

LÆREBOG I VIDEREGÅENDE
GEOTEKNIK 2

SÆTNINGER

i

JORD
JORD

MOUST JACOBSEN

LÆREBOG I VIDEREGÅENDE

GEOTEKNIK 2

SÆTNINGER

I

JORD

MOUST JACOBSEN

FORORD

Denne lærebog er udarbejdet af nu afdøde professor Moust Jacobsen til brug for undervisning i "Geoteknik og Fundering" på civilingeniørlinien i Konstruktion ved AUC. Den er den anden af ialt 4 lærebøger i "Videregående Geoteknik":

Bind 1: Brud i Jord

Bind 2: Sætninger i Jord

Bind 3: Svingninger i Jord

Bind 4: Bearing Capacity and Settlements of Piles

Bogen var skrevet og næsten færdigredigeret af professor Moust Jacobsen før hans alt for tidlige død den 18. november 1992. Som de øvrige bind var denne bog heller ikke tænkt som en endelig udgave. Det var professor Moust Jacobsens intention løbende at revidere og forbedre bogen i takt med ny viden inden for området.

Faggruppen ved Laboratoriet for Fundering har færdigredigeret bogen til trykning. Denne redigering har været meget beskedent, idet det har været faggruppens ønske at foretage så få ændringer som muligt. Derfor mangler enkelte afsnit.

Bogens layout skyldes sekretær Ina Clamer og teknisk assistent Lizzi Levin.

Aalborg, september 1993

Faggruppen ved
Laboratoriet for Fundering

FORORD

Denne bog er et resultat af en række foredrag, som i løbet af de sidste fem år er blevet holdt i "Foreningen af Bøgers" på forskellige steder i Danmark. Den er skrevet af den i 1914 udkomne "Foreningens Bøger".

Bind 1: Bøger i 1914

Bind 2: Bøger i 1915

Bind 3: Bøger i 1916

Bind 4: Bøger i 1917 og 1918

Bogen er skrevet af en række foredrag, som i løbet af de sidste fem år er blevet holdt i "Foreningen af Bøgers" på forskellige steder i Danmark. Den er skrevet af den i 1914 udkomne "Foreningens Bøger".

Bogen er skrevet af en række foredrag, som i løbet af de sidste fem år er blevet holdt i "Foreningen af Bøgers" på forskellige steder i Danmark. Den er skrevet af den i 1914 udkomne "Foreningens Bøger".

Bogen er skrevet af en række foredrag, som i løbet af de sidste fem år er blevet holdt i "Foreningen af Bøgers" på forskellige steder i Danmark. Den er skrevet af den i 1914 udkomne "Foreningens Bøger".

Århus, september 1918

Foreningen af
Bøgers i 1918

Indholdsfortegnelse

1	Introduktion	7
1.1	Indledning	7
2	Jord, betragtet som kontinuum	11
2.1	Indledning	11
2.2	Den statiske betingelse	12
2.3	Den geometriske betingelse	12
2.4	Sætningsberegninger	13
2.5	Valg af parametre	15
2.6	Mætningsgradens indflydelse	18
3	Krybning	21
3.1	Indledning	21
3.2	Volumenkrybning	22
3.3	Forskydningskrybning	22
3.4	Krybning i brud	24

4	Konsolidering	27
4.1	Indledning	27
4.2	Konsolidering	28
4.3	Eendimensional konsolidering	31
4.4	Konsolidering og krybning	34
5	Eendimensionale tilstande	37
5.1	Indledning	37
5.2	In situ spændinger - hviletryk	37
5.3	Prøveoptagelse og tildannelse	39
5.4	Konsolideringsforsøget	40
5.5	Eendimensional krybning	44
5.6	Primærgrenen	47
5.7	Normalkonsolideret og lettere forbelastet ler	49
5.8	Forbelastet ler	56
5.9	Bestemmelse af forbelastningstryk	57
6	Eendimensional sætningsberegning	63
6.1	Indledning	63
6.2	Flytningsfelt	66
6.3	Westergaards løsning	69
6.4	Strømnetsmetoden	71
6.5	Statiske metoder	82
6.6	Kommentar	96
7	Plan og tredimensional tilstand	101
7.1	Indledning	101
7.2	Triaxialforsøget	101
7.3	Triaxialforsøgets begrænsninger	112

8	Konstitutive ligninger	115
8.1	Indledning	115
8.2	Forudsætninger for tøjningsmodeller	116
8.3	Tilstandsrummet	116
8.4	Simpel tøjningsmodel	121
8.5	Udvidet tøjningsmodel	129
8.6	Den udvidede tøjningsmodel	137
8.7	Tøjningsmodel for moræneler	140
8.8	Krybning	153
9	Sands tøjninger	155
9.1	Indledning	155
9.2	Sandprøven	156
9.3	Laboratorieforsøg	156
9.4	In situ forsøg	158
9.5	Tøjningsmodel	160
A	Jord som elastisk materiale	165
A.1	Indledning	165
A.2	Hookes lov	166
A.3	Eenakset deformationstilstand	168
A.4	Plan deformationstilstand	170
A.5	Rumlig deformationstilstand	171
A.6	Elastisk energi	174
A.7	Sætningsberegning. Eksempel	176
A.8	Konsolideringsprocessen	184
A.9	Spændingsfordeling under slappe fundamenter	186
A.10	Spændingsfordeling under stive, glatte fundamenter	193
A.11	Ru fundamenter	196

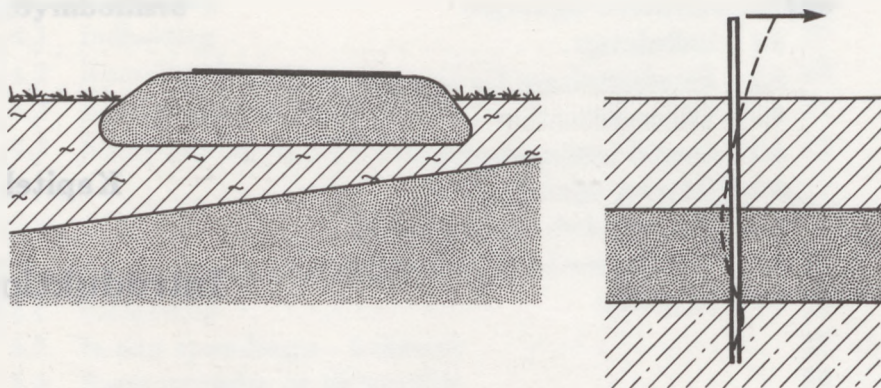
Kapitel 1

Introduktion

1.1 Indledning

Enhver konstruktionsdel dimensioneres ud fra både et brudkriterium og et deformationskriterium og i den henseende er konstruktionsdele i kontakt med jord ingen undtagelse. Opdelingen af en dimensionering i en brud- og deformationsundersøgelse er naturligvis kunstig, fordi det blot er to sider af det samme problem, som man på den måde adskiller. I dag kan man da også med edb-maskiners hjælp, og såfremt man har tilstrækkelig viden om jords elementære egenskaber, regne sig frem til netop de deformationer, som en konstruktion vil få med en given sikkerhed mod brud – så at sige i een beregning. Man får dog ikke herved nogen fornemmelse for problemernes fysiske natur, og det er derfor valgt at følge den traditionelle opdeling, således at denne bog koncentrerer sig om sætninger i jord, medens brudproblemerne behandles i “Brud i Jord”.

Som eksempler på sætnings- eller deformationsproblemer kan nævnes sætninger af fundamenter og vejdæmninger, og bevægelser af pælefunderede offshorekonstruktioner, som fremkaldes af flytninger og drejninger af pælehovederne. Som eksempel på konstruktioner, hvor en deformationsberegning traditionelt ikke gennemføres, kan nævnes spunsvægge og støttemure, hvor udbøjninger

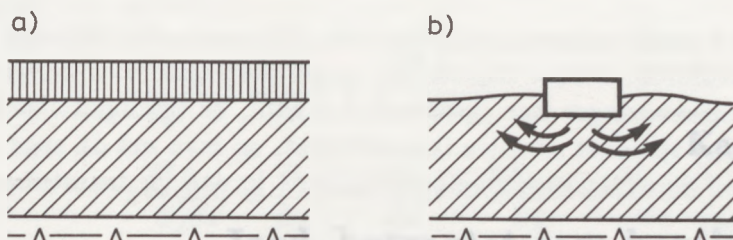


Figur 1.1: Sætnings- og deformationsproblemer.

normalt ikke er afgørende for konstruktionens succes.

Sætningsforløbet kan opdeles i tre faser:

- *Initialfasen*, hvori deformationerne finder sted momentant. Vandmættet jord vil i initialfasen have konstant volumen, da vandudpresning ikke kan ske momentant. Initialsætninger finder ikke sted under udstrakte belastninger af vandmættet jord, fordi sætninger i dette tilfælde forudsætter volumenændringer. Ved belastninger af begrænset udstrækning som fx dæmninger og fundamenter forekommer initialsætninger, idet jorden da skyder op ved siden af (se fig. 1.2).
- *Konsolideringsfasen*, hvori yderligere deformationer finder sted i takt med, at de poreovertryk, der er udviklet i initialfasen, bortdræner. I grove materialer som grus, sand og silt forløber konsolideringsprocessen meget hurtigt og er i alle tilfælde overstået, samtidig med at byggeriet afsluttes, og man vil derfor søge at beregne initial- og konsolideringssætninger under et. I ler vil konsolideringsfasen tage tid, og det vil være nødvendigt at beregne konsolideringstiden for at vide, hvor stor en del af sætningerne, der vil finde sted, efter



Figur 1.2: Initialsætninger forudsætter mulighed for fortrængning (vandmættet jord). Denne mulighed er til stede ved b), men ikke ved a).

at byggeriet er afsluttet.

– *Krybningsfasen*, der også med et dårligt ordvalg kaldes for sekundær konsolidering. Heri finder yderligere sætninger sted, uden at de ydre belastninger skifter. Krybning skyldes interne spændingsomlejringer, når kontaktpunkter forskydes i forhold til hinanden. Normalt aftager krybning logaritmisk med tiden, men ved små sikkerheder og varierende belastning kan krybningshastigheden være konstant i årevis. Sætningerne i krybningsfasen er som regel små.



Figur 1.1: Støbning og deformation

En af de vigtigste faktorer, der påvirker de mekaniske egenskaber, er størrelsen af de mekaniske deformationer, som materialet udsættes for under støbningen. De mekaniske deformationer kan være både elastiske og plastiske, og de kan have en betydelig indvirkning på materialets mekaniske egenskaber. De mekaniske deformationer kan være både elastiske og plastiske, og de kan have en betydelig indvirkning på materialets mekaniske egenskaber. De mekaniske deformationer kan være både elastiske og plastiske, og de kan have en betydelig indvirkning på materialets mekaniske egenskaber.

En anden vigtig faktor, der påvirker de mekaniske egenskaber, er størrelsen af de mekaniske deformationer, som materialet udsættes for under støbningen. De mekaniske deformationer kan være både elastiske og plastiske, og de kan have en betydelig indvirkning på materialets mekaniske egenskaber. De mekaniske deformationer kan være både elastiske og plastiske, og de kan have en betydelig indvirkning på materialets mekaniske egenskaber. De mekaniske deformationer kan være både elastiske og plastiske, og de kan have en betydelig indvirkning på materialets mekaniske egenskaber.

Kapitel 2

Jord, betragtet som kontinuum

2.1 Indledning

Jord er en sammenhobning af elementarpartikler. I sandgruppen, der består af grus, sand og silt, er mindste partikel et mineralkorn, oftest kvarts, som er i direkte kontakt med de øvrige korn. Forskydningsspændinger kan overføres ved friktion mellem kornene.

I lergruppen, der består af lerminerale og organisk materiale, er mindste enhed et lerkorn, der er omgivet af et krystallinsk gitter af vand, eller et organisk "korn", der er opbygget, så det indeholder vand. Ved spændingsomlejringer vil elementarpartiklen skifte volumen, og det gør ler langt mere deformerbart end sand.

Negative spændinger kan normalt ikke forekomme. Ved kortvarigt træk i ler kan porevandet falde til under atmosfæretrykket og derved overføre et ydre træk.

For på rimelig simpel måde at kunne beregne følgerne af spændings- eller tøjningsændringer, betragtes jorden som et kontinuum, og spændinger, tøjninger og vandstrømning beregnes som gennemsnitsværdier over hele det betragtede areal eller volumen. Det fører normalt til en tilfredsstillende opfattelse af jords opførsel.

Undtagelsen er krybning i jord, der kun kan forstås ud fra en opfattelse af jord som et kornet materiale.

2.2 Den statiske betingelse

Det kan normalt antages, at jordmassen, der senere skal belastes af en konstruktion, er i ro. Det vil sige, at de sætninger, som tidligere belastningsændringer har givet anledning til, er færdigudviklede. Kun meget sjældent er dette ikke tilfældet, og man må da søge at bestemme de effektive spændinger, der er i jorden før belastningsforøgelsen.

Ved sætningsberegningen har spændingstilstanden før belastning betydning, fordi jordens egenskaber afhænger af spændingsniveauet, men disse spændinger er i øvrigt i ligevægt og kan bære jordens tyngde.

Herefter beregnes *tilvæksterne* ud fra denne tilstand, og de skal naturligvis også være i indbyrdes ligevægt. Den statiske betingelse kommer derved til at lyde (se "Brud i jord", kap. 3):

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Delta \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \tau_{zx}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial \Delta h}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \Delta \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \tau_{zy}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial \Delta h}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \Delta \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \sigma'_z}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial \Delta h}{\partial z} &= 0\end{aligned}\tag{2.1}$$

Ligning (2.1) kan også opskrives i totale spændingstilvækster. Leddene med Δh forsvinder da, fordi de indregnes i de totale spændingstilvækster.

2.3 Den geometriske betingelse

Det flytningsfelt, som fremkaldes af spændingsændringerne, skal være entydigt, således at der ikke opstår sprækker eller overlap-

ninger i jorden under deformationen. Betingelsen lyder (jf. "Brud i Jord" 4.8 og 4.9):

$$\frac{\partial^2 \Delta \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta \epsilon_y}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 \Delta \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (2.2)$$

$$2 \frac{\partial^2 \Delta \epsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \Delta \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \gamma_{xy}}{\partial z} \right)$$

Begge ligninger kan ved bogstavombytning føre til yderligere to ligninger.

ϵ_x er længdetøjningen i x-aksens retning. Ændringen af den rette vinkel mellem x- og y-aksen kaldes φ_{xy} , og er det dobbelte af tværtøjningen γ_{xy} .

2.4 Sætningsberegninger

Ved en konsistent sætningsberegning skal de statiske, de geometriske og de fysiske betingelser være opfyldt i ethvert punkt i den betragtede jordmasse, således som det nøjere er omtalt i "Brud i Jord". Der er imidlertid store forskelle på beregningssikkerheden af brudberegninger og sætningsberegninger.

Ved brudberegningen anvendes som fysisk betingelse, at jorden er et stift-plastisk materiale. Selv om det er en tilnærmelse, giver det dog mulighed for inden for snævre grænser (5 - 20%) at beregne en konstruktions sikkerhed mod udrænet brud og endda at angive, om beregningen er på den sikre eller usikre side. I det drænedet tilfælde er beregningerne dog mere usikre.

Ved sætningsberegninger burde der som fysisk betingelse indsættes en matematisk model af sammenhængen mellem spændinger og tøjninger. Denne sammenhæng er imidlertid så kompliceret at måle, og så kompliceret at beskrive matematisk, at der ikke i dag kan peges på en bestemt matematisk model, som den gyldige eller i

det mindste den bedste. Udnyttelse af en sådan matematisk model ville i øvrigt kræve et ret omfattende edb-program.

I stedet for vælges mellem forskellige tilnærmede metoder, der normalt ikke er så nøjagtige som brudberegningerne.

De vigtigste er:

Sætningsberegning på statisk grundlag

Den konventionelle sætningsberegningsmetode består i at anvende den spændingsfordeling, der optræder i et idealelastisk materiale. Denne spændingsfordeling er netop i ligevægt, fordi elasticitetsteorien er en konsistent teori. Herefter betragtes spændingsændringerne for et udvalgt antal elementer, og deres tøjninger beregnes ud fra den valgte fysiske betingelse (matematisk model). Sætningerne findes herefter ved summation.

Valget af matematisk model er afgørende for, om de beregnede sætninger bliver for store eller for små. Benyttes udelukkende konsolideringsforsøg, vil sætningerne altid beregnes for små.

En anden metode består i at betragte jorden som en række spændingsbånd eller fjedre, der virker uafhængigt af hinanden. Der findes altså ingen trykspredning. Betragtes spændingsbåndene som lineærelastiske, kan man inddrage selve konstruktionens deformationer i beregningen og alligevel opnå en vis overskuelighed i beregningen. Metoden omtales oftest som *ballasttalteorien*. I forbindelse med beregningen af pæles bevægelser opdeles jorden i en række vandrette spændingsbånd uden indbyrdes påvirkning (*Winklermodellen*). Ved beregning af pælens samspil med jorden, antages egenskaber af jorden, der er i god overensstemmelse med jordens opførsel (p-y-kurver).

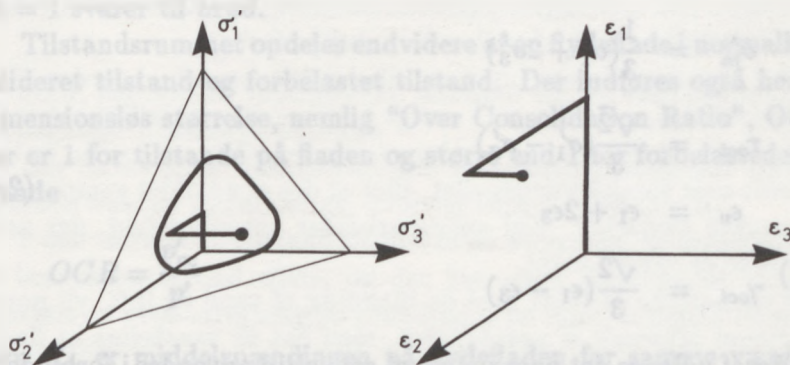
Sætningsberegning på kinematisk grundlag

Man kan også benytte sætningsberegninger, hvor den geometriske og den fysiske betingelse opfyldes på bekostning af den statiske betingelse. Man sikrer sig altså, at jorden bevarer sin sammenhæng, når den underkastes deformationer, hvad man ikke gør i nogen af

de ovennævnte metoder, men ligevægtsbetingelserne opfyldes ikke i alle tilfælde. Metoden er først anvendt af Westergaard i 1938 til analytiske studier, men genoptaget i 1975 af Bent Hansen, der udviklede den såkaldte strømnetsmetode. Ved de nævnte metoder antages flytningerne at være forhindret i een retning, og svarende hertil anvendes konsolideringsforsøgets resultater til at opstille den matematiske model.

2.5 Valg af parametre

Et jordelements tilstand kan generelt beskrives ved spændingstilstanden, tøjningstilstanden samt begrænsninger af tilstandsrummet.



Figur 2.1: Treaksede spændings- og tøjningstilstande.

Spændingerne kan fx beskrives ved hovedspændingerne $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$. Spændingstilstanden $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$ kan afbildes ved et punkt i et $\sigma'_1 - \sigma'_2 - \sigma'_3$ koordinatsystem. Den tilsvarende tøjningstilstand $(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3)$ kan afbildes i et $\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3$ koordinatsystem (se fig. 2.1). En begrænsning af spændingstilstanden kendes allerede, nemlig brudtilstanden som er vist på fig. 2.1 på oktaederplanet.

Ved at vælge oktaederplanet's spændinger og tøjninger, opnås at

de bliver invariante:

$$\begin{aligned}
 \sigma'_{oct} &= \frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) = \sigma'_m \\
 \tau_{oct}^2 &= \frac{1}{9}((\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2) \\
 \epsilon_{oct} &= \frac{1}{3}(\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3) = \frac{1}{3}\epsilon_v \\
 \gamma_{oct}^2 &= \frac{1}{9}((\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

hvor er indført middelspændingen σ'_m og volumentøjningen ϵ_v .

I det aksialsymmetriske tilfælde forenkles (2.3) til

$$\begin{aligned}
 \sigma'_m &= \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3) \\
 \tau_{oct} &= \frac{\sqrt{2}}{3}(\sigma'_1 - \sigma'_3) \\
 \epsilon_v &= \epsilon_1 + 2\epsilon_3 \\
 \gamma_{oct} &= \frac{\sqrt{2}}{3}(\epsilon_1 - \epsilon_3)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Heraf udledes det parametersæt som altid anvendes i forbindelse med triaxialforsøg:

$$\begin{aligned}
 p' &= \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3) \\
 q' &= (\sigma'_1 - \sigma'_3) \\
 \epsilon_v &= (\epsilon_1 + 2\epsilon_3) \\
 \epsilon_t &= \frac{2}{3}(\epsilon_1 - \epsilon_3)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

En prøves tilstand beskrives herefter ved $(p', q', \epsilon_v, \epsilon_t)$.

I forbindelse med konsolideringsforsøg anvendes dog den lodrette spænding σ'_1 og den lodrette tøjning ϵ_1 , fordi den vandrette spænding σ'_3 ikke kendes.

Tilstandsrummet begrænses af en brudflade, hvori spændingerne netop opfylder brudbetingelsen, der er omtalt i detaljer i "Brud i Jord", kapitel 5. Ved overvejelser om betydningen af forskydningsspændinger indføres den dimensionsløse "mobiliseringsgrad" M ved

$$M = \frac{q}{q_f} \quad (2.6)$$

ved samme værdi af p' . $M = 0$ ved isotrop spændingstilstand. $M = 1$ svarer til brud.

Tilstandsrummet opdeles endvidere af en flydeflade i normalkonsolideret tilstand og forbelastet tilstand. Der indføres også her en dimensionsløs størrelse, nemlig "Over Consolidation Ratio", OCR, der er 1 for tilstande på fladen og større end 1 for forbelastede tilstande

$$OCR = \frac{p'_{pc}}{p'} \quad (2.7)$$

hvor p'_{pc} er middelspændingen på flydefladen for samme værdi af M .

I forbindelse med konsolideringsforsøg benyttes

$$OCR = \frac{\sigma'_{pc}}{\sigma'} \quad (2.8)$$

Den vigtigste parameter er jordens lejringsstæthed, der her i landet udtrykkes ved poretallet e , men som også kan udtrykkes ved porøsiteten n . Lejringsstætheden kontrollerer både en jordarts styrkeegenskaber og en lerarts forbelastning. En ændring i poretal

ændrer således både M og OCR . Heldigvis er porealsændringer normalt så små, at der kan ses bort herfra, undtagen dog ved sætninger i normalkonsolideret ler.

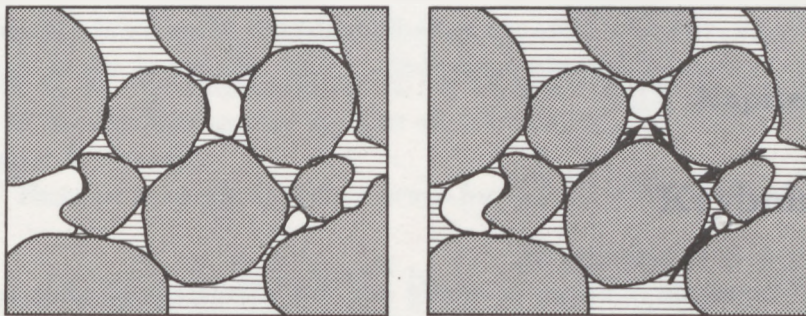
2.6 Mætningsgradens indflydelse

Såfremt jorden er vandmættet – også under normale trykforhold – vil porevandets volumenændringer under vekslende trykforhold være så små i forhold til deformationerne i jorden, at man med god tilnærmelse kan betragte porevandet som stift. Det betyder, at initialdeformationer må finde sted under volumenkonstans, da heller ikke kornskelettet ændrer volumen. I de følgende kapitler vil kun blive omtalt sætninger i *vandmættet* jord, da det er langt lettere at beregne end sætninger i ikke vandmættet jord, og da det i langt de fleste tilfælde også afspejler de virkelige forhold.

Der skal dog på dette sted omtales virkningen af, at jorden ikke er vandmættet, men der må i øvrigt henvises til speciallitteraturen.

Årsagen til manglende vandmætning kan være, at jorden er beliggende over kapillarvandspejlet, eller at der er udviklet sumpgasser i organiske jordarter. Ved anlægsarbejder anvendes fyld, der normalt ikke er vandmættet.

Hvis porerne er fyldt med en blanding af vand og luft, vil porevolumenet afhænge af poretrykket, men det er vanskeligt at finde denne afhængighed. Luftlommernes indre tryk afhænger nemlig foruden af det omgivende porevandstryk også af overfladespændinger og kapillarkræfter, og er således afhængig af jordens mineral-sammensætning, kornstørrelse og aflejringsforhold. Ved en forøgelse af poretrykket formindskes luftvolumenet (luftarternes tilstandsligning) og en del af luften opløses i porevandet (Henry's lov). En delvis vandmættet jord kan da muligvis blive midlertidigt vandmættet ved en trykforøgelse. Dette komplicerede samspil mellem vand og luft kan forsøges taget i regning ved at antage, at porevandet er elastisk.



Figur 2.2: I initialfasen trykkes luften sammen afhængig af det indre tryk. Det giver komplicerede strømningsforhold.

Jord, der ikke er vandmættet, adskiller sig fra vandmættet jord på følgende væsentlige punkter:

Der finder altid initialsætninger sted, fordi poremediet trykkes sammen næsten øjeblikkeligt, hvorved volumen ændrer sig.

I den udrænedede tilstand overføres en større del af belastningen til kornskelettet end ellers, og det kan være meningsløst at gennemføre en brudberegning på grundlag af en målt, udrænet forskydningsstyrke.

Konsolideringsprocessen vil blive væsentligt forsinket, fordi poretrykket ikke bliver så højt, som det ville blive i vandmættet jord, og fordi det aftager meget langsommere.

Det ligger dog helt uden for denne bogs rammer at give disse komplicerede fænomener nogen form for matematisk behandling. I resten af bogen antages jorden at være vandmættet.

med et af de to andre. Hvis vi har GCR, betragter vi populationens
som et af de to andre, og den kan være lavere, end den kan
være i et andet område.



Denne afbildning af befolkningstæthed er en af de mange
afbildninger af befolkningstæthed, som er blevet brugt til at
beregne og analysere befolkningstætheden i Danmark. Den
er blevet brugt til at analysere befolkningstætheden i Danmark
i de sidste 100 år, og den er blevet brugt til at analysere
befolkningstætheden i Danmark i de sidste 100 år.

Den afbildning af befolkningstæthed, som er blevet brugt til
at analysere befolkningstætheden i Danmark, er en af de
mange afbildninger af befolkningstæthed, som er blevet brugt
til at analysere befolkningstætheden i Danmark.

Den afbildning af befolkningstæthed, som er blevet brugt til
at analysere befolkningstætheden i Danmark, er en af de
mange afbildninger af befolkningstæthed, som er blevet brugt
til at analysere befolkningstætheden i Danmark.

Den afbildning af befolkningstæthed, som er blevet brugt til
at analysere befolkningstætheden i Danmark, er en af de
mange afbildninger af befolkningstæthed, som er blevet brugt
til at analysere befolkningstætheden i Danmark.

Den afbildning af befolkningstæthed, som er blevet brugt til
at analysere befolkningstætheden i Danmark, er en af de
mange afbildninger af befolkningstæthed, som er blevet brugt
til at analysere befolkningstætheden i Danmark.

Den afbildning af befolkningstæthed, som er blevet brugt til
at analysere befolkningstætheden i Danmark, er en af de
mange afbildninger af befolkningstæthed, som er blevet brugt
til at analysere befolkningstætheden i Danmark.

Den afbildning af befolkningstæthed, som er blevet brugt til
at analysere befolkningstætheden i Danmark, er en af de
mange afbildninger af befolkningstæthed, som er blevet brugt
til at analysere befolkningstætheden i Danmark.

Den afbildning af befolkningstæthed, som er blevet brugt til
at analysere befolkningstætheden i Danmark, er en af de
mange afbildninger af befolkningstæthed, som er blevet brugt
til at analysere befolkningstætheden i Danmark.

Den afbildning af befolkningstæthed, som er blevet brugt til
at analysere befolkningstætheden i Danmark, er en af de
mange afbildninger af befolkningstæthed, som er blevet brugt
til at analysere befolkningstætheden i Danmark.

Den afbildning af befolkningstæthed, som er blevet brugt til
at analysere befolkningstætheden i Danmark, er en af de
mange afbildninger af befolkningstæthed, som er blevet brugt
til at analysere befolkningstætheden i Danmark.

Kapitel 3

Krybning

3.1 Indledning

Ethvert fast stof vil i tidens løb deformeres, selv om belastninger og spændinger ikke ændres. Sådanne deformationer kaldes for krybning og skyldes, at bindingerne mellem de enkelte elementarpartikler brydes og genetableres i en takt, der aftager med tiden. I mange materialer er krybningen så langsom, at den ved alle normale spændingstilstande er helt betydningsløs.

I jord og andre kornede materialer består elementarpartiklerne af korn, der ofte kun er indbyrdes forbundet gennem kontakttryk og friktion i kontaktpunkterne. En belastning på dette materiale vil fordele sig yderst ujævnt ved kontaktpunkterne, og selv ved små belastninger kan forskydningskraften i et kontaktpunkt blive så stor, at der udløses en flytning og en omfordeling af kontakttryk, hvorved der kan udløses nye flytninger og omlejninger. Krybning kan give anledning til så store langtidssætninger, at det er vigtigt at kunne beregne dens udvikling i tidens løb.

Krybning må betegnes som en karakteristisk egenskab ved kornede materialer.

3.2 Volumenkrybning

Lerpartiklernes opbygning betyder, at spændingsomlejring kan spille en rolle selv i isotrop spændingstilstand. Den deraf følgende deformation kaldes volumenkrybning. Den antages at vokse logaritmisk med tiden:

$$\epsilon_{cr} = \epsilon_s \log \left(1 + \frac{t}{t_b} \right) \quad (3.1)$$

hvor t_b er en referencetid.

Volumenkrybningen er særlig stor for normalkonsolideret ler. Den spiller næsten ingen rolle i forbelastede tilstande.

Volumenkrybningen er også betydningsløs for sand.

3.3 Forskydningskrybning

Forskydningskrybning finder som tidligere nævnt sted, fordi friktion mellem kornene ikke altid kan optages og derfor fører til glidninger og spændingsomlejring og eventuelt til fornyede glidninger andre steder i jordmassen. Problemet er af natur stokastisk, og der har da også været søgt stokastiske løsninger, der dog ikke skal omtales nøjere her.

Forskydningskrybning findes i alle kornede materialer, også i sand og ler.

Forskydningskrybning studeres bedst i triaxiale forsøg, hvor spændingstilstanden ændres trinvist efter så langt et tidsrum, at der opnås et rimeligt kendskab til krybningen.

Der er ikke en simpel beskrivelse af forskydningskrybningen i dag, men det ser ud til at selve kurveformen afhænger af sådanne faktorer som jordart og struktur, belastningshistorie, lejringsstæthed m.m.

Som et eksempel på en beskrivelse af fænomenet kan nævnes

Singh og Mitchell's (1968) krybningsligning

$$\dot{\epsilon}_{cr} = A e^{\alpha M} \left(\frac{t_b}{t}\right)^m \quad (3.2)$$

hvor $\dot{\epsilon}_{cr}$ er krybningshastigheden, der aftager med tiden. A , α og m er materialeparametre og t_b er en referencetid. Til tiden $t = t_b$ starter krybningen.

Formlen er særlig simpel at bruge for $m = 1$. Herved fås nemlig

$$\epsilon_{cr} = \int_{t=t_b}^t \dot{\epsilon}_{cr} dt = A t_b e^{\alpha M} \ln \frac{t}{t_b} \quad (3.3)$$

idet integrationskonstanten er nul.

Krybningens dekahedning ϵ_s bliver derved en konstant

$$\epsilon_s = A t_b e^{\alpha M} \quad (3.4)$$

for en given spændingstilstand men vokser med mobiliseringsgraden M .

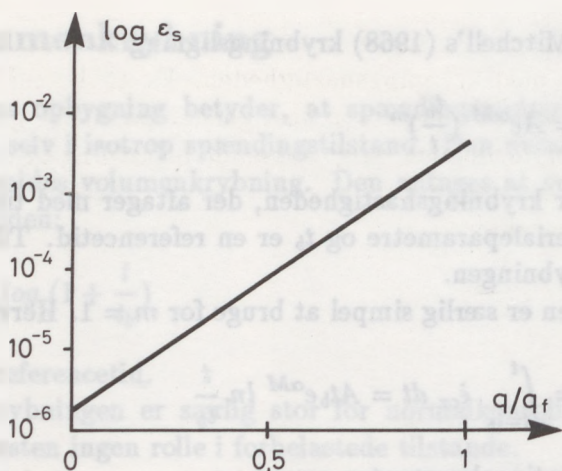
Formlen stemmer med figur 3.1, der dog er optegnet på grundlag af pladebelastningsforsøg, hvor spændingstilstanden varierer fra punkt til punkt under pladen. Variationen svarer til $\alpha \approx 7$. $A t_b$ findes til ca. 10^{-6} .

Såfremt $m \neq 1$ fås ved integration af formel (3.2):

$$\epsilon_{cr} = \int_{t=t_i}^t \dot{\epsilon}_{cr} dt = \frac{1}{1-m} A t_b e^{\alpha M} \left(\frac{t}{t_b}\right)^{1-m} \quad (3.5)$$

idet integrationskonstanten kan indregnes i A .

Forskellen mellem formel (3.5) og (3.3) er da, at logaritmefunktionen er udskiftet med en potensfunktion. Formel (3.5) beskriver en krum kurve i logaritmisk afbildning.



Figur 3.1: Krybningens afhængighed af de relative forskydningsspændinger, bestemt ved pladebelastningsforsøg. Moræneler.

Hvis $m = 0$ og $M \approx 1$ er

$$\epsilon_{cr} = A \cdot e^{\alpha t} \quad \text{eller} \quad \dot{\epsilon}_v = A e^{\alpha}$$

og det ses ofte i brud.

3.4 Krybning i brud

Det er en almindelig erfaring, som ikke dækkes af ovennævnte udtryk, at for $M \approx 1$ bliver $\dot{\epsilon}_{cr}$ konstant. Det betyder, at krybningen får meget stor betydning, og endda er den dybere årsag til, at jorden kan opføre sig som et plastisk materiale.

I udrænedes forsøg opnås i brud en tilstand med konstante spændinger. Den lodrette tøjning skyldes derfor udelukkende krybning.

Krybningshastigheden afhænger i laboratoriet af den valgte forsøgshastighed og kan dermed let varieres inden for vide grænser.

Spændingstilstanden og dermed den udrænedes forskydningsstyrke c_u varierer med krybningshastigheden. Fx er der målt 100% forøgelse af c_u ved en forøgelse af hastigheden på 50.000 gange svarende til forskellen mellem en roligt voksende belastning og en stødpåvirkning. Den udrænedes krybning, der findes i plastisk brud, har altså en viscos karakter.

Konsolidering

4.1 Indledning

Ved en ændring af de totale spændinger i jorden findes der en delvis ligesværelse, som betyder, at de samlede spændinger i jorden ikke er konstante, men varierer med tiden. Denne ændring af de samlede spændinger kan i jorden, der har været i tilstand af konsolidering, beskrives ved:

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma_1 + \lambda (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \quad (4.1)$$

der er symboler på graden af konsolideration, λ kaldes for konsoliderationsindeks.

På grundlag af ligningen kan de effektive spændinger, der udvikles i jorden, beregnes, og de kan så bruges til at finde ud af de samlede spændingsændringer.

For at beregne konsoliderationsindekset λ er det nødvendigt at kende jorden, og konsoliderationsindekset λ kan beregnes ud fra jorden, og det kan beregnes ud fra jorden.

Derudover er det nødvendigt at kende jorden, og det kan beregnes ud fra jorden, og det kan beregnes ud fra jorden.

Kapitel 4

Konsolidering

4.1 Indledning

Ved en ændring af de totale spændinger i jorden finder der øjeblikkeligt sætninger sted, idet jorden bevarer sit volumen. Sætningerne omtales som korttidssætninger eller initialsætninger. Samtidig udvikles poreovertryk Δu i jorden, der kan beregnes af Skemptions poretryksformel

$$\Delta u = \Delta \sigma_3 + A (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \quad (4.1)$$

der er opstillet på grundlag af elasticitetsteorien, se appendix, afsnit A5.

På grundlag af ligningen kan de effektive spændinger, der udvikles i initialfasen let beregnes, og de ses at udgøre en stor del af de totale spændingsændringer.

Poreovertrykkene bortdrænes herefter under selve konsolideringsfasen, og konsolideringssætningerne udvikles i takt med, at det resterende totale tryk overføres til effektivt tryk.

Summen af de initiale sætninger δ_i og konsolideringssætningerne δ_c omtales ofte som de totale sætninger, hvortil kommer langtids-

sætningerne δ_{cr} , der skyldes krybning:

$$\delta = \delta_t + \delta_{cr} = \delta_i + \delta_c + \delta_{cr} \quad (4.2)$$

Almindeligvis udgør δ_i ca. 50 - 75% af δ_t .

I det eendimensionale tilfælde er $\delta_i = 0$, fordi der ikke kan finde sætninger sted ved volumenkonstans. Sidebevægelser findes jo ikke.

4.2 Konsolidering

I konsolideringsfasen bortdrænes de poretryk, der er udviklet i initialfasen, fulgt af yderligere sætninger δ_c og muligvis spændingsomlejring.

Konsolideringsprocessen er en hydrodynamisk proces, der er gennemgået i appendix A8. Volumenændringen ϵ_v , der følger af bortdræning af vand, kan beregnes af Biots ligning:

$$\nabla^2 \epsilon_v = \frac{\gamma_w}{kK} \dot{\epsilon}_v \quad (4.3)$$

hvor K er konsolideringsmodulet, k er permeabilitetskoefficienten og γ_w er vandets rumvægt. Ligningen skrives ofte

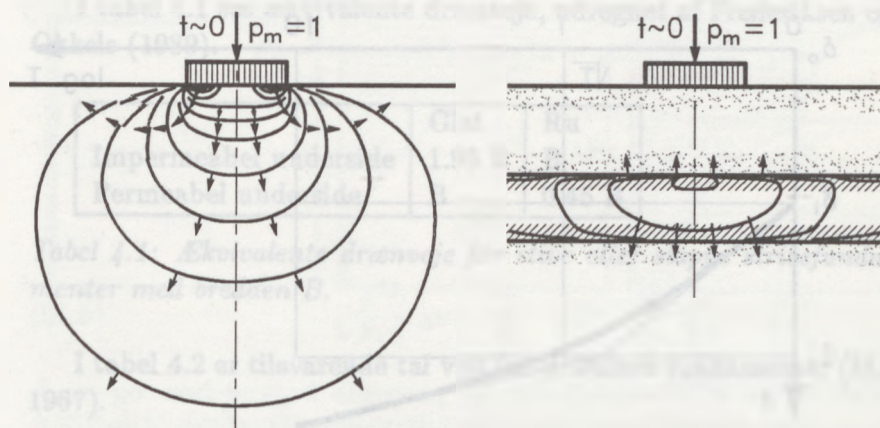
$$\dot{\epsilon}_v = c_k \cdot \nabla^2 \epsilon_v \quad (4.4)$$

hvor c_k er konsolideringskoefficienten (m^2/s).

Poretryksudviklingen kan findes af (A.24):

$$\nabla^2 u = -\frac{1}{K} \nabla^2 \epsilon_v \quad (4.5)$$

Poretrykket kan til en bestemt tid t beregnes overalt i planen, og de såkaldte isokroner kan optegnes. En isokron er en kurve, der til en bestemt tid går gennem punkter med samme poretryk, altså egentlig



Figur 4.1: Isokroner under stift fundament

en "isobarisokron". På figur 4.1 ses isokroner under et stift fundament til tiden $t = 0$. Nær kanten af fundamentet er poretrykket særlig stort svarende til, at der her til tiden $t = 0$ er uendelige kantspændinger. Dræningen foregår vinkelret på isokronerne.

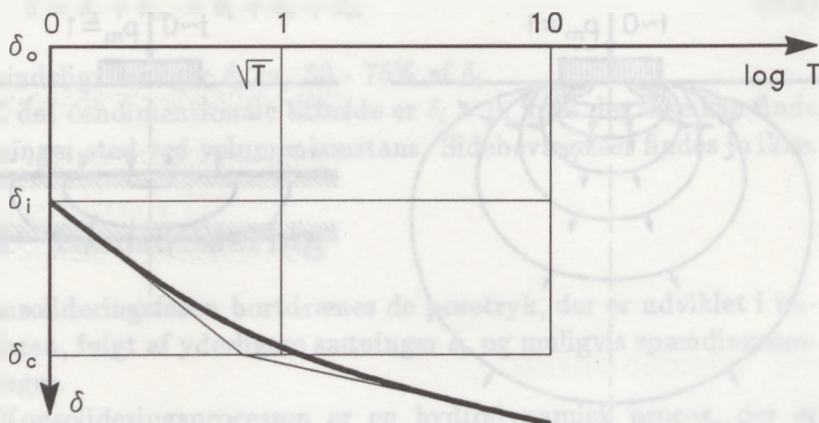
Endelig kan tøjningerne $\nabla \epsilon_x$ og $\nabla \epsilon_y$ findes af (A23):

$$(\lambda + G) \frac{\partial^2 \epsilon_v}{\partial x^2} + G \nabla^2 \epsilon_x + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial^2 \epsilon_v}{\partial z^2} + G \nabla^2 \epsilon_z + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (4.6)$$

her angivet for det plane tilfælde, men tilsvarende ligninger gælder også i det rumlige tilfælde.

Løsningen af ligningssystemet er kompliceret, og kan yderligere besværliggøres af grænsebetingelserne. Men der kan nås frem til ϵ_x



Figur 4.2: Sætningernes tidsforløb. Fundamenter.

og ϵ_z som funktion af tiden, og derefter kan sætningen beregnes ved integration.

Defineres konsolideringsgraden U ved

$$U = \frac{(\delta - \delta_i)}{\delta_c - \delta_i} \quad (4.7)$$

ses den at variere mellem 0 og 1. Indføres endvidere den dimensionsløse tidsfaktor T ved

$$T = \frac{c_k}{H_q^2} t \quad (4.8)$$

viser det sig, at sammenhængen mellem T og U^2 er

$$T = \frac{\pi}{4} U^2 \quad \text{for } U \leq 40 - 70\% \quad (4.9)$$

når den ækvivalente dræning H_q indføres. H_q findes på grundlag af ovennævnte beregninger (se figur 4.2).

I tabel 4.1 ses ækvivalente drænveje, udregnet af Frederiksen og Okkels (1989).

	Glat	Ru
Impermeabel underside	1.95 B	B
Permeabel underside	B	0.45 B

Tabel 4.1: Ækvivalente drænveje for stive eller slappe stribefundamenter med bredden B.

I tabel 4.2 er tilsvarende tal vist for cirkulære fundamenter (MJ 1967).

Slap impermeabel underside	1.24 D
Slap permeabel underside	0.50 D
Stiv impermeabel underside	0.56 D

Tabel 4.1: Ækvivalente drænveje for cirkulære fundamenter med diameter D.

I praksis vil tidsforløbet næsten altid være kortere, end det kan beregnes, fordi dræned lag i nærheden eller under fundamentet nedsætter den ækvivalente drænvej.

4.3 Eendimensional konsolidering

Et vigtigt specialtilfælde er *eendimensional* konsolidering, der finder sted under udstrakte opfyldninger. Idet $\epsilon_v = \epsilon_z$ reduceres (4.3) til

$$\nabla^2 \epsilon_z = \frac{\gamma_w}{kK} \dot{\epsilon}_z$$

Såfremt de totale spændinger er konstante i konsolideringsperioden, opnås en yderligere forenkling, idet

$$\partial \epsilon_z = K \partial (\sigma_z - u) = -K \partial u = -\frac{K}{\gamma_w} \partial h$$

$$\partial^2 \epsilon_z = -\frac{K}{\gamma_w} \partial^2 h$$

hvorved fås

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\gamma_w}{kK} \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{eller} \quad \frac{\partial h}{\partial t} = c_k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad (4.10)$$

Med denne differentiaalligning og passende begyndelses- og randbetingelser kan poreovertrykkets variation med dybden z og tiden t findes.

Randen kan enten være permeabel eller impermeabel. I første tilfælde er $\Delta u = 0$ og i andet tilfælde er vandstrømningen vinkelret på grænsen, dvs. $\partial h / \partial z$ lig med 0.

Til tiden $t = 0$ bæres hele spændingstilvæksten af poreovertrykket. De effektive spændinger er uændrede. På figur 4.3 a) ses et diagram, der viser den effektive spænding før belastning σ'_f og den effektive spænding efter belastning σ'_e . Øvre rand tænkes permeabel, og her er $\Delta u = 0$. Med kraftig optrukket streg ses de effektive spændinger, og Δu findes i enhver dybde som afstanden fra den kraftigt optrukne kurve til σ'_e i diagrammets højre side. Gradienten og dermed vandstrømningen er 0 overalt, undtagen på randen, hvor $\partial h / \partial z = \infty$.

Efter kort tid har poretrykket bredt sig over hele højden, figur 4.3 b). Den optegnede *isokron* svarer til konstant c_k -værdi. Isokronen angiver, hvor stor en del af $\Delta \sigma$, der er overført til σ' . Den tilsvarende sætning beregnes let ved integration af $\Delta \sigma' / K \, dz$ ned gennem laget. Sætningen gøres dimensionsløs ved indførelse af kon-

ind i det ene lag, som der løber ud af det andet lag, altså

$$\Delta u_1 = \Delta u_2$$

$$k_1 \frac{\partial h}{\partial z_1} = k_2 \frac{\partial h}{\partial z_2}$$

I laggrænsen vil isokronen få et knæk. To-lags problemer kan løses analytisk.

Et særligt to-lags problem opstår såfremt $\sigma'_f < \sigma'_{pc} < \sigma'_e$ (figur 4.3 c). Fra starten vil det allerøverste jordlag være i normalkonsolideret tilstand, medens resten er forbelastet. Grænsen går hvor isokronen skærer σ'_{pc} linien. Da konsolideringskoefficienten skifter drastisk når σ' overstiger σ'_{pc} , vil drænprocessen være forskellig i de to tilstande, og isokronen vil ligne isokronen i et to-lagssystem. Men i det her betragtede tilfælde vil "laggrænsen" forskydes nedad i tidens løb, og tidskurven vil få et specielt udseende (se figur 5.14b).

Den simple teori vedrørende endimensional konsolidering findes i "Lærebog i Geoteknik" kapitel 6, hvortil der henvises.

4.4 Konsolidering og krybning

Konsolidering og krybning forløber altså samtidigt og påvirker hinanden gensidigt. Fx vil krybningen opretholde et lille poretryk, selv om dræning finder sted. Derved vil overgangen mellem konsolidering og krybning blive påvirket i nogen grad. Det antages dog normalt for betydningsløst.

Konsolidering og krybning kan beskrives ved en rheologisk model i den normalkonsoliderede tilstand (Bent Hansen, 1969).

Porevandet tænkes at have viskositeten 0, således at konsolideringsprocessen finder sted øjeblikkelig. Tøjningstilvæksten $d\epsilon$ an-

tages at afhænge af tiden t og spændingen σ' , altså

$$d\epsilon = \frac{\partial \epsilon}{\partial \sigma'} d\sigma' + \frac{\partial \epsilon}{\partial t} dt \quad (4.11)$$

I den normalkonsoliderede tilstand er

$$\epsilon = Q \log \left(1 + \frac{\sigma'}{\sigma'_b} \right) \quad K = \ln 10 \cdot \frac{\sigma'}{Q} = 2,3 \frac{\sigma'}{Q}$$

eller

$$d\epsilon = \frac{Q}{2,3 \sigma'_b} \exp \left(-\frac{2,3 \epsilon}{Q} \right) d\sigma' \quad (4.12)$$

Krybningen kan udtrykkes ved

$$\epsilon = \epsilon_A + Q_s \log \left(1 + \frac{t}{t_b} \right)$$

eller

$$d\epsilon = \frac{Q_s}{2,3 t_b} \exp \left(\frac{2,3 (\epsilon_A - \epsilon)}{Q_s} \right) dt \quad (4.13)$$

Ved at indsætte 4.12 og 4.13 i 4.11 fås

$$d\epsilon = \frac{Q}{2,3 \sigma'_b} \exp \left(\frac{-2,3 \epsilon}{Q} \right) d\sigma' + \frac{Q_s}{2,3 t_b} \exp \left(\frac{2,3 (\epsilon_A - \epsilon)}{Q_s} \right) dt \quad (4.14)$$

eller mere generelt:

$$d\epsilon = f(\sigma', \epsilon) d\sigma' + g(\sigma', \epsilon) dt \quad (4.15)$$

Den rheologiske model kan vanskeligt benyttes, såfremt jorden er forbelastet, fordi sammenhængen mellem spændinger og tøjninger ikke kan beskrives som en differentiabel funktion. Således er kon-

solideringsmodulet med god tilnærmelse konstant, såfremt $OCR < 10$ ($OCR = \sigma'_{pc}/\sigma'_a$, hvor σ'_a er aflastningsspændingen), men når σ' passer σ'_{pc} , falder K drastisk. Derfor anvendes den rheologiske model ikke for forbelastet jord.

For forbelastet jord antages krybning og konsolidering tværtimod at være to helt adskilte processer. Det giver naturligvis store lettelser i det videre arbejde.

$$(4.41) \text{ Konsolidering: } \frac{(1-\alpha)E_s}{2(1+\alpha)G_s} \frac{d\sigma}{dt} = k$$

Konsolidering og krybning hænger sammen, men i konsolidering er det kun den vertikale komponent af deformationen, der er af betydning. I krybning er det den totale deformation, der er af betydning. Derfor er konsolidering og krybning to forskellige processer, selv om de begge er afhængige af den vertikale komponent af deformationen.

Konsolidering og krybning har forskellige mekanismer. Konsolidering er en proces, hvor vandet i jorden bliver presset ud af de små porer, og den vandfyldte porer bliver fyldt med luft. Krybning er en proces, hvor de små porer i jorden bliver fyldt med vand, og den vandfyldte porer bliver fyldt med luft. Derfor er konsolidering og krybning to forskellige processer, selv om de begge er afhængige af den vertikale komponent af deformationen.

Kapitel 5

Eendimensionale tilstande

5.1 Indledning

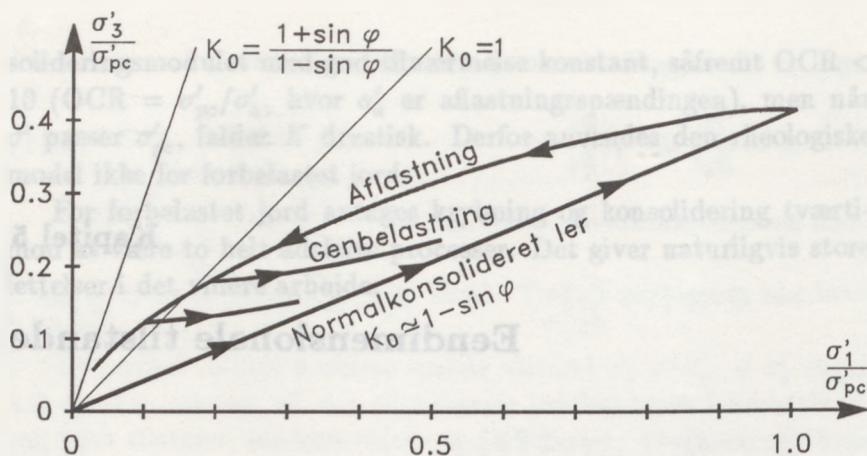
I områder med vandrette laggrænser er de vandrette spændinger σ_3 ens i alle retninger. Endvidere må alle flytninger være foregået lodret, dvs. $\epsilon_3 = 0$. Tøjningstilstanden er eendimensional. Ved afgravninger eller belastninger over områder, hvis udstrækning er stor i forhold til de sætningsgivende jordlags tykkelse, bevares den eendimensionale tilstand undtagen ved områdebegrænsningen.

Da $\epsilon_3 = 0$, optræder hviletryktilstanden. Brud kan ikke forekomme, fordi det forudsætter, at der kan forekomme vandrette flytninger, når jorden fortrænges til siderne.

Den eendimensionale tilstand kan særlig let studeres i ler, fordi det er muligt at optage "intakte" prøver og udføre præcise målinger i laboratoriet på ler. I det følgende vil der derfor blive set bort fra sandaflejringer. Sands deformationer vil kort blive omtalt i kapitel 9.

5.2 In situ spændinger - hviletryk

Spændingsvariationer under enaksede tøjningstilstande kan studeres i konsolideringsapparatet, der omtales i afsnit 5.4. I de mest



Figur 5.1: Hviletrykets afhængighed af belastningshistorien.

avancerede konsolideringsapparater kan både de lodrette spændinger σ_1 og de vandrette spændinger σ_3 måles, første gang rapporteret af Brooker og Ireland.

Spændingsvariationen under belastning, aflastning og genbelastning ses på figur 5.1.

En normalkonsolideret ler er en ler, der aldrig har båret større belastning end den gør nu. Spændingstilstanden er karakteriseret ved at σ'_3 er proportional med σ'_1 . Hviletrykskoefficienten K^o er konstant:

$$K_o = \frac{\sigma'_3}{\sigma'_1} = 1 - \sin\phi' \quad (5.1)$$

Det antages, at K_o afhænger af lerets effektive friktionsvinkel ϕ' , således at K_o er mindre, desto større ϕ' er. Det har ført til det udtryk, der er vist i formel (5.1), men der er nogen uenighed om, hvilken værdi af ϕ' , der skal anvendes. I de danske normer foreslås en triaxial friktionsvinkel, der jo til trods for navnet måles under enakset spændingstilstand.

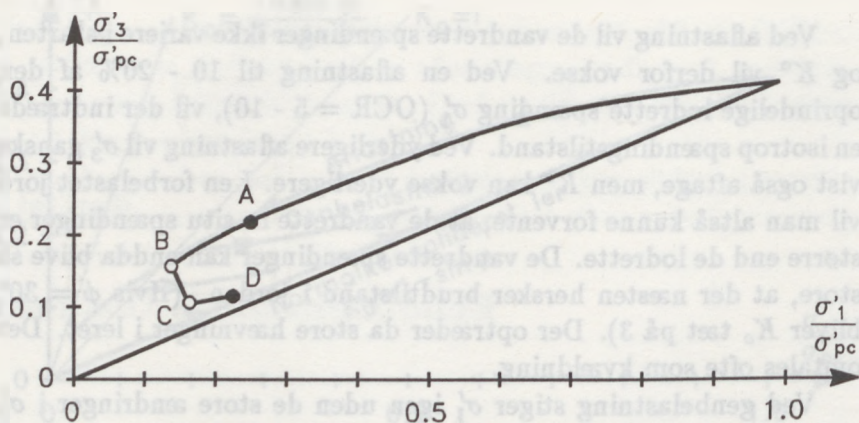
Ved aflastning vil de vandrette spændinger ikke variere i starten, og K^o vil derfor vokse. Ved en aflastning til 10 - 20% af den oprindelige lodrette spænding σ'_1 ($OCR = 5 - 10$), vil der indtræde en isotrop spændingstilstand. Ved yderligere aflastning vil σ'_3 ganske vist også aftage, men K^o kan vokse yderligere. I en forbelastet jord vil man altså kunne forvente, at de vandrette in situ spændinger er større end de lodrette. De vandrette spændinger kan endda blive så store, at der næsten hersker brudtilstand i jorden. (Hvis $\phi = 30^\circ$ bliver K_o tæt på 3). Der optræder da store hævnninger i leret. Det omtales ofte som kvældning.

Ved genbelastning stiger σ'_1 igen uden de store ændringer i σ'_3 i begyndelsen. Hviletrykskoefficienten aftager altså igen, og når til sidst samme værdi som for normalkonsolideret ler.

Hviletrykskoefficienten afhænger således af spændingshistorien.

5.3 Prøveoptagelse og tildannelse

I det følgende gennemgås spændingsudvikling under prøveoptagelse og tildannelse for en typisk forbelastet ler. I den naturlige tilstand, altså før prøven optages, svarer spændingstilstanden til punkt A på fig. 5.2. Under frigørelse af prøven falder σ_1 til 0, medens prøverøret vil opretholde en vis værdi af σ_3 . Prøven vil søge at udvide sig i prøverørets retning, men det hindres delvist af, at poretrykket bliver negativt, hvorved prøven tilføres ekstra effektive spændinger, der dog ikke kan blive større end lerets kapillaritet. I prøveoptageren har prøven en spændingstilstand, der svarer til punkt B. Når prøven tages ud af røret falder de totale spændinger til nul, prøven vil igen søge at udvide sig, men hindres af voksende poreundertryk. Tilstanden svarer nu til punkt C. Når prøven indsættes i apparatet og der tilsættes vand, vil poreundertrykkene og dermed de effektive spændinger falde til nul, medens prøven suger vand til sig. Det forhindres imidlertid ved at påføre prøven så stor belastning, at den netop begynder at trykke sig sammen. Hermed føres prøvens



Figur 5.2: Spændingshistorie under prøveoptagning. A) In situ spændinger. B) Efter prøveoptagning. C) Efter udtagning af prøverør. D) Efter vandtilsætning.

tilstand frem til punkt D.

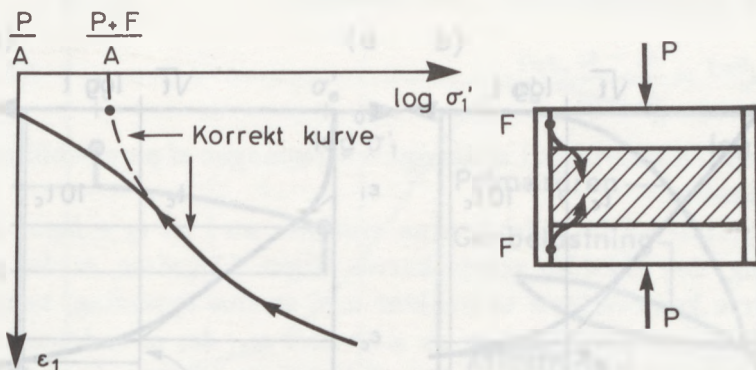
Hvordan denne sidste spændingstilstand er helt præcist, og om den ligner in situ tilstanden vides ikke. Men det vigtigste er da også, at poretallet er næsten uændret under proceduren. Den videre belastningsprocedure skal da sikre, at prøven føres over i in situ tilstanden.

Prøvetildannelsen skal i øvrigt udføres så omhyggeligt, at de yderste lag af prøven ikke omrøres.

5.4 Konsolideringsforsøget

Konsolideringsforsøget anvendes langt mere end nogen anden forsøgstype til måling af jords deformationsegenskaber. Det skyldes, at forsøget er billigt at udføre, samtidig med at det giver alle nødvendige oplysninger om jords opførsel under enakset spændingstilstand.

Forsøget indeholder nogle fejlkilder, hvoraf apparatfriktion er

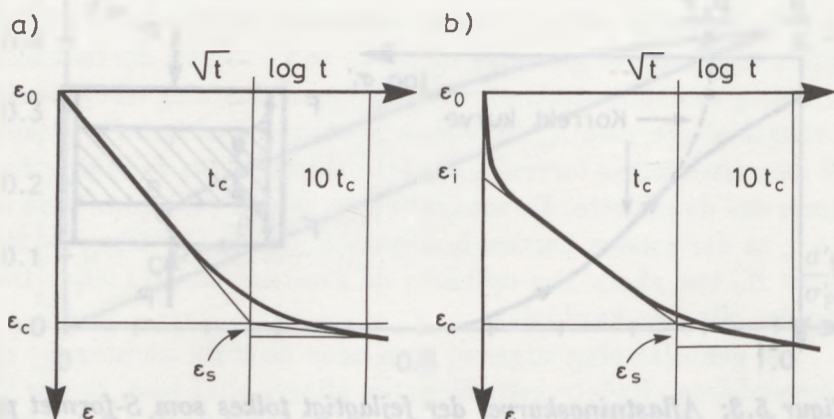


Figur 5.3: Aflastningskurve, der fejlagtigt tolkes som S-formet på grund af udviklet friktion F .

den vigtigste. Friktion udvikles langs med prøvens krumme overflade, når prøven bevæger sig i forhold til konsolideringsringen. Fejlkilden kan formindskes betydeligt ved at reducere prøvehøjden i forhold til prøvediametren. Friktion udvikles også mellem stempler og ring, når korn sætter sig i klemme i sprækken. Resultatet heraf ses hyppigt på aflastningsgrene, hvor spændingerne er små, og friktionen dermed relativt stor. Fig. 5.3 viser en sådan fejl. Derimod er virkningen formentlig lille ved store belastninger. Man søger at imødegå sidstnævnte fejl ved at anvende "svømmende ring", hvor forskydningen kan foregå mellem ring og begge trykhoveder. Ved gentagne forsøg må de målinger anvendes, som giver de største tøjninger. Udviklingen af apparatfriktion vil jo altid formindskes tøjningerne.

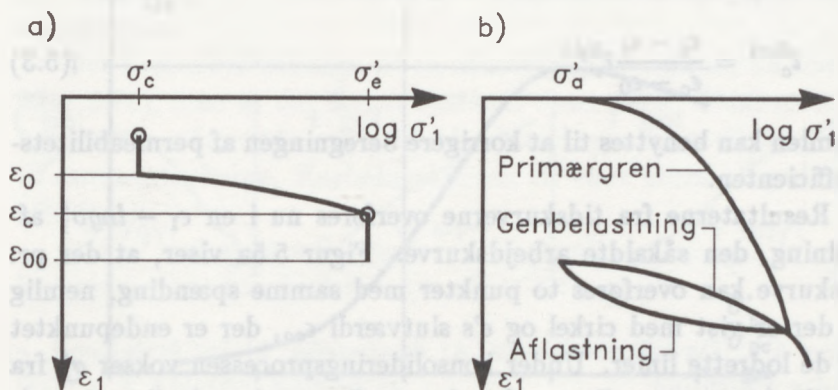
I det følgende refereres kun friktionsfrie forsøg.

Forsøget udføres normalt ved trinvis belastning, hvor der måles samhørende værdier af den lodrette belastning og den tilhørende, tidsafhængige tøjning. Der måles tidskurver (se figur 5.4), hvorpå der kan aflæses initialtøjningen ϵ_i , konsolideringstøjningen ϵ_c og



Figur 5.4: Tidskurver i enakset spændingstilstand. a) Vandmættet. b) Manglende vandmætning.

krybningens dekadehældning ϵ_s , samt konsolideringstiden t_c . Da krybningsprocessen antages at forløbe efter $\log t$, afbildes tidskurven ofte i en $\epsilon_1 - \log t$ afbildning. Tolkningen med vendetangent (se Lærebog i Geoteknik, kapitel 6) er imidlertid ret usikker, fordi der kun anvendes få punkter. Da begyndelsen af konsolideringsprocessen forløber efter \sqrt{t} , anvendes ofte en $\epsilon_1 - \sqrt{t}$ afbildning, hvor det imidlertid er vanskeligt at indse, hvornår konsolideringsprocessen er forbi. Brinch Hansen (1961) har derfor foreslået at anvende en kombineret afbildning (figur 5.4), hvor skalaerne er inddelt således, at de er ens i grænsen. Her skal t_c også ligge efter tolkningen, evt. ved at proportionere t -skalaen. Med den numeriske teknik i ryggen er det imidlertid let at gennemføre en analyse, hvor alle punkter anvendes, også de der ikke følger \sqrt{t} under konsolideringsfasen. Her kan med fordel anvendes det udtryk, som Brinch Hansen har opstillet, og



Figur 5.5: Optegning af arbejdskurve. a) Principielt udseende ved to tidskurver. b) Forsøgets arbejdskurve.

som højst er 2% forkert:

$$U^{-6} = 1 + \frac{1}{2} T^{-3} \quad (5.2)$$

hvor U er konsolideringsgraden, der er 0 for $\epsilon_1 = \epsilon_0$ og 1 for $\epsilon_1 = \epsilon_c$ og T er en dimensionsløs tid.

Initialtøjningen ϵ_i vil være nul for vandmættet jord under enakset spændingstilstand, dvs. hvis filterstenen dækker hele prøvens endeflade. Ved manglende vandmætning udvikles nogle af sætningerne straks, men konsolideringssætningerne bliver tilsvarende mindre. Målingen af ϵ_i har derfor ingen betydning for optegning af arbejdskurven i fejlfri apparater og kan kun benyttes som en kontrol på, at alt går godt. ϵ_i kan dog benyttes til at korrigere tidsforløbet. Hvis nemlig ϵ_i er det halve af ϵ_c , vil t_c være dobbelt så stor som for vandmættet jord (under forudsætning af elastisk porevand og

enakset spændingstilstand), eller generelt:

$$t_c^{S=1} = \frac{\epsilon_c - \epsilon_i}{\epsilon_c - \epsilon_0} t_c^{S \neq 1} \quad (5.3)$$

Formlen kan benyttes til at korrigere beregningen af permeabilitetskoefficienten.

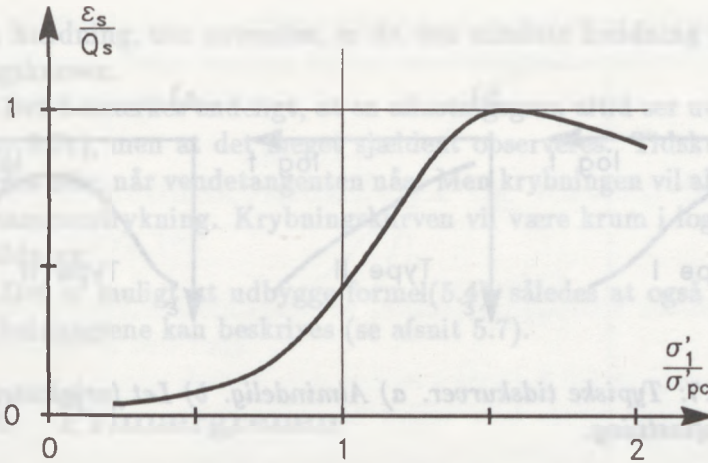
Resultaterne fra tidskurverne overføres nu i en $\epsilon_1 - \log \sigma'_1$ afbildning, den såkaldte arbejdskurve. Figur 5.5a viser, at der pr. tidskurve kan overføres to punkter med samme spænding, nemlig ϵ_c , der er vist med cirkel og ϵ 's slutværdi ϵ_{oo} , der er endepunktet for de lodrette linier. Under konsolideringsprocessen vokser σ'_1 fra σ'_f til σ'_e , mens ϵ_1 tiltager fra slutværdien ϵ_o for σ'_f til ϵ_c for σ'_e . Arbejdskurven bliver altså i princippet trappeformet, men det ses der ofte bort fra ved optegningen.

Figur 5.5b viser arbejdskurven for et forsøg. Den består af en primærgren, der er karakteriseret ved at σ'_1 i ethvert punkt er større end alle tidligere belastninger i laboratoriet samt et antal af- og genbelastningsgrene, der normalt er ført til forskellige aflastnings-spændinger σ'_a .

5.5 Eendimensional krybning

Det første vigtige bidrag til analyse af tidskurven var, da Terzaghi løste konsolideringsproblemet som en analogi af varmeledning. Efter denne teori skulle tøjningen vokse i takt med bortdræning af det poreovertryk, som belastningen havde fremkaldt og til sidst antage en konstant værdi, når poreovertrykket var faldet til nul.

Det næste vigtige bidrag var Taylors indførelse af sekundær konsolidering, der foregår under konstante spændingsforhold, efter at den primære konsolidering er overstået. Den sekundære konsolidering eller krybningen, som det bør kaldes, antages at være logarit-



Figur 5.6: Forbelastningens indflydelse på krybningshastigheden. Efter Ladd og Preston, 1965.

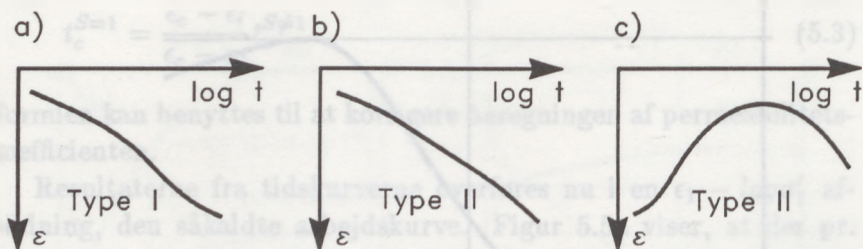
misk afhængig af tiden, altså som omtalt i afsnit 3.2:

$$\epsilon_{cr} = \epsilon_s \log \left(\frac{t}{t_b} \right) \quad (5.4)$$

Ganske vist viser det sig, at ikke alle krybningskurver er retlinet logaritmisk, men ved at se bort fra disse kurver kunne Akai i 1960 og Ladd og Preston i 1965 angive en variation af ϵ_s med spændingstilstanden. På figur 5.6 ses Ladd og Prestons resultat. Akai mener, at ϵ_s varierer lineært med σ'_1 , når $\sigma'_1 < \sigma'_{pc}$, en erfaring som også er gjort i Danmark.

Mesri (1987) argumenterer for, at der er proportionalitet mellem ϵ_s defineret som

$$\epsilon_s = \frac{\partial \epsilon_{cr}}{\partial \log t} \quad (5.5)$$



Figur 5.7: Typiske tidskurver. a) Almindelig. b) Let forbelastet. c) Under aflastning.

og Q defineret som

$$Q = \frac{\partial \epsilon}{\partial \log \sigma} \quad (5.6)$$

hvor Q netop er tøjningsindex for en normalkonsolideret ler, men som her også omfatter genbelastningsgrenen. ϵ_{cr} findes af det lineære segment af $\epsilon - \log t$ kurven umiddelbart efter, at konsolideringsfasen er overstået. Q måles som hældningen i logaritmisk afbildning af arbejdskurven tegnet gennem ϵ_c -punkterne.

For de fleste uorganiske, bløde lerarter fås:

$$\alpha = \frac{\epsilon_s}{Q} = 0.04 \pm 0.01 \quad (5.7)$$

For moræneler er fundet $\alpha = 0.05 - 0.06$.

Målingen af krybningens dekadehældning er ikke uproblematisk. Det er nemlig langt fra alle tidskurver, der varer så længe, at konsolideringsfasen er overstået. De tidskurver, der bedst opfylder ovennævnte antagelser, ser ud som type I-kurver i figur 5.7. Specielt for $\sigma'_1 \approx \sigma'_{pc}$ bliver tidskurven kurve-type II i figur 5.7 og

den hældning, der anvendes, er da den mindste hældning på krybningskurven.

Det bemærkes endeligt, at en aflastningsgren altid ser ud som på figur 5.7c), men at det meget sjældent observeres. Tidskurven afbrydes ofte, når vendetangenten nås. Men krybningen vil altid svare til sammentrykning. Krybningskurven vil være krum i logaritmisk afbildning.

Det er muligt at udbygge formel(5.4), således at også krumme krybningsgrene kan beskrives (se afsnit 5.7).

5.6 Primærgrenen

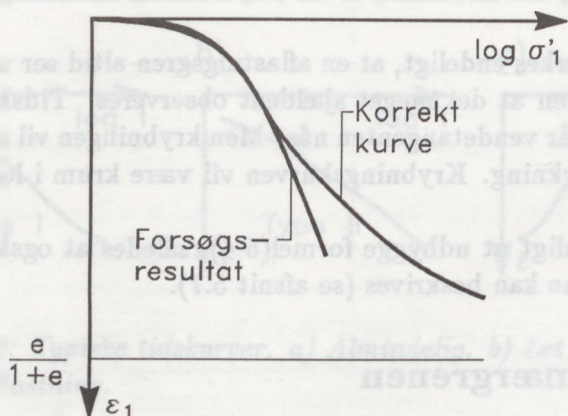
Primærgrenens første belastninger finder sted under vandtilsætning, og de første belastningstrins tidsforløb og tøjninger er tilfældige. Herefter nås en spændingstilstand, hvor K_0 med god tilnærmelse svarer til værdien for normalkonsolidering. Herved bliver tøjningerne på primærgrenen meget større end på genbelastningsgrene, hvor K_0 og dermed middelspændingen er væsentlig højere. Primærgrenen kan også bære præg af dårlig prøvetildannelse. Passer prøven ikke til ringen, vil den blive udplattet under første gangs belastningen med store ekstratøjninger til følge.

Primærgrenen kan beskrives ved

$$\epsilon = Q \log \left(1 + \frac{\sigma'_1}{\sigma'_\kappa} \right) \quad (5.8)$$

hvor Q er det såkaldte tøjningsindex og σ'_κ er en referencespænding. Er $\sigma'_1 \gg \sigma'_\kappa$ går formelen over i den sædvanlige formel for normalkonsolideret tilstand, hvor ϵ er retlinet afhængig af $\log \sigma'$.

Formel 5.8 har naturligvis begrænset gyldighed. Jordprøven kan naturligt ikke presses yderligere sammen, når prøvevolumenet er opbrugt. Det sker først ved store spændinger, hvor jorden ændrer



Figur 5.8: Primærgrenens begrænsning.

karakter til en fast bjergart. Der gælder således

$$\epsilon_{max} = \frac{e_o}{1 + e_o} \quad \text{for } \sigma'_1 \rightarrow \infty \quad (5.9)$$

For en fast moræneler kan e_o være så lille som 0.25 og ϵ_{max} altså 20%. Alligevel viser formel 5.8 stadig god overensstemmelse med forsøgsresultater selv for $\epsilon = 10\%$ (se også figur 5.8).

Imidlertid viser det sig, at en lerprøve kan blive omrørt ved store sammentrykninger, formentlig fordi de hygroskopiske bindinger ødelægges, når porevandet tvinges til at bortdræne. Det kan ses af

i) Q_s aftager ikke, når σ'_1 overskrider $1.5 - 2 \sigma'_{pc}$, som vist på figur 5.6, men fortsætter med at vokse. Q_s må naturligvis aftage, når lejringstætheden vokser.

ii) På genbelastningsgrene, der er aflastet til samme værdi σ'_a , vil den genbelastningsgren med den højeste forbelastning σ'_{pc} have den mindste konsolideringsmodul K , eller K viser sig uafhængig af σ'_{pc} . K må naturligvis tiltage med voksende lejringstæthed.

iii) Det kan være at formel (5.8) også indbefatter en sådan svækkelse, og at det er årsagen til, at den korrekte kurveform (figur 5.8) ikke optræder.

5.7 Normalkonsolideret og lettere forbelastet ler

I den normalkonsoliderede og lettere forbelastede tilstand spiller krybning en stor rolle.

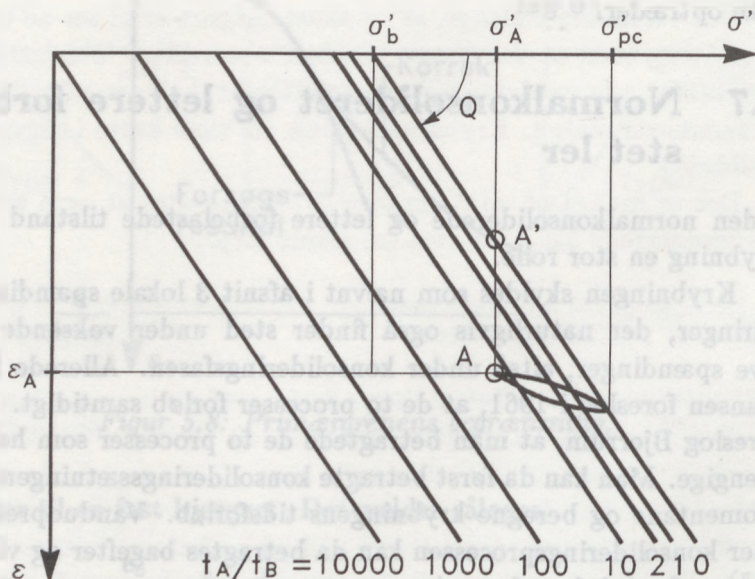
Krybningen skyldes som nævnt i afsnit 3 lokale spændingsomlejninger, der naturligvis også finder sted under voksende effektive spændinger, altså under konsolideringsfasen. Allerede Brinch Hansen foreslog i 1961, at de to processer forløb samtidigt. I 1967 foreslog Bjerrum, at man betragtede de to processer som helt uafhængige. Man kan da først betragte konsolideringssætningerne som momentane og beregne krybningens tidsforløb. Vandudpresnings- eller konsolideringsprocessen kan da betragtes bagefter og vil virke som en forsinkelse af sætningerne.

Bjerrum foreslog en simpel teori for sammenhængen mellem forbelastning, krybning og konsolidering. Denne teori vil blive gennemgået i det følgende, og forventes at kunne beskrive sammenhænge inden for et relativt lille OCR-interval ($OCR - \sigma'_{pc}/\sigma'$). En ler, der kan beskrives ved denne teori – evt. med nogen tilnærmelse – kaldes i det følgende for “lettere forbelastet”.

Primærgrenen fra et konsolideringsforsøg uden krybning kan beskrives ved

$$\epsilon = Q \log \left(1 + \frac{\sigma'}{\sigma'_b} \right) \quad (5.10)$$

hvor udtrykket under logaritmetegnet er dimensionsløst og $\epsilon = 0$ for $\sigma' = 0$. σ'_b er en karakteristisk størrelse, der for normalkonsolideret



Figur 5.9: Stamkurve og krybningsisokroner.

ler er meget lille, og formelen kan derfor i praksis altid forenkles til

$$\epsilon \simeq Q \log \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_b} \right) \quad (5.11)$$

Ved momentan konsolidering antages det, at den normalkonsoliderede tilstand kan gennemløbes til tiden $t = 0$ (se fig. 5.9). I praksis vil $t \gg 0$ på grund af konsolideringsprocessen, og den normalkonsoliderede tilstand vil aldrig optræde! Men den er en teoretisk grænsetilstand.

Fig. 5.9 viser også, at et punkt under kurven, fx punkt A kan nås enten ved krybning eller ved aflastning.

En ren krybningsproces, altså med konstant spænding σ'_A , kan beskrives ved

$$\epsilon_{cr} = \epsilon_s \log \left(1 + \frac{t_r}{t_b} \right) \quad (5.12)$$

hvor formelen har samme kvaliteter som formel (5.11).

t_b er en karakteristisk tid, der er meget lille. t_b bestemmer den nøjagtige position af stamkurven, der jo svarer til $t = 0$.

t_r er den reelle tid, der er forløbet.

ϵ_s er en konstant for den enkelte krybningskurve. For en lettere forbelastet ler antages ϵ_s at antage samme værdi Q_s for alle krybningskurver: $\epsilon_s = Q_s = \alpha Q$. α antages at være konstant for en given lerart.

Formel (5.11) kan under disse forudsætninger udbygges med krybningsbidrag:

$$\epsilon = Q \log \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_b} \right) + \alpha Q \log \left(1 + \frac{t_r}{t_b} \right) \quad (5.13)$$

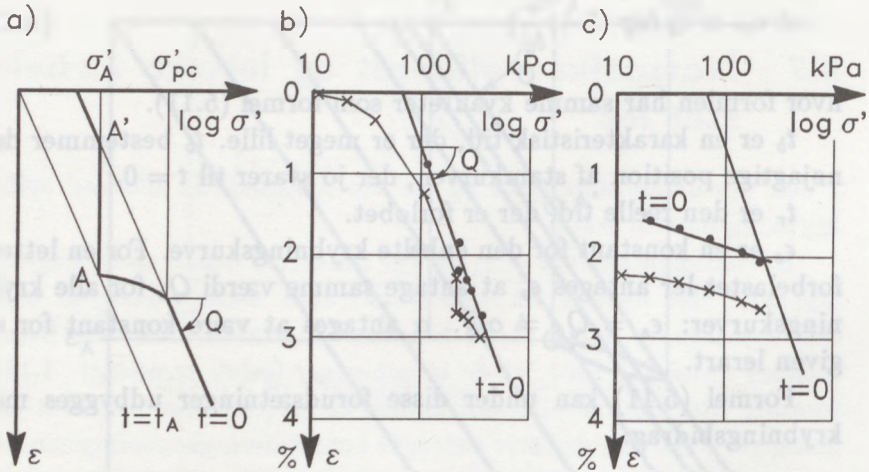
Det bemærkes, at såfremt ϵ_s varierer med σ' er dette ikke muligt.

Formlen betyder at tilstande, der svarer til samme værdi af t_r , beskrives ved kurver, der er parallelle med normalkonsolideringskurven. Sådanne kurver er altså krybningsisokroner.

Forestiller man sig nu, at en observation påbegyndes svarende til punkt A, og at dette punkt er nået ved krybning fra punkt A', vil den observerede tid t være

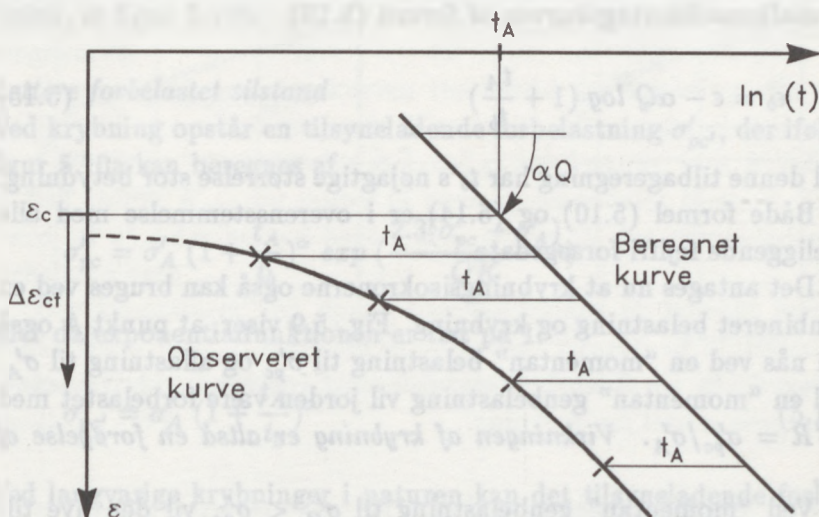
$$t = t_r - t_A$$

Den observerede tøjningstilvækst $\Delta\epsilon_{cr}$, der alene skyldes krybning vil være



Figur 5.10: a) Lettere forbelastet lers opførsel (efter Bjerrum 1967).
b) Lettere forbelastet ler. c) Forbelastet ler.

$$\begin{aligned}
 \Delta \epsilon_{cr} &= Q \log \left(1 + \frac{\sigma'_A}{\sigma'_b} \right) + \alpha Q \log \left(1 + \frac{t + t_A}{t_b} \right) \\
 &- \left(Q \log \left(1 + \frac{\sigma'_A}{\sigma'_b} \right) + \alpha Q \log \left(1 + \frac{t_A}{t_b} \right) \right) \\
 &= \alpha Q \log \left(\frac{t + t_A + t_b}{t_A + t_b} \right)
 \end{aligned}$$



Figur 5.11: Krybningskurven og tidsforsinkelsen t_A .

idet $t_b \ll t_A$ fås således

$$\Delta\epsilon_{cr} = \alpha Q \log \left(1 + \frac{t}{t_A} \right) \quad (5.14)$$

Såfremt der foreligger en tidskurve, hvor konsolideringsprocessen med sikkerhed er overstået, kan formel (5.14) benyttes til at fastlægge t_A og muligvis α .

Hvis krybningskurven er krum (dvs. hvis krybningen har varet længe nok), kan både α og t_A fastlægges. Hvis krybningskurven er for kort og ikke krummer, findes kun en sammenhæng mellem α og t_A , og α må da findes på andre tidskurver.

t_A bestemmes da som den skalafaktor på t , der får formel 5.14 til at passe bedst muligt. I praksis er det lettest at finde t_A som det tillæg til t , der fører $\epsilon - \log(t + t_A)$ over i en ret linie (fig. 5.11).

Kendes α og t_A kan man herefter finde det tilsvarende punkt på normalkonsolideringskurven af formel (5.13):

$$\epsilon_b = \epsilon - \alpha Q \log \left(1 + \frac{t_A}{t_b} \right) \quad (5.15)$$

Ved denne tilbageregning har t_b 's nøjagtige størrelse stor betydning.

Både formel (5.10) og (5.14) er i overensstemmelse med alle foreliggende fejlfri forsøgsdata.

Det antages nu at krybningsisokronerne også kan bruges ved en kombineret belastning og krybning. Fig. 5.9 viser, at punkt A også kan nås ved en "momentan" belastning til σ'_{pc} og aflastning til σ'_A . Ved en "momentan" genbelastning vil jorden være forbelastet med $OCR = \sigma'_{pc}/\sigma'_A$. *Virkningen af krybning er altså en forøgelse af σ'_{pc} .*

Ved "momentan" genbelastning til $\sigma'_B < \sigma'_{pc}$ vil den nye tilstand svare til en meget mindre værdi af t_A , nemlig svarende til t_A på krybningsisokronen gennem punkt B. Desuden vil konsolideringsmodulet K være næsten konstant for $\sigma'_B < \sigma'_{pc}$, hvorefter den pludselig falder drastisk. Dette svarer nøje til ideen om "yielding" fra "Critical State Soil Mechanics". Det er derfor væsentligt at finde den nøjagtige værdi af σ'_{pc} . Hvis σ'_{pc} overskrides, falder K til den værdi, der svarer til den normalkonsoliderede tilstand:

$$K_{nc} = \frac{2.3}{Q} \sigma', \quad \sigma' > \sigma'_{pc} \quad (5.16)$$

Den krybningsisokron, der svarer til $t_A = 0$, kaldes herefter stamkurven. Den beskriver den omtalte normalkonsoliderede tilstand, der er en teoretisk grænsetilstand. Krybningen, som finder sted under konsolideringen, vil altid få primærgrenen til at ligge under stamkurven.

Den normalkonsoliderede tilstand kan findes fra tidskurver med belastninger, der er større end alle tidligere belastninger ved at

benytte formel (5.15). Stamkurven fastlægges derved med stor præcision, se figur 5.10b.

Lettere forbelastet tilstand

Ved krybning opstår en tilsyneladende forbelastning $\sigma'_{pc'}$, der ifølge figur 5.10a kan beregnes af

$$\sigma'_{pc} = \sigma'_A \left(1 + \frac{t_A}{t_b}\right)^\alpha \exp\left(\frac{2.3(\sigma'_{pc} - \sigma'_A)}{QK}\right)$$

eller da exponentialfunktionen er tæt på 1:

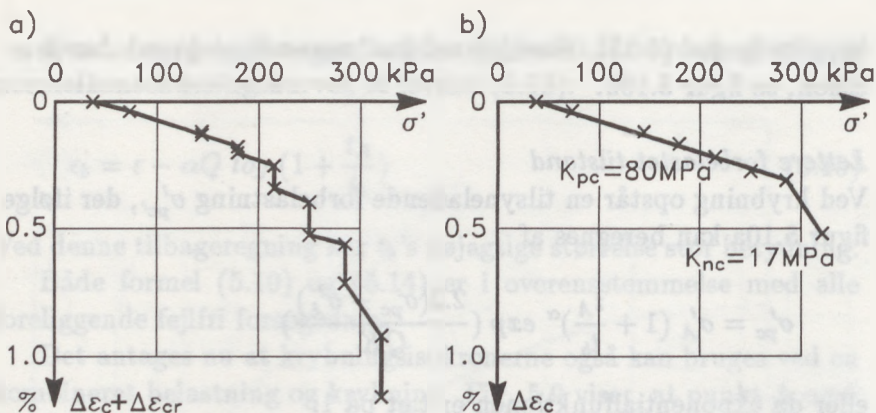
$$\sigma'_{pc'} = \sigma'_A \left(1 + \frac{t_A}{t_b}\right)^\alpha \quad (5.17)$$

Ved langvarige krybninger i naturen kan det tilsyneladende forbelastningstryk σ'_{pc} derved blive ca. dobbelt så stort som den reelle insitu-belastning σ'_0 , selv om leret ikke har været belastet udover σ'_0 . Der er således truffet lettere forbelastet moræneler, hvor $\sigma'_{pc}/\sigma'_0 = 1.5 - 1.7$.

Ved belastning fra σ'_0 giver den samlede virkning af konsolidering og krybning en genbelastningskurve med aftagende konsolideringsmodul. Krybningen kan imidlertid beregnes for sig og fratrækkes på hvert belastningstrin. Den konsolideringsmodul K_c , der herefter beregnes, er med god tilnærmelse konstant indtil σ'_{pc} overskrides, hvorefter K_c falder til en værdi, der svarer til den normalkonsoliderede tilstand.

I laboratoriet bestemmes den tilsyneladende forbelastning σ'_{pc} , der ifølge formel (4), kan være op til dobbelt så stor, som den reelle forbelastning σ'_{pc} : Det er i dette interval ($OCR < 2$), at krybningen kan fastlægges ud fra stamkurven.

Derfor karakteriseres den lettere forbelastede tilstand ved $OCR = 1 - 2$.



Figur 5.12: a) Genbelastningsgren med krybning. b) Genbelastningsgren renset for krybning.

5.8 Forbelastet ler

Den normalkonsoliderede og lettere forbelastede tilstand er karakteriseret ved, at K_o er konstant og lig med $1 - \sin\phi$. Det er årsagen til, at krybningen kan beregnes af formel 5.12 med konstant værdi af $\epsilon_s = Q_s$.

Krybningen er sammensat af volumenkrybning og forskydningskrybning, der vokser med mobiliseringsgraden ifølge (3.4) eller – hvad der er det samme – aftager med K_o .

En forbelastet tilstand fremkommer ved aflastning, hvorunder K_o vokser, og ϵ_s derfor bliver mindre end Q_s . Benyttes formel 5.12 alligevel, fås en ny $t = 0$ kurve, der med god tilnærmelse gælder for både aflastning og genbelastning, se figur 5.10c. Denne metode benyttes indtil videre. Det kan dog også overvejes, at benytte Mesri's forslag formel 5.5 - 5.7.

En tidskurve på en genbelastningsgren består af en konsolideringsproces og en krybningsproces, der i overensstemmelse med Bjerum antages uafhængige. En genbelastningsgren vil derfor fremstå som en trappekurve, se figur 5.12. Krybningen viser sig som lodrette

liniestykker. Det betyder meget lidt i starten, men får voksende indflydelse og det generelle indtryk er en jævnt krum genbelastningskurve.

Renses genbelastningskurven imidlertid for krybning, fås for $OCR \geq 10$ en ret linie svarende til en konstant konsolideringsmodul K_{pc} . For $\sigma' = \sigma'_{pc}$ optræder et tydeligt knæpunkt, idet K falder til den værdi, K_{nc} , der svarer til normalkonsolideret tilstand. Den værdi af σ'_{pc} , der herved bestemmes, svarer til den tilsyneladende forbelastning $\sigma'_{pc'}$.

Der konstateres ved denne fremgangsmåde et tydeligt knæpunkt ved $\sigma' = \sigma'_{pc'}$, svarende til at jorden "flyder", og fuldstændig i overensstemmelse med en engelsk tøjningsmodel, der gennemgås i afsnit 8.4 - 8.6.

5.9 Bestemmelse af forbelastningstryk

Indledning

Belastes en lerprøve op til eller ud over forbelastningstrykket σ'_{pc} , iagttages en kraftig forøgelse af krybningen ("sekundær konsolidering"), og der sker et drastisk fald i konsolideringsmodulet K . Den samlede virkning heraf omtales af Roscoe (1963) som "yielding". Det er naturligvis vigtigt at kunne bestemme σ'_{pc} , og derved blive i stand til at rekonstruere spændingshistorien i laboratorieforsøg og tage "yielding" i betragtning ved sætningsberegninger.

Primærgrenen

I et konsolideringsforsøg observeres først den såkaldte primærgren, der i logaritmisk afbildning er jævnt krum og for store spændinger har en asymptote, stamkurven, der beskriver en normalkonsolideret tilstand. Primærgrenens udseende antages ofte forårsaget af dårlig prøvetildannelse, men selv med de bedst tildannede prøver måles en krum primærgren. Krumningen skyldes da også, at spændingstilstanden ændres fra isotrop tilstand til hviletrykstilstand.

Det er primærgrenens krumning eller ændring af krybningen, der normalt danner grundlag for bestemmelse af σ'_{pc} .

En primærgren kan beskrives ved formlen:

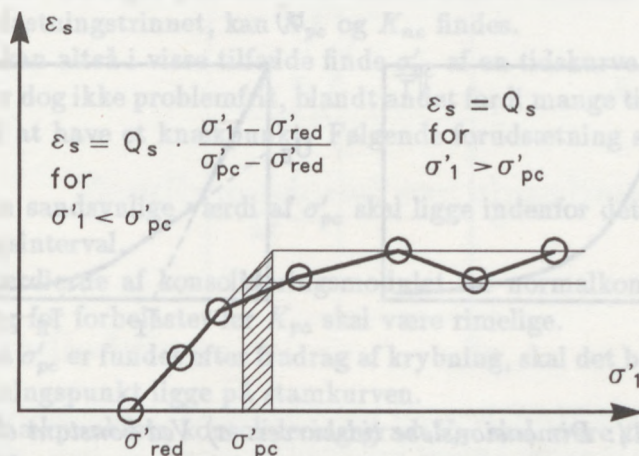
$$\epsilon = Q \log \left(1 + \frac{\sigma'}{\sigma'_\kappa} \right) + \epsilon_0 \quad (5.18)$$

hvor Q er tøjningsindex og σ'_κ er en referencespænding, der gør udtrykket under logaritmetegnet dimensionsløst. ϵ_0 er den tøjning, der svarer til poreundertrykket ved prøvetildannelsen. Reference-spændingen σ'_κ kan ses at være det tillæg til σ' , der gør primærgrenen logaritmisk. Det er allerede foreslået af Terzaghi, og det er i god overensstemmelse med næsten alle primærkurver.

Casagrandes metode er langt den mest anvendte til bestemmelse af σ'_{pc} og kan selvfølgelig også bruges på Terzaghis primærgren. Man skal da først opsøge punktet med mindst krumningsradius. Ud fra formel (5.18) kan beregnes, at krumningsradius er mindst for $\sigma' = \sigma'_\kappa$, svarende til $\epsilon = Q \log 2$. Tangenten til kurven i dette punkt har ifølge formel (5.18) hældningen $0.5 Q$. Vinkelhalveringslinien får altså hældningen $0.25 Q$. Idet asymptoten er $\epsilon = Q \log (\sigma'/\sigma'_\kappa) + \epsilon_0$, fås:

$$\sigma'_{pc} \approx 2.5 \sigma'_\kappa \quad (5.19)$$

Man kan altså finde σ'_{pc} efter Casagrandes metode ved at finde σ'_κ først. Der ses dog bort fra de første punkter, da σ'_κ ellers bestemmes for stor. Man behøver således ikke at gætte, hvor på kurven krumningen er størst, eller hvor asymptoten ligger. Den normale fremgangsmåde reducerer faktoren 2.5 i formel (5.19) væsentligt, fordi asymptoten lægges for tæt på primærgrenen, og punktet med størst krumning let lægges ved for lille tøjning.

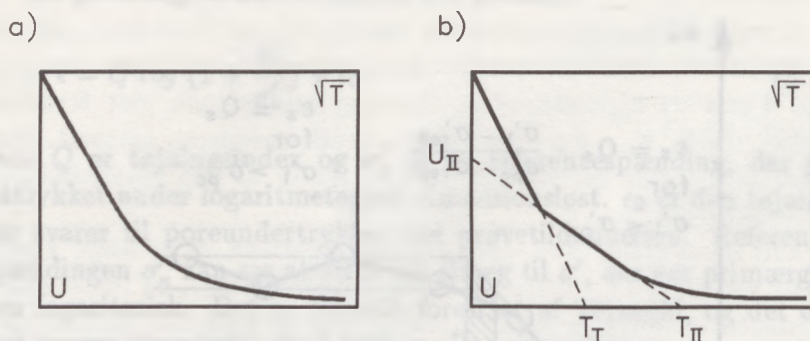
Krybning

Figur 5.13: Akais metode til bestemmelse af forbelastning.

Det er velkendt, at krybningens dekadehældning ϵ_s vokser drastisk, når $\sigma' \rightarrow \sigma'_{pc}$. Dette har været anvendt af Akai (1960). En tidsskurve deles da op i en konsolideringsfase og en krybningsfase. Krybningen antages at være logaritmisk afhængig af t med dekadehældningen ϵ_s . Der ses altså bort fra eventuelle krumme krybningskurver. Akai fandt, at ϵ_s vokser proportionalt med σ' , når $\sigma' < \sigma'_{pc}$ og med $\log \sigma'$, når $\sigma' > \sigma'_{pc}$. Herved kan σ'_{pc} bestemmes. Metoden er kun brugbar ved lange tidsskurver. Ellers bliver ϵ_s let overvurderet. ϵ_s er i øvrigt ofte konstant, når σ'_{pc} overskrides.

Tidsskurve

Konsolideringens tidsforløb kan angives ved følgende udtryk (Brinch



Figur 5.14: Dimensionsløse tidskurver. a) Ved konstant eller gradvis ændring af c_k . b) Ved springvis ændring af c_k .

Hansen 1961):

$$U^{-6} = 1 + \frac{1}{2} T^{-3} \quad (5.20)$$

hvor U er konsolideringsgrad og T er en tidsfaktor. $T/t = c_k/H^2$ hvor $c_k = kK/\gamma w$. Udtrykket er tilnærmet, men den maksimale fejl er højst et par procent.

Med numeriske beregninger (finite differencer) har Mogens Jørgensen (1991) studeret forløbet, såfremt c_k varierer. Såfremt c_k varierer springvis fra en konstant værdi til en anden konstant værdi, svarende til at σ' passerer σ'_{pc} under tidsforløbet, og yielding opstår i den afsluttende del af konsolideringsfasen, får tidskurven et knæk, som ikke optræder ved jævn variation af c_k . På tidskurven kan findes to konsolideringstider T_I og T_{II} og to begyndelseskonsolideringsgrader $U_I \approx 0$ og U_{II} . Af forholdet T_I/T_{II} og U_{II} kan

bestemmes σ'_{pc} , samt forholdet mellem de to c_k -værdier. Da gennemsnitskonsolideringsmodulet K kendes, kan også de to c_k -værdier bestemmes. Antages permeabilitetskoefficienten at være konstant under belastningstrinnet, kan K_{pc} og K_{nc} findes.

Man kan altså i visse tilfælde finde σ'_{pc} af en tidskurve.

Det er dog ikke problemfrit, blandt andet fordi mange tidskurver ser ud til at have et knæpunkt. Følgende forudsætning skal være opfyldt:

i) Den sandsynlige værdi af σ'_{pc} skal ligge indenfor det aktuelle spændingsinterval.

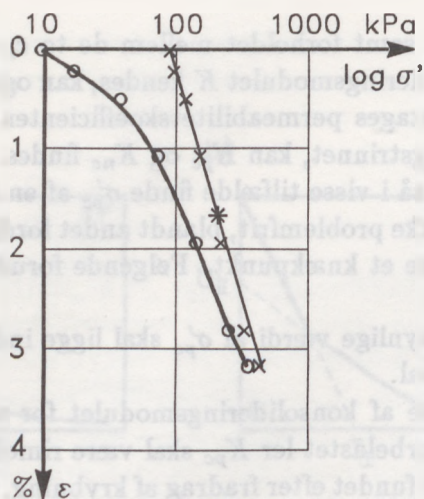
ii) Værdierne af konsolideringsmodulet for normalkonsolideret ler K_{nc} og for forbelastet ler K_{pc} skal være rimelige.

iii) Da σ'_{pc} er fundet efter fradrag af krybning, skal det beregnede forbelastningspunkt ligge på stamkurven.

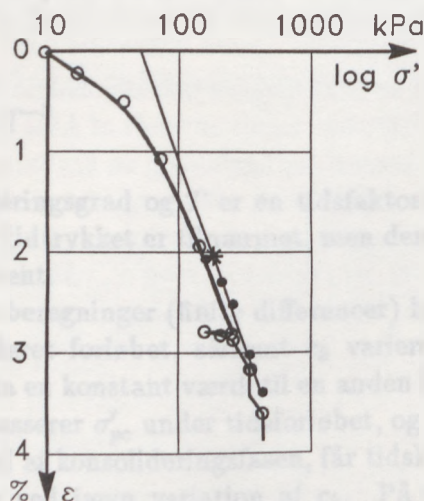
iv) Knæpunktets konsolideringsgrad U_K skal svare til $0.15 < U_K < 0.85$.

Specielt ii) medfører en stor sikkerhed for, at det opnåede resultat er rimeligt.





Figur 5.15: Forsøgsresultat hvor Casagrande-Terzaghi's metode er anvendt. $\sigma'_\kappa = 80$ kPa. $\sigma'_{pc} = 200$ kPa.



Figur 5.16: Samme forsøg, hvor stamkurven er fundet ud fra krybning og forbelastningsspændingen fra en tidskurve.

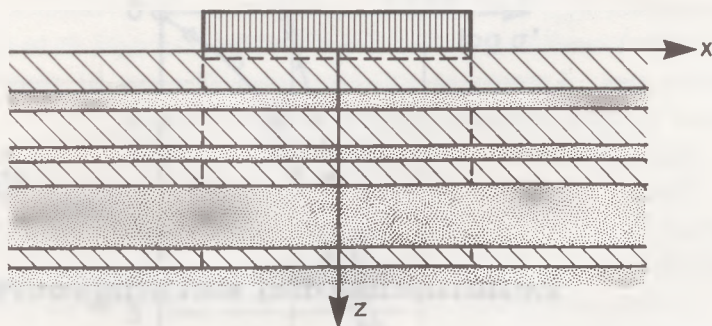
Eendimensional sætningsberegning

6.1 Indledning

Sætningsberegninger kan gennemføres alene på grundlag af elasticitetsteorien, men vil da indeholde meget grove idealiseringer af naturen. Tilnærmede metoder, der bygger på antagelser, der stemmer bedre med de faktiske forhold, kan derved give langt bedre resultater end elasticitetsteorien. En række eksempler kan belyse dette forhold.

Kinematisk metode. Strømnet

I stærkt lagdelt jord vil de mindst sætningsgivende lag begrænse de vandrette flytninger i de sætningsgivende lag. Det kan derfor være fordelagtigt at antage et lodret flytningsfelt (se fig. 6.1). Denne antagelse er først anvendt af Westergaard i 1938 til analytiske studier, og for nylig genanvendt af Bent Hansen (1975), der har udviklet den såkaldte strømnetsmetode. Metoden er kinematisk tilladelig, men det tilhørende spændingsfelt er ikke i ligevægt. De fysiske egenskaber skal bestemmes i et konsolideringsapparat, fordi sideudvidelsen også her er hindret. Ved denne metode forekommer ikke initialsætninger.



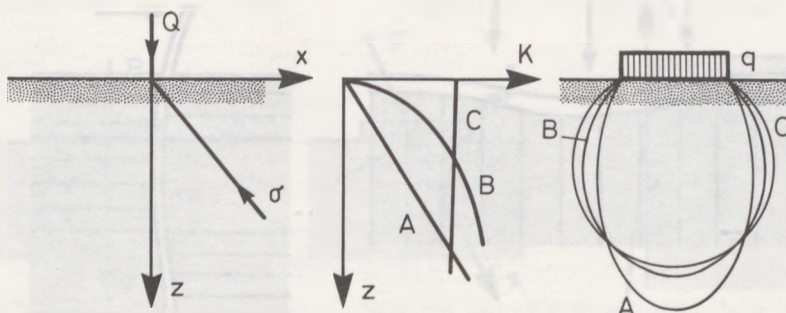
Figur 6.1: I stærkt lagdelt jord kan antages $\epsilon_x = 0$.

Konventionel, statisk metode

Den almindeligt anvendte tilnærmelse består i at antage spændingerne fordelt som i et elastisk halvrum. Herved opnås at spændingsfeltet er i ligevægt. I den såkaldte konventionelle metode anvendes de fysiske egenskaber, der måles i et konsolideringsapparat. Herved bliver flytningsfeltet kompatibelt, men det svarer ikke til spændingsfeltet. Spændingsforholdene i laboratorieapparatet svarer nemlig ikke til det antagne spændingsfelt. Der kan ikke beregnes initialsætninger ved denne metode. Ved beregning af initialsætninger anvendes i stedet udrænedes triaxialforsøg, endda med stort held. Skempton-Bjerrums metode, der kombinerer anvendelsen af udrænedes triaxialforsøg og konsolideringsforsøg, kommer derved ofte tæt på virkeligheden.

Statisk metode. Fröhlich

I naturlige jordlag tiltager konsolideringsmodulen K med dybden, og trykspredningen vil derfor blive mindre end forudsat i elasticitetsteorien. Under en linielast giver elasticitetsteorien retlinet spændingsudbredelse. Denne antagelse kan bibeholdes, men selve trykspredningen kan ændres (Fröhlich 1934). Spændingsfeltet antages



Figur 6.2: Fröhlich's antagelse. Linier med samme spændinger viser forskellig udbredelse ved normalkonsolideret ler (A), forbelastet ler (B) eller elastisk materiale (C).

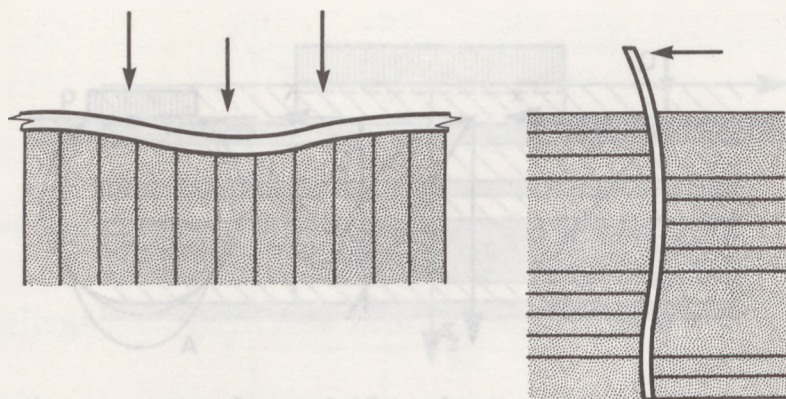
i ligevægt, men flytningsfeltet undersøges ikke. Der findes ikke et bestemt laboratorieforsøg, som må foretrækkes, og valget af dette vil være afgørende for metodens brugbarhed.

Statisk metode. Spændingsbånd

Ved beregning af samspillet mellem jord og konstruktion, fx ved kranbjælker på jord, bøjelige fundamenter eller sidepåvirkede pæle, kan yderligere simplifikationer være ønskelige. En almindelig anerkendt metode består i at antage et spændingsfelt helt uden trykudbredelse, hvorved det bliver muligt at betragte jorden som en række fjedre, der er uafhængige af hinanden. Fjedrene kan gives sådanne egenskaber, som skønnes nødvendige for at løse den givne opgave. Metoden kaldes ballasttalmetoden, såfremt jorden tillægges lineær-elastiske egenskaber. Mere realistiske egenskaber opnås gennem en såkaldt Winklermodel, der hyppigt benyttes ved store pæle.

Numeriske metoder

Såfremt der anvendes numeriske metoder, der er velegnet til EDB-



Figur 6.3: Ballastttal. Winklermodel.

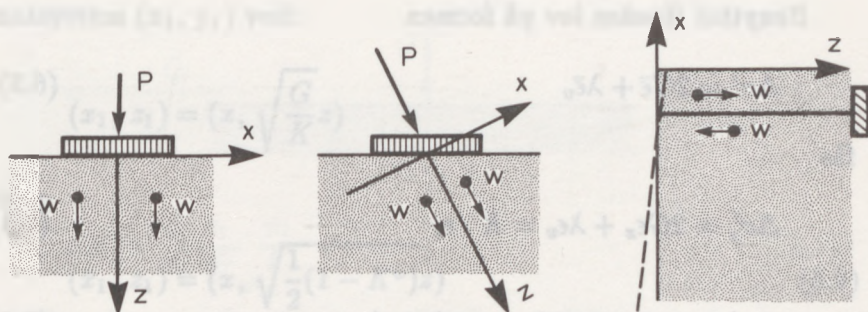
beregninger, kan tøjningsmodellerne inddrages og sætningsberegningen bliver langt mere realistisk. Det er imidlertid ikke en enkelt sag. Tøjningsmodellerne er stillet op i hovedspændinger og hovedtøjninger, og de elementer, der anvendes i programmet må derfor orienteres efter hovedspændingsretningerne. Tøjningsmodellerne viser også, at tøjningerne afhænger af tilvækster i middelspænding Δp og differensspænding Δq . Ved hvert trin i sætningsberegning skal da skiftes både egenskaber og elementgeometri.

6.2 Flytningsfelt

Den grundlæggende antagelse i de kendte kinematiske metoder er, at flytningsfeltet er éndimensionalt, dvs. at alle flytninger er parallelle. Flytningerne er indbyrdes afhængige, da flytningsfeltet skal være kompatibelt.

Der indlægges et koordinatsystem (x, z) med z -aksen pegende nedad, og det antages at flytningerne er nul i x -aksens retning, dvs.

$$(w_x, w_z) = (0, w) \quad (6.1)$$



Figur 6.4: Tilnærmede flytningsfelter.

idet flytningerne i det følgende kaldes w i stedet for w_z ; det kan jo ikke misforstås.

Da jordens rumfang ikke spiller nogen rolle i sætningsberegninger, kan man orientere koordinatsystemet og dermed flytningsfeltet, som man vil, og som det fremgår af fig. 6.4 åbner det helt nye muligheder for sætnings- og deformationsanalyser. Ved at lade flytningsfeltet pege i den ydre belastnings retning opnås at de samme formler kan benyttes, uanset problemet.

I et sådant éndimensionalt flytningsfelt fås da

$$\epsilon_z = -\frac{\partial w}{\partial z} \quad \varphi_{xz} = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{og} \quad \epsilon_v = \epsilon_z \quad (6.2)$$

Flytningsfeltet er naturligvis kompatibelt, idet

$$\frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varphi_{xz}}{\partial x \partial z} \quad (\text{se "Brud i jord", side 46})$$

Da flytningsfeltet i et konsolideringsforsøg også er eendimensionalt, benyttes dette til at fastlægge tøjningsparametrene, nemlig konsolideringsmodulen K og hviletrykskoefficienten K^0 .

Benyttes Hookes lov på formen

$$\Delta \bar{\sigma}' = 2G\bar{\epsilon} + \lambda\bar{\epsilon}_v \quad (6.3)$$

fås

$$\Delta \sigma'_z = 2G\epsilon_z + \lambda\epsilon_v = K \cdot \epsilon_z \quad (6.3)$$

$$\Delta \sigma'_x = \lambda\epsilon_v = K K^0 \epsilon_z = K^0 \Delta \sigma'_z \quad (6.4)$$

og

$$\Delta \tau_{xz} = G\varphi_{xz} \quad (6.5)$$

Det bemærkes, at $K = 2G + \lambda$ og $K \cdot K^0 = \lambda$, som fundet tidligere (A.7 og A.8).

Endvidere indses, at

$$G = \frac{1}{2}K(1 - K^0) \quad (6.6)$$

Kun den lodrette ligevægtsligning (2.1) opfyldes. Ved at indsætte (6.5) og (6.3) heri fås

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -G \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0 \quad (6.7)$$

eller

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z_1^2} = 0 \quad (6.8)$$

idet koordinatsystemet (x,y) er transformeret over i et nyt koordi-

natsystem (x_1, y_1) ved:

$$(x_1, z_1) = (x, \sqrt{\frac{G}{K}} z)$$

eller

$$(x_1, z_1) = (x, \sqrt{\frac{1}{2}(1 - K^0)} z) \quad (6.9)$$

I ethvert indre punkt i det transformerede koordinatsystem skal altså gælde

$$\nabla^2 w = 0 \quad (6.10)$$

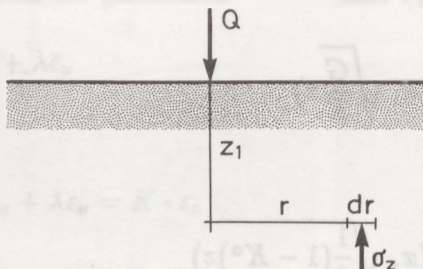
I det transformerede koordinatsystem anvendes en transformeret værdi af konsolideringsmodulen:

$$K_1 = K \cdot \sqrt{\frac{G}{K}} = K \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(1 - K^0)} \quad (6.11)$$

6.3 Westergaards løsning

I alle de tilfælde, hvor tynde sandlag hindrer en normal udvikling af de vandrette flytninger i jorden, må antagelsen om parallelt flytningsfelt være bedre end at antage spændingsudbredelse på elasticitetsteoretisk grundlag. Det er faktisk en simpel og elegant måde at tildele jorden anisotrope egenskaber på.

Westergaard benyttede i 1938 denne metode til sætningsberegning, hvor en punktlast Q står vinkelret på overfladen af et halvrum, der er opfyldt af tynde lag, der forhindrer sideudvidelse. Han betragtede det tredimensionale tilfælde, men også her kan formel (6.10) vises at gælde.



Figur 6.5: Westergaards løsning for punktlast.

Westergaard anvendte et udtryk af formen

$$w = \frac{C}{R}$$

hvor $R = (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)^{\frac{1}{2}}$. Udtrykkes ses efter nogen regning at opfylde (6.10). Desuden går w mod 0 for R gående mod uendelig, hvorved randbetingelserne er opfyldt.

Denne lodrette spændingstilvækst $\Delta\sigma'_z$ kan nu findes af (6.3)

$$\Delta\sigma'_z = K \cdot \epsilon_z = -K_1 \frac{\partial w}{\partial z_1} = K_1 \frac{C z_1}{R^3}$$

Konstanten C findes, idet den lodrette ligevægt opfyldes. Der betragtes belastningen på et vandret snit i dybden z_1 . Ved integration af $\Delta\sigma'_z$ sættes $r^2 = x_1^2 + y_1^2$ (sml. fig. 6.5):

$$\begin{aligned} Q &= 2\pi \int_0^\infty \Delta\sigma'_z r dr = 2\pi K_1 C z_1 \int_0^\infty \frac{r}{(r^2 + z_1^2)^{\frac{3}{2}}} dr \\ &= 2\pi K_1 C z_1 \left[\frac{-1}{(r^2 + z_1^2)^{\frac{1}{2}}} \right]_0^\infty = 2\pi K_1 C \end{aligned}$$

hvorved

$$w = \frac{Q}{2\pi K_1 R} \quad (6.12)$$

og

$$\Delta\sigma'_z = \frac{Q}{2\pi} \frac{z_1}{R^3} \quad (6.13)$$

Transformerer løsningen om til det oprindelige koordinatsystem (x,y) fås nu

$$w = \frac{Q}{2\pi K \sqrt{\frac{1}{2}(1 - K^0)(x^2 + y^2 + \frac{1}{2}(1 - K^0) \cdot z^2)^{\frac{1}{2}}}} \quad (6.14)$$

og

$$\Delta\sigma'_z = \frac{Qz\sqrt{\frac{1}{2}(1 - K^0)}}{2\pi(x^2 + y^2 + \frac{1}{2}(1 - K^0)z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (6.15)$$

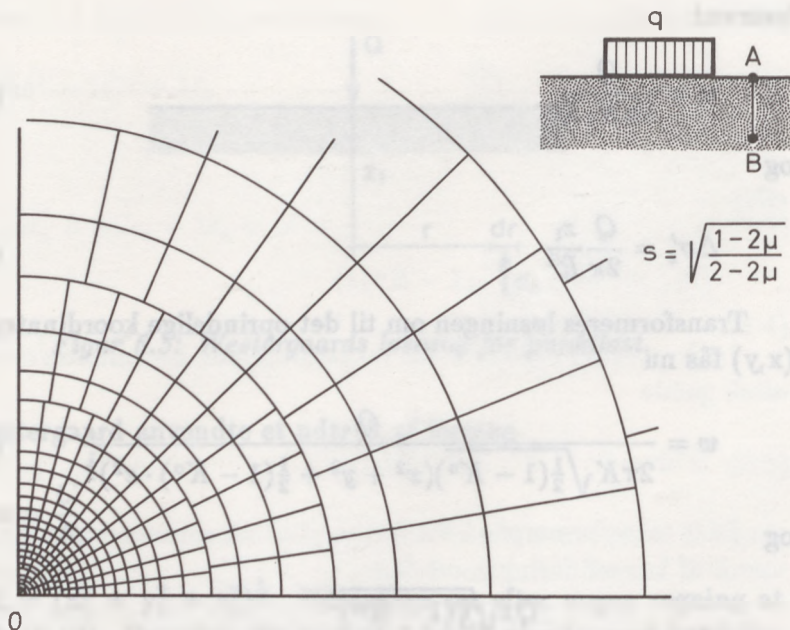
Westergaards løsning har givet anledning til konstruktion af et influenskort, der på lokaliteter med tynde, sætningsgivende lag kan erstatte Newmarks influenskort (se fig. 6.6).

6.4 Strømnetsmetoden

I 1975 lykkedes det Bent Hansen at udnytte den grundlæggende ligning (6.10) for et Westergaardsk materiale på en ny måde, hvorved dens anvendelighed blev meget større, idet selv indviklede grænsebetingelser nu kan tages i regning.

Ligning (6.10)

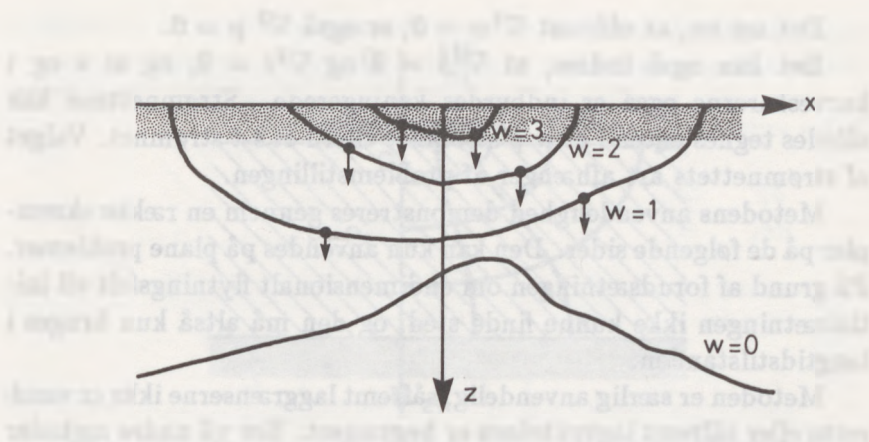
$$\nabla^2 w = 0$$



Figur 6.6: Influenskort for Westergaards materiale. Hvert kvadrat er $0.001 q$. Fundamentets dimensioner multipliceres med s før kortet anvendes.

er jo kendt som La Placeligningen, hvis grafiske løsning hidtil har fundet anvendelse ved plane strømninger. Flytningen w kan altså betragtes som potentiale i flytningsfeltet, og der kan tegnes linier gennem punkter med samme w . Fra matematikken vides, at såfremt w kendes på randen af det betragtede område, eller såfremt der er knyttet en betingelse til w på randen, fører La Placeligningen til et entydigt flytningsfelt.

De kurver, der i ethvert punkt står vinkelret på w -linien, kaldes for p -linier. p 's fysiske betydning kan ikke umiddelbart fastslås, men det bemærkes, at der for to, indbyrdes konjugerede kurveskarer



Figur 6.7: Flytningsfelt i Westergaardsk materiale.

gælder:

$$\frac{\partial w}{\partial z_1} = \frac{\partial p}{\partial x_1} \quad \text{og} \quad \frac{\partial w}{\partial x_1} = -\frac{\partial p}{\partial z_1} \quad (6.16)$$

Ved anvendelse af (6.3), (6.4) og (6.5) fås nu det fuldstændige formelsystem til strømnetsmetoden:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \sigma'_z}{K_1} &= -\frac{\partial w}{\partial z_1} = -\frac{\partial p}{\partial x_1} = s \\ \frac{\Delta \tau_{xz}}{G} &= -\frac{\partial w}{\partial x_1} = \frac{\partial p}{\partial z_1} = t \\ \text{idet} & \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$(x_1, z_1) = (x, z \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(1 - K^\circ)})$$

$$K_1 = K \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(1 - K^\circ)}$$

Det ses nu, at såfremt $\nabla^2 w = 0$, er også $\nabla^2 p = 0$.

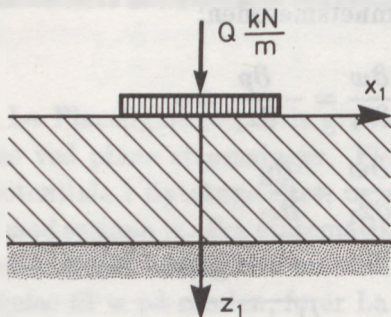
Det kan også indses, at $\nabla^2 s = 0$ og $\nabla^2 t = 0$, og at s og t kurveskarerne også er indbyrdes konjugerede. Strømnettene kan således tegnes enten i et w - p strømnet eller i et s - t strømnet. Valget af strømnettets art afhænger af problemstillingen.

Metodens anvendelighed demonstreres gennem en række eksempler på de følgende sider. Den kan kun anvendes på plane problemer. På grund af forudsætningen om éndimensionalt flytningsfelt vil initialsætningen ikke kunne finde sted, og den må altså kun bruges i langtidstilstanden.

Metoden er særlig anvendelig, såfremt laggrænserne ikke er vandrette eller såfremt lagtykkelsen er begrænset. Her vil andre metoder føre til komplicerede og muligvis unøjagtige beregninger.

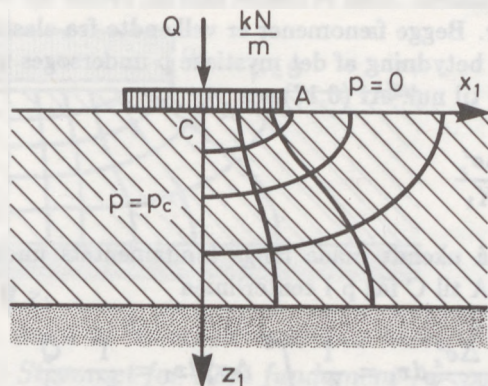
Ved vurdering af resultatet må man dog huske på, at metoden er tilnærmet.

EKSEMPEL 6.1: Stift fundament



Figur 6.8: Stift fundament på lag af endelig tykkelse.

Der betragtes et stift fundament på en vandret jordoverflade. Det sætningsgivende lag har begrænset tykkelse og er underlejret af et uefter-



Figur 6.9: Strømnet for stift fundament (w - og p -linier).

giveligt lag. Geometrien i det transformerede x_1, z_1 -koordinatsystem er vist på fig. 6.8.

Først skal grænsebetingelserne fastlægges. To grænser indses umiddelbart:

1. Overside af ueftergiveligt lag er en w -linie. Her er $w = 0$.
2. Underside af fundament er en w -linie. w er lig med sætningen δ af fundamentet, men den er ukendt.

Ved brug af formel (6.17) indses endvidere:

3. Symmetrilinien er en p -linie. I symmetrilinien er $\Delta\tau_{xy} = 0$, hvorefter fås $\frac{\partial p}{\partial z_1} = 0$.
4. Jordoverfladen er spændingsløs: $\Delta\tau_{xz} = \Delta\sigma'_z = 0$. Såfremt vi lægger vægt på at $\Delta\tau_{xz} = 0$ fås $\frac{\partial w}{\partial x_1} = 0$, svarende til at jordoverfladen forbliver plan og følger fundamentet ned. Det er ulogisk, men hænger sammen med, at den vandrette ligevægtsligning ikke er opfyldt. Antages i stedet $\Delta\sigma'_z = 0$, fås $\frac{\partial p}{\partial x_1} = 0$, og overfladen bliver en p -linie. Denne løsning vælges, fordi den ikke fører til modstrid.

Nu optegnes strømnettet som sædvanligt (fig. 6.9). Der er en singularitet ved punkt A. Heri er $dp = dw = \infty$. $dw = \infty$ svarer til, at der er

knæk i jordoverfladen. Som vi senere skal se, svarer $dp = \infty$ til uendelige kantspændinger. Begge fænomener er velkendte fra elasticitetsteorien.

Den fysiske betydning af det mystiske p undersøges nu. Ved jordoverfladen vælges p til nul. Af (6.17) ses

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\Delta \sigma'_z}{K_1}$$

$\Delta \sigma'_z$ varierer på ukendt måde langs fundamentets underkant, men ved integration fra A til C fås p i centerlinien

$$p_c = \int_A^C \frac{\Delta \sigma'_z}{K_1} dx_1 = \frac{1}{K_1} \int_A^C \Delta \sigma'_z dx_1 = \frac{1}{K_1} \cdot \frac{Q}{2}$$

idet integralet naturligvis er lig med den halve belastning.

Nu kan tilvæksten i p fra én p -linie til den næste bestemmes

$$\Delta p = \frac{Q}{2K_1} \cdot \frac{1}{n_p}$$

hvor n_p er antal p -spring. Idet det vides, at $\Delta p = \Delta w$ fås

$$\delta = \frac{n_w}{n_p} \cdot \frac{Q}{2K_1}$$

idet n_w er antal w -spring.

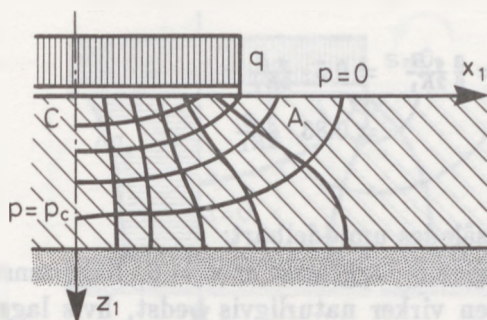
EKSEMPEL 6.2: Slapt fundament

Der betragtes et slapt fundament på en vandret jordoverflade. Det sætningsgivende lag har begrænset tykkelse og er underlejret af et ueftergiveligt lag. Geometrien i x_1, z_1 -koordinatsystemet fremgår af fig. 6.10.

Nogle af grænsebetingelserne er som før:

Laggrænsen er en w -linie. Symmetrilinien og jordoverfladen er p -linier.

Grænsebetingelsen under fundamentet er imidlertid ny. Det kan indses hverken at være en w -linie eller en p -linie. Er belastningen på fundamentet



Figur 6.10: Strømnets for slapt fundament (w - og p -linier)

ensformig fordelt, fås $\Delta\sigma'_z = q$, og da af (6.17):

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\partial w}{\partial z_1} = -\frac{q}{K_1}$$

Der skal altså være lige langt mellem p -liniernes skæringspunkter med fundamentalsfladen.

Strømnettet er tegnet op i fig. 6.10. Det kræver nogen erfaring at anvende den nye grænsebetingelse.

Igen anvendes integration langs fundamentets underside:

$$p = \int_A^C \frac{\Delta\sigma'_z}{K_1} dx_1 = \frac{qB}{2K_1}$$

og dermed

$$\Delta p = \Delta w = \frac{q \cdot B}{2K_1 n_p}$$

Herefter udregnes δ let i alle punkter, fx under fundamentskant og

fundamentsmidte

$$\delta_K = 3\Delta p = \frac{3}{6} \frac{q \cdot B}{2K_1} = 0.5 \cdot \frac{q \cdot B}{2K_1}$$

$$\delta_M = 5\Delta p = 0.83 \cdot \frac{q \cdot B}{2K_1}$$

Eksemplerne viser således umiddelbart:

Langs en ueftergivelig laggrænse er $w = 0$. Laggrænsen er altså en w -linie. Metoden virker naturligvis bedst, hvis laggrænsen er horisontal (eller mere præcist: vinkelret på flytningen). Jo mere skrå laggrænsen bliver, desto mere usandsynlig bliver antagelsen om lodret flytningsfelt.

Jordoverfladen er en p -linie. Det er en følge af, at kun den lodrette projektligning opfyldes.

Symmetrilinier er p -linier, fordi τ er nul her.

Undersiden af et stift fundament er en w -linie.

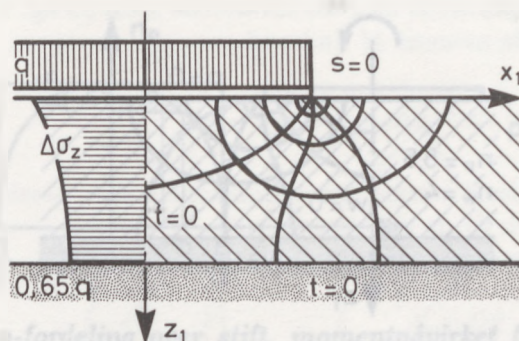
I eksemplerne er $\Delta p = \Delta w$ fastlagt ved integration langs fundamentsunderkant.

Man kan faktisk benytte formlerne (6.17) til at finde spændingerne i et vilkårligt sted i det sætningsgivende jordlag. Måles p 's variation i x_1 -aksens retning $\Delta p / \Delta x_1$, og i z_1 -aksens retning $\Delta p / \Delta z_1$, fås af (6.17):

$$\begin{aligned} \Delta \sigma'_z &= -K_1 \frac{\Delta p}{\Delta x_1} = -K_1 \frac{\Delta p}{\Delta x} \\ \Delta \tau_{xz} &= G \frac{\Delta p}{\Delta z_1} = K_1 \frac{\Delta p}{\Delta z} \end{aligned} \tag{6.18}$$

Her er anvendt symbolet " Δ " i stedet for " δ ", fordi det er endelige størrelser, der måles. Endvidere er udtrykkene også omregnet til det utransformerede tværsnit, hvor det bemærkes at konstanten K_1 indgår i udtrykkene for både $\Delta \sigma'_z$ og $\Delta \tau_{xz}$.

Såfremt der integreres langs en skrå linie, altså såfremt både x_1



Figur 6.11: Strømnet for slapt fundament (σ - og τ -linier).

og z_1 varierer, fås altså to bidrag til den lodrette kraft gennem linien, nemlig både en lodret normalkraft $\Delta\sigma_z$ og en forskydningskraft $\Delta\tau_{xz}$, der virker på et lodret snit.

Det kan i øvrigt ved en udvidelse af ovennævnte argument vises, at p-kurverne angiver de snitretninger gennem hvilke der ikke overføres nogen vandret kraft.

EKSEMPEL 6.3: Slapt fundament (s-t-linier)

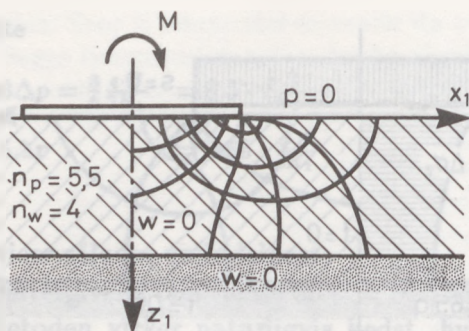
For at undgå de ret ubehagelige grænsebetingelser ved slapt fundament kan strømnettene også optegnes i s- og t-linier. Til gengæld bliver analysen noget vanskeligere.

Samme opgave som i eksempel 6.2.

Grænsebetingelserne bliver:

1. Jordoverfladen $\Delta\sigma'_z = 0 \Rightarrow s = 0$
2. Fundamentsunderkant $\Delta\sigma'_z = q \Rightarrow s = q/K_1$
3. Symmetrilinie $\tau_{xz} = 0 \Rightarrow t = 0$
4. Laggrænse $\frac{dw}{dx_1} = 0 \Rightarrow t = 0$

Herefter optegnes strømnettet, fig. 6.11. Alle grænser i s og t kendes, og



Figur 6.12: Strømnet for stift, momentpåvirket fundament (w - og p -linier).

variationen af $\Delta\sigma'_z$ i en lodret linie under fundamentet findes let. Herefter findes sætningen af

$$\delta = \int_H^0 -\frac{\Delta\sigma'_z}{K_1} dz_1$$

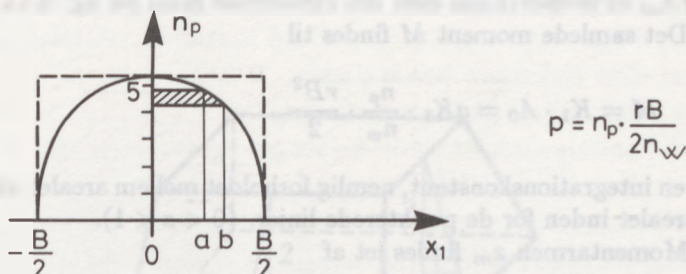
Kontroller selv ud fra fig. 6.11, at resultatet stemmer med eksempel 6.2.

EKSEMPEL 6.4: Stift fundament med ren rotation

Fundamentet fra eksempel 6.1 betragtes, men denne gang påvirkes det af et rent moment, der fremtvinger en drejning af fundamentet. Geometrien i det transformerede x_1, z_1 -koordinatsystem er vist på fig. 6.12.

Grænsebetingelserne er som sædvanlig ved jordoverflade (p -linie) og ved laggrænse (w -linie). Dog er to grænser usædvanlige:

1. Midterlinien er en "asymmetrilinie", hvori $\Delta\sigma_z = 0$. Den er en w -linie, og $w = 0$.
2. Fundamentsunderkant har w proportional med afstanden fra fundamentsmidte. Her er $w = rx_1$, hvor r er rotationsvinklen. Der skal altså være lige langt mellem w -liniernes skæringspunkter med fundamentsfladen.



Figur 6.13: p -fordeling over stift, momentpåvirket fundament fra fig. 6.12.

Strømnettet er optegnet på fig. 6.12. Det indses umiddelbart at

$$\Delta p = \Delta w = \frac{rB}{2n_w}$$

Problemet er nu at bestemme det moment M_0 , der netop får fundamentet til at dreje vinklen r .

Man kan først optegne variationen i p langs med fundamentets underside (fig. 6.13). Reaktionen Q_{ab} på det fundamentsstykke der ligger mellem a og b findes af:

$$Q_{ab} = \int_a^b \Delta \sigma'_z dx_1 = -K_1 \int_{p(a)}^{p(b)} dp = K_1(p(a) - p(b))$$

Såfremt $a = -b$ ses $Q_{ab} = 0$ svarende til asymmetrisk reaktionsfordeling. Den samlede reaktion på en fundamentshalvdel er

$$Q_0 = K_1 \cdot \frac{n_p}{n_w} \cdot \frac{rB}{2}$$

Momentet kan findes af

$$M_{ab} = \int_a^b \Delta \sigma'_z x_1 dx_1 = -K_1 \int_{p(a)}^{p(b)} x_1 dp = K_1 A_{ab}$$

hvor A_{ab} er proportional med det skraverede areal på fig. 6.13.

Det samlede moment M findes til

$$M = K_1 \cdot A_0 = aK_1 \cdot \frac{n_p}{n_w} \cdot \frac{rB^2}{2}$$

a er en integrationskonstant, nemlig forholdet mellem arealet under kurven og arealet inden for de punkterede linier. ($0 < a < 1$).

Momentarmen x_m findes let af

$$M_0 = 2Q_0 x_m$$

$$x_m = a \frac{B}{2}$$

6.5 Statiske metoder

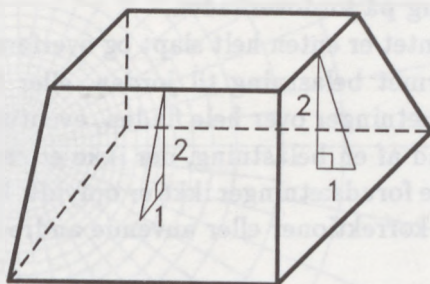
Statiske metoder baserer sig naturligvis på ligevægtsbetragtninger. De er de ældst kendte metoder til sætningsberegning, og tager derfor ikke hensyn til at flytningsfeltet skal være eentydigt (kompatibelt). Nogle af metoderne baserer sig oven i købet på ligevægt i kun een retning, oftest lodret og er altså yderligere tilnærmede. Ofte ønsker man nemlig kun at få størrelsesorden af sætningen, fordi den forventes at være betydningsløs, og da kan selv grove metoder være gode nok.

I det følgende gennemgås først beregningen af spændingsudbredelsen og til sidst sætningsberegningen.

Trykspredning 2 på 1

Den simplest mulige beregning bygger på en antagelse om, at det lodrette tryk fra et fundament kun bæres af den del af jorden, der ligger inden for en plan/linie gennem fundamentskanterne, der hælder 2 på 1 med lodret. Den gennemsnitlige spændingstilvækst findes ved en lodret projektion.

Metoden kan benyttes ved en vilkårlig fundamentsform, men



Figur 6.14: Trykspredning 2 på 1.

tager ikke hensyn til fundamentets stivhed eller mangel på samme.

Metoden fører til rimelige spændingstilvækster i centerlinien under fundamentet, og sætningen må derfor findes ved integration langs denne.

Metoden er særdeles anvendelig til overslagsmæssige beregninger og anvendes derfor meget.

Elasticitetsteori

Såfremt et uendeligt halvrum består af idealelastisk materiale kan virkningen af en punkt- eller linielast beregnes teoretisk, og baseret på disse grundtilfælde kan en række simple belastningstyper også beregnes. Det er gennemgået i Appendix A, afsnit 7-11.

Det spændingsfelt, der herved opnås, er i ligevægt. En eventuel superposition af løsninger vil også være i ligevægt.

De nævnte spændingsfelter forudsætter:

i) Homogene tilstande til stor dybde. Altså ingen laggrænser og konstant stivhed med dybden.

ii) Isotrope egenskaber. Altså samme egenskaber i alle retninger.
iii) Plane eller axialsymmetriske tilstande. Altså stribebelastninger eller cirkulære belastninger.

iv) Belastning på jordoverfladen.

v) Fundamentet er enten helt slapt og overfører en jævnt fordelt eller trekantsformet belastning til jorden, eller det er stift og får derved samme sætninger over hele fladen, eventuelt overlejret af en vipning på grund af en belastning, der ikke er central.

Såfremt disse forudsætninger ikke er opfyldt, kan man i en række tilfælde indføre korrektioner eller anvende andre fremgangsmåder.

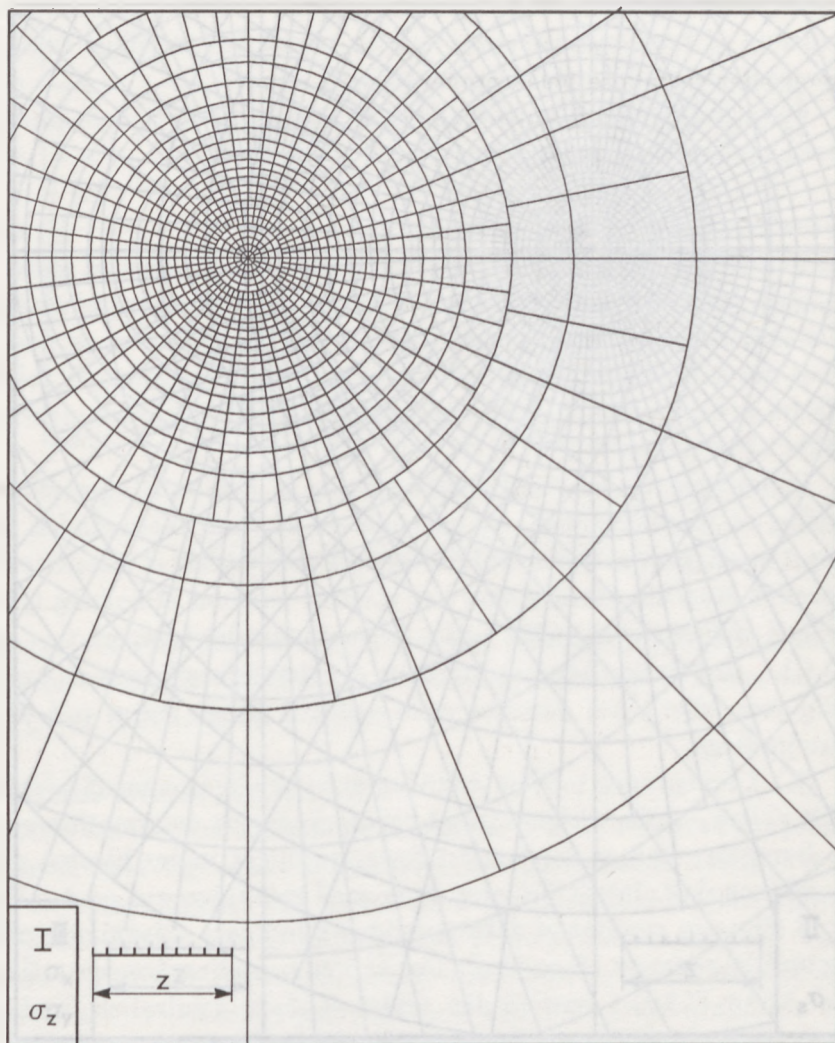
Newmarks influenskort

På grundlag af de formler, der kan opstilles for spændingsudbredelsen under en punktlast på overfladen af et elastisk halvrum, har Newmark udviklet influenskort (se figur 6.15 - 6.17).

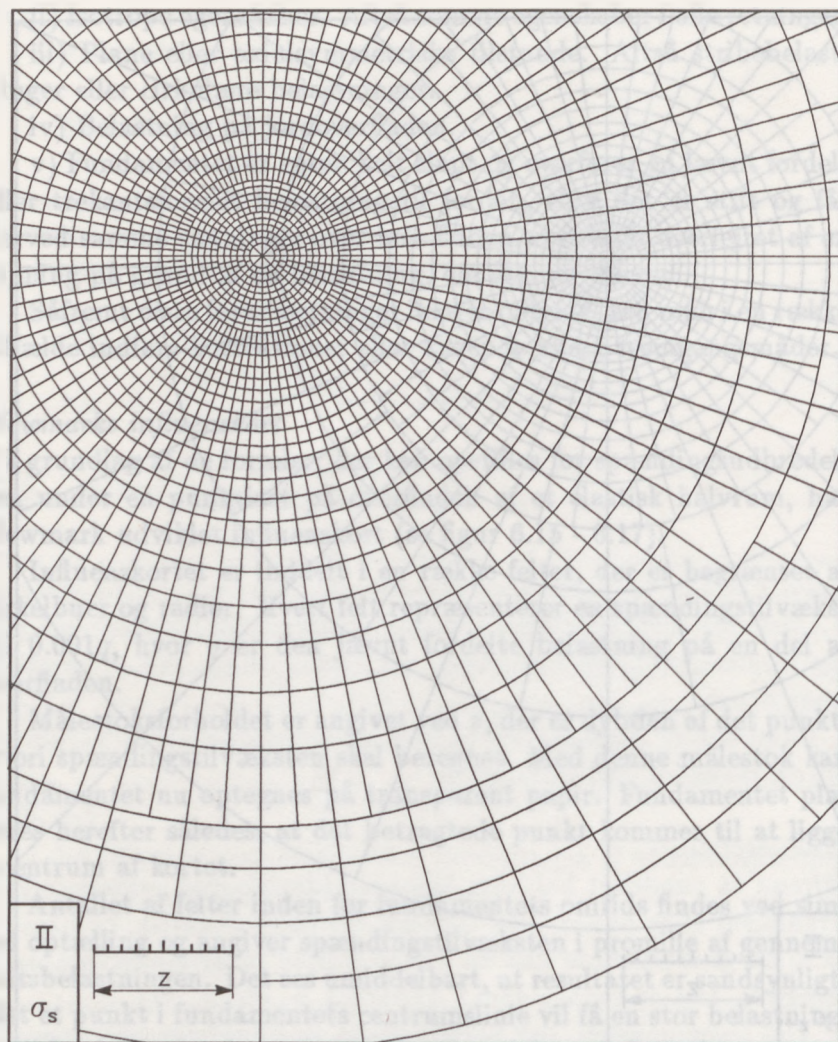
Influenskortet er inddelt i en række felter, der er begrænset af cirkelbuer og radier. Hvert felt repræsenterer en spændingstilvækst på $0.001q$, hvor q er den jævnt fordelte belastning på en del af overfladen.

Målestoksforholdet er angivet ved z , der er dybden af det punkt, hvori spændingstilvæksten skal beregnes. Med denne målestok kan fundamentet nu optegnes på transparent papir. Fundamentet placeres herefter således, at det betragtede punkt kommer til at ligge i centrum af kortet.

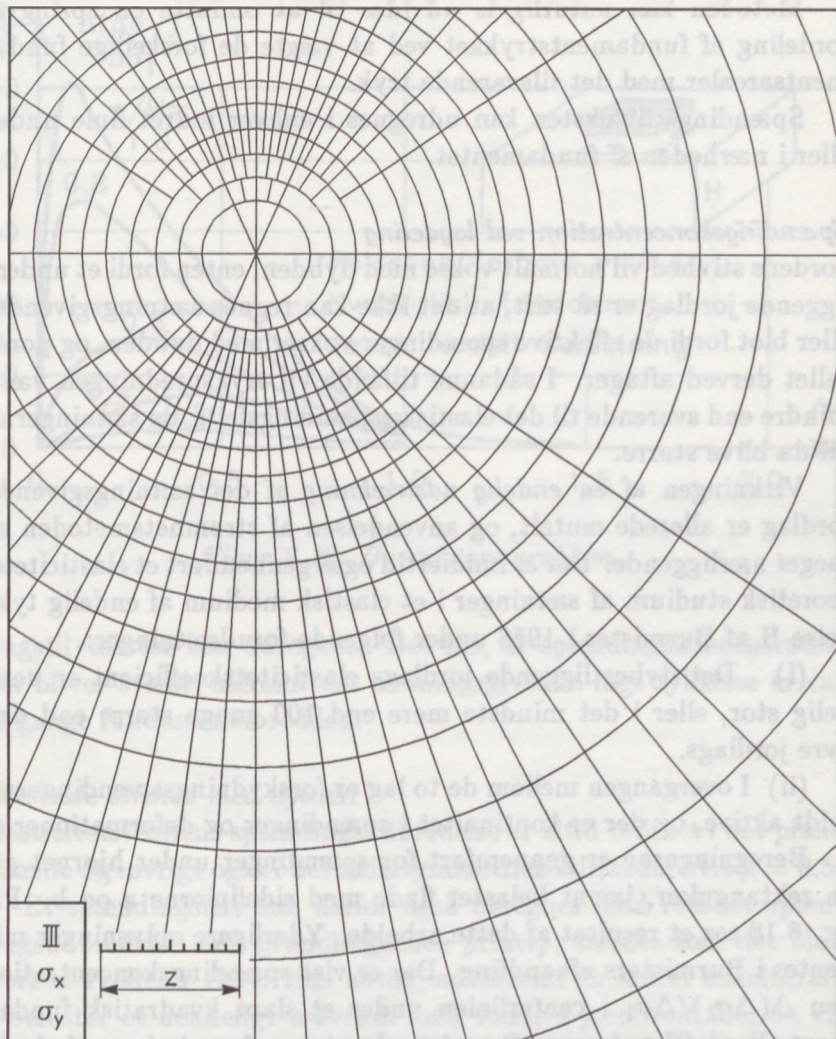
Antallet af felter inden for fundamentets omrids findes ved simpel optælling og angiver spændingstilvæksten i promille af gennemsnitsbelastningen. Det ses umiddelbart, at resultatet er sandsynligt, idet et punkt i fundamentets centrumslinie vil få en stor belastning, fordi fundamentet da er placeret symmetrisk om influenskortets centrum, hvor felterne er små. Tilsvarende vil et punkt, der ligger langt fra fundamentet, få en lille tilvækst, fordi fundamentet da ligger langt fra influenskortets centrum og felterne her er store.



Figur 6.15: Lodret spænding σ_z .



Figur 6.16: Spændingssum $\sigma_s = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$.



Figur 6.17: Vandret spænding σ_x eller σ_y .

Metoden kan naturligvis udvides til at omfatte en springvis fordeling af fundamentstrykket ved at vægte de forskellige fundamentsarealer med det tilsvarende tryk.

Spændingstilvæksten kan udregnes i enhver lodret linie under eller i nærheden af fundamentet.

Spændingskoncentration ved lagdeling

Jordens stivhed vil normalt vokse med dybden, enten fordi et underliggende jordlag er så stift, at det ikke kan regnes sætningsgivende, eller blot fordi de effektive spændinger vokser med dybden, og pore-tallet derved aftager. I sådanne tilfælde vil trykspredningen være mindre end svarende til det elastiske spændingsfelt, og sætningerne vil da blive større.

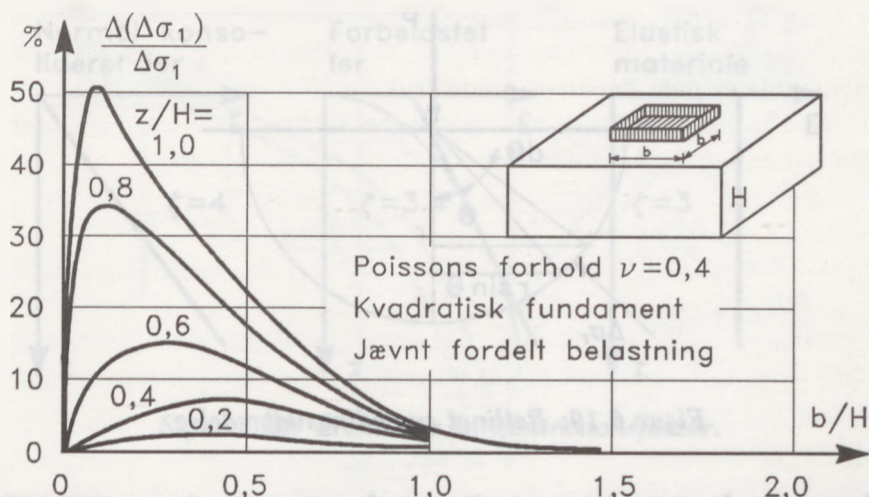
Virksomheden af en *endelig udstrækning* af det sætningsgivende jordlag er allerede omtalt, og anvendelsen af strømnetsmetoden er meget nærliggende. Der er imidlertid også gennemført et elasticitets-teoretisk studium af sætninger i et elastisk medium af endelig tykkelse H af Burmister i 1956 under følgende forudsætninger:

(i) Det dybestliggende jordlags elasticitetskoefficient er uendelig stor, eller i det mindste mere end 100 gange større end det øvre jordlags.

(ii) I overgangen mellem de to lag er forskydningspændingerne fuldt aktive, og der er kontinuitet i spændinger og deformationer.

Beregningerne er gennemført for spændinger under hjørnet på en rektangulær, jævnt belastet flade med sidelinierne a og b . På fig. 6.18 ses et resultat af dette arbejde. Yderligere oplysninger må hentes i Burmisters afhandling. Der er vist spændingskoncentrationen $\Delta(\Delta\sigma_1)/\Delta\sigma_1$ i centerlinien under et slapt kvadratisk fundament. For $b/H > 1$ anser Burmister løsningen for mindre god, fordi der da optræder trækspændinger i jorden.

Ved anvendelse af kurverne beregnes først spændingerne i jorden for et uendeligt, elastisk halvrum. Derefter findes af fig. 6.18 den procentvise spændingstilvækst, hvoraf de endelige lodrette spæn-



Figur 6.18: Burmisters problem.

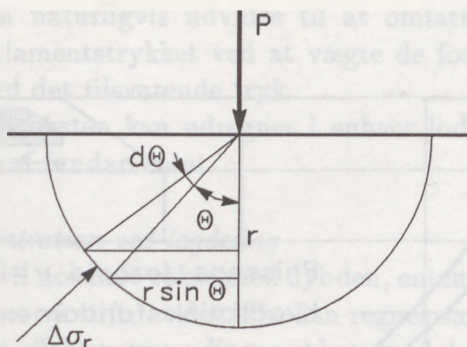
dingstilvækster kan udregnes. Det ses, at spændingskoncentrationen bliver størst, såfremt det sætningsgivende lags tykkelse er ca. 10 gange fundamentsbredden.

Voksende stivhed med dybden

Elasticitetsteoriens spændingsudbredelse er altid retlinet i det plane tilfælde og iøvrigt også i det axialsymmetriske tilfælde, hvis $\mu = 0.5$.

Et spændingsfelt kan derfor også beregnes med retlinet spændingsudbredelse som grundlæggende princip, således som det blev gjort af Frölich i 1934. Han antog, at såfremt en lodret enkeltkraft P belaster et uendeligt halvrum med vandret jordoverflade, da vil største hovedspænding altid pege mod kraftens angrebspunkt og mindste hovedspænding være 0 (se fig. 6.19). Spændingsudbredelsen er retlinet.

Der betragtes ligevægten af en halvkugle med radius r , og det



Figur 6.19: Retlinet spændingsudbredelse.

bemærkes først, at $\Delta\sigma_r$, naturligvis må være omvendt proportional med r^2 , og at den kan være en funktion af vinklen θ . Fröhlich gjorde følgende antagelse

$$\Delta\sigma_r = f \cdot P \cdot \cos^{\zeta-2}\theta \cdot \frac{1}{r^2}$$

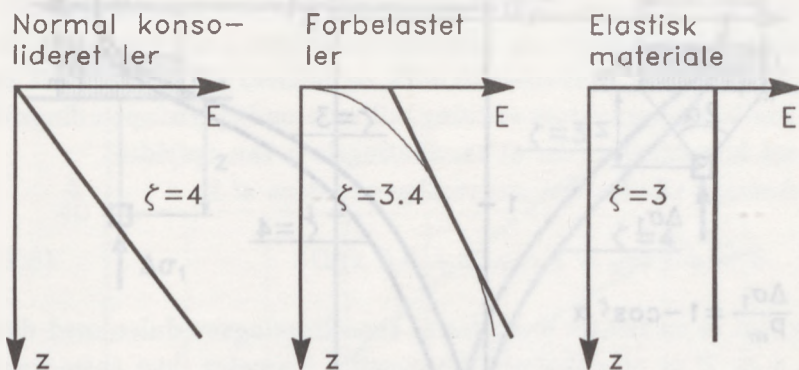
hvor ζ er en koncentrationsfaktor. Hvis $\zeta = 2$ er σ_r jævnt fordelt over halvkuglen, men ellers er $\Delta\sigma_r = 0$ ved jordoverfladen. f er en konstant, der kan bestemmes ved lodret integration:

$$P = \int_F \Delta\sigma_r \cos\theta \, dF$$

eller idet

$$dF = 2\pi r \sin\theta \cdot r \, d\theta$$

$$P = \int_0^{\pi/2} \Delta\sigma_r \cos\theta 2\pi r \sin\theta r \, d\theta = -2\pi f P \int_0^{\pi/2} \cos^{\zeta-1}\theta \, d\cos\theta$$



Figur 6.20: Fröhlich's koncentrationsfaktor.

hvoraf fås

$$P = \frac{2\pi fP}{\zeta} \quad \text{eller} \quad f = \frac{\zeta}{2\pi}$$

og altså

$$\Delta\sigma_r = \frac{\zeta}{2\pi} \frac{P}{r^2} \cos\zeta^{-2}\theta \quad (6.19)$$

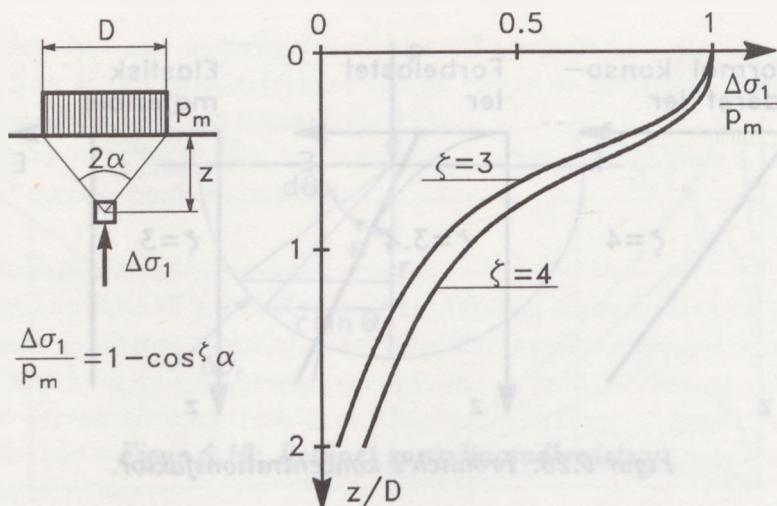
Eller idet $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_r \cos^2\theta$ (se fig. A.5)

$$\Delta\sigma_z = \frac{\zeta}{2\pi} \frac{P}{r^2} \cos\zeta\theta$$

Udtrykket kan studeres nøjere ved at antage (Moust Jacobsen, 1968), at elasticitetsmodulen E varierer eksponentielt med dybden, og giver eksponenten den værdi, der svarer til minimum af arbejde:

$$E = k \cdot z^{\zeta-3} = k \cdot r^{\zeta-3} \cos\zeta^{-3}\theta \quad (6.20)$$

der for $\zeta = 3$ svarer til konstant E , og for $\zeta = 4$ svarer til, at E er



Figur 6.21: Lodret spændingstilvækst i centerlinie under cirkulær, slap plade. Retlinet spændingsudbredelse.

proportional med dybden.

$\zeta = 4$ svarer således til en normalkonsolideret ler.

En forbelastet ler har en anden variation end forudsat i (6.20), nemlig

$$E = a_E + b_E \cdot z \quad (6.21)$$

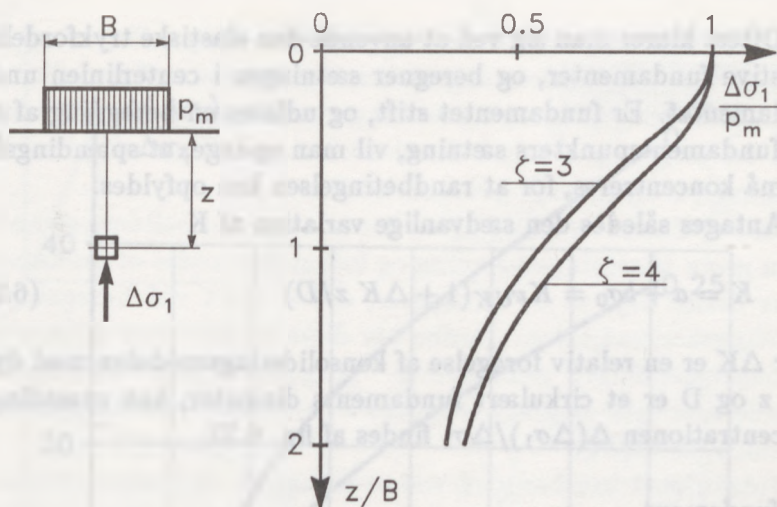
Forlanges det, at de to udtryk (6.20) og (6.21) skal give samme E og samme tilvækst i E i en bestemt dybde z_1 , indsættes at

$$\zeta = \frac{b_E \cdot z_1}{a_E + b_E \cdot z_1} + 3 \quad (6.22)$$

altså en værdi mellem 3 og 4.

Værdier af ζ , der er større end 4, vil kun undtagelsesvis være rimelige.

Se i øvrigt fig. 6.20.



Figur 6.22: Lodret spændingstilvækst i centerlinie under slapt sribefundament. Retlinet spændingsudbredelse.

Ved anvendelse af (6.19) kan den lodrette spændingstilvækst i midterlinien under et slapt, cirkulært fundament findes:

$$\Delta\sigma_1 = p_m(1 - \cos^{\zeta}\alpha) \quad (6.23)$$

hvor α er den halve åbningsvinkel. Fig. 6.21 viser spændingstilvæksten for $\zeta = 3$ og $\zeta = 4$. Tilsvarende resultat for et slapt sribefundament er vist i fig. 6.22.

Det gælder i begge tilfælde, at såfremt dybden er lille, er kurverne for $\zeta = 3$ og $\zeta = 4$ næsten sammenfaldende. Det betyder, at selv om man for en normalkonsolideret ler anvender den spændingsfordeling, der svarer til, at materialet er elastisk, bliver fejlen kun nogle få procent.

Såfremt fundamentet er stift, findes yderligere en randbetingelse, nemlig at jordoverfladens sætning skal passe med fundamentets udbøjning, når de begge belastes med samme reaktionsfordeling.

Oftest klarer man sig ved at anvende den elastiske trykfordeling for stive fundamenter, og beregner sætningen i centerlinien under fundamentet. Er fundamentet stift, og udføres en beregning af andre fundamentspunkters sætning, vil man opdage, at spændingsfeltet må koncentreres, for at randbetingelsen kan opfyldes.

Antages således den sædvanlige variation af K

$$K = a + b\sigma_0 = K_{FUK}(1 + \Delta K z/D) \quad (6.24)$$

hvor ΔK er en relativ forøgelse af konsolideringsmodulen med dybden z og D er et cirkulært fundaments diameter, kan spændingskoncentrationen $\Delta(\Delta\sigma_1)/\Delta\sigma_1$ findes af fig. 6.23.

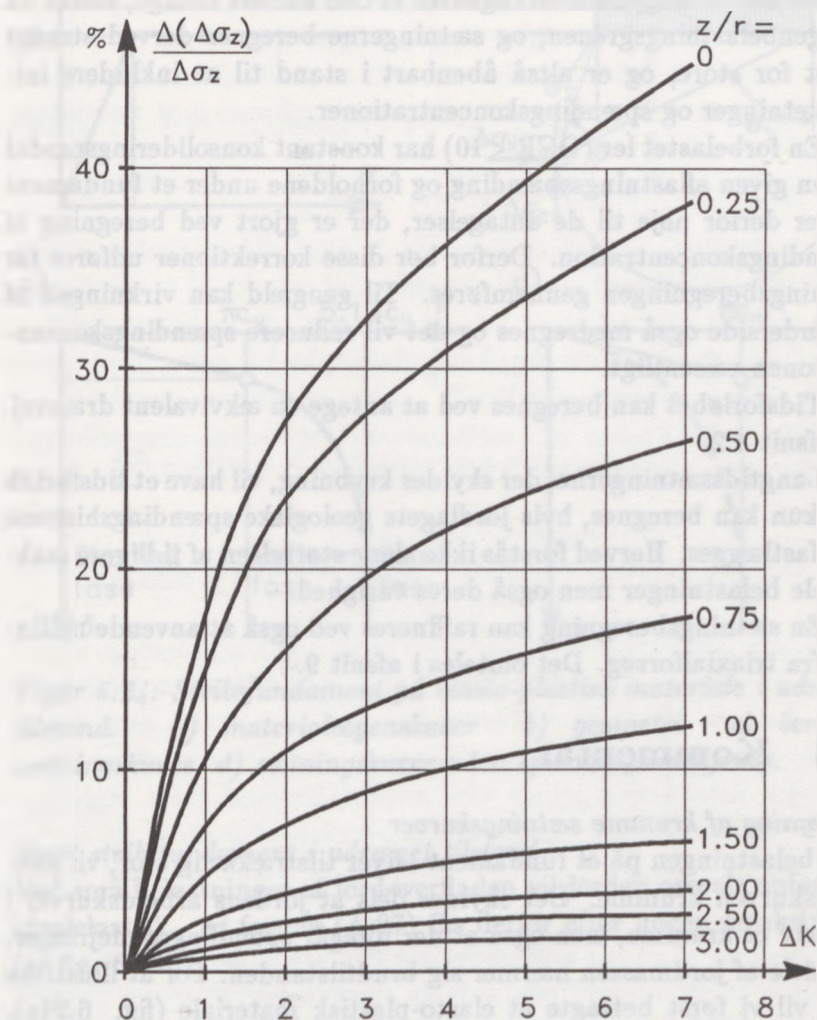
Ru fundament

Alle ovennævnte metoder bygger på en simpel integration af et lodret spændingsfelt, altså svarende til glat fundament. Imidlertid er der udført numeriske beregninger af ru fundamenter, således som omtalt i appendix A.11.

Sætningsberegning

En sætningsberegning kan nu udføres ved at anvende konsolideringsmoduler målt i konsolideringsforsøg, og antages da at give de totale sætninger, altså initial- og konsolideringssætninger. Det kan synes ulogisk at inkludere initialsætningerne, fordi de skyldes horizontale flytninger. Derfor må sætningsberegninger da også altid kontrolleres ved modelforsøg med store plader i marken og kontrol-nivellementer, og fremgangsmåden ændres hvis der opdages systematiske fejl i denne metode. Det vides dog, at metoden kun er gyldig hvis belastningen er mindre end 4 a 5 gange bæreevnen. Ellers udvikles større sætninger på grund af voksende forskydnings-spændinger.

For en stærkt forbelastet ler er det påvist, at anvendelsen af begyndelsestangenten kombineret med en elasticitetsteoretisk spæn-



Figur 6.23: Forøgelse i lodrette spændinger i centerlinien under stiv, cirkulær plade. Voksene stivhed med dybde.

dingsudbredelse fører til et resultat, der kun afviger få procent fra det korrekte. Begyndelsestangenten er den mindst mulige, tolket ud fra genbelastningsgrenen, og sætningerne beregnes derved strengt taget for store, og er altså åbenbart i stand til at inkludere initialsætninger og spændingskoncentrationer.

En forbelastet ler ($OCR < 10$) har konstant konsolideringsmodul for en given aflastningsspænding og forholdene under et fundament svarer derfor nøje til de antagelser, der er gjort ved beregning af spændingskoncentration. Derfor bør disse korrektioner udføres før sætningsberegningen gennemføres. Til gengæld kan virkningen af ru underside også medregnes og det vil reducere spændingskoncentrationen væsentligt.

Tidsforløbet kan beregnes ved at antage en ækvivalent drænvej. Se afsnit 4.2.

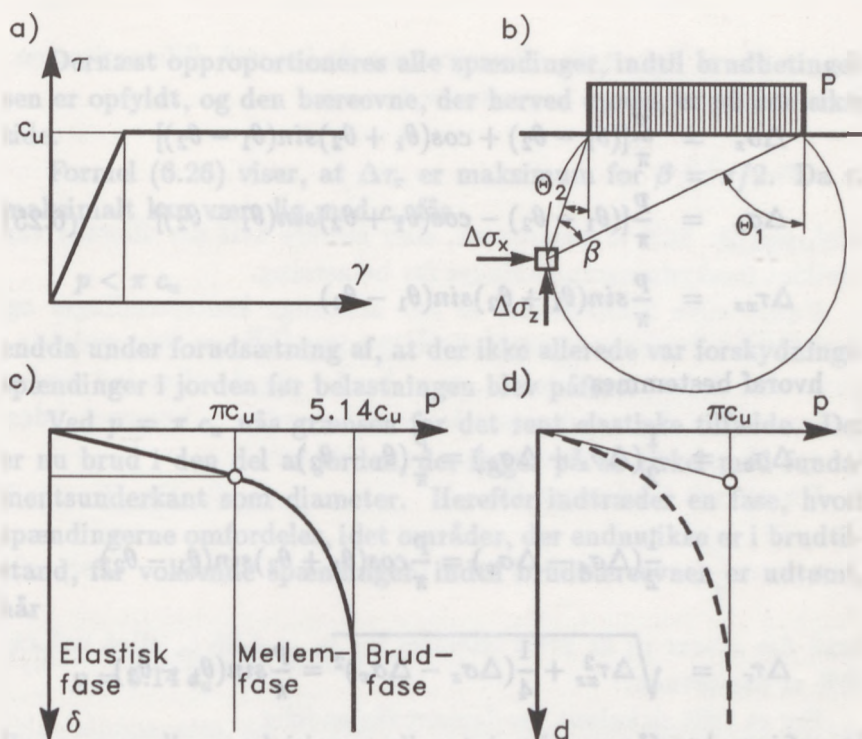
Langtidssætningerne, der skyldes krybning, vil have et tidsforløb der kun kan beregnes, hvis jordlagets geologiske spændingshistorie kan fastlægges. Herved forstås ikke alene størrelsen af tidligere maksimale belastninger men også deres varighed.

En sætningsberegning kan raffineres ved også at anvende målinger fra triaxialforsøg. Det omtales i afsnit 9.

6.6 Kommentar

Beregning af krumme sætningskurver

Når belastningen på et fundament bliver tilstrækkelig stor, vil sætningskurven krumme. Det skyldes dels at jordens arbejdskurver i sig selv er krumme, men også at der foregår spændingsomlejring, når dele af jordmassen nærmer sig brudtilstanden. For at illustrere det, vil vi først betragte et elasto-plastisk materiale (fig. 6.24a), altså et materiale, der går direkte fra en idealelastisk tilstand over i en plastisk tilstand.



Figur 6.24: Stribefundament på elasto-plastisk materiale i udrænet tilstand. a) materialeegenskaber b) geometri c) beregnet sætningskurve d) sætningskurve uden spændingsomlejring.

Slapt stribefundament i udrænet tilstand

Ved små belastninger af jordoverfladen vil jorden overalt opføre sig idealelastisk. Af formel (A.27) fås derfor efter nogen omskrivning (se fig. 6.24b):

$$\begin{aligned}
 \Delta\sigma_z &= \frac{p}{\pi}[(\theta_1 - \theta_2) + \cos(\theta_1 + \theta_2)\sin(\theta_1 - \theta_2)] \\
 \Delta\sigma_x &= \frac{p}{\pi}[(\theta_1 - \theta_2) - \cos(\theta_1 + \theta_2)\sin(\theta_1 - \theta_2)] \\
 \Delta\tau_{xz} &= \frac{p}{\pi}\sin(\theta_1 + \theta_2)\sin(\theta_1 - \theta_2)
 \end{aligned} \tag{6.25}$$

hvoraf bestemmes

$$\begin{aligned}
 \Delta\sigma_c &= \frac{1}{2}(\Delta\sigma_z + \Delta\sigma_x) = \frac{p}{\pi}(\theta_1 - \theta_2) \\
 \frac{1}{2}(\Delta\sigma_z - \Delta\sigma_x) &= \frac{p}{\pi}\cos(\theta_1 + \theta_2)\sin(\theta_1 - \theta_2) \\
 \Delta\tau_r &= \sqrt{\Delta\tau_{xz}^2 + \frac{1}{4}(\Delta\sigma_z - \Delta\sigma_x)^2} = \frac{p}{\pi}\sin(\theta_1 - \theta_2)
 \end{aligned}$$

hvoraf igen kan fås

$$\begin{aligned}
 \Delta\tau_r &= \frac{p}{\pi}\sin\beta \\
 \Delta\sigma_1 &= \frac{p}{\pi}[\beta + \sin\beta] \\
 \Delta\sigma_3 &= \frac{p}{\pi}[\beta - \sin\beta]
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

Formlerne viser, at spændingerne kun afhænger af β . Kurver, der går gennem punkter med samme spændinger, er derfor cirkler, der har fundamentets underside som korde. Spændingsfeltet er vist i fig. 6.24b).

I en brudberegning, der er statisk tilladelig, opstilles først et spændingsfelt i ligevægt, og det er nu gjort.

Dernæst opproportioneres alle spændinger, indtil brudbetingelsen er opfyldt, og den bæreevne, der herved opnås, er på den sikre side.

Formel (6.26) viser, at $\Delta\tau_r$ er maksimum for $\beta = \pi/2$. Da τ_r maksimalt kan være lig med c_u fås

$$p < \pi c_u$$

endda under forudsætning af, at der ikke allerede var forskydnings-spændinger i jorden før belastningen blev påført.

Ved $p = \pi c_u$ nås grænsen for det rent elastiske tilfælde. Der er nu brud i den del af jorden, der ligger på en cirkel med fundamentsunderkant som diameter. Herefter indtræder en fase, hvori spændingerne omfordes, idet områder, der endnu ikke er i brudtilstand, får voksende spændinger, indtil brudbæreevnen er udtømt, når

$$p = 5.14 c_u$$

Under spændingsomlejringen vil sætningskurven krumme, selv om materialet er elastisk (fig. 6.24c). Hertil kommer da den krumning, der skyldes materialets krumme arbejdskurve.

Spændingsomlejringen beregnes bedst ved numeriske metoder.

Tages spændingsomlejringen ikke med i betragtning, men benyttes en krum arbejdskurve fra et udrænet triaxialforsøg, fås da alt for store sætninger (fig. 6.24d).

Andre fundamentstyper i udrænet tilstand

Lignende argumenter kan anvendes for andre fundamentstyper.

I centerlinien under et cirkulært, slapt fundament findes således

$$\tau_r = \frac{3p}{4} \cos\alpha \sin^2\alpha < 0.288 p_m$$

hvor α ses af fig. 6.21. Overgrænsen findes ved differentitation. Spændingsomlejringen begynder ved

$$p_m = 3.5 c_u$$

altså ved ca. 56% af bæreevnen, eller mindre hvis der allerede var udviklet forskydningsspændinger før belastning.

Under stive fundamenter er der uendelige kantspændinger og altså brud for selv uendelig små belastninger. Spændingsomlejringen sker først meget lokalt, men breder sig derefter ind under fundamentet. I centerlinien nås brudtilstanden – beregnet uden hensyn til spændingsomlejringen – relativt sent.

For et stift fundament fås

$$\tau_r = \frac{2}{\pi}(\sin\alpha - \sin^3\alpha) p_m < 0.245 p_m$$

hvad der svarer til at brud udvikles for $p_0 = 4.08 c_u$ eller ved ca. 80% af bæreevnen.

For et stift cirkulært fundament fås endelig

$$\tau_r = \frac{3p_m}{16} \sin^2 2\alpha < \frac{3}{16} p_m$$

hvad der svarer til brud i centerlinien for $p_0 = 5.33 p_m$ eller ca. 86% af bæreevnen.

Specielt det sidstnævnte eksempel har derfor videre interesse. Kan man udføre en beregning på elasticitetsteoretisk grundlag, som giver rimelige sætninger for selv små sikkerheder?

Plan og tredimensional tilstand

7.1 Indledning

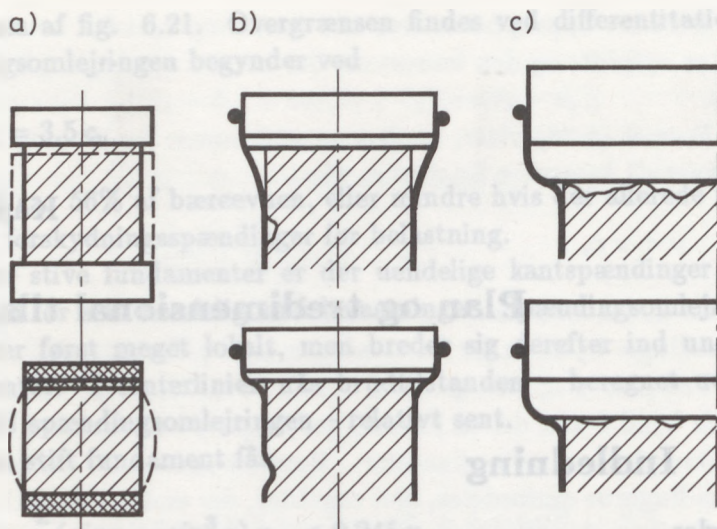
Mangler.

7.2 Triaxialforsøget

Triaxialapparatet, der normalt benyttes til at fastlægge jords styrkeparametre, kan også benyttes til måling af jords deformationsegenskaber. Da sideudvidelser af prøven er mulige, kan også *initialdeformationer* studeres.

Det er imidlertid ret dyrt at udføre denne type forsøg, og de anvendes derfor mest for at undersøge jords principielle opførsel ved forskellige belastningstyper og derved opstille en sammenhæng mellem spændinger og tøjninger, der angives som et formelsæt. Heri findes nogle konstanter, som man derefter forsøger at finde på en billigere måde også, fx ved konsolideringsforsøg. Triaxialforsøget kan dog anvendes direkte til sætningsberegning, således som angivet af Skempton og Bjerrum (1957). (Se "Lærebog i Geoteknik" I).

Der er kun få fejkilder, hvis prøven har højden lig med diameteren og alle målinger finder sted inden i kammeret. Fejkilderne er anvendelse af trykhoveder, der ikke er glatte nok, eller anven-



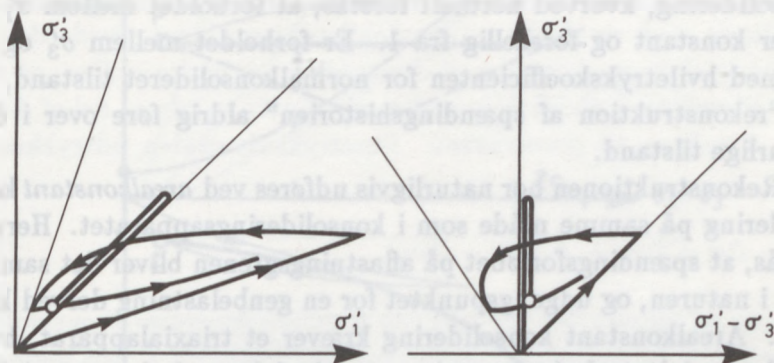
Figur 7.1: Fejlkilder i triaxialforsøget. a) Ru trykhoveder gør prøven tøndeformet, medens glatte trykhoveder bevarer prøvens cylinderform. b) Dårlig membranform giver for store værdier af ϵ_v . b og c) Dårlig tildannelse giver for store værdier af ϵ_1 og ϵ_v .

delse af gummimembraner, der ikke har prøvens facon, samt dårlig prøvetildannelse (se fig. 7.1).

I et moderne triaxialapparat kan kammertrykket σ_3 , stempeltrykket $\sigma_1 - \sigma_3$, poretrykket u , den lodrette tøjning ϵ_1 og volumentøjningen ϵ_v måles. Herefter kan σ'_3 , σ'_1 og ϵ_3 udregnes.

I triaxialapparatet kan σ_1 og σ_3 varieres uafhængigt af hinanden, og derved kan deformationsegenskaberne fastlægges i alle *aksialsymmetriske* spændings- og tøjningstilstande. Men det er samtidig en svaghed ved apparatet – de fleste tøjningstilstande er jo plane.

Normalt varieres σ_1 og σ_3 kontinuert – hurtigt i udrænedede forsøg og meget langsomt i drænedede forsøg. Men det kan lade sig gøre at variere σ_1 og σ_3 trinløst og dermed også studere konsolideringspro-



Figur 7.2: Rekonstruktion af spændingshistorien. Den optrukne kurve med pile viser det korrekte spændingsforløb. De øvrige kraftigt optrukne kurver er isotrop rekonstruktion.

cessen.

Rekonstruktion af spændingshistorien

Det er tidligere i dette kapitel understreget, at det er væsentligt at rekonstruere spændingshistorien for en forbelastet ler, hvorved prøven igen kan føres over i den in situ spændingstilstand, som herskede i naturen før prøveoptagelsen. De tøjninger, der har interesse, er tøjninger regnet ud fra denne tilstand.

Ofte tillempes denne rekonstruktion ved blot at udføre den ved varierende kammertryk, svarende til at $\sigma'_3 = \sigma'_1$, og $K^o = 1$, altså som isotrop konsolidering. Ved forbelastet jord vil dette i det mindste for én værdi af σ'_1 føre frem til den rigtige spændingstilstand. Vist med lille cirkel på fig. 7.2. Ved denne metode skal der ikke

belastes isotropt til den forbelastningsspænding $\sigma'_{1,pc}$, som er målt i konsolideringsforsøget. Dette diskuteres i et senere afsnit.

Rekonstruktionen kan også udføres som en såkaldt *anisotrop* konsolidering, hvorved normalt forstås, at forholdet mellem σ'_1 og σ'_3 er konstant og forskellig fra 1. Er forholdet mellem σ'_3 og σ'_1 lig med hviletrykskoefficienten for normalkonsolideret tilstand, vil en "rekonstruktion af spændingshistorien" aldrig føre over i den naturlige tilstand.

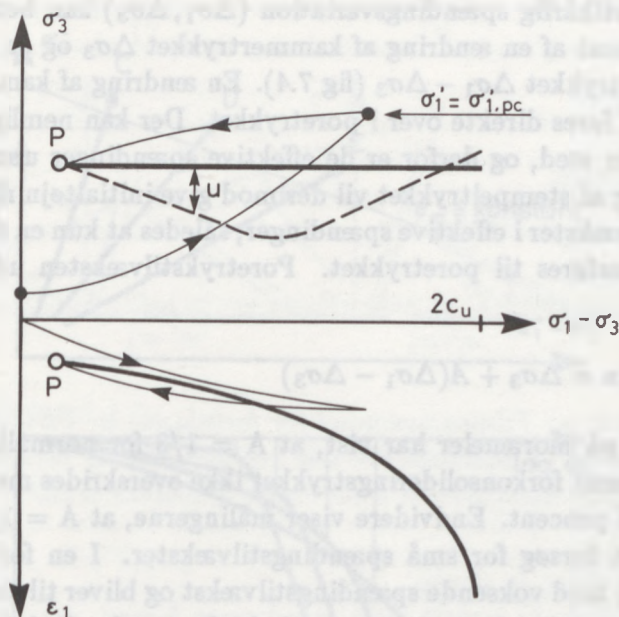
Rekonstruktionen bør naturligvis udføres ved *arealkonstant* konsolidering på samme måde som i konsolideringsapparatet. Herved opnås, at spændingsforløbet på aflastningsgrenen bliver det samme som i naturen, og udgangspunktet for en genbelastning derved korrekt. Arealkonstant konsolidering kræver et triaxialapparat, hvor såvel triaxialt tryk ($\sigma_1 > \sigma_3$), som triaxialt træk ($\sigma_1 < \sigma_3$) kan forekomme.

En *normalkonsolideret* ler behandles anderledes. Her vil en anisotrop konsolidering med $\sigma'_3 = K^o \sigma'_1$ (og $K^o = 1 - \sin \varphi$) kunne føre prøven over i in situ spændingstilstanden såfremt den belastes indtil σ'_1 er lig med det naturlige overlejringstryk.

Initialtøjninger

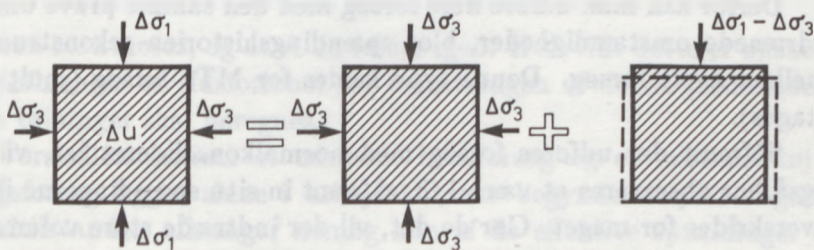
Initialtøjninger finder i vandmættet jord sted under konstant volumen, og de kan derfor studeres i udrænedede triaxialforsøg, såkaldte CU-forsøg, hvor C'et angiver, at spændingshistorien er rekonstrueret under drænedede omstændigheder (consolidation).

Det antages, at der er udført en arealkonstant rekonstruktion af spændingshistorien, hvorved in situ tilstanden er bestemt, svarende til punkt P i fig. 7.3. Fra dette punkt belastes prøven nu, idet kammertrykket holdes konstant og de kraftigt optrukne kurver måles. Såfremt poretrykket måles kan også den effektive spændingsvariation findes. Den er vist punkteret. Dette effektive spændingspunkt befinder sig lodret under det tilsvarende totale spændingspunkt, fordi $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma'_1 - \sigma'_3$.



Figur 7.3: Udrænet triaxialforsøg.

- rekonstruktion af spændingshistorien.
- udrænet forsøg (totale spændinger).
- - - effektive spændinger.



$$\Delta u = \Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)$$

Figur 7.4: Skempton-Bjerrums poretrykformel.

En vilkårlig spændingsvariation ($\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_3$) kan betragtes som sammensat af en ændring af kammertrykket $\Delta\sigma_3$ og en ændring af stempeltrykket $\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3$ (fig 7.4). En ændring af kammertrykket $\Delta\sigma_3$ vil føres direkte over i poretrykket. Der kan nemlig ikke finde tøjninger sted, og derfor er de effektive spændinger uændrede. En ændring af stempeltrykket vil derimod give initialtøjninger, og dermed tilvækster i effektive spændinger, således at kun en del af $\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3$ overføres til poretrykket. Poretrykstilvæksten udtrykkes da ved:

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) \quad (7.1)$$

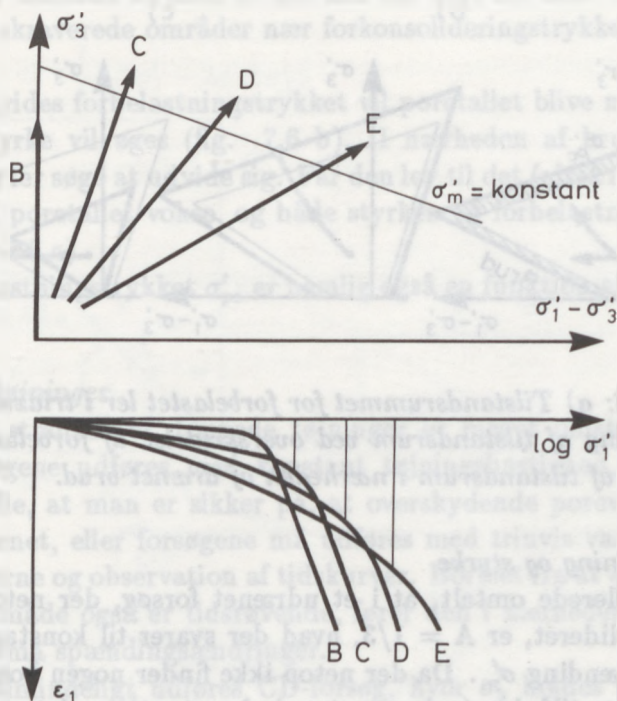
Måling på moræneler har vist, at $A = 1/3$ for normalkonsolideret ler, såfremt forkonsolideringstrykket ikke overskrides med mere end nogle få procent. Endvidere viser målingerne, at $A = 1/3$ i ethvert udrænet forsøg for små spændingstilvækster. I en forbelastet ler falder A med voksende spændingstilvækst og bliver til sidst negativ.

Såfremt et udrænet forsøg er behæftet med målefejl, vil A altid måles for stor, og arbejdskurven vil udvise en maksimumværdi af $\sigma_1 - \sigma_3$. Det er næsten altid tilfældet med udenlandske forsøg.

Et korrekt udført udrænet forsøg vil ikke udvise maksimum på arbejdskurven, svarende til, at der ikke finder svækkelse (omrøring) sted under volumenkonstans.

Derfor kan man udføre flere forsøg med den samme prøve under udrænedede omstændigheder, blot spændingshistorien rekonstrueres mellem hvert forsøg. Denne type kaldes for MTS-forsøg (multiple tstages).

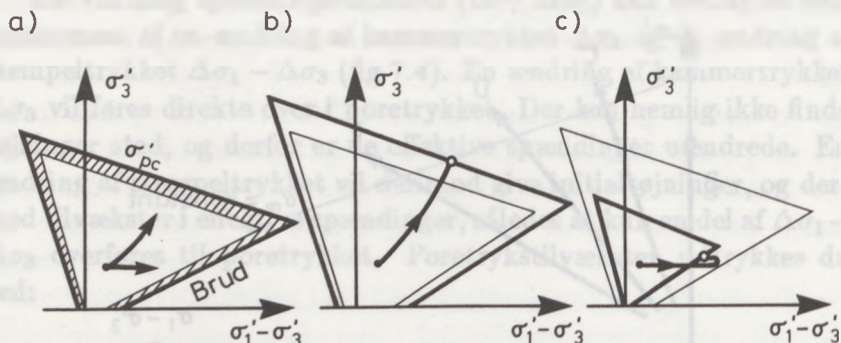
Såfremt der udføres forsøg med normalkonsolideret ler, vil A også her observeres at være $1/3$, såfremt in situ spændingerne ikke overskrides for meget. Gør de det, vil der indtræde store volumenændringer i konsolideringsfasen. Det medfører omrøring af prøven og A stiger da, eventuelt helt op til $A = 1$. Ved en langvarig konsolidering af sidste belastning før den udrænedede fase, kan opnås, at



Figur 7.5: Grænsen mellem forbelastet og normalkonsolideret ler findes ved forskellige forsøgstyper.

prøven restitueres, og at A da falder igen. Hvorvidt dette er ønskeligt afhænger af tidsforløbet for belastningen af denne jordmasse, hvis tøjninger skal beregnes.

Forskellen mellem et udrænet brudforsøg og et udrænet tøjningsforsøg ligger alene i arbejdskurvens begyndelsesspændinger. Brudtilstanden afhænger nemlig kun af de effektive spændinger i brud, uanset begyndelsestilstanden og man vil derfor normalt nøjes med at rekonstruere spændingshistorien isotrop. Ønskes de rigtige tøjninger må derimod startes i punkt P (fig. 7.3).



Figur 7.6: a) Tilstandsrummet for forbelastet ler i triaxial tilstand. b) Ændring af tilstandsrum ved overskridelse af forbelastning. c) Ændring af tilstandsrum i nærheden af drænet brud.

Forbelastning og styrke

Det er allerede omtalt, at i et udrænnet forsøg, der netop er normalkonsolideret, er $A = 1/3$, hvad der svarer til konstant effektiv middelspænding σ'_m . Da der netop ikke finder nogen konsolidering sted i dette tilfælde (volumenet er jo konstant), er det nærliggende at antage, at virkningen af forbelastningen alene knytter sig til middelspændingen. Det betyder, at såfremt der udføres anisotrope genbelastninger med konstante, men forskellige værdier af σ'_1/σ'_3 , vil de alle komme i en normalkonsolideret tilstand for samme middelspænding (se fig. 7.5), men forskellige værdier af σ'_1 .

For en forbelastet ler er linien $\sigma'_m = \sigma'_{pc}$ altså en grænsetilstand. Overskrides den, bliver leret normalkonsolideret. En anden grænsetilstand er brud, men den kan ikke overskrides. Tilsammen afgrænser de to brudlinier for triaxialt træk- og trykbrud og linien $\sigma'_m = \sigma'_{pc}$ det tilstandsrum, hvori en forbelastet ler kan befinde sig (fig. 7.6). Styrkeparametrene og dermed brudliniernes placering afhænger af poretallet, men poretalsændringen inden for tilstands-

rummet er normalt så lille, at der kan ses bort fra den. Undtaget er dog de skraverede områder nær forkonsolideringstrykket og nær brud.

Overskrides forbelastningstrykket vil poretalet blive mindre og jordens styrke vil øges (fig. 7.6 b). I nærheden af brud vil en forbelastet ler søge at udvide sig. Får den lov til det (altså i drænedes forsøg) vil poretalet vokse, og både styrken og forbelastningen vil falde (fig. 7.6 c).

Forbelastningstrykket σ'_{pc} er nemlig også en funktion af poretalet.

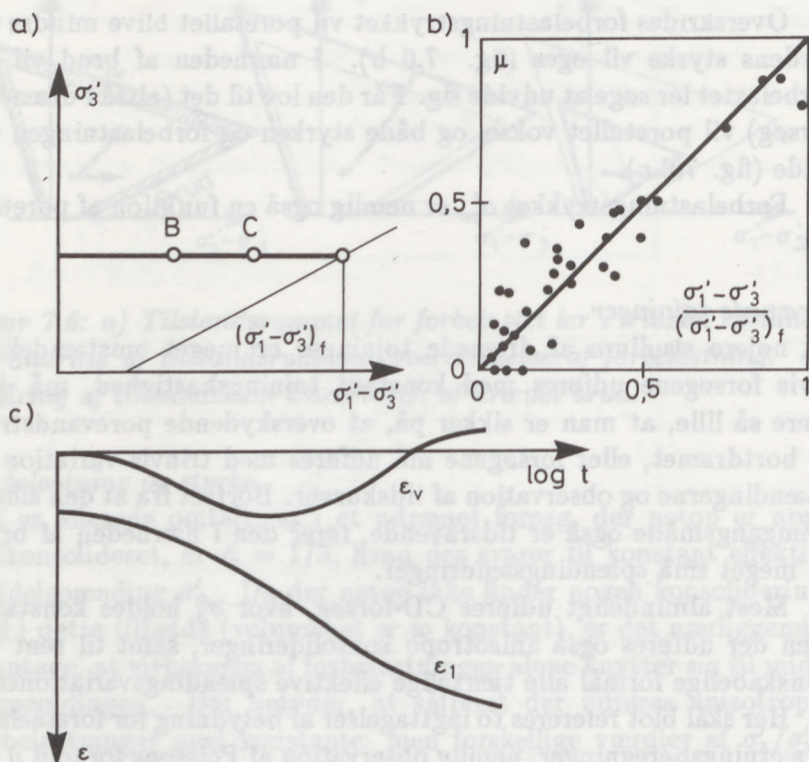
Drænedes tøjninger

Et nøjere studium af drænedes tøjninger er meget omstændeligt. Hvis forsøgene udføres med konstant tøjningshastighed, må den være så lille, at man er sikker på, at overskydende porevandstryk er bortdrænet, eller forsøgene må udføres med trinvis variation af spændingerne og observation af tidskurver. Bortset fra at den sidste fremgangsmåde også er tidsrøvende, fører den i nærheden af brud til meget små spændingsændringer.

Mest almindeligt udføres CD-forsøg, hvor σ'_3 holdes konstant, men der udføres også anisotrope konsolideringer, samt til rent videnskabelige formål alle tænkelige effektive spændingsvariationer.

Her skal blot refereres to iagttagelser af betydning for forståelsen af sætningsberegninger, nemlig observation af Poissons forhold μ og krybningen ϵ_s :

Poissons forhold μ defineres ud fra elasticitetsteorien, hvor den antages konstant for et bestemt materiale. Jord viser sig nu ikke at være elastisk, men man kan tænke sig at definere μ ud fra spændingstilvækster:



Figur 7.7: a) Drænet triaxialforsøg med konstant kammertryk. b) Poissons forhold μ som funktion af brudgraden. c) Tidskurve ved spændingsændring fra punkt B til punkt C.

$$\begin{aligned}\Delta\epsilon_1 &= \frac{1}{E}(\Delta\sigma'_1 - 2\mu\Delta\sigma'_3) \\ \Delta\epsilon_3 &= \frac{1}{E}(-\mu\Delta\sigma'_1 + (1-\mu)\Delta\sigma'_3)\end{aligned}\quad (7.2)$$

Ved forsøg med konstant kammertryk, dvs. $\Delta\sigma'_3 = 0$ forenkles udtrykkene til

$$\begin{aligned}\Delta\epsilon_1 &= \frac{1}{E}\Delta\sigma'_1 \\ \Delta\epsilon_3 &= -\frac{1}{E}\mu\Delta\sigma'_1\end{aligned}$$

eller

$$\mu = -\frac{\Delta\epsilon_3}{\Delta\epsilon_1} = \frac{\Delta\epsilon_1 - \Delta\epsilon_v}{2\Delta\epsilon_1} \quad (7.3)$$

Målinger på en forbelastet moræneler har givet det resultat, der er vist på fig. 7.7. μ er ikke konstant, men varierer fra $\mu = 0$ i isotrop tilstand og til 1 nær brud. $\mu = 1/2$ svarer til volumenkonstans. På et belastningstrin varierer μ , fordi spændingstilstanden varierer. Derfor kan et par tidskurver, hvor μ varierer fra 0.4 til 0.6 se ud som vist på fig. 7.7.

Et vigtigt resultat er, at $\mu \approx 0$ for små værdier af $\Delta\sigma'_1 - \Delta\sigma'_3$. Herved simplificeres formel(7.2) til

$$\Delta\epsilon_1 = \frac{1}{E}\Delta\sigma'_1 \quad (7.4)$$

$$\Delta\epsilon_3 = \frac{1}{E}\Delta\sigma'_3$$

hvilket viser, at den lodrette tøjning i dette tilfælde ikke afhænger af $\Delta\sigma'_3$. Der måles altså samme begyndelsestangent af $\sigma_1 - \epsilon_1$ arbejds-kurven i konsolideringsforsøg, dræned og udræned triaxialforsøg!

Forsøgene er udført ud fra en isotrop spændingstilstand, men antages det nu, at dette forhold gælder generelt hver gang en prøves belastning skifter mellem aflastning og genbelastning, betyder det, at man kan beregne et fundaments begyndelsessætning ved at anvende en begyndelsestangent fra et tilfældigt forsøg, blot spændingstilstanden er rekonstrueret korrekt. Det er netop grundlaget for den såkaldte begyndelsestangentmetode for forbelastet ler, hvor der anvendes almindelige konsolideringsforsøg, der netop har den korrekte spændingsrekonstruktion.

At antagelsen er rimelig, ses også af fig. 7.2, kombineret med formel (7.2). I et almindeligt konsolideringsforsøg er $\Delta\epsilon_3 = 0$, hvad der i følge formel (7.2) svarer til:

$$\Delta\sigma'_3 = \frac{\mu}{1 - \mu} \Delta\sigma'_1 \quad (7.5)$$

Af fig. 7.2 fremgår det, at aflastningsgrenen og genbelastningsgrenen begge har vandret tangent ved overgang fra den ene belastningsform til den anden. Her er $\Delta\sigma'_3 = 0$ og μ må derfor også være 0.

7.3 Triaxialforsøgets begrænsninger

De forsøg, der udføres i konsolideringsapparater og triaxialapparater, kan give et meget detaljeret kendskab til jords tøjningsegenskaber, hvis de planlægges og udføres rigtigt, og de fleste af de fænomener, der optræder ved tøjninger i jord, kan studeres i disse apparater.

Alligevel mangler der endnu noget. For det første er spændingstilstanden altid aksialsymmetrisk i disse apparattyper, og det er den

sjældent i praksis. Derfor burde forsøgene i det mindste udføres i apparater, der giver en plan tøjningstilstand eller måske endda i terningsapparater, hvor hovedspændingerne kan varieres uafhængigt af hinanden.

Endvidere var det ønskeligt at kunne studere virkningen af rotation af hovedspændinger. I praksis roterer de næsten altid ved belastning, ved de forsøg, der hidtil er omtalt, gør de det aldrig. Det eneste apparat, der er velegnet hertil, er det simple forskydningsapparat, for så vidt som homogene tilstande kan fremkaldes.

Der er udført mange forsøg i begge ovennævnte forsøgstyper, men de omtales endnu ikke nøjere af mangel på en grundig dansk viden om disse emner.

8.1 Indledning

I dette kapitel behandles de forskellige typer af triaxialforsøg, som er udført i Danmark, og de forskellige typer af apparater, der er brugt til disse forsøg. Der er i Danmark udført mange forsøg af denne art, og det er derfor vigtigt at have en oversigt over dem. I dette kapitel behandles de forskellige typer af triaxialforsøg, som er udført i Danmark, og de forskellige typer af apparater, der er brugt til disse forsøg. Der er i Danmark udført mange forsøg af denne art, og det er derfor vigtigt at have en oversigt over dem.

Der er i Danmark udført mange forsøg af denne art, og det er derfor vigtigt at have en oversigt over dem. I dette kapitel behandles de forskellige typer af triaxialforsøg, som er udført i Danmark, og de forskellige typer af apparater, der er brugt til disse forsøg. Der er i Danmark udført mange forsøg af denne art, og det er derfor vigtigt at have en oversigt over dem.

I dette kapitel behandles de forskellige typer af triaxialforsøg, som er udført i Danmark, og de forskellige typer af apparater, der er brugt til disse forsøg. Der er i Danmark udført mange forsøg af denne art, og det er derfor vigtigt at have en oversigt over dem.

Kapitel 8

Konstitutive ligninger

8.1 Indledning

I dette og de to efterfølgende kapitler vil der blive redegjort for nogle af de foreliggende teorier for spændings-tøjningssammenhænge for normalkonsolideret ler, forkonsolideret ler og sand. Disse matematiske tøjningsmodeller har været udviklet med henblik på at forstå sammenhængen mellem en jordarts geologiske belastningshistorie og dens nuværende opførsel, men kan derudover ved edb-maskinernes hjælp danne grundlag for meget detaljerede beregninger af flytninger i jorden og deformationer af tilgrænsede konstruktioner.

Her i landet har opmærksomheden været rettet mod de meget hårdt forbelastede danske lerarter, medens man skal til udlandet for at finde nøjere beskrivelser af tøjningsmodeller for normalkonsolideret ler. I England har man således opbygget den såkaldte "Critical State Soil Mechanics", der har vundet almindelig udbredelse. Den beskriver også forbelastede tilstande, og må antages at være gyldig for lettere forbelastet ler.

Teorierne mangler dog at blive underkastet et eftersyn på grundlag af målinger i moderne, fejlfri apparater og vil da eventuelt blive revideret noget.

8.2 Forudsætninger for tøjningsmodeller

Fælles for teorierne i dette og de to følgende kapitler er, at jorden antages at have følgende egenskaber:

- i) Den opfører sig som et kontinuum, og den er isotrop. Diskontinuiteter (brudflader) kan ikke forekomme.
- ii) Styrkeegenskaberne og forbelastningsspændingen kontrolleres af poretallet. En ler under aflastning og kraftig svelning (volumenudvidelse) vil ikke alene miste sin styrke, men vil også "glemme" tidligere belastninger!
- iii) Der eksisterer en såkaldt "kritisk tilstand", hvori tøjninger kan finde sted uden ændring af volumen eller spændinger.

8.3 Tilstandsrummet

I det aksialsymmetriske tilfælde afbildes en jords tilstand mest hensigtsmæssigt i et (p', q', e) rum, fordi styrkeegenskaberne afhænger af poretallet e .

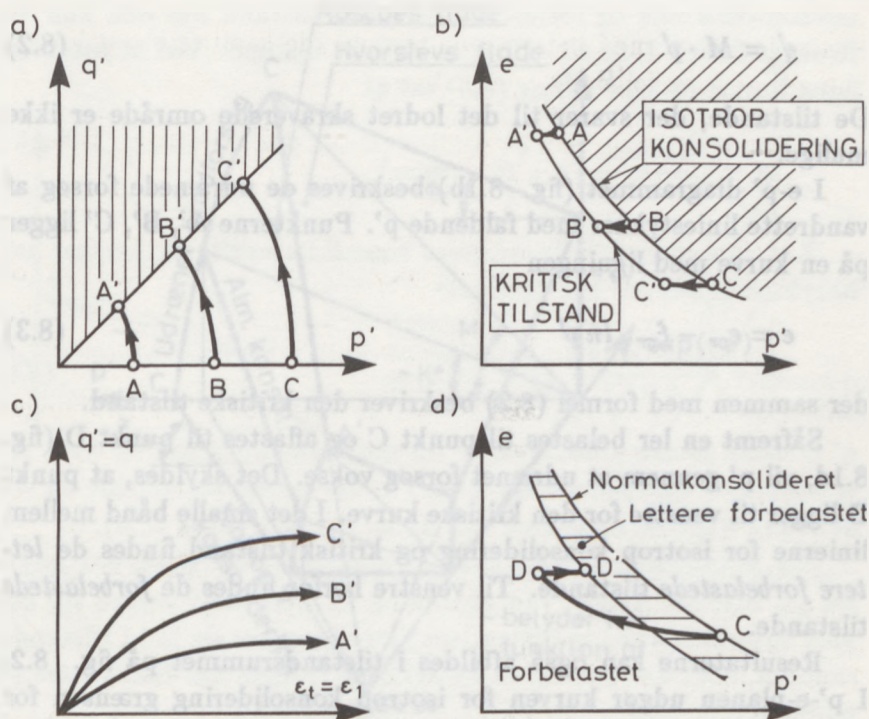
Det bemærkes, at hvis poretalsændringen Δe kendes, findes volumenændringen ϵ_v af:

$$\epsilon_v = \frac{-\Delta e}{1 + e_0} \quad (8.1)$$

hvor e_0 er poretallet før belastning.

De mulige tilstande (p', q', e) kan fx studeres i udrænede forsøg på normalkonsolideret ler. I fig. 8.1 er vist resultater fra tre forsøg, der i første fase er påført isotrop belastning (dvs. $q' = 0$) til punkt A, B og C. Sammenhængen mellem e og p' er vist i fig. 8.1b som en krum kurve, der viser sig at have følgende ligning

$$e = e_0 - \xi_{iso} \ln p'$$



Figur 8.1: Udrænedede forsøg på normalt konsolideret ler.

eller samme udtryk som kendes fra almindelig, arealkonstant konsolidering. De tilstande, der svarer til det skråt skraverede område er ikke mulige. De øvrige tilstande kan fx nås ved aflastning.

Anden fase i forsøget består i en forøgelse af q' under udrænedede eller volumenkonstante omstændigheder. De effektive spændinger føres herved langs de tre kraftigt optrukne kurver i fig. 8.1a over i punkterne A', B', C', hvor ϵ_1 kan blive vilkårlig stor uden ændringer i spændingstilstand (fig. 8.1c). Dette er den såkaldte *kritiske tilstand*,

der kan beskrives ved

$$q' = M \cdot p' \quad (8.2)$$

De tilstande, der svarer til det lodret skraverede område er ikke mulige.

I e - p' diagrammet (fig. 8.1b) beskrives de udrænedede forsøg af vandrette liniestykker med faldende p' . Punkterne A', B', C' ligger på en kurve med ligningen

$$e = e_{cr} - \xi_{cr} \cdot \ln p' \quad (8.3)$$

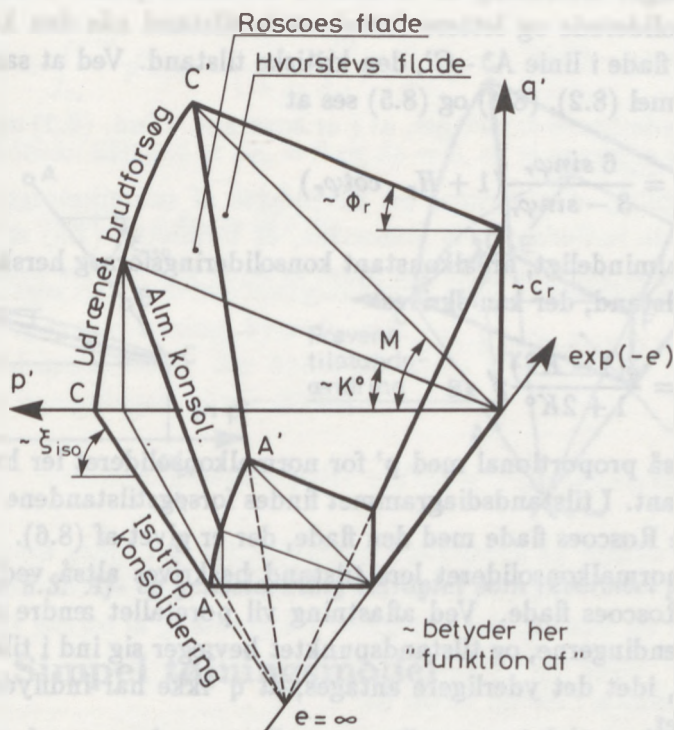
der sammen med formel (8.2) beskriver den kritiske tilstand.

Såfremt en ler belastes til punkt C og aflastes til punkt D (fig. 8.1d, vil p' gennem et udrænet forsøg vokse. Det skyldes, at punkt D ligger til venstre for den kritiske kurve. I det smalle bånd mellem linierne for isotrop konsolidering og kritisk tilstand findes de *let-tere forbelastede* tilstande. Til venstre herfor findes de *forbelastede* tilstande.

Resultaterne kan også afbildes i tilstandsrummet på fig. 8.2. I p' - e -planen udgør kurven for isotrop konsolidering grænsen for de mulige tilstande. På figuren er afbildet $\exp(-e)$ i stedet for e , hvorved kurven bliver retlinet. De udrænedede forsøgstilstande ligger alle på Roscoes flade, der kan optegnes ud fra fig. 8.1 a og b. På fig. 8.2 ses kurverne fra forsøg A og C. Den kritiske tilstand beskrives i den valgte afbildningsform ved en ret linie. Dens projektion ind på p' - e -planen ses på fig. 8.1 b og dens projektion ind på p' - q' -planen på fig. 8.1 a.

En anden begrænsning udgøres af brudtilstanden. I p' , q' lyder Coulombs brudbetingelse for fastholdt poretal:

$$q' = \frac{6 \sin \varphi_r}{3 - \sin \varphi_r} (p' + c_r \cot \varphi_r) \quad (8.4)$$



Figur 8.2: Tilstandsrummet.

Formlen er udledt i "Brud i Jord"'s appendix.

I følge Hvorslev er φ_r uafhængig af poretalet, medens c_r varierer med poretalet (se "Brud i Jord" kapitel 5):

$$c_r = c_{r0} \exp\left(\frac{e_0 - e}{\xi_{iso}}\right)$$

For normalkonsolideret ler bliver

$$c_r = H_p \cdot p' \quad (8.5)$$

I den valgte afbildning er Hvorslevs brudflade plan. I den normalkonsoliderede og lettere forbelastede tilstand nås den kun via Roscoes flade i linie A' - C', den kritiske tilstand. Ved at sammenligne formel (8.2), (8.4) og (8.5) ses at

$$M = \frac{6 \sin \varphi_r}{3 - \sin \varphi_r} (1 + H_p \cdot \cot \varphi_r)$$

I et almindeligt, arealkonstant konsolideringsforsøg hersker hviletrykstilstand, der kan skrives

$$q' = \frac{3(1 - K^\circ)}{1 + 2K^\circ} p' \quad (8.6)$$

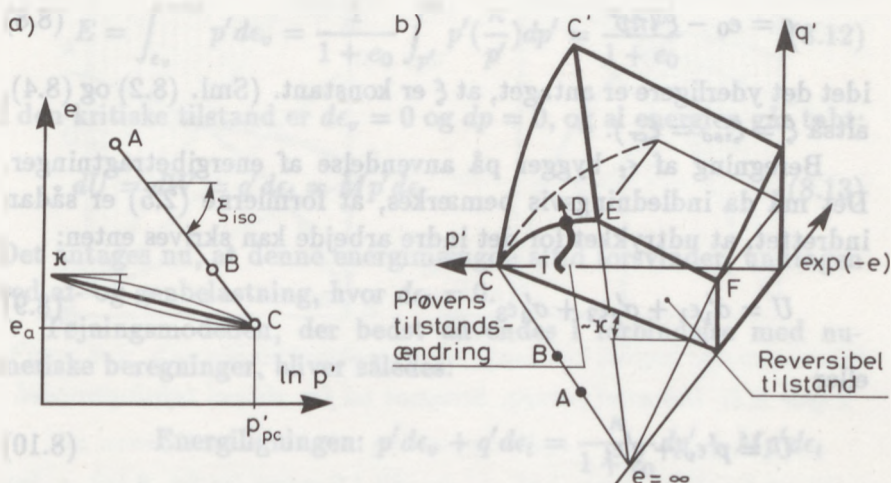
q' er altså proportional med p' for normalkonsolideret ler hvor K° er konstant. I tilstandsdiagrammet findes forsøgstilstandene da ved at skære Roscoes flade med den flade, der er givet af (8.6).

En normalkonsolideret lers tilstand beskrives altså ved punkter på Roscoes flade. Ved aflastning vil poretallet ændre sig lidt med spændingerne, og tilstandspunktet bevæger sig ind i tilstandsrummet, idet det yderligere antages, at q' ikke har indflydelse på poretallet.

Af- og genbelastning kan da studeres i isotrope konsolideringsforsøg. (Se fig. 8.3a). Der ses bort fra hysteres, hvorved fås

$$e = e_a - \kappa \ln \frac{p'}{p'_{pc}} \quad (8.7)$$

Af- og genbelastning betragtes altså som en reversibel proces, og den forbelastede tilstand beskrives i tilstandsrummet ved en lodret flade (se fig. 8.3b). Ved belastning fra en tilstand T, ændrer tilstanden sig i det reversible plan under små tøjninger, indtil Roscoes flade nås i punkt D. Yderligere belastning vil fremkalde store ændringer i poretallet, idet tilstanden nu ændrer sig i Roscoes flade.



Figur 8.3: Af- og genbelastning betragtet som reversibel proces.

8.4 Sempel tøjningsmodel

En simpel sammenhæng mellem spændinger og tøjninger er opstillet af Roscoe, Schofield og Wroth fra Cambridge. Den er opstillet med den hensigt at være let at anvende og bygger derfor på en række simplificerede antagelser.

Beregning af e_v eller ændring af poretallet bygger på tilstandsrummet i fig. 8.3. Den reversible tilstand, der optræder ved af- og genbelastninger, findes i det lodrette plan CDEF, der fremstilles ved formel (8.7), og medfører relativt små volumenændringer. Den normalkonsoliderede tilstand beskrives ved en anden flade – Roscoes flade –, der for en given værdi af p og e giver en bestemt værdi af q . Derfor kan e 's variation i den normalkonsoliderede tilstand beskrives

alene ved p :

$$e = e_0 - \xi \ln p' \quad (8.8)$$

idet det yderligere er antaget, at ξ er konstant. (Sml. (8.2) og (8.4), altså $\xi = \xi_{iso} = \xi_{cr}$).

Beregning af ϵ_t bygger på anvendelse af energibetragtninger. Det må da indledningsvis bemærkes, at formlerne (2.5) er sådan indrettet, at udtrykket for det indre arbejde kan skrives enten:

$$U = \sigma'_1 \epsilon_1 + \sigma'_2 \epsilon_2 + \sigma'_3 \epsilon_3 \quad (8.9)$$

eller

$$U = p' \epsilon_v + q' \epsilon_t \quad (8.10)$$

[De, der ønsker at kontrollere udtrykket for det indre arbejde på grundlag af formel (2.4) og (2.5) må huske, at det er det indre arbejde i en terning, der udregnes. På grundlag af formel (2.4) fås således $U = \sigma'_m \cdot \epsilon_v + 3\tau_{oct}\gamma_{oct}$].

Tilvæksten i energi bliver da:

$$\partial U = p' d\epsilon_v + q' d\epsilon_t$$

der kan betragtes som sammensat af forskydningsenergi $dU_s = q' d\epsilon_t$ og volumenenergi $dU_v = p' d\epsilon_v$ eller af genvindelig energi E og den energi, der går tabt ved indre friktion, W :

$$dU = p' d\epsilon_v + q' d\epsilon_t = dE + dW \quad (8.11)$$

Det antages nu, at den genvindelige energi udelukkende skyldes reversible volumenændringer. Det antages altså, at ϵ_t ikke har en reversibel komponent. E findes ved at aflaste prøven til $p' = 0$,

hvorved e går mod uendelig. E bliver negativ ved aflastning:

$$E = \int_{\epsilon_v}^{-\infty} p' d\epsilon_v = \frac{1}{1+e_0} \int_{p'}^0 p' \left(\frac{\kappa}{p'} \right) dp' = \frac{-\kappa p'}{1+e_0} \quad (8.12)$$

I den kritiske tilstand er $d\epsilon_v = 0$ og $dp = 0$, og al energien går tabt:

$$dU = dW = q' d\epsilon_t = Mp' d\epsilon_t \quad (8.13)$$

Det antages nu, at denne energimængde altid forsvinder, undtagen ved af- og genbelastning, hvor $d\epsilon_t = 0$.

Tøjningsmodellen, der bedst anvendes i forbindelse med numeriske beregninger, bliver således:

$$\begin{aligned} \text{Energiligningen: } p' d\epsilon_v + q' d\epsilon_t &= \frac{\kappa}{1+e_0} dp' + Mp' d\epsilon_t \\ \text{Normalkonsolideret ler: } d\epsilon_v &= \frac{\xi}{1+e_0} \frac{1}{p'} dp' \end{aligned} \quad (8.14)$$

$$\text{Ved af- og genbelastning: } d\epsilon_v = \frac{\kappa}{1+e_0} \frac{1}{p'} dp'$$

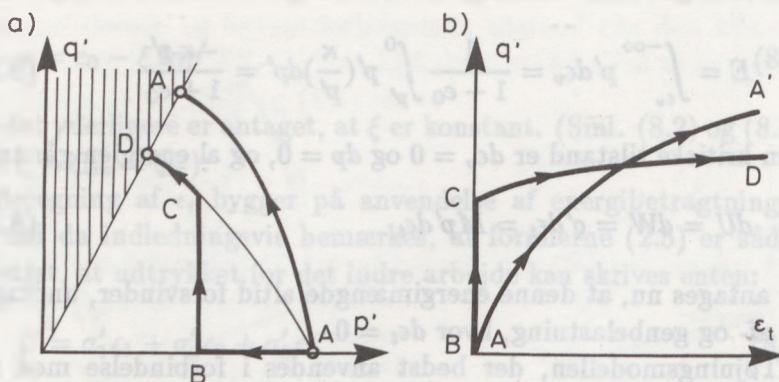
EKSEMPEL 8.1: Udrænedede forsøg.

I udrænedede forsøg er $d\epsilon_v = 0$.

Energiligningen fører da til følgende beregning af $d\epsilon_t$:

$$\begin{aligned} q' d\epsilon_t &= \frac{\kappa}{1+e_0} dp' + Mp' d\epsilon_t \\ \text{eller} & \\ d\epsilon_t &= \frac{\kappa}{1+e_0} \frac{1}{q' - Mp'} dp' \end{aligned} \quad (8.15)$$

I fig. 8.4 viser kurverne A - A' et udrænet forsøg med en normalkon-



Figur 8.4: Udrænet forsøg, beregnet ud fra simpel tøjningsmodel.

solideret ler. Variationen i $p' - q'$ er målt i forsøget (se fig. 8.1a). ϵ_t kan herefter beregnes ved successiv anvendelse af formel (8.15). dp' vil være negativ under hele forsøget, men da $q' - Mp$ også er negativ, bliver $d\epsilon_t$ positiv. Den har en positiv værdi for $q = 0$ og bliver større, når q' vokser. I den kritiske tilstand bliver $d\epsilon_t = \infty$.

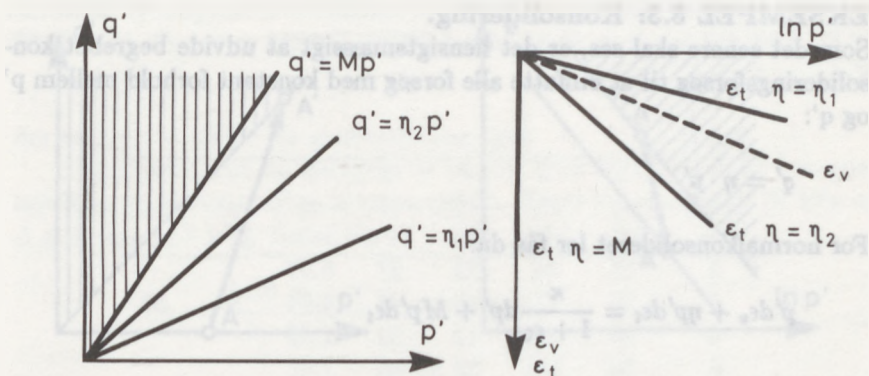
En lettere forbelastet ler vil, indtil Roscoes flade træffes i punkt C, have $d\epsilon_t = 0$ og dermed også $dp' = 0$. Derefter vil (8.15) igen ved numerisk integration føre frem til kurven C - D på fig. 8.4b.

Kurven AD i fig. 8.4 a svarer til skæringskurven mellem Roscoes flade og det reversible plan, projiceret ind på $p' - q'$ planen. Se også fig. 8.3, hvor kurven er vist punkteret.

EKSEMPEL 8.2: Isotrop konsolidering.

I isotrop konsolidering er $q' = 0$ og dermed

$$p'd\epsilon_v = \frac{\kappa}{1 + e_0} dp' + Mp'd\epsilon_t$$



Figur 8.5: Konsolideringsforsøg, beregnet ved simpel tøjningsmodel.

For *normalkonsolideret* ler gælder endvidere

$$\partial \epsilon_v = \frac{\xi}{1 + e_0} \frac{1}{p'} dp'$$

hvad der medfører

$$Mp' d\epsilon_t = \frac{\xi - \kappa}{1 + e_0} dp' = \partial W$$

Der forbruges altså energi i det isotrope, normalkonsoliderede tilfælde, endda samtidig med at der optræder forskydningstøjninger ϵ_t . En normalkonsolideret ler er altså anisotrop!

For *forbelastet* ler gælder

$$d\epsilon_v = \frac{\kappa}{1 + e_0} \frac{1}{p'} dp' \quad \text{og} \quad d\epsilon_t = 0$$

altså i overensstemmelse med det førstnævnte udtryk.

EKSEMPEL 8.3: Konsolidering.

Som det senere skal ses, er det hensigtsmæssigt at udvide begrebet konsolideringsforsøg til at omfatte alle forsøg med konstant forhold mellem p' og q' :

$$q' = \eta \cdot p'$$

For normalkonsolideret ler fås da:

$$p' d\epsilon_v + \eta p' d\epsilon_t = \frac{\kappa}{1 + e_0} dp' + M p' d\epsilon_t$$

$$d\epsilon_v = \frac{\xi}{1 + e_0} \frac{1}{p'} dp'$$

hvoraf følger

$$d\epsilon_t = \frac{\xi - \kappa}{1 + e_0} \cdot \frac{1}{(M - \eta)p'} dp'$$

EKSEMPEL 8.4: Drænet brudforsøg.

I et drænet brudforsøg med konstant σ'_3 er (i følge formel (8.2)):

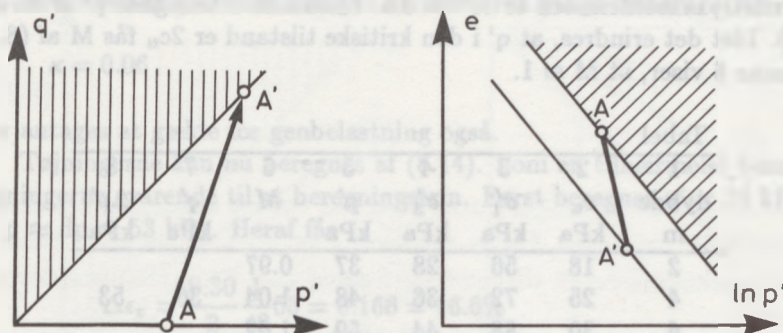
$$p' = p'_0 + \frac{1}{3} q' \quad (8.16)$$

hvor $p'_0 = \sigma'_3$. (Se også fig. 8.6).

Af (8.14) fås da for en normalkonsolideret ler

$$p' d\epsilon_v = \frac{\xi}{1 + e_0} dp'$$

$$d\epsilon_t = \frac{\xi - \kappa}{1 + e_0} \frac{1}{M p' - q'} dp'$$



Figur 8.6: Drænet forsøg med konstant kammertryk og normalt konsolideret ler.

eller – hvis sammenhængen mellem q' og ϵ_t ønskes beregnet:

$$d\epsilon_t = \frac{\xi - \kappa}{1 + e_0} \frac{3}{3Mp'_0 + (M - 3)q'} dq'$$

EKSEMPEL 8.5: Tøjningsundersøgelse.

I forbindelse med en direkte fundering af et større fundament overvejes hvordan et jordelements tøjninger er, når det befinder sig 2 m under FUK og belastes med $\Delta\sigma_1 = 100$ kPa og $\Delta\sigma_3 = 30$ kPa, der antages at være konstante under konsolideringsprocessen. FUK er 2 m under terræn.

Der er foretaget følgende undersøgelser: Under fundamentet findes en postglacial ler til 8 m dybde. Grundvandet står 4 m under terræn. Der er foretaget vingeforsøg, vist i tabellens kolonne 2. γ_m er fundet til 18 kN/m³ og konsolideringsforsøg viser, at tøjningsindex på primærgrenen er $Q = 35\%$ og på aflastningsgrenen $Q_{afl} = 7\%$.

Først beregnes σ'_1 i kolonne 3, idet det antages, at den kapillære stighøjde er større end 4 m. Det ses, at der næsten er proportionalitet mellem σ'_1 og c_u , og det viser, at leret er normalt konsolideret. En eventuel tørskorpe er altså højst 2 m tyk. σ'_3 kan nu beregnes, idet det antages

at hviletrykskoefficienten er $K^0 = 0.5$. I kolonne 5 beregnes p' af formel (2.5). Idet det erindres, at q' i den kritiske tilstand er $2c_u$ fås M af (8.3). Kolonne 6 viser, at $M \approx 1$.

Tabel							
1	2	3	4	5	6	7	8
dybde	c_u	σ'_1	σ'_3	p'	M	q'	$\Delta p'$
m	kPa	kPa	kPa	kPa		kPa	kPa
2	18	56	28	37	0.97		
4	25	72	36	48	1.04	36	53
6	30	88	44	59	1.02		
8	35	104	52	69	1.01		

Den gjorte forudsætning om K^0 kan nu kontrolleres, idet

$$M = \frac{6 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'}$$

og

$$K^0 = 1 - \sin \varphi$$

eller

$$K^0 = \frac{6 - 2M}{6 + M} = \frac{4}{7}$$

der er i rimelig overensstemmelse med forudsætningen.

Konsolideringsforsøget viser, at $Q = 35\%$ i almindelig $\log \sigma, \epsilon$ diagram. Beregningerne skal imidlertid baseres på $\ln \sigma$ og e . Idet det huskes, at $\ln \sigma = 2.3 \log \sigma$ og $d\epsilon_v = \frac{-de}{1+e_0}$ fås ξ i formel(8.8):

$$\xi = (1 + e_0) \cdot 0.35 / 2.3 = 0.30$$

idet e_0 er fundet til 1.0 svarende til $d_s = 2.7$.

Ved aflastning ses hældningen at være fem gange mindre, altså

$$\kappa = 0.06$$

der antages at gælde for genbelastning også.

Tøjningerne kan nu beregnes af (8.14). Som en tilnærmelse beregnes tøjningerne svarende til et beregningstrin. Først beregnes $q' = 36 \text{ kPa}$ og $\Delta p \approx dp = 53 \text{ kPa}$. Heraf fås

$$\Delta\epsilon_v = \frac{0.30}{2} \frac{1}{48} 53 = 0.166 = 16.6\%$$

$$48 \cdot 0.166 + 36\Delta\epsilon_t = \frac{0.06}{2} \cdot 53 + 1 \cdot 48 \cdot \Delta\epsilon_t$$

$$\Delta\epsilon_t = \frac{1}{12}(7.97 - 1.59) = 0.532 = 53.2\%$$

eller

$$\Delta\epsilon_1 = \frac{1}{3}\Delta\epsilon_v + \Delta\epsilon_t = 58.7\%$$

$$\Delta\epsilon_3 = \frac{1}{3}\Delta\epsilon_v - \frac{1}{2}\Delta\epsilon_t = -21.1\%$$

Med så store tøjninger behøver man ikke at overveje, om den numeriske metode er rimelig. Men prøv selv at vurdere det, samt indse hvorfor man på forhånd kunne vide, at tøjningerne ville blive meget store.

8.5 Udvidet tøjningsmodel

Den udvidede tøjningsmodel bygger på de samme principper som den simple tøjningsmodel. Forskellen er dog, at udtrykket for den forbrugte energi, formel (8.11), ikke anvendes, og at ϵ_t også antages at have en reversibel komponent ϵ_t^r forskellig fra nul.

Tøjningerne deles op i reversible og plastiske tøjninger:

$$\begin{aligned}d\epsilon_v &= d\epsilon_v^r + d\epsilon_v^p \\d\epsilon_t &= d\epsilon_t^r + d\epsilon_t^p\end{aligned}\tag{8.17}$$

De reversible tøjninger finder sted ved enhver spændingsændring. De plastiske tøjninger finder derimod kun sted i grænsetilstanden til normalkonsolideret tilstand og i selve den normalkonsoliderede tilstand.

Den udvidede tøjningsmodel bygger, foruden på de allerede nævnte observationer, på yderligere forsøgsmateriale, hvoraf det vigtigste skal nævnes.

Konsolideringsforsøg er udvidet til at omfatte alle forsøg, hvor $q' = \eta \cdot p'$. Her svarer $\eta = 0$ til isotrop konsolidering og $\eta = M$ til den kritiske tilstand. I fig. 8.7 ses en række forsøg på normalkonsolideret ler med forskellige værdier af η . ϵ_t viser sig at afhænge af η , men på meget simpel måde:

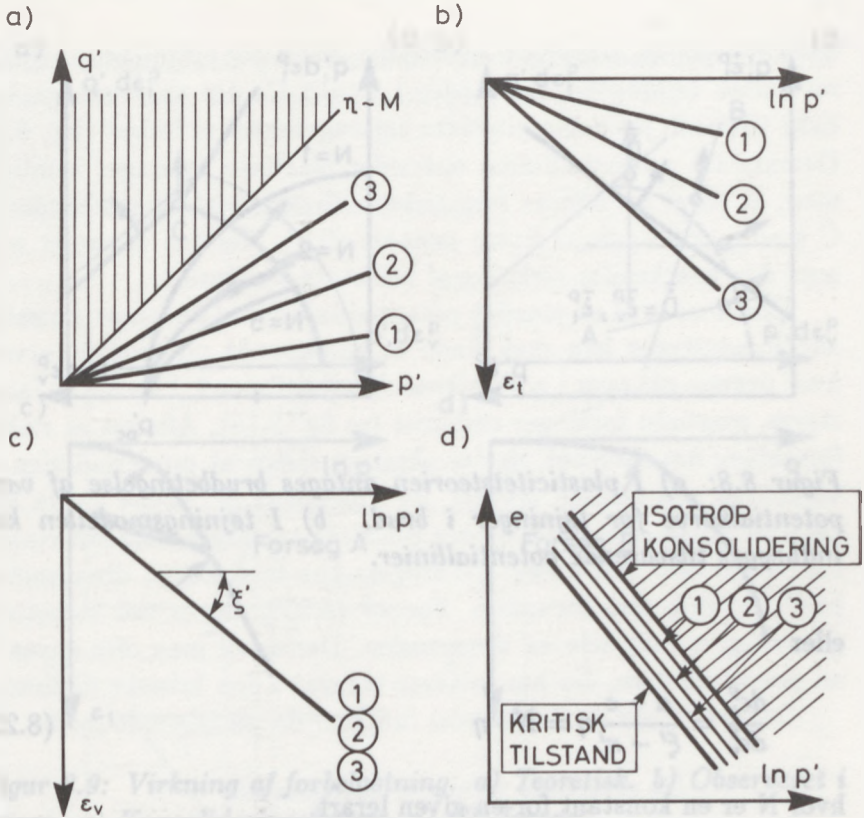
$$\epsilon_t = a\eta \ln p' \tag{8.18}$$

hvor a er en konstant for den givne ler. ϵ_v viser sig med god tilnærmelse at være uafhængig af η :

$$\epsilon_v = \xi' \ln p' \tag{8.19}$$

De reversible tøjninger kan studeres ved af- og genbelastninger. Herved fås

$$\begin{aligned}d\epsilon_t^r &= c\eta \frac{1}{p'} dp' \\d\epsilon_v^r &= \kappa' \frac{1}{p'} dp'\end{aligned}\tag{8.20}$$



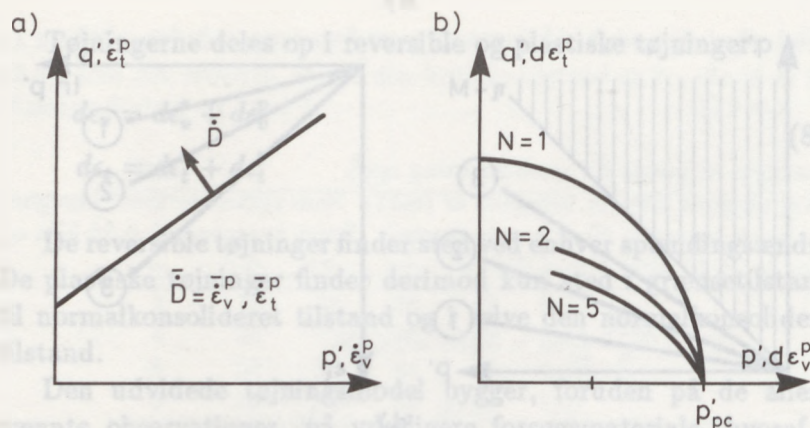
Figur 8.7: "Konsolideringsforsøg" på normalkonsolideret ler.

hvor ξ' og κ' er indført som $\xi/1 + e_o$ og $\kappa/1 + e_o$.

De plastiske tøjningstilvækster kan nu findes:

$$d\epsilon_t^p = (a - c)\eta \frac{1}{p'} dp'$$

$$d\epsilon_v^p = (\xi' - \kappa') \frac{1}{p'} dp' \quad (8.21)$$



Figur 8.8: a) I plasticitetsteorien antages brudbetingelse af være potentialkurve for tøjninger i brud. b) I tøjningsmodellen kan indlægges tilsvarende potentiallinier.

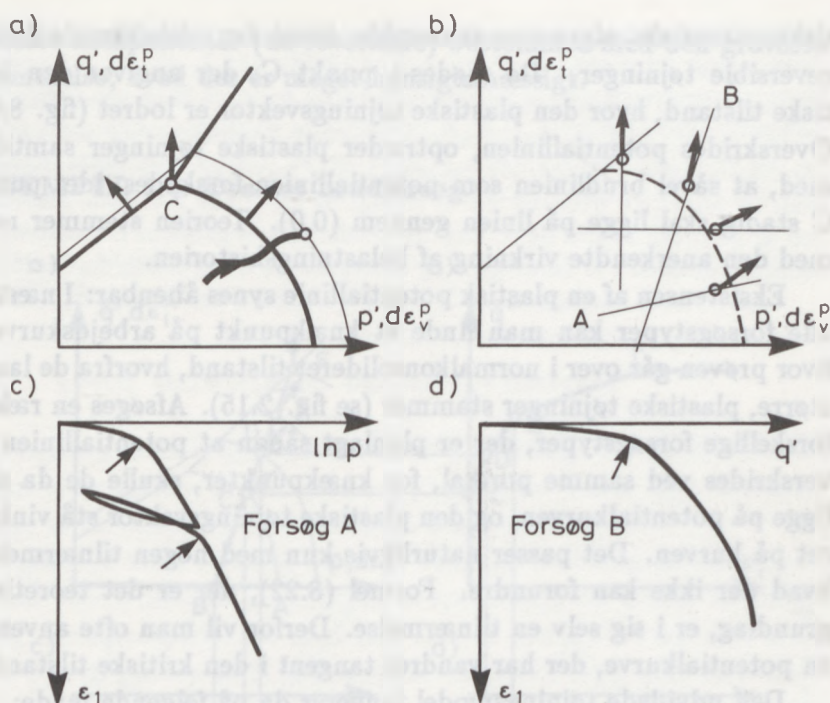
eller

$$\frac{d\epsilon_t^p}{d\epsilon_v^p} = \frac{a - c}{\xi' - \kappa'} \eta = N \cdot \eta \quad (8.22)$$

hvor N er en konstant for en given lerart.

Som det vil erindres fra plasticitetsteorien, er det den såkaldte normalitetsbetingelse, der muliggør øvre- og nedreværdi sætningerne (Brud i Jord). Det betyder, som vist på fig. 8.8a, at i en afbildning, hvor spændinger og de tilsvarende tøjninger afsættes ud ad akserne, vil tøjningsvektoren \bar{D} med komposanterne ϵ_v og ϵ_t , stå vinkelret på den linie, hvor brudbetingelsen er opfyldt. I brud antages tøjningerne at være uendelig store, og der afsættes derfor tøjningshastighederne i stedet for. Som vi har set i dette afsnit, holder antagelsen om uendelig store tøjninger kun i den kritiske tilstand. Brudlinien udgør altså en slags potentialkurve for tøjninger, idet de "flyder" vinkelret på den.

De plastiske tøjninger som er defineret i (8.22) er ikke uen-



Figur 8.9: Virkning af forbelastning. a) Teoretisk. b) Observeret i forsøg. c) Konsolideringsforsøg. d) CD-forsøg.

delig store, de er blot meget større end de reversible tøjninger. Nu indføres begrebet "plastisk potentialkurve" på samme måde som i plasticitetsteorien og (8.22) benyttes da til at konstruere kurven. På fig. 8.8b er vist nogle plastiske potentialkurver. For $N = 1$ er det en cirkel gennem $(0,0)$. Normalt antager N værdier mellem 5 og 10. Der er vist tre kurver for forskellige værdier af N . Fælles for dem er, at de har vandret normal for $q' = 0$ svarende til, at der ikke i isotrop konsolidering forekommer plastiske forskydningstøjninger. Her er den udvidede model bedre end den simple (se eks. 3.2).

Kombineres brudbetingelsen og den kurve, der angiver det plas-

tiske potentiale, afgrænses et område, hvori der udelukkende findes reversible tøjninger. De mødes i punkt C, der angiver den kritiske tilstand, hvor den plastiske tøjningsvektor er lodret (fig. 8.9). Overskrides potentiallinien, optræder plastiske tøjninger samtidig med, at såvel brudlinien som potentiallinien forskydes, idet punkt C stadig skal ligge på linien gennem (0,0). Teorien stemmer nøje med den anerkendte virkning af belastningshistorien.

Eksistensen af en plastisk potentiallinie synes åbenbar: I næsten alle forsøgstyper kan man finde et knæpunkt på arbejdskurven, hvor prøven går over i normalkonsolideret tilstand, hvorfra de langt større, plastiske tøjninger stammer (se fig. 2.15). Afsøges en række forskellige forsøgstyper, der er planlagt sådan at potentiallinien overskrides ved samme poretal, for knæpunkter, skulle de da alle ligge på potentialkurven, og den plastiske tøjningsvektor stå vinkelret på kurven. Det passer naturligvis kun med nogen tilnærmelse, hvad der ikke kan forundre. Formel (8.22), der er det teoretiske grundlag, er i sig selv en tilnærmelse. Derfor vil man ofte anvende en potentialkurve, der har vandret tangent i den kritiske tilstand.

Den udvidede tøjningsmodel fungerer da på følgende måde:

De reversible tøjninger beregnes af

$$d\epsilon_v^r = \kappa' \frac{1}{p'} dp'$$

$$d\epsilon_t^r = c\eta \frac{1}{p'} dp'$$

Den plastiske volumenændring beregnes af (8.23)

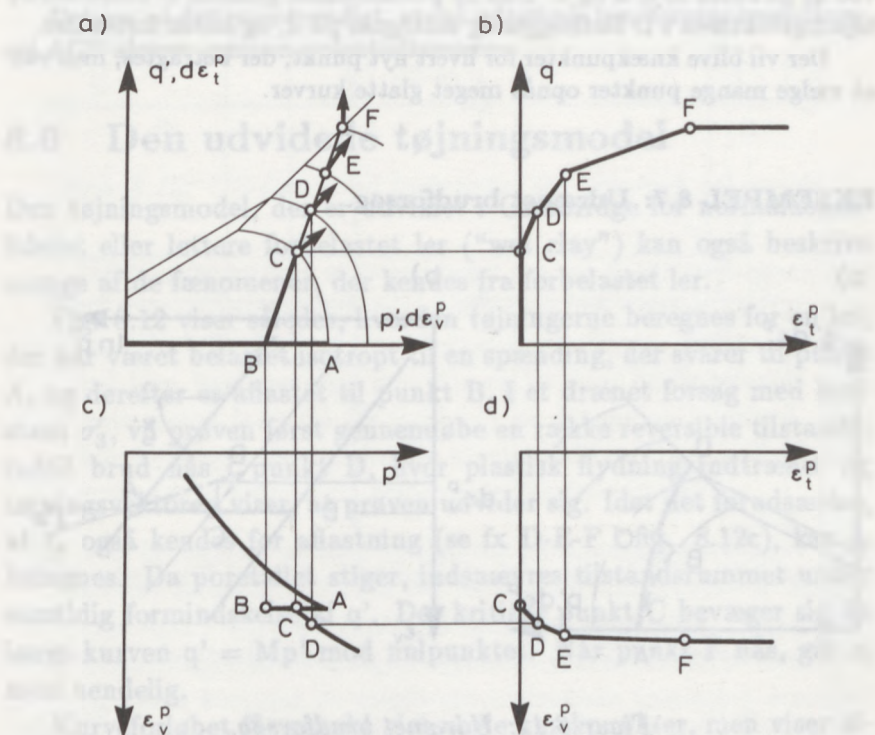
$$d\epsilon_v^p = \frac{\xi' - \kappa}{p'} dp$$

Den plastiske forskydningstøjning bestemmes af
det plastiske potentiale.

Ved denne opbygning af formelsystemet har man opnået, at de

mindste komponenter (de reversible) bestemmes med den groveste tilnærmelse, hvad der er meget hensigtsmæssigt.

EKSEMPEL 8.6: Drænet brudforsøg.



Figur 8.10: Beregning af plastiske tøjninger i CD-forsøg ved hjælp af plastisk potentiale. Lettere forbelastet ler.

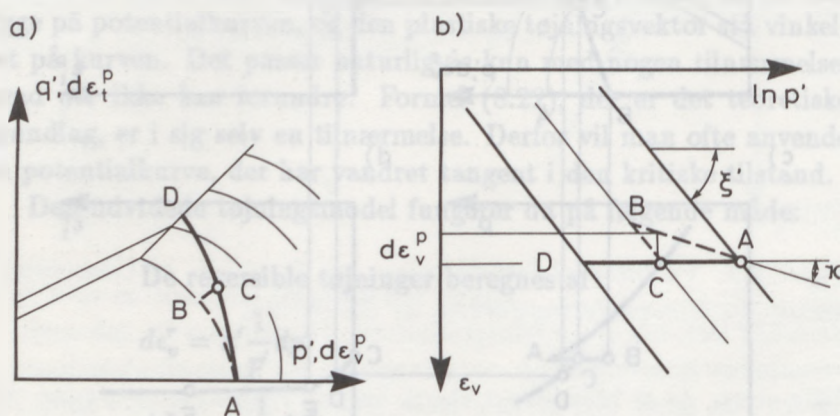
I fig. 8.10 er vist, hvorledes tøjningerne kan beregnes i et drænet triaxial-forsøg.

Leret er først belastet isotropt til punkt A og derefter aflastet til punkt B. Det er altså en lettere forbelastet prøve, som anvendes i forsøget. Så

længde prøvens tilstand ligger inden for potentiallinien gennem punkt A og den tilsvarende "brudlinie" (dvs. fra B til C), er der kun reversible tøjninger, som findes af formel (8.23). Ved yderligere belastning findes ϵ_v^p af fig. 8.10c. Idet retningen af den plastiske tøjningsvektor kendes af a kan hældningen d findes. Nu belastes under uændrede tøjningsparametre frem til punkt D, hvorved det er muligt at finde alle relevante størrelser ved at gå ruten a, c, d og b. Den ny potentiallinie gennem D konstrueres, tøjningsvektoren i D fastlægges og indtegnes på d, og sådan fortsættes.

Der vil blive knæpunkter for hvert nyt punkt, der betragtes, men ved at vælge mange punkter opnås meget glatte kurver.

EKSEMPEL 8.7: Udrænet brudforsøg.



Figur 8.11: Udrænet brudforsøg.

I det udrænedede tilfælde er $\epsilon_v = 0$ og altså også $d\epsilon_v = 0$. Man skulle derfor tro, at det var umuligt at få udviklet ϵ_t , jf. (8.22).

Imidlertid er $d\epsilon_v$ sammensat af en reversibel del og en plastisk del, der ophæver hinanden:

$$d\epsilon_v = d\epsilon_v^r + d\epsilon_v^p = 0$$

Et udrænet forløb fra punkt A til punkt C i fig. 8.11a giver altså ingen ændring i ϵ_v på fig. 8.11b. Forløbet kan imidlertid anses for sammensat af et forløb fra A til B langs med potentialkurven, der er yderste grænse for det reversible område og et forløb fra B til C, hvor der finder plastiske tøjninger sted. Fra A til B er $d\epsilon_v = d\epsilon_v^A$ negativ. Fra B til C er $d\epsilon_v = d\epsilon_v^{rB} + d\epsilon_v^{pB} = -d\epsilon_v^A$. Den plastiske del heraf $d\epsilon_v^{pB}$ indsættes i (8.22) ved beregning af $d\epsilon_t^p$, eller ved at benytte potentiallinierne, jf. fig. 8.11a.

Det ses, at det er nødvendigt, at det udrænedes brudforsøgs spændingsvej ACD skærer gennem potentialkurverne.

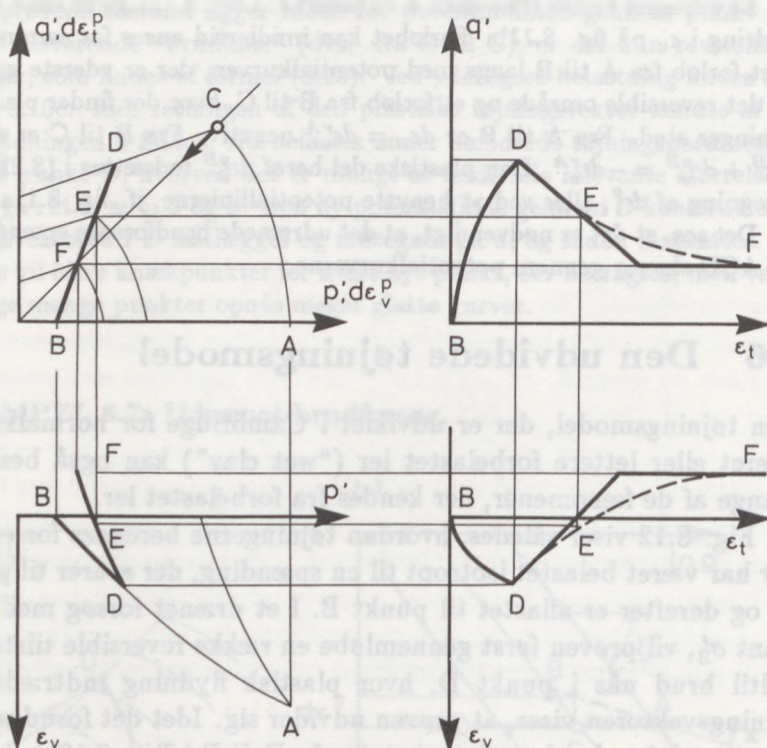
8.6 Den udvidede tøjningsmodel

Den tøjningsmodel, der er udviklet i Cambridge for normalkonsolideret eller lettere forbelastet ler ("wet clay") kan også beskrive mange af de fænomener, der kendes fra forbelastet ler.

Fig. 8.12 viser således, hvordan tøjningerne beregnes for en ler, der har været belastet isotropt til en spænding, der svarer til punkt A, og derefter er aflastet til punkt B. I et drænet forsøg med konstant σ'_3 , vil prøven først gennemløbe en række reversible tilstande, indtil brud nås i punkt D, hvor plastisk flydning indtræder og tøjningsvektoren viser, at prøven udvider sig. Idet det forudsættes, at ϵ_v også kendes for aflastning (se fx D-E-F i fig. 8.12c), kan ϵ_t beregnes. Da poretallet stiger, indsnævres tilstandsrummet under samtidig formindskelse af q' . Det kritiske punkt C bevæger sig da langs kurven $q' = Mp'$ mod nulpunktet. Når punkt F nås, går ϵ_t mod uendelig.

Kurveforløbet får ganske vist nogle knæpunkter, men viser alligevel de normale hovedtræk for en fast lejret ler, nemlig at q' antager en maksimumsværdi for en relativ lille værdi af ϵ_t , at q for ϵ_t gående mod uendelig antager en residual værdi, og at prøven først mindsker sit volumen, men senere øger det igen.

Kurveforløbet kan blive næsten glat, såfremt potentiallinien forløber jævnt over i brudtilstanden, og det er da også det normale udseende af potentialfladen. Der er dog vedblivende knæk i mak-

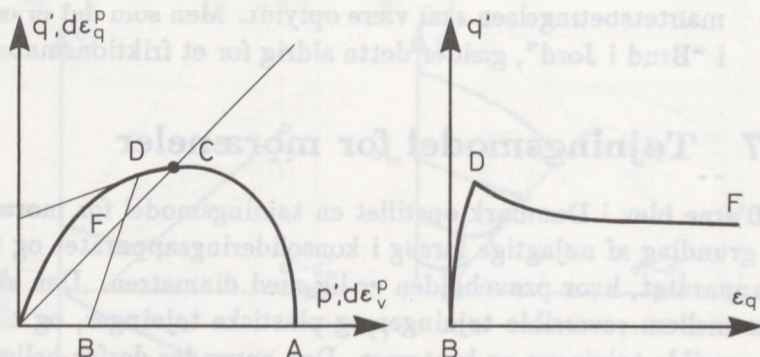


Figur 8.12: CD-forsøg på forbelastet ler. Sænkningstøjningsmodel.

simumpunktet, fordi det først er her, de plastiske tøjninger sætter ind.

Modellen har en række svagheder, som skyldes at den er udviklet ud fra normalkonsoliderede lerarter. Således kan nævnes:

- i) Der skelnes mellem elastiske og plastiske tøjninger. Det giver de ulemper, som er vist i fig. 8.13, nemlig knæpunkter i maksimumpunktet og en potentiallinie, der ikke følger brudbetingelsen.
- ii) Potentiallinierne er målt i forsøg, hvor den oprindelige forbe-



Figur 8.13: CD-forsøg på forbelastet ler. Plastisk potentiale.

lastningsspænding er overskredet mange gange med svækkelse af prøven (omrøring) til følge. Det kan være rigtigt for en svag forbelastet jord, der belastes og aflastes kortvarigt som led i en byggeproces, men for en ler, der er forbelastet gennem meget lang tid (fx istiden!), er det givetvis forkert. Den har forlængst genvundet sin styrke ved retablering af de elektrokemiske bindinger, som brydes under svækkelsen.

- iii Ved beregning af tøjningerne for en normalkonsolideret eller lettere forbelastet ler, er det en rimelig tilnærmelse at antage tøjninger i tilstandsrummets indre for reversible. Af- og genbelastninger er så små, at hysteresen ikke betyder så meget, og dertil kommer de meget store plastiske tøjninger, som kan beregnes med større præcision.

Ved beregning af tøjningerne for en hårdere forbelastet ler optræder de plastiske tøjninger slet ikke, og kurverne udviser stor hysteres. Det samlede resultat bliver derfor langt mere usikkert i dette tilfælde.

- iv Det er naturligvis umiddelbart tilfredsstillende, at der i brud er overensstemmelse med plasticitetsteoriens krav om, at nor-

malitetsbetingelsen skal være opfyldt. Men som det er omtalt i "Brud i Jord", gælder dette aldrig for et friktionsmateriale!

8.7 Tøjningsmodel for moræneler

I 60'erne blev i Danmark opstillet en tøjningsmodel for moræneler på grundlag af nøjagtige forsøg i konsolideringsapparatet og triaxialapparatet, hvor prøvehøjden er lig med diametren. Den skelner ikke mellem reversible tøjninger og plastiske tøjninger, og tillader irreversible tøjninger og hysteres. Den anvender derfor heller ikke plastisk potentiale. Til gengæld kan tøjningsmodellen kun benyttes for forbelastede jordarter, idet det synes uomtvistelig nødvendigt at antage en ændring af størrelsesordenen af tøjninger ved overgang fra forbelastet til normalkonsolideret tilstand.

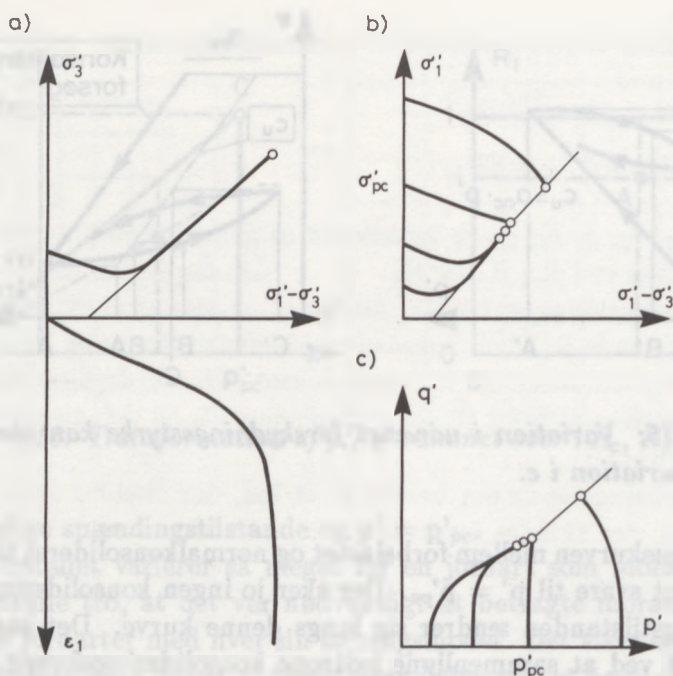
De beskrevne tøjningsmodeller udelukker derfor ikke hinanden, men supplerer hinanden. Dog er der visse forskelle også i grundlaget, som må studeres nøjere, før der kan opstilles en sammenhængende model, der dækker hele belastningsintervallet.

Udrænedede forsøg

Grundlaget for opstillingen af en tøjningsmodel udgøres også i dette tilfælde af udrænedede forsøg og isotrope konsolideringsforsøg.

Resultatet af et udrænet forsøg er vist på fig. 8.14a). En forbelastet ler opbygger store undertryk, når $\sigma'_1 - \sigma'_3$ øges, for at forhindre volumenændringer, og σ'_3 kan derved vokse op over den oprindelige værdi. Spændingstilstanden varierer i den sidste del af forsøget langs en ret linie, hvor prøven er meget tæt på brud. Derfor kan man i et forsøg med en hårdt forbelastet moræneler måle både c' , φ' og c_u i det samme forsøg. Når den kritiske tilstand nås, vokser ϵ_1 uden spændingsændringer. En forkonsolideret ler er således et af de materialer, der opfører sig plastisk i brud.

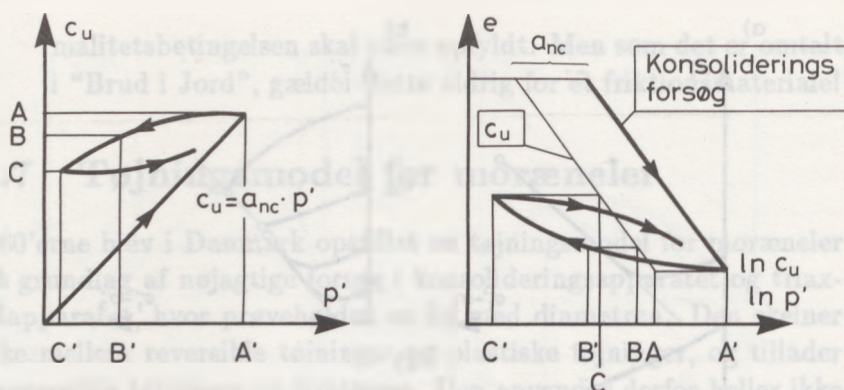
Spændingsvariationen afhænger meget af forbelastningstrykket således, som det også ses af fig. 8.14b) og c). Det kan herudaf



Figur 8.14: Udrænedede forsøg på moræneler.

konkluderes

- (i) at p' er konstant i starten af et udrænet forsøg, dvs. for små værdier af q' .
- (ii) at der på en ler, der netop er ført op til den normalkonsoliderede tilstand, er konstant p' hele vejen til brud.
- (iii) og at en ler, hvor p'_{pc} overskrides, svækkes og p' - q' kurven krummer, hvorved q' i den kritiske tilstand (hvor $c_u = 1/2q'$) bliver mindre end svarende til konstant p' . Disse sidste kurver svarer til de kurver, der er målt andre steder (fx i Cambridge).



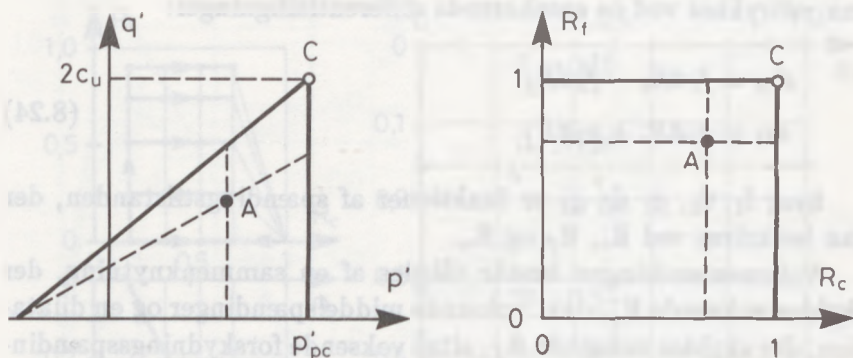
Figur 8.15: Variation i udrænet forskydningsstyrke kan alene tilskrives variation i e .

Grænsekurven mellem forbelastet og normalkonsolideret tilstand antages at svare til $p' = p'_{pc}$. Der sker jo ingen konsolidering, når spændingstilstanden ændrer sig langs denne kurve. Det kan også eftervises ved at sammenligne isotrope konsolideringsforsøg og almindelige konsolideringsforsøg.

Der kan drages endnu en konklusion af udrænedes forsøg. Det er velkendt, at c'_r og ϕ'_r afhænger af poretalet. Men det viser sig, at det gør c_u også. Den velkendte variation af c_u med overlejringstrykket kan alene tilskrives variation i poretalet (fig. 8.15). Kendes poretalet, kendes den virkelige brudbetingelse og den kritiske tilstand. Dermed kendes også forbelastningsspændingen p'_{pc} , der altså også er en funktion af poretalet. Ved aflastning ændres poretalet, og forbelastningsspændingen p'_{pc} falder. Det er normalt helt ubetydeligt, men en svellende tertiær ler må helt kunne "glemme", at den nogensinde har været forbelastet.

Valg af parameter

Tilstandsrummet for en given ler ved et givet poretal kan således beskrives i et p' - q' -diagram (fig. 8.16), hvor brudlinien afgrænser



Figur 8.16: Transformation af p' , q' -rummet over i R_c , R_f -rummet.

de mulige spændingstilstande og $p' = p'_{pc}$.

Poretallet varierer så meget for en jordart som moræneler, at man skulle tro, at det var nødvendigt at betragte moræneler som mange jordarter med hver sin tøjningsmodel. Det viser sig imidlertid, at poretalet udgår af tøjningsmodellen ved et hensigtsmæssigt parametervalg, som endda er det simplest mulige, nemlig et dimensionsløst konsolideringsforhold R_c , et dimensionsløst aflastningsforhold R_u og et dimensionsløst brudforhold R_f .

R_c defineres som p'/p'_{pc} . Det er 1 for normalkonsolideret ler.

R_u defineres som p'_0/p'_{pc} , hvor p'_0 er den middelspænding som leret har været aflastet til. I udlandet anvendes hyppigt den såkaldte "over consolidation ratio", OCR, der er den reciprokke værdi af R_u .

R_f defineres som q'/q'_f for samme værdi af R_c . Den er 0 ved isotrop konsolidering og 1 i brud.

Kritisk tilstand optræder for $(R_c, R_f) = (1, 1)$.

Tøjningsmodel

Tøjningsmodellen vedrører tøjningerne i $R_c - R_f$ tilstandsrummet, hvortil de aktuelle spændinger må føres. Det postuleres nu, at de

kan udtrykkes ved to samhørende differentialligninger:

$$\begin{aligned} d\epsilon_v &= f_1 dR_c - f_2 dR_f \\ d\epsilon_t &= g_1 dR_c + g_2 dR_f \end{aligned} \quad (8.24)$$

hvor f_1 , f_2 , g_1 og g_2 er funktioner af spændingstilstanden, der kan beskrives ved R_c , R_f og R_u .

Volumenændringen består således af en sammenknytning, der skyldes voksende R_c , dvs. voksende middelspændinger og en dilatation, der skyldes voksende R_f , altså voksende forskydningsspændinger. I nærheden af brud ($R_f = 1$) dominerer f_2 og volumenændringen bliver negativ.

Forskydningstøjningen består af et led, der skyldes konsolidering, og et, der skyldes forskydning og som bliver uendelig for $R_f = 1$.

f_1 -funktion

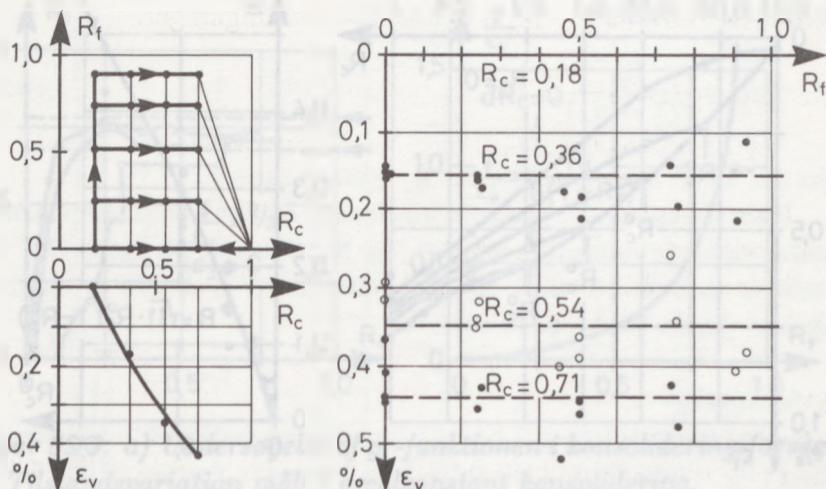
f_1 -funktionen studeres bedst i forsøg, hvor R_f er konstant. Sådanne forsøg omtales ofte som anisotrope konsolideringsforsøg. Det almindelige arealkonstante konsolideringsforsøg må da behandles for sig selv, da R_f ikke er konstant (sml. med hviletrykskoefficienten i fig. 2.7).

Tøjningsmodellen er i dette tilfælde:

$$\begin{aligned} d\epsilon_v &= f_1 dR_c \\ d\epsilon_t &= g_1 dR_c \end{aligned} \quad (8.25)$$

På fig. 8.17 er vist resultater af sådanne konsolideringsforsøg. R_f er fastholdt i det enkelte forsøg på 0.23, 0.5, 0.75 og 0.9.¹ Det

¹Der er vist de enkelte forsøgsresultater, som det også er gjort i de følgende figurer, og dermed ses også den forsøgsspredning, som aldrig kan undgås. De øvrige figurer i bogen viser derimod kun det principielle udseende af kurverne.



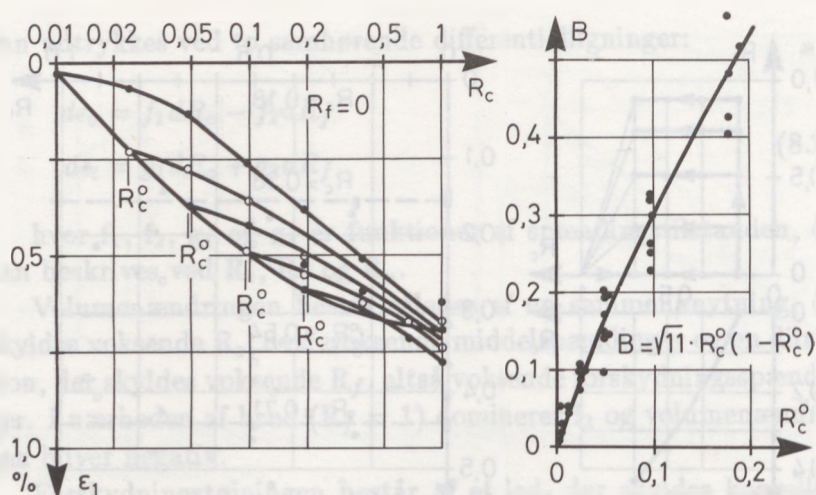
Figur 8.17: a) Tilstandsvariation i 5 konsolideringsforsøg. b) Forsøgsresultater, der viser at ϵ_v er uafhængig af R_f . c) Gennemsnitsværdier.

ses, at være en god antagelse, at ϵ_v og dermed f_1 er uafhængig af R_f . Derfor kan f_1 også studeres for isotrop belastning, dvs. $R_f = 0$, hvor forsøgsmaterialet er meget stort, og hvor der er anvendt mange forskellige værdier af R_u .

På fig 8.18 ses isotrope af- og genbelastningsgrene. Alle aflastningsgrene er lagt oven i hinanden og genbelastningsgrenene tegnet herfra. Det ses, at de for $R_c \gg R_u$ har næsten samme hældning $\Gamma \approx 0.5\%$, idet der er anvendt logaritmisk skala for R_c . Genbelastningskurven kan fremstilles ved formelen:

$$\Delta\epsilon_v = \Gamma \ln(R_c + \sqrt{R_c^2 + B^2}) \quad (8.26)$$

hvor B er konstant for en given genbelastningsgren, men i øvrigt afhænger af R_u . Formlen (8.26) er valgt fordi den for $R_c \gg B$



Figur 8.18: a) Af- og genbelastningskurver i isotrop konsolidering. b) B 's variation med R_u .

fører over i

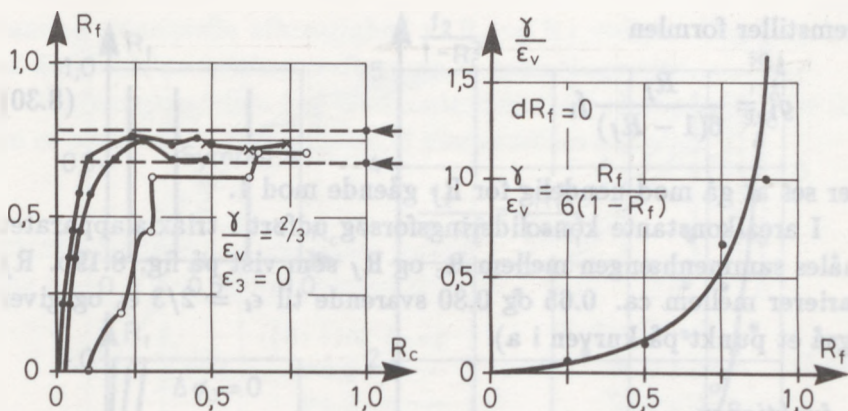
$$\Delta \epsilon_v = \Gamma \ln R_c + \text{konstant} \quad (8.27)$$

svarende til observationerne og fordi den ved differentiation giver et simpelt udtryk for f_1 :

$$f_1 = \frac{\Gamma}{\sqrt{R_c^2 + B^2}} \quad (8.28)$$

Hver kurve giver én værdi af B , men har man forsøg nok, kan B findes som funktion af R_u (fig. 8.18). B skal være 0 for $R_u = 1$ svarende til normalkonsolideret tilstand og for $R_u = 0$, hvor prøven er totalt aflastet. En simpel formel for B er

$$B = J \cdot R_u(1 - R_u) \quad (8.29)$$



Figur 8.19: a) Undersøgelse af g_1 -funktionen i konsolideringsforsøg. b) Tilstandsvariation målt i arealkonstant konsolidering.

Formlen viser sig at være meget hensigtsmæssig og dækker endda aflastning, idet det her gælder, at $R_c = R_u$. Det giver kontrol på formel (8.29).

g_1 -funktionen

g_1 -funktionen kan også findes i konsolideringsforsøg. I isotrop spændingstilstand antages også tøjningstilstanden isotrop. g_1 må altså være 0 for $R_f = 0$.

Der må lægges endnu et bånd på g_1 på grund af forsøg med almindelig arealkonstant konsolidering. Her viser fig. 8.19, at en genbelastningsgren nærmer sig en tilstand hvor σ'_1/σ'_3 kun vokser lidt, svarende til at R_f bliver konstant. I dette tilfælde er $\epsilon_3 = 0$ eller $\epsilon_t = 2/3\epsilon_v$ (formel 3.18), altså $g_1 = 2/3f_1$. Derfor må en formel for g_1 inkludere formelen for f_1 .

I konsolideringsforsøgene fra før kan ϵ_t/ϵ_v eller g_1/f_1 studeres, og viser sig med god tilnærmelse kun at afhænge af R_f (se fig. 8.19). For $R_f = 0.9$ er punktet usikkert bestemt. Den viste kurve

fremstiller formlen

$$g_1 = \frac{R_f}{6(1 - R_f)} f_1 \quad (8.30)$$

der ses at gå mod uendelig for R_f gående mod 1.

I arealkonstante konsolideringsforsøg udført i triaxialapparatet måles sammenhængen mellem R_c og R_f som vist på fig. 8.19b. R_f varierer mellem ca. 0.65 og 0.80 svarende til $\epsilon_t = 2/3 \epsilon_v$ og giver også et punkt på kurven i a).

f_2 -funktionen

f_2 -funktionen undersøges bedst i forsøg med fastholdt middelspænding ($R_c = \text{konstant}$) i såkaldte "brudforsøg". Formel (8.24) forenkles da til

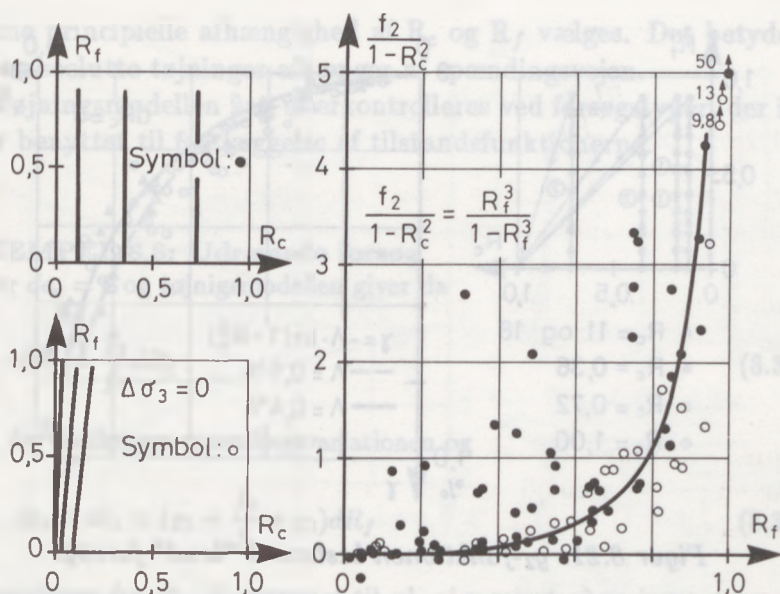
$$\begin{aligned} d\epsilon_v &= -f_2 dR_f \\ d\epsilon_t &= g_2 dR_f \end{aligned} \quad (8.31)$$

Da f_1 -funktionen allerede er fastlagt, kan også forsøg med nogen variation af R_c anvendes, fx normale CD-forsøg, fordi f_1 fratrækkes.

Fig. 8.20a) og b) viser de nævnte forsøgstyper. f_2 viser sig at afhænge både af R_c og R_f , men $f_2/(1 - R_c^2)$ udviser ingen systematisk variation med R_c , men kun med R_f . Da forsøgene er vanskelige at udføre, er spredningen betydelig, men det er tydeligt at f_2 er 0 for $R_f = 0$ og går mod uendelig for $R_f = 1$. Kurven fremstilles ved formelen:

$$f_2 = \Lambda \frac{R_f^3}{1 - R_f^3} (1 - R_c^2) \quad (8.32)$$

Det ses, at for $R_f < 0.4$ er der praktisk taget ingen volumenændring. Det svarer nøje til, at i udrænedes forsøg er p' konstant i starten.



Figur 8.20: f_2 -funktion bestemt i "brudforsøg". a) Brudforsøg. b) CD-forsøg med konstant kammertryk. c) Forsøgsresultater.

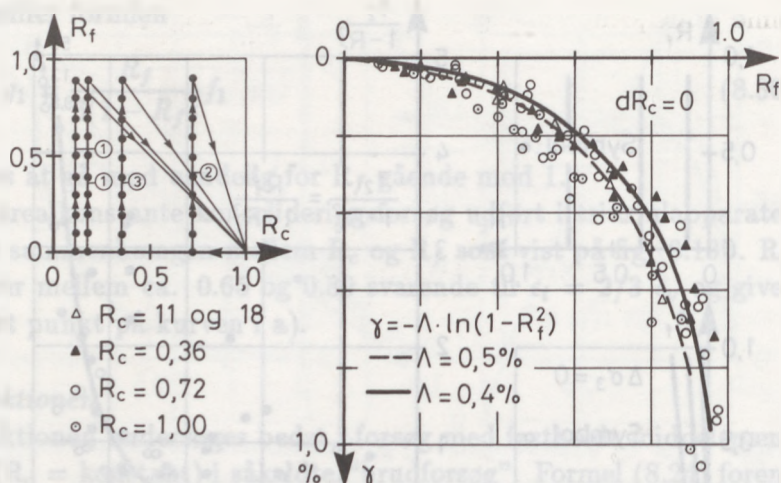
f_2 kan i øvrigt ikke fastlægges særlig nøjagtigt for R_f gående mod 1, fordi store volumenændringer giver omrøringseffekter, der er tidsafhængige.

g_2 -funktionen

Bestemmelse af g_2 -funktionen foregår på samme måde som g_1 -funktionen, og resultaterne er vist på fig. 8.21. Et simpelt udtryk for g_2 er

$$g_2 = \Lambda \frac{R_f}{1 - R_f^2} \quad (8.33)$$

g_2 kan også bestemmes i udrænedede forsøg for $R_f < 0.4$.



Figur 8.21: g_2 -funktionen bestemt i "brud"-forsøg.

Det viser sig altså, at både g_2 - og f_2 -funktionerne kan antages at være uafhængige af R_u i modsætning til f_1 - og g_1 -funktionerne.

Beregning

Tøjningsmodellen kan nu benyttes til at beregne sammenhænge mellem spændinger og tøjninger, idet de fundne udtryk for tilstandsfunktionerne (formel (8.28), (8.29), (8.30), (8.32) og (8.33)) indsættes i formel (8.24), og transformationen af R_c , R_f tilstandsrummet over i p', q' -rummet udføres. Det er altså meget besværligt, men klares simpelt ved numerisk beregning.

Medens man kan håbe, at formlerne kan anvendes på andre forbelastede lerarter, må det forventes, at Γ og Λ afhænger af lerarten. Herom vides dog intet. For moræneler er fundet $\Gamma = 0.5\%$ og $\Lambda = 1\%$.

Formel (8.24) viser sig ved indsættelse af tilstandsfunktionen ikke at være et totalt differentiale, heller ikke hvis andre udtryk med

samme principielle afhængighed af R_c og R_f vælges. Det betyder, at de absolutte tøjninger afhænger af spændingsvejen.

Tøjningsmodellen kan efterkontrolleres ved forsøgstyper, der ikke er benyttet til fastlæggelse af tilstandsfunktionerne.

EKSEMPEL 8.8: Udrænedede forsøg

Her er $d\epsilon_v = 0$ og tøjningsmodellen giver da

$$dR_c = \frac{f_2}{f_1} dR_f \quad (8.34)$$

hvad der fastlægger spændingsvariationen og

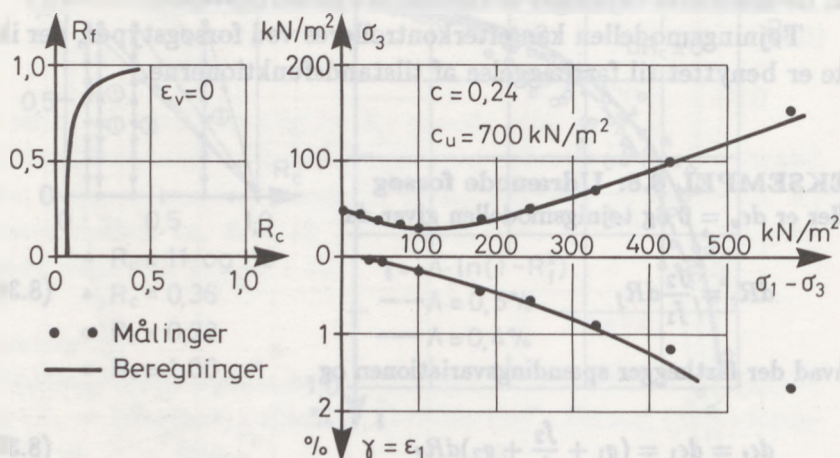
$$d\epsilon_t = d\epsilon_1 = (g_1 + \frac{f_2}{f_1} + g_2) dR_f \quad (8.35)$$

Omregningen fra R_c , R_f -rummet til p' , q' -rummet giver ingen overraskelser, e er jo konstant, så R_c , R_f -rummets placering i p' , q' -rummet er konstant under hele forsøget. Fig. 8.22 viser tøjningsmodellen anvendt på en meget hårdt forbelastet ler.

Tøjningsmodellen viser, at dR_f bliver meget lille i forhold til dR_c , når R_f nærmer sig 1. Det er derfor strengt taget ikke brudlinien, der observeres på $(\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_3)$ -kurven, men brudlinien der asymptote til kurven. Forskellen er dog ringe, idet $R_f > 0.99$ på den del af kurven, der opfattes som retlinet.

EKSEMPEL 8.9: Drænet forsøg

I drænedede forsøg vil poretallet vokse betragteligt, når spændingstilstanden nærmer sig brud (R går mod 1). Derfor vil omregningen fra R_c , R_f -rummet til p' , q' - eller $(\sigma'_1 - \sigma'_3, \sigma'_3)$ -rummet skulle foretages for hvert skridt og for hver gang vil tilstandsrummet indsnævres. Fra et skridt til det næste vokser $\sigma'_1 - \sigma'_3$, fordi R_f vokser, men samtidig aftager $\sigma'_1 - \sigma'_3$, fordi tilstandsrummet indsnævres. Det tilstandsrum, der svarer til prøvens tilstand i punkt A, er angivet ved det kritiske tilstandspunkt A_c . Tilsvarende

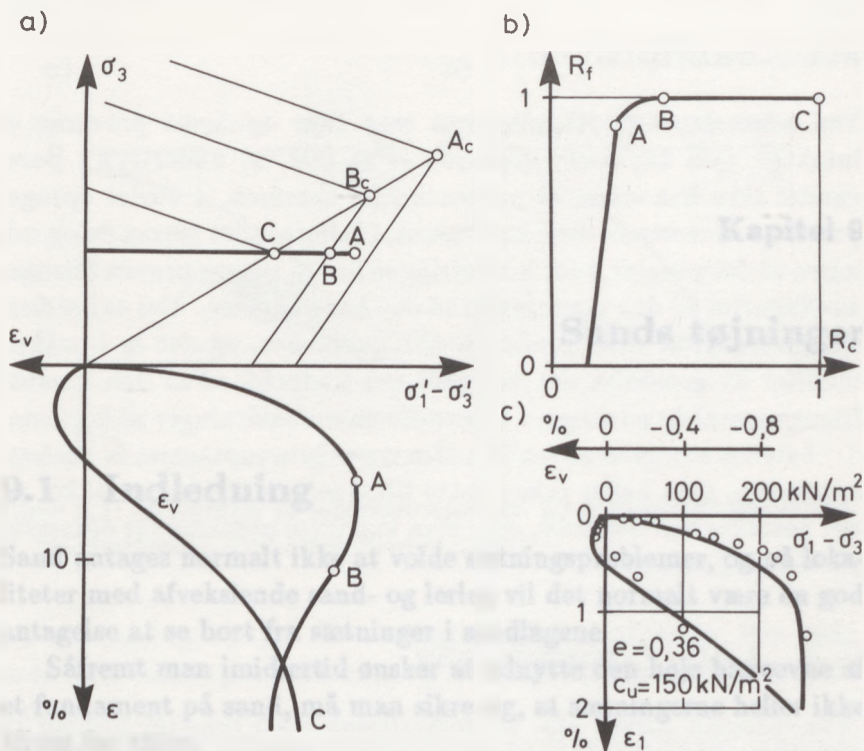


Figur 8.22: Beregnede og observerede spændinger og tøjninger i udrænedede forsøg.

angiver B_c det kritiske tilstandspunkt, når prøven er i tilstand B. Ophæver de to tendenser hinanden, får arbejdskurven et maksimum, hvorefter $\sigma'_1 - \sigma'_3$ falder samtidig med at tilstandsrummet indsnævres yderligere, indtil det kritiske tilstandspunkt nås. Herfra forløber ϵ_1 uden ændringer i $\sigma'_1 - \sigma'_3$ eller ϵ_v i den såkaldte residuelle tilstand, der altså svarer til, at leret har opsuget så meget vand, at det er blevet normalkonsolideret.

På fig. 8.23 a) ses det teoretiske forløb af et drænet forsøg med konstant kammertryk, hvor disse faser gennemløbes. På fig. 8.23 b) ses forløbet i et R_c , R_f -diagram. Det bliver afrundet for høje værdier af R_f , fordi det styres af, at σ'_3 er konstant. Endelig ses på fig. 8.23 c) en sammenligning mellem teori og observation.

Maksimumpunktet på kurven svarer i følge tøjningsmodellen ikke til brud, idet $R_f < 1$. Imidlertid er R_f meget tæt på 1 (ca. 0.99), således, at det i praksis ikke har nogen betydning.



Figur 8.23: Drænet forsøg med konstant kammertryk. a) Teoretisk forløb. b) Teoretisk forløb af R_c og R_f . c) Sammenligning med observationer.

8.8 Krybning

Mangler.

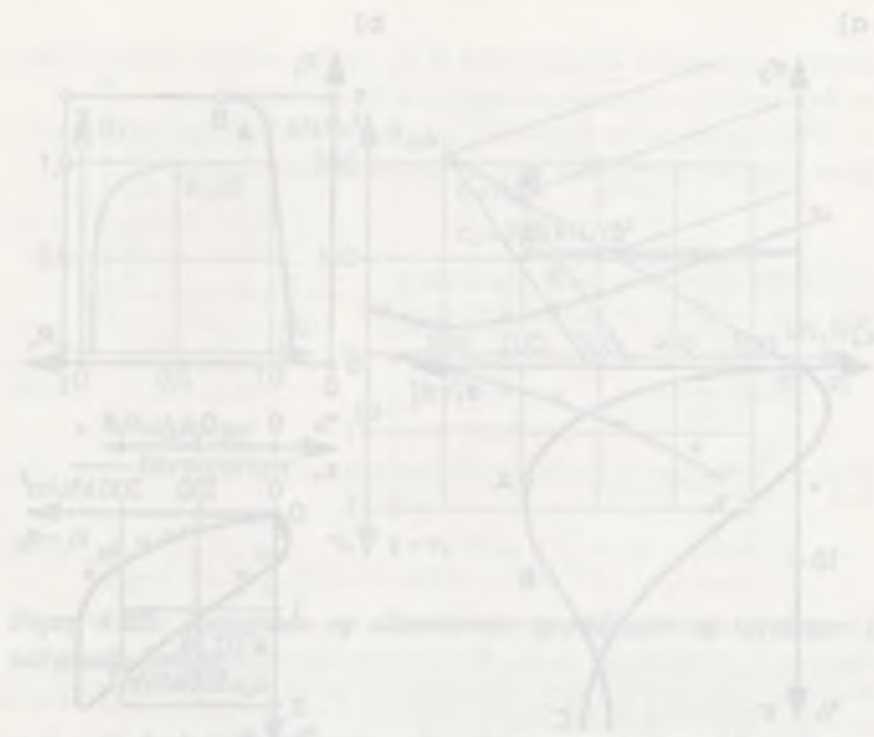


Figure 8.1 shows four different constitutive equations, all of which are valid for a material. The first three plots (a), (b), and (c) show hysteresis loops, which are characteristic of materials that exhibit energy dissipation during loading and unloading. The fourth plot (d) shows a loading curve and an unloading curve that do not form a closed loop, which is characteristic of materials that do not exhibit energy dissipation.

Figure 8.2 shows a plot of stress σ versus strain ϵ for a material that exhibits hysteresis. The loading curve starts at the origin and goes up to point A. The unloading curve starts at point A and goes down to point B. The area between the loading and unloading curves is shaded. The plot shows that the material exhibits hysteresis, as the loading and unloading curves do not coincide.

Figure 8.3 shows a plot of stress σ versus strain ϵ for a material that exhibits hysteresis. The loading curve starts at the origin and goes up to point A. The unloading curve starts at point A and goes down to point B. The area between the loading and unloading curves is shaded. The plot shows that the material exhibits hysteresis, as the loading and unloading curves do not coincide.

Kapitel 9

Sands tøjninger

9.1 Indledning

Sand antages normalt ikke at volde sætningsproblemer, og på lokaliteter med afvekslende sand- og lerlag vil det normalt være en god antagelse at se bort fra sætninger i sandlagene.

Såfremt man imidlertid ønsker at udnytte den høje bæreevne af et fundament på sand, må man sikre sig, at sætningerne heller ikke bliver for store.

Såfremt et fundament på sand udsættes for periodiske svingninger af kort varighed, fx døgnvariationer, vil de forplante sig til kornskelettet som effektive spændinger, altså uden en delvis forøgelse af poretrykket. I sådanne tilfælde kan påregnes forøgede sætninger.

Bestemmelse af sands tøjningsegenskaber er væsentlig vanskeligere og dermed mere usikker end de tilsvarende bestemmelser på ler. Sætningsberegninger af bygninger på sand får derved karakter af overslag uanset hvor komplicerede beregningsfremgangsmåder, der anvendes.

9.2 Sandprøven

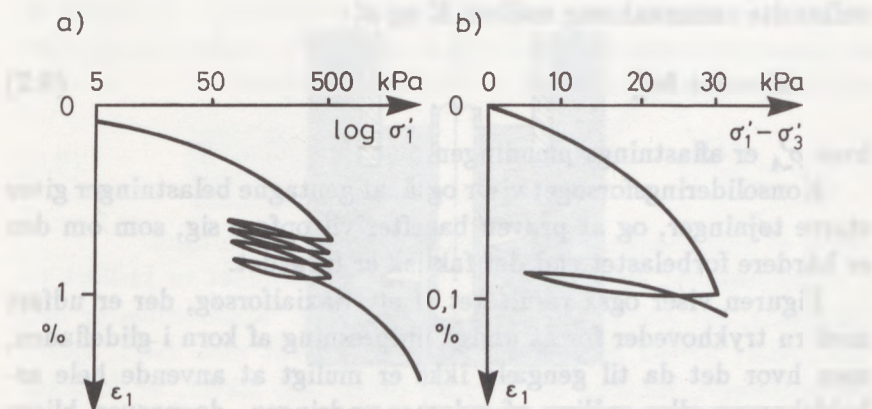
Ved normal prøveoptagning kan man ikke opnå, at prøverne er intakte. Den kapillære stighøjde er så lille, at undertryk i porevandet ikke kan sikre, at prøven holder sammen. I stedet optages prøverne omrørte fx med sandspand, i laboratoriet tørres de og udlejres til det poretal, som sandlejringen har in situ og prøven forsøges vandmættet til den mætningsgrad den har i naturen. Det er imidlertid sjældent, at man kender in situ poretallet, og det er i praksis umuligt at genskabe det korrekte vandindhold. Ved den nævnte fremgangsmåde ødelægges eventuelle sammenkitninger af kornene.

I stedet kan man anvende andre typer prøveoptagere, fx Bishop-optageren, men heller ikke i dette tilfælde kan man være sikker på det korrekte vandindhold, eller man kan fryse prøverne før optagelse (Holland, England).

9.3 Laboratorieforsøg

Som tidligere nævnt skal prøvestørrelsen stå i rimeligt forhold til korndiametren, og derved bliver laboratorieapparater for sandprøver meget store, måske med diametre på 30 cm eller mere. Årsagen er, at sandkornene i grænsefladen mellem sand og apparat enten presses ind i glideflader (triaxialforsøg) eller ved indpresning mod metaloverflader tvinges til rotation og glidninger, som ikke forekommer længere inde i prøven.

På fig. 9.1 ses to typiske forsøgsresultater fra meget omhyggeligt udførte forsøg, nemlig et konsolideringsforsøg og et triaxialforsøg. Det ses for det første, at de målte tøjninger er meget små, og for det andet at sandet udviser samme hysterese-fænomener og forskelle på førstegangsbelastning og af- og genbelastninger. Det er åbenbart meget vigtigt at rekonstruere spændingshistorien, men den kendes ikke i sandet. På grund af de meget små tøjninger kan man ikke forestille sig, at spændingshistorien kan bevares i selv det bedste



Figur 9.1: Resultater af laboratorieforsøg. a) Konsolideringsforsøg. b) Triaxialforsøg (frit efter Denver 1980).

prøveoptagningsudstyr. Er sandlaget omgivet af lerlag, kan man finde forbelastningen i disse lag og derudfra skønne en belastnings-historie.

Konsolideringsforsøget viser relativt store tøjninger for nybelastning, men kurven krummer til stadighed i logaritmisk afbildning. Den normalkonsoliderede lers retlinede forløb i logaritmisk afbildning svarer til, at K er proportional med σ'_1 , men det er altså ikke tilfældet for sand.

$$\text{Normalkonsolideret ler} : K = \frac{\partial \sigma'}{\partial \epsilon} = \frac{\ln 10}{Q} \cdot \sigma'_1 \quad (9.1)$$

$$\text{Nybelastet sand} : K = m\sqrt{\sigma'_1}$$

hvor m er en konstant med enheden $\text{kPa}^{1/2}$.

En genbelastningsgren, der krummer i logaritmisk afbildning, viser lineær sammenhæng mellem σ'_1 og ϵ_1 og den fra forbelastet ler

velkendte sammenhæng mellem K og σ'_1 :

$$K = a + b\sigma'_A \quad (9.2)$$

hvor σ'_A er aflastningsspændingen.

Konsolideringsforsøget viser også, at gentagne belastninger giver større tøjninger, og at prøven bagefter vil opføre sig, som om den er hårdere forbelastet end det faktisk er tilfældet.

Figuren viser også resultatet af et triaxialforsøg, der er udført med ru trykhoveder for at undgå indpresning af korn i glidefladen, men hvor det da til gengæld ikke er muligt at anvende hele arbejdskurven eller måling af volumenændringen, da prøven bliver tøndeformet.

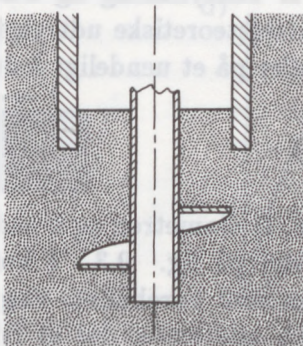
Det konstateres altså, at det er vigtigt at fastslå spændingshistorien, når sands tøjninger skal bestemmes. Sands styrke afhænger derimod af poretalet og kan da bestemmes uden at spændingshistorien genskabes.

Anvendelse af konsolideringsforsøg i en konventionel sætningsberegning giver alt for små sætninger [med mindre apparatfejl formindsker K væsentligt!]. Det skyldes formentlig, at μ ikke er 0 for små belastningstilvækster, således som det er målt på forbelastet ler.

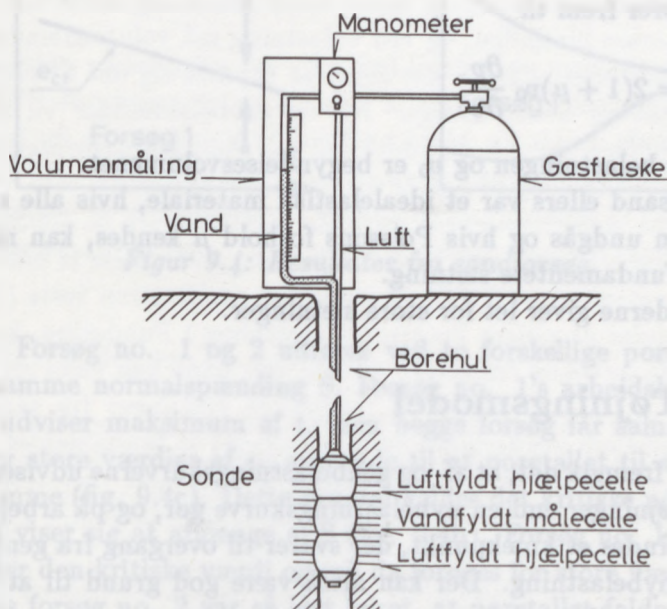
9.4 In situ forsøg

På grund af vanskeligheden ved at optage intakte prøver er det ønskeligt at finde markforsøg, der er velegnede. Det er undersøgt af Denver (1980), der efter omfattende undersøgelser konkluderer, at skruaplade-forsøg og pressiometerforsøg må antages at være mest nøjagtige.

Skruepladen er vist på fig. 9.2. Den kan føres ned i et 15 cm borerør og skrues ned i bunden indtil den er underlejret af intakt sand. Herfra udføres et belastningsforsøg, hvor der måles



Figur 9.2: Skrueplader (efter Denver 1980).



Figur 9.3: Pressiometer.

samhørende værdier af nedsynkning og belastning. E findes af det tilnærmede elasticitetsteoretiske udtryk for nedsynkning af en cirkulær plade, der hviler på et uendeligt halvrum:

$$E = \frac{pD}{\delta}(1 - \mu^2) \quad (9.3)$$

hvor p er belastningen, D diameteren og δ nedsynkningen.

Pressiometret er vist på fig. 9.3. I borehullet er indført en målesonde, der presser mod borehullets væg. Målesonden er delt i tre celler, hvoraf den midterste, der er fyldt med vand, tjener som målecelle, medens de to ydre celler blot sikrer, at forholdene omkring målesonden er plane. Trykket i de tre celler er altså ens under forsøget, men kun midtercellens volumenændring måles. Ménard, der har konstrueret pressiometret, angiver at elasticitetsteorien fører frem til

$$E = 2(1 + \mu)v_0 \frac{\partial p}{\partial v} \quad (9.4)$$

hvor p er belastningen og v_0 er begyndelsesvolumenet.

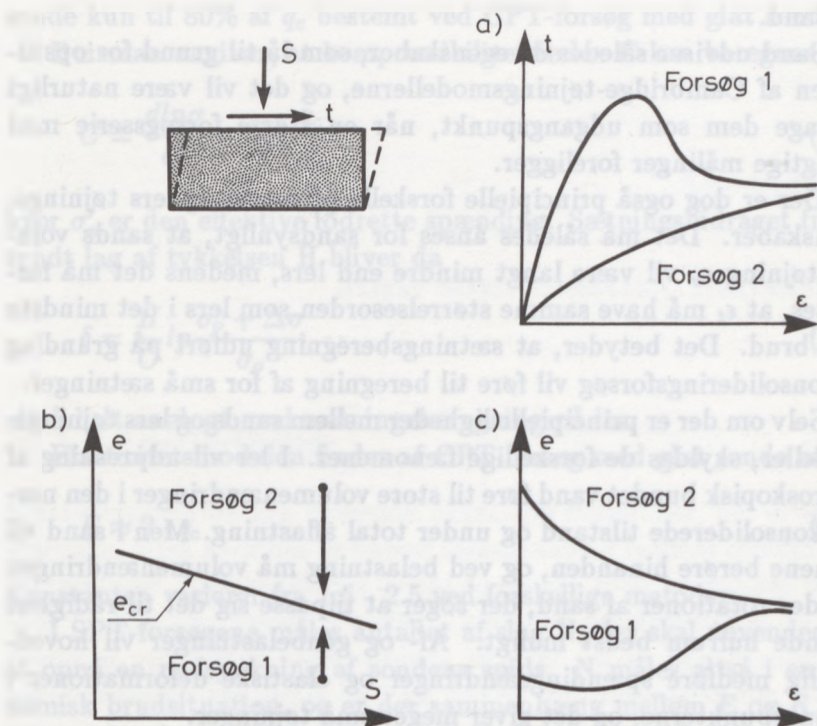
Hvis sand ellers var et idealelastisk materiale, hvis alle randeffekter kan undgås og hvis Poissons forhold μ kendes, kan man da beregne fundamentets sætning.

Metoderne giver let for store sætninger.

9.5 Tøjningsmodel

Af fig 9.1 fremgik det, at af- og genbelastningskurverne udviser langt mindre tøjninger end en nybelastningskurve gør, og på arbejdskurven kan findes et knæpunkt, der svarer til overgang fra genbelastning og nybelastning. Der kan altså være god grund til at skelne mellem reversible tøjninger og plastiske tøjninger.

I fig. 9.4 er vist resultater fra et simpelt forskydningsforsøg på



Figur 9.4: Resultater fra sandforsøg.

sand. Forsøg no. 1 og 2 udføres ved to forskellige poretal, men med samme normalspænding S . Forsøg no. 1's arbejdskurve (fig. 9.4a) udviser maksimum af t , men begge forsøg får samme værdi af t for store værdier af ϵ_t , svarende til at poretalet til slut bliver det samme (fig. 9.4c). Dette poretal kaldes det kritiske poretal e_{cr} , og det viser sig at afhænge af S (fig. 9.4b). Forsøg no. 1's poretal lå under den kritiske værdi og må da forøges for store værdier af t , medens forsøg no. 2 var så løst lejret, at poretalet falder gennem forsøget. Der er altså også god grund til at antage kritiske tilstande

for sand.

Sand udviser således de egenskaber, som lå til grund for opstillingen af Cambridge-tøjningsmodellerne, og det vil være naturligt at tage dem som udgangspunkt, når en større forsøgsserie med nøjagtige målinger foreligger.

Der er dog også principielle forskelle på sands og lers tøjningsegenskaber. Det må således anses for sandsynligt, at sands volumentøjning ϵ_v vil være langt mindre end lers, medens det må forventes, at ϵ_t må have samme størrelsesorden som lers i det mindste nær brud. Det betyder, at sætningsberegning udført på grundlag af konsolideringsforsøg vil føre til beregning af for små sætninger.

Selv om der er principielle ligheder mellem sands og lers tøjningsmodeller, skyldes de forskellige fænomener. I ler vil udpresning af hygroskopisk bundet vand føre til store volumenændringer i den normalkonsoliderede tilstand og under total aflastning. Men i sand vil kornene berøre hinanden, og ved belastning må volumenændringen skyldes rotationer af sand, der søger at tilpasse sig det til rådighed stående hulrum bedst muligt. Af- og genbelastninger vil hovedsagelig medføre spændingsændringer og elastiske deformationer i kontaktpunkterne, og det giver meget små tøjninger.

Man kan naturligvis også anvende resultater fra de sonderingsmetoder, der almindeligvis benyttes, nemlig anvendelse af hollandsk sonde, penetrometre (CPT) og standard penetration tests (SPT). Disse metoder er nøjere beskrevet i Lærebog i Fundering, kap. 2. Man må da anvende empiriske udtryk, der både kan være ret komplicerede og ret unøjagtige og bygger på erfaringer fra sammenligninger mellem sonderinger og fx sætninger af fundamenter.

Ved anvendelse af den hollandske sonde eller penetrometret (CPT) presses en kegle ned i sandet, og man bestemmer gennemsnitsspændingen q_c på keglespiden under nedpresning (20 mm/sec), ved at dividere den målte kraft med keglens største tværsnitsareal. Efter at CPT-forsøget er blevet standardiseret kan det benyttes i flæng med den hollandske sonde, dog måles q_c for den hollandske

sonde kun til 80% af q_c bestemt ved CPT-forsøg med glat sonde.

Buisman angiver, at kompressibilitetsindex C kan beregnes af

$$C = \frac{d \ln \sigma}{d \epsilon} = 1.5 \frac{q_c}{\sigma'_o} \quad (9.5)$$

hvor σ'_o er den effektive lodrette spænding. Sætningsbidraget fra et tyndt lag af tykkelsen H bliver da

$$\delta = \frac{H}{C} \ln \frac{\sigma_o + \Delta \sigma}{\sigma_o} \quad (9.6)$$

altså helt analogt med sætningeberegning på ler.

Elasticitetsmodulen findes af CPT-forsøg med glat sonde af

$$E \approx 2 \cdot q_c \quad (9.7)$$

Konstanten varierer fra 1.5 - 2.5 ved forskellige metoder.

I SPT-forsøgene måles antallet af slag N , der skal anvendes for at opnå en nedsynkning af sondens spids. N måles altså i en dynamisk brudsituation, og er der sammenhæng mellem E og N , må det skyldes, at der normalt er sammenhæng mellem et fundaments sætningsmodul og dets bæreevne. En simpel form for sammenhæng er

$$E = s_1 N + s_2 \quad (9.8)$$

hvor s_1 varierer mellem 0.3 og 1 MPa og s_2 varierer mellem 1.5 og 40. Parametrene er meget afhængige af belastningshistorien. En forbelastning efterlader nemlig vandrette spændinger også i sand (små fig. 2.7), men de udløses ved nedramningen af sonden. s_1 og s_2 er derfor størst ved forbelastet sand, mindre for normalkonsolideret sand og de bliver yderligere reduceret såfremt sandet er leret.

Appendix A

Jord som elastisk materiale

A.1 Indledning

Elasticitetsteorien kan anvendes eksakt på materialer, der er ideal-elastiske, altså hvor der er lineær sammenhæng mellem spændinger og tøjninger. Det er således en første ordens teori på samme måde som Darcys lov, Ohms lov eller Coulombs brudbetingelse er det. Fordelen ved denne første ordens teori er, at en kompliceret tilstandsændring kan deles op i en række tilstandsændringer, der er lette at beregne, og derefter ved superposition kan give det korrekte resultat.

I dette kapitel vises først, hvordan elasticitetsteorien kan anvendes for jord. Den kan tilpasses de faktiske forhold så meget, at den kan betragtes som en lineærelastisk tøjningsmodel og kan altså anvendes på både dræned og udræned tilstande. Desuden kan elasticitetsteorien danne grundlaget for konsolideringsteorien, hvorved alle mellemtilstande også kan beregnes. Senere i kapitlet vises, hvordan en korrekt betingelsesligning for spændingsudbredelse i et elastisk rum kan opstilles, og som eksempel vises det, hvordan spændingsudbredelsen under en linielast beregnes. Endelig gennemgås de vigtigste eksempler på elasticitetsteoriens anvendelse.

I virkeligheden er jord langt fra et elastisk materiale. Arbejds-

kurverne er alle krumme, og en første tilnærmelse består i at anvende tangentmoduler i stedet for elasticitetskoefficienten. Ordet "modul" anvendes da i det følgende i stedet for "koefficient" for at markere, at den ikke er konstant. Den simpleste modifikation er at lade elasticitets- eller konsolideringsmodulen afhænge af de effektive spændinger og den geologiske spændingshistorie. Konsolideringsmodulen vil da i normalkonsoliderede aflejring vokse proportionalt med dybden, medens variationen med dybden er langt mindre i forbelastede aflejring. Sætningsberegninger må derfor modificeres i forhold til elasticitetsteorien.

A.2 Hookes lov

Hookes lov kan som bekendt skrives:

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu \\ -\mu & 1 & -\mu \\ -\mu & -\mu & 1 \end{bmatrix} \Delta \bar{\sigma} \quad (\text{A.1})$$

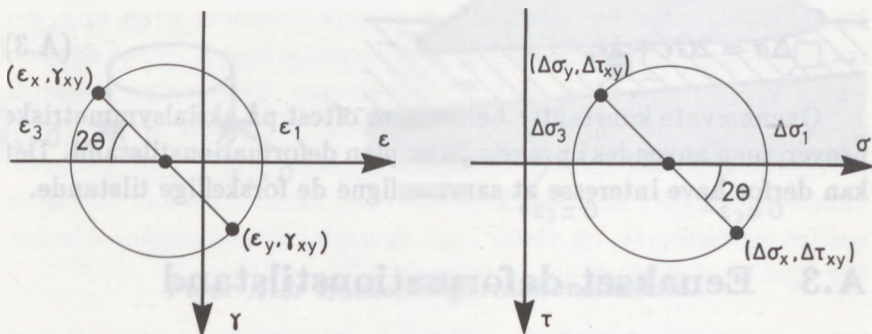
og

$$\varphi_{ij} = \frac{1}{G} \Delta \tau_{ij}$$

Poissons forhold kaldes μ for at skelne det fra dilatationsvinklen ν , som er noget helt andet (se BiJ p. 49). E er elasticitetsmodulen og G forskydningsmodulen.

Konstanterne er dog indbyrdes afhængige. Det kan fx vises ved følgende enkle argument i det plane tilfælde: Således som vist på fig. A.1 er τ og γ i et snit, der danner vinklen θ med en hovedsnitsretning:

$$\Delta \tau_{xy} = \frac{\Delta \sigma_x - \Delta \sigma_y}{2} \tan 2\theta$$



Figur A.1: Sammenhæng mellem tøjninger og spændinger.

$$\gamma_{xy} = \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \tan 2\theta$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1 + \mu}{2E} (\Delta\sigma_x - \Delta\sigma_y) \tan 2\theta = \frac{1 + \mu}{E} \Delta\tau_{xy}$$

idet $\varphi_{xy} = 2\gamma_{xy}$ ses at

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (\text{A.2})$$

Formel (A.1) kan løses med hensyn til $\Delta\bar{\sigma}$:

$$\Delta\bar{\sigma} = \frac{E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \begin{bmatrix} 1 - \mu & \mu & \mu \\ \mu & 1 - \mu & \mu \\ \mu & \mu & 1 - \mu \end{bmatrix} \bar{\epsilon}$$

der efter indførelse af volumenændringen $\epsilon_v = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$ giver

$$\Delta\bar{\sigma} = 2G(\bar{\epsilon} + \frac{\mu}{1 - 2\mu} \bar{\epsilon}_v)$$

Ved at indføre Lamé's konstanter G og λ kan formelen også skrives:

$$\Delta \bar{\sigma} = 2G\bar{\epsilon} + \lambda\bar{\epsilon}_v \quad (\text{A.3})$$

Ovennævnte konstanter bestemmes oftest på aksialsymmetriske prøver, men anvendes i praksis på en plan deformationstilstand. Det kan derfor have interesse at sammenligne de forskellige tilstande.

A.3 Eenakset deformationstilstand

Jordoverfladen belastes ofte med ensformige belastninger af stor udstrækning i forhold til det sætningsgivende lag, hvori flytningerne bliver lodrette. Deformationstilstanden er eendimensional. Det ses let at

$$\begin{aligned} \epsilon_2 &= \epsilon_3 = 0 \rightarrow \\ \Delta\sigma_2 &= \Delta\sigma_3 = \frac{\mu}{1-\mu} \Delta\sigma_1 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

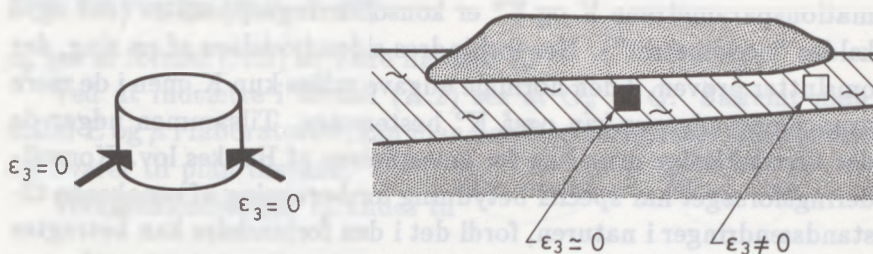
Ligningen er opstillet i totale spændinger. Hertil svarer i den udrændede tilstand $\mu = 0.5$ (se også formel (A.10) og tilhørende forklaring), og spændingstilstanden er altså isotrop til tiden $t = 0$. Poretrykket bærer hele spændingsforøgelsen.

I den drændede tilstand fås

$$\Delta\sigma'_2 = \Delta\sigma'_3 = K^\circ \Delta\sigma'_1$$

hvor K° er hviletrykskoefficienten.

$$K^\circ = \frac{\mu}{1-\mu} \quad (\text{A.5})$$



Figur A.2: Eenakset deformationstilstand.

Tøjningen ϵ_1 findes af

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E}(\Delta\sigma'_1 - 2\mu \frac{\mu}{1-\mu} \Delta\sigma'_1) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{(1-\mu)E} \Delta\sigma'_1$$

Normalt skrives

$$\epsilon_1 = \frac{1}{K} \Delta\sigma'_1$$

hvor K kaldes konsolideringsmodulen.

$$K = \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{E}{1-2\mu} \quad (\text{A.6})$$

Af (A.3) fås direkte

$$K = 2G + \lambda \quad (\text{A.7})$$

endvidere indses at

$$KK^\circ = \lambda \quad (\text{A.8})$$

Det mest hensigtsmæssige laboratorieudstyr til måling af defor-

mationsparametrene K og K° er konsolideringsapparatet (der også kaldes "oedometer"). Her forhindres sideudvidelsen af en ring, der omslutter prøven. I den normale udgave måles kun K , men i de mere avancerede udgaver kan også K° bestemmes. Tilsammen udgør de det tilstrækkelige grundlag for anvendelsen af Hookes lov. Konsolideringsforsøget har speciel betydning for beregning af eenaksede tilstandsændringer i naturen, fordi det i den forbindelse kan betragtes som et modelforsøg, og derfor også anvendes til sætningsproblemer, der ikke er af elastisk natur, fx krybningsproblemer.

A.4 Plan deformationstilstand

Det må indledningsvis nævnes at plan spændingstilstand, hvor $\sigma_y = 0$, aldrig optræder i jord. Derimod er det muligt at eliminere σ_y , og gennemføre beregningerne med σ_x og σ_z alene. I en plan deformationstilstand er $\epsilon_y = 0$ og formel (A.1) giver da:

$$\frac{1}{E}(-\mu(\Delta\sigma'_x + \Delta\sigma'_z) + \Delta\sigma'_y) = 0$$

$$\text{dvs. } \Delta\sigma'_y = \mu(\Delta\sigma'_x + \Delta\sigma'_z)$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}(\Delta\sigma'_x - \mu^2(\Delta\sigma'_x + \Delta\sigma'_z) - \mu\Delta\sigma'_z)$$

$$\epsilon_x = \frac{1 - \mu^2}{E}(\Delta\sigma'_x - \frac{\mu}{1 - \mu}\Delta\sigma'_z)$$

og analogt for ϵ_z . Det ses at kunne skrives på samme måde som (A.1).

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{E_P} \begin{bmatrix} 1 & -\mu_P \\ -\mu_P & 1 \end{bmatrix} \Delta\bar{\sigma}' \quad (\text{A.9})$$

hvor $E_P = \frac{E}{1-\mu^2}$ og $\mu_p = \frac{\mu}{1-\mu}$.

μ_p ses af formel (A.5) at være lig med K° .

Ved at indsætte i formel (A.2) ses at $G_p = G$. Såfremt man måler E og μ i laboratoriet, kan man herefter udregne de konstanter, der svarer til plan tilstand.

Volumenændringen ϵ_v findes til

$$\epsilon_v = \frac{1 - \mu_p}{E_p} (\Delta\sigma'_x + \Delta\sigma'_z)$$

I den udrænedede tilstand er $\epsilon_v = 0$ og derfor må $\Delta\sigma'_x + \Delta\sigma'_z$ være lig med 0 eller

$$u = \frac{1}{2} (\Delta\sigma'_x + \Delta\sigma'_z)$$

Såfremt μ_p netop er lig med 1, hvad der er aldeles urealistisk, kan $\Delta\sigma'_x + \Delta\sigma'_z$ antage andre værdier. Der vendes tilbage til dette punkt i næste afsnit.

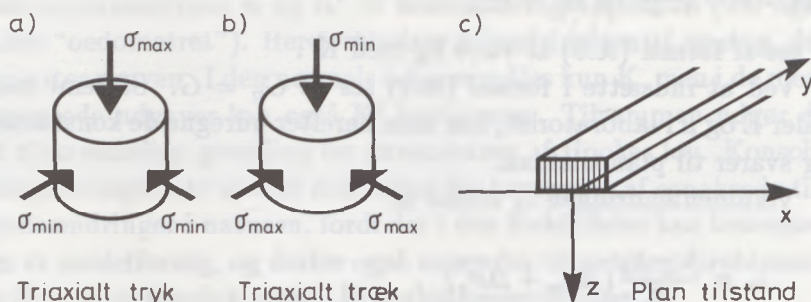
A.5 Rumlig deformationstilstand

Hookes lov kan opskrives med effektive spændinger. E , μ og G er da egenskaber ved kornskelettet og altså uafhængige af den øjeblikkelige dræningstilstand. Til gengæld skal de effektive spændinger beregnes.

Hvis Hookes lov opskrives med totale spændinger, hvad der kan være praktisk, er E , μ og G egenskaber, der vedrører jord og vand, og de afhænger derfor af dræningstilstanden.

Hvis vi betragter volumenændringen $\epsilon_v = \Sigma\epsilon$ fås

$$\epsilon_v = \frac{1 - 2\mu}{E} \Sigma\Delta\sigma \quad (\text{A.10})$$



Figur A.3: Forskellige spændingstilstande.

Den er opskrevet med totale spændinger. De totale spændinger afhænger af de ydre påtrykte belastninger og er normalt forskellig fra 0. I den udrænedede tilstand er $\mu = 1/2$ for vandmættet jord, fordi $\epsilon_v = 0$ og μ aftager da i tidens løb.

Hvis den samme ligning opskrives med effektive spændinger fås

$$\epsilon_v = \frac{1 - 2\mu}{E} \Sigma \Delta \sigma' \quad (\text{A.11})$$

men nu er E og μ materialeegenskaber. Da μ næppe er netop 0.5, må

$$\Sigma \Delta \sigma' = 0$$

hvad der betyder, at der udvikles poretryk til at bære de totale spændinger

$$\Delta u = \frac{1}{3} \Sigma \Delta \sigma \quad (\text{A.12})$$

I triaxialt tryk er $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3$ og

$$\Delta u = \frac{1}{3}(\Delta\sigma_1 + 2\Delta\sigma_3)$$

I triaxialt træk er $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2$ og

$$\Delta u = \frac{1}{3}(2\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3)$$

I plan tilstand er $\Delta\sigma_2 = \mu(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3)$ jf. afsn. A4 og heraf kan fås

$$\Delta u = \frac{1}{2}(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3)$$

Skempton og Bjerrum har opstillet den såkaldte poretryksligning

$$\Delta u = B(\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)) \quad (\text{A.13})$$

der gælder generelt. $B = 1$ for vandmættet jord. A ses at være $1/3$ for triaxialt tryk, $2/3$ for triaxialt træk og $1/2$ for plan tilstand.

I laboratoriet udføres axialsymmetriske forsøg, dvs. man finder

$$\epsilon_{ax} = \frac{1}{E}(\Delta\sigma_1 - 2\mu\Delta\sigma_3) \quad (\text{A.14})$$

I det plane tilfælde fås derimod

$$\epsilon_p = \frac{1 - \mu^2}{E}(\Delta\sigma_1 - \frac{\mu}{1 - \mu}\Delta\sigma_3) \quad (\text{A.15})$$

Sætningsberegning i det udrænede tilfælde bygger på de totale spændinger, fordi de kan udregnes lettest og mest sikkert. Altså

skal μ regnes lig med $1/2$.

$$\epsilon_p = \frac{3}{4E}(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) = \frac{3}{4}\epsilon_{ax} \quad (\text{A.16})$$

og dermed

$$E_p = \frac{4}{3} E$$

Initialsætningen bliver altså kun $3/4$ af den sætning, der udregnes på basis af laboratorieforsøg. Der indføres derfor en formfaktor på initialsætningen

$$s_i = \frac{1}{4}\left(3 + \frac{B}{L}\right) \quad (\text{A.17})$$

I drænet tilstand må i (A.15) indsættes en anden værdi for μ end 0.5. Det ses da umiddelbart, at korrektionen for plan deformationstilstand ikke kan udføres blot ved at ændre E . Kun såfremt initialsætningerne udgør en stor del af de samlede sætninger, vil det være bedre at benytte (A.17) end at lade være.

Den korrekte fremgangsmåde vil i det drænedes tilfælde være at benytte E_p og μ_p i forbindelse med formel (A.9). Det er derfor væsentligt at kunne bestemme μ i laboratoriet.

A.6 Elastisk energi

Elasticitetsteorien forudsætter linearitet mellem spændinger og tøjninger, uanset spændingernes eller tøjningernes størrelse. Det betyder, at man må benytte en anden teori for at undersøge, om der er fornøden sikkerhed mod brud (se BiJ). I et forsøg på at anvende elasticitetsteorien antog v. Mises, at et materiale kunne oplagre en vis elastisk "forskydningsenergi" $U_s = 1/6 G \alpha^2$, før brud indtræder.

Den elastiske energi kan udtrykkes ved

$$U = \frac{1}{2}(\sigma'_1 \epsilon_1 + \sigma'_2 \epsilon_2 + \sigma'_3 \epsilon_3)$$

hvor faktoren $1/2$ skyldes integration. Af Hookes lov (A.1) fås

$$U = \frac{1}{2E}(\sigma'_1(\sigma'_1 - \mu(\sigma'_2 + \sigma'_3)) + \sigma'_2(\sigma'_2 - \mu(\sigma'_1 + \sigma'_3)) + \sigma'_3(\sigma'_3 - \mu(\sigma'_1 + \sigma'_2)))$$

$$U = \frac{1+\mu}{2E}(\sigma'^2_1 + \sigma'^2_2 + \sigma'^2_3) - \frac{\mu}{2E}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)^2$$

Indføres oktaederspændingerne (BiJ 3.20 og 3.21) ses at

$$U = \frac{3(1+\mu)}{2E} p_{oct}^2 - \frac{9\mu}{2E} \sigma_m^2$$

Forskydningsspændingen i oktaederplanet $\tau_m = \sqrt{p_{oct}^2 - \sigma_m^2}$ indføres og der fås

$$U = \frac{3(1+\mu)}{2E} \tau_{oct}^2 + \frac{3(1-2\mu)}{2E} \sigma_m'^2 \quad (\text{A.18})$$

Den elastiske energi har således to komponenter, nemlig forskydningsenergien U_s og volumenenergien U_m . v. Mises antog altså

$$U_s = \frac{3(1+\mu)}{2E} \tau_{oct}^2 = \frac{3}{4G} \tau_{oct}^2 < \frac{1}{6G} \alpha^2$$

og dermed

$$\tau_{oct}^2 < \frac{2}{9} \alpha^2$$

eller

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 < 2\alpha^2 \quad (\text{A.19})$$

A.7 Sætningsberegning. Eksempel

Elasticitetsteorien vil i det følgende kun blive brugt til at beregne sætninger i plan deformationstilstand.

Elasticitetsteorien har stor praktisk betydning ved beregning af fundamenteres sætning og sætningernes tidsforløb. Sætningen af et fundament på oversiden af et uendeligt, elastisk halvrum kan således beregnes eksakt uanset belastningens hældning eller placering. Ved beregning af sætninger på jord udgør elasticitetsteorien grundlaget, hvorfra tilnærmelserne gøres. Det er endvidere muligt at beregne sætningernes tidsforløb udfra elasticitetsteorien, i enkelte tilfælde som eksakte løsninger, men oftest ved numeriske metoder.

Grundlæggende ligninger

In situ spændinger er i ligevægt og poreovertrykket nul før den sætningsgivende belastning påføres. Derfor består opgaven nu i at beregne de sætninger, som fremkaldes af tillægsspændingerne fra denne belastning.

Den statiske betingelse, opskrevet i totale spændinger, bliver da:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Den geometriske betingelse for jordskelettet er

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varphi_{xz}}{\partial x \partial z} \quad (\text{A.21})$$

Den fysiske betingelse kan skrives (A.3):

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_x &= \lambda \epsilon_v + 2G \epsilon_x + \Delta u \\ \Delta \sigma_z &= \lambda \epsilon_v + 2G \epsilon_z + \Delta u \\ \Delta \tau_{xz} &= G \varphi_{xz} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Indsættes (A.22) i (A.20) fås

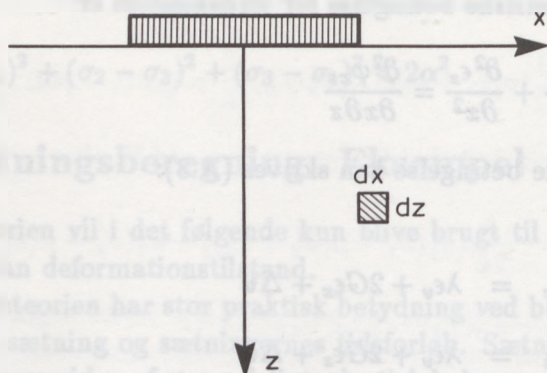
$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial \epsilon_v}{\partial x} + 2G \frac{\partial \epsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} + G \frac{\partial \varphi_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \lambda \frac{\partial \epsilon_v}{\partial z} + 2G \frac{\partial \epsilon_z}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} + G \frac{\partial \varphi_{xz}}{\partial x} &= 0 \end{aligned}$$

Differentieres de to ligninger med hensyn til henholdsvis x og z og benyttes (A.21), fås

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial^2 \epsilon_v}{\partial x^2} + 2G \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + G \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} + G \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} &= 0 \\ \lambda \frac{\partial^2 \epsilon_v}{\partial z^2} + 2G \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + G \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} + G \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} &= 0 \end{aligned}$$

der kan forenkles til

$$(\lambda + G) \frac{\partial^2 \epsilon_v}{\partial x^2} + G \nabla^2 \epsilon_x + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$



Figur A.4: Plant sætningsproblem.

$$(\lambda + G) \frac{\partial^2 \epsilon_v}{\partial z^2} + G \nabla^2 \epsilon_z + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{A.23})$$

Det ses dog ved summation af de to ligninger i (A.23), at følgende betingelse skal være opfyldt:

$$K \nabla^2 \epsilon_v + \nabla^2 u = 0 \quad (\text{A.24})$$

idet $K = \lambda + 2G$.

Spændingsudbredelse under linielast

Ligning (A.24) kan forenkles i to vigtige tilfælde: I det *udrændede* tilfælde, hvor $\epsilon_v = 0$ i alle punkter og $\Delta u = 1/2 (\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_z)$ bliver

$$\nabla^2 (\Delta \sigma_x + \Delta \sigma_z) = 0 \quad (\text{A.25})$$

I det *drændede* tilfælde er alle poretrykstilvækster enten lig med nul, eller hvis porevandsstrømningen har ændret sig fra en stationær

tilstand til en anden, er $\nabla^2 u = 0$. Derfor er

$$\nabla^2 \epsilon_v = 0$$

og det svarer naturligvis til

$$\nabla^2 (\Delta \sigma'_x + \Delta \sigma'_z) = 0$$

da (A.22) kan omskrives til

$$\nabla^2 (\Delta \sigma'_x + \Delta \sigma'_z) = 2(\lambda + G)\nabla^2 \epsilon_v$$

Man kan altså i såvel det drænedes som det udrænedes tilfælde finde summen af spændingerne i ethvert indre punkt såfremt summen kendes på randen. Ændres randspændingernes sum ikke under konsolideringsprocessen, er det totale spændingsfelt umiddelbart efter belastning identisk med det effektive spændingsfelt efter uendelig lang tids forløb.

Summen af spændingerne kunne også findes ved at optegne et strømnet med spændingssummen som potentiale. Deraf ville man dog ikke kunne finde de to spændingskomponenter.

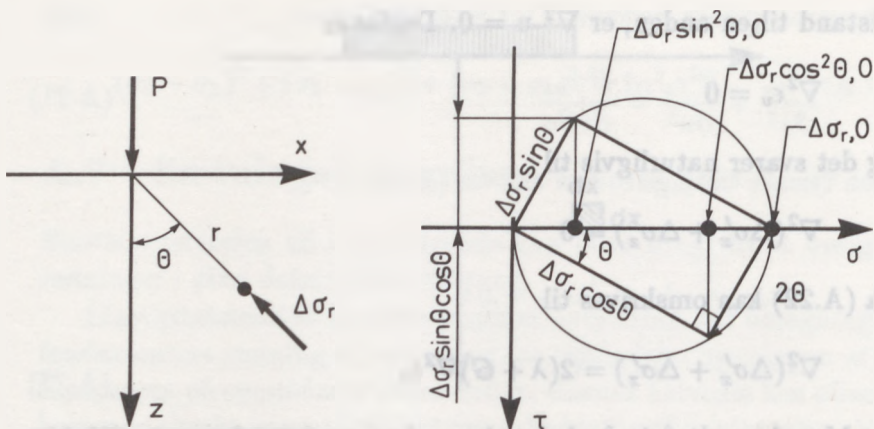
Løsningen findes ved at benytte Airy's spændingsfunktion S , der er givet ved

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}, -\frac{\partial^2 S}{\partial x \partial z} \right) = (\Delta \sigma_x, \Delta \sigma_z, \Delta \tau_{xz})$$

hvorved ligevægtsbetingelserne (A.20) ses automatisk at være opfyldt. S kan altså udtrykkes ved de totale spændinger. S kan også benyttes i det drænedes tilfælde, fordi de totale spændinger er lig med de effektive spændinger.

Benyttes skrivemåden $\nabla^4 = \nabla^2 \cdot \nabla^2$ ses (A.25) at blive

$$\nabla^4 S = 0 \quad (\text{A.26})$$



Figur A.5: Spændingstilstand under linielast (alle μ).

der kaldes den biharmoniske ligning. En løsning er først gennemført af Boussinesq, og hermed skabtes grundlaget for de fleste sætningsberegninger. Det kan fx påvises at funktionen

$$S = \frac{P}{\pi} x \arctan \frac{x}{z} \quad (\text{A.27})$$

fremstiller spændingsforholdene i et uendeligt halvrum, der vinkelret på overfladen belastes af en linielast P kN/m. Bemærk at μ ikke indgår i udtrykket; derved adskiller den plane tilstand sig fra den tredimensionale tilstand. Medens $\Delta\sigma_x$ og $\Delta\sigma_z$ således ikke afhænger af μ , fås naturligvis $\Delta\sigma_y = \mu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_z)$.

Udtrykket for S kan bedre studeres i polære koordinater. S indses af (A.27) at være

$$S = \frac{P}{\pi} \Theta r \sin \Theta$$

hvorved spændingerne findes

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 S}{\partial \Theta^2} = \frac{2P}{\pi} \frac{\cos\Theta}{r} \\ \Delta\sigma_\Theta &= \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} = 0 \\ \Delta\tau_{r\Theta} &= \frac{-\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial \Theta} \right) = 0\end{aligned}\tag{A.28}$$

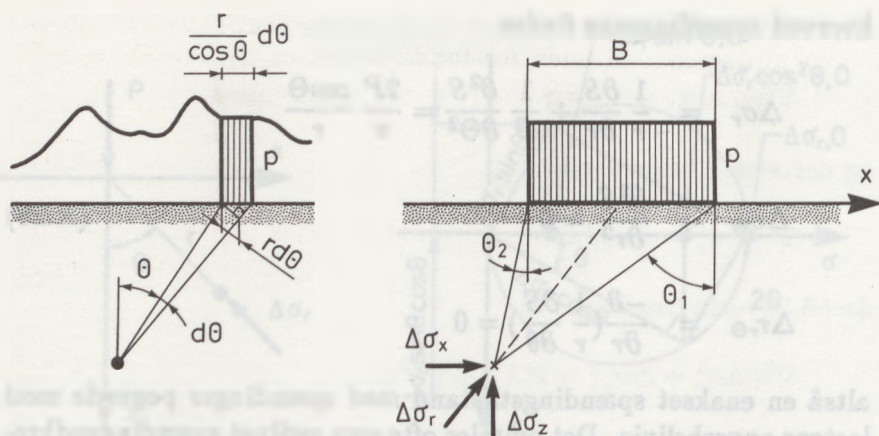
altså en enakset spændingstilstand med spændinger pegende mod lastens angrebslinie. Det omtales ofte som retlinet spændingsudbredelse.

Kontrollen på spændingsfunktionen består nu først i at kontrollere randbetingelserne. Det ses, at $\Delta\sigma_r \rightarrow 0$ når $r \rightarrow \infty$ og $\Delta\sigma_r = 0$ når $\Theta = \pm \frac{\pi}{2}$, altså på hele randen, undtagen naturligvis netop det punkt, hvori P angriber, her findes $\Delta\sigma_r = \infty$, svarende til et areal, hvorover P virker, er nul. Af symmetri Grunde må P være lodret. Ligevægten er automatisk opfyldt, på grund af definitionen på S. Derimod burde kompatibilitetsbetingelsen strengt taget undersøges.

Af Mohrs cirkel (fig. A.5) ses, at

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_z &= \frac{2P}{\pi r} \cos^3\Theta \\ \Delta\sigma_x &= \frac{2P}{\pi r} \cos\Theta \sin^2\Theta \\ \Delta\tau_{xz} &= \frac{2P}{\pi r} \cos^2\Theta \sin\Theta\end{aligned}\tag{A.29}$$

Udtrykkene i (A.29) kan benyttes til at finde spændingerne i



Figur A.6: Spændingstilstand under stribelast.

jorden, såfremt belastningsfordelingen på jorden kendes.

Spændingsudbredelse under slapt stribefundament

Er belastningsfordelingen p jævn og lodret, svarende til et slapt, glat fundament, findes først tilvæksten i spændinger, såfremt Θ vokser med $d\Theta$. p ses at virke på stykket $rd\Theta/\cos\Theta$, altså $P = \frac{pr}{\cos\Theta}d\Theta$.

$$\Delta\sigma_z = \frac{2p}{\pi} \int_{\Theta_2}^{\Theta_1} \cos^2\Theta d\Theta = \frac{p}{2\pi} [2\Theta + \sin 2\Theta]_{\Theta_2}^{\Theta_1}$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{2p}{\pi} \int_{\Theta_2}^{\Theta_1} \sin^2\Theta d\Theta = \frac{p}{2\pi} [2\Theta - \sin 2\Theta]_{\Theta_2}^{\Theta_1} \quad (\text{A.30})$$

$$\Delta\tau_{xz} = \frac{2p}{\pi} \int_{\Theta_2}^{\Theta_1} \sin\Theta \cos\Theta d\Theta = \frac{p}{2\pi} [\cos 2\Theta]_{\Theta_2}^{\Theta_1}$$

I centerlinien under fundamentet er $\Theta_1 = -\Theta_2$ og $\tau_{xz} = 0$.

Største hovedspænding peger her mod belastningens midtpunkt.

På jordoverfladen uden for fundamentet er $\Theta_1 = -\Theta_2 = \pm \frac{\pi}{2}$. Af (A.30) ses, at alle spændinger er nul, altså:

$$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_z = \Delta\tau_{xz} = 0 \quad (\text{A.31})$$

Til sidst undersøges spændingsforholdene i et punkt umiddelbart under belastningen. Her er $\Theta_1 = -\frac{\pi}{2}$ og $\Theta_2 = +\frac{\pi}{2}$. Her hersker isotrop spændingstilstand:

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_x = p \quad \text{og} \quad \Delta\tau_{xz} = 0 \quad (\text{A.32})$$

Denne spændingstilstand er uafhængig af spændingsfordelingen omkring det betragtede punkt. Både ligning (A.31) og (A.32) gælder derfor generelt.

Beregning af sætninger

Ved beregning af et slapt sribefundaments sætninger benyttes (A.30), idet der integreres langs en lodret linie. For at opnå rimelige resultater i dette tilfælde kan integrationen kun gennemføres fra jordoverfladen og til en vis dybde d , hvorunder materialet må antages at være stift.

I det plane tilfælde er

$$\epsilon_z = \frac{1}{E_p}(\Delta\sigma_z - \mu_p \Delta\sigma_x)$$

Dette udtryk bliver særlig simpelt i symmetrilinien i det udrændede tilfælde, hvor $\mu_p = 1$:

$$\epsilon_z = \frac{2p}{\pi E_p} \sin 2\theta \quad (\text{A.33})$$

idet

$$z = \frac{B}{2} \cot \alpha$$

fås

$$\delta_i = \int_0^d \epsilon_z dz = \frac{pB}{\pi E_p} \int_{\theta_d}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2\theta \frac{1}{\sin^2 \theta} d\theta = \frac{2pB}{\pi E_p} \ln \frac{1}{\sin \theta_d} \quad (\text{A.33})$$

Ved beregning må det da huskes, at $E_p = \frac{4}{3} E$. θ_d er vinklen θ i dybden d .

A.8 Konsolideringsprocessen

I de foregående afsnit har kun de initiale (udrænedede) tilstande og de drænedede tilstande været omtalt, men konsolideringsprocessen, der ligger mellem de to tilstande, har været udeladt. Den er imidlertid også vigtig, fordi en bedømmelse af sætningernes tidsforløb er nødvendig. Hvad gør det om en dæmning vil sætte sig 1 m, hvis det sker over 10.000 år?

Under konsolideringen bortdrænes de poretryk, der er udviklet i initialfasen og muligvis finder der eventuelt andre spændingsomlejninger sted.

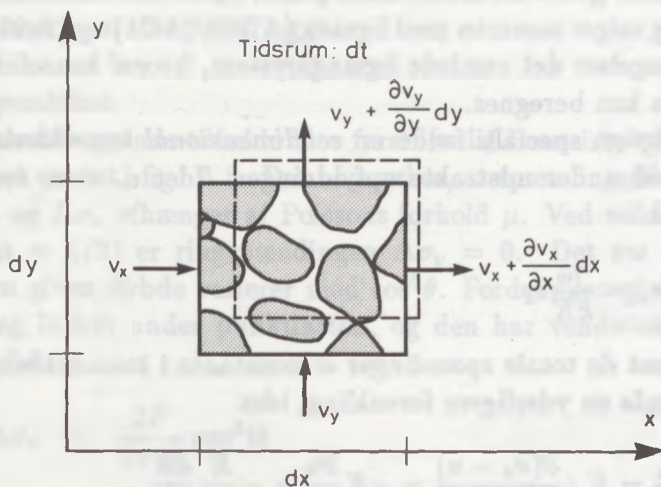
Såfremt der presses vand ud af et jordelement, indses det af figur A.7, at tøjningsændringen pr. tidsenhed i en bestemt retning er lig med forskellen i vandhastighed pr. længdeenhed i samme retning:

$$\frac{\partial \epsilon_x}{\partial t} = \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \epsilon_y}{\partial t} = \frac{\partial v_y}{\partial y} \quad \frac{\partial \epsilon_z}{\partial t} = \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

under forudsætning af at porevandet er usammentrykkeligt.

Idet Darcys lov

$$\bar{v} = -k \cdot \bar{i}$$



Figur A.7: Vandudpresning.

og energiligningen

$$h = \frac{u}{\gamma_w} + z$$

anvendes, fås

$$\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} = -\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u$$

der indsat i (A.24) fører til Biots ligning:

$$\nabla^2 \epsilon_v = \frac{\gamma_w}{k \cdot K} \dot{\epsilon}_v \quad (\text{A.34})$$

Her udledt for plan tilstand, men den gælder også i det tredimensionale tilfælde.

Den skal gælde i ethvert indre punkt i den konsoliderende jordmasse, og udgør sammen med ligning (A.20), (A.21) og (A.22), samt randbetingelser det samlede ligningssystem, hvorefter konsolideringsprocessen kan beregnes.

Et vigtigt specialtilfælde er *eendimensional* konsolidering, der finder sted under udstrakte opfyldninger. Idet $\epsilon_v = \epsilon_z$ reduceres (A.27) til

$$\nabla^2 \epsilon_z = \frac{\gamma_w}{kK} \dot{\epsilon}_z$$

Såfremt de totale spændinger er konstante i konsolideringsperioden, opnås en yderligere forenkling, idet

$$\frac{\partial \epsilon_z}{\partial t} = K \cdot \frac{\partial(\sigma_z - u)}{\partial t} = -K \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{K}{\gamma_w} \frac{\partial h}{\partial t}$$

hvorved fås

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\gamma_w}{kK} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{A.35})$$

Den simple teori vedrørende endimensional konsolidering findes i "Lærebog i Geoteknik" kapitel 6, hvortil der henvises.

Konsolideringsteorien for det plane tilfælde benyttes ved stribefundamenter eller for det aksialsymmetriske tilfælde ved cirkulære fundamenter.

A.9 Spændingsfordeling under slappe fundamenter

I de følgende to afsnit gives et kort overblik over nogle af elasticitetsteoriens resultater. De vedrører spændingsfordelinger i et elastisk halvrum med vandret overflade. Såfremt denne antagelse er dårligt

opfyldt, må man overveje at anvende andre metoder, fx sådanne, som er beskrevet i kapitel 7 og 8.

Lodret punktlast

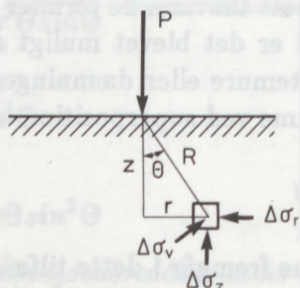
Dette grundlæggende tilfælde blev først løst af Boussinesq i 1885 og resultatet er vist i fig. A.8. Det bemærkes, at spændingstilvæksterne $\Delta\sigma_r$ og $\Delta\sigma_v$ afhænger af Poissons forhold μ . Ved volumenkonstans ($\mu = 1/2$) er ringsspændingen $\Delta\sigma_v = 0$. Det ses også, at $\Delta\sigma_z$ i en given dybde varierer med $\cos^5\theta$. Fordelingen giver størst spænding lodret under punktlasten, og den har vendetangent for $\tan\theta = 0.5$.

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2} \cos^5\theta$$

$$\Delta\sigma_r = \frac{P}{2\pi z^2} \left[3\cos^2\theta \sin^2\theta - (1-2\mu) \frac{\cos^2\theta}{1+\cos\theta} \right]$$

$$\Delta\sigma_v = \frac{-P}{2\pi z^2} (1-2\mu) \left[\cos^3\theta - \frac{\cos^2\theta}{1+\cos\theta} \right]$$

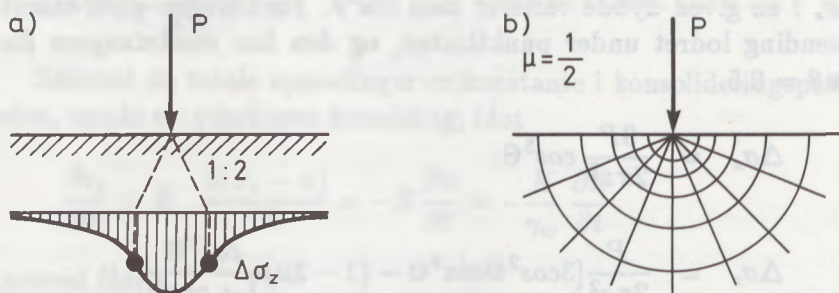
$$\Delta\tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi z^2} \cos^4\theta \sin\theta$$



Figur A.8: Spændingsudbredelse under punktlast.

For $\mu = 1/2$ bliver spændingsfordelingen retlinet udbredt, dvs. at eneste hovedspænding peger mod P. I figur A.9 er vist spændingstrajektorierne i dette tilfælde. Såfremt $\mu < 1/2$ vil der i nærheden af overfladen optræde negative spændingstilvækster $\Delta\sigma_r$ og $\Delta\sigma_v$.

I nogle tilfælde kan disse formler uden særlig fejl anvendes direkte, men normalt danner de udgangspunkt for integration over et større område.



Figur A.9: a) Lodret spændingstilvækst under punktlast. b) Spændingstrajektorien for $\mu = 1/2$.

Vandret punktlast

I 1888 opstillede Cerruti tilsvarende formler for vandret punktlast, se fig. A.10. Herved er det blevet muligt at beregne spændingstilvækster under støttemure eller dæmninger, idet enhver skrå belastning kan fremkomme ved superposition af lodrette og vandrette punktlaster.

Lodret linielast

Spændingstilvæksterne fremgår i dette tilfælde af formel A.29. Det bemærkes, at μ tilsyneladende ikke indgår i problemet. Skal $\Delta\sigma_y$ findes, må man dog anvende $\Delta\sigma_y = \mu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_z)$.

Vandret linielast

Spændingstilvæksterne blev fundet i 1900 af Michell og er angivet i fig. A.11. Herefter kan findes virkningen af skrå linielast ved superposition.

$$\Delta\sigma_z = \frac{3H}{2\pi R^5} xz^2$$

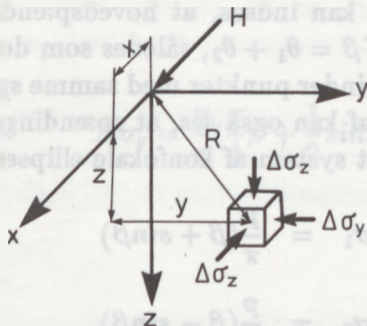
$$\Delta\tau_{xz} = \frac{3H}{2\pi R^5} x^2 y$$

$$\Delta\tau_{yz} = \frac{3H}{2\pi R^5} xyz$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{3H}{2\pi R^5} \left[xy^2 - \frac{1-2\mu}{3} xR^2 \left(1 - \frac{R^2}{(R+z)^2} + \frac{y^2(3R+z)}{(R+z)^3} \right) \right]$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{3H}{2\pi R^5} \left[x^3 - \frac{1-2\mu}{3} xR^2 \left(1 - \frac{3R^2}{(R+z)^2} + \frac{x^2(3R+z)}{(R+z)^3} \right) \right]$$

$$\Delta\tau_{xy} = \frac{3H}{2\pi R^5} \left[yx^2 + \frac{1-2\mu}{3} \frac{yR^4}{(R+z)^2} \left(1 - \frac{x^2}{R^2} \frac{3R+z}{R+z} \right) \right]$$

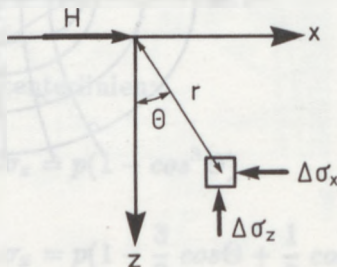


Figur A.10: Spændingsudbredelse under punktlast.

$$\Delta\sigma_z = \frac{2H}{\pi r} \cos^2\theta \sin\theta$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{2H}{\pi r} \sin^3\theta$$

$$\Delta\tau_{xz} = \frac{2H}{\pi r} \cos\theta \sin^2\theta$$

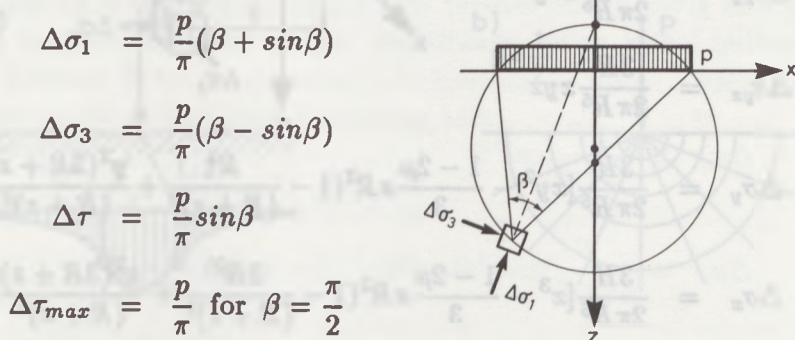


Figur A.11: Spændingsudbredelse under vandret linielast.

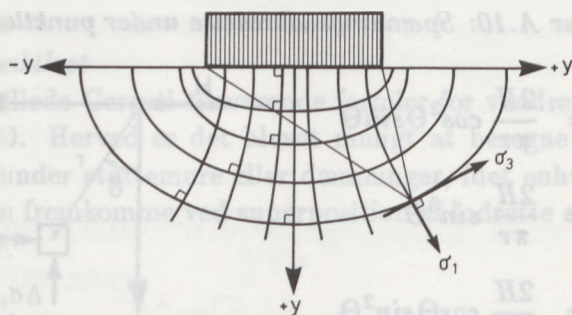
Lodret, jævnt fordelt stribelast

Et vigtigt tilfælde er lodret, jævnt fordelt stribelast, hvis udledning er vist side 17 og resultatet angivet i formel (A.30). Efter nogen regning kan indses, at hovedspændingerne kun afhænger af synsvinklen $\beta = \theta_1 + \theta_2$, således som det fremgår af fig. A.12. Kurver, der forbinder punkter med samme spændingsforhold er altså cirkler.

Heraf kan også ses, at spændingstrajektorierne for $\Delta\sigma_1$ og $\Delta\sigma_3$ udgør et system af konfokale ellipser og hyperboler (fig. A.13).



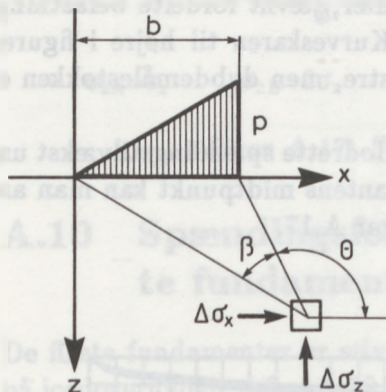
Figur A.12: Spændingsudbredelse under lodret stribelast.



Figur A.13: Spændingstrajektorier under lodret stribelast.

Trekantsformige sribelaster

Se fig. A.14.

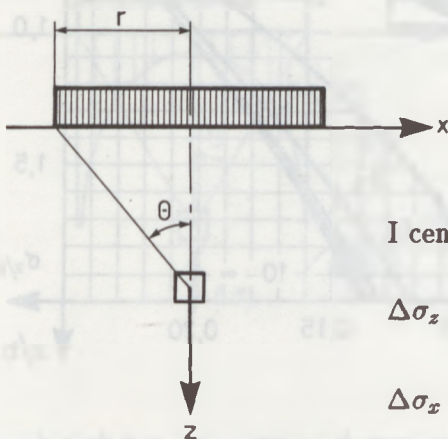


$$\Delta\sigma_z = \frac{p}{\pi} \left(\frac{x}{b} \beta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right)$$

Figur A.14: Spændingsfordeling under trekantsformig sribelast.

Jævnt fordelt cirkulær last

Der henvises til fig. A.15 vedrørende spændinger i centerlinien.



I centerlinien:

$$\Delta\sigma_z = p(1 - \cos^3 \theta)$$

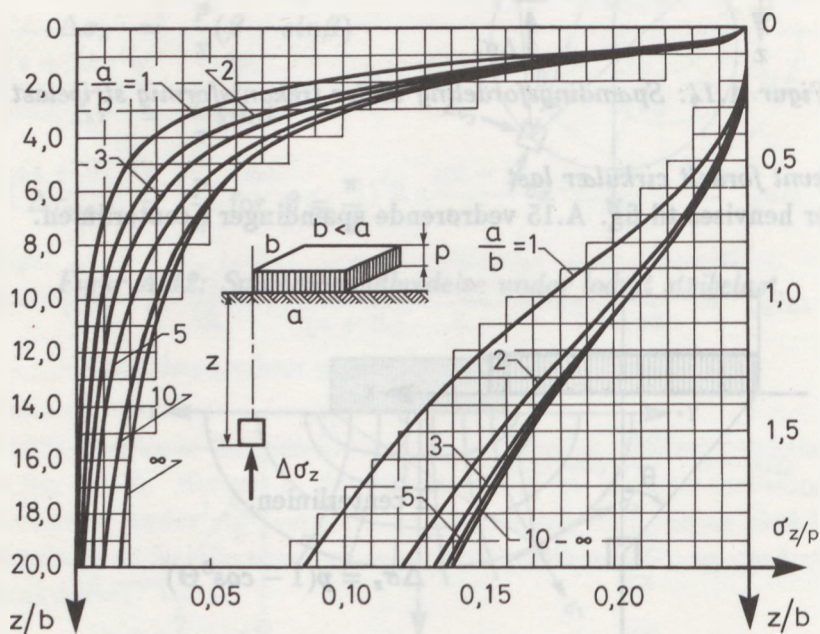
$$\Delta\sigma_x = p \left(1 - \frac{3}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \cos^3 \theta \right)$$

Figur A.15: Spændingsfordeling under cirkulær membran.

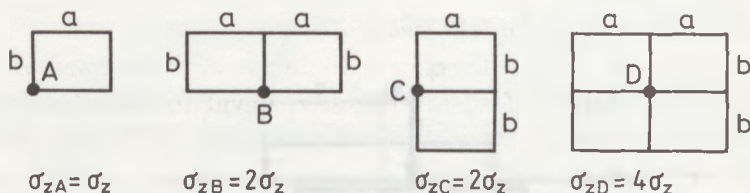
Rektangulære, jævnt fordelte belastninger.

Det er lykkedes for Steinbrenner at finde den lodrette spændingstilvækst under hjørnet af en rektangulær, jævnt fordelte belastning. Resultatet er vist på figur A.16. Kurveskaren til højre i figuren er den samme som optegnet til venstre, men dybdemålestokken er forskellig.

Såfremt man ønsker at finde den lodrette spændingstilvækst under midten eller under fundamentskantens midtpunkt kan man anvende symmetribetragtninger, jf. figur A.17.



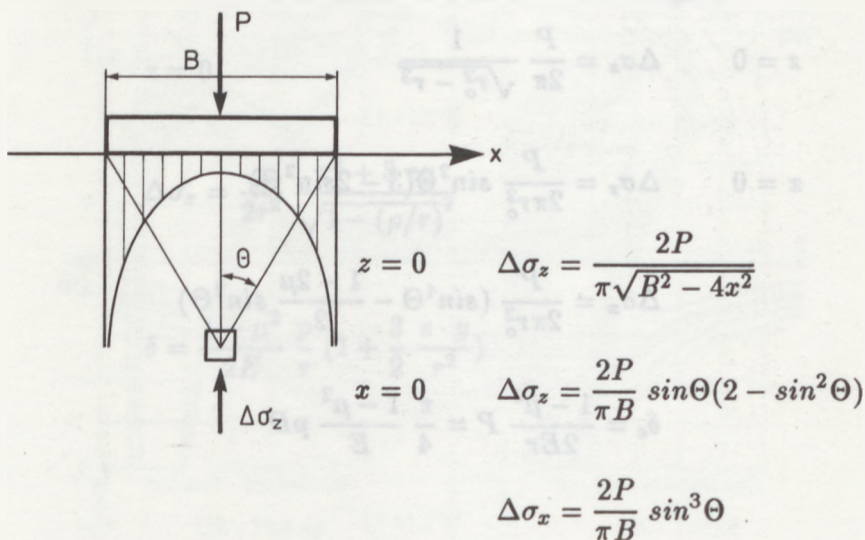
Figur A.16: Steinbrenners diagram for rektangulære belastninger.



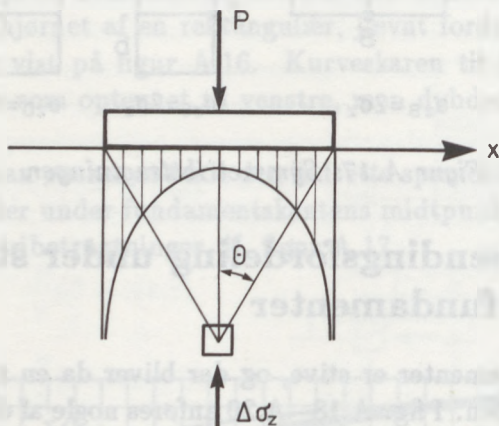
Figur A.17: Symmetribetragtninger.

A.10 Spændingsfordeling under stive, glatte fundamenter

De fleste fundamenter er stive, og der bliver da en randbetingelse på jordoverfladen. I fig. A.18 - A.20 anføres nogle af de foreliggende løsninger på dette problem.



Figur A.18: Spændingstilvækster under stift, glat stribefundament.



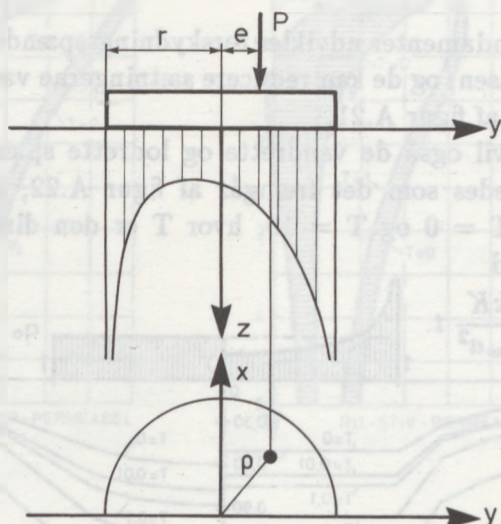
$$z = 0 \quad \Delta \sigma_z = \frac{P}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{r_o^2 - r^2}}$$

$$x = 0 \quad \Delta \sigma_z = \frac{P}{2\pi r_o^2} \sin^2 \theta (3 - 2 \sin^2 \theta)$$

$$\Delta \sigma_x = \frac{P}{2\pi r_o^2} \left(\sin^4 \theta - \frac{1 - 2\mu}{2} \sin^2 \theta \right)$$

$$\delta_c = \frac{1 - \mu^2}{2Er} P = \frac{\pi}{4} \frac{1 - \mu^2}{E} pD$$

Figur A.19: Spændingstilvækster under stift, glat cirkulært fundament.



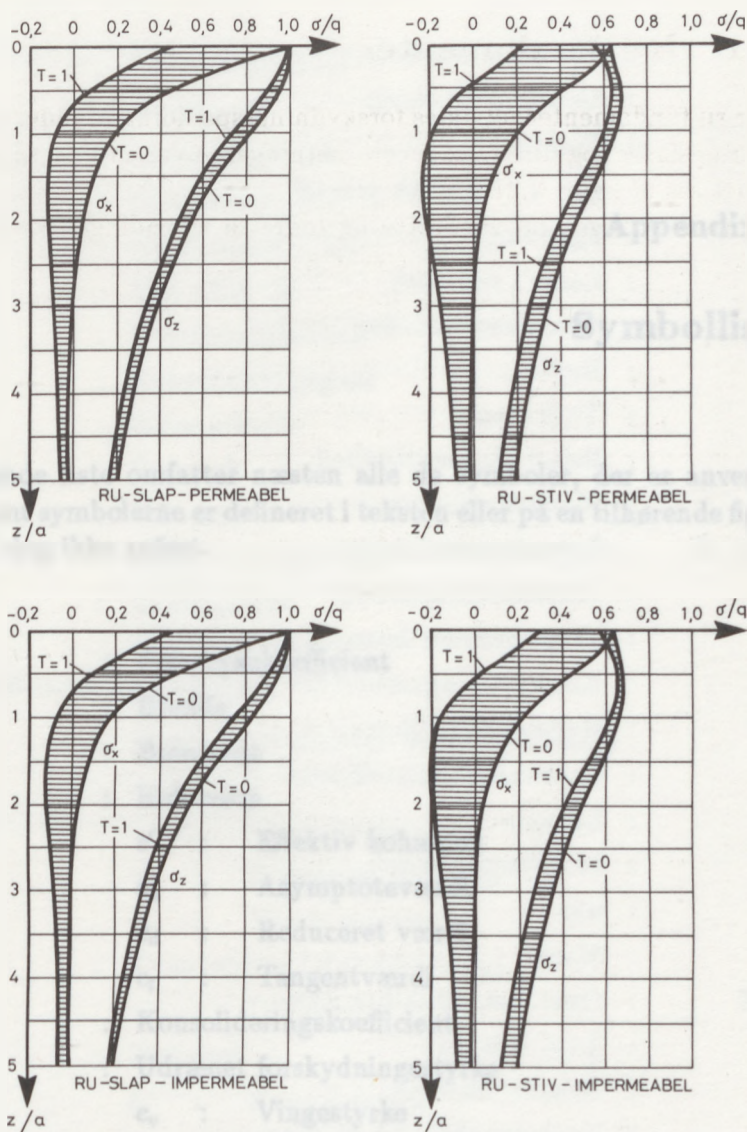
$$z = 0$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{p}{2r^2} \frac{r^2 + 3ey}{\sqrt{1 - (\rho/r)^2}}$$

$$\delta = \frac{1 - \mu^2}{2E} \frac{p}{r} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{e \cdot y}{r^2} \right)$$

Figur A.20: Excentrisk belastet stift, glat cirkulært fundament.

Figur A.21: Sætninger af stribefundamenter med permeabel underside (efter Peter Bak Frederiksen og Nik Okkels (1984)).



Figur A.22: Ændringer i spændingsfordeling i centerlinien under ru stribefundamenter (efter Frederiksen og Okkels (1984)).

A.11^o Skred i jordmasser

Under tryk vil jordmasser som regel deformeres og kan brydes op i lag eller i klumper. Dette kan ses af fig. A.11^o og A.12^o. Deformationen kan være reversibel eller irreversibel, og det kan være en del af den samlede deformation.

Skredet vil ske, når den samlede deformation bliver større end den tilladte deformation. Dette kan ske, når den samlede deformation bliver større end den tilladte deformation, eller når den samlede deformation bliver større end den tilladte deformation.



Appendix B

Symbolliste

Følgende liste omfatter næsten alle de symboler, der er anvendt. Såfremt symbolerne er defineret i teksten eller på en tilhørende figur, er de dog ikke anført.

A	: Poretrykskoefficient
B	: Bredde
b	: Bæreevne
c	: Kohæsion
c'	: Effektiv kohæsion
c_a	: Asymptoteværdi
c_d	: Reduceret værdi
c_t	: Tangentværdi
c_k	: Konsolideringskoefficient
c_u	: Udrænet forskydningestyrke
c_v	: Vingestyrke
\bar{D}	: Tøjningstensor
\bar{D}	: Tøjningsvektor

E	: Elasticitetsmodul
E	: Genvindelig energi
e	: Poretal
e_{cr}	: Kritisk poretal
G	: Egenvægt
G	: Lamé's konstant
g	: Tyngdeacceleration
H	: Højde
h	: Trykniveau
I_D	: Relativ lejringsstæthed
I_p	: Plasticitetsindex
I_1, I_2, I_3	: Spændingsvarianter
K	: Konsolideringsmodul
K_1	: Transformeret konsolideringsmodul
K_{nc}	: Konsolideringsmodul for normalkonsolideret tilstand
K_o	: Hviletryksoefficient
k	: Permeabilitetskoeficient
L	: Længde
M	: Mobiliseringsgrad
M	: q/p
m	: Masse
OCR	: Over Consolidation Ratio
p'	: $\frac{1}{3} (\sigma'_1 + 2 \cdot \sigma'_3)$
Q	: Dekadehældning
Q_s	: Krybningsdekadehældning
q'	: $\sigma'_1 - \sigma'_3$
\bar{S}	: Spændingstensor

\bar{S}	: Spændingsvektor
T	: Tidsfaktor
t	: Observerede tid
t_A	: Skalafaktor på t
t_b	: Karakteristisk tid
t_r	: Den rette tid
U	: Uensformighedstal
U	: Konsolideringsgrad
U	: Indre arbejde
u	: Poretryk
V	: Volumen
W	: Energi, der går tabt
w	: Vandindhold
w	: Flytningsvektor
\dot{w}	: Hastighed
α	: Styrkeparametre (v. Mises og Tresca)
α	: ϵ_s/Q
γ	: Specific tyngde (rumvægt)
	γ' : Reduceret rumvægt
	γ_w : Vands rumvægt
γ_{xy}	: Tværtøjning (vinkeldrejning)
	γ_n : Drejning af snit n
δ	: Flytning
	δ_c : Konsolidering
	δ_i : Initial
	δ_{cr} : Krybning
ϵ	: Tøjning (relativ sammentrykning)

$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$: Retningsbestemte hovedtøjninger
ϵ_m	: Middeltøjning. Invariant
ϵ_n	: Tøjning i snit n
ϵ_v	: $\epsilon_1 + 2 \cdot \epsilon_3$
ϵ_{max}	: Største tøjning
ϵ_{min}	: Mindste tøjning
$\dot{\epsilon}$: Tøjningshastighed
ϵ_s	: Krybningens dekadehældning
ϵ_t	: $\frac{2}{3} (\epsilon_1 - \epsilon_3)$
ϵ_{cr}	: Volumen krybning
$\dot{\epsilon}_{cr}$: Krybningshastighed
λ	: Lamé's konstant
μ	: Poissons forhold
ν	: Dilatationsvinkel
ρ	: Densitet
σ	: Normalspænding (tryk)
σ'	: Effektiv normalspænding
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: Retningsbestemte normalspændinger
σ_b	: Karakteristisk størrelse
σ_c	: $\frac{1}{2} (\sigma_{max} - \sigma_{min})$
σ_k	: Referencespænding
σ_m	: Middelspænding. Invariant
σ_n	: Normalspænding på snit n
σ_{int}	: Mellemste hovedspænding
σ_{max}	: Største hovedspænding
σ_{min}	: Mindste hovedspænding
σ_{pc}	: Forbelastningstryk

τ	: Forskydningsspænding
τ_f	: Brudværdi
τ_n	: Forskydningsspænding i snit n
τ_r	: $\frac{1}{2} (\sigma_{max} - \sigma_{min})$
τ_{oct}	: Oktaderværdi
ϕ	: Friktionsvinkel
ϕ'	: Effektiv friktionsvinkel
ϕ_a	: Asymptoteværdi
ϕ_d	: Reduceret værdi
ϕ_t	: Tangent friktionsvinkel
ϕ_{pl}	: \sim plan tilstand
ϕ_{tr}	: \sim triaxial tilstand
ϕ_{xy}	: Ændring af ret vinkel