1 + \frac{1}{4} \frac{z}{l} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \\ &\approx 1 + 0,2 \frac{z}{l} \end{aligned} \quad (2806)$$

nogenlunde uafhængigt af  $\varphi$  (G 1 Fig. 14 b blev brugt i stedet for Fig. 14 d for tilnærmet at opveje, at der ikke er varieret nogle parametre for at opsøge et minimum).

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 28	EMNE  Mastefundamenter	UDG.  78	SIDE nr. af 9 16
---------------------------	--------------------	------------------------------	----------------	------------------------

5. For store værdier af  $z/l$  har man ikke en jordtryksbrudfigur, der når op til JOF, men derimod nærmere en (slags) bæreevnebrudfigur, hvor bevægelsesfeltet er stort set vandret omkring pælen, jfr. udledelsen af  $T$  i afsn. 12.4. Idet (1216 - 17) anvendes, fås:

$$\text{og } K_q (z \rightarrow \infty) = 1,5 K_0 N_q \quad (2807)$$

$$K_c (z \rightarrow \infty) = 1,5 N_c$$

hvor  $N_q$  og  $N_c$  bestemmes af G 1 (1606) samt (1609 - 10); dog sættes  $N_q = 0$  for  $\varphi = 0$ .

6. Dybdevirkningen som beskrevet ved (2805 - 07) kan også fortolkes som en virksom bredde,  $\bar{l} \geq l$ , af pælen, hvorpå jordtrykket fra plan tilstand kan tænkes at virke, jfr. Fig. 28 F. Idet (2802) til dette formål skrives:

$$E = (q K_{q,p,l} + c K_{c,p,l}) \bar{l} \quad (2808)$$

ses det, at man for små værdier af  $z$  ifølge (2806) har:

$$\bar{l} = l + 0,2 z \quad (2809)$$

mens man for store værdier af  $z$  ifølge (2807) har:

For  $\varphi = 0$ :

$$\frac{\bar{l}}{l} = 1,5 \frac{N_c^0}{K_{c,p,l}^0} \quad (= 3) \quad (2810)$$

For  $\varphi > 0$ :

$$\frac{\bar{l}}{l} = 1,5 K_0 \frac{N_q}{K_{q,p,l}} \quad (= 2,8 \text{ \AA } 3,3) \quad (2811)$$

altså meget nær samme grænseværdi i alle tilfælde. Et kohæsionsled sammen med et friktionsled (drænet brud i ler eller brud i fugtigt, evt. leret, sand) giver dog

væsentligt større værdier af  $\bar{l}$ . (2810) giver således, når  $N_c^0$  erstattes med  $N_c$  ( $\varphi > 0$ ),  $\bar{l}/l = 6$  á  $8$  for  $\varphi = 30^\circ$  á  $35^\circ$ .

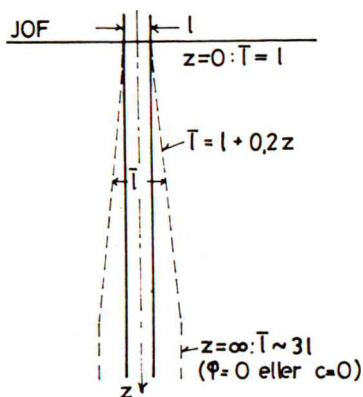


Fig. 28 F: Virksom bredde  $\bar{l}$  af pæl antaget påvirket af jordtryk i plan tilstand.

7. Til brug for praksis kan man rent matematisk opstille interpolationsudtryk for  $\bar{l}/l$  som funktion af  $z/l$  - begyndende som (2809) og ifølge (2810 - 11) med asymptoteværdien 3. En simplere tilnærmelse, lidt på den usikre side, fås ved som skitseret på Fig. 28 F at benytte (2805 - 06) ned til den værdi af  $z$  (ca.  $10l$ ), hvor de giver samme resultat som (2807). De sidstnævnte værdier benyttes for alle større værdier af  $z$ .

Når  $E$  er fundet som funktion af  $z$ , Fig. 28 E, idet størrelsen  $l$  antages valgt, kan en pæl dimensioneres til optagelse af en given kraft  $H$  i en given højde  $h$  over JOF: Vandret projektion:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT	EMNE	UDG.	SIDE	
	nr.				nr.
	28	Mastefundamenter	78	11	16

$$P_1 - P_2 = H \quad (2812)$$

hvor  $P_1$  og  $P_2$  er resultanten af  $E$  henholdsvis over og under 0, og momentligningen (bedst omkring det punkt af pælen, der ligger i  $H$ 's niveau) bestemmer de to ubekendte  $d_r$  og  $d_m$ . Man kan således først skønne  $d_m$  og derpå ved iteration bestemme  $d_r$  således, at momentligningen er opfyldt. (2812) bestemmer da den værdi af  $H$ , som den skønnede (eventuelt givne) pæl kan optage.

Maksimummomentet i pælen findes i en dybde  $d_0$  bestemt ved, at resultanten af  $E$  over dette niveau er lig med  $H$  (tværkraft nul i niveauet  $z = d_0$ ).

Nogenlunde svarende til Fig. 18 Ab kunne man også antage et flydecharnier udviklet i dybden  $z = d_0$  (pælens evne til at optage momenter bliver dimensionsgivende). Dette vil dog normalt ikke være økonomisk i dette tilfælde: Rammedybden udnyttes bedst, hvis pælen ikke knækker, og det er forholdsvis billigt at armere pælen tilstrækkeligt (forudsat at pæledimensionen står i et rimeligt forhold til den kraft, der skal optages).

### 28.5 Blokfundamenter.

Et mastefundament kan også udføres som en massiv betonklods, forudsat at der kan udvikles stabiliserende jordtryk på blokfundamentets for- og bagside, Fig. 28 G.

For en korrekt beregning kræves hensyntagen til beliggenheden af fundamentsblokkens omdrejningspunkt  $O$ . Jordtryksdiagrammerne i Tillæg 25 A forudsætter normal rotation, d.v.s.  $O$  beliggende i vægfladen. Der findes udvidede diagrammer, der tager hensyn til  $O$ 's beliggenhed bag vægfladen; men disse mangler den i det foregående afsnit omtalte rumlige virkning.

Som en rimelig, statisk tilladelig, tilnærmelse kan (2801 - 07) anvendes til beregning af differensen

$$E = E_1 - E_2 \quad (2813)$$

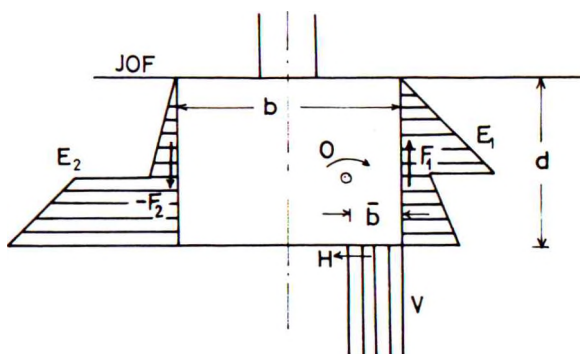


Fig. 28 G: Blokfundament. Omdrejningspunkt  $O$ . Jordtryks- og bærevnepåvirkninger.

( $E_1$  og  $E_2$  kan med tilnærmelse beregnes separat, jfr. (2803), idet der skiftes mellem passivt og aktivt jordtryk, når  $O$ 's niveau passerer).

Forskydningskræfterne  $F_1$  og  $F_2$  virker stabiliserende. Hvis  $O$  ligger helt under fundamentsfladen, kan de beregnes på sædvanlig måde, idet de lodrette fundamentsflader antages helt ru:

$$F_1 = E_1 \tan \varphi + c dl$$

og

$$-F_2 = E_2 \tan \varphi + c dl$$

(2814)

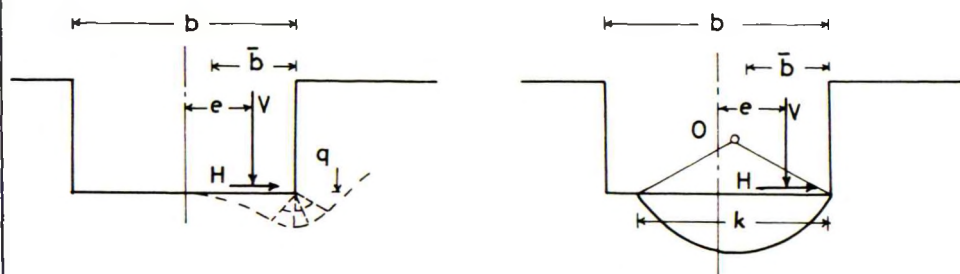
Ligger  $O$  derimod over fundamentsfladen, bliver denne beregning noget på den usikre side. En beregning på den sikre side, som svarer til beregningen af  $E$  ved hjælp af (2801-07), består i følgende:

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 28	EMNE Mastefundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 13   15
---------------------------	--------------------	--------------------------	------------	---------------------------

Summen

$$F_1 + F_2 = E \tan \varphi \quad (2815)$$

beregnes; den indgår direkte i den lodrette ligevægtsligning. I momentligningen (om et punkt på fundamentsklodsens centerlinie) indgår den med momentarmen  $b/2$ .



a. Normal bæreevnebrudfigur.

b. Alternativt liniebrud.

Fig. 28 H: Bæreevnebrudfigurer ved stor ekscentricitet og stort  $q$ -led. Liniebrud som muligt alternativ til normalt bæreevnebrud.

Vedrørende bæreevnen på fundamentsklodsens underside bemærkes, at den er karakteriseret ved en stor ekscentricitet  $e$ , Fig. 28 H, og et stort  $q$ -led, f.eks. udtrykt ved forholdet  $q/\gamma\bar{b}$ .

Ved et normalt bæreevnebrud kan G 1 (1615) anvendes direkte, idet det antages, at  $\bar{b}/l$  er så nær nul, at alle formfaktorer kan sættes lig med 1 (ingen dybdefaktor, idet  $E_1$  og  $F_1$  begge medregnes ved betragtning af fundamentsklodsens ligevægt). Denne brudfigur svarer til et omdrejningspunkt  $O$  under fundamentsfladens niveau, d.v.s.  $E_1$  er et rent passivt, og  $E_2$  et rent aktivt, jordtryk.

Hvis  $e$  bliver tilstrækkeligt stor, findes der imidlertid en alternativ brudfigur, som kan være farligere, Fig. 28 H b, jfr. også G 1 Fig. 16 C. Denne brudfigur har vist sig at være mulig, hvis  $e > e'$ , hvor



GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 28	EMNE Mastefundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 14 16
---------------------------	--------------------	--------------------------	------------	-------------------------

$$\frac{e'}{b} \approx 0,45 \sin (1,5 \varphi) \quad (2816)$$

Den hertil svarende bæreevne kan skrives:

$$\frac{Q}{bl} = \frac{1}{2} \gamma \bar{b} N_Y^e i_Y^e + c N_c^e i_c^e \quad (2817)$$

hvor:

$$N_Y^e \approx 2N_Y \quad (2818)$$

og

$$N_c^e \approx (1,05 + \tan^3 \varphi) N_c$$

og desuden:

$$i_Y^e \approx 1 + 3 \frac{H}{V} \quad (2819)$$

$$i_c^e \approx 1 + 4 \frac{H}{V} \tan \varphi$$

Det bemærkes, at der i dette tilfælde skal regnes med en  $N_Y^e > N_Y$  og en  $N_c^e > N_c$ , samtidig med at den vandrette kraft  $H$ , som peger mod fundamentskanten, nu virker stabiliserende. Til gengæld er der ikke noget  $q$ -led, fordi liniebruddet ender inde under fundamentet, som løfter sig til venstre for endepunktet  $B$ .

En korrekt samlet beregning af jordtryk og bæreevne for et blokfundament kræver naturligvis, at de kinematiske betingelser også er opfyldt.  $O$  på Fig. 28 Hb, som er centrum for liniebruddet, skal også være det  $O$ , der svarende til Fig. 28 G benyttes til jordtryksberegningen. En eksakt beregning under disse forudsætninger er imidlertid særdeles kompliceret.

I praksis kan anvendes følgende, statisk tilladelige, tilnærmelsesmetode, som i reglen er på den sikre side (der virker også stabiliserende forskydningskræfter på de to sider af fundamentsklodsen - og de stive jordlegemer - som står vinkelret på omdrejningsaksen; i praksis er deres bidrag dog så forholdsvis ringe, at der kan ses bort fra det):

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 28	EMNE Mastefundamenter	UDG. 78	SIDE nr. a* 15 16
---------------------------	--------------------	--------------------------	------------	-------------------------

1. Det undersøges først, om fundamentet virker som en normal direkte fundering, d.v.s. svarende til Fig. 22 Ha, idet  $E_1$  og  $E_2$  eventuelt kun regnes udnyttet ned til en sådan dybde at  $E$ , (2813), netop er lig med  $H$ . Denne beregning er kun mulig, hvis man finder  $\bar{b} = b - 2e > 0$ , og desuden finder den normale bæreevneberegning mere kritisk end en beregning efter formlerne (2817 - 19).
2. Er liniebrudbæreevnen mest kritisk (stadig forudsat  $\bar{b} > 0$ ), kan man på den sikre side bruge denne. En bedre tilnærmelse fås imidlertid, hvis  $E$ , (2813), udnyttes til fuld dybde. Hvis  $O$ 's niveau (trykspringets højde) vælges således, at man i fundamentsfladen har  $H = 0$ , fås herved en større værdi af  $\bar{b}$  end ved den foregående beregning (samme stabiliserende kraft, men større moment). Det kontrolleres, at liniebrudsbæreevnen stadig er den mest kritiske; hvis ikke, må  $O$  hæves ( $\bar{b}$  formindskes og  $H$  forøges), indtil de to bæreevner er lige kritiske.
3. Hvis på den anden side (med  $E$  udnyttet til fuld dybde og  $H = 0$ ) liniebrudbæreevnen nok er mest kritisk, men den lodrette bæreevne ikke er tilstrækkelig (eller man stadig har  $\bar{b} \leq 0$ ), må  $O$  sænkes; herved formindskes  $H$ , d.v.s. den bliver negativ, men  $\bar{b}$  forøges. Såfremt bæreevnen som bestemt ved (2817 - 19) herved forøges, kan denne proces fortsættes, indtil
  - a.  $Q$  er blevet tilstrækkelig ( $= V$ )
  - b. der er nået et maksimum for  $Q$  ( $< V$ ), eller
  - c. ekscentriciteten  $e$  er aftaget til værdien  $e''$ , bestemt ved:

$$\frac{e''}{b} \approx \begin{cases} 0,26 \sin(1,5 \varphi) + 0,18 & (c = 0) \\ 0,30 + 0,13 \tan \varphi & (\gamma = 0, c > 0) \end{cases} \quad (2820)$$

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	NOTAT nr. 28	EMNE Mastefundamenter	UDG. 78	SIDE nr. af 16 16
---------------------------	--------------------	--------------------------	------------	-------------------------

herved er liniebruddets kordelængde  $k$ , Fig. 28 H b, som er givet ved

$$\frac{k}{b} \approx \frac{b - 2e}{b - 2e''} \quad (2821)$$

blevet lig med  $b$ , d.v.s., at liniebruddets bæreevne er blevet maksimalt udnyttet.

I de to sidstnævnte tilfælde, kan der ikke opnås tilstrækkelig bæreevne med det givne fundament.

Hvis der opnås tilstrækkelig bæreevne,  $Q \geq V$ , ved en af de ovenfor angivne tre beregninger, svarende til hver sin alternative brudmåde, er fundamentet tilstrækkeligt. I modsat fald må mindst én af de tre størrelser  $d$ ,  $b$  og  $l$  forøges.

Ideelt tilstræbes naturligvis et blokfundament, som netop er tilstrækkeligt med de foreskrevne partialkoefficienter (ved et antal sådanne fundamenter, der af rationaliseringsgrunde udføres ens: for det ugunstigste af de forekommende jordprofiler), og som desuden har den kombination af værdierne  $d$ ,  $b$  og  $l$ , som giver økonomisk optimum. Denne beregningsopgave er - i hvert fald for idealiserede jordbundsforhold - velegnet for, og må også siges at forudsætte, løsning ved hjælp af EDB.

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	INDEX	UDG. 78	SIDE nr. af 1   7
---------------------------	-------	------------	-------------------------

Alfabetisk stikordsregister til  
forelæsningsnotater i Geoteknik 2,  
udgave 1976.

Tal for skråstreg angiver notatnummer, tal efter skråstreg  
sidenummer i notatet.

Det bemærkes, at adjektiver udmærket kan være primær indgang.

A-brud 17/12,14,17	Bentonite 24/9
AaP-brud 17/12-13,17	Berlinerspuns 24/7
AaR-brud 17/12-13,17	bevægeligt pæleværk 20/8
Aflastningsplade 25/5	blokfundamenter 28/11-16
afstivet (spuns)væg 19/10-12; 17/7	bomme 24/5,7
aksialsymmetrisk strømning 5/2-	borede pæle 28/5
aktivt jordtryk (Coulomb) 11/6,11	boreslam 24/8-9
anisotropi (strømnet) 2/11; 2.1/1-; 4/20-23	bremsekraft 16/4
ankerkraft 17/10,25,27; 18/8	brokaj 12/20; 25/6
ankerplade, dimensionering af 19/1-7	brokaj (pæleværk) 21/10
ankervæg 19/1-2	bropiller 27/-
arbejdsledning (pæleværk) 21/6	bropiller (fundering) 16/1
artesiske strømning 5/1	brudlast $R_f$ (pæleværk) 21/1-
ballasttal 9/7	brudmåde (pæleværk) 21/5
banket (ved fangedæmning) 26/13,15-16	brudmåde (spunsvæg) 17/-; 18/-
belastet skråning 14/1	brudteori (pæleværk) 20/9; 21/-; 22/7-
belastningstilfælde (bropiller) 16/3-6	brudundersøgelse (rammebro) 15/14
Benoto-vægge 24/8	brugstilstand (rammebro) 15/14

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	INDEX	UDG. 78	SIDE nr.	af 7
Brønde, strømning til 5/1-	dræning (støttemure)		14/3-5	
brøndfundering (bropille) 27/5	drænproblemer		6/10	
byggegruber 24/-	ducdalber		28/6	
byggegruber (på vand) 27/7	Dupuit's princip		4/6-11; 4.1/-	
bæreevne (støttemure) 14/9-12	dybdefaktor (tværkraftpåvirket pæl)		28/8	
bæreevneproblem (ved stabilitetsanalyse) 12/13	dybel (pæl)		12/23	
bøjelige plader 8/2; 9/1	effektiv pladebredde		9/4	
CBR-værdi (California Bearing Ratio) 23/11	ekstremmetoden		10/8	
Cellefangedæmninger 26/10-12	elasticitetsteori (pæleværk)		20/10; 22/4-	
cirkelmetoden 11/13-20	elastisk-plastisk pælerække		20/	
cirkulær brudlinie, spændinger i .... 17/16	elastisk underlag (bjælke på..)		9/	
Colcrete-metoden 26/19	elektroosmose		24/12-13	
Contractor-metoden 26/19	elliptisk integral		7/14	
Coulombs jordtryksteori 11/1-7	endepille (bro)		15/1	
deformationsproblem (generel direkte fundering) 16/18-22	erosion (risiko)		1/17; 3/9	
deformationsundersøgelse (rammebro) 15/14	erosionsbeskyttelse (bropiller)		27	
differensvandtryk (væg) 3/6-10	fangedæmninger		26/-	
differentialligning for bjælke på elastisk underlag 9/7	fangedæmningsstabilitet		10/2; 12/	
differentialligning for plade 9/5	filterhastighed		1/2,5	
dimensionering (pæleværk) 22/12-20	filterkriterier		6/6-7	
dimensionering (støttemure) 14/12	filtertab		5/6; 5.1/2; 6/8	
dobbelte spunsvægsfangedæmninger 26/5-10	fjer		17/3	
drænet brud (rumlig direkte fundering) 16/10	flydecharnier, vægge med ...		18/-	
drænet brud (stabilitet) 10/5,10; 11/20-24	flytningsfelt (strømnetmetoden)		7/1	
	fløjmur (bro)		15/2-	
	fodpæle		28/5	
	forankringer (spunsvægge)		17/6-	

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	INDEX	UDG. 78	SIDE nr. af 3 7
---------------------------	-------	------------	-----------------------

forankringskote 19/6	højt pæleværk 27/4,8
forbelastning 23/5	influenstal (sætning) 8/8-
formfaktor (strømnetmetoden) 7.1/4	indborede ankre 24/10
forsegling 6/3	indbygning (af fyld) 23/14
forskellige vandspejlsniveauer (strømnet med ...) 2/15	indfatningsvæg 24/2
fortrængning 23/1,9-10	indspænding i jorden 18/3-5
friholderværk 25/2	injicerede skråankre 25/9
fri spunsvæg 17/26	in situ-væg 24/8
frit vandspejl, strømning med ... 5/9-	is- og strømkraft 16/5,23
frontmur (bro) 15/1-	jernbetonbolværk 25/4-5
fundament under jordover- fladen (strømnetmetoden) 7/21	jernbolværk 25/3-4
fyld 23/-	jorddæmninger 26/3
glidningskriteriet 11/1	jordfyld 23/-
gradient 1/1,5; 2.1/3	jordtryk (Coulomb) 11/1-
grundforbedring 23/-	jordtryk (støttemure) 14/5-9
grundvandsproblem 6/1	jordtryk på vægge 13/1-
grundvandsenkning 5.1/1-4; 6/8-9	jordtryksdiagrammer 17.1/-
grundvandsenkingsanlæg 6/9; 6.1/1-4	jordtryksfordeling, Brinch Hansens .... 17/21
grænsebetingelse (Brinch Hansens...) 10/8-9; 17/18-19	jordtrykskoefficienter i zonebrud 13/6,14-15
grænsebetingelser (strømnet) 1/6,10-11	jordtryks- koefficienter $K_\gamma$ , $K_p$ og $K_c$ 17/20
grænsebetingelser (strømnetmetoden) 7/9	jordtrykskoefficienter, translation 19.1/-
grænseparablen 4/15-19	kajkonstruktioner 25/-
grænsestrømlinie 1/9-10	kajmur 25/1,6-7
hjerterpæl 25/2	kapillarspændinger (stabilitet) 10/11,15
hydraulisk stabilisering 23/4	kappe (dæmning) 4/4
"hydrostatisk jordtryk" 19/5	
hydrostatisk vandtryk (stabilitet) 10/12	



kemisk stabilisering 23/3	Liquefaction 16/23
kerne (dæmning) 4/4	lodret ligevægt (ankerplade) 19/3
kildepunkt 2/3	lodret ligevægt (spunsvæg) 18/11-12
kildeskråning 2/2; 4/1,4,10	logaritmisk spiral 11/21
kinematisk tilladelig løsning (pæleværk) 21/3; 22/4	lokalstabilitet (skråning, vandstrømning) 2.2/1-
kinippling 26/18	lænsning 26/17
komplekse variable (strømnetmetoden) 7/5	lænsumpning 6/5; 24/10
komprimering 23/12-15	låse (spunsjern) 17/4
konform afbildning 1/6,9; 7/6,12	mastefundament, direkte fundering 28/2
konjugerede løsninger 1/6; 4/16; 7/4-5	mastefundamenter 28/-
kontinuitetsligning 1/5	midtpunktcirkel 12/5
kraftpolygon (pæleværk) 21/12	Modificeret Proctor forsøg 23/13
kraftresultanter (strømnetmetoden) 8/5-6	momentpåvirket stribe- fundament (strømnetmetoden) 7/1
kvasi-stationær tilstand (strømnet) 1/10; 2/4,8	MP forsøg 23/13
Københavnervæg 24/6-7	nedreværdisætning (pæleværk) 21/3
lagdelt jord (strømnet i ...) 2/13	negativ adhæsion (strømnetmetoden) 7/22
laggrænse (spunsvæg) 17/29	negativ rotation 17/11, 20
landfæste (bro) 15/1-	nettobelastning (strømnetmetoden) 8/4
langstrakt plade 9/1-2	not 17/3
Laplace's differentiaalligning 1/5; 7/4	numerisk integration (strømnet) 1/6
lasttilfælde 16/6	nullinie (fundamentsareal) 16/8
lavt pæleværk 27/4	Nøkkentveds metode 20/9-
ligevægt af jordlegemer 10/9-	off-shore konstruktioner 16/11,2
ligevægtsligninger (pæleværk) 20/11	okkerudskillelse 6/7
ligevægtsmetoden 10/8; 13/11	

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	INDEX	UDG. 78	SIDE nr. af 5 7
omdrejningspunkt (spunsvæg) 17/12,20	Rankine jordtryk (generaliseret) 13.1/-		
opdriftsproblemer (strømning) 3/10-16	reaktionsfordeling 8/1,7-8		
optegning af strømnet 1/13-15	reaktionsfordeling (tilnærmet, for rektangulære plader) 8/13		
optimalt vandindhold 23/13	regenerationsfaktor 28/5		
optimal tæthed 23/13	resonanssvingning 16/23		
O-punkt (pæleværk) 20/14-15	revne (langs spunsvæg) 12/9		
overfladebelastning 11/1,3	revner (i ler) 24/4-5		
passivt jordtryk (Coulomb) 11/4	ringafstivning 24/9		
P-brud 17/12	ringformet fundament 28/3		
permeabilitetsmatrix 1/2	ruhed (væg) 17/22		
permeabilitetskoefficient 1/2	rumlige strømningssproblemer 5/11-15		
pilhøjde 9/2-3	rumligt pæleværk 22/-		
plankevæg 24/7	rumligt tilfælde (direkte fundering) 16/-		
plant pæleværk 20/-	rumlig virkning (stabilitet) 12/26-28		
platformskaj 25/6,10	rækkevidde (for brønd) 5/4,10; 5.1/2		
poretryksopbygning 16/23	sekundært brudsnit 10/6		
positiv rotation 17/11,20	sensitivt ler (stabilitet) 12/4		
potentiallinie 1/7-8	SfP-brud 19/4		
Prepact-metoden 26/19	shake-down (pæleværk) 20/9; 22/3-4		
Proctor-forsøg 23/12-14	sikkerhed (stabilitet) 11/16		
prøvepumpning 5/5; 6/8	singulære punkter (strømnet) 1/7,9,11-13; 3/4		
pumpebrønd 24/12	sinusmetoden 4/12-15		
pælebuk, forankring til... 19/2,6-8	skibsstød 16/5,23		
pæle, stabiliserende virkning 12/19-25	skråankre 18/12; 25/9		
rammeafstivning (spunsvægge) 17/7	skrå JOF (bag spunsvæg) 19/12-15		
rammebroer 15/13-15	skråning, fundament ved ... 15/6-13		
rammedybde (spunsvæg) 17/25; 18/3,5,9	skråningscirkel 12/4-5		

- skråningshældnings  
 faktorer  $g_q, g_c, g_\gamma$  15/9, 11-12  
 skrånings stabilitet 12/1-8  
 snitkræfter (fundament) 8/1  
 SP- (Standard Proctor-) forsøg 23/12-14  
 specielle grænse-  
 betingelser (strømnet) 2/1  
 spidsplanker 25/2  
 spiralmetoden 11/20-24  
 sprækket ler (stabilitet) 12/3  
 spunsvægge 17/1-5  
 stabilisering (oversigt) 23/3  
 stabilitet (fangedæmning) 26/7  
 stabilitet (forankret spunsvæg) 19/16  
 stabilitet (landfæste for bro) 15/4-6  
 stabilitet (skråankre) 19/17  
 stabilitet (støttemure) 14/13-14  
 stabilitet (supplerende  
 undersøgelse for spunsvæg) 19/19-20  
 stabilitetsforhold  $N_s$  12/6, 8  
 stabilitetsproblem 10/1  
 statisk tilladelig  
 (løsning for pæleværk) 21/3; 22/3  
 statisk tilladelig (stabilitet) 10/5-6  
 stive plader 8/2-  
 stivhedstal  $e$  (pæle) 20/4; 22/1  
 stiv spunsvæg, jordtryk på ... 17/24-26  
 stribebelastning, jordtryk fra ... 11/11  
 stribebelastning  
 (strømnetmetoden) 7/19-20  
 strimmelmetoden 12/15-19  
 stræktømmer 25/2  
 strømkraft 1/16  
 strømkrafter (stabilitet) 10/11, 15  
 strømlinie 1/7-8  
 strømnet 1/7  
 strømnetmetoden 7/-  
 strømning i dæmninger 4/1-; 4.1/-  
 strømrør 1/8, 15  
 støttemure 14/1  
 stålspunsvægge 17/3-4  
 sugespidseser 24/11-12  
 sump 24/10  
 superposition (jordtryk) 13/5  
 svigtende forankring 17/27  
 symmetrisk  
 pæleværk 21/17; 22/2, 7, 10, 13  
 sækkebetonmetoden 26/18  
 sænkebrønde 27/12  
 sænkekasser 27/8, 9-12  
 sætning (generel  
 direkte fundering) 16/18-19  
 sætningskurve 9/8  
 sætningsproblem  
 (strømnetmetoden) 7/8; 7.1/-  
 tangentialjordtryk  
 (spunsvæg) 17/21-22  
 tensortransformation 1/3  
 termisk stabilisering 23/3  
 totalstabilitet  
 (byggegruber) 24/13-14  
 transformation  
 for  $c$  (jordtryk) 13/8; 17/23

GEOTEKNIK OG FUNDERING II	INDEX	UDG. 78	SIDE nr. af 7 7
---------------------------	-------	------------	-----------------------

transformation for $p$ (jordtryk) 13/6	underpresning 24/7
transformation for $\gamma$ (jordtryk) 13/6	'underreaming' 28/5
transformeret strømningsområde 2/12	undervandsbeton 6/4; 26/18
transmissivitet (transmissibilitet) 5.1/4	vakuum(anlæg) 24/12
transvers isotropi 1/4; 2/11	vandfyldt revne(fangedæmning) 26/8
Tremie-metoden 26/19	vandmængde 1/15
træbolværk 25/2	vandret bevægelse (generel direkte fundering) 16/19-22
trækbæreevne $Q_t$ (pæl) 20/3	vandret påvirkning (generel direkte fundering) 16/12-15
trækrevner (i ler) 24/4-5	vandrette kræfter (strømnetmetoden) 7/21
træspunsvægge 17/2-3	vandspejl (spunsvæg) 17/28-29
trykbæreevne $Q_c$ (pæl) 20/3	vandtryk (Coulombs jordtryksteori) 11/7-8
trykniveau 1/1	vandtryk (i fundaments- fladen) 16/10-11
trykniveauspring 1/15	vandtryk (konstruktioner) 3/1-
trykspring 17/20	vandtryk på væg 3/5
tværkraftpåvirket pæl 28/6-11	vertikaldræn 23/5-6
tæppedræn 4/4-5	vibrering 23/7
tætning 6/3	vilkelstøttemure 14/1-2
tømmerkister 27/11	virksom bredde (tværkraft- påvirket pæl) 28/10
tømning af reservoir, strømning ved .... 4/3	vognhjul (bæreevne) 23/4-5
tåcirkel 12/5	vægge (vandtryk, strømnet) 3/3-
udrænet brud (rumlig direkte fundering) 16/10	zonebrud 13/1
udrænet brud (stabilitet) 10/5,10;11/13-20	ZsA-brud 18/5-6
udskiftning 23/1	økonomisk pæleværk 21/11
udskridning (stabilitet) 12/12	ø-metoden 26/1,4; 27/6
ueftergivende væg 24/14	øvreverdisætning 21/3-4
uensformet belastet JOF (bag spunsvæg) 19/12-15	$\varphi = 0$ analyse 11/14
undermuring 24/7	

1870

1871

1872

1873

1874

1875

1876

1877

1878

1879

1880

1881

1882

1883

1884

1885

1886

1887

1888

1889

1890

1891

1892

1893

1894

1895

1896

1897

1898

1899

1900

ISBN 87-87245-50-7

Stougaard Jensen/København

Un 04-52 b