# LÆREBOG I GEOTEKNIK Bind 1

Werner Bai



Laboratoriet for Geoteknik Ingeniørhøjskolen · Horsens Teknikum Forlag: Ingeniørhøjskolen i Horsens, Chr. M. Østergaardsvej 8700 Horsens, Danmark.

> Copyright © 1993 & 1998 by Werner Bai 1. udgave 1993 2. reviderede udgave 1998 Trykt på Ingeniørhøjskolen i Horsens, 1998 Printed in Denmark ISBN 87-7758-249-7

## Forord

Første udgave af Lærebog i Geoteknik, Bind 1, udkom i 1993. Denne udgave er revideret i henhold til ændringer i DS 415 Norm for fundering. Der er få ændringer i kapitlerne 1, 2, 3, 4, 6, 7 og 8, hvorimod kapitlerne 5 og 9 er skrevet helt om.

Bind 2, der omhandler emnerne pæleværker, jordtryk og stabilitet, udkom i 1994. Der er ikke på nuværende tidspunkt planlagt ændringer i bind 2. Emnerne jordbundsundersøgelser, kontrol, tilsyn, overvågning og vedligeholdelse behandles i et selvstændigt kompendium: Noter i geoteknik, Geotekniske undersøgelser, 1998.

Den første lærebog, Laboratoriet for Geoteknik udgav, var Notater i Geoteknik. Første udgave udkom i 1972 – 4. reviderede udgave udkom i 1985.

Den foreliggende lærebog har undergået en så kraftig revision, at den må betragtes som en helt ny lærebog. Dog er en væsentlig del af de oprindelige figurer anvendt. Disse figurer er tegnet af Ib Grundahl. Supplerende figurer og revision af tidligere figurer er udført af forfatteren. Bogens første kapitel er med enkelte revisioner skrevet af Inga Sørensen. Ved udarbejdelsen har endvidere medvirket Niels Leo Christensen og Leif Jensen.

Formålet med bøgerne er at give læseren en grundig forståelse af de grundlæggende principper i geoteknikken. Bøgerne er skrevet i tilknytning til DS 415 Norm for fundering. Så vidt, det har kunnet lade sig gøre, er anvendt de bogstavsymboler, som er angivet i funderingsnormen.

Werner Bai 1998

## Indhold

1	Kla	ssifikation af jordarter	1
	1.1	Indledning	1
	1.2	Kornstørrelse og fraktionsopdeling	1
		1.2.1 Definition og måleprincipper	1
		1.2.2 De enkelte fraktioner	4
		1.2.3 Opdeling i friktionsjord og kohæsionsjord	5
		1.2.4 Kornkurver	6
	1.3	Kornform	7
	1.4	Kornvægtfylde og rumvægt	8
		1.4.1 Vandindhold og konsistensgrænser	9
	1.5	Vandindhold	10
		1.5.1 Konsistensgrænser og plasticitetsindeks	11
	1.6	Poretal og relativ lejringstæthed	12
2	Spa	endinger i jord	15
	2.1	Indledning	15
	2.2	Porevand	15
	2.3	Totale, neutrale og effektive spændinger	18
		2.3.1 Eksempel på spændingsberegning	22
	2.4	Potentiale og gradient	23
	2.5	Permabilitet og Darcy's lov	26
	2.6	Frostfare	29
3	Stre	ømningsproblemer	31
	3.1	Indledning	31
	3.2	To-dimensional strømning	32
	3.3	Strømnet i isotrop jord	35
	3.4	Strømnettets konstruktion	37
	3.5	Bestemmelse af den gennemstrømmende vandmængde	39

	3.6	Porevandstryk	40
	3.7	Strømkraft og kritisk gradient	41
	3.8	Singulære punkter	43
	3.9	Eksempler	45
		3.9.1 Strømning under en spunsvæg	45
		3.9.2 Strømning under en spærredæmning	48
	3.10	Strømnet med fri overflade	49
	3.11	Opbygning af filtre	53
	3.12	Hydraulisk grundbrud	55
	3.13	Eksempler	56
		3.13.1 Hydraulisk grundbrud i byggegrube	56
		3.13.2 Sikkerhed mod løftning ved strømning under en spunsvæg	59
	3.14	Strømnet med fri overflade – grundparabel	60
	3.15	Strømnet i anisotrop jord	62
	3.16	Grundvandssænkning	63
	3.17	Beregning af grundvandssænkning	65
	3.18	Eksempel	67
		3.18.1 Dimensionering af grundvandssænkningsanlæg	67
	3.19	Strømning i halvuendeligt rum	<b>7</b> 0
	<b>3.2</b> 0	Tovejs-strømning	71
4	Jord	larternes styrke	73
	4.1	Indledning	73
	4.2	Hovedspændinger og Mohr's cirkel	73
	4.3	Friktion og kohæsion	77
	4.4	Bestemmelse af jordarternes forskydningsstyrke	79
	4.5	Brudbetingelser	84
	4.6	Sands styrkeparametre	85
	4.7	Vandmættet lers styrkeparametre	88
		4.7.1 Lers korttidsstyrke	88
		4.7.2 Vingeforsøg	90

		4.7.3	Lers langtidsstyrke
	4.8	Kort-	og langtidsstabilitet
	4.9	Sensit	ivitet og regeneration
	4.10	Afslut	ning
٣	D:-	1.4 - C.	07
Э			
	5.1	Indied	ining
	5.2	Beregi	ning af brudgrænsetlistanden 99
	5.3	Centra	alt belastede fundamenter
		5.3.1	Bæreevnefaktorer
	5.4	Prakti	iske funderingsproblemer 101
		5.4.1	Fundamentsfladens areal
		5.4.2	Virkning af grundvand
		5.4.3	Formfaktorer
		5.4.4	Dybdevirkning
		5.4.5	Hældningsfaktorer
		5.4.6	Glidningsbrud 106
		5.4.7	Reaktionsfordeling 107
	5.5	Funda	menters dimensionering
	5.6	Excen	trisk påvirkede fundamenter 108
		5.6.1	Fundamenter med stor excentricitet
		5.6.2	Fundamenter i skråninger 111
	5.7	Beregr	ning af anvendelsesgrænsetilstanden
	5.8	Eksem	ppler
		5.8.1	Stribefundament på ler
		5.8.2	Søjlefundament på sand 116
		5.8.3	Fundering af udsigtstårn
		5.8.4	Fundering af flyveledertårn
	5.9	Gulve	og belægninger på jord 126
			industry of the last of the la

### 6 Fundamenters sætning

127

	6.1	Indledning
	6.2	Konsolideringssætninger og initialsætninger 127
	6.3	Konsolideringsforsøg 131
	6.4	Jordbundens sammentrykkelighed
		6.4.1 Normalkonsolideret ler
		6.4.2 Forkonsolideret ler
	6.5	Den sætningsgivende belastning
	6.6	Trykspredning
		140
7	Kor	isolideringens tidsforiøb
	7.1	
	7.2	Konsolideringsteorien
8	Ber	egning af sætninger 157
	8.1	Indledning
	8.2	Konsolideringssætninger
		8.2.1 Konsolideringssætning af søjlefundament
		8.2.2 Sætning af udsigtstårn
		8.2.3 Sætning af silo 165
		8.2.4 Beregning af sætningens tidsforløb 167
	8.3	Initialsætninger
		8.3.1 Initialsætning af silo 169
9	Enk	celtpæles bæreevne 171
	9.1	Indledning
	9.2	Pæles bæreevne i brudgrænsetilstanden 173
	9.3	Geostatisk beregning 173
		9.3.1 Borede pæle
	9.4	Negativ overflademodstand
	9.5	Geostatisk beregning - eksempler
		9.5.1 Pæles bæreevne bestemt ved geostatisk beregning 182

	9.5.2	Bæreevne af pæl med negativ overflademodstand		186
9.6	Prøver	amning	•	189
	9.6.1	Pæleramning		193
	9.6.2	Bestemmelse af en pæls bæreevne ved prøveramning	•	195
9.7	Stødbø	ølgeanalyser		195
9.8	Prøvel	pelastning		196
	9.8.1	Belastningsforsøgsrapport		199
	9.8. <b>2</b>	Bæreevne bestemt ud fra belastningsforsøg		199
9.9	Tværb	elastede pæle		<b>2</b> 01
9.10	Kvalit	etskrav	•	<b>20</b> 1
9.11	Pælegi	upper	•	203
Refere Index	ncer			205 207

## Figurer

1	Geotekniske identificeringsdata relevante for danske jordarter. Op- delingen i friktionsjord og kohæsionsjord omtales i afsnit 1.2.3.	2
2	De forskellige skalaer for angivelse af kornstørrelse	3
3	Gimpeforsøg med silt. Holder man i enderne af en udrullet "pølse"af silt (A) og laver små harmonikabevægelser (B og C), vil pølsen opføre sig som en blød elastik og genvinder bagefter den oprinde- lige form (C). En lerpølse vil ikke genvinde formen, ref. [3]	5
4	Eksempel på kornkurve. Punkt A angiver for eksempel, at 71% af jordarten består af korn med en diameter, $d \le 0.6 \text{ mm.} \dots$	7
5	Jord med de tre faser korn, vand og luft	8
6	Typiske rumvægte for danske jordarter.	10
7	Stiliseret billede af vandmættet ler	10
8	Konsistensgrænser for ler.	11
9	Stiliseret billede af friktionsjord med luft, vand og korn	13
10	Akse med poretal for friktionsjord	14
11	Illustration af kapillaritet.	16
12	Detalje af forholdene omkring kapillarvandspejlet	17
13	Spændingsfordeling i den mættede zone	18
14	Spændingsfordeling når vandspejlet er beliggende over jordover- fladen	19
15	Spændiger i jord med frit vanspejl og uden kapillaritet	20
16	Spændinger i jord med kapillaritet	21
17	Beregning af spændingsfordeling	23
18	Vandets energiindhold	24
19	Darcy's forsøgsopstilling	25
20	Størrelsesordenen af permeabiliteten for forskellige jordarter	27
21	Forskellige permeabilitetsvurderinger.	27
22	Permeabilitetsmåling med konstant potentiale	28
23	Strømning parallelt med laggrænserne og vinkelret på laggrænserne.	29
24	Oversigt over jordarternes frostfarlighed	30
25	Elementarelement i plan grundvandsstrømning	33

26	Strømnettets princip	35
27	Eksempel på strømnet	<b>3</b> 6
28	Strømning i en strømkanal.	37
29	Spærredæmning af grovbeton	37
30	Konstruktion af strømnet.	38
31	Det endelige strømnet med 15,4 potentialspring	39
32	Bestemmelse af strømkraft.	42
33	Illustration af strømkraft og effektiv rumvægt	42
34	Strømningsforholdene omkring et singulært punkt	44
35	Singulært punkt ved en dæmningsfod	45
36	Strømning omkring en spunsvæg	46
37	Vandtryk på en spærredæmning	<b>4</b> 8
38	Strømning gennem en jorddæmning.	<b>4</b> 9
39	Udstrømning fra vejdæmning	50
40	Detalje af forholdene ved punkterne A og B i figur 39	51
41	Skråning med indbygget vandret dræn	52
42	Beskyttelse af skråning med dræn.	53
43	Filterkriterier	54
44	Beskyttelse mod erosion og løftning	55
45	Langstrakt byggegrube med lodret parallelstrømning	56
46	Sikkerhed mod løftning og erosion i byggegruben	57
47	Sikkerhed mod løftning i byggegruben	59
48	Sikkerhed mod løftning ved strømning under en spunsvæg	60
49	Grundparablen	61
50	Diagram til bestemmelse af kildestrækningen	62
51	Strømnet konstrueret med udgangspunkt i grundparablen	62
52	Rotationssymmetrisk strømning til en brønd ved frit vandspejl og i tilfælde af artesisk vandførende lag	66
53	Byggegrube med boringsplacering og boreprofil	68
54	Semilogaritmisk plot af sænkningen som funktion af afstanden.	69

55	Skønnet sænkningsanlæg.	69
56	Strømnet i halvuendeligt rum	70
57	Strømnet omkring spunsvæg med ukendt dybde til den nedre grænsestrømlinie	70
58	Tovejs-strømning i pierkonstruktion.	71
59	Længdesnit i jordprofil.	73
60	Jordprøve udsat for aksial belastning	74
61	Elementarelement i homogen jord	75
62	Spændinger i et vilkårligt snit bestemt på grundlag af hovedspæn- dingerne.	76
63	Mohr's spændingscirkel.	77
64	Coulomb's brudbetingelse og Mohr's spændingscirkel.	79
65	Bestemmelse af brudsnittenes retninger	79
66	Forskydningsforsøg	80
67	Brudbetingelsen for sand bestemt ved forskydningsforsøg	81
68	Simpelt trykforsøg.	81
69	Skematisk illustration af brud ved simple trykforsøg	82
70	Princippet i triaksialapparatet.	82
71	Belastningsprincippet i triaksialcellen	83
72	Resultatet af et triaksialforsøg afbildet i et $(\sigma, \tau)$ koordinatsystem.	83
73	Sands styrkeparametre.	85
74	Resultatet af et simpelt trykforsøg afbildet i Mohr's spændings- diagram	89
75	Triaksialforsøg til bestemmelse af den udrænede forskydningsstyrke.	89
76	Principskitse af vingeboret.	91
77	Brudbetingelse for normalkonsolideret ler og for forkonsolideret ler.	92
78	Brudfigurer under langstrakte fundamenter	99
79	Bestemmelse af det effektive fundamentsareal for enkelt-excentrisk påvirkning	102
80	Bestemmelse af rumvægten, $\gamma'$ , i bæreevneformlen	103
81	Eksempel på brudfigur under et excentrisk påvirket fundament med uendelig længde	108

82	Fundamentstrykkets fordeling ved excentrisk påvirkning	109
83	Bestemmelse af det effektive fundamentsareal	109
84	Almindeligt bæreevnebrud og alternativt liniebrud under et fun- dament med stor excentricitet.	111
85	Fundering ud til en skråning.	112
86	Stribefundament på ler	114
87	Søjlefundament på sand	116
88	Cirkulært fundament på ler	119
89	Bestemmelse af det effektive areal for tilfældet $G_d + H_d$	120
90	Bestemmelse af det effektive areal for tilfældet $G_d + P_d + H_d$ .	122
91	Flyveledertårn funderet i sand	124
93	Den principielle opbygning af ler- og sandaflejringer	127
94	Momentan belastning af lerlag	128
95	Kræfter mellem to sandkorn	129
96	Princippet i konsolideringsapparatet	131
97	Tidskurve for et konsolideringsforsøg	132
98	Sætning af lagserie for en ensfordelt belastning	133
99	Tidskurve med kombineret tidsakse	135
100	Deformationsforløb for normalkonsolideret ler	136
101	Konsolideringsforsøg på normalkonsolideret ler	137
102	Bestemmelse af forkonsolideringen	138
103	Deformation af et lerelement i takt med sedimentationen	138
104	Konsolideringsforsøg på forkonsolideret ler.	139
105	Konsolideringsforsøg på Søvindmergel	140
106	Bestemmelse af konsolideringsmodulet, K, for forkonsolideret ler.	141
107	Trykspredning i elastisk medium. Newmark's influenskort	144
108	Trykspredning efter 2:1 metoden	146
109	Bestemmelse af spændingen under a) et fundamentshjørne og b) et vilkårligt punkt af et fundament	147
110	Spændingsfordeling under et cirkulært fundament	147
111	Poretrykkets variation som funktion af tiden	149

112	Kontinuitetsligningen for ensidig konsolidering
113	Deformationen som funktion af tiden
114	Randbetingelser
115	Fordeling mellem effektiv spændingstilvækst og poreovertryk 154
116	Konsolideringsgraden, $U$ , som funktion af tidsfaktoren, $T$ 155
117	Ensidig og dobbeltsidig dræning
118	Spændingsfordeling for koncentreret belastning
119	Konsolideringssætning af søjlefundament
120	Konsolideringskurve
121	Cirkulært fundament på ler
122	Triaksialforsøgets arbejdskurve
123	En enkeltpæls bæreevne
124	Skematisk illustration af forskydningsstyrkens variation med tiden.176
125	Overflademodstand ved konsolidering
126	Bestemmelse af negativ overflademodstand
127	Last på fundamentet fra overliggende jord
128	Bestemmelse af fiktiv overfladelast ved afsænkning af grundvands- speilet
129	Geostatisk beregning af pæles trykbæreevne
130	Bæreevne af pæl med negativ overflademodstand
131	Betegnelser i rammeformlen
132	Eksempel på arrangement til prøvebelastning
133	Resultat af statisk belastningsforsøg
134	Spændingsfordeling under pæle
135	Sætninger under bøjeligt bygværk
136	Sætninger under stift bygværk

XI

## Symbolforklaring

Α	$(m^2)$	areal
a	$(kN/m^2)$	adhæsion mellem jord og væg
Ь	(m)	bredde
с	$(kN/m^2)$	forskydningsstyrke. Kohæsion
d	(m)	dybde
E	$(kN/m^2)$	elasticitetsmodul
E	(kN/m)	jordtryk vinkelret på væg
е	$(kN/m^2)$	enhedsjordtryk vinkelret på væg
е		poretal
е	(m)	ekscentricitet
F	(kN/m)	jordtryk parallelt med væg
f	$(kN/m^2)$	enhedsjordtryk parallelt med væg
G	(kN)	tyngde af faldhammer
g	$(m/s^2)$	tyngdeacceleration
H	(kN)	horisontal kraft
h	(m)	højde. Lodret projektion af faldhøjde
h	(m)	potentiale (trykniveau)
IP	(pct)	plasticitetsindeks, $I_P = w_L - w_P$
In		relativ lejringstæthed
i		gradient
i		hældningsfaktor
j	$(kN/m^3)$	strømkraft
K	$(kN/m^2)$	konsolideringsmodul
K		jordtrykskoefficient
k	$(kN/m^3)$	ballasttal
k	(m/s)	permeabilitetskoefficient, hydraulisk ledningsevne
l	(m)	længde
m		materialefaktor
N		bæreevnefaktor
Р	(kN)	enkeltkraft
p	$(kN/m^2)$	nyttelast
Q	(pct)	dekadehældning
q	$(kN/m^2)$	lodret spænding
r		regenerationsfaktor
R	(kN)	bæreevne
s		formfaktor
s	(m/slag)	blivende nedsynkning af pæl
U	(,	uensformighedstal, $U = d_{60}/d_{10}$
-		0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

u	(m)	udbøjning. Bevægelse
u	$(kN/m^2)$	neutral spænding
$V_{-}$	(kN)	vertikal kraft
w	(pct)	vandindhold
$w_L$	(pct)	flydegrænse
WP	(pct)	plasticitetsgrænse
β		skråningsvinkel med vandret
γ		partialkoefficient
$\gamma$	(kN/m <sup>3</sup> )	rumvægt (specifik tyngde)
δ		vægfriktionsvinkel
η		korrektions/-effektivitetsfaktor ved pæleramning
θ		hældningsvinkel med lodret
ρ	$(kg/m^3)$	densitet (specifik masse)
σ	$(kN/m^2)$	normalspænding
τ	$(kN/m^2)$	forskydningsspænding
$\phi$		friktionsvinkel

## Indekser

Ь	pælespids
Ь	vedrørende bæreevne af pæle
с	vedrører kohæsion
d	regningsmæssig
dyn	dynamisk
f	lastafhængig
k	karakteristisk
m	materialeafhængig
m	vedrører pæleoverflade
neg	vedrører negativ overflademodstand
q	vedrører lodret spænding i jord
\$	vedrører kornmaterialet
tr	vedrører triaksialforsøg
u	udrænet
v	bestemt ved vingeforsøg
w	vedrører vands tyngde
γ	vedrører jordens tyngde

 $\phi$  vedrører jordens friktionsvinkel

Effektive rumvægte, styrkeparametre og spændinger markeres med ('), for eksempel  $\gamma'$ ,  $\phi'$ , c',  $\sigma'$ , q'.

## 1 Klassifikation af jordarter

## 1.1 Indledning

Inddeling af jord kan ske, både ud fra geotekniske kriterier og ud fra geologiske kriterier. Ved den geotekniske klassifikation anvendes direkte observationer samt felt- og laboratoriemålinger. Ved den geologiske bedømmelse suppleres de direkte observationer med en tolkning af den givne jords dannelsesproces og geologiske alder.

Medens den geotekniske klassifikation bruges til at beregne jordens bæreevne og deformation, så bruges den geologiske bedømmelse til at vurdere de forskellige jordarters rumlige udstrækning og indbyrdes lejringsforhold.

I lærebogen her behandles kun de geotekniske klassifikationsparametre, idet de geologiske forhold behandles i geologikompendiet, ref. [1].

De geotekniske parametre inddeles i mekaniske egenskaber som f.eks. vandgennemtrængelighed og styrke samt identificeringsdata som f.eks. kornstørrelse, vandindhold og rumvægt, se oversigten i figur 1.

De mekaniske egenskaber er ofte meget bekostelige at bestemme i laboratoriet, medens identificeringsdataene er relativ simple, og flere af dem udføres som standardrutiner ved beskrivelser af jordprøver.

Ved at sammenligne identificeringsdata med jordens mekaniske egenskaber (bestemt i laboratoriet) har man gennem tiden fået oparbejdet en stor empirisk viden. Ud fra denne viden, kan man på grundlag af identificeringsdataene ofte skønne de nødvendige mekaniske egenskaber. I hvor høj grad, man kan forlade sig på empirisk viden, afhænger dog ifølge sagens natur af byggeprojektets størrelse.

I kapitel 1 gennemgås de vigtigste geotekniske identificeringsdata, medens de mekaniske egenskaber gennemgås i kapitlerne 2, 4 og 6.

## 1.2 Kornstørrelse og fraktionsopdeling

#### 1.2.1 Definition og måleprincipper

Kornstørrelsen angives ved et enkelt tal, kornets diameter, d. Ud fra denne størrelse grupperes materialet i følgende hovedfraktioner:

sten			d	>	60 mm
grus	60 mm	>	d	>	2 mm
sand	2  mm	>	d	>	0,06 mm
silt	0,06 mm	>	d	>	0,002 mm
ler	0,002 mm	>	d		

Navn på parameter	Anvendte forkortelser	Bruges i friktionsjord	Bruges i kohæsionsjord
Middelkornstørrelse ved sigtekurve	d 50	Ja	_
Middelkornstørrelse ved slemmeanalyse	d 50	11-	Ja
Uensformighedstal	$U = \frac{d_{60}}{d_{10}}$	Ja	-
Kornform	-10	Ja	-
Rumvægt	γ	Ja	Ja
Vandindhold	w	(Ja)	Ja
Flydegrænse	$w_L$	-	Ja
Udrulningsgrænse	$w_P$	-	Ja
Plasticitetsindeks	IP	-	Ja
Poretal	е	Ja	Ja
Relativ lejringstæthed	$I_D$	Ja	_
Kalkindhold		Ja	Ja
Glødetab		(Ja)	Ja
Humusindhold		Ja	(Ja)
Kvældningsindeks		-	Ja

Figur 1: Geotekniske identificeringsdata relevante for danske jordarter. Opdelingen i friktionsjord og kohæsionsjord omtales i afsnit 1.2.3.

Omstående inddeling anvendes i funderingsnormen, ref. [2]. Inden for vejbygning og betonteknologi anvendes lidt andre skalaer, som det fremgår af figur 2.

#### Måleprincipper ved bestemmelse af kornstørrelser

For korn større end 0,06 mm bestemmes kornstørrelsen ved sigtning, og diameteren fastsættes som maskevidden af den mindste sigte, som kornet netop har kunnet passere.

Til almindelige sigteanalyser benyttes prøver på 50-100 g. Indeholder prøven ingen korn, der er mindre end 0,06 mm, tørres prøven ved opvarmning til 105 °C. Den tørrede prøve vejes og hældes derefter i sigtesættet (tørsigtning), og der rystes kraftigt. Herefter vejes de enkelte sigterester, og der optegnes en kornkurve, se figur 4.

Indeholder prøven derimod korn mindre end 0,06 mm, er disse tilbøjelige til at klumpe sig sammen. Man udfører derfor sigtningen på den måde, at den tørrede og vejede prøve spules igennem sigtesættet (vådsigtning). Sigteresterne

## KORNSTØRRELSENS SKALAER

filler		sand	T	sti	en		-)
	0,075		2			m	m
BETONTEKNOLOGI							
e	tils	lag			sten		*
	H	sand	perie- an sten, st	te- nødde- In , sten singels ,	bund-hànd- sten,sten,		
******	0.25		4 8	16 31,5 63	125 250	m	m
FUNDERINGSNORM DS 41	15, 1984 (3.udg.						
e lere silt		- sand	gr	US	sten	blokke	-)
fint mellem g	proft fint	mellem groft	fint mell	em groft			
0,002 0,006 0,02 DGU - NUVÆRENDE SKA	0,06 (	.2 0,6	2 6	20 60		600 m	m
ier slit	-	sand	grus		sten —	biokke	+
fint mellem g	proft fint	mellem groft	fint gr	oft			
0,002 0.006 0,02	0,06 0	.2 0,6	2 6	20		600 mi	m
						al , htalilia	-
ler e mjäla	- mo>	sand			sten	DIOKKe	
s ler e mjäla per	- mo> mid-	sand			sten	DIOKK	
fint groft	mo mid- fint , del,groft	fint mel.	t fint ml., c	roft	sten	DIOKK	

0.002 0.02 0.06 0.2 2

#### GEOTEKNISKE TERMER (øverste skala) GEOLOGISKE TERMER (nederste skala)

-	kohæsionsjord>	friktionsjord	 	
	finklastisk	mellemklastisk	grovklastisk	

Sammenstillet af I.S. juli 91

mm

Figur 2: De forskellige skalaer for angivelse af kornstørrelse.

tørres derefter inden de vejes. Den fraspulede fraktion bestemmes ved at trække summen af de øvrige fraktioner fra begyndelsesvægten.

For korn under 0,06 mm bestemmes kornstørrelsen ved sedimentation i en 30 cm høj væskesøjle. Kornstørrelsen er da defineret som diameteren af en kugle, der har samme vægtfylde og synkningshastighed som kornet.

Ved sedimentationen opslemmes ca. 50 g tørret prøvemateriale i en glascylinder med mulighed for prøveudtagning i bestemte højder (Andreasen-cylinder). Der skal tilsættes peptisator for at forhindre, at partiklerne klumper sig sammen. Efter opslemning tappes prøver af væskesøjlen ud til bestemte tider i op til flere dage. Ved at inddampe og veje de udtagne opslemningsprøver kan kornstørrelsesfordelingen beregnes.

#### 1.2.2 De enkelte fraktioner

Sten- og grusfraktionerne er let kendelige, idet kornene er store, ofte mere eller mindre afrundede og består af flere mineraler.

Sandfraktionen er ligeledes let kendelig. Selv de mindste korn (0,06 mm) kan ses med det blotte øje. Sand består hovedsageligt af mineralerne kvarts og feldspat (mineraler er jordskorpens naturligt dannede kemiske forbindelser, se nærmere i ref. [1]). Sandkorn har normalt en ret kantet kornform. Ved bid knaser de mellem tænderne. I fugtig tilstand er sandfraktionen svagt formbar på grund af kapillarspændingerne, i tør tilstand mangler den fuldstændig indre sammenhæng og er helt løs.

Siltfraktionen minder i tør tilstand om mel, og de enkelte korn kan ikke skelnes med det blotte øje. Grovsilten knaser svagt mellem tænderne, finsilten derimod ikke. Våd silt smitter af på hænderne, men tørrer hurtigt, og kan let gnides af. Ler kan derimod ikke gnides af hænderne, det skal vaskes af.

Fugtig silt er i besiddelse af "harmonikastruktur", en prøve af silten kan påvirkes skiftevis til tryk og til træk uden at gå i stykker. Dette skyldes, at vedhængskræfterne mellem kornene i fugtig tilstand er tilstrækkelig store til at prøven kan holde sammen, men dog ikke større end at kornene let kan forskydes indbyrdes. Samtidig er porenettet så groft, at vandbevægelsen i porerne foregår uhindret. Under trykpåvirkningen træder vandet frem på siltprøvens overflade, under trækpåvirkningen forsvinder vandet ind i prøven, se figur 3.

Siltfraktionens andel af en prøve bestemmes ved sedimentation. Grovsilten bundfældes inden for de første 15 minutter, finsilten kræver fra 15 minutter til 24 timers henstand.

Den kapillære stighøjde i silt er relativ stor, og det har en betydelig vandopsugning. Derfor er silt særdeles opfrysningsfarlig, fordi der dannes islinser i siltjord. Islinserne medfører en volumenforøgelse af jorden, og en efterfølgende sammensynkning ved optøning.



Figur 3: Gimpeforsøg med silt. Holder man i enderne af en udrullet "pølse" af silt (A) og laver små harmonikabevægelser (B og C), vil pølsen opføre sig som en blød elastik og genvinder bagefter den oprindelige form (C). En lerpølse vil ikke genvinde formen, ref. [3].

Lerfraktionen er i tør tilstand meget hård, i vandmættet tilstand plastisk og klæbende. Leret er svært at skylle af hænderne eller støvlerne, selv om der anvendes varmt vand. På grund af de stærke bindinger mellem kornene og det meget fine porenet, mangler lerfraktionen fuldstændig siltens harmonikastruktur.

I tør tilstand danner lerfraktionen en hård bjergart. Et godt kendetegn for lerfraktionen er, at den i fugtig tilstand har blank skæreflade.

Rent sprogligt bruges betegnelsen "ler" for alle jordprøver, der i fugtig tilstand klæber sammen og er formbare. Disse egenskaber er fremherskende, selv hvis prøverne kun indeholder 10-15% ler.

Betegnelsen "ler" er også navnet på en gruppe mineraler, hvor molekylerne er ordnet i en bestemt pladeformet gitterstruktur. Derfor kan de betragtes som helt flade korn. Størrelsen af de enkelte lermineralkorn er som regel mindre end 0,002 mm, d.v.s. svarende til kornskalaens lerfraktion. Lermineralerne er meget almindelige, idet de dannes, når granit og andre sten af grundfjeld forvitrer.

De enkelte jordarter og forhold knyttet til deres kornkurver er nærmere omtalt i Geoteknisk Instituts Bulletin, No. 5, E. L. Mertz, ref. [4].

#### 1.2.3 Opdeling i friktionsjord og kohæsionsjord

Udover inddeling efter kornstørrelse bruges der inden for geoteknikken en opdeling af jorden i to grupper, kohæsionsjord og friktionsjord, med vidt forskellige materialeegenskaber. Kohæsionsjorden består af ler, dynd og andre jordarter, der kan æltes og formes i våd tilstand. Friktionsjorden består derimod af sand og grus, hvor de enkelte korn ikke deformeres ved belastning.

Jordarten silt har både egenskaber, der henfører den til kohæsionsjord og til friktionsjord. Den har således en vis plasticitet kendetegnende for kohæsionsjord, men samtidig har den ingen nævneværdig sammentrykkelighed ved belastning, hvilket kendetegner friktionsjord.

I ler (kohæsionsjord) er de enkelte lermineraler svagt elektrisk ladede på kornoverfladen. De kan derfor binde vandmolekyler til sig i form af hygroskopisk vand, der fungerer som en del af lerstrukturen. Ved belastning sker der en frigørelse af en større eller mindre del af det hygroskopiske vand, der går over til at være frit porevand. Dette vand vil drænes væk fra det belastede område med en deformation til følge. Ved aflastning vil det modsatte ske, idet vandmolekylerne igen vil binde sig til lermineralerne med en udvidelse til følge.

I sand og grus (friktionsjord) overføres kræfterne ved en belastning direkte fra korn til korn. Der opstår ikke nogen nævneværdig deformation ved traditionelle hvilende belastninger. Ved løst udlagt sandfyld og i flyvesand kan der dog opstå omlejringer imellem sandkornene med deraf følgende sætninger.

Hvis en kohæsionsjord tidligere har været udsat for større tryk end det nuværende benævnes den forkonsolideret eller forbelastet, og den vil have større bæreevne end en ikke-forbelastet jord. En forkonsolidering vil typisk stamme fra, at jordarten tidligere har været udsat for gletschertryk under istiderne.

#### 1.2.4 Kornkurver

Resultatet af en sigte- og slemmeanalyse afbildes i almindelighed ved hjælp af en kornkurve. Den optegnes i et koordinatsystem med logaritmisk inddelt abscisseakse og aritmetisk inddelt ordinatakse. Korndiameteren afsættes som abscisse, og den vægtprocent af kornene, hvis diameter er mindre end den ved abscissen angivne værdi, afsættes som ordinat.

Figur 4 viser et eksempel på kornkurver for forskellige jordarter.

Er kornkurven flad, indeholder prøven korn af mange størrelser, og jordarten kaldes da velgraderet eller dårlig sorteret. Er kornkurven derimod stejl, er kornene af samme størrelsesorden, og jordarten er velsorteret.

Som et mål for graderingen eller sorteringen benyttes uensformighedstallet, U, der er defineret som:

$$U = \frac{d_{60}}{d_{10}} \tag{1}$$

hvor  $d_{60}$  er korndiameteren svarende til 60% ordinaten og  $d_{10}$  korndiameteren svarende til 10% ordinaten.



Figur 4: Eksempel på kornkurve. Punkt A angiver for eksempel, at 71% af jordarten består af korn med en diameter,  $d \le 0.6$  mm.

For forskellige værdier af U gælder:

er			U	< 2,5	kaldes aflejringen enskornet,	
er	2,5	<	U	< 5	kaldes aflejringen middelgraderet, og	g
er	5	<	U		kaldes aflejringen velgraderet	

### 1.3 Kornform

De grovere korn, d.v.s. sten, grus og sand, har sammentrængt kornform, hvilket vil sige, at alle tre dimensioner er af samme størrelsesorden. Kornene kan være skarpkantede, kantede, afrundede eller runde. Ved sten og grus består de enkelte korn af flere mineraler, medens der som oftest kun er et mineral i hvert sandkorn (typisk kvarts eller feldspat).

De finere korn, især lerfraktionen, er normalt plade- eller skælformede, sjældnere nåleformede. Kornene består sædvanligvis kun af et enkelt mineral.

I praksis bruges kornformen, når friktionsvinklen for sand skal beregnes ud fra den empiriske formel, der er angivet i funderingsnormen DS 415 (friktionsvinklen forklares nærmere i kapitel 4). Her er det nødvendigt at skønne om sandet er skarpkantet eller har afrundede korn. Til brug for dette skøn er det meget nyttigt at kunne støtte sig til den geologiske bedømmelse, idet f.eks. smeltevandssand typisk er skarpkantet, medens tertiær flodsand typisk er afrundet.

Indenfor betonteknologi og vejbygning karakteriseres sten og gruspartikler efter kornformen i lange, kubiske eller flade korn. For at foretage denne inddeling måles længde, bredde og tykkelse på mindst 100 korn af prøven, ref. [5].

### 1.4 Kornvægtfylde og rumvægt

For at lette forståelsen af de følgende klassifikationsudtryk kan en jordart opfattes som et system af tre faser, hvor jordkornene udgør den ene fase, medens de to andre faser udgøres af henholdsvis vand og luft, se figur 5. Den del, der udgøres af sidstnævnte to faser, betegnes under et som jordens porer.



Figur 5: Jord med de tre faser korn, vand og luft.

Rumvægt udtrykkes som vægt pr. volumenenhed. Den varierer for danske jordarter fra 10 kN/m<sup>3</sup> for jordarter med stort vandindhold (tørv og gytje), og til 25 kN/m<sup>3</sup> for jordarter med meget små poretal, som f.eks. stærkt forbelastet, stenet moræneler.

I geoteknik anvendes følgende betegnelser for rumvægt:

- $\gamma$  betegner generelt jords rumvægt (vægt pr. volumenenhed)
- $\gamma_d$  betegner tør jords rumvægt
- $\gamma_w$  betegner vands rumvægt (kan sættes til 10 kN/m<sup>3</sup>)
- $\gamma_s$  betegner kornenes rumvægt (~25 á 27 kNn/m<sup>3</sup>)
- $\gamma'$  betegner rumvægten for vandmættet jord reduceret for opdrift, også kaldet den effektive rumvægt.
- $\gamma_m$  betegner vandmættet jords rumvægt

Kornvægtfylden,  $d_s$ , defineres ved:

$$d_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} \tag{2}$$

hvor  $\gamma_s$  er kornenes rumvægt og  $\gamma_w$  er vands rumvægt ved 4 °C.

Vandets rumvægt kan normalt sættes til 10 kN/m<sup>3</sup>. For sand kan  $d_s$  normalt sættes til 2,65.

I vandmættet jord skal der reduceres for opdriften, og i tilfælde af strømmende grundvand skal der tages hensyn til strømkraften (gradienten). Herved fås den effektive rumvægt  $\gamma'$ , der nærmere er omtalt i kapitel 3, afsnit 3.7.

#### Målemetoder

En udførlig beskrivelse af de forskellige fremgangsmåder ved bestemmelse af rumvægt findes i ref. [5], [6] og [7]. Her skal blot omtales lidt om de vigtigste principper i metoderne.

Bestemmelse af prøvens volumen sker på forskellig måde alt efter om der er tale om en rørprøve eller en løs poseprøve. Ved den intakte rørprøve presses et stykke af prøven op i en metalring med kendt volumen, idet endefladerne skæres til med en kniv for at gøre dem plane. Ved løse prøver kan rumfanget bestemmes ved sandefterfyldningsmetoden eller isotopsondemetoden.

Sandefterfyldningsmetoden finder sted i felten. Her graves et hul (det opgravede materiale vejes) og rumfanget af hullet findes ved at fylde efter med tørt sand med kendt vægtfylde.

Ved *isotopsondemetoden* slås et spyd indeholdende en radioaktiv strålingskilde nogle cm ned i jorden. Herefter aktiveres strålekilden, og på den stråling, der slipper igennem til apparatets detektor, kan totalrumvægten af jorden bestemmes.

Måling af kornvægtfylden kan ske i laboratoriet ved pyknometerforsøg. Metoden består i at bestemme vægten af et fuldstændigt tørt materiale i et kendt volumen. Hertil benyttes en lille glaskolbe med slebet prop (pyknometerglas).

Når der ikke foreligger forsøgsværdier af rumvægten anvendes et skøn. I figur 6 er angivet nogle typiske intervaller for danske jordarters rumvægte. Disse angivelser er gennemsnitsværdier, og undtagelser kan forekomme.

#### 1.4.1 Vandindhold og konsistensgrænser

Dette afsnit omhandler karakteristiske data for kohæsionsjord (ler, dynd m.m.). Disse data kan også udregnes for sand, men de siger ikke noget om sandets kvalitet (bæreevne). I resten af dette afsnit bruges ordet ler for alt kohæsionsjord.

Kalk og kridt (slamkalk)	$\gamma \approx 17 - 22 \text{ kN/m}^3$
Tørt sand og grus	$\gamma \approx 15 - 18 \text{ kN/m}^3$
Fugtigt sand og grus	$\gamma pprox 15 - 20 \ \mathrm{kN/m^3}$
Vandmættet sand og grus	$\gamma pprox 19 - 22 \text{ kN/m}^3$
Vandmættet moræneler	$\gamma pprox 19 - 23 \ \mathrm{kN/m^3}$
Vandmættet fedt ler	$\gamma \approx 16 - 20 \text{ kN/m}^3$
Vandmættet gytje (dynd)	$\gamma \approx 10 - 16 \text{ kN/m}^3$
Vandmættet tørv	$\gamma \approx 10 - 12 \text{ kN/m}^3$

Figur 6: Typiske rumvægte for danske jordarter.

#### 1.5 Vandindhold

I praksis regnes ler altid vandmættet, (lerfyld dog undtaget) idet der over grundvandsspejlet vil være kapillarvand. Som figur 7 viser, kan ler altså specielt opfattes som et tofase-system.



Figur 7: Stiliseret billede af vandmættet ler.

Vandindholdet, w, er defineret som forholdet mellem porevandets vægt og tørstoffets vægt og angives normalt i procent:

$$w = \frac{W_w}{W_s} \cdot 100\% \tag{3}$$

Forholdet bestemmes ved vejning af en prøve før og efter udtørring, 16 timer i en ovn ved 105 °C.

For normalt forekommende moræneler ligger vandindholdet på 12% til 25%, for tertiære lerarter på ca. 30% til ca. 45% og for smeltevandsler på ca. 20% til 40%. For organisk prægede aflejringer gælder, at der kan forekomme vandindhold på langt over 100%.



Figur 8: Konsistensgrænser for ler.

#### 1.5.1 Konsistensgrænser og plasticitetsindeks

Begrebet konsistensgrænser er knyttet til jords fasthed ved varierende vandindhold. Det finder derfor ikke anvendelse på jordarter, der kun indeholder sandog grusfraktionerne. For ler og silt er konsistensgrænserne derimod vigtige geotekniske begreber.

Vandindholdet ved overgang fra flydende til formbar (plastisk) konsistens kaldes *flydegrænsen* eller øvre plasticitetsgrænse. En anden vigtig konsistensgrænse foreligger ved overgang fra plastisk til halvfast konsistens – vandindholdet ved denne overgang kaldes *plasticitetsgrænsen*.

I figur 8 er vist de nævnte tilstande og grænser (samt for fuldstændighedens skyld også svindgrænsen,  $w_s$ . For ler, der har et vandindhold på eller under svindgrænsen, vil en eventuel reduktion af vandindholdet ikke medføre yderligere reduktion af volumenet, fordi porerne efterhånden tømmes for vand, og farven skifter fra mørk til lys. Under svindgrænsen kan leret anses for at være et fast stof.

#### Målemetoder

I praksis måles konsistensgrænsen ved i laboratoriet at opbløde den aktuelle ler så meget, at der er sikkerhed for, at den er flydende. Derefter reduceres vandindholdet ved udtørring, indtil prøven fra at være flydende bliver plastisk, en tilstand der er karakteriseret ved, at leret er formbart. Vandindholdet ved overgangen mellem de to faser, er flydegrænsen,  $w_L$ , og er en karakteristisk størrelse for den enkelte lerart.

Flydegrænsen findes ved at placere lerprøven i en skål af form som en kuglekalot (Cassagrandeapparat) og derefter skrabe en "standardfure" i prøven. Når der netop kræves 25 slag for at få furen til at lukke sig i en vis længde, har prøven et vandindhold kaldet flydegrænsen. Opblødning og bearbejdning i Cassagrandeapparatet samt efterfølgende bestemmelse af vandindholdet må ske et vist antal gange for hver prøve, så der kan optegnes en kurve over antal slag og tilhørende vandindhold. Først herefter kan den aktuelle prøves vandindhold ved 25 slag aflæses.

Den anden karakteristiske værdi af vandindholdet foreligger, når lerprøven ved fortsat udtørring fra at være formbar bliver halvfast. Denne værdi, plasticitetsgrænsen,  $w_P$ , er defineret som det mindste vandindhold, der tillader leret at blive udrullet til 3 mm tynde tråde.

Plasticitetsgrænsen kaldes også for udrulningsgrænsen. Udrulning og efterfølgende bestemmelse af vandindhold sker flere gange for samme prøve, før der er et tilfredsstillende statistisk grundlag for at bestemme plasticitetsgrænsen.

Figur 8 viser, at flyde- og plasticitetsgrænser for en given lerart er faste størrelser. Værdierne afhænger primært af kornenes finhed, således at tallene er højere, jo finere lerkornene er. Størrelsen i % af det plastiske område er også en karakteristisk størrelse, der benævnes *plasticitetsindekset*  $I_P$ :

$$I_P = w_L - w_P \tag{4}$$

For sand, grus og grovsilt er flyde- og plasticitetsgrænserne sammenfaldende, svarende til  $I_P \sim 0$ , hvilket er i overensstemmelse med disse jordarters manglende formbarhed. Plasticitetsindekset er dog allerede for moræneler større end 10% og for de fede tertiære lerarter et godt stykke over 100%. Disse tertiære lerarter benævnes også kun som plastiske lerarter.

De indtil nu nævnte grænser er størrelser, der er fremkommet ved laboratorieforsøg. Det afgørende for jordens værdi som byggemateriale er, hvor det naturlige vandindhold, w, ligger i forhold til de to grænser. Erfaringsvis ligger w altid i det plastiske område. Placeringen kan udtrykkes i et rent tal ved følgende formel, der benævnes konsistensindekset  $I_c$ :

$$I_c = \frac{w_L - w}{w_L - w_P} \sim \frac{w_L - w}{I_P} \tag{5}$$

Som det ses af figur 8, er den eneste variable størrelse for en given lerart det naturlige vandindhold. For normalt forekommende danske lerarter varierer  $I_c$  mellem 1 og 0.

Konsistensindekset bruges eksempelvis ved vurdering af en lerarts styrke i langtidstilstanden og til vurdering af en lerarts forkonsolidering, som nærmere beskrevet i afsnit 4.6.3 og 6.4.2.

#### 1.6 Poretal og relativ lejringstæthed

Poretal og relativ lejringstæthed bruges specielt om friktionsjord, d.v.s. hovedsagelig sand og grus. Friktionsjord kan betragtes som et system med de tre



Figur 9: Stiliseret billede af friktionsjord med luft, vand og korn.

elementer, luft, vand og korn, som det ses i figur 9. Porevolumenets relative størrelse er afgørende for en friktionsjords styrke og bæreevne.

Poretallet, e, er defineret som forholdet mellem porevolumen og kornvolumen:

$$e = \frac{V_p}{V_s} \tag{6}$$

hvor  $V_p$  er porevolumen og  $V_s$  er kornvolumen.

Poretallet har den mangel, at det ikke entydigt angiver sandaflejringens kvalitet med hensyn til hvor godt sammenpakkede kornene er, og dermed hvor god bæreevnen er. Poretallet 0,50 for en velsorteret aflejring indicerer således god pakning, medens samme tal for en velgraderet (dårlig sorteret) aflejring indicerer en dårlig pakning, og dermed en dårlig bæreevne.

Dette problem løses ved at sammenholde det fundne aktuelle poretal med to for en given sandprøve faste grænseværdier,  $e_{min}$  og  $e_{max}$ . De to grænseværdier findes ved standardiserede forsøg. Den ene værdi bestemmes som den mest faste lejring,  $e_{min}$ , som prøven kan gives, og den anden grænse bestemmes ved den mest løse lejring,  $e_{max}$ , som prøven kan lejres i.

#### Måleprincipper

Poretallet, e, i marken betemmes ved sandefterfyldning eller isotopsondemetode (se afsnit 1.4). Herefter tørres og vejes prøven i laboratoriet.

 $e_{max}$  bestemmes som poretallet for den lejring, der fremkommer, når det tørrede sand gennem en tragt falder med en bestemt højde.

 $e_{min}$  bestemmes som poretallet for den komprimerede lejring der fås, når sandet i en cylinder indstampes efter en standardiseret procedure. I figur 10 er de forskellige grænser for poretal vist på en akse, idet figuren er bygget op på samme måde som aksen med lers konsistensgrænser (se figur 8).



Figur 10: Akse med poretal for friktionsjord.

Fuldstændig analogt med konsistensindekset for kohæsionsjord defineres der for friktionsjord et indeks, der entydigt siger, hvordan den naturlige lejringstæthed er i forhold til opnåelige grænser. Størrelsen kaldes den relative lejringstæthed og er givet ved:

$$D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \tag{7}$$

Det ses, at den relative lejringstæthed vokser fra 0 til 1, når pakningen varierer fra det mest løse til det mest faste.

I øvrigt anvendes følgende grænser som udtryk for sands relative lejringstæthed:

0,3	<	$I_D$	<	0,4	løs lejring
0,4	<	$I_D$	<	0,8	middel lejring
		ID	>	0,8	fast lejring

I

Som krav til komprimering af sandfyld, hvorpå der skal stå fundamenter, kan der normalt foreskrives en relativ lejringstæthed  $I_D \ge 0,65$  á 0,75.

Den relative lejringstæthed bruges til empirisk bestemmelse af sands friktionsvinkel, som det beskrives i afsnit 4.6.

## 2 Spændinger i jord

## 2.1 Indledning

I 1926 introducerede den tjekkiske ingeniør Karl Terzaghi begrebet *effektive* spændinger. Med denne nye indsigt i jordens mekanik åbnede der sig nye muligheder for beregning af geotekniske problemer, som ellers tidligere havde været baseret alene på erfaring.

Ud af tidligere forsøg på at udnytte den videnskabelige metode på geotekniske problemer bragte Terzaghi's indsigt orden og gjorde det muligt at indføre en rationel opbygning af en ny videnskab. Nøglen hertil var princippet om den effektive spænding.

Som det skal ses i senere kapitler, er den effektive spænding – og den dermed forbundne effektive rumvægt – kernen i forståelsen af jords styrke, bæreevne, sætning og jordtryk.

Begrebet effektiv spænding er i virkeligheden meget simpelt. Indsigt i begrebet indebærer desuden, at man allerede på basis heraf kan undersøge et så vigtigt forhold som et projekts sikkerhed over for grundbrud.

Effektiv spænding og vandtryk er to sider af samme sag. Samspillet vil være afhængig af, om vandet er stillestående, eller det strømmer gennem jorden. I dette kapitel behandles forholdene for stillestående grundvand, mens forholdene ved strømmende grundvand behandles i kapitel 3.

#### 2.2 Porevand

Føres en boring tilstrækkelig langt ned i jorden, vil der trænge vand ind i borerøret. Vandet vil stille sig i en sådan højde, at trykket ved vandspejlet er nul regnet over atmosfærens tryk.

Føres flere boringer ned over et større areal, vil vandspejlene i de forskellige borerør markere det såkaldte *grundvandsspejl*, GVS, der normalt er en krum flade. Overalt i grundvandsspejlet er trykket lig nul over atmosfærens tryk. Under grundvandsspejlet er jorden *vandmættet*, det vil sige, at samtlige porer er vandfyldte.

Grundvandsspejlets beliggenhed i jorden er af stor betydning ved funderingsarbejder og bør derfor altid bestemmes.

I de mere grovkornede jordarter, grus og sand, kan vandstandshøjden bestemmes umiddelbart efter boring eller gravning. I ler bør man kontrollere resultatet mindst et døgn senere, for at være nogenlunde sikker på, at vandspejlet er kommet i ro. Ofte vil det tage flere døgn, før vandspejlet er i ro.

Over grundvandsspejlet vil jorden ofte være vandmættet, men trykket i porevandet er lavere end det atmosfæriske tryk. Der er altså negativt tryk i dette porevand. Vandet kaldes kapillarvand. Det er suget op fra grundvandet, idet jordens fine porer virker som kapillarrør.

Fænomenet kan iagttages ved at stikke et almindeligt kapillarrør (hårrør) med diameteren, d, ned i rent vand, se figur 11.



#### Figur 11: Illustration af kapillaritet.

Så snart rørenden er kommet ned i vandet, vil tiltrækningen mellem glasmolekylerne og vandmolekylerne i forbindelse med vandets overfladespændinger hæve vandet op i røret. Vandoverfladen i røret kaldes *meniscus* og vil have form som en halvkugle, når vandet er steget til sin højeste stilling. Denne højde kaldes den *kapillære stighøjde*,  $h_c$ . Meniscus hænger som en tynd membran fast i rørets periferi, og vandsøjlen bæres af denne membran. Derved overføres en nedadrettet kraft fra meniscus til rørvæggen. Denne kraft er pr. længdeenhed lig overfladespændingen,  $T_s$ . Den samlede nedadrettede kraft langs rørets periferi må være lig vægten af vandsøjlen. Heraf fås:

$$T_{\bullet}\pi d = h_c \frac{\pi}{4} d^2 \gamma_w \tag{8}$$

Overfladespændingen,  $T_s$ , kan ved stuetemperatur sættes til 0,075 g/cm. Den kapillære stighøjde,  $h_c$ , kan derefter findes af følgende udtryk:

$$h_c d = 0,3 \text{ cm}^2$$
 (9)

Medens almindelige kapillarrør har konstant diameter, er jordens porer af meget uregelmæssig form. Det vil derfor være vanskeligt at fastlægge en porediameter, hvorfor det fundne udtryk til bestemmelse af stighøjden i et kapillarrør ikke har megen betydning i forbindelse med jord.

Den højde,  $h_c$ , som kapillarkræfterne kan hæve vandet over grundvandsspejlet, kan til en foreløbig bestemmelse findes af følgende udtryk:



detail i KVS

Figur 12: Detalje af forholdene omkring kapillarvandspejlet.

 $h_c d_{50} = 1,5 \text{ cm}^2$ 

hvor  $d_{50}$  er middelkornstørrelsen i cm.

Den øverste begrænsningsflade for den vandmættede del af jorden kaldes kapillarvandspejlet, KVS.

Spændingerne, u, i vandet i kapillarrøret er vist i figur 11. Spændingen er nul i højde med det frie vandspejl uden for røret. Der er hydrostatisk tryk inde i røret, hvorfor trykket er negativt og aftager i højden,  $h_c$ , til værdien:

 $u = -h_c \gamma_w \tag{11}$ 

Over kapillarvandspejlet findes en zone af fugtig jord, der ikke længere er vandmættet, da kapillarkræfterne kun kan fastholde vandet i krogene (porevinklerne) mellem de enkelte korns berøringspunkter. Dette vand kaldes for *porevinkelvand*, se figur 12.

Både over og under kapillarvandspejlet er alle jordkornene omgivet af en tynd vandhinde, *vedhængsvandet*, hvis molekyler under påvirkning af kornene opbygges på en bestemt måde. Vedhængsvandets fysiske egenskaber adskiller sig derfor væsentligt fra almindeligt vands egenskaber ved samme temperatur. Nærmest kornenes overflade svarer vedhængsvandet til et fast stof, i lagets midte til en tyktflydende væske og yderst til almindeligt frit vand.

Vedhængsvandets lagtykkelse, der er af størrelsesordenen 0,1  $\mu$  (0,0001 mm), er nærmest uafhængig af kornstørrelsen, hvorimod kornenes fysiske og kemiske egenskaber har stor betydning. Derfor vil den del af en jordprøves samlede rumfang, der udgøres af vedhængsvandet, vokse med aftagende kornstørrelse. Er kornene små og skælformede, kan vedhængsvandet optage en væsentlig del af det samlede rumfang, se i øvrigt afsnit 6.1.

(10)

I grovkornede jordarter som grus, sand og til dels silt vil vedhængsvandet være forsvindende i forhold til det øvrige porevand, hvorfor disse jordarters egenskaber udelukkende er afhængige af kornenes egenskaber og dermed af kornform og lejringsmåde.

I de finkornede jordarter kan vedhængsvandet udgøre en betydelig del af porerne. Disse jordarters egenskaber vil derfor, foruden at være afhængig af kornenes kemiske og mineralogiske egenskaber også være afhængig af mængden af vedhængsvand. Det er blandt andet vedhængsvandets relativt store volumen, der bevirker, at finkornede jordarter er plastiske ved et passende vandindhold.

### 2.3 Totale, neutrale og effektive spændinger

Figur 13 viser et snit i jorden. Ved den totale spænding,  $\sigma$ , forstås den totale vægt af det overliggende materiale pr. m<sup>2</sup>. Af figuren fremgår, at denne vægt i snittet bæres af jordens to komponenter vand og jordkorn.



Figur 13: Spændingsfordeling i den mættede zone.

Det vil sige, at en del af den totale vægt bæres af vandet (fremkalder den neutrale spænding, u, i vandet), medens den resterende vægt overføres gennem kornenes kontaktflader (fremkalder den effektive spænding,  $\sigma'$ ).

Ovenstående kan formuleres som:

$$\sigma = \sigma' + u$$
 eller  $\sigma' = \sigma - u$  (Terzaghi 1923) (12)

hvor de respektive spændinger forudsættes at være jævnt fordelt over snittets areal.

Terzaghi's erkendelse af denne spændingsfordeling i jorden var af afgørende betydning for den senere udvikling af geoteknikken, idet både problemet jordens styrke og jordens deformation først med denne formulering af spændingsforholdene kunne behandles rationelt.

Det må pointeres, at  $\sigma'$  er en fiktiv gennemsnitsstørrelse. Det virkelige kontakttryk mellem de enkelte korn er meget større, end  $\sigma'$  angiver. Det har imidlertid vist sig praktisk at benytte den angivne relation (formel 12) for at karakterisere spændingsfordelingen. Da man imidlertid ikke kan "forestille" sig den effektive spænding, bestemmes den lettest indirekte af:

 $\sigma' = \sigma - u$ 

da både den totale og den neutrale spænding er jævnt fordelte.

Vi skal i resten af dette afsnit se, hvorledes vi under forskellige forhold kan finde spændingsfordelingen, når det forudsættes, at vi har stillestående vand, medens vi i næste afsnit kommer ind på, hvilken indflydelse strømmende vand har på spændingsfordelingen.



Figur 14: Spændingsfordeling når vandspejlet er beliggende over jordoverfladen.

I figur 14 er vist et jordlag med rumvægten,  $\gamma$ , dækket af  $h_1$  meter vand. I et snit i dybden,  $h_2$ , under jordens overflade er den totale lodrette spænding:

$$\sigma = h_1 \gamma_w + h_2 \gamma \tag{13}$$

Den neutrale spænding er:

$$u = (h_1 + h_2)\gamma_w \tag{14}$$

Den effektive spænding findes af  $\sigma' = \sigma - u$ :

$$\sigma' = h_1 \gamma_w + h_2 \gamma - h_1 \gamma_w - h_2 \gamma_w$$



Figur 15: Spændiger i jord med frit vanspejl og uden kapillaritet.

$$\sigma' = h_2(\gamma - \gamma_w) = h_2 \gamma' \tag{15}$$

Det ses, at den effektive spænding er lig vægten af den overliggende jordmasse minus opdriften. Det er altid tilfældet, når vandspejlet står over eller i højde med jordmassens overflade.

Figur 15 viser et snit i et jordlag, der er så grovkornet, at den kapillære stighøjde kan sættes lig nul. Jorden over grundvandsspejlet, der står i dybden,  $h_1$ , under terræn, kan regnes at være tør. Til højre på figuren er tegnet et diagram over de lodrette normalspændinger ned gennem jordlaget. Den skraverede del af diagrammet angiver de effektive spændinger.

I den tørre jord over grundvandsspejlet vokser den totale spænding retliniet fra nul til  $h_1\gamma_1$ . Da den neutrale spænding er nul, er den effektive spænding lig den totale spænding.

I dybden  $(h_1 + h_2)$  er den totale spænding:

$$\sigma = h_1 \gamma_1 + h_2 \gamma_2 \tag{16}$$

I niveau med grundvandsspejlet er den neutrale spænding nul, og i dybden,  $h_1 + h_2$ , er den neutrale spænding  $h_2 \gamma_w$ . Den effektive spænding findes af:

 $\sigma' = \sigma - u$   $\sigma' = h_1 \gamma_1 + h_2 \gamma_2 - h_2 \gamma_w$  $= h_1 \gamma_1 + h_2 \gamma'_2$ 

(17)


Figur 16: Spændinger i jord med kapillaritet.

I et simpelt tilfælde som dette kan man direkte beregne de effektive spændinger.

Foregår der strømninger i grundvandet, eller er der kapillarspændinger, kan man let begå fejl, hvorfor man *altid* bør bestemme de totale spændinger, dernæst de neutrale spændinger og til sidst de effektive spændinger.

I figur 16 er vist et snit i et jordlag, der er så finkornet, at kapillarvandet får betydning. Over kapillarvandspejlet forudsættes jorden helt tør.

I højde med kapillarvandspejlet er spændingerne:

 $\sigma = h_1 \gamma_1$   $u = -h_2 \gamma_w$  $\sigma' = \sigma - u = h_1 \gamma_1 + h_2 \gamma_w$ 

I højde med grundvandsspejlet er spændingerne:

$$\sigma = h_1 \gamma_1 + h_2 \gamma_2$$
  

$$u = 0$$
  

$$\sigma' = \sigma$$

I dybden,  $h_1 + h_2 + h_3$ , under terræn er spændingerne:

(18)

(19)

$$\sigma = h_1 \gamma_1 + (h_2 + h_3) \gamma_2$$
  

$$u = h_3 \gamma_w$$
  

$$\sigma' = h_1 \gamma_1 + h_2 \gamma_2 + h_3 \gamma_2 - h_3 \gamma_w$$
  

$$= h_1 \gamma_1 + h_2 \gamma_2 + h_3 \gamma'_2$$
(20)

I figur 16 til højre er tegnet et diagram over spændingerne. Kapillarvandet i jorden forøger den effektive spænding. Den punkterede linie angiver de værdier af den neutrale spænding, der havde været til stede, såfremt grundvandspejlet havde været sammenfaldende med kapillarvandsspejlet. Det fremgår heraf, at de effektive spændinger forøges med størrelsen,  $h_2\gamma_w$ , svarende til, at en vandmasse med højden,  $h_2$ , på grund af overfladespændingerne "hænger" i en flade gennem kapillarvandspejlet, hvorved vandets vægt bæres af kornene i dette niveau.

Over kapillarvandspejlet indeholder jorden porevinkelvand, der ligeledes forøger den effektive spænding i jorden. Størrelsen af disse kapillarspændinger er blandt andet afhængig af de klimatiske forhold, og de vil derfor variere en del med årstiden. Man ser derfor bort fra porevinkelvandets indflydelse på de effektive spændinger.

#### 2.3.1 Eksempel på spændingsberegning

Bestem og tegn diagrammer over de totale, de neutrale og de effektive spændinger for følgende jordbundsforhold:

Fra kote 15,85 til kote 12,35 sand med  $\gamma = 18,5 \text{ kN/m}^3$ Fra kote 12,35 til kote 8,00 silt med  $\gamma = 20,5 \text{ kN/m}^3$ Kapillarvandspejlet står i kote 12,35 Grundvandsspejlet står i kote 10,25

Løsning:

Kote 12,35:

 $\sigma = 3,5 \cdot 18,5 = 64,8 \text{ kN/m}^2$  $u = -2,1 \cdot 10,0 = -21,0 \text{ kN/m}^2$  $\sigma' = 64,8 - (-21,0) = 85,8 \text{ kN/m}^2$ 

Kote 11,00 (ikke vist i figur 17):

 $\sigma = 3,5 \cdot 18,5 + 1,35 \cdot 20,5 = 92,5 \text{ kN/m}^2$   $u = -0,75 \cdot 10,0 = -7,5 \text{ kN/m}^2$  $\sigma' = 92,5 - (-7,5) = 100,0 \text{ kN/m}^2$ 



Figur 17: Beregning af spændingsfordeling.

Kote 10,25:

 $\begin{array}{rcl} \sigma & = & 64,8+2,1\cdot 20,5 & = & 107,8 & \text{kN/m}^2 \\ u & = & & 0,0 & \text{kN/m}^2 \\ \sigma' & = & \sigma & = & 107,8 & \text{kN/m}^2 \end{array}$ 

Kote 8,00:

```
\sigma = 107, 8 + 2, 25 \cdot 20, 5 = 153, 9 \text{ kN/m}^2

u = 2, 25 \cdot 10, 0 = 22, 5 \text{ kN/m}^2

\sigma' = 153, 9 - 22, 5 = 131, 4 \text{ kN/m}^2
```

Spændingsfordelingen er vist i figur 17.

# 2.4 Potentiale og gradient

Grundvandsspejlet er ikke nødvendigvis vandret, ligesom der kan være forskellige vandtryk i forskellige niveauer i jorden. I disse tilfælde vil vandet bevæge sig (strømme) gennem porerne som følge af det varierende hydrauliske tryk.

Forudsættes det porøse medium (jorden) at være homogent, d.v.s. materialet er jævnt fordelt, og forudsættes alle porer at være vandfyldte, kan den samlede



Figur 18: Vandets energiindhold.

energimængde for en vandpartikel i fri strømning generelt udtrykkes på følgende måde, se figur 18.

$$E_w = z + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g} \tag{21}$$

hvor:

z er den geometriske højde og måles fra en vilkårlig valgt 0-niveau.

 $\frac{u}{\gamma_{w}}$  er trykhøjden og angives som partiklens afstand fra vandspejlet.

u er poretrykket (den neutrale spænding).

 $\frac{v^2}{2a}$  er hastighedshøjden og angiver den kinetiske energi.

I jorden vil vandets hastighed være så lille, at hastighedshøjden ingen betydning har. Med det kinetiske energibidrag lig nul, må den tilstedeværende energi, h, udelukkende være potentiel energi:

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w} \tag{22}$$

Potentialet – eller rettere trykniveauet – h, i et punkt er ikke en absolut størrelse, men afhænger af placeringen af 0-niveauet. Derimod er trykhøjden i et punkt en bestemt størrelse, nemlig stighøjden i et vandstandsrør, der anbringes i det pågældende punkt.



Figur 19: Darcy's forsøgsopstilling.

Af figur 19 fremgår, at punkterne A og C har samme potentiale, men forskellige trykhøjder (d.v.s. poretryk, u). Dette medfører ingen strømning mellem A og C.

Er der forskellige potentialer i to punkter af en vandmasse, som f.eks. mellem A og B, vil der foregå en strømning fra punktet med størst potentiale til punktet med mindst potentiale. Potentialforskellen vil få vandet til at strømme med en hastighed, der vil afpasses således, at hele potentialforskellen bruges til at overvinde modstanden mod vandets bevægelse.

Da det er potentialforskelle, der er årsag til vandets strømning, er det nødvendigt at indføre begrebet gradient, der er defineret som potentialfaldet pr. længdeenhed.

Gradientens talmæssige værdi i et punkt vil ud fra denne definition ikke være konstant, men vil variere med retningen. Gradienten er derfor en vektor. I det efterfølgende vil begrebet gradient dog væsentligst blive benyttet i betydningen gradient i strømretningen.

Som vist i figur 19 kan gradienten udtrykkes som:

$$i = -\frac{\Delta h}{\Delta l}$$

(23)

Minustegnet benyttes, fordi vandet strømmer i retning af faldende potentiale, det vil sige, at  $\Delta h$  er negativ for positiv  $\Delta l$ , og omvendt.

I beregninger, hvor der altid arbejdes med gradienten i strømmens retning, indføres gradienten som oftest med sin numeriske værdi.

#### Permabilitet og Darcy's lov 2.5

Vandets strømning i jorden vil i almindelighed være laminær. Den eneste undtagelse er strømning i grove filtre.

For laminær strømning gælder Darcy's lov (Darcy 1856), at vandets strømningshastighed er proportional med gradienten:

$$v = ki$$
 (24)

hvor:

- er filterhastigheden i m/s v
- i er gradienten
- k er en konstant, der kaldes permeabilitetskoefficienten eller kortere permeabiliteten, og angives i m/s.

Er gradienten, i = 1, bliver permeabiliteten lig filterhastigheden.

Da porernes form varierer fra punkt til punkt gennem en jordmasse, vil vandetpartiklernes virkelige hastighed ligeledes variere. Den gennemsnitlige transporthastighed gennem jorden afhænger af porøsiteten<sup>1</sup>. Denne hastighed har ingen praktisk betydning i geoteknikken, hvorfor man altid bruger filterhastigheden. der er bestemt af:

$$v = \frac{q}{A} \tag{25}$$

hvor:

er vandmængden i m<sup>3</sup>/sec q

A er den pågældende jordmasses totale tværsnitsareal

Figur 20 angiver i grove træk permeabilitetens afhængighed af kornstørrelsen.

"Kanalerne", igennem hvilke vandet strømmer i jorden, har et højst varieret og irregulært tværsnit. Som en konsekvens heraf er vandets hastighed også højst varierende. Behandler man på trods heraf strømningen gennem porerne efter samme regler, som benyttes for strømning i rør med konstant tværsnit, kan man udtrykke permeabiliteten som funktion af en porediameter. Problemet er så, hvordan man skal definere denne porediameter.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Porøsiteten er defineret som  $\phi = \frac{V_p}{V}$ . Se i øvrigt figur 9.

Fraktion	Permeabilitet, k, i m/s
Grus	$> 10^{-2}$
Sand	10 <sup>-2</sup> til 10 <sup>-6</sup>
Silt	10 <sup>-6</sup> til 10 <sup>-9</sup>
Ler	10 <sup>-9</sup> til 10 <sup>-11</sup>

Figur 20: Størrelsesordenen af permeabiliteten for forskellige jordarter.

Hvis et rørs tværsnit er cirkulært, aftager strømningshastigheden med kvadratroden af rørets diameter. Da gennemsnitsporediameteren i jord ved en given porøsitet aftager i forhold til kornstørrelsen givet ved d, er det muligt at udtrykke k som en funktion af d ved:

 $k = konstant \cdot d^2$ 

I tidens løb er der opstillet forskellige udtryk baseret på ovenstående princip. Eksempelvis er der i diagrammet i figur 21 vist en grafisk afbildning af sådanne udtryk samt værdierne fra figur 20.



Figur 21: Forskellige permeabilitetsvurderinger.

Permeabiliteten bestemmes bedst ved målinger. Dette kan ske i marken ved, at man udfører prøvepumpninger med samtidig observation af den opnåede sænkning, der sammenholdt med de vandgivende lags tykkelse gør det muligt at bestemme det pågældende lags permeabilitet, se afsnit 3.16.



Figur 22: Permeabilitetsmåling med konstant potentiale.

I laboratoriet kan man i forbindelse med konsolideringsforsøg bestemme permeabiliteten (kapitel 6). Endvidere kan man finde den ved direkte permeabilitetsforsøg. Dette kan ske ved forsøg med konstant potentiale, se figur 22 (jævnfør Darcy's forsøg). En jordprøve med højden, H, anbringes i en cylinder med tværsnitsarealet, A. Dernæst fyldes cylinderen med vand og forsynes med overløb. Den gennemstrømmende vandmængde måles, og permeabiliteten bestemmes af:

$$k = q \frac{1}{A} \frac{H}{h} \tag{26}$$

Til en foreløbig bestemmelse af permeabiliteten for sand kan følgende udtryk benyttes:

$$k = 0,004d_{30}^2$$
 (Åge Hansen) (27)

hvor d er kornstørrelsen (i mm) svarende til 30% gennemfald. k findes i m/s.

For tilsyneladende ensartede jordlag vil permeabiliteten ved vandret strømning ofte være større end ved lodret strømning, se figur 23.

Er jorden lagdelt kan middelpermeabiliteten parallelt med lagdelingen findes af:

$$k_x = \frac{1}{H}(k_1H_1 + k_2H_2 + k_3H_3 \dots)$$
(28)

Permeabiliteten vinkelret på lagdelingen kan bestemmes af:

$$k_y = \frac{H}{\frac{H_1}{k_1} + \frac{H_2}{k_2} + \frac{H_3}{k_3} \cdots}$$
(29)

Permeabiliteten parallelt med lagdelingen er altid større end permeabiliteten vinkelret på lagdelingen.



Figur 23: Strømning parallelt med laggrænserne og vinkelret på laggrænserne.

## 2.6 Frostfare

Når frosten trænger ned i jorden, vil en større eller mindre del af jordens vandindhold fryse til is. Herved ændres jordmassens egenskaber, ikke blot ved vandets overgang til fast form, men også på grund af den rumfangsudvidelse, der finder sted. Når vand fryser til is, forøges dets rumfang med næsten 10%. Er vandet underkastet et overtryk, kan det afkøles til under 0 °C uden at omdannes til is, og rumfangsforøgelsen er da kun uvæsentlig.

Er jorden grovkornet med deraf følgende stor permeabilitet og ringe kapillær stighøjde, vil en stor del af vandindholdet være frit vand, der fryser ved 0 °C. Da jorden normalt ikke er vandmættet til terræn, vil vandets rumfangsudvidelse blot bevirke, at en del af de luftfyldte porer udfyldes med is. Der vil da kun kunne forekomme ganske ubetydelige frosthævninger, og man taler om frostsikker jord.

Er jorden finkornet, vil frysningsprocessen være mere kompliceret. Man mener at kunne forklare processen på følgende måde:

Det frie vand vil stadig fryse ved 0 °C, men kapillarvandet og vedhængsvandet fryser først ved lavere temperatur. Kapillarvandet vil derfor tiltrækkes til isdannelsen i frostområdet, hvorved der dannes islinser, der stadig vokser. Den samlede vandmængde forøges derfor væsentligt ud over jordens oprindelige vandindhold i ufrossen tilstand. Frosthævningerne kan derfor blive langt større end den opringelige vandmængdes udvidelse ved frysningen. De store vandmængder vil endvidere bevirke en kraftig udblødning af jorden under tøbrud. Man taler derfor i dette tilfælde om frostfarlig jord.

Frosthævningens omfang er bestemt af den vandmængde, som kapillarvirkningen kan tilføre fra grundvandet i løbet af en vis tid. Figur 24 viser afhængigheden mellem frostfarlighed og kornstørrelse. Den del af materialet, der er større end 2 mm sigtes fra, hvorefter resten optegnes i en kornkurve.



Figur 24: Oversigt over jordarternes frostfarlighed.

Det fremgår heraf, at jordarter, hvis kornkurve er beliggende under A, er frostsikre, mens kornkurver over B er frostfarlige. Imellem A og B er jordarten frosttvivlsom og må undersøges nærmere. Området over linien C er kun frostfarlig under strenge vintre. Ganske vist er den kapillære stighøjde stor, men til gengæld er permeabiliteten meget lille.

I hårde vintre har man her i Danmark målt frostdybder på 1,2 til 1,5 meter på åben mark. Til gengæld er der aldrig konstateret frostskader på bygninger med fundamenter ført 0,9 meter under terræn. Denne erfaring viser, at en normal gulvkonstruktion i en lukket bygning sikrer den nødvendige reduktion i frostens nedtrængning. Geoteknisk Institut, ref. [10], finder på basis af ovenstående ingen grund til at forøge funderingsdybden udover 0,9 meter i almindeligt byggeri, også selvom funderingen sker på frostfarlige aflejringer.

Det skal fremhæves, at funderingsnormen forlanger, at frossen eller opblødt jord fjernes før betonstøbning. Efter udstøbningen af for eksempel et terrændæk skal det bærende jordlag beskyttes mod frost, da det først er frostsikret, når bygningen er færdig og taget i brug.

# 3 Strømningsproblemer

# 3.1 Indledning

Kendskab til reglerne for vandets strømning gennem jord har betydning ved behandling af tre problemgrupper. Den første er bestemmelsen af den vandmængde, der strømmer til byggegruber, der er ført ned i grundvandet, eller som strømmer under eller gennem spærredæmninger. Det andet område er strømkræfternes indflydelse på skråningers og fundamenters stabilitet. Det tredje område omhandler permeabilitetens indflydelse på den hastighed, hvormed belastede lerlag konsolideres.

Disse problemers teoretiske løsning baseres på den forudsætning, at den jordmasse, som strømningen foregår igennem, er homogen eller består af få homogene jordlag med veldefinerede grænser.

Det samme forudsættes ganske vist ved de fleste geotekniske beregninger, men i forbindelse med strømningsproblemer har selv mindre afvigelser fra forudsætningerne stor betydning.

Jordtryk, bæreevne og sætninger er afhængige af gennemsnitsværdier af de aktuelle jordmassers egenskaber. Derfor vil lokale afvigelser fra de målte værdier kun have ringe praktisk betydning, men i forbindelse med hydrauliske problemer kan selv små afvigelser have overordentlig stor betydning.

Indeholder en mægtig sandaflejring enkelte meget tynde leraflejringer, vil tilstedeværelsen af disse lag ikke have nogen væsentlig indflydelse på jordtrykket på en indfatningsvæg, på sandets bæreevne eller på størrelsen af de sætninger, der fremkaldes af et bygværk, som opføres på sandlaget. Der sker derfor ikke noget, selvom disse lag ikke opdages ved jordbundsundersøgelsen.

Skal man derimod bestemme den vandmængde, der strømmer under en tæt spunsvæg, får disse tynde lag betydning. Er blot et af disse lag kontinuerlige, og er det beliggende over spunsvæggens spids, vil laget praktisk talt forhindre vandstrømning under væggen. Er laget ikke kontinuerligt, kan man vanskeligt sige noget bestemt om dets indflydelse på strømningsproblemet.

I enhver naturlig aflejring eller påfyldning vil der ofte være uopdagede eller uopdagelige lommer af materiale med særlig stor eller særlig lille permeabilitet. Derfor kan der være meget stor forskel på de virkelige forhold og resultatet af de jordbundsundersøgelser, der foretages i forbindelse med strømningsproblemer, hvor omhyggeligt de end udføres.

Beregningerne bør altid baseres på meget grundige jordbundsundersøgelser, især hvad de hydrauliske forhold angår. Men derefter bør man under hele byggeperioden og om nødvendigt i nogle år efter byggeriets afslutning foretage poretryksmålinger, således at man hele tiden har kendskab til de virkelige forhold. Viser det sig, at de virkelige forhold er ringere end de forudsætninger, projektet er baseret på, må projektet ændres i overensstemmelse hermed.

#### 3.2 To-dimensional strømning

For at kunne løse strømningsproblemer i jord må man betragte strømningsområdet makroskopisk. Det vil sige, man kun interesserer sig for middelværdier af tryk, hastighed og vandføring over områder, der er store i forhold til kornenes og porerenes størrelse, men små i forhold til det samlede strømningsområde. Herved opnås, at to-fase systemet – fast stof og vand – hydraulisk kan betragtes som et en-fase system, der er karakteriseret ved fysiske størrelser som permeabilitet, porøsitet og massefylde.

Om vandet og det porøse medium (jorden) forudsættes følgende:

- 1. Jorden er makroskopisk homogen. Det vil sige, materialet er jævnt fordelt.
- 2. Alle porer er vandfyldte.
- 3. Der findes kun én væskefase for eksempel ferskvand.
- 4. Vandspejlsforskelle er permanente. Det vil sige, der forudsættes stationær strømning – altså, at strømningen er konstant i tid og rum. Hvis et vandmagasin på grund af strømningen efterhånden tømmes, vil forholdene ikke kunne afklares ud fra de beskrevne teorier.

Denne begrænsning er normalt ikke et problem, da de fleste konstruktioner i takt med tømning af et magasin vil gå over i en mindre kritisk tilstand. Dette betyder, at man på den sikre side kan forudsætte at magasinet ikke tømmes og derfor dimensionere ud fra de forhold, der er beskrevet i dette kapitel.

- 5. Det forudsættes, at vandspejlsændringer medfører en øjeblikkelig drænet tilstand. Dette er tilfældet i grus og sand og til en vis grad også i siltlag. Hvis der ikke kan ske en øjeblikkelig dræning, gælder de beskrevne teorier først, når drænet tilstand er opnået. Forholdene i fasen mellem udrænet og drænet tilstand er omtalt i kapitel 7.
- 6. Både jorden og vandet forudsættes usammentrykkelig.

Figur 25 viser et prismatisk element i et permeabelt jordlag. I xz-planen har elementet sidelængderne, dx og dz, vinkelret på denne plan er længden 1. I x-retningen er permeabiliteten,  $k_x$  og i z-retningen,  $k_z$ .

På grund af potentialforskelle vil vandet strømme gennem jorden, og det forudsættes, at strømningen foregår i xz-planen. En vandmængde strømmer ind i elementet med hastigheden, v. Hastigheden opløses i to komposanter,  $v_x$  og  $v_x$ . I x-retningen får hastigheden en tilvækst over længden, dx, der er:

 $\frac{\partial v_x}{\partial x} dx$ 



Figur 25: Elementarelement i plan grundvandsstrømning.

Det vil sige, at vandet forlader elementet med hastigheden:

$$v_x + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz$$

I z-retningen findes tilsvarende:

$$v_z \quad \text{og} \quad v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz$$

Den vandmængde, der strømmer ind i elementet, må derfor være:

$$v_x dz + v_z dx$$

Vandmængden, der forlader elementet, er:

$$(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x})dz + (v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z})dx$$

Da det er forudsat, at strømningen er stationær, og vandet er usammentrykkeligt, må det betyde, at den vandmængde, der strømmer ind i elementet er lig med den vandmængde, der strømmer ud af elementet – aksiomet (selvindlysende grundsætning) om massens konstans. Det vil sige:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}dxdz + \frac{\partial v_z}{\partial z}dzdx = 0$$

Heraf fås:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{30}$$

Formel 30 er den lokale kontinuitetsligning.

Vandets strømning i jord forudsættes, som nævnt i kapitel 2, at følge Darcy's lov. Heraf følger:

$$v_x = k_x i_x = k_x \frac{\partial h}{\partial x}$$
$$v_z = k_z i_z = k_z \frac{\partial h}{\partial x}$$

Indsættes disse udtryk i formel 30, fås:

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \tag{31}$$

Forudsættes jorden at være isotrop i hydraulisk henseende, er  $k_x = k_z$ , hvorved formel 31 bliver:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \tag{32}$$

Formel 32 kaldes potentialligningen, Laplace's ligning, og bestemmer entydigt potentialet i ethvert punkt under givne randbetingelser.

Forbinder man punkter med samme potentiale, fremkommer der en differentiabel kurve, som benævnes en potentiallinie, se figur 26.

Som allerede omtalt vil vandet strømme fra områder med stort potentiale til område med mindre potentiale. Strømningen vil ske ad den kortest mulige vej mellem potentiallinierne. Det vil sige, strømningen foregår vinkelret på potentiallinierne som vist i figur 26. Den linie en vandpartikel følger, kaldes en strømlinie.

Ved de i praksis forekommende opgaver vil det være overordentlig vanskeligt, endda ofte umuligt, at løse problemerne analytisk.



Figur 26: Strømnettets princip.

Det var derfor af stor betydning, da Forchheimer i 1917 angav en grafisk løsning, baseret på, at man blandt de uendelig mange potential- og strømlinier udvælger nogle få repræsentative sæt.

I de følgende afsnit skal det vises, hvilke krav der må stilles til det endeligt optegnede kurvesæt – også kaldet *strømnet* – for at det kan kaldes repræsentativt, som f.eks. strømnettet i figur 27.

# 3.3 Strømnet i isotrop jord

Strømnettet udgør det ingeniørmæssige værktøj til behandling af strømningsproblemer i geoteknikken. Et strømnet består af to sæt kurver, strømlinier og potentiallinier, se figur 27. Strømlinier er betegnelsen for de baner, de enkelte vandpartikler følger, mens potentiallinier er linier, der forbinder punkter med samme potential (ækvipotentiallinier). Anbringes stigrør i forskellige punkter i jorden, således at vandet rejser sig til samme højde i alle rørene, vil stigrørene stå i punkter med samme potentiale. Anbringes stigrør i to nabo-potentiallinier, vil vandet stille sig i forskellige højder. Højdeforskellen,  $\Delta h$ , kaldes potentialspringet – eller trykniveauforskellen. Området imellem to strømlinier betegnes en strømkanal.

Ifølge Darcy's lov vil strømningen foregå vinkelret på potentiallinierne, da man har størst gradient i denne retning. Heraf følger, at man igennem ethvert punkt kan tegne en strømlinie og en potentiallinie, der stå vinkelret på hinanden. Denne grundbetingelse må altid være opfyldt i isotrop jord.

Desuden findes visse randbetingelser, der må fastlægges, inden strømnettet kan konstrueres. Endelig vil der ofte være enkelte punkter, hvor grundbetingelsen



Figur 27: Eksempel på strømnet.

ikke er opfyldt. Disse punkter kaldes singulære punkter. I disse punkter danner strømlinier og potentiallinier ikke rette vinkler med hinanden.

For at et strømnet kan kaldes repræsentativt, må der stilles to krav til det:

1.	$\Delta h = konstant$	d.v.s. potentialforskellen mellem to nabopotentialli-
		nier skal overalt være den samme.
2.	$\Delta q = konstant$	d.v.s. vandstrømningen i de enkelte strømkanaler skal
		være den samme.

Gradienten for strømningen gennem det skraverede areal i figur 28 er:

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta l} \tag{33}$$

Filterhastigheden er bestemt af Darcy's lov (formel 24):

$$v = ki = k \frac{\Delta h}{\Delta l} \tag{34}$$

Den vandmængde, der strømmer igennem strømkanalen, er:

$$\Delta q = k \Delta h \frac{\Delta b}{\Delta l} \tag{35}$$

Tegner man strømnettet således, at potentialfaldet mellem nabopotentiallinier overalt er konstant, og endvidere således at vandgennemstrømningen er den samme i alle strømkanaler, fås af formel 35:

$$\frac{\Delta b}{\Delta l} = \frac{\Delta q}{k\Delta h} = konstant \tag{36}$$



Figur 28: Strømning i en strømkanal.

da  $\Delta q$ ,  $\Delta h$  og k er forudsat konstante.

Det vil sige, at der er et konstant forhold mellem alle rektanglernes længder og bredder. Sædvanligvis tegnes strømnettet med  $\Delta b = \Delta l$ , hvorved alle felterne får form af "krumliniede kvadrater". Målene  $\Delta b$  og  $\Delta l$  angives midt i "kvadratet". Strømnettet figur 27 opfylder disse krav. I strømnettet vil vandføringerne være lige store og energiforbruget være det samme i alle strømkanaler.

# 3.4 Strømnettets konstruktion

En spærredæmning af grovbeton med den viste spunsvæg BC er opført på et sandlag, se figur 29. Både spunsvæggen og spærredæmningen forudsættes impermeable. Under sandlaget er et impermeabelt lag. Det underliggende lag kan i praksis betragtes som impermeabelt, når dets permeabilitet blot er mindre end 10% af sandlagets.



Figur 29: Spærredæmning af grovbeton.



Figur 30: Konstruktion af strømnet.

Strømnettet skal konstrueres for de viste forhold i overensstemmelse med de betingelser, der blev omtalt i forrige afsnit: Potentiallinierne og strømlinierne skal skære hinanden under rette vinkler, og felterne skal have kvadratform. Randbetingelserne er i dette tilfælde: Linierne  $p_1$  og  $p_2$  gennem sandlagets overside foran og bagved dæmningen er grænsepotentiallinier, dæmningens underside samt begge sider af spunsvæggen udgør den øverste strømlinie, da der ikke kan være nogen hastighedskomposant vinkelret herpå. Det samme gælder det impermeable lag, som derfor er den nederste strømlinie. De indkredsede punkter er singulære punkter. I punkt A er vinklen mellem potentiallinien  $p_1$  og strømlinien S, 180°. I punkt B knækker strømlinien S er 45°. I punkt C knækker strømlinien 360°, og vinklen mellem en potentiallinie og strømlinien er derfor 180°. Forholdet ved punkt D svarer fuldstændig til forholdene ved punkt A.

Efter at disse forhold er klarlagt, kan man begynde at skitsere strømnettet. Man bør i almindelighed ikke starte med mere end 2-3 strømlinier – svarende til 3-4 strømkanaler. Kun ved mere komplicerede strømningsproblemer kan det være nødvendigt med et større antal. Herefter kan man indtegne de dertil svarende potentiallinier. På denne måde kan man få tegnet en grov tilnærmelse til det korrekte strømnet. Denne første skitse studeres grundigt med eventuelle mangler for øje.

Man kan nu lægge en kalke over det først tegnede strømnet og tegne et nyt, hvor fejlene rettes.

Figur 30 viser det korrigerede strømnet. Feltet *abcd* er ikke et kvadrat. Forholdet mellem  $\Delta l$  og  $\Delta b$  er 0,7. Der bliver herved i alt 7,7 potentialspring. Såfremt forholdet mellem  $\Delta l$  og  $\Delta b$  er 0,7 for alle felter mellem potentiallinierne 7 og 7,7 er strømnettet i orden.



Figur 31: Det endelige strømnet med 15,4 potentialspring.

Det kan ofte være vanskeligt af afgøre, om felterne har kvadratform, det vil sige  $\Delta l = \Delta b$ . Afgørende for, om felterne kan anses for kvadrater, er, at man ved fortsat opdeling får felter, der mere og mere nærmer sig til kvadratformen.

I mange tilfælde er det tilstrækkeligt at foretage en underinddeling af de uegentlige kvadrater. Det vil dog ofte være en fordel at indtegne en eller to strømlinier i samtlige strømkanaler og tegne de dertil svarende potentiallinier. Dette er vist i figur 31. Underinddelingen af hele strømnettet kan for eksempel være praktisk ved bestemmelse af trykfordelingen langs dæmningens underside og langs spunsvæggens to sider.

# 3.5 Bestemmelse af den gennemstrømmende vandmængde

Den vandmængde,  $\Delta q$ , der strømmer gennem en strømkanal, er bestemt af formel 35:

$$\Delta q = k \Delta h \frac{\Delta b}{\Delta l}$$

Da strømnettet tegnes så,  $\Delta b = \Delta l$ , fås:

$$\Delta q = k \Delta h$$

hvor  $\Delta h$  er potentialspringet, der findes som den samlede potentialforskel,  $h_t$ , divideret med antallet af potentialspring,  $n_p$ :

$$\Delta h = \frac{h_t}{n_p}$$

Den totale vandføring, q, er vandføringen pr. strømkanal ganget med antallet af strømkanaler,  $n_s$ . Det vil sige:

$$q = kh_t \frac{n_s}{n_p} \quad [m^3/sec] \tag{37}$$

# 3.6 Porevandstryk

Ved hjælp af strømnettet kan man bestemme porevandstrykket i et vilkårligt punkt. Eksempelvis vil vi finde vandtrykket på den i figur 31 viste spunsvægs to sider.

Vandtrykket kan findes på to måder:

1. Analytisk

Ifølge formel 22 i afsnit 2.3 er potentialet i et punkt:

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w}$$

eller:

$$u=(h-z)\gamma_w$$

Vælges lerlagets overside eksempelvis som udgangsniveau, findes, da punkt E ligger på potentiallinie 1, og det samlede potentialfald er  $h_t$ :

$$h = h_2 + h_1 - \frac{1}{15,4}h_i$$

$$z=h_2-h_E$$

Det vil sige, vandtrykket i punkt E bliver:

$$u = (h_2 + h_1 - \frac{1}{15,4}h_t - h_2 + h_E)\gamma_w$$

Da:

$$\frac{1}{15,4}h_t = \Delta h$$

fås:

 $u = (h_1 + h_E - \Delta h)\gamma_w$ 

Vandtrykket i punkt F bliver tilsvarende:

 $u = (h_1 + h_F - 2\Delta h)\gamma_w$ 

På denne måde findes vandtrykket på begge sider af spunsvæggen.

En anden fremgangsmåde kan også benyttes. Foregik der ingen strømning under væggen, ville vandtrykket i punk E være,  $u = (h_1 + h_E)\gamma_w$ .

Da punktet ligger på potentiallinie 1, må trykket åbenbart være,  $\Delta h \gamma_w$ , mindre. Vandtrykket bliver da:

$$u = (h_1 + h_E - \Delta h)\gamma_w$$

Det vil sige, vandtrykket i et punkt kan bestemmes som afstanden fra det højeste vandspejl til punktet minus enegitabet på strækningen gange vandets rumvægt,  $\gamma_w$ .

2. Grafisk

Idet porevandstrykket i et punkt af jorden kan findes som den lodrette afstand fra punktet i jorden til vandspejlet i stigrøret gange vandets rumvægt,  $\gamma_w$ , kan man ved hjælp af en stigrørsskala (potentialskala) ved direkte måling bestemme vandtrykket. Stigrørsskalaen fremkommer ved at inddele det samlede potentialtab,  $h_t$ , svarende til antallet af potentialspring. Vandtrykket i punkt E findes eksempelvis ved at måle den lodrette afstand fra punktet til det tilsvarende punk på stigrørsskalaen.

#### 3.7 Strømkraft og kritisk gradient

Figur 32 viser det kvadrat, der på figur 31 er angivet med priksignatur. Kvadratet ligger imellem potentialinie 11 og 12.

Sidelængderne er a, længdeenheden vinkelret på papirets plan er 1.

Differensvandtrykket ses direkte at være  $\Delta h \gamma_w$ , som over hele strømkanalens tværsnitareal giver kraften:

$$\Delta h \gamma_w a \cdot 1$$

der kan omskrives til:

 $\frac{\Delta h}{a}a^2\gamma_w\cdot 1=i\cdot volumen\cdot\gamma_w$ 



Figur 32: Bestemmelse af strømkraft.

Pr. volumenenhed overføres derfor en strømkraft, j, der er bestemt af:

$$j = i\gamma_{w} \quad [kN/m^3] \tag{38}$$

Denne kraft overføres til jordkornene, som derfor må påvirke vandet med en lige så stor modsat rettet kraft, der hindrer vandet i at accelerere.

Vi har tidligere set, at vandmættet jord påvirkes af en opdrift, der pr. volumenenhed er  $\gamma_w$ , svarende til at den effektive rumvægt er,  $\gamma - \gamma_w$ . Dette er anskueliggjort i figur 33 til venstre, hvor de angribende kræfter er påsat som vektorer.



Figur 33: Illustration af strømkraft og effektiv rumvægt.

Herudover vil der være endnu en kraftpåvirkning, når der foregår en strømning. Denne kraft, strømkraften, j, må have sin retning i strømmens retning og være lig  $i\gamma_w$ . I midten af figur 33 er vist den reducerede rumvægt,  $\gamma - \gamma_w$ , der er lodret, samt strømkraften,  $j = i\gamma_w$ , i strømningens retning. Den effektive rumvægt,  $\gamma'$ , får altså en retning, der afviger fra lodret. Da det normalt i geoteknikken er meget vanskeligt at tage hensyn til effektive rumvægte, der ikke er lodrette, forudsættes den effektive rumvægt som regel at være lodret, som vist i figur 33 til højre, der viser strømkraften og den resulterende effektive rumvægt for lodret opadrettet strømning. I visse tilfælde er denne tilnærmelse dog for grov. Problemet vil blive nærmere omtalt under stabilitetsanalyser i bind 2..

Ifølge ovenstående må vi altså påregne, at jordens effektive rumvægt,  $\gamma'$ , principielt kan antage tre forskellige værdier:

$\gamma' = \gamma$	for tør eller fugtig jord.
$\gamma' = \gamma - \gamma_w$	for vandmættet jord uden strømning.
$\gamma' = \gamma - \gamma_w \pm j$	for vandmættet jord med lodret strømning.

Det fremgår af ovenstående, at den effektive rumvægt ved opadrettet strømning vil formindskes i forhold til den hydrostatiske tilstand. For en bestemt værdi af gradienten, i, bliver den effektive rumvægt lig nul, hvorved kontakttrykket mellem kornene forsvinder. Dermed vil jordarter uden nævneværdig kohæsion – og det gælder først og fremmest sand og silt – fuldstændig miste deres bæreevne, og øges gradienten endnu en smule, vil der kunne optræde et såkaldt hydraulisk grundbrud.

Den grænseværdi for gradienten, som ved opadrettet strømning vil bevirke, at den effektive rumvægt bliver lig nul, kaldes den kritiske gradient,  $i_{cr}$ , der kan findes af:

$$\gamma' = \gamma - \gamma_w - i\gamma_w = 0$$

eller:

$$i_{cr} = \frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma_w} \tag{39}$$

Er for eksempel rumvægten i friktionsjord 20 kN/m<sup>3</sup>, bliver den kritiske gradient,  $i_{cr} = 1$ . I funderingsnormens afsnit 5.2 er der der kun angivet en partialkoefficint for rene opdriftproblemer. En undersøgelse af, om der er tilstrækkelig sikkerhed mod erosion, må derfor baseres på en forsigtig vurdering af alle data, der indgår i problemet, se afsnit 3.8 og eksempel 3.13.

#### 3.8 Singulære punkter

I afsnittene 3.3 og 3.4 er de singulære punkter blevet omtalt som punkter, hvor grundbetingelsen ikke er opfyldt. Der skal i dette afsnit gøres lidt mere rede for virkningen af de singulære punkter.



Figur 34: Strømningsforholdene omkring et singulært punkt.

Figur 34 viser eksempelvis strømningsforholdene ved punkt D i figur 31. Dæmningens underside er en grænsestrømlinie og sandlagets frie overside er en grænsepotentiallinie. I punkt O er vinklen mellem strømlinie og potentiallinie 180°, og det er derfor et singulært punkt. Igennem den store strømkanal, begrænset af strømlinierne,  $s_o$  og  $s_2$ , strømmer vandmængden, q. Vandet forlader sandlaget med en middelhastighed

$$v_1 = \frac{q}{\overline{ob}}$$

Gennem den lille strømkanal, begrænset af  $s_o$  og  $s_1$ , strømmer vandmængden q/2.

Vandet forlader den øverste del-kanal med middelhastigheden:

$$v_2 = \frac{q}{2\overline{oa}}$$

Det ses direkte, at  $2\overline{oa}$  er betydelig mindre end  $\overline{ob}$ , hvorfor  $v_2$  må være tilsvarende større end  $v_1$ . Hastigheden må derfor vokse hen imod punkt O. Lige i punktet O er hastigheden teoretisk uendelig, og det samme gælder derfor også for gradienten. I virkeligheden kan gradienten ikke blive uendelig, men den kan let overskride den kritiske værdi, hvorved et hydraulisk gundbrud kan indtræffe. Et hydraulisk grundbrud, der optræder under disse omstændigheder, kaldes erosion.

Figur 35 viser en permeabel dæmning på en impermeabel bund. Dæmningens underside er en grænsestrømlinie, mens skråningen er en grænsepotentiallinie.

Ved figurbetragtning ses, at hastigheden aftager mod punkt O. I selve punktet er hastigheden nul. Af de to eksempler ses:

1. at hastigheden går mod uendelig, når vinklen mellem strømlinien og potentiallinien er større end 90°,



Figur 35: Singulært punkt ved en dæmningsfod.

2. at hastigheden er nul, når vinklen mellem strømlinien og potentiallinien er mindre end 90°.

Foruden de her nævnte eksempler vedrørende forhold mellem strøm- og potentiallinier, gør de samme forhold sig gældende, når der findes knæk på en grænsestrøm- eller grænsepotentiallinie – der ifølge grundbetingelsen skal være differentiable, for at der kan findes en løsning.

Ved løsning af potentialligningen for strømning omkring et singulært punkt kan det vises, at vinkelhalveringslinien, udgående fra et singulært punkt, er symmetrilinie for strøm- og potentiallinier, når nettet består af kvadrater omkring det singulære punkt. Dette kan med fordel benyttes i optegning af strømnettet.

# 3.9 Eksempler

#### 3.9.1 Strømning under en spunsvæg

Figur 36 viser en tæt spunsvæg, der er rammet i et permeabelt sandlag, som er underlejret af ler. Vandet på højre side holdes ved pumpning i kote 3,0.

- 1. Bestem den gennemstrømmende vandmængde i m<sup>3</sup>/time pr. meter.
- 2. Bestem vandtrykket på spunsvæggens to sider.
- 3. Bestem den effektive middelrumvægt på henholdsvis højre og venstre side af spunsvæggen.

#### Løsning:

Strømnettet tegnes, idet randbetingelserne er:

AB og DE	grænsepotentiallinier
BCD og HK	grænsestrømlinier
C, F og G	singulære punkter



Figur 36: Strømning omkring en spunsvæg.

Vandmængden, der pr. time skal pumpes fra byggegruben er pr. meter af indfatningen, formel 37:

$$q = kh_t \frac{n_s}{n_p} = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 7 \cdot \frac{3}{7} \text{ m}^3/\text{s/m} \sim 5,4 \text{ m}^3/\text{time/m}$$

Vandtrykket på spunsvæggens to sider kan bestemmes på to måder:

#### 1. Analytisk

Som vist i afsnit 3.6 kan man eksempelvis for punkt M finde vandtrykket, u, på følgende måde:

Vælges lerlagets overside som udgangsniveau, findes, da punkt M ligger på potentiallinie 1,  $h_t$  er lig 7 m, og der er 7 potentialspring:

Da:

$$u=(h-z)\gamma_w$$

findes:

h	=	$14 - \frac{1}{7} \cdot 7$	=	13,0	m
z	=			8,5	m
h-z	=			4,5	m
u	=	$4, 5 \cdot 10, 0$	=	45,0	$kN/m^2$

Vandtrykket i punkt N findes tilsvarende:

h	=	$14 - \frac{2}{7} \cdot 7$	=	12,0	m
z	=			5,8	m
h-z	=			6, 2	m
u	=	$6, 2 \cdot 10, 0$	=	62,0	$kN/m^2$

På denne måde findes vandtrykket på begge sider af væggen.

Vandtrykket kan også findes analytisk ved følgende betragtning:

Foregik der ingen strømning, ville vandtrykket i punkt M være 55,0 kN/m<sup>2</sup>. Da punktet ligger på potentiallinie 1, er trykket  $1 \cdot \Delta h \gamma_w$  mindre. Vandtrykket bliver derfor:

$$u = 55, 0 - 1 \cdot \frac{1}{7} \cdot 7 \cdot 10, 0 = 45, 0 \text{ kN/m}^2$$

I punkt N findes tilsvarende:

$$u = 82, 0 - 2 \cdot \frac{1}{7} \cdot 7 \cdot 10, 0 = 62, 0 \text{ kN/m}^2$$

#### 2. Grafisk

Det samlede potentialfald,  $h_t$ , inddeles i 7 lige store dele. Vandtrykket i punkt M findes ved at måle den lodrette afstand fra punktet til det tilsvarende punkt på potentialskalaen, idet 1 meter svarer til  $u = 10 \text{ kN/m}^2$ .

Vandtrykket på væggens to sider er vist til højre på figur 36. Det resulterende differensvandtryk er vist skraveret.

Strømningen vil ændre jordens effektive rumvægt. Som vist i afsnit 3.7 har man for lodret strømning:

$$\gamma' = \gamma - \gamma_w \pm i\gamma_w$$

hvor (+) gælder for nedadrettet strømning, og (-) gælder for opadrettet strømning.

$$\gamma - \gamma' = 20, 0 - 10, 0 = 10, 0 \text{ kN/m}^2$$

Eksempelvis findes for strækning BC på venstre side:

$$i = \frac{\sum \Delta h}{\Delta l} = 3, 7 \cdot \frac{7}{7 \cdot 8} = 0, 46$$

$$\gamma' = 10,0 + 0,46 \cdot 10,0 = 14,6 \text{ kN/m}^2$$

For strækningen DC på højre side fås:

$$i = \frac{\sum \Delta h}{\Delta l} = 2, 5 \cdot \frac{7}{7 \cdot 3} = 0,83$$

$$\gamma' = 10, 0 - 0, 83 \cdot 10, 0 = 1, 7 \text{ kN/m}^2$$

Ændringen i den effektive rumvægt vil eksempelvis få betydning ved beregningen af jordtrykkene på væggens to sider.

#### 3.9.2 Strømning under en spærredæmning

Vandtrykkene på spærredæmningen i figur 37 skal bestemmes.

Vandtrykkene bestemmes ved hjælp af strømnettet, der er vist i figur 37. Spærredæmningen er den samme som er vist i figurerne 30 og 31. Underinddelingen af strømkanalerne er kun medtaget i strømkanalen nærmest dæmningen.



Figur 37: Vandtryk på en spærredæmning.

Vandtrykket på dæmningens underside fremgår direkte af figur 37.

Vandtrykket på spunsvæggen kan findes på tilsvarende måde, idet man her tænker sig stigrør placeret med spidsen i de enkelte punkter, hvorefter man måler vandhøjden fra punkterne til de tilsvarende potentialnumre på stigrørsskalaen. De målte højder angiver da i meter vandsøjle trykkene i punkterne.

I punktet F kan man eksempelvis aflæse en stighøjde på 5,2 m svarende til vandtrykket 52,0 kN/m<sup>2</sup>.

I punkt F findes vandtrykket analytisk på følgende måde:

$$\begin{array}{rcl} h & = & 10,00-2\cdot\frac{3}{15,4} & = & 10,00-0,39 & = & 9,60 & \mathrm{m} \\ z & = & & & 4,40 & \mathrm{m} \\ h-z & = & & & 5,20 & \mathrm{m} \\ u & = & (h-z)\gamma_w & = & 5,20\cdot10,0 & = & 52,0 & \mathrm{kN/m^2} \end{array}$$

Vandtrykket i punkt F kan også findes analytisk ved følgende betragtning: Hvis der ingen strømning var, ville vandtrykket være 56,0 kN/m<sup>2</sup>. Strømningen reducerer dette vandtryk med værdien:

 $2\Delta h\gamma_w = 2 \cdot 0, 195 \cdot 10, 00 = 4, 0 \text{ kN/m}^2$ 

Vandtrykket bliver derfor  $56, 0 - 4, 0 = 52, 0 \text{ kN/m}^2$ .

# 3.10 Strømnet med fri overflade

Figur 38 viser en dæmning af permeabel fyld på en impermeabel bund. Dæmningen kan for eksempel være opført af sand på en leraflejring. Dæmningen begrænser en vandmasse.



Figur 38: Strømning gennem en jorddæmning.

Skal man bestemme, hvor stor en vandmængde, der strømmer igennem dæmningen, må man konstruere et strømnet. Randbetingelserne er følgende: Sandoversiderne, A-B-C og D-E-F, er grænsepotentiallinier. Anbringer man stigrør på forskellige steder af skråningen, vil vandet overalt stille sig i højde med det frie vandspejl. Dæmningens bund er en grænsestrømlinie. Endvidere vil grundvandsspejlet gennem dæmningen være en grænsestrømlinie. Denne strømlinie er dog ikke kendt på forhånd, og der må derfor være en ekstra randbetingelse til fastlæggelse af grundvandsspejlets beliggenhed. Denne ekstra betingelse er, at trykket langs grundvandsspejlet er nul.

I almindelighed må grundvandsspejlets beliggenhed skønnes, kun i simple tilfælde kan det konstrueres (se afsnit 3.12).

I figur 38 er grundvandsspejlets placering skønnet. At placeringen er korrekt ses af, at:

- 1. strømnettet består af kvadrater
- 2.  $\Delta h$  langs den skønnede grænsestrømlinie er konstant

At sidstnævnte betingelse er opfyldt medfører, at den lodrette afstand mellem potentialliniernes skæringspunkter med vandspejlet skal være lig potentialspringet,  $\Delta h$ .

Dette er altså en ny randbetingelse, svarende til det nye krav, at skulle bestemme grænsestrømlinien.

Som det fremgår af figur 38, strømmer vandet ud af dæmningen vinkelret på sandoversiden, A-B-C. Denne strækning vil være udsat for en eventuel erosion som omtalt i afsnit 3.8.

Det viser sig imidlertid, at der herudover for dæmningsbygværker og i øvrigt for andre bygværker med samme problemstilling kan opstå specielle afstrømningsforhold, som i højere grad kan virke ødelæggende for bygværket. Problemet belyses bedst ved et eksempel.

Figur 39 viser en påtænkt vejgennemføring. Med de viste forhold vil der langs med vejens linie ske en sænkning af grundvandsspejlet, strømnettet er tegnet for den stationære tilstand.



Figur 39: Udstrømning fra vejdæmning.

Ved sammenligning med figur 38 ses det, at vandet i dette tilfælde har afstrømning til et ikke vanddækket areal. Punktet, A, hvor vandet bryder frem, kaldes kildepunktet. Strækningen, A-B, hvorpå afstrømningen sker, kaldes kildestrækningen. Ved at placere stigrør på strækningen ses, at den ikke er potentiallinie. Da vandet på kildestrækningen løber ud af dæmningen, er den heller ikke en strømlinie. Som en konsekvens heraf står hverken strøm- eller potentiallinier vinkelret på den. Derimod skal den lodrette afstand mellem potentialliniernes skæringspunkter med overfladen stadigvæk overalt være  $\Delta h = \Delta z$ , da det må gælde for både den skønnede strømlinie og den betragtede strækning, at porevandstrykket er nul, hvilket giver:



Detail ved A



Detail ved B

Figur 40: Detalje af forholdene ved punkterne A og B i figur 39.

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w} = z \implies \Delta h = \Delta z \tag{40}$$

For at belyse de nævnte problemer ved denne og lignende konstruktioner kan vi betragte forholdene ved punkt A og B i figur 39. I figur 40 er vist et udsnit af forholdene omkring de to punkter.

Skråningen danner vinklen,  $\beta$ , med vandret. Omkring kildepunktet, A, foregår strømningen parallelt med skråningen, hvorfor gradienten er:

$$i_1 = \frac{\Delta h}{\Delta l} = \sin eta$$

Den tilsvarende strømkraft er:

$$j_1 = i_1 \gamma_w = \gamma_w \sin \beta$$

Omkring punkt B foregår strømningen parallelt med laggrænsen, som her forudsættes at være vandret, hvorfor gradienten er:

$$i_2 = \tan \beta$$

Den tilsvarende strømkraft er derfor:

$$j_2 = \gamma_w \tan \beta$$

Et jordelement ved punkt A er påvirket af egenvægten,  $\gamma - \gamma_w$ , og den skrå strømkraft,  $j_1$ . Sammensættes disse kræfter til en normalkraft, N, vinkelret på skråningen og en forskydningskraft, T, parallelt med skråningen, er stabilitetskravet:

$$T < N \tan \phi$$

eller:

$$T = \gamma_w \sin\beta + (\gamma - \gamma_w) \sin\beta$$
$$N = (\gamma - \gamma_w) \cos\beta$$
$$\frac{T}{N} = \frac{\gamma_w \sin\beta + (\gamma - \gamma_w) \sin\beta}{(\gamma - \gamma_w) \cos\beta} < \tan\beta$$

Forudsættes,  $\gamma - \gamma_w = \gamma_w$ , fås

 $2\tan\beta < \tan\phi$ 

Et jordelement ved punkt B er påvirket af egenvægten,  $\gamma - \gamma_w$ , og den vandrette strømkraft  $j_2$ . Disse kræfter sammensættes ligeledes til en normalkraft, N, og en forskydningskraft, T:

Ó

$$T = \gamma_w \tan\beta\cos\beta + (\gamma - \gamma_w)\sin\beta = (\gamma_w + (\gamma - \gamma_w))\sin\beta$$
$$N = (\gamma - \gamma_w)\cos\beta - \gamma_w \tan\beta\sin\beta$$
$$\frac{T}{N} = \frac{(\gamma_w + (\gamma - \gamma_w))\sin\beta\cos\beta}{(\gamma - \gamma_w)\cos^2\beta - \gamma_w\sin^2\beta} < \tan\phi$$

Forudsættes igen,  $\gamma - \gamma_w = \gamma_w$ , fås

#### $\tan 2\beta < \tan \phi$



Figur 41: Skråning med indbygget vandret dræn.

Det ses heraf, at forholdene ved punkt B er farligst. For at skråningen skal være stabil, må:

$$\beta < \frac{1}{2}\phi \tag{41}$$

Dette er naturligvis uøkonomisk. I stedet for at anvende det store anlæg, må der træffes foranstaltninger, der hindrer vandet i at løbe ud på nedstrømssiden.

Figur 41 viser en sanddæmning på impermeabel bund. Ved den højre skråningsfod er indbygget et vandret filter, der har til opgave at trække grundvandsspejlet ned under skråningen og derved hindre erosion. På grund af filterets store permeabilitet – sammenlignet med sandets – vil vandtrykket i filteret svare til det lave vandspejl, hvorfor dettes overside vil være en grænsepotentiallinie.



Figur 42: Beskyttelse af skråning med dræn.

Figur 42 viser, hvorledes en skråning kan beskyttes ved nedgravning af et passende dræningsarrangement. Det må her påses, at drænene føres til frostfri dybde, da frysning i disse kombineret med dannelse af et isdække i skræntens overflade kan medføre opbygning af store poreovertryk, der kan virke ødelæggende på skræntens stabilitet.

Ved udgravning af byggegruber kan det være nødvendigt at sænke grundvandsspejlet for at undgå ødelæggelse af grubens bund og sider (se grundvandssænkning).

# 3.11 Opbygning af filtre

Strømning gennem permeable jordarter kan medføre skader i form af løftning eller erosion, hvad enten det vandførende jordlag er en del af selve bygværket eller repræsenterer det bærende medium. Er der for lille sikkerhed mod løftning eller erosion, må konstruktionen ændres.

Dette kan gøres ved at forøge den effektive spænding eller ved at formindske den neutrale spænding.

De effektive spændinger kan forøges ved at lægge et filter over det truede område. Hensigten med et filter er at beskytte et vandførende jordlag mod erosion,



Figur 43: Filterkriterier.

samtidig med at vandet, som forlader jordlaget, kan passere filteret med mindst muligt potentialtab.

Skal et filter derfor virke efter hensigten, må det tilfredsstille visse krav.

- Et filter må ikke være så groft, at kornene i det jordlag, som skal beskyttes (basismaterialet), kan vaskes ud gennem filterets porer.
- På den anden side bør filtermaterialet ikke være for finkornet i forhold til basismaterialet, idet det har vist sig, at filterets permeabilitet bør være ca. 10 gange basismaterialets permeabilitet.

Den talmæssig formulering af disse to krav kan bestemmes ved at sammenligne kornkurver for filtermaterialet og basismaterialet. Har man foretaget sigteanalyser med forskellige prøver fra det aktuelle jordlag, vil de respektive kornkurver dække et vist areal i kornfordelingsdiagrammet, se figur 43.

For at beskytte basismaterialet mod erosion er det tilstrækkeligt at tilbageholde de grovere og mellemgrove korn repræsenteret ved de mindste værdier af  $d_{85,b}$ . Skal disse korn holdes tilbage, må filterets porer ikke være for store. Filterets porer udtrykkes ved  $d_{15,f}$ . I almindelighed kan man forvente, at basismaterialet beskyttes mod udvaskning, såfremt:

$$d_{15,f} < 5d_{85,b} \tag{42}$$

I ref. [7] udvides dette filterkriterium, idet følgende ulighed bør være opfyldt:

$$d_{50,f} < 25d_{50,b} \tag{43}$$

Hvis basismaterialet er velgraderet, bør følgende ulighed også være opfyldt:



Figur 44: Beskyttelse mod erosion og løftning.

(44)

(45)

 $d_{15,f} < 25d_{15,b}$ 

For at tilfredsstille kravet om en passende filterpermeabilitet, sammenlignes største  $d_{15,b}$  med  $d_{15,f}$ , da begge materialers permeabilitet først og fremmest er betinget af den fineste fraktion. Hensynet til permeabiliteten er som regel opfyldt, når:

 $d_{15,f} > 4d_{15,b}$ 

I et tilfælde, som vist i figur 44, kan de effektive spændinger forøges ved at ramme spunsvæggen længere ned.

De neutrale spændinger kan formindskes ved at forlænge den vej, strømmen skal følge. Det kan gøres ved at lægge et impermeabelt tæppe på venstre side.

Figur 44 viser strømnettet før udlægning af sådant et tæppe. Efter udlægning bliver strømbanerne forlænget, samtidig med, at antallet af potentialspring forøges, svarende til at  $\Delta h$  formindskes. Dette medfører, at strømkraften på højre side, som vil virke løftende på sandkornene, vil formindskes.

De effektive spændinger på højre side kan øges ved at udlægge en belastning, kaldet et belastet filter, på terrænet på denne side. Denne belastning må opbygges således, at vandet kan strømme igennem med mindst muligt energitab, samtidig med at materialet tilbageholder det beskyttede materiale. Det vil sige, at de nævnte filterkriterier skal være overholdt.

# 3.12 Hydraulisk grundbrud

Som omtalt i afsnit 3.6 kan strømkraften ved opadrettet strømning blive så stor, at kontakttrykkene mellem kornene forsvinder, hvorved der optræder hydraulisk grundbrud. I det følgende vil vi med et par eksempler belyse problemet nærmere.

#### 3.13 Eksempler

#### 3.13.1 Hydraulisk grundbrud i byggegrube

I figur 45 er vist et vanddækket areal med vandspejlet i kote 0,0 og vanddybden 1,0 meter. På arealet skal anlægges en langstrakt 12 meter bred byggegrube. Byggegrubens bund er i kote -5, 0. Byggegruben indfattes af stålspunsvægge, der rammes til kote -12, 0.

Bunden består af 10 meter tykt, fint sand og derunder groft grus. Sandets rumvægt er  $\gamma_m = 19,5 \text{ kN/m}^3$ , og dets permeabilitet er  $k = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$ . Vandspejlet i gruben sænkes til kote -5, 0.



Figur 45: Langstrakt byggegrube med lodret parallelstrømning.

- 1. Bestem vandtilstrømningen pr. meter af byggegrubens længde.
- 2. Bestem sikkerheden mod løftning og erosion.
- Bestem den højde, som det frie vandspejl kan stige til for netop at fremkalde løftning af bunden, når vandspejlet i byggegruben sænkes til kote -7, 0. Sandets rumvægt over grundvandsspejlet er 18,0 kN/m<sup>3</sup>.

#### Løsning 1):

Modstanden mod vandets bevægelse i gruslaget er forsvindende, hvorfor potentialet ved gruslagets overside svarer til vandstanden på arealet. Gradienten er derfor:

$$i = \frac{5,0}{6,0} = 0,833$$

Vandtilstrømningen bestemmes af:

 $q = kiA = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 0,833 \cdot 60^2 \cdot 24 = 1,73 \text{ m}^3/\text{døgn/m}$


Figur 46: Sikkerhed mod løftning og erosion i byggegruben.

Løsning 2):

Generelt kan sikkerheden, f, opstilles som forholdet mellem stabiliserende og drivende kræfter. Vi vil undersøge dette forhold i kote -11, 0.

I første omgang baseres stabilitetsforholdet på total rumvægt og totalt vandtryk. Disse tryk er vist til venstre i figur 46:

$$f = \frac{stab}{driv} = \frac{117,0}{110,0} = 1,06$$

En anden lige så rigtig betragtning kommer man til ved at subtrahere et vandlegeme kongruent med det aktuelle jordlegeme og med snitkræfter, der holder vandlegemet i ligevægt. Vandlegemet i ligevægt er den midterste skitse i figur 46.

Subtraktionen medfører, at vi nu kan basere stabilitetsforholdet på henholdsvis reduceret rumvægt og poreovertryk. Kræfterne er vist til højre i figur 46:

$$f = \frac{stab}{driv} = \frac{57,0}{50,0} = 1,14$$

At vi får to forskellige "sikkerhedstal" skyldes, at en subtraktion af kræfter i ligevægt kun er uden indflydelse på et andet legemes ligevægt, når sidstnævnte legeme i forvejen er i ligevægt (altså for f = 1, 0).

Da begge betragtningsmåder er i overensstemmelse med princippet sikkerhed mod løftning, har problemet tilsyneladende ikke en entydig løsning.

Tvetydigheden kan dog undgås, hvis man benytter normens tillægsregel (side 33 i FN), idet det heraf fremgår, at stabilitetsforholdet, f, skal være lig med eller større end 1,0, når stabiliserende og drivende kræfter – udregnet på *total basis* – henholdsvis divideres og ganges med deres respektive partialkoefficienter. For det aktuelle problem er partialkoefficienten for egenvægt 1,0 og for drivende vandtryk 1,05. Heraf fås:



Figur 47: Sikkerhed mod løftning i byggegruben.

$$f = \frac{117,0}{110,0\cdot 1,05} = 1,01 > 1,0$$

Det vil sige, normens krav er opfyldt.

Ved parallelstrømning er de opadrettede strømkræfter lige store pr. volumenenhed over hele strømningsområdet, hvilket medfører, at der ikke lokalt vil opstå erosion, hvis det er påvist, at der ikke finder løftning sted. Dette gælder selvfølgelig kun for homogen og isotrop jord. Mindre inhomogeniteter kan medføre erosion, selvom disse ikke spiller nogen rolle for løftningen.

Sikkerheden mod erosion kan findes af formel 39:

$$i_{cr} = \frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma_w} = \frac{9,5}{10,0} = 0,95$$
$$i = \frac{\Delta h}{\Delta l} = \frac{5,0}{6,0} = 0,83$$

Sikkerheden mod erosion bliver da:

$$f_e = \frac{0,95}{0,83} = 1,14$$

hvilket naturligvis er det samme som stabilitetsforholdet bestemt på grundlag af reduceret rumvægt og poreovertryk, fordi strømningen er lodret og parallel.

#### Løsning 3):

Løftning indtræder, når det opadrettede vandtryk ved grusets overflade er lig med vægten af den overliggende jordmasse, se figur 47:

Det opadrettede vandtryk er, se figur 47:

 $u = (11, 0 + h) \cdot 10$ 

Vægten af den overliggende jordmasse er:

 $2 \cdot 18,0 + 4 \cdot 19,5 = 114,0 \text{ kN/m}^2$ 

Da der skal være ligevægt, skal:

110, 0 + 10h = 114, 0

Det vil sige, at vandspejlet kan stige til kote 0,40, inden løftningen indtræder.

Ovenstående beregning er baseret på totale rumvægte og totalt vandtryk. Benyttes reduceret rumvægt og poreovertryk, fås:

Den reducerede vægt af den overliggende jordmasse bliver, se figur 47:

 $2 \cdot 18,0 + 4 \cdot 9,5 = 74,0 \text{ kN/m}^2$ 

Det opadrettede poreovertryk bliver:

 $(11, 0 - 4, 0 + h) \cdot 10 = 70, 0 + 10h$ 

Som før skal der være ligevægt, dvs:

74,0 = 70,0 + 10h

hvilket selvfølgelig giver samme resultat som beregningen baseret på totale rumvægte og totalt poretryk, nemlig h = 0,40 meter.

Som det ses af ovenstående, har vi altså her en metode, der entydigt bestemmer sikkerheden som et ydre vandspejlsniveau. Det ydre vandspejlsniveau må så selvfølgelig vælges ud fra en kritisk vurdering af de vandspejlsvariationer, der kan opstå ved det aktuelle projekt.

#### 3.13.2 Sikkerhed mod løftning ved strømning under en spunsvæg

I figur 48 er vist den samme spunsvæg, som blev omtalt i eksempel 3.9.1. Erfaringen viser, at det farligste snit, der kan indlægges, går gennem spunsvæggens nederste punkt (snit a-a). I dette snit virker der en stabiliserende kraft, nemlig vægten af den overliggende jord. Den drivende kraft er vandtrykket i snit a-a. Eksempelvis er de nævnte kræfter indtegnet for total vægt og totalt vandtryk. Det ses, at vandtrykket i en ret kort afstand fra spunsvæggen falder til en værdi nær den hydrostatiske trykfordeling. Det farligste område ligger derfor ved spunsvæggen.

Ved målinger på udførte byggegruber samt ved modelforsøg har Terzaghi påvist, at stabilitetsforholdet kan skrives som:



Figur 48: Sikkerhed mod løftning ved strømning under en spunsvæg.

 $f = \frac{V x gt \text{ af volumen over } A - B}{V x n d t r y k p x A - B}$ 

hvor længden A-B er spunsvæggens halve rammedybde, d/2. Med de aktuelle kræfter fås:

$$f = \frac{3 \cdot 1, 5 \cdot 1, 0 \cdot 20, 0}{(1, 5 \cdot 1, 0 \cdot \frac{1}{2}(50 + 45))1, 05} = 1,20 > 1,0$$

det vil sige, at normens krav i dette tilfælde er opfyldt.

# 3.14 Strømnet med fri overflade - grundparabel

I afsnit 3.8 så vi, at problemet ved strømning i dæmninger overvejende knyttede sig til bestemmelsen af grundvandsspejlets beliggenhed.

I det følgende skal vises, hvorledes man i et simpelt tilfælde kan konstruere sig til grundvandsspejlets placering.

Metoden forudsætter, at den permeable dæmning står på et i forhold til dæmningen impermeabelt lag. Det er også en forudsætning, at afstrømningen foran dæmningen sker på terræn, se figur 49.

I dette tilfælde kan beliggenheden findes ved hjælp af den såkaldte grundparabel. Denne har brændpunkt i skråningens fodpunkt, F, og har ligningen:

 $y^2 = px$ 

Parablen skærer vandspejlet i punkt B, der er beliggende således, at



Figur 49: Grundparablen.

 $B B_1 = 0.3 A A_1$ 

B1 er det punkt, hvor vandspejlet skærer dæmningsskråningen. Man kender følgelig koordinaterne,  $x_1$  og  $y_1$ , til punkt B, og p kan derfor bestemmes af:

$$y_1^2 = p(b + \frac{p}{4})$$

Når p er beregnet, kan man bestemme parablens toppunkt og så mange punkter, som er nødvendige for at tegne parablen.

Parablen angiver den øverste strømlinie, og den må derfor korrigeres for at tilfredsstille grund- og randbetingelserne. Dæmningsskråningen er som nævnt en potentiallinie og strømlinierne må derfor stå vinkelret på denne. Da parablen er den øverste strømlinie, må den ligeledes stå vinkelret på dæmningen. Parablens øverste del drejes derfor således, at den er vinkelret på skråningen i punkt B1. kB



Den vandmængde, der strømmer gennem dæmningen, træder frem på skråningen og strømmer ned ad denne. Det punkt hvor øverste strømlinie træder frem kaldes kildepunktet, K, og strækningen KF, hvor vandet bryder frem, kildestrækningen. Kildepunktets afstand, a, fra skråningsfoden findes ved hjælp af:

 $a = pk_{\theta}$ 



Figur 51: Strømnet konstrueret med udgangspunkt i grundparablen.

hvor  $k_{\beta}$  afhænger af skråningsvinklen,  $\beta$ , og aflæses af diagrammet i figur 50.

Når kildepunktet er fastlagt, kan grundparablen korrigeres, hvorefter strømnettet kan tegnes. Det endelige strømnet er vist i figur 51.

### 3.15 Strømnet i anisotrop jord

De regler for optegning af strømnet, som er blevet behandlet i de forrige afsnit, gælder kun for isotrop jord, det vil sige jord med samme permeabilitet i alle retninger. Denne forudsætning er ofte ikke opfyldt. Permeabiliteten for vandret strømning er i reglen større end permeabiliteten for lodret strømning.

Det er en forudsætning for det følgende, at man har at gøre med lagdelt jord. Permeabiliteten for strømning parallel med lagdelingen er,  $k_x$ , og permeabiliteten for strømningen vinkelret herpå er,  $k_z$ .

Differentialligningen (formel 31), der gælder for anisotrop jord, er:

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Denne ligning kan omskrives til:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\frac{k_x}{k_x} \partial z^2} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial \left( z \sqrt{\frac{k_x}{k_x}} \right)^2} = 0$$
(46)

Ved koordinattransformation fra koordinaterne, (x, z), til koordinaterne,  $(x_1, z_1)$ , fås:

$$x_1 = x \quad \text{og} \quad z_1 = z \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}$$

der kan omskrives til:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z_1^2} = 0$$

Det vil sige, med den anvendte koordinattransformation fremkommer atter differentialligningen for isotrop jord.

Ved optegning af strømnettet i anisotrop jord skal man derfor først multiplicere alle højder med  $\sqrt{k_x/k_z}$ , hvorimod de vandrette mål ikke ændres. Strømnettet kan derefter tegnes på sædvanlig måde – alle felter skal være kvadrater, og strømlinier og potentialliner skal skære hinanden under rette vinkler. Dette transformerede strømnet føres nu tilbage til det anisotrope tilfælde ved at dividere alle højder med  $\sqrt{k_x/k_z}$ . I det endelige strømnet vil strømlinier og potentiallinier ikke skære hinanden under rette vinkler, ligesom felterne ikke vil have kvadratform.

Når strømlinier og potentiallinier ikke skærer hinanden under rette vinkler i det anisotrope tilfælde, er forklaringen den, at de baner, vandpartiklerne må følge, afhænger af såvel gradienten som permeabiliteten, i modsætning til det isotrope tilfælde, hvor kun gradienten har betydning. Vandpartiklerne vil følge baner, der både går i retning af største gradient og største permeabilitet, og da dette ikke er muligt, må vandpartiklerne følge en "middelvej".

Den gennemstrømmende vandmængde kan vises at være:

$$q = h_t \frac{n_s}{n_p} \sqrt{k_x k_z} \tag{48}$$

Skal strømnettet kun bruges til en bestemmelse af den gennemstrømmende vandmængde eller vandtrykkene på vandrette flader, er det ikke nødvendigt at føre strømnettet tilbage til det anisotrope tilfælde. Skal man derimod bestemme vandtrykkene på lodrette flader eller beregne strømkraften eller gradienten i forskellige punkter, må man benytte det virkelige strømnet.

## 3.16 Grundvandssænkning

Ved alle geotekniske problemer er det ifølge sagens natur en fordel på forhånd at kende alle data vedrørende den jord, man skal arbejde med. Men medens manglende forhåndskendskab til f.eks. jordens styrkeparametre ved direkte fundering kan ajourføres i takt med udgravningens gennemførelse, gælder det for andre geotekniske problemer, at forkert skønnede data kan medføre urimelige store ekstraudgifter.

Specielt i forbindelse med grundvandsproblemer er det af afgørende betydning, at de nødvendige data kendes forud for arbejdets udførelse.

Det ideelle vil være, at man får udført boringer på det aktuelle område, hvorefter det udførende firma kan give de nødvendige oplysninger om grundvandsspejlets (grundvandsspejlenes) beliggenhed.

(47)

For mindre byggerier til relativ ringe dybde under terræn kan man dog mange gange klare sig på simplere vis ved at få gravet nogle observationshuller til passende dybde under fremtidigt udgravningsniveau. Man vil da i praksis opdage, at de fleste af vore jordarter er af en sådan beskaffenhed, at der ingen grundvandsproblemer er, idet vandtilstrømningen i vore lerarter er så ringe, at den ikke volder nogen væsentlig gene. Det må præciseres, at hullet skal graves til en passende dybde under byggegrubens bund (f.eks. 1,5 á 2 m), da man ellers risikerer, at der under lerlaget i funderingsniveau findes vandførende sandlag med et vandtryk svarende til et frit grundvandsspejl i et højere niveau.

Afhængig af, hvad observationerne viser, kan grundvandsspejlet sænkes ved forskellige foranstaltninger. Man skelner mellem tre principper for grundvandssænkning:

- 1. Gravitationssænkning, hvorved man alene udnytter tyngdekraftens påvirkning.
- 2. Vacuumsænkning, hvor man forstærker ovenstående virkning ved forsegling af pumpehullet og derved skaber undertryk.
- 3. Elektroosmose, der også medvirker til at forstærke gravitationssænkningen. Effekten opnås ved at påtrykke spændingsforskelle mellem nedrammede jernstænger og sugespidserne.

Metoderne nævnt under 2) og 3), der bruges i forbindelse med grundvandssænkning i finkornede jordarter (henholdsvis i silt og ler), vil ikke blive nærmere omtalt her, da de sjældent anvendes.

Gravitationssænkning kommer i anvendelse ved sænkning af vandspejlet i sand og fint grus. I groft grus vil det være urealistisk at prøve at sænke grundvandsspejlet, om nødvendigt må man her foretage vådgravning.

Gravitationssænkning kan etableres på forskellige måder – f.eks. ved pumpning fra åben brønd, dræning, etablering af sugespidsanlæg eller ved filterboringer. Den nævnte rækkefølge angiver stort set voksende sænkningseffekt, men også samtidig stigningen i de økonomiske udgifter.

Udførelsen af filterboringer foretages af specialfirmaer, og teknikken vil ikke blive omtalt nærmere her, se for eksempel ref. [8]. Filterboringer er specielt velegnede for store vandmængder og/eller varierende jordbundsforhold. Samtidig kan man ved at etablere en dykpumpe i boringen opnå så store sænkninger som 30 til 35 meter.

Sugespidsanlæg kaldes også "Wellpoints", refererende til bundrørets udformning. Dette rør – ca. 1 m langt med diameter 2 tommer (ca. 5 cm) – er forsynet med perforeringer dækket af et metalnet. Røret tjener to formål, for det første kan man ved nedpresning sende en skyllestrøm ud igennem røret, hvilket gør nedskylningen til en simpel sag. Ved den kraftige skylning opnår man desuden, at jordens finere korn skylles væk fra spidsen, således at det tilbageblevne grove materiale under rørets funktion – sugning af vand – virker som et beskyttende filter. De nødvendige sugespidser samles ved hjælp af et specielt koblingsbeslag til en (ca. 6 tommer) samleledning, hvorpå selve pumpen er indkoblet. Den maximale sænkning, der kan opnås ved sugespidsanlæg er af størrelsen 4 - 5 m. Skal grundvandsspejlet sænkes yderligere, må det ske etapevis.

Ved dræning føres drænledningerne til en pumpebrønd, hvorfra vandet fjernes af en dykpumpe. Ofte må man ved nedlægning af drænrørene udføre en lokal grundvandssænkning med et sugespidsanlæg. Ved hjælp af et sådant anlæg kan man successivt nedlægge drænrørene begyndende fra pumpebrønden. Fordelene ved dette anlæg er, at man får en billig drift, samtidig med at drænarrangementet ofte kan bruges i det færdige projekt (permanent grundvandssænkning).

Pumpning fra åben brønd kan anvendes ved mindre grundvandssænkninger. Udgravningen foretages våd med samtidig nedpresning af betonrør. Ved pumpningen vil der i de underliggende sandlag komme opadrettede strømkræfter, hvilket i værste tilfælde kan indebære, at der bortpumpes sand. For at forebygge dette må brøndene inden pumpningens påbegyndelse forsynes med et belastet filter evt. med flere filterlag over hinanden.

Hvis der er risiko for en hurtig opstuvning af grundvandet ved pumpestop, må der foretages passende forholdsregler mod et sådant stop, da konsekvenserne normalt er meget alvorlige. Eksempelvis kan det komme på tale at anvende døgnvagt ved anlægget. Der skal være mulighed for at indsætte reservepumpe. Ved strømsvigt skal der være mulighed for omkobling til dieselgeneratorer. Eventuelt kan man også bruge dieselgenerator til den daglige drift og samtidig have mulighed for indkobling på el-net ved generatorsvigt.

En nærmere omtale af grundvandssænkning findes i ref. [9].

### 3.17 Beregning af grundvandssænkning

Ved anlæg af dræn og sugespidser benytter man sig sjældent af en egentlig beregning. For drænenes vedkommende bygger man på erfaring, ved sugespidsanlæg fortsætter man med etablering af spidser til den ønskede sænkning er opnået. Derimod beregner man stort set altid, hvor mange filterboringer der skal udføres for at sikre byggegrubers tørholdelse.

I god tid forud for den endelige grundvandssænkning udføres en prøvepumpning fra en enkelt filterboring. Ved denne prøvepumpning observerer man den opnåede sænkningseffekt ved hjælp af nedborede pejlerør og desuden den oppumpede vandmængde. Samtidig undersøger man, hvor lang tid grundvandet er om at stige efter pumpestop for at kunne vurdere, hvilke sikkerhedsforanstaltninger der måtte være nødvendige.



Fri strømning

Atesisk strømning

Figur 52: Rotationssymmetrisk strømning til en brønd ved frit vandspejl og 1 tilfælde af artesisk vandførende lag.

I langt de fleste tilfælde simplificerer man problemet og forudsætter, at man i de projekterede filterboringer har de samme data, som i den prøvepumpede boring.

Beregningsmæssigt må der skelnes mellem to slags strømninger:

- 1. Frit vandspejl
- 2. Artesisk strømning

Forudsættes stationær strømning, kan følgende potentialligninger opstilles, se ref. [9].

For frit vandspejl:

$$H^2 - y^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{x} \tag{49}$$

For artesisk vandførende lag fås:

$$H - y = \frac{Q}{2\pi kt} \ln \frac{R}{x}$$
(50)

I ovenstående formler er:

- H udgangstrykniveauet før pumpning.
- y trykniveauet i afstanden, x, fra brønden.
- Q brøndens ydelse (oppumpet vandmængde).
- x afstanden fra brønden til et betragtet punkt.
- R sænkningstragtens udbredelse.
- k permeabiliteten.
- t det artesiske lags tykkelse.

Løsningen kræver, at der i afstanden, R, eksisterer et konstant vandspejl (trykniveau). Enhederne er meter og sekunder.

Under de givne forudsætninger er permeabiliteten, k, den eneste ubekendte. Ved fortolkningen af pumpeforsøget kan k derfor findes. Når k er fundet, prøver man med et skønnet anlæg, om der overalt i gruben kan opnås den fornødne sænkning.

Sædvanligvis forudsætter man, at pumpeforholdene på arealet er konstante. Under denne forudsætning, samt ved enkelte andre tilnærmelser, findes ved superposition potentialligningen for det tilfælde, hvor der fjernes vand fra nbrønde:

I tilfælde af frit vandspejl:

$$H^{2} - y^{2} = \frac{Q}{\pi k} \left[ \ln \frac{R}{x_{1}} + \ln \frac{R}{x_{2}} + \ln \frac{R}{x_{3}} \dots + \ln \frac{R}{x_{n}} \right]$$
(51)

I det artesiske tilfælde findes tilsvarende:

$$h - y = \frac{Q}{2\pi kt} \left[ \ln \frac{R}{x_1} + \ln \frac{R}{x_2} + \ln \frac{R}{x_3} \dots + \ln \frac{R}{x_n} \right]$$
(52)

For en ønsket sænkning er Q den eneste ubekendte. Hvis den fundne Q-værdi er mindre end den værdi, der er fundet ved prøvepumpningen, er anlægget passende – selvfølgelig forudsat at man har undersøgt det mest kritiske punkt.

#### 3.18 Eksempel

#### 3.18.1 Dimensionering af grundvandssænkningsanlæg

På et område med terræn i kote 20,6 skal der opføres en bygning med FUK i kote 15,8. GVS er pejlet i kote 18,7 og vides at kunne stige til kote 19,7. Boreprofilet viser et repræsentativt billede af jordbundsforholdene. Til observation af grundvandsspejlet er der udført fire pejleboringer  $P_1$ - $P_4$ , se figur 53.

Boring  $B_1$  blev prøvepumpet med konstant ydelse,  $Q = 100 \text{ m}^3/\text{time}$ . Efter at have pumpet så længe, at stationære forhold med rimelig tilnærmelse kan forudsættes at være indtrådt, blev følgende vandspejl pejlet i pumpeboringen og de fire pejleboringer:

$B_1$	kote	13,6
$P_1$	kote	16,5
$P_2$	kote	17,0
$P_3$	kote	17,6
$P_4$	kote	18,3



Figur 53: Byggegrube med boringsplacering og boreprofil.

Som det fremgår af formlerne 49 og 50, er der en lineær sammenhæng mellem  $H^2 - y^2$  og logaritmen til afstanden, x, samt mellem H - y og logaritmen til afstanden. I dette tilfælde er der tale om frit vandspejl, hvorfor formel 49 er gældende.





Når sænkningerne plottes lineært mod logaritmen til afstanden i et semilogaritmisk plot, definerer sænkningsdataene derfor en ret linie, som vist i figur 54. Den rette linies hældning definerer derfor permeabiliteten, k.

Af figur 53 og 54 findes for pejleboring  $P_2$ :

H = 18, 7 - 9, 5 = 9, 2 m og y = 17, 0 - 9, 5 = 7, 5 m



Af formel 49 findes da, idet sænkningstragtens udbredelse ifølge figur 54 svarer til 150 meter:

$$9, 2^2 - 7, 5^2 = \frac{100}{3600\pi k} \ln \frac{150}{4}$$

Heraf findes:

$$k = 1, 1 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Der prøves nu med 8 brønde, placeret som vist i figur 55.

Det undersøges, om der i punkt A kan foretages en grundvandssænkning til kote 15,8, som er laveste fundamentsunderkant. Den højeste vandstand forudsættes at være kote 19,7.

Ved indsættelse i formel 51 findes:

$$10, 2^2 - 6, 3^2 = \frac{Q}{\pi 1, 1 \cdot 10^{-3}} \left( 4 \ln \frac{150}{30} + 2 \ln \frac{150}{71} + \ln \frac{150}{22, 5} + \ln \frac{150}{68} \right)$$

Heraf findes  $Q = 0,0208 \text{ m}^3/\text{s}$  svarende til 75 m $^3/\text{time}$ .

Da prøvepumpningen har vist, at brøndenes ydelse er 100 m<sup>3</sup>/time, er det skønnede anlæg stort nok til at give den ønskede grundvandssænkning i punkt A.

### 3.19 Strømning i halvuendeligt rum

I figur 56 til venstre er vist en spunsvæg rammet i et sandlag af stor mægtighed. Optegningen af strømnettet for strømningen under væggen kræver som sædvanlig kendskab til samtlige grænsebetingelser. Da sandlagets nedre begrænsning ikke kendes, kan man tænke sig denne placeret i uendelig dybde. Dette betyder, at den grafiske løsning ikke umiddelbart kan anvendes i dette tilfælde.



Figur 56: Strømnet i halvuendeligt rum.

En tilnærmet grænsebetingelse kan man imidlertid komme frem til ved følgende betragtninger: I figur 56 til højre er vist et teoretisk tilfælde for strømning i et halvuendeligt rum. To vandmasser med forskellige vandspejl adskilles af en væg placeret med spidsen på den vandrette jordoverflade. Det kan vises analytisk, at strømnettet for strømningen under denne væg består af strømlinier, som er koncentriske cirkler med centrum i væggens spids, der samtidig er øverste grænsestrømlinie. Den nederste grænsestrømlinie ligger uendelig dybt. Potentiallinierne er jordoverfladen på væggens to sider. Dette teoretiske tilfælde kan benyttes ved opstillingen af den nederste grænsebetingelse for det på figur 57 viste strømnet.



Figur 57: Strømnet omkring spunsvæg med ukendt dybde til den nedre grænsestrømlinie.

Jo længere man kommer væk fra spunsvæggen des mere må åbenbart strømlinierne nærme sig til at blive cirkler, og potentialljnierne til at blive rette linier. I figur 57 er med fuld optrukken linie vist det endelige strømnet for strømningen under væggen. De rette linier og cirklerne er vist stiplet.

### 3.20 Tovejs-strømning

I figur 58 er vist et eksempel på en tovejs-strømning i en sandfyldt pier. Hele strømningen kan opdeles i to strømninger – En til drænet til venstre og en til drænet til højre.



Figur 58: Tovejs-strømning i pierkonstruktion.

Da pieren er symmetrisk, må vandet til venstre for symmetrilinien åbenbart strømme til det venstre dræn og tilsvarende vandet til højre for symmetrilinien til det højre dræn. Symmetrilinien må da være en fælles strømlinie for de to strømninger. Den fælles strømlinie som altid findes i tilfælde af tovejsstrømning kaldes en *skillestrømlinie*. I dette simple tilfælde er skillestrømlinien givet på forhånd. I andre mere komplicerede tilfælde kendes skillestrømlinien ikke på forhånd, men det kan vises, at den er entydig bestemt, hvorfor den ligesom de øvrige strømlinier findes ved optegning af strømnettet. I praksis vil, som i dette tilfælde, tryktabet være det samme i de to delstrømninger, hvorfor antallet af potentialspring også vil være det samme for de to strømninger. Punkt A, hvor skillestrømlinien rammer den nederste grænsestrømlinie kaldes *stagnationspunktet*, fordi vandhastigheden i dette punkt er nul. Det kan vises, at vinklen mellem skillestrømlinien og grænsestrømlinie er 90°. Hastigheden er nul, da stagnationspunktet er et singulært punkt, hvor grænsestrømlinien knækker 90°.

# 4 Jordarternes styrke

# 4.1 Indledning

For at kunne fundere et bygværk eller bestemme dimensionerne af en støttemur eller kajindfatning er det nødvendigt at kende jordens styrkeegenskaber.

I 1776 angav Coulomb en brudbetingelse for jord, men først i 1882 formulerede Mohr matematisk den brudbetingelse, vi idag anvender under betegnelsen Coulomb's brudbetingelse. Herved blev det fastslået, at brud i jord er forskydningsbrud.

I forbindelse med direkte fundering og pælefundering kan der altid regnes med, at brud i jorden er forskydningsbrud. Det samme gælder ved jordtryks- og stabilitetsberegninger, men her må man også vurdere indflydelsen fra eventuelle vandtryk som følge af trækrevner i kohæsionsjord. I dette kapitel omtales alene jordens forskydningsstyrke.

# 4.2 Hovedspændinger og Mohr's cirkel

Figur 59 viser et simplificeret længdesnit i et jordprofil bestemt ved boringer. Lad os for eksempel antage, at det aktuelle projekt var et to-etagers varehus med et bebygget areal på 2500 m<sup>2</sup>, og lad os antage, at der blev udført i alt 10 boringer og 7 gravninger til klassifikation af jordbundsforholdene.

Formålet med en sådan undersøgelse er primært at bestemme jordens styrke. Ved at sammenholde antallet af borepunkter med bygningens størrelse ses allerede nu, at man ikke ved en sådan undersøgelse bestemmer jordprofilets "eksakte" styrke, men kun en gennemsnitsstørrelse. Dette skal sammenholdes med, at apparaturet, man har til rådighed, ikke altid kan give os de "nøjagtige" styrkeværdier på de enkelte prøver på grund af mangelfuld teknik.



Figur 59: Længdesnit i jordprofil.

Ovenstående introduktion skal tjene til at se begrebet jordens styrke i den rette belysning. Enhver analyse har sin begrænsning – for det første på grund af ide-



Figur 60: Jordprøve udsat for aksial belastning.

aliseringer og for det andet, fordi antallet af styrkeforsøg er så begrænset, at en statistisk vurdering er vanskelig eller umulig. Specielt sidstnævnte begrænsning må ikke undervuderes, da alle fortolkninger af boreresultater indebærer en interpolation, fordi boreoplysninger kun er punktoplysninger.

Figur 60 viser en jordprøve udsat for en aksial belastning. Det, vi i dette kapitel skal se på, er bl.a. hvilke faktorer, der er bestemmende for den kraft, P, der skal påføres, før der sker brud i prøven. Af andre spørgsmål, der kan stilles, er f.eks.:

- 1. Hvilken ændring vil det have på prøvens styrke, hvis der samtidig påføres en vandret kraft?
- 2. Hvilken indflydelse har hastigheden, hvormed kraften påføres?
- 3. Kan der opstilles en fælles styrkeangivelse for sand, silt og ler?

Da jordens styrke forudsættes at afhænge af forskydningsstyrken – og f.eks. ikke af trykstyrken – vil det være naturligt først at undersøge de forskydningsspændinger, der opstår i jorden. Når disse forskydningsspændinger så er fundet, kan vi senere sammenholde disse med jordens forskydningsstyrke, idet der selvfølgelig først er brud i jorden, når forskydningsspændingerne bliver lig med jordens forskydningsstyrke.

Figur 61 viser et plant snit i jorden. Det forudsættes, at man kender de lodrette og vandrette spændinger, samt at længdeenhederne er valgt så små, at spændingerne er konstante over længden, AB, og at der kan ses bort fra jordens egenvægt. Udledelsen af følgende formler forudsættes iøvrigt bekendt fra den grundlæggende mekanik.

Da elementarelementet skal være i ligevægt, vil momentet om hypotenusens midtpunkt vise, at forskydningsspændingerne i to på hinanden vinkelrette snit er lige store,  $\tau_a = \tau_b$ .

Ved projektion på hypotenusen fås:



Figur 61: Elementarelement i homogen jord.

$$\tau_r = \frac{1}{2}(\sigma_a - \sigma_b)\sin 2v + \tau\cos 2v \tag{53}$$

det vil sige, at forskydningsspændingen afhænger af snittets hældning, v. Sættes  $\tau_r = 0$  i formel 53, fås:

$$\tan 2v = \frac{2\tau_a}{\sigma_b - \sigma_a} \tag{54}$$

Kaldes den vinkel, der svarer til  $\tau_r = 0$ , for  $v_o$ , må det ifølge formel 54 også gælde, at:

 $v_o + 90^\circ \Rightarrow \tau_r = 0 \tag{55}$ 

Det vil sige, at der i ethvert punkt af jorden findes to på hinanden vinkelrette snit, hvor forskydningsspændingerne er nul. Disse snit kaldes hovedsnittene.

Den ene af de hertil svarende normalspændinger er større end alle andre normalspændinger og kaldes første hovedspænding,  $\sigma_1$ . Normalspændingen, der virker på det andet hovedsnit i figur 61, er mindre end alle andre normalspændinger og kaldes *tredie hovedspænding*,  $\sigma_3$ .

I det rumlige tilfælde kan der lægges tre på hinanden vinkelrette snit, hvor forskydningsspændingerne er nul. De tilsvarende hovedspændinger kaldes første, anden og tredie hovedspænding. Her gælder ligeledes, at første hovedspænding er større end alle andre normalspændinger og tredie hovedspænding er mindre end alle andre normalspændinger, medens anden hovedspænding har værdier her imellem, det vil sige:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

(56)



Figur 62: Spændinger i et vilkårligt snit bestemt på grundlag af hovedspændingerne.

Kendes  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$ , kan man bestemme normalspændingen og forskydningsspændingen i et snit, der danner en vilkårlig vinkel, v, med første hovedsnit. I figur 62 til venstre er BC og AC henholdvis første og tredie hovedsnit.

Idet hypotenusen i elementarelementet i figur 62 er lig med 1, fås ved projektion vinkelret på AB:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2v \tag{57}$$

Ved projektion på AB findes:

$$\tau_a = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2v \tag{58}$$

I figur 62 til højre er vist et snit, der danner vinklen, v, med første hovedsnit (tredie hovedspændings retning). Antages eksempelvis  $\sigma_1 = 20 \text{ kN/m}^2$  og  $\sigma_3 = 10 \text{ kN/m}^2$ , bliver spændingerne  $\sigma_a$  og  $\tau_a$  (i kN/m<sup>2</sup>) som funktion af v, se nedenstående tabel:

v	0°	30°	45°	60°	90°
$\sigma_a$	20,0	17,5	15,0	12,5	10,0
$ au_a$	0	4,3	5,0	4,3	0

Mohr har angivet en simpel grafisk metode til bestemmelse af spændingerne i snittet. I et almindeligt, retvinklet koordinatsystem afsættes normalspændin-



Figur 63: Mohr's spændingscirkel.

gerne på abscisseaksen og forskydningsspændingerne på ordinataksen. Hovedspændingerne  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$  vil derfor være beliggende på abscisseaksen som vist i figur 63.

Den viste cirkel med diameteren,  $d = \sigma_1 - \sigma_3$ , tegnes. Et punkt P på cirklen har koordinaterne  $(\sigma, \tau)$ . Ved figurbetragtning fås:

$$\sigma = OC - r\cos(180^{\circ} - 2v) = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2v$$
(59)

$$\tau = r \sin(180^\circ - 2v) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2v$$
(60)

Skal man bestemme spændingerne i et snit, der danner en vilkårlig vinkel, v, med første hovedsnit, kan man blot tegne Mohr's cirkel og afsætte vinklen, 2v, med  $\sigma$ -aksen. Mohr's cirkel angiver åbenbart sammenhængen mellem normalspændingen og forskydningsspændingen i ethvert snit for givne hovedspændinger.

Såvel formlerne som Mohr's cirkel gælder, hvadenten der er tale om totale eller effektive spændinger.

I kapitel 6 omtales, hvordan man kan finde hovedspændingerne i jord udsat for lodret belastning. Foreløbig vil vi gå ud fra, at hovedspændingerne – og dermed de maksimale forskydningsspændinger – er kendte.

Da jordens styrke er forskydningsstyrke, er det nødvendigt at bestemme denne styrke. Bestemmelse af jordens forskydningsstyrke omtales i de følgende afsnit.

### 4.3 Friktion og kohæsion

Forskydningbruddet opstår, når de forskydningsspændinger, der frembringes af konstruktionen, er lig med jordartens forskydningsstyrke. Forskydningsstyrken er ikke en konstant størrelse for en given jordart, men er afhængig af normalspændingen i det pågældende punkt. Denne afhængighed blev først påvist af Coulomb. Senere (1882) angav Mohr følgende udtryk til bestemmelse af en jordarts forskydningsstyrke,  $\tau_I$ , i et vilkårligt punkt:

 $\tau_f = c + \sigma \tan \phi \tag{61}$ 

Formel 61 kaldes Coulomb's brudbetingelse. I formlen er:

- c jordartens kohæsion
- $\phi$  jordartens friktionsvinkel

Kohæsionen skyldes intermolekylære kræfter, der forsøger at holde alle partiklerne på plads. Denne vedhængskraft, der virker i berøringsfladerne mellem kornene, yder en modstand mod partiklernes indbyrdes forskydning. For grovere korn af sammentrængt form vil berøringsfladerne være små, sammenlignet med kornstørrelsen, og kohæsionen vil være tilsvarende ubetydelig. For små, skælformede korn er berøringsfladerne derimod relativt store, og kohæsionen er følgelig tilsvarende stor.

Det andet led i formel 61 svarer fuldstændig til det, der gælder for to faste legemer, der glider mod hinanden, når forskydningskraften overskrider en størrelse, der er lig normalkraften gange tangens til friktionsvinklen:

 $T = P \tan \phi$ 

(62)

Friktionskraften, T, afhænger kun af normalkraftens størrelse og af berøringsfladernes beskaffenhed, mens berøringsfladernes størrelse ingen indvirkning har.

Forudsætter man, at såvel kohæsionen som friktionsvinklen er konstante størrelser for en given jordart, fremstiller formel 61 en ret linie, der afskærer stykket, c, på  $\tau$ -aksen og danner vinklen,  $\phi$ , med  $\sigma$ -aksen, se figur 64 til venstre. Til højre i figur 64 er Mohr's spændingscirkel indtegnet sammen med Coulomb's brudbetingelse. Jordens brudtilstand er nået, når spændingscirklen rører ved linien svarende til Coulombs brudbetingelse.

Hermed har vi redskabet til bestemmelse af jordens forskydningsstyrke. Tager man to prøver fra den samme jordart og bringer prøverne til brud med to forskellige udgangsværdier for  $\sigma_3$ , kan man tegne de tilsvarende Mohr'ske spændingscirkler. Fællestangenten til disse cirkler vil da repræsentere Coulomb's brudbetingelse, som for eksempel vist i figur 73.

Inden vi går videre, vil vi se på, hvordan vi kan bestemme brudretningen. Figur 65 viser til venstre brudbetingelsen og den Mohr'ske spændingscirkel svarende til brud. Tangentpunktet, T, svarer til brudspændingerne. Det vil sige, at brudsnittenes vinkel med tredie hovedspænding (første hovedsnits retning) er, se figur 65 til højre:



Figur 64: Coulomb's brudbetingelse og Mohr's spændingscirkel.

$$\frac{1}{2}(90^{\circ} \pm \phi) = 45^{\circ} \pm \frac{\phi}{2}$$

Det vil sige, at de to brudsnit danner vinklerne,  $90^{\circ} \pm \phi$ , med hinanden. Første hovedspænding halverer altid den mindste vinkel, og tredie hovedspænding halverer altid den største vinkel.



Figur 65: Bestemmelse af brudsnittenes retninger.

I Coulomb's oprindelige brudbetingelse (formel 61) er normalspændingen,  $\sigma$ , den totale spænding. Dette er korrekt, sålænge jorden er tør. Er jorden vandmættet er den totale spænding,  $\sigma$ , lig med summen af den effektive spænding,  $\sigma'$ , og den neutrale spænding, u. Da vandet ikke kan overføre forskydningsspændinger, medfører det, at den totale spænding,  $\sigma$ , i Coulomb's brudbetingelse må erstattes med den effektive spænding,  $\sigma'$ .

# 4.4 Bestemmelse af jordarternes forskydningsstyrke

Forskydningsstyrken kan bestemmes i laboratoriet ved forskellige metoder, hvoraf de tre vigtigste vil blive omtalt. Metoderne er:

- Direkte forskydningsforsøg. En jordprøve bliver under påvirkning af en normalkraft ført til forskydningsbrud ved hjælp af en horisontalkraft, idet sideudvidelse af prøven forhindres.
- Simpelt trykforsøg. En jordprøve føres til brud ved påførsel af en lodret normalkraft.
- Triaksialforsøg. En jordprøve føres til brud under samtidig lodret og vandret påvirkning.



Figur 66: Forskydningsforsøg.

Forskydningsforsøg udføres som vist i figur 66. Forskydningsapparatet – også kaldt skærebox – består af en løs ramme, der anbringes oven på en fast kasse. Jordprøven anbringes i kassen, og rammen afdækkes med en plade, der overfører belastningen, N, til prøven.

Rammen påvirkes derefter af en vandret kraft, T, som man lader vokse til brud, idet deformationerne samtidig aflæses. I figur 66 er vist eksempler på, hvordan arbejdskurven kan se ud for karakteristiske jordarter.

Udfører man en serie forsøg med samme jordart, men med forskellige værdier af normalkraften, findes en række punkter på brudkurven. Figur 67 viser for eksempel resultatet fra to forsøg udført med sandprøver.

Forsøget er simpelt at udføre, men på grund af forskellige mangler ved forskydningsapparatet er de fundne værdier ikke så korrekte, som man kunne ønske sig.



Figur 67: Brudbetingelsen for sand bestemt ved forskydningsforsøg.

Man er derfor gået over til at finde jordens styrke ved hjælp af andre prøveapparater.

Det skal dog nævnes, at man ved analyser i forbindelse med stabilitetsbrud i tertiære lerarter stadigvæk bruger skæreboxen. Diagrammet til højre i figur 66 viser en typisk arbejdskurve for tertiært ler, hvor det specielt er reststyrken, man er interesseret i. Denne reststyrke fremkommer under store deformationer, hvilket apparatet er velegnet til at registrere.

Simple trykforsøg udføres med et cylindrisk prøvelegeme. Prøven anbringes i et almindeligt trykprøveapparat og påvirkes af en lodret kraft, som man lader vokse indtil brud, se figur 68 til venstre.



Figur 68: Simpelt trykforsøg.

Prøven er ikke underkastet noget sidetryk, og man kan derfor kun tegne én Mohr'sk cirkel svarende til den fundne værdi af  $\sigma_1$  og med  $\sigma_3 = 0$ . Metoden kan derfor kun benyttes til bestemmelse af en vandret brudkurve. Forskydningsstyrken bliver da lig den halve hovedspænding,  $\sigma_1$ , som vist til højre i figur 68. Forskydningsstyrken er da lig  $\frac{1}{2}\sigma_1$ .

Når prøven nærmer sig brud, opstår der revner i den. Figur 69 viser karakteristiske revner i prøver, efter brud er indtrådt.



Figur 69: Skematisk illustration af brud ved simple trykforsøg.

Simple trykforsøg anvendes overvejende i forbindelse med bestemmelsen af sprækket lers styrke, som vil blive nærmere omtalt i afsnit 4.6.

Jordarternes forskydningsstyrke bestemmes bedst ved triaksialforsøg – eller i visse tilfælde ved vingeforsøg, der omtales i afsnit 4.6. I figur 70 er vist en principskitse af triaksialapparatet.



Figur 70: Princippet i triaksialapparatet.

I triaksialapparatet anvendes en cylindrisk formet jordprøve. Prøven overtrækkes med en tynd gummihinde og anbringes mellem to filtersten, hvorfra der går plasticslanger til et apparat, der måler poretrykket. Jordprøven anbringes i en lukket trykcelle med gennemsigtige vægge af f.eks. plexiglas.

Cellen underkastes et bestemt tryk, hvorved prøven påføres et alsidigt tryk,  $\sigma_3$ . Derefter kan man gennem en spindel, der er ført gennem låget med et friktionsløst led, påføre prøven en lodret aksialkraft, som forøges indtil brud. Den endelige brudtilstand er principielt nået, når prøven vedbliver med at trykkes sammen for en konstant lodret belastning.

Belastningsprincippet i triaksialcellen er vist i figur 71. Det ses, at den lodrette tillægsspænding er lig  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ .

Man måler sammenhørende værdier mellem den lodrette tillægsspænding,  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ , celletrykket,  $\sigma_3$ , og poretrykket, u, hvis prøven er vandmættet. Endvidere måler man prøvens relative sammentrykning,  $\epsilon$ . Afbildes de målte værdier af  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  og  $\epsilon$  i et koordinatsystem, fås arbejdskurven for triaxialforsøget. Brudtilstanden kan da bestemmes som det punkt, hvor arbejdskurven har lodret tangent.



Figur 71: Belastningsprincippet i triaksialcellen.

Har man med en prøve fra et bestemt jordlag udført en serie triaksialforsøg, kan brudkurven bestemmes. De sammenhørende værdier af  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$  afbildes i et almindeligt koordinatsystem, og de tilsvarende Mohr'ske cirkler tegnes. Da prøvelegemerne ved samtlige forsøg har været påvirket til brud, må brudkurven tangere alle cirklerne, altså er brudbetingelsen bestemt ved cirklernes fællestangent, se figur 72.

Undertiden afbildes resultaterne på andre måder – for eksempel i et  $(\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_3)$ koordinatsystem. Da der ikke er nogen egentlig standard for afbildningen af forsøgsresultaterne, vælger vi i resten af afsnittet at vise resultaterne af brudforsøg i et  $(\sigma, \tau)$  koordinatsystem, da det giver den lettest forståelige oversigt over jordens styrke.

Triaksialforsøget kan udføres på flere måder. I forsøgets første fase, se figur 71, hvor jordprøven sættes under et alsidigt celletryk, lader man oftest ventilen være åben. Herved vil en så stor del af porevandet blive presset ud af prøven, at poreovertrykket ender med at være nul, det vil sige, at celletrykket,  $\sigma_3$ , fremkalder en effektiv spænding i prøven, der er  $\sigma'_3 = \sigma_3$ . Når ventilen holdes åben i første fase, siger man, at prøven konsolideres.





I forsøgets anden fase, efter at konsolideringen er overstået, kobles arrangementet – vist med punkteret linie i figur 70 – ind på buretterøret. Vertikalspændingen øges nu gradvis. I takt hermed vil porevandet og dermed vandspejlet i buretterøret ændre sin stilling. Dette kan man imidlertid hindre ved at mobilisere et modtryk med trykluft. Det nødvendige modtryk – målt på manometeret – må da være lig med poretrykket i prøven, det vil sige:

$$\sigma_1' = \sigma_1 - u \tag{63}$$

Det betyder, at man ved et *udrænet brud* bestemmer de effektive spændinger. Denne forsøgsprocedure kaldes normalt et CU-forsøg – konsolideret, udrænet forsøg.

For fuldstændighedens skyld er der i nedenstående skema angivet de fire kombinationer med hensyn til drænet eller udrænet forløb i de to faser – åben eller lukket ventil.

Fase 1	Fase 2	Forsøg
Åben Åben	Åben Lukket	CD (konsolideret, drænet) CU (konsolideret, udrænet)
Lukket	Åben	UD (udrænet, drænet)
Lukket	Lukket	UU (udrænet, udrænet)

UD-forsøget er umuligt i praksis, fordi den konsolidering, der hindres i første fase, vil indtræde i anden fase – forsøget svarer derfor til et CD-forsøg.

### 4.5 Brudbetingelser

Udfører man en serie udrænede triaksialforsøg og afbilder de Mohr'ske cirkler for de totale spændinger, har man at gøre med den totale brudbetingelse, der er identisk med Coulomb's oprindelige brudbetingelse, formel 61.

$$\tau_f = c_u + \sigma_f \tan \phi_u \tag{64}$$

I formel 64 er  $c_u$  den tilsyneladende kohæsion og  $\phi_u$  den tilsyneladende friktionsvinkel – eller under ét de tilsyneladende styrkeparametre.

Udfører man en serie udrænede triaksialforsøg på en sådan måde, at poretallet har samme værdi i brudtilstanden, kan man bestemme den virkelige brudbetingelse:

$$\tau_f = c_r + \sigma'_{f,r} \tan \phi_r \tag{65}$$

hvor  $c_r$  er den virkelige kohæsion, og  $\phi_r$  er den virkelige friktionsvinkel.

I stedet for de virkelige styrkeparametre benytter man i praksis *effektive* styrkeparametre. Disse bestemmes ved en serie CU-forsøg med en given jordart med varierende poretal i brudtilstanden. Med voksende sidetryk vil opstå en forøget konsolidering og dermed en formindskelse af poretallet. Tegnes de Mohr'ske cirkler for de *effektive* spændinger, fås den effektive brudbetingelse:

$$\tau_f = c' + \sigma'_f \tan \phi' \tag{66}$$

hvor c' er den effektive kohæsion, og  $\phi'$  er den effektive friktionsvinkel.

### 4.6 Sands styrkeparametre

Den virkelige brudbetingelse bygger som nævnt i forrige afsnit på de effektive spændinger i en given jordart, der under forskellige ydre påvirkninger befinder sig i brudtilstand ved samme poretal.

Når en sandprøve påvirkes af ydre kræfter, vil poretalsformindskelserne være små eller ubetydelige. Bestemmes styrkeparametrene for tørt sand ved en serie triaksialforsøg, vil de effektive spændinger være lig de totale spændinger. Tangenten til de Mohr'ske cirkler kan tegnes gennem koordinatsystemets begyndelsespunkt, hvorfor den virkelige kohæsion er nul, se figur 73. Det gælder med god tilnærmelse altid for ren friktionsjord.

Udføres drænede forsøg med vandmættede sandprøver, vil man også her have de totale spændinger lig de effektive. Brudkurven viser igen, at kohæsionen er nul, og at friktionsvinklen praktisk talt er den samme som for tørt sand.

I begge tilfælde fås altså brudbetingelsen:

$$\tau_f = \sigma' \tan \phi$$

Friktionsvinklen kan bestemmes direkte uden optegning af Mohr's cirkel. Af trekant OCT i figur 73 ses, at:

$$OC = \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3)$$
$$CT = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3)$$

Heraf fås direkte

$$\sin\phi = \frac{\sigma_1' - \sigma_3'}{\sigma_1' + \sigma_3'}$$

(68)

(67)





Af formel 67 fås:

$$\sigma_1'\sin\phi + \sigma_3'\sin\phi = \sigma_1' - \sigma_3'$$

eller:

$$\sigma'_3(1+\sin\phi) = \sigma'_1(1-\sin\phi)$$

hvilket giver:

$$\frac{\sigma'_3}{\sigma'_1} = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1 - \cos(90^\circ - \phi)}{1 + \cos(90^\circ - \phi)}$$

Da:

$$\tan^2 \frac{v}{2} = \frac{1 - \cos v}{1 + \cos v}$$

fås:

$$\frac{\sigma'_3}{\sigma'_1} = \tan^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}) \tag{69}$$

Formel 69 er en vigtig relation i for eksempel jordtryksteorien.

Sandets friktionsvinkel vil være afhængig af kornform, kornstørrelse, gradering og poretal. Kornformen virker på den måde, at skarpkantede korn giver større friktionsvinkel end afrundede korn. Små korn vil ofte være løsere lejret end større korn, hvorfor friktionsvinklen vokser med kornstørrelsen. Endelig vil en graderet sandaflejring have større friktionsvinkel end en sorteret aflejring. Friktionsvinklens afhængighed af poretallet kan udtrykkes som:

 $e \cdot \tan \phi = C \tag{70}$ 

hvor C er en karakteristisk konstant for den pågældende sand. C antager normalt værdier mellem 0,4 og 0,5.

Friktionsvinklen for sand og grus bør i almindelighed bestemmes ved triaksialforsøg med intakte prøver. Det er imidlertid vanskeligt at optage intakte prøver af friktionsjord. Kan man ikke tage intakte prøver, må man på anden måde bestemme aflejringens poretal in situ og dernæst i laboratoriet fremstille en prøve med samme poretal. Kan man ikke helt ramme poretallet in situ, kan man finde den aktuelle triaksiale friktionsvinkel ved at korrigere for forskellen i poretal ved hjælp af formel 70.

Som tidligere nævnt finder man ved modelforsøg en større friktionsvinkel end ved triaksialforsøg. Det skyldes blandt andet den mellemste hovedspændings indflydelse. Ligeledes har spændingernes størrelse betydning. Med voksende spændinger aftager friktionsvinklen, men samtidig optræder en effektiv kohæsion, der vokser med spændingstilsvæksten.

Dette forhold tager man hensyn til ved i tilfælde af plan deformationstilstand at indføre den *plane* friktionsvinkel,  $\phi_{pl}$ :

$$\phi_{pl} = 1, 1\phi_{tr} \tag{71}$$

Man forøger med andre ord den aktuelle, triaksiale friktionsvinkel med 10%.

Hvad enten det drejer sig om bestemmelse af fundamenters bæreevne eller jordtryks størrelse vil man i praksis regne med *plan deformationstilstand*. Man kan derfor ved hjælp af triaksialforsøg eller ved skøn bestemmme den aktuelle, triaksiale friktionsvinkel og derefter ved hjælp formel 71 bestemme den plane friktionsvinkel. Det er da den plane friktionsvinkel, der anvendes i de videre beregninger.

Ofte vil man kunne klare sig med en skønsmæssig vurdering af friktionsvinklens størrelse – se for eksempel funderingsnormens afsnit 3.5, hvor den plane friktionsvinkel i normal funderingsklasse skønsmæssigt kan ansættes ud fra det empiriske udtryk:

$$\phi_{pl} = 33^{\circ} - \frac{3}{U} + \left(15 - \frac{4}{U}\right) I_D \tag{72}$$

Graderingen kan fastlægges ud fra kornkurven og det heraf bestemte uensformighedstal, U, mens lejringstætheden er bestemt af den relative lejringstæthed,  $I_D$ , se kapitel 1.

Foregår der en strømning i sandet, må der tages hensyn hertil. Ved en nedadrettet strømning vil de effektive spændinger forøges, hvorimod en opadrettet strømning vil formindske de effektive spændinger. Er gradienten tilstrækkelig stor, kan de effektive spændinger blive nul, hvorved forskydningsstyrken bliver nul.

## 4.7 Vandmættet lers styrkeparametre

Det er tidligere påpeget, at vand ikke kan overføre forskydningsspændinger. Det betyder, at den effektive spænding alene er afgørende for styrken.

Belaster vi en vandmættet jordart, vil belastningsforøgelsen til at begynde med udelukkende bæres af vandet – fremkalde et større poretryk i vandet – da vandet er usammentrykkeligt sammenlignet med kornskelettet. På grund af det etablerede poreovertryk vil der straks påbegyndes en dræning bort fra det belastede område. I takt med dræningen vil en voksende del af belastningen overføres gennem kornenes kontaktpunkter, det vil sige, den effektive spænding vokser som funktion af tiden.

Da jordens styrke er en funktion af den effektive spænding, og da spændingen er en funktion af tiden, må jordens styrke også være en funktion af tiden.

For sandaflejringer volder dette forhold ingen problemer, da vandudpresningen på grund af den store permeabilitet vil ske øjeblikkelig, det vil sige, at den effektive spændingstilvækst er lig den totale spændingstilvækst.

Anderledes stiller det sig med ler, hvor vandudpresningen kan tage år – teoretisk uendelig lang tid. Her må man altså tage hensyn til tidsafhængigheden og derfor principielt både undersøge den såkaldte *kortttidstilstand* svarende til udrænet brud, og *langtidstilstanden* svarende til drænet brud, og så dimensionere bygningsværket efter det farligste tilfælde. For visse geotekniske problemer kender man dog erfaringsmæssigt det farligste tilfælde, men herom senere.

#### 4.7.1 Lers korttidsstyrke

Ved undersøgelse af lers korttidsstyrke anvendes i laboratoriet oftest et simpelt trykforsøg, se figur 68.

Da der på prøvens lodrette sider kun er atmosfærisk tryk, betyder det, at  $\sigma_3$  er lig nul, medens  $\sigma_1$  er lig det lodrette stempeltryk. Figur 74 viser resultatet af et sådant forsøg. Belastningen er påført så tilpas hurtigt, at bruddet kan regnes udrænet, hvilket netop refererer til det forhold, hvorunder vi søger styrken.



Figur 74: Resultatet af et simpelt trykforsøg afbildet i Mohr's spændingsdiagram.

Det ses, at  $\tau$  er fundet ved at indlægge den vandrette tangent til Mohr's spændingscirkel. At dette er korrekt, samt at det er korrekt at basere analysen på totale spændinger, fremgår af nedenstående, hvor vi forestiller os, at vi ville have fundet de samme styrkeparametre ved et triaksialforsøg.

Figur 75 viser resultatet af et triaksialforsøg, hvor ventilen (se figur 70) har været lukket i begge faser (et UU-forsøg). De Mohr'ske cirkler tegnet med punkteret og fuld streg refererer henholdsvis til effektive og totale spændinger.



Figur 75: Triaksialforsøg til bestemmelse af den udrænede forskydningsstyrke.

At ventilen hele tiden har været lukket betyder, at vandet ikke har haft mulighed for at dræne væk. Dette må igen betyde, at vandet bærer hele den påførte belastning, hvorfor det må gælde, at:

$$\sigma_1'-\sigma_3'=(\sigma_1-u)-(\sigma_3-u)=\sigma_1-\sigma_3$$

Det vil sige, at vi får samme diameter for den Mohr'ske cirkel, uanset om vi anvender totale eller effektive spændinger. I et nyt forsøg med en prøve fra samme lerlag påføres der nu et kammertryk, der er større end i første forsøg, hvorefter prøven føres til brud. Også i andet forsøg må det være således, at vandet tager hele belastningen, det vil sige, at de effektive spændinger er uændrede i forhold til første forsøg. Dette må indebære, at de Mohr'ske cirkler baseret på effektive spændinger har samme beliggenhed som i første forsøg, se figur 75 nederst. Betegnes spændingerne i andet forsøg med (\*), fås:

$$\sigma_1^* - \sigma_3^* = (\sigma_1'^* + u^*) - (\sigma_3'^* + u^*) = \sigma_1'^* - \sigma_3'^*$$

Da de effektive spændinger er ens i de to forsøg, er diameteren af de Mohr'ske cirkler også den samme i de to forsøg – cirklen er bare flyttet et stykke svarende til forskellen mellem de neutrale spændinger, u.

Det vil sige, at:

- Lers korttidsstyrke kan baseres på totale spændinger.
- I princippet er ét forsøg nok, da styrken er bestemt ved den vandrette tangent til Mohr's cirkel.

(73)

Brudbetingelsen for ler i korttidstilstanden er altså betemt af:

 $\tau = c_u \quad \text{og} \quad \phi_u = 0$ 

hvor cu er den udrænede forskydningsstyrke.

#### 4.7.2 Vingeforsøg

I praksis – det vil sige aktuelt for den praktiserende ingeniør – anvendes det såkaldte vingebor til bestemmelse af lers styrke i korttidstilstanden. Da korttidsstyrken endvidere er afgørende for fundamenters bæreevne (se afsnit 4.7), er vingeboret så afgjort det mest benyttede redskab til bestemmelse af den udrænede forskydningsstyrke. Den udrænede forskydningsstyrke målt ved vingeforsøg betegnes  $c_v$ . Princippet i vingeboret er vist i figur 76.

Vingen består af to korsstillede plader, der er svejst til en borestang. Denne er foroven forsynet med et håndtag. Pladernes højde er almindeligvis 1,5-2 gange bredden. Vingen trykkes så langt ned i bunden af en boring eller en udgravning, at dens nederste del er mindst 2 gange højden i intakt jord. Derefter drejes håndtaget rundt, hvorved man påvirker vingen med et voksende drejningsmoment indtil brud. Vingen drejes rundt med en jævn hastighed således, at den maksimale drejningsmodstand nås efter knap et minuts forløb. Brudmoment,  $M_{max}$ , måles, og på grundlag heraf kan den udrænede forskydningsstyrke beregnes.



Figur 76: Principskitse af vingeboret.

Derefter æltes leret ved at dreje vingen 10 hele omdrejninger, hvorefter drejningsmomentet atter måles. Herved får man bestemt lerets æltede (omrørte) forskydningsstyrke,  $c'_v$ . Forholdet mellem  $c_v$  og  $c'_v$  betegnes sensitiviteten, se afsnit 4.9.

Vingeforsøget er den bedste metode til bestemmelse af kohæsionsjords udrænede forskydningsstyrke in situ. Disse forsøg bør derfor altid udføres i fornødent omfang, det vil sige for hver laggrænse og for tykkere lags vedkommende mindst for hver meter.

Da det ofte kan være vanskeligt at optage virkeligt uforstyrrede prøver, får man ved hjælp af vingeforsøget mere pålidelige resultater, end man finder ved laboratorieforsøg, som ret ofte giver for små værdier.

For de såkaldt "sprækkede lerarter" kan vingeforsøget dog føre til fuldstændig misvisende resultater. Alle vore tertiære lerarter må påregnes at være sprækkede. Der er endnu ikke fuld forståelse for, hvordan sprækkerne er dannet, men de giver leret egenskaber, der er helt uafhængige af egenskaberne i det homogene ler imellem sprækkerne.

For de sprækkede lerarter findes forskydningsstyrken,  $c_u$ , normalt ved hjælp af det simple trykprøveapparat, hvor bruddet kan udvikles frit langs de indbyggede sprækker, medens man ved vingeforsøg ville fremkalde et tvangsbrud langs vingens omskrevne cylinder. De virkelige værdier er ofte kun 25-40% af vingeforsøgsresultaterne.

#### 4.7.3 Lers langtidsstyrke

Den forskydningsstyrken, der skal anvendes, når man undersøger bygværkers langtidsstabilitet, findes ved hjælp af triaksialforsøg.



Figur 77: Brudbetingelse for normalkonsolideret ler og for forkonsolideret ler.

Ved et brud i jorden, efter at poretrykket er udjævnet, er belastningen overgået til effektive spændinger, hvorfor man selvfølgelig må finde jordens effektive styrkeparametre.

Før omtalen af styrkeproblemet er det nødvendigt at indføre begreberne normalkonsolideret og forkonsolideret ler. Ved en normalkonsolideret ler forstås en lerart, der aldrig har været udsat for større spænding, end den der svarer til den overlejrede jordmasse. En forkonsolideret lerart har derimod i sin geologiske historie været udsat for større tryk (spænding), end der er i dag. Spændingen i dag kaldes in situ spændingen,  $q'_o$  eller  $\sigma'_o$ , medens den største spænding, jorden nogensinde har været udsat for, kaldes forkonsolideringsspændingen,  $q'_{pe}$  eller  $\sigma'_{pc}$ .

Er prøven optaget fra en normalkonsolideret leraflejring, vil brudkurven gå gennem koordinatsystemets begyndelsespunkt, se figur 77 til venstre. For normalkonsolideret ler findes derfor:

$$c'_{nc} = 0 \tag{74}$$

Brudbetingelsen for normalkonsolideret ler er derfor:

$$\tau = \sigma' \tan \phi' \tag{75}$$

Det er imidlertid meget sjældent, at en jordart ikke tidligere har været udsat for en større spænding end den nuværende. De fleste af vore lerarters langtidsstyrke har et kohæsivt bidrag, der svarer til en forkonsolidering. Som det fremgår af figur 77 til højre, er brudbetingelsen for forkonsolideret ler:

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi' \tag{76}$$
# 4.8 Kort- og langtidsstabilitet

Opførelsen af ethvert bygværk vil bevirke, at spændingsforholdene i de underliggende jordlag ændres. Er jordlagene vandfyldte, og kan vandet ikke undvige, vil den belastningstilvækst, som bygværket fremkalder udelukkende optages af vandet. Både de totale spændinger og de neutrale spændinger (porevandstrykkene) vil vokse.

Består de aktuelle lag af *sand*, vil sandets store permeabilitet bevirke, at poreovertrykkene udlignes i takt med bygværkets opførelse således, at de neutrale spændinger ikke vokser. Belastede sandlag skal derfor kun undersøges for maksimal belastning med sandets effektive friktionsvinkel,  $\phi'$ , idet sandets effektive kohæsion som nævnt kan sættes til nul.

Opføres bygværket derimod på en aflejring af vandmættet ler, er forholdene anderledes. På grund af lerets ringe permeabilitet vil belastningstilvæksten til at begynde med kun medføre en forøgelse af de neutrale spændinger. På grund af det poreovertryk, der på denne måde opstår, vil vandet ganske langsomt strømme væk fra det belastede område mod områder, hvor poretrykket er mindre. Herved indledes en konsolideringsproces, som fortsætter indtil overtrykket i porevandet er udlignet, og der igen hersker en hydrostatisk ligevægtstilstand. I et hvilket som helst punkt er porevandstrykket og dermed både forskydningsstyrken og bygværkets stabilitet derfor en funktion af tiden.

Om stabiliteten forbedres eller forringes, efterhånden som tiden går, er det ikke altid muligt at afgøre på forhånd. Det kan derfor blive nødvendigt at undersøge stabiliteten såvel ved konsolideringsprocessens begyndelse (korttidstilstanden) som ved dens afslutning (langtidstilstanden).

Lerets ringe permeabilitet medfører, at byggetiden kan betragtes som værende af meget kort varighed i forhold til konsolideringsprocessens tidsforløb. Ved en undersøgelse af korttidsstabiliteten kan man derfor gå ud fra, at bygværket er fuldført, inden konsolideringsprocessen går i gang. Et brud på dette tidspunkt kan derfor kun være udrænet, hvorfor beregningerne må udføres under anvendelse af de tilsyneladende styrkeparametre – det vil sige,  $\phi_u = 0$ , og  $c_u$  lig med den tilsyneladende kohæsion og med bygværkets maksimale belastning. En undersøgelse af korttidsstabiliteten kaldes ofte for en  $\phi = 0$ -analyse.

Ved undersøgelse af langtidsstabiliteten forudsætter man, at konsolideringen er afsluttet. Et brud under disse forhold er drænet, hvorfor beregningerne udføres med anvendelse af de effektive styrkeparametre, c' og  $\phi'$ . Da et brud vil indtræffe på et meget sent tidspunkt, skal man ikke regne med den maksimale belastning, men med den såkaldte sætningsgivende eller konsoliderende belastning, som er lig bygværkets egenvægt plus den gennemsnitlige bevægelige belastning, der ofte kan sættes til halvdelen af den bevægelige belastning. En undersøgelse af langtidsstabiliteten kaldes også en  $c\phi$ -analyse. Om kort- eller langtidsstabiliteten bliver afgørende afhænger af mange forhold, men dog først og fremmest af påvirkningens art.

Ved bæreevneproblemer, hvad enten det drejer sig om direkte fundering eller pælefundering, viser erfaringen, at korttidstilstanden er afgørende i danske lerarter, hvorfor en undersøgelse af langtidsstabiliteten ikke er nødvendig.

Drejer det sig derimod om *jordtryksproblemer* eller *stabilitetsproblemer*, må man principielt undersøge både kort- og langtidstilstanden. Korttidstilstanden kan dog ofte være afgørende i normalkonsolideret ler, hvorimod langtidstilstanden ofte er bestemmende i forkonsolideret ler.

Medfører bygværket en aflastning af lerlaget, må der foruden en undersøgelse af langtidsstabiliteten udføres en  $\phi = 0$ -analyse med den maksimale belastning og med c lig det konsoliderede lers tilsyneladende kohæsion, svarende til forholdene ved konsolideringsprocessens afslutning.

Drejer det sig om *delvis vandmættet* ler, kan man kun foretage en  $c\phi$ -analyse med effektive spændinger og effektive styrkeparametre – undersøgelse af langtidstilstanden.

Har man at gøre med overgangsjordarten *silt*, kan man som en brugbar tilnærmelse behandle grovsilten som sand og finsilten som ler.

# 4.9 Sensitivitet og regeneration

Lers forskydningsstyrke kan nedsættes væsentligt ved æltning. Dette kan angives ved lerets sensitivitet, der er defineret som forholdet mellem den udrænede forskydningsstyrke før og efter omrøring. I almindelighed bestemmes sensitiviteten in situ ved vingeforsøg.

(77)

$$S_t = \frac{c_v}{c'_v}$$

I formel 77 er:

- $c_v$  den intakte forskydningsstyrke ved vingeforsøg
- $c'_{v}$  den omrørte forskydningsstyrke ved vingeforsøg

Lerets sensitivitet har betydning ved pælefundering, hvor pæleramningen medfører en æltning af leret.

Lerets sensitivitet kan talmæssigt angives på følgende måde:

 $S_t = 1 - 2$  lav sensitivitet  $S_t = 2 - 4$  middel sensitivitet  $S_t = 4 - 8$  høj sensitivitet

Er sensitiviteten større end 8, kaldes leret kvikler.

For almindeligt ler har sensitiviteten kun betydning i det plastiske område. Æltning af *sprækket* ler kan forøge forskydningsstyrken, fordi leret ved æltningen bliver homogent således, at sprækkernes betydning formindskes.

Sensitiviteten kan bestemmes såvel i laboratoriet som in situ. Den æltede forskydningsstyrke skal måles lige efter æltningen, da leret genvinder sin styrke ved henstand. Denne styrketilvækst, der kaldes *regeneration*, foregår hurtigt lige efter æltningen og aftager derefter gradvis.

Den væsentligste del af regenerationen sker normalt for lerarter med lav sensitivitet inden for 1 til 3 uger, men forskydningsstyrken kan dog fortsat vokse efter denne tid. For lerarter med større sensitivitet må man regne med en blivende nedsættelse af lerets forskydningsstyrke.

## 4.10 Afslutning

I de foregående afsnit er principperne for jordens styrke og jordens brudbetingelse gennemgået. Det er vigtigt at forstå disse principper. Det er dog sjældent den praktiserende ingeniør, der bestemmer styrkeparametrene – det overlades som regel til geotekniske konsulentfirmaer, der har den fornødne erfaring. Den vigtigste undtagelse er udførelsen af vingeforsøg, der ofte vil indgå i den daglige rutine.

I mange tilfælde er det i øvrigt tilstrækkeligt at anvende de erfaringsværdier, der er angivet i funderingsnormen. .

# 5 Direkte fundering

# 5.1 Indledning

Ved direkte fundering forstås en funderingsmetode, hvor fundamenterne placeres direkte på de bæredygtige jordlag, der er beliggende i forholdsvis ringe dybde under terræn. Er de bæredygtige jordlag beliggende mere end nogle få meter nede, vil man normalt anvende en anden funderingsmetode. Direkte fundering omfatter enkelt-, stribe- og pladefundamenter.

Jorden bortgraves ned til funderingsniveau, inden fundamentet støbes, eller et præfabrikeret fundament anbringes. Da fundamentet skal støbes eller anbringes på jord, der er forstyrret så lidt som muligt, er det ved maskinudgravning almindeligt at kræve de sidste ca. 20 cm bortgravet med håndkraft. Inden fundamentet støbes eller anbringes, udlægges et 5-10 cm tykt afretningslag af magert beton.

Ved valg af funderingsdybde skal der generelt tages hensyn til:

- at underlaget er bæredygtigt
- at underlaget ikke giver uacceptable sætninger
- at underlaget ikke udsættes for frosbetingede bevægelser
- at underlaget ikke er udsat for uacceptable bevægelser hidrørende fra svind og kvældning af lerjord, bl.a som følge af sæsonmæssige variationer i jordens vandindhold
- indvirkning på eventuelle nabokonstruktioner
- fremtidige opgravninger i nærheden af fundamentet
- temperaturpåvirkninger fra bygninger og installationer
- miljøfremmede stoffer i jorden
- risiko for erosion.

En generel definition af bæredygtige aflejringer er det vanskeligt at angive, men der må ikke uden særlige foranstaltninger funderes over aflejringer som gytje, tørv, postglacialt ler, muld, ukontrolleret fyld og omgravet eller frossen jord. Endvidere skal man være specielt opmærksom ved fundering på ret fedt, fedt og meget fedt ler ( $I_P > 10\%$ ), der udsættes for udtørring. Udtørringen kan give anledning til betydelige lodrette og vandrette bevægelser. Disse bevægelser kan som regel imødegås ved ekstra funderingsdybde, armering, membraner og ved restriktioner vedrørende bevoksning i nærheden af funderingen.

Uanset beliggenheden af de bæredygtige jordlag skal fundamentet altid føres ned i frostsikker dybde. Frostsikker dybde for fundamenter kan her i landet normalt sættes til 0,9 m for almindeligt byggeri og 1,2 m for fritstående konstruktioner. Funderingsdybden kan reduceres ved opvarmning og isolering.

Det er envidere vigtigt at vurdere betydningen af grundvandsspejlets beliggenhed, herunder trykniveauforskelle i jorden, der kan medføre opadrettede gradienter. I praksis er det yderligere et krav, at det skal være muligt at udføre og at oprense fundamentsudgravningerne. Hvis der funderes på kohæsionsjord, kræver dette, at jorden ikke er blødere end svarende til  $c_v \sim 20 \text{ kN/m}^2$ . For intervallet  $c_v \sim 20$ à 50 kN/m<sup>2</sup> er udgravning i og oprensning af kohæsionsjord ofte så vanskelig, at det vil være mere økonomisk at føre fundamenterne ned på dybereliggende, fastere aflejringer.

Et fundaments bæreevne er betinget af to forhold. For det første må fundamentslasten ikke fremkalde brud i jorden. For det andet må fundamentet i anvendelsestilstanden ikke få uacceptable sætninger, der kan medføre sætningsskader.

Der skal derfor gennemføres to beregninger:

- 1. En undersøgelse i den regningsmæssige brudgrænsetilstand under hensyn til alle relevante grænsetilstande omfattende:
  - bæreevnebrud
  - glidningsbrud
  - svigt af totalstabilitet.
- 2. En undersøgelse i anvendelsestilstanden for at sikre, at sætninger og differenssætninger ligger inden for acceptable grænser, og at der ikke opstår brud i konstruktionen som følge fundamentsbevægelser.

Hvis konstruktionen har stor stivhed kan det være nødvendigt med en undersøgelse af samvirken mellem konstruktion og jord – en såkaldt interaktionsberegning – for at bestemme lastfordelingen.

Ved dimensioneringen af fundamenter skal der enten benyttes en analytisk metode, hvor der udføres beregninger for hver grænsetilstand ved hjælp af beregningsmodeller og regningsmæssige værdier af laster og materialeparametre, eller en empirisk metode, hvor bæreevne og deformationer vurderes ud fra erfaringsregler.

Ved beregning af en brudgrænsetilstand skal beregningen modellere den forudsete brudmekanisme så nøjagtigt som muligt. Ved kontrol af en anvendelsesgrænsetilstand skal en deformationsberegning anvendes.

Brudbæreevnen kan også vurderes empirisk ud fra sammenlignelig erfaring samt resultater af felt- eller laboratoriemålinger.

I det følgende omtales kun den analytiske metode til bestemmelse af bæreevnen. Sætningsforholdene omtales i kapitlerne 6, 7 og 8.

## 5.2 Beregning af brudgrænsetilstanden

Et fundaments bæreevne i brudgrænsetilstanden er defineret som den last, ved hvilken et jordlegeme af en vis udstrækning under fundamentsfladen befinder sig i brudtilstanden. I figur 78 er vist den principielle udbredelse af det område af jorden, der befinder sig i brudtilstanden under et langstrakt fundament i henholdsvis kohæsionsjord og friktionsjord. Området kaldes en brudfigur.

Forskydningsspændingen i brudfladen BDE overskrider jordens forskydningsstyrke, hvorved det trekantformede jordlegeme ABC lige under fundamentet presses nedefter. Herved presses jordlegemerne BCED udad og opad.



Figur 78: Brudfigurer under langstrakte fundamenter.

Generelt er brudlastens størrelse afhængig af:

- jordens styrke, repræsenteret ved styrkeparametrene  $\phi'$ , c' og cu
- fundamentets størrelse, form og funderingsdybde samt fundamentsfladens hældning
- fundamentslastens hældning og excentricitet
- jordoverfladens hældning
- jordens rumvægt
- grundvandsspejlets beliggenhed
- grundvandstryk og hydrauliske gradienter
- inhomogeniteter, især lagdeling.

Der skal selvfølgelig være en passende sikkerhed mod brud. Sikkerheden indføres ved at gennemføre beregningen i et *regningsmæssigt brudstadium*, det vil sige med anvendelse af partialkoefficienter på såvel laster som jordens styrkeparametre. Fundamentet har da en passende dimension, når der er ligevægt mellem fundamentets regningsmæssige bæreevne i brudgrænsetilstanden og de regningsmæssige laster på fundamentet.

### 5.3 Centralt belastede fundamenter

Terzaghi (1943) opstillede som den første en formel til bestemmelse af brudbæreevnen for et *uendeligt langt, lodret og centralt* belastet fundament, der er anbragt *oven på* en vandret jordoverflade:

$$\frac{R}{b} = \frac{1}{2}\gamma' bN_{\gamma} + q'N_q + c'N_c \tag{78}$$

eller i det regningsmæssige brudstadium:

$$\frac{R'_d}{b'} = \frac{1}{2}\gamma' b' N_{\gamma} + q' N_q + c'_d N_c \tag{79}$$

 $R'_d$  fundamentets regningsmæssige brudbæreevne

b' fundamentets effektive bredde

 $\gamma'$  jordens effektive rumvægt

q' effektivt overlejringstryk i funderingsniveau

 $c'_d$  jordens effektive kohæsion

 $N_{\gamma}$  bæreevnefaktor

 $N_q$  bæreevnefaktor

N<sub>c</sub> bæreevnefaktor

#### 5.3.1 Bæreevnefaktorer

Bæreevnefaktorerne er afhængige af jordens friktionsvinkel. Eksakte formler for  $N_q$  og  $N_c$  blev allerede i 1920 beregnet af Prandtl:

$$N_q = \frac{1 + \sin \varphi'_d}{1 - \sin \varphi'_d} e^{\pi \tan \varphi'_d}$$
(80)

$$N_{\rm c} = (N_q - 1)\cot\varphi_d^{\prime} \tag{81}$$

 $N_{\gamma}$  har det derimod ikke været muligt at beregne eksakt. Tilnærmede værdier for  $N_{\gamma}$  er bestemt af bl.a. Meyerhof (1948), H. Lundgren og K. Mortensen (1953) og Brinch Hansen (1961). Bønding (1996) har angivet følgende udtryk, der benyttes i dag:

$$N_{\gamma} = \frac{1}{4} ((N_q - 1) \cos \varphi'_d)^{\frac{3}{2}}$$
(82)

 $N_q$  og  $N_c$  er beregnet for en anden brudfigur end  $N_\gamma$ , hvilket medfører, at den lineære superposition i formel 78 og 79 kan være op til 20% på den sikre side.

I ovenstående formler skal for  $\varphi_d'$  anvendes den regningsmæssige, plane friktionsvinkel.

I specialtilfældet  $\varphi = 0$  bliver (Prandtl, 1920):

$$N_{\gamma} = 0$$
  $N_q = 1$   $N_c = \pi + 2$  (83)

## 5.4 Praktiske funderingsproblemer

I praksis vil fundamenterne på mange punkter afvige fra det simple tilfælde (formel 78 og 79).

Lasten på fundamentet kan virke excentrisk eller skrå. Fundamentsunderkanten er sædvanligvis placeret i en dybde, d, under jordoverfladen. Fundamentet har altid en begrænset længde, og fundamentsundersiden er ofte ikke rektangulær. Endelig kan grundvandsspejlet stå i forskellige niveauer i forhold til fundamentsunderkanten.

Lastens excentricitet tages lettest i regning ved at indføre det såkaldte *effektive areal.* Grundvandets indflydelse omtales i afsnit 5.4.2. De øvrige forhold tager man hensyn til ved at tilføje passende faktorer til de tre led i Terzaghi's bæreevneformel.

De faktorer, der må tilføjes, er:

s formfaktorer

i hældningsfaktor

Herved fås den generelle bæreevneformel:

$$\frac{R'_d}{A'} = \frac{1}{2}\gamma' b' N_\gamma s_\gamma i_\gamma + q' N_q s_q i_q + c'_d N_c s_c i_c \tag{84}$$

Specielt for sand og grus, hvor c = 0, fås:

$$\frac{R'_d}{A'} = \frac{1}{2}\gamma' b' N_\gamma s_\gamma i_\gamma + q' N_q s_q i_q \tag{85}$$

For udrænet brud i ler, hvor  $\varphi = 0$ , fås:

$$\frac{R_d}{A'} = c_{ud} N_c^o s_c^o i_c^o + q \tag{86}$$

#### 5.4.1 Fundamentsfladens areal

For et rektangulært centralt belastet fundament er fundamentsfladens areal, A' = bl, hvor b er mindste sidelinie, og l er største sidelinie. Er fundamentsfladen



Figur 79: Bestemmelse af det effektive fundamentsareal for enkelt-excentrisk påvirkning.

ikke et rektangel, omformes fladen til et ækvivalent rektangel med samme areal og med belastningen virkende i det ækvivalente rektanglets tyngdepunkt.

Ved excentrisk påvirkede fundamenter skal der for A' indsættes det effektive fundamentsareal. Det effektive fundamentsareal bestemmes ved at sammensætte de regningsmæssige laster på overbygningen til en resulterende last, hvis lodrette komposant er  $V_d$ , og hvis vandrette komposant er  $H_d$ , begge virkende i fundamentsunderkanten. Det effektive areal bestemmes nu således, at den lodrette komposant virker i det effektive areals tyngdepunkt. Princippet er vist i figur 79 for enkelt-excentrisk påvirkning. Det effektive fundamentsareal bliver A' = b'l'.

Excentrisk påvirkede fundamenter omtales nærmere i afsnit 5.6.

#### 5.4.2 Virkning af grundvand

I bæreevneformlen for sand og grus (formel 85) er  $\gamma'$  den effektive rumvægt af jorden under fundamentsfladen. Befinder grundvandsspejlet sig i eller over fundamentsfladens niveau, se figur 80 til venstre, regnes med rumvægten af vandfyldt jord minus opdrift. Er afstanden,  $h_g$ , fra fundamentsfladen til grundvandsspejlet større end fundamentsbredden, b' – se den midterste skitse i figur 80 – regnes med rumvægten  $\gamma_1$  af jorden over grundvandsspejlet. Ligger grundvandsspejlet, som vist i figur 80 til højre, i et niveau svarende til  $h_g < b'$  under fundamentsunderkanten, skærer grundvandsspejlet igennem brudfiguren, hvilket medfører en beregningsmæssig komplikation. Det skal bemærkes, at man i praksis oftest er i den situation, at grundvandsspejlets højeste niveau ikke er kendt. Dette er et argument for – på den sikre side – altid at regne med rumvægten af vandfyldt jord minus opdrift.



Figur 80: Bestemmelse af rumvægten,  $\gamma'$ , i bæreevneformlen.

Hvis grundvandsspejlets beliggenhed er kendt – for eksempel ved placering af et dræn – er det en tilstrækkelig god tilnærmelse at anvende en skønnet middelværdi af  $\gamma'$  i bæreevneformlens  $\gamma$ -led.

Vides grundvandsspejlets højeste niveau at befinde sig inden for dybden B'under fundamentets underside, kan man for eksempel finde et passende skøn for  $\gamma'$  af nedenstående udtryk:

$$\gamma' = \gamma^* + \frac{h_g}{b'}(\gamma_1 - \gamma^*) \tag{87}$$

hvor  $\gamma^* = \gamma_2 - \gamma_w$ .

Spændingen, q', er den effektive spænding i funderingsniveau. Da både  $\gamma'$  og q' er effektive størrelser, skal der ved bestemmelse af fundamentets egenvægt regnes med opdrift på den del af fundamentet, der er under grundvandsspejlet.

De ovennævnte regler vil være aktuelle i forbindelse med bestemmelse af et fundaments bæreevne i sand. Er fundamentet funderet i ler, hvor det sædvanligvis er tilstrækkeligt at undersøge korttidsbæreevnen, må man erindre, at Coulomb's brudbetingelse for vandmættet ler i korttidstilstanden er baseret på totale spændinger. Det vil sige, at det sidste led i bæreevneformlen (formel 86) er det totale overlejringstryk og ikke det effektive overlejringstryk.

I praksis kan man dog ofte ved beregningen af korttidsbæreevnen for vandmættet kohæsionsjord beregne q i formel 86 på følgende måde:

- 1. Når grundvandsspejlet står over eller i niveau med fundamentsunderkanten kan q bestemmes som det effektive overlejringstryk q', idet der samtidig regnes med opdrift på den del af fundamentet, der ligger under grundvandsspejlet.
- 2. Når grundvandsspejlet ligger under funderingsniveau er q det totale overlejringstryk, idet der så ikke regnes med opdrift på fundamentet.

Hvis der er forskel på overlejringstrykkene på de to sider af fundamentet, skal man i bæreevneformlerne i tilfælde af *lodret*, central påvirkning indsætte den mindste værdi af q' eller q.

Er fundamentet *lodret, excentrisk påvirket*, skal q' eller q beregnes på den side af fundamentet, der er nærmest ved den lodrette last,  $V_d$ .

Er fundamentet påvirket af en skrå central eller excentrisk virkende last med vandret komposant,  $H_d$ , skal q' eller q beregnes på den side af fundamentet, hvorimod  $H_d$  virker.

#### 5.4.3 Formfaktorer

Formfaktorerne indføres som nævnt for at tage hensyn til fundamentets form. I praksis kan man som regel forudsætte, at et murfundament (stribefundament) er "uendelig" langt i forhold til bredden, hvorfor formfaktorerne kan sættes lig med 1,0. For rektangulære eller cirkulære fundamenter er man imidlertid nødt til at tage hensyn til længde/bredde-forholdet.

I bæreevneformlerne (formlerne 84, 85 og 86) anvendes følgende empiriske udtryk for formfaktorerne:

$$s_{\gamma} = 1 - 0, 4\frac{b'}{l'} \tag{88}$$

$$s_q = s_c = s_c^o = 1 + 0, 2\frac{b'}{l'} \tag{89}$$

Som tidligere nævnt er b' altid det effektive fundamentsareals korte side og l' dets lange side.

Formlerne 88 og 89 gælder i virkeligheden kun, når fundamentet er påvirket af lodret last, men kan normalt anvendes generelt.

#### 5.4.4 Dybdevirkning

Et fundament er altid placeret i en dybde, d, under jordoverfladen. Man må derfor i langtidstilstanden tage hensyn til den effektive vægt af den jord, der ligger over funderingsniveau. Det vil sige:

$$q' = \gamma' d \tag{90}$$

hvor  $\gamma'$  er den effektive rumvægt af jorden over funderingsniveau.

For ler i korttidstilstanden må der tilsvarende tages hensyn til den totale vægt af jorden over funderingsniveau:

$$q = \gamma d$$

hvor  $\gamma$  er den totale rumvægt af jorden over funderingsniveau, se i øvrigt afsnit 5.4.2.

En anden dybdevirkning optræder ved, at jorden over funderingsniveau har en vis styrke. Da bruddet altid vil forløbe gennem jorden over funderingsniveau, vil dette resultere i en lille forøgelse af bæreevnen, såfremt kontakten mellem jorden og fundamentets sider er tilstrækkelig god. Da det er vanskeligt at sikre sig, at denne betingelse er opfyldt, ses der sædvanligvis bort fra denne virkning.

Ved støttemure, hvor den vandrette belastningskomposant er større end ved almindelige fundamenter, tages lettest hensyn til dybdevirkningen ved at regne med det passive jordtryk på forsiden af muren.

#### 5.4.5 Hældningsfaktorer

Er fundamentet skråt belastet, vil det altid medføre, at fundamentets bæreevne reduceres. Dette tages der hensyn til ved at indføre de tidligere nævnte hældningsfaktorer, *i*. Hældningsfaktorerne kan bestemmes af nedenstående empiriske udtryk, idet der må skelnes mellem udrænet og drænet tilstand.

For drænet brud (formel 84 og 85) er hældningsfaktorerne:

$$i_q = i_c = \left(1 - \frac{H_d}{V_d + A'c'_d \cot \varphi'_d}\right)^2 \tag{91}$$

$$i_{\gamma} = i_q^{\ 2} \tag{92}$$

I specialtilfældet, c = 0, sand og grus, reduceres formel 91 til:

$$i_q = \left(1 - \frac{H_d}{V_d}\right)^2 \tag{93}$$

For udrænet brud i vandmættet kohæsionsjord (formel 86) anvendes:

$$i_c^o = 0, 5 + 0, 5\sqrt{1 - \frac{H_d}{A'c_{ud}}} \tag{94}$$

Formlerne 91-94 gælder for en regningsmæssig, vandret lastkomposant,  $H_b$ , parallel med fundamentets korte side, b'. I det generelle tilfælde, hvor fundamentet er påvirket af en regningsmæssig, vandret lastkomposant både parallel med den korte side  $(H_b)$  og den lange side  $(H_l)$ , kan man som rimelig tilnærmelse ækvivalere den vandrette last med resultanten:

$$H_d = \sqrt{H_b^2 + H_l^2}$$

der antages at virke parallel med fundamentets korte side, b'.

#### 5.4.6 Glidningsbrud

Når lasten ikke er vinkelret på fundamentsunderkanten, skal fundamentet kontrolleres for brud som følge af glidning. Til sikring mod brud på grund af glidning på et vandret underlag er kriteriet for glidningsstabilitet:

(95)

$$H_d \le S_d + E_d$$

- $H_d$  den vandrette komposant af den regningsmæssige last på fundamentsfladen
- $S_d$  den regningsmæssige forskydningsmodstand mellem fundamentets underside og jorden
- $E_d$  differensen mellem de stabiliserende og drivende regningsmæssige jordtryk på fundamentets sider.

Muligheden for, at jorden foran fundamentet kan fjernes ved erosion eller udgravning eller kan svinde som følge af udtørring, skal vurderes.

I langtidstilstanden – drænet tilstand – skal den regningsmæssige forskydningsmodstand,  $S_d$ , beregnes ud fra:

$$S_d = V'_d \tan \delta'_d + a'_d A' \tag{96}$$

V' den effektive regningsmæssige last vinkelret på fundamentsfladen

- $\delta'_d$  effektiv regningsmæssig friktionsvinkel mellem fundamentsfladen og jorden
- $a'_d$  effektiv regningsmæssig adhæsion mellem fundamentsfladen og jorden
- A' effektivt fundamentsareal.

ŝ

Den effektive regningsmæssige friktionsvinkel,  $\delta'_d$ , kan antages at være lig med underlagets regningsmæssige friktionsvinkel,  $\varphi'_d$ , for in-situ støbte betonfundamenter og lig med  $2/3\varphi'_d$  for glatte præfabrikerede fundamenter. Den effektive adhæsion,  $a'_d$ , kan antages at være lig med underlagets effektive regningsmæssige kohæsion,  $c'_d$ , for in-situ støbte fundamenter og lig med nul for glatte præfabrikerede fundamenter.

I korttidstilstanden – udrænet tilstand – skal den regningsmæssige forskydningsmodstand,  $S_d$ , beregnes ud fra:

$$S_d = A' c_{ud} \tag{97}$$

A' det effektive fundamentsareal

cud den regningsmæssige udrænede forskydningsstyrke i glidefladen.

idet følgende begrænsning dog altid skal overholdes:

 $S_d \leq 0, 4V_d$ 

#### 5.4.7 Reaktionsfordeling

Ved undersøgelsen af brudgrænsetilstande kan fordelingen af lasterne på forskellige fundamenter samt inden for de enkelte fundamentsflader normalt ske uden hensyntagen til deformationsforholdene, når blot last og reaktion udgør et kraftsystem i ligevægt, og den valgte reaktionsfordeling lægges til grund for undersøgelsen af brudgrænsetilstanden af både overbygningen, fundamenterne og jordens bæreevne. I konsekvens heraf regnes sædvanligvis med ensformigt fordelt reaktionstryk over det effektive areal, selvom  $\gamma$ -leddet er trekantformigt fordelt med maksimalt tryk under midten og trykket nul ved fundamentets kanter.

## 5.5 Fundamenters dimensionering

For at eftervise, at et fundament har tilstrækkelig bæreevne for den regningsmæssige last, skal følgende betingelse være opfyldt for alle lasttilfælde og lastkombinationer i brudgrænsetilstanden:

$$V_d < R'_d \quad \text{eller} \quad V_d \le R_d \tag{99}$$

for henholdsvis langtidstilstanden og korttidstilstanden.

Bæreevnekriteriet kan også udtrykkes:

$$\frac{V_d}{A'} \le \frac{R'_d}{A'} \quad \text{eller} \quad \frac{V_d}{A'} \le \frac{R_d}{A'} \tag{100}$$

for henholdsvis langtidstilstanden og korttidstilstanden.

Endvidere må man sikre sig, at fundamentet ikke glider på underlaget som omtalt i afsnit 5.4.6.

Endelig skal det undersøges om svigt af totalstabilitet kan forekomme. Svigt af totalstabilitet optræder især:

- ved eller på naturlig skråning
- ved udgravninger eller ved støttekonstruktioner
- ved vanddækkede arealer
- ved kaviteter eller ved underjordiske konstruktioner.

Om der er tilstrækkelig sikkerhed mod svigt af totalstabilitet i disse tilfælde, skal eftervises ved en stabilitetsanalyse, se kapitel 17.

(98)

## 5.6 Excentrisk påvirkede fundamenter

Hvis fundamentet er excentrisk påvirket, vil bruddet i jorden udvikle sig på en anden måde end for centralt påvirkede fundamenter. Et eksempel på en brudfigur under et excentrisk påvirket fundament med uendelig længde er vist i figur 81.



Figur 81: Eksempel på brudfigur under et excentrisk påvirket fundament med uendelig længde.

Da bruddet udvikler sig ensidigt, har fundamentets virkelige bredde, b, ikke indflydelse på fundamentets bæreevne. Dette vil være tilfældet ved selv ret små excentriciteter.

Mens man har et nogenlunde godt kendskab til brudfigurernes udseende, er det samme ikke tilfældet med hensyn til fundamentstrykkets virkelige fordeling. Dette forhold har dog ikke væsentlig betydning, da enhver reaktionsfordeling som tidligere nævnt er tilladelig, når blot last og reaktion danner et kraftsystem i ligevægt.

For excentrisk påvirkede fundamenter kan bæreevnen bestemmes ved hjælp af bæreevneformlerne i afsnit 5.4, når man tager hensyn til excentriciteten ved at indføre det effektive fundamentsareal, der som tidligere nævnt bestemmes således, at resultanten af de ydre kræfter angriber i det effektive areals tyngdepunkt. Det vil sige, at fundamentets effektive bredde, b', bestemmes som:

 $b' = b - 2e_b \tag{106}$ 

Er fundamentet excentrisk påvirket i længderetningen, l, bestemmes fundamentets effektive længde, l', tilsvarende som:

$$l' = l - 2e_l \tag{107}$$

I formlerne 106 og 107 er det forudsat, at excentriciteten regnes fra fundamentets centerlinie. Som vist i figur 82, regnes fundamentstrykket ensformigt fordelt over det effektive areal.



Figur 82: Fundamentstrykkets fordeling ved excentrisk påvirkning.

Er fundamentet dobbelt-excentrisk påvirket – excentrisk påvirket i både breddeog længderetningen – bestemmes excentriciteten i begge retninger, hvorefter det effektive areal bliver:

$$A' = b'l' \tag{108}$$

Hvis fundamentet ikke er rektangulært, bestemmes det effektive areal efter de samme principper, det vil sige:

- 1. Belastningsresultanten skal angribe i det effektive areals tyngdepunkt.
- 2. Det effektive areals indvendige begrænsning bestemmes således, at der er radial symmetri.

Om nødvendigt kan det effektive fundamentsareal omdannes til et ækvivalent rektangel med sidelængderne, b' og l'. Det er som regel tilstrækkeligt at fastlægge det ækvivalente rektangel på skøn. Det skal ved dette skøn tilstræbes, at forholdet mellem største og mindste modstandsmoment er det samme før og efter transformationen.



Figur 83: Bestemmelse af det effektive fundamentsareal.

I figur 83 er til venstre vist et excentrisk påvirket cirkulært fundament. Det ækvivalente effektive areal, b'l', er vist skraveret. Til højre i figur 83 er vist et eksempel, hvor det ækvivalente effektive areal, b'l', er dobbelt-excentrisk påvirket. I dette tilfælde beregnes hældningsfaktorerne, *i*, i bæreevneformlen, som

omtalt i afsnit 5.4.5, for den resulterende vandrette belastning,  $H_d$ , der forudsættes at virke parallel med det effektive areals korte side, b'. Glidningskriteriet skal ligeledes bestemmes for den resulterende vandrette påvirkning,  $H_d$ .

#### 5.6.1 Fundamenter med stor excentricitet

De sædvanlige bæreevneformler gælder kun for fundamenter med relativt lille excentrisk last. For stærkt excentrisk belastede fundamenter – excentricitet større end 0,3 gange fundamentsbredden – er det ud over den normale bæreevneundersøgelse også nødvendigt at undersøge bæreevnen for en brudfigur, der går ind under den ubelastede del af fundamentet.

I tilfælde af stor excentricitet skal følgende vurderes:

- størrelsen af de regningsmæssige laster
- placeringen af fundamentets kant.

Tilfælde med stor excentricitet kan forekomme ved fundering af for eksempel høje stålmaster, hvor egenvægten er lille, og hvor vindlasten er relativ stor og med højtbeliggende angrebspunkt.

De to alternative brudfigurer er vist i figur 84. Skitsen til venstre i figuren viser den almindelige bæreevnebrudfigur. Skitsen til højre viser det alternative brud, der går ind under den ubelastede del af fundamentet.

De to undersøgelser af bæreevnen, der skal foretages ved stor excentricitet, er:

1. Almindeligt bæreevnebrud, hvor den regningsmæssige bæreevne i langtidstilstanden bestemmes af formel 84 (eller 85):

$$\frac{R'_d}{A'} = \frac{1}{2}\gamma' b' N_\gamma s_\gamma i_\gamma + q' N_q s_q i_q + c'_d N_c s_c i_c \tag{109}$$

I korttidstilstanden bestemmes den regningsmæssige bæreevne af formel 86:

$$\frac{R_d}{A'} = c_{ud} N_c^o s_c^o i_c^o + q \tag{110}$$

2. Alternativt liniebrud ind under den ubelastede del af fundamentet:

For sand og grus, c = 0:

$$\frac{R'_d}{A'} = 2(\frac{1}{2}\gamma' b' N_\gamma s_\gamma i_\gamma) \tag{111}$$

For ler i korttidstilstanden,  $\varphi = 0$ :

$$\frac{Q}{A} = 1,05(c_u N_c^o s_c^o i_c^o)$$
(112)



Figur 84: Almindeligt bæreevnebrud og alternativt liniebrud under et fundament med stor excentricitet.

De alternative hældningsfaktorer bestemmes af:

$$i_{\gamma} = \left(1 + \frac{H_d}{V_d}\right)^2 \tag{113}$$

$$i_c^o = \sqrt{0, 5 + 0, 5\sqrt{1 + \frac{H_d}{A'c_{ud}}}}$$
(114)

#### 5.6.2 Fundamenter i skråninger

I figur 85 er vist et fundament, der er funderet ud til en skråning. Bæreevnen kan her på den sikre side bestemmes ved at tilføje de såkaldte jordoverfladehældningsfaktorer, g, til de tre led i den generelle bæreevneformel:

$$\frac{R'_d}{A'} = \frac{1}{2}\gamma' b' N_\gamma s_\gamma i_\gamma g_\gamma + q' N_q s_q i_q g_q + c'_d N_c s_c i_c g_c \tag{115}$$

Jordoverflade-hældningsfaktorerne kan bestemmes af følgende udtryk, se figur 85:

$$g_{\gamma} \sim g_g = 1 - \sin 2\beta \tag{116}$$

$$a_c = e^{-2\beta \tan \varphi} \tag{117}$$

I specialtilfældet,  $\varphi = 0$ , bliver bæreevnen:

$$\frac{R_d}{A'} = c_{ud} N_c^o s_c^o i_c^o + q - 2\beta c_{ud} \tag{118}$$

I ovenstående formler skal skråningsvinklen,  $\beta$ , indsættes i radian. Det er endvidere en forudsætning, at  $\beta < \varphi$ . Ovenstående formler gælder kun for en uendelig lang skråning.

Som sædvanlig skal det undersøges, om fundamentet har tilstrækkelig sikkerhed mod glidning. Endvidere skal det ved en stabilitetsundersøgelse eftervises, at der er tilstrækkelig sikkerhed mod svigt af totalstabilitet.



Figur 85: Fundering ud til en skråning.

# 5.7 Beregning af anvendelsesgrænsetilstanden

Der skal generelt foretages en beregning af alle flytninger, der kan have betydning for konstruktionens funktion. Der skal altid fastsættes grænseværdier for flytningerne.

Eksempler på flytningskomponenter er sætning og differenssætning, rotation, hældningsændringer, relativ ned- og udbøjning, horisontal flytning og svingning.

Flytningernes størrelse skal generelt vurderes for at sikre, at en brudgrænsetilstand eller en anvendelsesgrænsetilstand ikke opstår i den understøttede konstruktion.

For almindelige husbygningskonstruktioner kan man som vejledning regne med, at:

- sætningerne normalt ikke må overskride 20 à 40 mm
- hældningen af sætningslinierne normalt ikke må overstige 1:500.

Endvidere må sætningerne for direkte udlagte gulve normalt ikke overstige de omkringliggende vægges sætninger med mere end 5 mm.

Ved beregningen af differenssætningerne skal der tages hensyn til:

- tilfældige eller systematiske variationer i jordens egenskaber
- lastfordelingen
- konstruktionsmetoden
- konstruktionens stivhed.

Beregninger i anvendelsesgrænsetilstanden samt beregningen af sætninger og differenssætninger omtales i kapitlerne 6, 7, og 8.

## 5.8 Eksempler

#### 5.8.1 Stribefundament på ler

I figur 86 er vist et murfundament, der har en længde på 15 m. Fundamentet skal bære en egenvægt på g = 180 kN/m og en nyttelast på p = 160 kN/m, virkende i niveau med kældergulvets overkant.

Jordbundsforholdene er som følger:

Fra terræn i kote 17,60 til kote 16,60: Sandfyld med  $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$ ,  $c_u = 0$  og  $\varphi = 0$ .

Fra kote 16,60 til kote 13,20: Postglacialt ler med  $\gamma = 19,5$  kN/m<sup>3</sup>, og den udrænede forskydningsstyrke (bestemt in-situ ved vingeforsøg)  $c_v = 120$  kN/m<sup>2</sup>.

Under kote 13,20: Fast moræneler. Da moræneleret ikke får indflydelse på bæreevnen, er dets styrkeparametre ikke bestemt.

Det 10 cm tykke kældergulv af grovbeton ( $\gamma = 23 \text{ kN/m}^3$ ) udstøbes på et 15 cm tykt sandlag med  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ . Kældergulvet kan belastes med en nyttelast,  $p = 5 \text{ kN/m}^2$ .

Grundvandsspejlet står i kote 15,80. Kælderen forsynes med et omfangsdræn, hvorfor grundvandsspejlet kan forudsættes ikke at stige højere end til fundamentsunderkanten.

Fundamentet udføres i grovbeton.

Fundamentets bredde, b, ønskes bestemt, idet der regnes med normal funderingsklasse, lastkombination 2.1 og normal sikkerhedsklasse.

Den regningsmæssige udrænede forskydningsstyrke bliver ( $c_u = c_v$ ):

$$c_{ud} = \frac{c_u}{\gamma_{c1}} = \frac{120}{1.8} = 66,7 \text{ kN/m}^2$$

Den regningsmæssige last fra overbygningen er:

 $G_d = \gamma_f G = 1, 0.180 = 180 \text{ kN/m}$ 

 $P_d = \gamma_f P = 1, 3 \cdot 160 = 208 \text{ kN/m}$ 

Den regningsmæssige last fra kældergulvet bliver:

 $p_d = \gamma_f p = 1, 3 \cdot 5 = 6, 5 \text{ kN/m}^2$ 



Figur 86: Stribefundament på ler.

Fundamentets underkant placeres i kote 15,95. Fundamentshøjden bliver derfor h = 0,5 m. Den regningsmæssige last på fundamentsfladen,  $V_d$ , er lig  $P_d + G_d$  plus egenvægt af fundamentet samt vægten af jord m.m. over fundamentet. Egenvægten af fundamentet bliver:

$$G_{fd} = 23 \cdot 0, 5 \cdot 0, 25 + 23 \cdot 0, 5b + \frac{b - 0, 5}{2} (23 \cdot 0, 1 + 18 \cdot 0, 15 + 6, 5) + \frac{b - 0, 5}{2} (16 \cdot 1, 15) = 26, 5b - 4, 6 \text{ kN/m}$$

Den samlede lodrette last, der forudsættes at virke centralt, bliver derfor:

 $V_d = 180 + 208 + 26, 5b - 4, 6 = 383, 4 + 26, 5b \text{ kN/m}$ 

Da fundamentet står på vandmættet ler, bestemmes bæreevnen af formel 86:

$$\frac{R_d}{b'} = c_{ud} N_c^o s_c^o i_c^o + q$$

Da fundamentet er lodret centralt påvirket er  $H_d = 0$ , hvorfor  $i_c^o = 1$ .

Da bredden skønnes at være meget mindre end længden sættes formfaktoren,  $s_c^o = 1$ .

q er det mindste overlejringstryk i niveau med fundamentsunderkanten. På henholdsvis højre og venstre side findes:

$$q_h = 16 \cdot 1, 15 + 19, 5 \cdot 0, 5 = 28, 2 \text{ kN/m}^2$$
  
 $q_h = 23 \cdot 0, 1 + 18 \cdot 0, 15 + 19, 5 \cdot 0, 5 = 14, 8 \text{ kN/m}^2$ 

Bæreevnen bliver da:

$$\frac{R_d}{b'} = 66, 7 \cdot 5, 14 \cdot 1, 0 \cdot 1, 0 + 14, 8 = 357, 6 \text{ kN/m}^2$$

Fundamentets bredde findes af bæreevnekriteriet, formel 100:

$$\frac{V_d}{b'} = \frac{R_d}{b'}$$

eller:

$$\frac{383,4+26,5\,b}{b} = 357,6$$

Det vil sige:

$$b = \frac{383, 4}{357, 6 - 26, 5} = 1,16$$
 m

Bredden vælges herefter til b = 1,20 m. Med den valgte bredde bliver formfaktoren:

$$s_c^o = 1, 0 + 0, 2\frac{1, 20}{15} = 1,016$$

der kun medfører en uvæsentlig forøgelse af bæreevnen.

Fundamentstrykket er:

$$\frac{V_d}{b'} = \frac{383, 4 + 26, 5 \cdot 1, 20}{1, 20} = 346 \text{ kN/m}^2 < \frac{R_d}{b'} = 357, 6 \text{ kN/m}^2$$

Snitkræfter i fundamentet

For at bestemme betonspændingerne i fundamentet bestemmes momentet og forskydningskraften i snit a-a i figur 86:

$$M = (346 - (23 \cdot 0, 5 + 18 \cdot 0, 15 + 23 \cdot 0, 1))\frac{1}{2} \cdot 0, 35^2 = 20, 2 \text{ kNm/m}$$
$$T = (346 - (23 \cdot 0, 5 + 18 \cdot 0, 15 + 23 \cdot 0, 1))0, 35 = 115, 3 \text{ kN/m}$$

Betonspændingerne bliver da:

$$\sigma_d = \frac{M}{W} = \frac{20,2}{\frac{1}{6} \cdot 1, 0 \cdot 0, 5^2} = 485 \text{ kN/m}^2 = 0,485 \text{ MN/m}^2$$
$$\tau_d = \frac{3}{2} \frac{T}{h} = \frac{3}{2} \frac{112,3}{0.5} = 346 \text{ kN/m}^2 = 0,346 \text{ MN/m}^2$$

Vedrørende de regningsmæssige betonstyrker henvises til DS 411 Norm for betonkonstruktioner.

### 5.8.2 Søjlefundament på sand

En 0, 6.0, 6 m<sup>2</sup> centralt påvirket jernbetonsøjle bærer en karakteristisk nyttelast, P = 1060 kN, og en karakteristisk hvilende last, G = 1060 kN (incl søjlens egenvægt). Søjlen står på et jernbetonfundament med underkant i kote 10,60, se figur 87.



Figur 87: Søjlefundament på sand.

Det 10 cm tykke kældergulv består af grovbeton med  $\gamma = 23 \text{ kN/m}^3$ . Gulvet er udstøbt på et 30 cm tykt isoleringslag med  $\gamma = 8 \text{ kN/m}^3$ . Herunder består jordbunden til aktuel dybde af sand med den triaksiale friktionsvinkel,  $\varphi_{tr} =$ 33°. Sandets rumvægt er  $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$  over GVS, og  $\gamma_m = 20,5 \text{ kN/m}^3$ under GVS i kote 10,00. Der ønskes bestemt et passende fundament for søjlen, idet der forudsættes normal funderingsklasse, lastkombination 2.1 og normal sikkerhedsklasse.

Sandets plane friktionsvinkel er:

 $\varphi_{pl} = 1, 1\varphi_{tr} = 1, 1 \cdot 33^{\circ} = 36, 3^{\circ}$ 

Herefter bliver den regningsmæssige friktionsvinkel:

$$\varphi'_d = \arctan \frac{\tan 36, 3^\circ}{1, 2} = 31, 5^\circ$$

Fundamentets højde vælges således, at søjlejernene får en tilstrækkelig forankringslængde. Her forudsættes, at søjlen er armeret med 8 stykker K18. Forankringslængden er da  $30 \cdot 1, 8 = 54$  cm. Af hensyn til dæklaget gøres fundamentet 60 cm højt.

Fundamentets sidelinie skønnes til 2,10 m. Vægten af fundamentet og lagene ovenpå fundamentet kan med tilstrækkelig nøjagtighed findes ved at regne med en gennemsnits-rumvægt på 20 kN/m<sup>3</sup>.

Den regningsmæssige fundamentsbelastning bliver herefter:

$$V_d = 1060 + 1060 \cdot 1, 3 + 20 \cdot 1, 0 \cdot 2, 1^2 = 2526$$
 kN

Fundamentet står på sand, så bæreevnen bestemmes af formel 85:

$$\frac{R'_d}{A'} = \frac{1}{2} \gamma' b' N_\gamma s_\gamma i_\gamma + q' N_q s_q i_q$$

Da  $H_d = 0$ , er  $i_{\gamma} = i_q = 1, 0$ .

Afstanden,  $h_g$ , mellem GVS og FUK er mindre end fundamentets bredde, b', hvorfor  $\gamma'$  bestemmes af formel 87:

$$\gamma' = \gamma^* + \frac{h_g}{b'}(\gamma_1 - \gamma^*) = 10, 5 + \frac{0, 6}{2, 1}(19, 0 - 10, 5) = 12, 9 \text{ kN/m}^3$$

For  $\varphi_d = 31, 5^\circ$  findes  $N_{\gamma} = 19$  og  $N_q = 22$ .

Formfaktorene  $s_{\gamma}$  og  $s_q$  findes af:

$$s_{\gamma} = 1 - 0, 4 \frac{b'}{l'} = 1 - 0, 4 \frac{2, 1}{2, 1} = 0, 6$$
  
 $b' = 2, 1$ 

$$s_q = 1 + 0, 2\frac{b}{l'} = 1 + 0, 2\frac{2, 1}{2, 1} = 1, 2$$

Det effektive overlejringstryk ved FUK er:

$$q' = 23 \cdot 0, 1 + 8 \cdot 0, 3 + 19 \cdot 0, 6 = 16, 1 \text{ kN/m}^2$$

Fundamentets bæreevne bliver da:

$$\frac{R'_d}{A'} = \frac{1}{2} \cdot 12, 9 \cdot 2, 1 \cdot 19 \cdot 0, 6 + 16, 1 \cdot 22 \cdot 1, 2 = 579, 5 \text{ kN/m}^2$$

Fundamentstrykket bliver:

$$\frac{V_d}{A'} = \frac{2526}{2,1^2} = 572,8 \text{ kN/m}^2 < \frac{R'_d}{A'} = 579,5 \text{ kN/m}^2$$

Det vil sige, at et fundament med sidelinien 2,1 m giver tilstrækkelig bæreevne.

Med hensyn til beregning af beton og armering henvises til DS 411 Norm for betonkonstruktioner.

# 5.8.3 Fundering af udsigtstårn

Et udsigtstårn skal funderes i kote 4,30 på et cirkulært 1,8 m tykt grovbetonfundament, se figur 88.

Jordbundsforholdene er:

Fra kote 6,1 (terrænkote) til kote 5,6: Fyld med  $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$ .

Fra kote 5,6 til kote 4,7: Løstlejret sand med  $\gamma = 16,7 \text{ kN/m}^3$ .

Fra kote 4,7 til stor dybde: Forkonsolideret ler med  $\gamma = 19,5 \text{ kN/m}^3$ , og den udrænede forskydningsstyrke  $c_v = 120 \text{ kN/m}^2$ .

Grundvandsspejlet står i kote 4,7.



Figur 88: Cirkulært fundament på ler.

I terræn har tårnet et cirkulært tværsnit med diameteren, d = 8, 4 m.

Tårnets egenvægt er 8000 kN og den lodrette nyttelast er 6000 kN. Den vandrette vindpåvirkning er 920 kN virkende 18 m over terræn. Alle belastninger er karakteristiske.

Fundamentets nødvendige diameter ønskes bestemt, idet der regnes med normal funderingsklasse, lastkombination 2.1 og normal sikkerhedsklasse.

### Tilfældet $G_d + H_d$

Bæreevnen undersøges først for tilfældet egenvægt og vind,  $G_d + H_d$ . Diameteren skønnes til D = 9,6 m. Fundamentets egenvægt bliver, idet der reduceres for opdrift:

$$G_f = \frac{\pi}{4} \cdot 9, 6^2(23 \cdot 1, 8 - 10 \cdot 0, 4) = 2700 \text{ kN}$$

De regningsmæssige værdier bliver:

$$V_d = 1.0(8000 + 2700) = 10700 \text{ kN}$$

 $H_d = 1, 3 \cdot 920 = 1200 \text{ kN}$ 

$$c_{ud} = \frac{120}{1,8} = 67 \text{ kN/m}^2$$



Figur 89: Bestemmelse af det effektive areal for tilfældet  $G_d + H_d$ .

Excentriciteten findes ved at tage moment om fundamentets midte, se figur 89:

$$e = \frac{1200(18+1,8)}{10700} = 2,22 \text{ m}$$

Det effektive areal, der tilfredsstiller betingelserne om central påvirkning og radial symmetri, er vist i figur 89b. Arealet er 31,2 m<sup>2</sup>. Dette areal ækvivaleres skønsmæssigt med et rektangel som vist i figur 89c, hvor:

$$A' = b'l' = 4, 3 \cdot 7, 25 \text{ m}^2$$

Da fundamentet står på ler, bestemmes bæreevnen af:

$$\frac{R_d}{A'} = c_{ud} N_c^o s_c^o i_c^o + q$$

Idet:

$$s_c^o = 1 + 0, 2\frac{b'}{l'} = 1 + 0, 2\frac{4, 30}{7, 25} = 1, 12$$

$$i_c^o = 0, 5 + 0, 5\sqrt{1 - \frac{H_d}{A'c_{ud}}} = 0, 5 + 0, 5\sqrt{1 - \frac{1200}{31, 2 \cdot 67}} = 0, 83$$

og q beregnes som det effektive overlejringstryk i funderingsniveau:

$$q = 16 \cdot 0, 5 + 16, 7 \cdot 0, 9 + 9, 5 \cdot 0, 4 = 27 \text{ kN/m}^2$$

bliver den regningsmæssige bæreevne:

$$\frac{R_d}{A'} = 67 \cdot 5, 14 \cdot 1, 12 \cdot 0, 83 + 27 = 354, 8 \text{ kN/m}^2$$

Da:

$$\frac{R_d}{A'} = 354,8 \text{ kN/m}^2 > \frac{V_d}{A'} = \frac{10700}{31,2} = 342,9 \text{ kN/m}^2$$

har fundamentet med en diameter på 9,6 meter tilstrækkelig bæreevne.

Fundamentet skal endvidere undersøges for glidningsbrud. Glidningskriteriet er ifølge formel 95:

$$H_d \le S_d + E_d$$

Der ses bort fra eventuelle jordtryks bidrag, hvorfor glidekriteriet bliver:

$$H_d \leq S_d = A'c_{ud}$$

eller:

$$H_d = 1200 \text{ kN} < A'c_{ud} = 31, 2 \cdot 67 = 2090 \text{ kN}$$

Glidningskriteriet er altså opfyldt. Endvidere er begrænsningen i formel 98 opfyldt, idet:

 $S_d = A' c_{ud} = 2090 \text{ kN} < 0, 4V_d = 0, 4 \cdot 10700 = 4280 \text{ kN}$ 

Det vil sige fundamentets diameter er tilstrækkelig i dette lasttilfælde.

Endelig undersøges det, om der er tale om stor excentricitet. Det vil være tilfældet, hvis e > 0, 3b, se afsnit 5.6.1.

Da fundamentets diameter er 9,6 meter, bliver arealet 72,4 m<sup>2</sup>. Transformeres dette areal til et ækvivalent kvadrat, bliver kvadratets sidelinie  $\sqrt{72,4} = 8,51$  m, det vil sige:

 $e = 2,22 \text{ m} < 0,3 \cdot 8,51 = 2,55 \text{ m}$ 

Der er altså ikke tale om stor excentricitet.

Tilfældet  $G_d + P_d + H_d$ 

Fundamentet undersøges herefter for  $tilfældet G_d + P_d + H_d$ . De regningsmæssige værdier bliver:

 $V_d = 8000 \cdot 1, 0 + 6000 \cdot 1, 3 + 2700 \cdot 1, 0 = 18500 \text{ kN}$ 

$$H_d = 920 \cdot 1, 3 = 1200 \text{ kN}$$

$$c_{ud} = rac{120}{1,8} = 67 \ \mathrm{kN/m^2}$$

Excentriciteten findes som før ved at tage moment om fundamentets midte:

$$e = \frac{1200(18+1,8)}{18500} = 1,24$$
 m

Det effektive areal bliver da 57,1 m<sup>2</sup>. Det ækvivalente rektangel bliver  $A' = b'l' = 6, 8 \cdot 8, 4$  m<sup>2</sup>, se figur 90.



Figur 90: Bestemmelse af det effektive areal for tilfældet  $G_d + P_d + H_d$ . Fundamentets bæreevne findes af:

$$\frac{R_d}{A'} = c_{ud} N_c^o s_c^o i_c^o + q$$

Idet:

$$s_{c}^{o} = 1 + 0, 2\frac{b'}{l'} = 1 + 0, 2\frac{6, 8}{8, 4} = 1, 16$$
  
 $i_{c}^{o} = 0, 5 + 0, 5\sqrt{1 - \frac{H_{d}}{Ac_{ud}}} = 0, 5 + 0, 5\sqrt{1 - \frac{1200}{57, 1 \cdot 67}} = 0, 91$   
 $q = 27 \text{ kN/m}^{2}$ 

bliver bæreevnen:

$$\frac{R_d}{A'} = 67 \cdot 5, 14 \cdot 1, 16 \cdot 0, 91 + 27 = 391 \text{ kN/m}^2$$

Da:

$$\frac{R_d}{A'} = 391 \text{ kN/m}^2 > \frac{V_d}{A'} = \frac{18500}{57,1} = 324 \text{ kN/m}^2$$

har fundamentet med en diameter på 9,6 meter tilstrækkelig bæreevne. Glidekriteriet giver:

$$H_d = 1200 \text{ kN} < S_d = A'c_{ud} = 57, 1.67 = 3826 \text{ kN}$$

og da:

$$S_d = A'c_{ud} = 3826 \text{ kN} < 0, 4V_d = 0, 4 \cdot 18500 = 7400 \text{ kN}$$

er diameteren på 9,6 meter tilstrækkelig. Der er heller ikke i dette tilfælde tale om stor excentricitet.

## 5.8.4 Fundering af flyveledertårn

Et flyveledertårn projekteres som indspændt i et grovbetonfundament, hvis overside er i kote 55,15. I dette niveau har tårnet et kvadratisk tværsnit på 1,80.1,80 m<sup>2</sup>. Tårnets karakteristiske lodrette egenvægt er G = 500 kN. Den lodrette nyttelast kan sættes til nul.

Vindtrykkets karakteristiske vandrette komposant i nord-syd retningen er  $H_b = 35$  kN, virkende i kote 60,05. Vindtrykket i øst-vest retningen er  $H_l = 50$  kN, virkende i kote 65,05.

Jordbunden består fra terræn i kote 55,15 til stor dybde af siltholdig smeltevandssand med  $\varphi_{tr} = 25^{\circ}$ . Rumvægten er 18 og 20 kN/m<sup>3</sup> henholdsvis over og under grundvandsspejlet, der er pejlet i kote 52,0.

Fundamentets nødvendige størrelse skal bestemmes, idet såvel tårnets som fundamentets sidelinier er orienteret i retningerne nord-syd og øst-vest. Der regnes med normal funderingsklasse og lastkombination 2.1. Se i øvrigt figur 91.

Fundamentets dimensioner skønnes til:

b = 2,5 m og l = 5,0 m



Figur 91: Flyveledertårn funderet i sand.

De regningsmæssige værdier bliver:

$$\varphi_{pl} = 1, 1 \tan \varphi_{tr} = 1, 1 \tan 25^{\circ} = 27, 5^{\circ}$$
  
$$\varphi'_{d} = \arctan \frac{\tan 27, 5^{\circ}}{1, 2} = 23, 5^{\circ}$$
  
$$G_{f} = 2, 5 \cdot 5, 0 \cdot 23 = 287, 5 \text{ kN}$$
  
$$V_{d} = G\gamma_{f} + G_{f}\gamma_{f} = 500 \cdot 1, 0 + 287, 5 \cdot 1, 0 = 787, 5 \text{ kN}$$
  
$$H_{bd} = 35 \cdot 1, 3 = 45, 5 \text{ kN}$$
  
$$H_{ld} = 50 \cdot 1, 3 = 65, 0 \text{ kN}$$

Excentriciteterne i de to retninger - regnet fra fundamentets midtlinier - bestemmes ved at tage moment om fundamentsunderkanten:

$$e_b = \frac{45, 5 \cdot 5, 9}{787, 5} = 0,34 \text{ m}$$
  
 $e_l = \frac{65, 0 \cdot 10, 9}{787, 5} = 0,90 \text{ m}$ 

Fundamentets effektive sidelinier bliver da:

 $b' = 2,50 - 2 \cdot 0,34 = 1,82$  m

 $l' = 5,00 - 2 \cdot 0,90 = 3,20$  m

Bæreevnen bestemmes af:

$$\frac{R'_d}{A'} = \frac{1}{2} \gamma' b' N_\gamma s_\gamma i_\gamma + q' N_q s_q i_q$$

Idet:

$$\gamma' = 18 \text{ kN/m}^3$$

$$q' = 18 \cdot 1, 0 = 18 \text{ kN/m}^2$$

$$N_{\gamma} = 5, 1 \text{ og } N_q = 9, 1$$

$$s_{\gamma} = 1 - 0, 4 \frac{1,82}{3,20} = 0,77$$

$$s_q = 1 + 0, 2 \frac{1,82}{3,20} = 1,11$$

$$H_d = \sqrt{45,5^2 + 65,0^2} = 79,3 \text{ kN}$$

$$i_q = \left(1 - \frac{79,3}{787,5}\right)^2 = 0,80$$

$$i_{\gamma} = 0,80^2 = 0,64$$

bliver bæreevnen:

$$\frac{R'_d}{A'} = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 1,82 \cdot 5,1 \cdot 0,77 \cdot 0,64 + 18 \cdot 9,1 \cdot 1,11 \cdot 0,80 = 186,6 \text{ kN/m}^2$$

Da:

$$\frac{V_d}{A'} = \frac{787,5}{1,82\cdot3,20} = 135,2 \text{ kN/m}^2 < \frac{R'_d}{A} = 186,6 \text{ kN/m}^2$$

er fundamentets bæreevne tilstrækkelig.

Glidningskriteriet giver, idet der ses bort fra jordtryk på fundamentets sider, og  $a'_d = 0$  og  $\delta'_d = \varphi'_d = 23, 5^\circ$ :

$$H_d = 79,3 \text{ kN} < S_d = V'_d \tan \delta'_d = 787,5 \tan 23,5^\circ = 342,4 \text{ kN}$$

Det vil sige, både bæreevnekriteriet og glidningskriteriet er opfyldt.

## 5.9 Gulve og belægninger på jord

For direkte udlagte gulve i opholdsrum tillades normalt kun små sætninger. Der skal derfor altid foretages en fuldstændig afrømning af vegetationslag, muld og andre stærkt sætningsgivende aflejringer. Det samme gælder for belægninger, for hvilke der kun tillades små sætninger.

I siltrige aflejringer og i fedt ler bør underlaget beskyttes mod frost, udtørring eller udblødning. Dette gøres ved afdækning og/eller afvanding i fornødent omfang. Aflejringerne må tillige beskyttes mod tungere færdsel på den færdige overflade ved at lade færdigudgravning ske fra et højere niveau. Jord, der efter udgravningsarbejder har været frosset, må enten udskiftes eller kontrolleres påny.

Afslutningsvis skal det nævnes, at forhold vedrørende valg af fundamentstype, konstruktion af kældre og dræning af bygninger er omtalt i kapitel 18.

# 6 Fundamenters sætning

## 6.1 Indledning

Som så mange andre steder i geoteknikken må man også ved jordarternes deformation skelne mellem sand og ler. Den markante forskel i deformationer i de to jordarter forstås bedst ved at betragte deres mikrostruktur. Skitsen til venstre i figur 93 viser lermineralernes opbygning. Lerpartikler er flager med en lagdelt opbygning. Partiklerne har elektriske ladninger på overfladen, som binder ioner i vandet til overfladen, hvorved vandmolekylerne bindes i en gitterstruktur, der bliver løsere, jo længere vandmolekylerne er fra leroverfladen. Et lermineral består derfor af en lerflage med en kappe af bundet vand og bundne ioner. Der er altså normalt ikke direkte mekanisk kontakt mellem lerflagerne. Når leret udsættes for belastning, vil en del af det bundne vands bindinger brydes, og "overskudsvandet" drænes væk. Det vil sige, at lerflagerne nærmer sig hinanden, og vi får en deformation.



Figur 93: Den principielle opbygning af ler- og sandaflejringer.

På skitsen til højre i figur 93 ses, at sandkornene hviler direkte på hinanden, hvilket medfører, at en spændingsforøgelse kun vil resultere i en elastisk deformation af selve sandmineralet. Dog kan det også forekomme – specielt ved pulserende spændingsændringer – at sandkornene i løsere aflejringer glider på hinanden – populært sagt falder bedre på plads – hvorved der fremkommer en deformation. Resultatet bliver, at vi for gængse statiske belastninger kan forudse, at vi i sand vil få små, i praksis ubetydelige sætninger, mens vi i ler må forvente, at der kan opstå endog betydelige sætninger. Vi kan endvidere forudse, at deformationer i ler må være tidsafhængige, da dræningen vil foregå langsomt som følge af lerets lille permeabilitet.

# 6.2 Konsolideringssætninger og initialsætninger

I det følgende betragtes et homogent, vandmættet lerlag med uendelig udstrækning beliggende mellem et permeabelt sandlag og et impermeabelt lag. Både terrænet og laggrænserne er vandrette. Lerlaget er beliggende i en vis dybde, z, under terræn, og alle spændinger er funktioner af denne dybde, se figur 94. Da der er symmetri om et vilkårligt lodret plan, vil der ikke kunne forekomme



Figur 94: Momentan belastning af lerlag.

vandrette deformationer i jorden. Det vil sige, at de lodrette normalspændinger,  $\sigma_z$ , er lig første hovedspænding,  $\sigma_1$ .

Det forudsættes for det første, at lerlaget er færdigkonsolideret, hvilket vil sige, at der ikke foregår nogen sammentrykning af lerlaget. For det andet forudsættes det, at der er hydrostatisk trykfordeling i porevandet, svarende til det på figur 94 viste grundvandsspejl.

Sandlaget tænkes nu belastet over et udstrakt område med en ensformig fordelt belastning, p. Belastningen påføres momentant. I dybden, z, vil de totale spændinger blive forøget med p. De effektive spændinger vil derimod i første omgang være uændrede. Da vandet er usammentrykkeligt sammenlignet med lerskelettet, vil en forøgelse af de effektive spændinger kræve en sammentrykning af lerskelettet og dermed en vandudpresning. På grund af lerets ringe permeabilitet vil vandudpresningen foregå meget langsomt. Hele spændingstilvæksten bæres derfor af de neutrale spændinger, hvorved der opstår et poreovertryk i vandet. Dette overtryk bevirker, at vandet presses ud af lerlaget med en hastighed, der dels er afhængig af lerets permeabilitet, dels af det til enhver tid værende poreovertryk.

Efterhånden som vandet presses ud af lerlaget, vil lerskelettet trykkes tilsvarende sammen. Derved overføres en del af tillægsspændingerne fra de neutrale spændinger til de effektive spændinger, hvorved overtrykket stadig aftager. Efter lang tid – teoretisk uendelig lang tid – vil overtrykket være faldet til nul. Det vil sige, at der atter er hydrostatisk trykfordeling i porevandet, og hele spændingstilvæksten er overgået til effektive spændinger.

Da det var en forudsætning, at belastningen, p, dækker et meget stort område, kan der ikke optræde vandrette deformationer i lerlaget. Formindskelsen af lerlagets rumfang vil derfor udelukkende vise sig som en lodret sammentrykning af lerlaget.

Sætninger, der fremkommer ved vandudpresning fremkaldt ved en forøgelse af de lodrette normalspændinger, kaldes konsolideringssætninger,  $\delta_c$ .


Figur 95: Kræfter mellem to sandkorn.

En belastningsforøgelse vil ikke blot medføre, at de lodrette kræfter vokser, men vil også medføre voksende vandrette normalspændinger. Før belastningsforøgelsen vil der være et alsidigt tryk af størrelsesordenen  $\sigma_3$ . I figur 95 er kontaktkræfterne mellem to korn angivet ved  $\sigma_3$ , da de er proportionale hermed.

Hovedparten af kontaktkræfternes retning afviger kun lidt fra normalen til berøringsfladen. Lader man den lodrette normalspænding vokse en lille smule fra  $\sigma_3$  til  $\sigma_1$ , vil differensspændingen,  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ , bevirke, at kontaktkræfterne drejer en lille smule bort fra normalen. Med en fortsat forøgelse af de lodrette normalspændinger vil kontaktkræfternes vinkel med normalen vokse. Når vinklen overskrider friktionsvinklen, glider kornene i forhold til hinanden. Dette gælder især sand.

En forøgelse af differensspændingen,  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ , medfører en forøgelse af forskydningsspændingen,  $\tau$ , da denne er proportional med  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ . Da vandet ikke kan overføre forskydningsspændinger, må tilvæksten til  $\tau$  overføres fra korn til korn. Forskydningsspændinger er altid effektive. Bliver tilvæksten til forskydningsspændingen for stor, glider kornene i forhold til hinanden. De deformationer, der fremkaldes på denne måde, kaldes for *forskydningsdeformationer*. Forskydningsdeformationer vil hovedsaglig bestå i en vandret bevægelse af jorden bort fra fundamentet, som derfor får en nedadrettet bevægelse.

Sætninger, der skyldes forskydningsdeformationer, kaldes *initialsætninger*,  $\delta_i$ . Initialsætningerne er overstået efter meget kort tid, da de ikke kræves nogen vandudpresning. De vil derfor normalt være afsluttet, inden konsolideringssætningerne rigtigt er kommet i gang. Se i øvrigt afsnit 8.3.

Som nævnt tidligere medfører en vandudpresning en lodret deformation, kaldet konsolideringssætning. Laboratorieforsøg og mark-observationer viser, at der selv efter, at poreovertrykket er udlignet, sker en fortsat deformation. Dette sætningsbidrag, der benævnes den sekundære sætning,  $\delta_s$ , skyldes krybning der fremkommer ved spændingsomlejring.

Jordarternes sætningsforhold kan beskrives summarisk:

- Sand Deformationerne for statisk belastning er små og normalt uden praktisk betydning. Eventuelle beregninger må baseres på markforsøg og vil ikke blive behandlet her.
- Ler Initialsætningen,  $\delta_i$ , opstår normalt i takt med bygværkets opførelse. Beregningsgrundlaget må bestemmes enten ved markforsøg eller ud fra triaksialforsøg. Et eksempel på sidstnævnte er vist i afsnit 8.2.

Konsolideringssætningen,  $\delta_c$ , også kaldet primær konsolidering, opstår så langsomt, at den for normale byggeperioder regnes at starte ved byggeriets afslutning. Beregningsgrundlaget bestemmes bedst ved konsolideringsforsøg. For visse jordarter er det dog ofte tilstrækkeligt at bestemme sætningsparametrene skønsmæssigt, se for eksempel afsnit 3.6 i funderingsnormen.

Den sekundære sætning,  $\delta_s$ , er det vanskeligt at bestemme. Der findes endnu ikke en bare nogenlunde nøjagtig beregningsmetode til bestemmelse af krybningsdeformationen. Erfaringsvis er den dog af ringe størrelse sammenholdt med den totale deformationen.

Tørv og dynd Sætningsmæssigt behandles tørv og dynd (gytje) som ler. Dog kan den sekundære sætning i disse jordarter være af betragtelig størrelse. Ofte må en vurdering af sætningerne i disse jordarter baseres på erfaring.

I praksis indskrænkes sætningsberegningen i langt de fleste tilfælde til en bestemmelse af konsolideringssætningen. Kun i meget specielle tilfælde vil det være nødvendigt at gribe til mere avancerede beregningsmetoder. Ved denne simplificering begås følgende fejl:

- 1. Der ses bort fra initialsætningen.
- 2. Det forudsættes, at det fremkaldte poretryk er identisk med den lodrette tillægsspænding, mens det i virkeligheden normalt ligger imellem mindste og største tillægs-hovedspænding.
- 3. Sætningen bestemmes ud fra konsolideringsforsøg, der hindrer sideudvidelse.

Fejl 1) og 2) går hver sin vej, mens fejl 3) er af ringe betydning for centralt påvirkede fundamenter, når man finder sætningerne under fundamentets midte.

I praksis giver ovennævnte fremgangsmåde beregnede sætninger, der falder ret godt sammen med målte observationer, så metoden er anvendelig, specielt da man i dag ikke har et tilfredsstillende beregningsprincip til bestemmelse af de sekundære sætninger.

#### 6.3 Konsolideringsforsøg

Jordbundens sammentrykkelighed kan undersøges ved hjælp af et konsolideringsapparat. Figur 96 viser skitsemæssigt et konsolideringsapparat. En jordprøve med et tværsnitsareal på ca. 10 cm<sup>2</sup> og en højde på ca. 2 cm anbringes i en ring, der er placeret mellem to stempler, hvorigennem belastningen overføres via et vægtstangsarrangement. De porøse plader sørger for, at prøven kan drænes til begge sider. Prøven anbringes i en vandfyldt beholder således, at den hele tiden er vandmættet.



Figur 96: Princippet i konsolideringsapparatet.

Ved forsøget benyttes gerne en geometrisk følge af belastningstrin, for eksempel  $5 - 10 - 20 - 40 - 80 - 150 - 300 - 500 - 1000 \text{ kN/m}^2$ .

Som omtalt i afsnit 6.2 vil prøven, efter at konsolideringen er overstået, fortsat deformeres – men nu alene i kraft af krybningseffekt. Men da vi kun er interesseret i konsolideringsdeformationen, må vi i hvert belastningstrin optegne en tid-deformationskurve og herudfra isolere konsolideringsdeformationen.

Deformationerne måles normalt til tiderne 0,1 - 0,2 - 0,3 - 0,5 - 1 - 2 - 4 - 8- 15 - 30 - 60 minutter og videre til tiderne 2 - 4 - 8 - 24 timer.

I begyndelsen er sammentrykningen proportional med  $\sqrt{t}$ . Det vil sige, at der fra 0 til 0,1 minut er samme sammentrykning som fra 0,1 til 0,4 minutter. Dette benyttes til at bestemme den teoretiske nulaflæsning på måleuret, idet man afsætter stykket,  $\Delta h$ , svarende til sammentrykningen mellem 0,1 og 0,4 minutter over ordinaten svarende til 0,1 minut, se figur 97 hvor deformationen i et belastningstrin er afbildet som funktion af logaritmen til tiden.

Teoretisk vil sammentrykningen ikke have nogen slutværdi. Ordinaten svarende til 100% konsolidering bestemmes derfor som skæringspunktet mellem tidskurvens to retliniede strækninger som vist i figur 97.

Resultatet af et konsolideringsforsøg kan afbildes i et semilogaritmisk koordinatsystem, hvor sammentrykningen i procent af prøvens oprindelige højde (den





relative sammentrykning) afsættes som funktion af logaritmen til de effektive spændinger. Den relative sammentrykning er:

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h} \cdot 100\% \tag{119}$$

I praksis undlader man ofte optegningen af tidskurver for de enkelte belastningstrin. Konsolideringskurven optegnes da på grundlag af den sidst foretagne aflæsning i det enkelte belastningstrin. Ved at foretage denne aflæsning efter samme konsolideringstid – normalt 24 timer – i alle belastningstrinene har man sikret sig, at den primære konsolidering er overstået. Da man vitterligt herved får et bidrag fra den sekundære konsolidering i  $\Delta h$ -aflæsningen (se figur 97), indfører man selvfølgelig en formel fejl i den optegnede konsolideringskurve. Fejlen har dog normalt mindre betydning i praksis, fordi den sekundære deformation i danske lerarter er lille i forhold til den primære konsolideringen. I organisk prægede aflejringer, hvor den sekundære deformationen kan være af betydelig størrelse, medtages netop herved bidraget fra denne deformation i den optegnede konsolideringskurve. I sidste tilfælde må det så erkendes, at man bruger et empirisk beregningsprincip i sætningsberegningen, da hele konsolideringsteorien er baseret på betragtninger over vandudpresningseffekten og ikke over krybningseffekten.



Figur 98: Sætning af lagserie for en ensfordelt belastning.

Figur 98 viser en lagserie, der udsættes for en ensfordelt merbelastning, p. Lad os antage, at der ved boringer er udtaget repræsentative prøver fra de tre sætningsgivende lag. Konsolideringssætningen kan da bestemmes som:

$$\delta_c = \int_0^z \varepsilon dz \tag{120}$$

eller ved summering over passende valgte dellag:

$$\delta_c = \sum \Delta \varepsilon \Delta H \tag{121}$$

For at kunne bestemme den relative deformation,  $\Delta \varepsilon$ , i de enkelte lag – som er den eneste ubekendte i formel 121 – må man have kendskab til følgende forhold:

- 1. Jordbundens sammentrykkelighed.
- 2. Den sætningsgivende belastning.
- 3. Den sætningsgivende belastnings fordeling ned gennem jordlagene.

Disse forhold vil blive omtalt i de følgende afsnit.

Hvis man ønsker at vurdere et bygværks sætning til forskellige tider, må man foruden prøvens deformationsparametre også bestemme prøvens tidsparametre. Dette kan gøres ved at benytte en anden tidsinddeling i forbindelse med optegningen af tidskurven i det enkelte belastningstrin. Som tidligere angivet er den første del af tidskurven, hvor den primære konsolidering er dominerende, stort set proportional med kvadratroden af tiden, og den sidste del af tidskurven, hvor krybningseffekten er fremherskende, er lineært afhængig af logaritmen til tiden. Tidskurven kan derfor med fordel angives med en kombineret  $\sqrt{t}$ , log t abcisse. Figur 99 viser samme kurve som angivet i figur 97, men nu optegnet i ovennævnte system.

Det tilstræbes at få knækket – det vil sige 100% konsolidering – nær ved ændringen i tidsskalaen, hvilket kan gøre det nødvendigt at multiplicere abscisse-skalaen med et passende tal, der findes ved forsøg. Herved fremkommer der en drejning af kurven i  $\sqrt{t}$  området omkring t = 0, mens der i log t området vil fremkomme en parallelforskydning af kurven.

Af figur 99 kan permeabilitetskoefficienten ved 10 °C findes af:

$$k_{10} = 6, 4 \cdot 10^{-10} \frac{(h_{\circ} - \delta_{50})(\delta_{100} - \delta_{\circ})\gamma_{w}}{t_{50} \cdot \Delta\sigma} \text{ m/sec}$$

hvor:

ho	Prøvens højde i mm
$\Delta \sigma$	Belastningsforøgelsen i kN/m <sup>2</sup>
$\gamma_w$	Vandets rumvægt i kN/m <sup>3</sup>
t	Tiden i minutter
δ	Deformationen i mm

Endvidere kan konsolideringskoefficienten (se kapitel 7) bestemmes af:

$$c_{k,10} = 6, 4 \cdot 10^{-10} \frac{(h_{\circ} - \delta_{50})^2}{t_{50}} \text{ m}^2/\text{sec}$$

I begge formler angiver indeks 10, at formlerne er korrigeret for forskellen i vands viskositet ved stuetemperatur (20 °C) og "jordtemperatur"(10 °C).

Figur 99: Tidskurve med kombineret tidsakse.



135

### 6.4 Jordbundens sammentrykkelighed

#### 6.4.1 Normalkonsolideret ler

Lerlaget i figur 100 kaldes normalkonsolideret, hvis der ikke tidligere har været større spændinger i jorden end svarende til vægten af de overliggende jordlag. Ved forsøg kan man vise, at et lerelement i tidens løb er deformeret retliniet som funktion af logaritmen til tilvæksten i den effektive spænding. Dette deformationsforløb betegnes som *stamkurven* for deformationen. Elementet har i dag en tæthed, der svarer til in situ spændingen,  $\sigma'_{o} = d\gamma'$ , se figur 100.



Figur 100: Deformationsforløb for normalkonsolideret ler.

Hvis man var i stand til at optage og anbringe en lerprøve i konsolideringsapparatet på en sådan måde, at in situ forholdene forblev uændrede, ville en spændingsforøgelse medføre, at vi ville få en retliniet forlængelse af deformationsforløbet som vist i figur 100.

Prøveoptagningen og laboratorieteknikken medfører imidlertid altid en større eller mindre forstyrrelse af prøven. Derfor vil forsøgsresultatet altid i starten af deformationsforløbet vise en afvigelse fra den rette linie, se figur 101, der viser resultatet af et konsolideringsforsøg på en prøve fra normalkonsolideret ler.

Uden at komme nærmere ind på de fejlkilder, der influerer på kurvens start, kan man i princippet sige, at når prøven i konsolideringsapparatet har fået en spænding lig in situ spændingen, vil den i apparatet deformeres på samme måde, som jorden in situ senere ville deformeres for en tilsvarende spændingsforøgelse. Men da man ved, at denne deformation er retliniet inden for praktiske spændingsintervaller, kan man omgå startproblemet ved at forlænge stamkurven bagud som vist i figur 101, og derefter i sætningsberegningen se bort fra det krumme kurveforløb.

I praksis vil man ofte have brug for at kunne angive en normalkonsolideret jordarts sætningsegenskaber uden at have konsolideringskurven. Til det formål benytter man stamkurvens hældning, Q, over én dekade – den såkaldte dekade-hældning, se figur 101.

Heraf kan udledes en generel formel til beregning af den sætning, der fremkommer, når spændingen øges fra in situ spændingen,  $\sigma'_{o}$ , til en spænding,  $\sigma'_{2}$ . Når de



Figur 101: Konsolideringsforsøg på normalkonsolideret ler.

relative deformationer for de to spændinger, som vist i figur 101, er henholdsvis  $\varepsilon_0$  og  $\varepsilon_2$ , bliver:

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_{\circ} = \Delta \varepsilon = Q \log \frac{\sigma_2'}{\sigma_2'}$$

Eller:

$$\delta_c = \Delta \varepsilon H = Q \log \frac{\sigma_2'}{\sigma_o'} H \tag{6}$$

122)

for en lagtykkelse på H meter.

Spørgsmålet er nu, hvordan man afgør, om en jordart er normalkonsolideret eller ikke. Bruger man udelukkelsesprincippet, kan de tertiære lerarter og moræneler ikke være normalkonsoliderede, da disse jordarter jo tidligere har været dækket af større eller mindre ismasser. Modsat kan vi forvente, at de postglaciale jordarter – dynd og tørvedynd – må være normalkonsoliderede. Tilbage bliver så senglacialt smeltevandsler, der eventuelt kan have været isdækkede under lokale isfremstød i afsmeltningsperioden. Endelig kan tidligere laverestående grundvandsspejl have frembragt større effektive spændinger end de, der findes i dag. I praksis kan man forudsætte, at senglacialt ler er forkonsolideret.

Casagrande har angivet en metode, der gør det muligt at bestemme den største spænding,  $\sigma'_{pc}$ , der har eksisteret i et givet punkt af jorden. Dette gøres udfra konsolideringsforsøg på uforstyrrede prøver. Princippet er illustreret i figur 102.



Figur 102: Bestemmelse af forkonsolideringen.

Først opsøges det punkt M på kurven, der har den mindste krumningsradius. Igennem dette punkt tegnes en linie V parallel med  $\log \sigma'$ -aksen og endvidere tangenten T til kurven. Vinklen mellem de to linier halveres, og stamkurven føres til skæring med halveringslinien. Skæringspunktet har vist sig erfaringsmæssigt meget nær at svare til  $\sigma'_{pc}$ .

Kriteriet for, at leret er normalkonsolideret, er da:

 $\sigma_o'\simeq\sigma_{pc}'$ 

#### 6.4.2 Forkonsolideret ler

Hvis en lerart tidligere har været udsat for større spændinger end de konstaterede in situ spændinger, det vil sige, hvis  $\sigma'_o < \sigma'_{pc}$ , kaldes den forkonsolideret.

Deformationsegenskaberne og den laboratoriemæssige procedure ved forkonsolideret ler kan illustreres ved at betragte dannelsen af den sedimentsserie, der er vist i figur 103. Til højre i figuren er vist deformationen af et lerelement i dybden, d, som funktion af overlejringstrykket.

Under påvirkning af den voksende lagtykkelse øges spændingerne, hvilket medfører en vandudpresning, som giver sig til kende i en deformation (kurve I).



Figur 103: Deformation af et lerelement i takt med sedimentationen.



Figur 104: Konsolideringsforsøg på forkonsolideret ler.

Det kan i laboratoriet vises, at deformationskurven stort set er retliniet i den semilogaritmiske afbildning. Dette er helt i overensstemmelse med deformationsforløbet for normalkonsolideret ler.

Tænker man sig nu, at sedimentsserien har været udsat for en ydre påvirkning, for eksempel istryk, vil man få en forlængelse af kurven (mærket II) til spændingen,  $\sigma'_{pc}$ .

Efter isens afsmeltning er leret ekspanderet, som angivet ved kurve III, til en lejringstæthed, der blandt andet er betinget af den spænding,  $\sigma'_0 = d\gamma'$ , der eksisterer idag. Efter ekspansionen er der som vist opstået en blivende deformation.

I samme koordinatsystem er vist kurveforløbet for et lerelement, der ligger stykket, d', dybere. I denne dybde er både  $\sigma'_0$  og  $\sigma'_{pc}$  forskudt  $d'\gamma'$ .

Lad os nu antage, at lerelementet i forbindelse en projekteret opfyldning bliver taget op af grunden som intakt prøve. Denne prøve bliver nu i laboratoriet underkastet et konsolideringsforsøg. Hvis vi havde været i stand til at anbringe prøven i konsolideringsapparatet med bibeholdte effektive in situ spændinger, ville der fremkomme en genbelastningskurve, der for spændinger større end  $\sigma'_{pe}$ vil blive en forlængelse af stamkurven, se figur 104.

Som tidligere nævnt kan det ikke undgås, at prøven bliver påvirket af prøveoptagningen og tildannelsen i laboratoriet. Dette medfører, at konsolideringskurvens start bliver forkert. Derfor bringes prøven i 2 til 3 belastningstrin op på så stor en spænding, at der er sikkerhed for, at deformation og spænding befinder sig på stamkurven. Det vil sige, at trykket i konsolideringsapparatet svarer til  $\sigma'_{pc}$ . Prøven er nu bragt i en tilstand, der svarer til de spændingsforhold, der herskede under den maksimale belastning. Man har herved imødegået de fejl, der ellers ville forekomme ved forsøgets start, uden at der her iøvrigt skal gøres nærmere rede for disse.

Næste fase i forsøget består af en aflastning til in situ spændingen, ofte uden deformationsmålinger. En genbelastning af prøven vil nu resultere i, at vi får



Figur 105: Konsolideringsforsøg på Søvindmergel

den ønskede genbelastningskurve – se figur 104 – der skal benyttes ved sætningsberegningen.

Den lodrette deformation af lerelementet i dybden, d, i figur 104 beregnes på følgende måde: Når elementets højde betegnes  $\Delta h$ , og når spændingerne før og efter belastningsforøgelsen er henholdsvis  $\sigma'_1$  og  $\sigma'_2$ , bliver elementets deformation:

$$\Delta \delta = \Delta \varepsilon \Delta H \tag{123}$$

hvor:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \tag{124}$$

 $\varepsilon_1$  er den relative deformation svarende til spændingen,  $\sigma'_1$ , og  $\varepsilon_2$  er den relative deformation svarende til spændingen,  $\sigma'_2$ . Begge bestemt ud fra genbelastningskurven i figur 104.

På fuldstændig samme måde kan man behandle en prøve fra den nederste del af lagserien og på tilsvarende måde bestemme sammenhængen mellem spænding og deformation. Den eneste forskel i de to forsøg vil for en homogen leraflejring være forskellen i in situ spændingerne som vist i figur 103 til højre. Hvis en prøve derfor er repræsentativ for en større lagserie, vil man med denne ene prøve kunne foretage flere på hinanden følgende af- og genbelastninger. På denne måde opnår man med én prøve at bestemme flere genbelastningsgrene, der refererer til hver sin in situ spænding som vist i figur 105. Også for forkonsoliderede lerarter er det en fordel at kunne angive sætningsegenskaberne uafhængig af konsolideringskurven. Afbildes sammenhængen mellem de relative deformationer,  $\varepsilon$ , og spændingerne,  $\sigma'$ , i et lineært koordinatsystem, viser det sig, at genbelastningsgrenen praktisk taget er retliniet. I figur 106 er eksempelvis første og anden genbelastningskurve fra figur 105 plottet lineært. Som det ses, er sammenhængen mellem den relative deformation og spændingen stort set lineær.



Figur 106: Bestemmelse af konsolideringsmodulet, K, for forkonsolideret ler.

Den lineære sammenhæng kan beskrives ved hældningen af den rette linie, der kaldes konsolideringsmodulet, K. Konsolideringsmodulet er som vist i figur 106 bestemt af:

$$K = \frac{\Delta \sigma'}{\Delta \epsilon} \tag{125}$$

hvor  $\Delta \sigma'$  vælges inden for det aktuelle spændingsniveau. Formel 125 giver:

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma'}{K} \tag{126}$$

Af formel 123 fås da:

$$\Delta \delta = \frac{\Delta \sigma'}{K} \Delta H \tag{127}$$

Forudsættes konsolideringsmodulet, K, at være repræsentativ for hele lagserien, kan lerlagets samlede lodrette deformation udtrykkes, idet  $\Delta H$  er de enkelte dellags tykkelse:

$$\delta_c = \sum \frac{\Delta \sigma'}{K} \Delta H \tag{128}$$

Ofte er det tilstrækkeligt til en vurdering af sætningsforholdene at anvende skønsmæssige værdier af konsolideringsmodulet, K. Se for eksempel afsnit 3.6 i funderingsnormen.

### 6.5 Den sætningsgivende belastning

Ved sætningsberegninger gælder det om at finde frem til den sandsynligste størrelse af sætningerne. Da det naturligvis er den virkelige sætning, der ønskes bestemt, skal man benytte de virkelige belastninger. Det vil sige, deformationsundersøgelsen skal gennemføres i *den aktuelle anvendelsestilstand*, altså uden partialkoefficienter på belastninger og deformationsparametre.

Den sætningsgivende belastning består af den hvilende belastning samt en del af den bevægelige belastning. Hvor stor en del af den bevægelige belastning, der skal anvendes, afhænger dels af bygværkets art, dels af jordbundsforholdene og dels af sætningernes art (initialsætninger eller konsolideringssætninger).

Lastnormen angiver værdier af bevægelige belastninger, som normalt ikke nås i praksis. Det vil derfor ofte være ukorrekt at sætte den sætningsgivende belastning lig den forskriftsmæssige. Det er dog i denne forbindelse nødvendigt at skelne mellem de forskellige typer af bygværker, da forholdet mellem den sætningsgivende og den forskriftsmæssig belastning afhænger af bygværkets art.

Visse former for belastning giver ikke anledning til nævneværdige sætninger. Det gælder for eksempel bevægelig belastning på broer med ringe trafikintensitet, eller bevægelig belastning på trapper. Andre belastningsformer kan derimod i perioder være op til 100% sætningsgivende. Det gælder for eksempel belastninger i siloer eller lagerbygninger. I beboelseshuse og kontorbygninger vil det ofte være rimeligt at regne med, at 20 til 50% af den forskriftsmæssige belastning er sætningsgivende.

Sandlag og fast moræneler vil normalt være så lidt sammentrykkelige, at man kan se bort fra deres bidrag til sætningerne. Kun når der er tale om store fundamenter på løst lejret sand, må man tage hensyn til sætningerne. Disse bestemmes bedst ved belastningsforsøg i marken. Såvel udførelsen som tolkningen af forsøgene bør overlades til specielt sagkyndige. På grund af sandets store permeabilitet vil belastningstilvæksten meget hurtigt overføres til de effektive spændinger, og der skal derfor regnes med den maksimale belastning.

For ler og andre sammentrykkelige jordlag må man skelne mellem initialsætningerne og konsolideringssætningerne. Initialsætningerne optræder næsten momentant, da de ikke kræver vandudpresning, og der skal ligesom for sand regnes med den maksimale belastning. Konsolideringssætningerne kræver lang tid, og der skal derfor kun medregnes den del af den bevægelige belastning, der kan forventes at virke over et længere tidsrum. For eksempel er vindtryk så kortvarige, at de kun skal medtages ved beregning af initialsætningerne. Permanente grundvandssænkninger medfører en formindskelse af de neutrale spændinger og en tilsvarende forøgelse af de effektive spændinger, hvorfor de altid er sætningsgivende.

### 6.6 Trykspredning

Anbringes en lodret kraft på jordoverfladen, vil trykket forplante sig nedefter og ud til siden. I et vilkårligt vandret plan vil påvirkningen aftage fra et maksimum lige under kraften til nul i en eller anden afstand fra dette punkt. Med voksende dybde vil den maksimale spænding aftage, men til gengæld vil trykket kunne mærkes over et større område.

Trykspredningen ned gennem et materiale er kun til dels afhængig af materialets fysiske egenskaber, og man kan derfor finde spændingen i et vilkårligt punkt under forudsætning af, at jorden er et *elastisk, homogent og isotropt materiale med stor udstrækning* – et elastisk halvrum. Under denne forudsætning kan man finde den lodrette spænding,  $\sigma_z$ , der optræder i et vilkårligt punkt i jorden, når en enkeltkraft anbringes et vilkårligt sted på jordoverfladen, se figur 107.

Spændingen er bestemt af Boussinesq's formel:

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{\frac{5}{2}}$$

I formel 129 er:

- P Enkeltkraft på jordoverfladen.
- z Den lodrette afstand mellem kraftens angrebspunkt og det betragtede punkt.

(129)

**r** Den vandrette afstand mellem kraftens angrebspunkt og punktet.

Fundamentsfladen vil normalt ikke belaste jorden med en enkeltkraft, men med en ensfordelt belastning, p. Man kan da under forudsætning af, at fundamentet er bøjeligt, finde den lodrette spænding i et punkt i dybden, z, ved at dele fundamentsfladen op i delarealer, dA. Hvert delareal belastes med en enkeltkraft:

$$dp = p dA$$

Enkeltkraften virker i arealets tyngdepunkt, og spændingen fra en enkelt af disse kræfter er:

$$d\sigma_z = \frac{3p}{2\pi z^2} \left[ \frac{1}{1 + (\frac{r}{z})^2} \right]^{\frac{3}{2}} dA$$

Cirkel nr.	$\frac{\sigma_{\pm}}{p}$	$\frac{R}{z}$	
0	0,0	0,000	
1	0,1	0,270	
2	0,2	0,400	
3	0,3	0,518	
4	0,4	0,637	
5	0,5	0,766	
6	0,6	0,918	
7	0,7	1,110	
8	0,8	1,387	
9	0,9	1,908	
	1,0	00	







Den samlede spænding,  $\sigma_z$ , i en vilkårlig dybde, z, under *midten* af et cirkulært fundament med radius, R, bliver da:

$$\sigma_z = p \left[ 1 - \left( \frac{1}{1 + \left(\frac{R}{z}\right)^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \tag{130}$$

Anvendelsen af Boussinesq's metode giver ret besværlige beregninger. Istedet kan man benytte Newmark's influenskort, se figur 107. Newmark's influenskort kan konstrueres ved at omskrive formel 130 til:

$$\frac{R}{z} = \left[ (1 - \frac{\sigma_z}{p})^{-\frac{2}{3}} - 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$

I figur 107 er vist sammenhørende værdier af  $\sigma_z/p$  og R/z.

Har et cirkulært fundament en sådan størrelse, at det dækker de inderste 7 cirkler, vil trykket i dybden, z, under kortets centrum være 0, 7p. Belastes en enkelt cirkelring, for eksempel mellem cirkel 7 og 8 med en ensfordelt belastning, p, bliver spændingen i dybden, z, under kortets centrum 0, 1p.

Ved at tegne et system af radier, deles hver cirkel i tyve lige store dele. Belastes et enkelt felt – for eksempel det skraverede felt i figur 107 – med en ensfordelt belastning, p, bliver spændingen i dybden, z, under kortets centrum 0,005p.

Influenskortet kan nu bruges til at bestemme spændingen under et vilkårligt punkt af et fundament. Fundamentet tegnes på transparent papir i et sådant målestoksforhold, at dybden, hvori man ønsker at bestemme spændingen, netop er lig med liniestykket, AB = z. Papiret lægges over influenskortet således, at det punkt, hvorunder spændingen skal bestemmes, falder over kortets centrum. Man tæller nu det antal felter, n, der dækkes af fundamentsfladen. Den søgte spænding bliver da:

$$\sigma_z = 0,005n\,p\tag{131}$$

At anvende elasicitetsteorien på jord med dens krumme arbejdskurve, plasticitet, inhomoginitet, anisotropi og friktion kan i høj grad diskuteres. En sætningsberegning, der er udført med tilsyneladende stor nøjagtighed, ud fra elasticitetsteorien kan være mere vildledende end vejledende. Med den viden, man har i dag, er det i en sætningsberegning ikke berettiget at tilstræbe en særlig stor nøjagtighed. Derfor er det tilladeligt at anvende selv ret grove tilnærmelsemetoder ved bestemmelsen af trykspredningen.

I praksis er det almindeligt at anvende følgende tilnærmede metode til bestemmelse af trykfordelingen under midten af fundamenter. Man går ud fra, at trykket fordeler sig retliniet fra fundamentets kant og nedefter med hældningen 2:1.



Figur 108: Trykspredning efter 2:1 metoden

Under midten af et fundament vil der være symmetri om et lodret plan, hvilket medfører, at der ikke vil forekomme vandrette deformationer. Det betyder, at den lodrette spænding,  $\sigma_z$ , under midten af fundamentet, er hovedspændingen,  $\sigma_1$ , se figur 108.

Midt under et langstrakt fundament med bredden, B, og med belastningen pr. længdeenhed:

$$P = pB$$

findes følgende værdier for hovedspændingerne i dybden, z:

$$\sigma_1 = \frac{P}{B+z} \tag{132}$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \frac{B^2}{(B+z)^2} = \frac{PB^2}{(B+z)^3}$$
(133)

For rektangulære fundamenter med bredden, B, og længden, L, og med belastningen, P, findes under fundamentets midtpunkt:

$$\sigma_1 = \frac{P}{(B+z)(L+z)} \tag{134}$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \frac{B^2}{(B+z)^2} = \frac{PB^2}{(B+z)^3(L+z)}$$
(135)

Ved sætningsberegningen benyttes de fundne værdier af  $\sigma_1$  som den sætningsgivende belastningstilvækst. Denne regnes at være ensfordelt under fundamentet.



Figur 109: Bestemmelse af spændingen under a) et fundamentshjørne og b) et vilkårligt punkt af et fundament.

Den lodrette spænding,  $\sigma_z$ , under et hjørne af en rektangulær belastningsflade, BL, kan bestemmes ved at betragte hjørnet som midtpunkt i et rektangel med sidelinierne, 2B og 2L, se figur 109. Herved fås:

$$\sigma_z = \frac{P}{(2B+z)(2L+z)} \tag{136}$$

Under et vilkårligt punkt C kan man finde den lodrette spænding af formel 136, når man opdeler fundamentsfladen i 4 rektangler som vist i figur 109b.



Figur 110: Spændingsfordeling under et cirkulært fundament

For cirkulære fundamenter med diameteren, D, og belastningen, P, bliver den lodrette spænding under fundamentets midte:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi/4(D+z)^2}$$

For sammenligningens skyld er der i figur 110 vist spændingsvariationen udregnet efter elasticitetsteorien (kurve 1) og 2:1 metoden (kurve 2).

Det ses, at vi ved 2:1 metoden i en dybde ned til ca. 1,5D får mindre spændingstilvækster end efter elasticitetsteorien. Dette er et generelt forhold. Er for eksempel  $K = 10000 \text{ kN/m}^2$ , fås med  $\Delta H = 2 \text{ m og lagtykkelsen}$ , H = 10 m, efter 2:1 metoden  $\delta = 4,3 \text{ cm og efter elasticitetsteorien}$   $\delta = 5,5 \text{ cm}$ .

# 7 Konsolideringens tidsforløb

## 7.1 Indledning

I kapitel 6 blev det omtalt, at lers deformation er tidsafhængig, fordi en deformation af vandmættet ler kræver bortdræning af vand ved en belastningsforøgelse og optagelse af vand ved en aflastning. Konsolideringsprocessen er med andre ord et strømningsfænomen. Den strømningsteori, der blev omtalt i kapitel 3, kan imidlertid ikke anvendes, fordi den forudsatte, at både vandet og kornskelettet var usammentrykkeligt. De strømninger, der opstår ved konsolidering af jordlag, må beskrives ved en anden teori, der tager hensyn til jordens sammentrykkelighed.

#### 7.2 Konsolideringsteorien

I figur 111 er vist en lagserie med uendelig udstrækning i vandret retning. Det vil sige, at problemet kan betragtes éndimensionalt. Lerlaget hviler på et impermeabelt lag og er overlejret af et sandlag. Grundvandsspejlet er beliggende i lerlagets overside. Til tiden, t = 0, bliver overfladen belastet med en ensfordelt belastning, p, som vist i figuren. Herved forøges de totale spændinger med  $\Delta u = p$ .



Figur 111: Poretrykkets variation som funktion af tiden.

En momentan belastningsforøgelse på ler bliver til tiden, t = 0, udelukkende båret af en tilsvarende forøgelse af poretrykket, mens den effektive spænding forbliver uændret.

Umiddelbart efter belastningsforøgelsen vil spændingsfordelingen derfor være som vist i figur 111b. Efter uendelig lang tid vil poreovertrykket,  $\Delta u$ , være udlignet, hvorfor poretrykket igen vil være hydrostatisk fordelt – u i figur 111b. Det vil sige, at hele belastningsforøgelsen da er overgået til effektive spændinger. Til tiden, t > 0, vil poreovertrykket,  $\Delta u$ , være nul i lerlagets overside. Ved det impermeable lers overside må poreovertryks-fordelingen have en hældning, der svarer til, at vandets hastighed er nul. Fordelingen af poreovertrykket i andre niveauer kan imidlertid ikke bestemmes umiddelbart, men poreovertrykket må



Figur 112: Kontinuitetsligningen for ensidig konsolidering.

nødvendigvis være en funktion af både højden over det impermeable lag og af tiden.

For at bestemme denne funktion betragtes et tyndt lag, dz, i højden, z, over det impermeable lag, se figur 112.

I det følgende forudsættes det, at konsolideringsmodulet, K, og permeabiliteten, k, er uafhængige af både højden og tiden. Da strømningen er éndimensional, er højden, z, derfor den eneste geometriske variabel. Da jordskelettet deformeres, er den mængde vand, der tilføres det tynde lag, forskellig fra den mængde vand, der fjernes fra laget. Ifølge Darcy's lov er den mængde vand, der per arealenhed strømmer ind i det tynde lag i tidsintervallet, dt, se figur 112:

$$q_i = vAdt = vdt$$

Den vandmængde, der i tidsintervallet, dt, strømmer ud af det tynde lag, bliver:

$$q_{u} = (v + \frac{\partial v}{\partial z} dz) dt$$

Ændringen af vandmængden i tidsintervallet, dt, per fladeenhed af det tynde lag bliver da:

$$q_u - q_i = (v + \frac{\partial v}{\partial z}dz - v)dt = \frac{\partial v}{\partial z}dzdt$$

Formindskelsen af vandmængden modsvares af en tilsvarende formindskelse af porevolumenet i det tynde lag. Formindskelsen af volumenet per fladeenhed er, se figur 113:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} dz dt$$

Det vil sige, at kontinuitetsligningen giver:



Figur 113: Deformationen som funktion af tiden.

I formel 137 indføres følgende fire lovmæssigheder, der differentieres. Ved differentiationen forudsættes, at både K og k er uafhængige af z og t:

Deformation:  $\sigma' = K\varepsilon$ Spændinger:  $\sigma = \sigma' + u$ Trykniveau:  $h = z + \frac{u}{\gamma_w}$ Strømning:  $v = ki = -k \frac{\partial h}{\partial z}$ 

Differentiationen giver:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{K} \frac{\partial \sigma'}{\partial t}$$
$$\frac{\partial \sigma'}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial t}$$
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \gamma_w \frac{\partial h}{\partial t}$$
$$\frac{\partial v}{\partial z} = -k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}$$

Indsættes de fire lovmæssigheder i formel 137, fås:

$$-k\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{K} \left(-\gamma_w \frac{\partial h}{\partial t}\right)$$

eller:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\gamma_w}{kK} \frac{\partial h}{\partial t}$$
(138)

I ovenstående blev der indført et trykniveau, h, se figur 112. Det ses af figur 112b, at det er trykniveauforskellene, der driver vandet ud af lerlaget. Ved at indlægge et z=0 plan i undersiden af lerlaget ses, at trykniveauforskellene er identiske med den størrelse, hvormed poretrykket afviger fra den hydrostatisk trykfordeling. Vi har derfor ved formel 138 fået det søgte resultat, nemlig at u er en funktion af z og t svarende til, at h er en funktion af z og t.



Figur 114: Randbetingelser.

Differentialligningen, formel 138, angiver de indre strømningsbetingelser. For at løse ligningen er det nødvendigt at indføre randbetingelserne. Randbetingelserne er, se figur 114 til venstre:

$$h = \frac{p}{\gamma_w} \text{ for } t = 0$$
  
$$h = 0 \text{ for } z = H \text{ og } t > 0$$
  
$$\frac{\partial h}{\partial z} = 0 \text{ for } z = 0$$

Den sidste randbetingelse svarer til, at vandets hastighed, v, er nul ved det impermeable lags overside.

I stedet for hver gang at løse ligning 138 for det givne parametersæt gøres ligningen dimensionsløs for at opnå en generel løsning. Dette gøres ved at indføre følgende dimensionsløse størrelser:

Højden måles i forhold til laget samlede tykkelse, H:

$$z_1 = \frac{z}{H}$$

Trykniveautilvæksten måles i forhold til belastningsforøgelsen, p:

$$h_1 = \gamma_w \frac{h}{p}$$

Tiden måles i forhold til et bestemt tidsinterval, t':

$$T = \frac{t}{t'}$$

Figur 114 til højre viser direkte de to første transformationer, medens tidstransformationen endnu ikke er fastlagt. Der står blot, at tiden, t, for en vis sætning er ligefrem proportional med en anden tid, t'.

Indsættes de dimensionsløse udtryk i formel 138, fås:

$$\frac{\partial^2 h_1}{\partial z_1^2} = \frac{\gamma_w H^2}{kK} \frac{1}{t'} \frac{\partial h_1}{\partial T}$$
(139)

(140)

Sættes:

$$\frac{\gamma_w H^2}{kK} \frac{1}{t'} = 1$$

kan formel 139 skrives:

$$\frac{\partial^2 h_1}{\partial z_1^2} = \frac{\partial h_1}{\partial T}$$

Tidsintervallet, t', indføres derfor bekvemt som:

$$t' = \frac{\gamma_w H^2}{kK}$$

eller:

$$T = \frac{kK}{\gamma_w H^2} t \tag{141}$$

T i formel 141 kaldes *tidsfaktoren*, eller Terzaghi's tal efter konsolideringsteoriens skaber. Fordelen ved den dimensionsløse transformation er, at tidsfunktionen kan beskrives ved den dimensionsløse tidsfaktor, T. Randbetingelserne i formel 140 er:

Til tiden, t = 0, bæres hele belastningsforøgelsen, p, af poreovertrykket,  $\Delta u$ . Det vil sige:

$$\Delta u = p \quad \text{og} \quad h_1 = \frac{\Delta u}{p} = 1$$



Figur 115: Fordeling mellem effektiv spændingstilvækst og poreovertryk.

Til tiden, t > 0, vil der ikke være noget poreovertryk i lerlagets overside. Det vil sige:

 $h_1 = 0$  for  $z_1 = 1$ 

Ved lerlagets underside er hastigheden og dermed gradienten nul. Det vil sige:

$$\frac{\partial h_1}{\partial z_1} = 0 \quad \text{for} \quad z_1 = 0$$

Differentialligningen kan løses en gang for alle med de givne randbetingelser. Fordelingen af poreovertrykket i lerlaget er vist i figur 115. Kurverne kaldes isokroner. De angiver poreovertrykket til en given tid – udtrykt ved tidsfaktoren, T.

Afstanden fra diagrammets venstre akse til en kurve angiver poreovertrykket,  $h_1 = \Delta u/p$ , i en given højde,  $z_1 = z/H$ , over det impermeable lag til et givet tidspunkt,  $T = kK/\gamma_w H^2$ . På samme måde angiver afstanden fra diagrammets højre akse til en kurve den del af belastningsforøgelsen, der er overgået til effektive spændinger,  $\Delta \sigma'/p$ , i en given højde og til et givet tidspunkt. Dette er vist ved skravering i figur 115 for T = 0, 2.

Fremfor at finde poretryksvariationen med tiden, er man ofte i praksis mere interesseret i at finde sætningen til en vis tid, t. Derfor definerer man konsolideringsgraden, U, der angiver sætningen til tiden, t, i forhold til sætningen til tiden uendelig:

$$U = \frac{\delta t}{\delta_{\infty}}$$

(142)

U = f(T)



Figur 116: Konsolideringsgraden, U, som funktion af tidsfaktoren, T.

Konsolideringsgraden, U, er arealet af det skraverede område i figur 115 i forhold til hele området.

I figur 116 er konsolideringsgraden vist som funktion af tidsfaktoren. Kurven er i princippet identisk med en tidskurve fra et konsolideringsforsøg, se kapitel 6. I den målte kurve fra konsolideringsforsøg indgår dog initial og sekundær konsolidering, som omtalt i kapitel 6.

Kurven i figur 116 kan tilnærmes med følgende udtryk:

$$U^{-6} = 1 + \frac{1}{2}T^{-3} \quad \text{i hele intervallet}$$

$$U^{2} = \frac{4}{\phi}T \quad \text{for } U < 60\% \qquad \qquad U = \sqrt{\frac{4}{5T}}.$$
(143)
(143)

U = 15.1

(144)

Som det fremgår, indgår belastningsforøgelsen, 
$$p$$
, ikke i disse ligninger. Den tid, det tager for et givet lerlag at opnå en given konsolideringsgrad, er altså uafhængig af  $p$ .

For en ensfordelt belastning på et lerlag, der kun er drænet foroven, kan sætningen til ethvert tidspunkt findes af kurven i figur 116. Lerlaget siges at være ensidig drænet, som vist til venstre i figur 117. Er lerlaget begrænset af et drænende sandlag både foroven og forneden, kaldes det dobbeltsidig drænet, se figur 117 til højre.

Ved at sammenholde figur 117a og 117b ses direkte, at vi får en analog løsning ved at indføre H med sin halve størrelse i tilfælde af dobbeltsidig dræning.

I det foregående er det forudsat, at spændingstilvæksten er konstant, det vil sige uafhængig af dybden. For en koncentreret belastning aftager spændingstilvæksten med dybden, se afsnit 6.6. I figur 118 er vist den tilnærmende trekantformige



Figur 117: Ensidig og dobbeltsidig dræning.

spændingstilvækst svarende til det, poretrykket vil forøges, umiddelbart efter belastningen er påført. Også i dette tilfælde kan man efter de tidligere nævnte principper bestemme konsolideringsgraden, U, som funktion af tidsfaktoren, T. Denne kurve afviger dog ikke ret meget fra kurven i figur 116. I praksis kan kurven i figur 116 derfor med god tilnærmelse bruges uanset spændingstilvækstens fordeling.



Figur 118: Spændingsfordeling for koncentreret belastning.

I afsnit 6.3 er det vist, hvordan konsolideringskoefficienten,  $c_k$ , kan bestemmes på grundlag af tidskurven fra konsolideringsforsøget. Konsolideringskoefficienten kan vises at være:

$$c_k = \frac{kK}{\gamma_w} \tag{145}$$

Det vil sige, at tidsfaktoren i formel 141 kan udtrykkes:

$$T = t \frac{c_k}{H^2} \tag{146}$$

## 8 Beregning af sætninger

### 8.1 Indledning

Ved beregningen af sætninger må man ofte konstatere, at den er vanskeliggjort af de sædvanlige problemer i geotekniske beregninger – bestemmelsen af jordens parametre, dels bestemmelsen af den sætningsgivende belastning. For det første vil der være boringer, der viser varierende forhold med hensyn til lagtykkelse og karakter af de sætningsgivende aflejringer. Her må der foretages ofte ret grove generaliseringer. For det andet kan bestemmelsen af den faktiske sætningsgivende belastning være problematisk. Endelig er vores muligheder for at bestemme trykspredningen af den sætningsgivende belastning heller ikke så gode som ønskeligt.

Ved gunstige forhold kan man ved omhyggeligt laboratorie- og beregningsarbejde bestemme sætningen med 10-20% nøjagtighed. Unøjagtigheden stiger selvfølgelig med tiltagende variation i jorden. Under meget komplicerede forhold kan de omtalte beregningsmetoder afvige med mere end 100% fra de observerede sætninger.

At sætninger ikke kan bestemmes med særlig stor nøjagtighed, medfører dog ikke, at omhyggeligt udførte analyser er nytteløse. Selvom en analyse giver en procentvis stor fejl, er det vigtigt at vide, om sætningen skal måles i mm, cm eller måske dm.

### 8.2 Konsolideringssætninger

Ved den almindelige sætningsberegning skelnes der ikke mellem initialsætninger og konsolideringssætninger, men man bestemmer en tilnærmelse til den samlede sætning alene ud fra konsolideringsforsøg.

Man begynder med at inddele de sætningsgivende jordarter i vandrette lag af passende tykkelse,  $\Delta H$ , der ikke behøver at være konstante, men snarere bør udgøre en kvotientrække. Regnet fra fundamentets underside kan dellagenes tykkelse for eksempel være, B/2, B, 2B, 4B, osv., hvor B er fundamentets mindste sidelinie. Det vil i de fleste tilfælde være tilstrækkeligt med en opdeling i 3 til 5 dellag.

Spændingerne beregnes derefter til midten af de enkelte lag. Man starter med at beregne den lodrette effektive spænding,  $\sigma'_1$ , der virker inden bygværket opføres, idet der tages hensyn til grundvandsspejlets stilling.

Det kan være nødvendigt at beregne de effektive spændinger efter *udgravningen af byggegruben*, såfremt denne tilstand er langvarig. Der vil da kunne finde nogen ekspansion sted. Som regel er denne tilstand så kortvarig i forhold til den tid, lerets ekspansion kræver, at man kan se bort herfra. Dernæst beregner man den effektive spænding,  $\sigma'_2$ , svarende til forholdene efter bygværkets opførelse. Der skal kun regnes med *den sætningsgivende belastning* svarende til fuld konsolidering. Forøgelsen af den effektive spænding fra fundamentsbelastningen beregnes normalt efter 2:1 metoden.

Der må ved fundamentsbelastningen tages hensyn til vægten af den bortgravede jord. Denne vil i øvrigt ofte modsvares af fundamentets egenvægt.

Den relative sammentrykning af de enkelte lag kan nu aflæses direkte af konsolideringskurven. Ved normalkonsoliderede lerarter benyttes konsolideringskurvens stamkurve. Ved forkonsolideret ler benyttes genbelastningsgrenen med mindre  $\sigma'_2$ overstiger forkonsolideringen. Er det tilfældet, må begge grene benyttes.

Man aflæser de til  $\sigma'_1$  og  $\sigma'_2$  svarende relative sammentrykninger  $\varepsilon_1$  og  $\varepsilon_2$ . Den relative sammentrykning af det enkelte lag er da:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \tag{147}$$

Sætningen er da lagtykkelsen,  $\Delta H$ , gange den relative sammentrykning,  $\Delta \varepsilon$ . Den totale konsolideringssætning er derfor, som vist i afsnit 6.3:

$$\delta_c = \sum \Delta \varepsilon \Delta H \tag{148}$$

Er konsolideringskurven retliniet eller tilnærmelsesvis retliniet mellem  $\sigma'_1$  og  $\sigma'_2$ , kan  $\Delta \varepsilon$  beregnes af konsolideringskurvens hældning, Q (dekadehældningen) eller K (konsolideringsmodulet). Man får da for normalkonsolideret ler:

$$\Delta \delta_c = \Delta \varepsilon \Delta H = Q \log \frac{\sigma_2'}{\sigma_1'} \Delta H \tag{149}$$

For forkonsolidret ler fås:

$$\Delta\delta_c = \Delta\varepsilon\Delta H = \frac{\sigma_2' - \sigma_1'}{K}\Delta H \tag{150}$$

I praksis har man kun sjældent en konsolideringskurve for en lerprøve, der er taget fra det niveau, hvor spændingerne til sætningsberegningen bestemmes. Er kurven tilnærmelsesvis retliniet, spiller dette ingen rolle.

Konsolideringskurven for normalkonsolideret ler er som regel krum for små spændinger, se afsnit 6.4. Derfor forlænges stamkurven bagud, og  $\varepsilon_1$  bestemmes ud fra denne forlængede gren.

For forkonsolideret ler udføres konsolideringsforsøget i reglen på den måde, at man først belaster prøven op til den største spænding,  $\sigma'_{pc}$ , der har været i jorden, inden man aflaster og genbelaster prøven. Det niveau, hvorfra prøven er taget, får derfor heller ingen betydning ved forkonsolideret ler. Føres fundamentet et stykke, D, ned under lerlagets overside, vil det øverste lers stivhed medføre en reduktion af konsolideringssætningerne. I forhold til sætningerne af et fundament på lerlagets overside kan man regne med følgende reduktionsfaktorer:

$\frac{D}{B} = \frac{D}{\sqrt{BL}} = \frac{D}{2R}$	0,0	0,25	0,5	1,0	2,0	$\infty$
Reduktionsfaktor	1,0	0,75	0,6	0,5	0,45	0,4

gælder for et kvadratisk fundament

 $\frac{D}{R}$ 

 $\frac{D}{\sqrt{BL}}$  gælder for et rektangulært fundament

gælder for et cirkulært fundament

De blødere lag, der ofte findes nær jordoverfladen, må ikke medregnes i funderingsdybden, D. Reduktionsfaktorerne forudsætter, at fundamentet gennem hele højden, D, er i fast kontakt med jorden.

For normalkonsolideret ler kan man regne med, at den beregnede sætning udgør 60-90% af den virkelige totalsætning. Den virkelige initialsætning vil sædvanligvis udgøre ca. 10-20% af totalsætningen.

For *forkonsolideret* ler kan man regne med, at den beregnede sætning normalt udgør 90-150% af den virkelige totalsætning. Initialsætning vil sædvanligvis udgøre 20-30% af totalsætningen.

# 8.2.1 Konsolideringssætning af søjlefundament

I figur 119 er vist et kvadratisk søjlefundament med sidelinien, B = 2,65 m og højden, H = 0,65 m, der skal bære en egenvægt på G = 500 kN og en bevægelig nyttelast på P = 600 kN. Halvdelen af nyttelasten kan regnes sætningsgivende. Fundamentets underkant er i kote 8,6.

Forholdene er iøvrigt som følger:

Oprindeligt terræn er i kote 9,95.

Fra kote 9,95 til kote 9,05: Fyld med  $\gamma = 16,0 \text{ kN/m}^3$ .

Fra kote 9,05 til kote 8,60: Løstlejret sand med  $\gamma = 17,0 \text{ kN/m}^3$ .

Fra kote 8,60 til kote -1, 40: Normalkonsolideret ler med  $\gamma = 20,5$  kN/m<sup>3</sup>.

Fra kote -1,40 til stor dybde: Fastlejret sand.

Grundvandsspejlet er beliggende i kote 8,30.



Figur 119: Konsolideringssætning af søjlefundament

Til brug for en sætningsberegning er der udført et konsolideringsforsøg med en prøve, der er optaget fra kote 5,10. Prøven regnes at være repræsentativ for hele lerlaget. Prøvens tværsnitsareal er 10 cm<sup>2</sup>, og dens højde er 2 cm. Forsøget har givet følgende resultat:

Belastning, N/cm <sup>2</sup>	Sammentrykning, mm
1	0,022
2	0,080
4	0,278
8	0,642
15	1,018
30	1,442
60	1,844
120	2,266

Konsolideringssætningen ønskes bestemt.

Først optegning konsolideringskurven. På grundlag af resultaterne fra konsolideringsforsøget beregnes de sammenhørende værdier mellem belastning og relativ sammentrykning:

Belastning, $\sigma'$ kN/m <sup>2</sup>	Relativ sammentrykning, $\varepsilon$ %
10	0,11
20	0,40
40	1,39
80	3,21
150	5,09
300	7,21
600	9,22
1200	11,33

Herefter kan konsolideringskurven tegnes, se figur 120.



Herefter beregnes de effektive spændinger inden bygværket opføres. Lerlaget opdeles i tre lag med tykkelserne: 1,4 m, 2,8 m og 5,8 m. De lodrette effektive spændinger bestemmes i midten af de tre lag: I kote 7,9 fås:

 $\sigma'_1 = 0, 9 \cdot 16 + 0, 45 \cdot 17 + 0, 3 \cdot 20, 5 + 0, 4 \cdot 10, 5 = 32, 4 \text{ kN/m}^2$ 

I kote 5,8 bliver:

$$\sigma'_1 = 32, 4 + 2, 1 \cdot 10, 5 = 54, 4 \text{ kN/m}^2$$

I kote 1,5 findes:

$$\sigma'_1 = 54, 4 + 4, 3 \cdot 10, 5 = 99, 5 \text{ kN/m}^2$$

Herefter bestemmes de effektive spændinger, efter at bygværket er opført. Der regnes med, at vægten af den bortgravede jord modsvares af fundamentets vægt. Den sætningsgivende belastning er da:

$$P = 500 + 300 = 800 \text{ kN}$$

Tillægsspændingerne findes ved hjælp af 2:1 metoden.

I kote 7,9 fås:

$$\sigma'_2 = 32, 4 + \frac{800}{(2,65+0,7)^2} = 103, 8 \text{ kN/m}^2$$

I kote 5,8 findes:

$$\sigma'_2 = 54, 4 + \frac{800}{(2,65+2,8)^2} = 81, 3 \text{ kN/m}^2$$

I kote 1,5 bliver:

$$\sigma'_2 = 99,5 + \frac{800}{(2,65+7,1)^2} = 107,9 \text{ kN/m}^2$$

Sætningen kan nu beregnes. De relative sammentrykninger svarende til de forskellige  $\sigma'$ -værdier aflæses på konsolideringskurven. Da prøven er taget under det første lag, forlænges stamkurven bagud som vist.

Beregningerne stilles lettest op i et skema:

Lag mellem kote	$\varepsilon_1$	ε2	$\Delta \varepsilon$	$\Delta H$	$\Delta \varepsilon \Delta H$
8,6 og 7,2	0,40	3,90	3,50	1,4	4,90
7,2 og 4,4	2,00	3,20	1,20	2,8	3,36
4,4 og 1,4	3,75	4,00	0,25	5,8	1,45

Da  $\varepsilon$  er i % og  $\Delta H$  i meter, bliver sætningen:

$$\delta_c = \sum \Delta \varepsilon \Delta H = 9,71 \text{ cm} \sim 0,10 \text{ m}$$

Da stamkurven er retliniet i den semilogaritmiske afbildning, kan man i stedet benytte dekadehældningen, Q, til bestemmelse af konsolideringssætningen. For  $\sigma' = 80,0 \text{ kN/m}^2$  bliver  $\varepsilon = 3,2\%$ . For  $\sigma' = 800,0 \text{ kN/m}^2$  er  $\varepsilon = 10,1\%$ . Det vil sige:

$$Q = 10, 1 - 3, 2 = 6, 9\%$$

Lag mellem kote	Q	$\log \frac{\sigma_2'}{\sigma_1'}$	$\Delta H$	$Q\log \frac{\sigma_2'}{\sigma_1'}\Delta H$
8,6 og 7,2	6,9	0,505	1,4	4,87
7,2 og 4,4	6,9	0,175	2,8	3,38
4,4 og 1,4	6,9	0,035	5,8	1,40

Det vil sige, sætningen bliver:

$$\delta_c = \sum Q \log \frac{\sigma'_2}{\sigma'_1} \Delta H = 9,65 \text{ cm} \sim 0,10 \text{ m}$$

#### 8.2.2 Sætning af udsigtstårn

Konsolideringssætningen af fundamentet i figur 121, der blev dimensioneret i afsnit 5.6.3 skal bestemmes. Det forudsættes, at halvdelen af den lodrette bevægelige nyttelast er sætningsgivende, og at der kan ses bort fra vindtrykket. Konsolideringskurven for det forkonsoliderede ler er vist i figur 121.

Lerlaget inddeles i fire dellag med tykkelserne 5, 10, 20 og 40 m.

De lodrette effektive spændinger i midten af de fire dellag inden opførelsen af udsigstårnet bliver, se figur 121:





Figur 121: Cirkulært fundament på ler.
Den sætningsgivende last bliver:

Vægt af tårn og nyttelast	8000 + 3000		11000	kN
Vægt af fundament			2700	kN
-Vægt af bortgravet jord	$\frac{\pi}{4} \cdot 9, 6^2 \cdot 26, 8$	=	13700 1950	kN kN
Sætningsgivende last	-		11750	kN

De effektive spændinger efter opførelsen af udsigtstårnet bliver:

Kote +1,8	:	$\sigma_2'$	=	$5,05 + \frac{11750}{\pi/4(9,6+2,5)^2}$	=	152,5	kN/m <sup>2</sup>
Kote -5,7	:	$\sigma'_2$	=	$12, 17 + \frac{11750}{\pi/4(9,6+10)^2}$	=	160,7	$kN/m^2$
Kote -20,7	:	$\sigma'_2$	=	$26,42 + \frac{11750}{\pi/4(9,6+25)^2}$	=	272,6	$kN/m^2$
Kote -50, 7	:	$\sigma'_2$	=	$54,92 + \frac{11750}{\pi/4(9,6+55)^2}$	=	552,7	$kN/m^2$

Da der er tale om forkonsolideret ler, benyttes genbelastningsgrenen (kurve III) i figur 121.

Lag mellem kote	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\Delta \varepsilon$	$\Delta H$	$\Delta \varepsilon \Delta H$
+4.3  og  -0.7	3,30	3,51	0,21	5	1,05
-0,7  og  -10,7	3,45	3,53	0,08	10	0,80
-10,7  og  -30,7	3,68	3,70	0,02	20	0,40
-30,7 og -70,7	4,25	4,26	0,01	40	0,40
	δ	= 2,65			

Det vil sige, sætningen bliver:

$$\delta_c = \sum \Delta \varepsilon \Delta H = 2,65 \text{ cm} \sim 0,03 \text{ m}$$

Fundamentet er ført stykket, D = 0, 4 m, ned i leraflejringen. Da D er meget lille sammenlignet med fundamentets diameter på 9,6 m, vil der ikke blive tale om nogen reduktion af den beregnede sætning.

## 8.2.3 Sætning af silo

En 10 m bred og 18 m lang silo opføres på et areal med følgende bundforhold:

Fra kote +6,0 til kote +4,0: Fyld med  $\gamma = 16,0 \text{ kN/m}^3$ . Fra kote +4,0 til kote -12,0: Forkonsolideret ler med  $\gamma = 19,5 \text{ kN/m}^3$ . Fra kote -12,0 til stor dybde: Fastlejret sand. Grundvandsspejlet står i kote +1,0.

Siloen funderes på en gennemgående plade med undersiden i kote +3,0.

Siloens egenvægt (incl. vægt af fundamentspladen) er 21.000 kN, og nyttelasten er 25.000 kN, hvoraf 19.000 kN regnes at være sætningsgivende. Lerets konsolideringsmodul er bestemt til  $K = 9.500 \text{ kN/m}^2$ . Siloens konsolideringssætning skal bestemmes.

Når konsolideringskurven er givet, er det nødvendigt at bestemme de effektive spændinger både *før* og *efter* opførelsen af bygværket. Er konsolideringsmodulet derimod kendt, er det tilstrækkeligt at bestemme netto-tillægsbelastningen fra den sætningsgivende last for at kunne beregne sætningen. Se også afsnit 6.4.2.

Den sætningsgivende last bliver:

Silo og nyttelast:	21.000 + 19.000	=	40.000	kŇ	
Bortgravet jord:	$(2 \cdot 16, 0 + 1 \cdot 19, 5)10 \cdot 18$	=	-9.300	kN	
Sætningsgivende last			30.700	kN	

Lerlaget deles i to lag med tykkelse 5 og 10 m. Netto-tillægsspændingerne bestemt i midten af lagene bliver da:

I kote +0, 5:

$$\Delta \sigma' = \frac{30.700}{(10+2,5)(18+2,5)} = 120,0 \text{ kN/m}^2$$

I kote -7, 0:

$$\Delta \sigma' = \frac{30.700}{(10+10)(18+10)} = 54.8 \text{ kN/m}^2$$

Sætningen bliver da:

Lag fra kote	$\Delta\sigma'$	$\Delta H$	$\Delta\sigma'\Delta H$
+3,0 til $-2,0$	120,0	5	600,0
-2,0 til -12,0	54,8	10	548,0

$$\sum \Delta \sigma' \Delta H = 1.148, 0$$

Sætningen bliver da:

$$\delta_c = \frac{\sum \Delta \sigma' \Delta H}{K} = \frac{1.148}{9.500} = 0, 12 \text{ m}$$

### 8.2.4 Beregning af sætningens tidsforløb

Ved et konsolideringsforsøg med en 2 cm høj prøve har man målt en relativ sammentrykning på 0,92% for en belastningsforøgelse fra 80 kN/m<sup>2</sup> til 150 kN/m<sup>2</sup>. Tiden for 50% konsolidering blev målt til 15 minutter.

Prøven er taget fra et 7,2 m tykt lerlag, som er beliggende mellem permeable sandlag. Et projekteret bygværk vil forøge belastningen på lerlaget med 75  $kN/m^2$ .

Idet det forudsættes, at lerlaget er færdigkonsolideret for vægten af det overliggende sandlag samt sin egenvægt, skal man bestemme konsolideringssætningen svarende til 75% sætning samt tiden for denne sætning.

Først bestemmes lerlagets konsolideringsmodul, K. Da tillægsbelastningen er  $150 - 80 = 70 \text{ kN/m}^2$ , bliver konsolideringsmodulet ifølge formel 125 i afsnit 6.4.2:

$$K = \frac{\Delta \sigma'}{\Delta \varepsilon} = \frac{70}{0,92} 100 = 7600 \text{ kN/m}^2$$

Den samlede konsolideringssætning findes af formel 127 i afsnit 6.4.2:

$$\delta_c = \frac{\Delta \sigma'}{K} H = \frac{75}{7600} 7, 2 = 0,071 \text{ m}$$

75% af sætningen er:

$$\delta_{c75} = U\delta_c = 0,75 \cdot 0,071 = 0,0533 \text{ m}$$

Permeabiliteten, k, findes af formel 141 i afsnit 7.2, hvor man kender alle størrelser med undtagelse af k. Da prøven i konsolideringsapparatet har dobbeltsidig dræning, skal man indføre prøvens halve højde.

Tidsfaktoren, T, svarende til 50% konsolidering, aflæses i figur 116 til  $T_{50} = 0, 2$ . Permeabiliteten bliver da:

$$k = T \frac{\gamma_w (\frac{1}{2}H)^2}{Kt_{50}} = 0, 2 \frac{10, 0 \cdot 0, 01^2}{7600 \cdot 15 \cdot 60} = 2, 9 \cdot 10^{-11} \text{ m/sec}$$

I figur 116 aflæses tidsfaktoren til T = 0,5 for U = 75%.

Herefter beregnes tiden for 75% konsolidering af formel 141. Da lerlaget er dobbeltsidig drænet, indsættes lerlagets halve tykkelse:

$$t = T \frac{\gamma_w (\frac{1}{2}H)^2}{kK} = 0,5 \frac{10,0\cdot 3,6^2}{2,9\cdot 10^{-11}\cdot 7600} = 2,94\cdot 10^8 \text{ sek}$$

hvilket svarer til:

$$\frac{2,94 \cdot 10^8}{60^2 \cdot 24 \cdot 360} = 9,5 \text{ år}$$

### 8.3 Initialsætninger

Initialsætninger skyldes som nævnt i afsnit 6.2 forskydningsdeformationer og kræver ingen vandudpresning, hvorfor de optræder ret hurtigt. Ved beregning af initialsætninger bør man derfor benytte den største belastning, der kan forventes.

Da forskydningsdeformationer hovedsaglig består i en vandret bevægelse af jordkornene bort fra det belastede område, kan man ikke benytte konsolideringsforsøgene som grundlag for beregningen. I stedet for benyttes udrænede triaksialforsøg.

Ved at afbilde målte værdier af den relative sammentrykning,  $\varepsilon$ , som funktion af differensspændingen, ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ), fås triaksialforsøgets arbejdskurve, se figur 122.

Ved beregning af initialsætninger inddeles de sætningsgivende jordarter i dellag med passende tykkelser. Man kan benytte samme inddeling som ved beregningen af konsolideringssætningerne.

Dernæst beregnes tillægsspændingerne,  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$ , fra bygværket i midten af de enkelte lag, idet formlerne 132 til 135 i afsnit 6.6 benyttes.

Er arbejdskurven retliniet, kan man direkte finde *elasticitetsmodulen*, E, det vil sige kurvens hældning. Det er dog sjældent, man har at gøre med en retliniet arbejdskurve, men er krumningen ikke for stor, kan man definere den aktuelle elasticitetsmodul som hældningen i det punkt på kurven, hvor

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_f \frac{P}{P_f} \tag{151}$$

hvor  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  er trykstyrken ved triaksialforsøget.  $P_f$  er fundamentets brudbelastning, og P er fundamentets virkelige belastning.



Figur 122: Triaksialforsøgets arbejdskurve.

Med en retliniet eller svagt krummet arbejdskurve findes det enkelte dellags initialsætningen,  $\Delta \delta_i$ , af:

$$\Delta\delta_i = \frac{1}{4} \left( 3 + \frac{B+z}{L+z} \right) (\sigma_1 - \sigma_3) \frac{\Delta H}{E}$$
(152)

For en krum arbejdskurve benyttes:

$$\Delta\delta_i = \frac{1}{4} \left( 3 + \frac{B+z}{L+z} \right) \varepsilon_1 \Delta H \tag{153}$$

hvor  $\varepsilon_1$  aflæses på triaksialforsøgets arbejdskurve svarende til de forskellige værdier af tillægsspændingerne,  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ .

Da det er vanskeligt at optage uforstyrrede prøver, og da man finder større initialsætninger, jo mere forstyrrede prøverne er, må man ofte supplere beregninger udført på grundlag af laboratorieforsøg med belastningsforsøg i marken.

#### 8.3.1 Initialsætning af silo

For den silo, hvis konsolideringssætning er bestemt i afsnit 8.1.3, skal initialsætningen beregnes, idet lerets elasticitetsmodul er fundet til  $E = 12.000 \text{ kN/m}^2$ .

Ved beregning af initialsætninger benyttes den forventede maksimale belastning. Det vil i dette tilfælde sige:

P = 30.700 + 6.000 = 36.700 kN

Der regnes med lagtykkelserne 5 og 10 m. Tillægsspændingerne i midten af de to lag findes af formlerne 134 og 135.

I kote +0,5 fås:

$$\sigma_1 = \frac{36.700}{(10+2,5)(18+2,5)} = 143,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_3 = 143, 0 \frac{10^2}{(10+2,5)^2} = 91, 5 \text{ kN/m}^2$$

I kote -7,0 findes tilsvarende:

$$\sigma_1 = \frac{36.700}{(10+10)(18+10)} = 65,5 \text{ kN/m}^2$$
$$\sigma_3 = 65, 5\frac{10^2}{(10+10)^2} = 16,4 \text{ kN/m}^2$$

Da lerlagets elasticitetsmodul, E er kendt, benyttes formel 152. Initialsætningerne bliver da i laget mellem kote +3,0 og -2,0:

$$\Delta \delta_i = \frac{1}{4} \left( 3 + \frac{10+2,5}{18+2,5} \right) (143,0-91,5) \frac{5}{12.000} = 0,0194 \text{ m}$$

I laget mellem kote -2,00 og -12,00 findes tilsvarende:

$$\Delta \delta_i = \frac{1}{4} \left( 3 + \frac{10+10}{18+10} \right) (65, 5-16, 4) \frac{10}{12.000} = 0,0382 \text{ m}$$

Det vil sige, den samlede initialsætning bliver:

$$\delta_i = 0,0194 + 0,0182 = 0,0576 \sim 0,06 \text{ m}$$

# 9 Enkeltpæles bæreevne

## 9.1 Indledning

Pælefundering vil normalt først komme i betragtning, når en direkte fundering har måttet opgives, enten fordi de bæredygtige jordlag er beliggende så dybt, at en direkte fundering er uøkonomisk, eller fordi en fundering i højere liggende jordlag vil medføre for store sætninger.

Pælematerialet er normalt jernbeton, sjældnere anvendt er træ og stål. Formen er i almindelighed prismatisk eller cylindrisk, træpæle er dog oftest svagt koniske. Pælene bringes som regel på plads ved ramning, men de kan dog presses eller vibreres ned. Betonpæle støbes undertiden på stedet – in-situ pæle. Vedrørende krav til pælematerialet henvises til ref. [12].

Det siger sig selv, at en pæls bæreevne aldrig må sættes til mere, end hvad der svarer til pælematerialets styrke. Ved bestemmelse af pælens styrke skal der tages hensyn til søjlevirkning, men kun for den del der står frit i luft eller vand, idet selv ret løst lejret jord vil forhindre udbøjning af pælen. Hvis aflejringerne er ekstremt bløde skal udbøjningsfaren dog undersøges. Det samme gælder for meget slanke stålpæle og for jernbetonpæle, der udnyttes til regningsmæssige betonspændinger over 10 MN/m<sup>2</sup>, jvf. afsnit 7.9 i DS 415, ref. [2]. For jernbetonpæle, der påvirkes til træk, skal man som sædvanlig se bort fra betonarealet således, at armeringen alene skal kunne optage pæletrækket. Kan pælene blive udsat for tværbelastning, skal det eftervises, at der er tilstrækkelig sikkerhed mod bæreevnebrud, idet bæreevnen for tværlast i brudgrænsetilstanden beregnes under hensyntagen til virkningen af de aksiale tryk- eller træklaster.

Foruden at kunne optage påvirkningen fra bygværket, må pælene også kunne tåle påvirkningerne under arbejdets udførelse. Dette får normalt ingen betydning for pæle af træ og stål. For jernbetonpæle kan der ved løftning og transport regnes med et stødtillæg på 100% til egenvægten.

Pælene anbringes i grupper. Man er ret frit stillet med hensyn til valg af pælemateriale, pæletværsnit, pælelængde og af pælenes arrangement.

Fremgangsmåden ved dimensioneringen af et pælefundament vil normalt være den, at et pælearrangement skønnes, hvorefter man ved en beregning efterviser, at ingen af pælene belastes udover deres regningsmæssige bæreevne, og at samtlige pæle er bedst muligt udnyttede. Denne beregning kan enten foregå ved hjælp af elasticitetsteorien, eller man kan benytte en plasticitetsteoretisk metode.

Ved dimensioneringen af et pæleværk skal der tages hensyn til alle relevante grænsetilstande, der bl.a. omfatter:

- svigt af totalstabilitet
- bæreevnebrud hidrørende fra aksial pælelast for såvel pæleværket som for enkeltpælene
- bæreevnebrud hidrørende fra tværbelastning for såvel pæleværket som for enkeltpælene
- brud i pælematerialet under tryk-, træk-, bøjnings-, foldnings- eller forskydningspåvirkning
- kombineret brud i jorden og i konstruktionen
- uacceptable sætninger, hævninger og forskydninger
- uacceptable vibrationer.

Ved undersøgelse af brudgrænsetilstanden kan den regningsmæssige fordeling af lasterne på de enkelte pæle sædvanligvis ske uden hensyntagen til deformationerne, når blot last og pælekræfter udgør et kraftsystem i ligevægt.

Uanset beregningsmåden må den enkelte pæls bæreevne kunne fastlægges. Der er til dette formål udviklet flere metoder. I det følgende omtales:

- 1. Geostatisk beregning, der er en halv-empirisk beregningsmetode til bestemmelse af en pæls statiske bæreevne. Metodens gyldighed er under danske forhold eftervist ved statiske belastningsforsøg (prøvebelastninger). Metoden giver pålidelige resultater, når pælen står i ler, men kan kun anvendes til en foreløbig beregning, når pælen står i friktionsjord.
- 2. Prøveramning, der gør det muligt at bestemme en pæls trykbæreevne ved en energibetragtning. Herved bestemmes pælens dynamiske bæreevne. Metoden kræver, at der er udført tilstrækkelige jordbundsundersøgelser til den nødvendige dybde under pælespidsniveau, og at metoden er kalibreret i forhold til statiske belastningsforsøg på samme pæletype af lignende længde og tværsnit samt under sammenlignelige jordbundsforhold.
- 3. Stødbølgeanalyser, der benyttes til at vurdere bæreevnen af trykpæle. Stødbølgeanalysernes gyldighed skal være baseret på anerkendt dokumentation eller statiske belasningsforsøg med samme type pæle af tilsvarende længde og tværsnit samt ved lignende jordbundsforhold. Den påførte energi skal være stor nok til at sikre tolkning af bæreevnen. Metoden må kun bruges, når jordbundsforholdene er fastlagt.
- 4. Prøvebelastning, der er et markforsøg til bestemmelse af pælens brudlast. Belastningsforsøgene udføres normalt på pæle med samme længde og tværsnit som projektets pæle. Hvis diameteren af forsøgspælene er forskellig fra projektets pæle, skal der tages hensyn hertil ved vurderingen af bæreevnen.

Der skal endelig gøres opmærksom på, at en pælegruppes bæreevne ikke altid er identisk med summen af enkeltpælenes bæreevne. De fire metoder omtales nærmere i det følgende.

## 9.2 Pæles bæreevne i brudgrænsetilstanden

Det skal altid eftervises, at der er tilstrækkelig sikkerhed mod bæreevnebrud, idet følgende ulighed skal være opfyldt for alle lasttilfælde og lastkombinationer i brudgrænsetilstanden:

For trykpæle:

$$F_{cd} \le R_{cd} \tag{154}$$

 $F_{cd}$  pælens regningsmæssige aksiale tryklast i brudgrænsetilstanden  $R_{cd}$  summen af de regningsmæssige bæreevnekomponenter ved aksiallast i brudgrænsetilstanden.

For trækpæle:

$$F_{td} \le R_{td} \tag{155}$$

 $F_{td}$  pælens regningsmæssige aksiale træklast i brudgrænsetilstanden  $R_{td}$  summen af de regningsmæssige bæreevnekomponenter ved aksiallast i brudgrænsetilstanden.

For tværbelastede pæle:

 $F_{trd} \leq R_{trd}$ 

Ftrd pælens regningsmæssige tværlast i brudgrænsetilstanden

 $R_{trd}$  den regningsmæssige bæreevne for tværlast i brudgrænsetilstanden under hensyntagen til virkning af aksiale tryk- eller træklaster.

## 9.3 Geostatisk beregning

Ved en pæls statiske bæreevne forstås den statiske last, som medfører, at der kommer brud i jorden eller i pælematerialet.

En trykpæls regningsmæssige bæreevne,  $R_{cd}$ , kan deles op i to komponenter: spidsmodstand,  $R_{bd}$ , fra det jordlag pælespidsen står i, samt overflademodstand,  $R_{sd}$ , fra de forskellige jordlag pælen går igennem, se figur 123:

$$R_{cd} = R_{bd} + R_{sd} \tag{157}$$

Formel 157 gælder for pæle påvirket til tryk. For trækpæle, hvor der ikke er nogen spidsmodstand, bliver pælens regningsmæssige trækbæreevne:

$$R_{td} = R_{sd} \tag{158}$$

(156)



Figur 123: En enkeltpæls bæreevne.

Den regningsmæssige værdi af  $R_{bd}$  og  $R_{sd}$  bestemmes af:

$$R_{bd} = R_{bk}/\gamma_b \quad \text{og} \quad R_{sd} = R_{sk}/\gamma_b \tag{159}$$

hvor:

$$R_{bk} = q_{bk} A_b \tag{160}$$

og

$$R_{sk} = \sum_{i=1}^{n} q_{sik} A_{si} \tag{161}$$

Partialkoefficienten,  $\gamma_b$ , fastlægges i henhold til DS 415.

Rok og Rok	karakteristisk værdi af spids- og overflademodstand
Ab	pælens tværsnitsareal
Asi	pælens overfladeareal i jordlag i
96k	karakteristisk værdi af spidsmodstanden pr. arealenhed
qsik	karakteristisk værdi af overflademodstanden pr. arealenhed i jordlag <i>i</i> .

Pælespidsens tværsnitsareal,  $A_b$ , kan for hule pæle normalt sættes lig pælens totale tværsnitsareal. For pæle af profiljern (for eksempel HE-profiler) sættes  $A_b$  lig den mindste omskrevne konvekse polygon. For stålspunsvægge skal man dog reducere det således bestemte areal med 20%.

Det er en forudsætning, at den karakteristiske værdi af  $q_{bk}$  og  $q_{sik}$  udledes af beregningsregler, der er baseret på efterviste sammenhænge mellem resultaterne af statiske belastningsforsøg og resultaterne af mark- eller laboratorieforsøg. Ifølge DS 415 skal beregningsreglerne være udformet på en sådan måde, at brudbæreevnen – ved brug af de karakteristiske værdier af  $q_{bk}$  og  $q_{sik}$  – i gennemsnit ikke overstiger brudbæreevnen målt ved statiske belastningsforsøg divideret med 1,5.

Principielt burde man kunne betragte en pæl som et fundament og derfor anvende de formler, der gælder for fundamenters bæreevne. Det viser sig imidlertid, at bæreevneformlerne ikke uden videre kan overføres til pæle.

Under danske forhold har man på baggrund af erfaringer fra statiske belastningsforsøg opstillet et empirisk formelsæt, der gælder for rammede prismatiske eller cylindriske enkeltpæle med *spidsen i kohæsionsjord*:

$$q_{bk} = \frac{1}{1,5} \cdot 9c_u \quad \text{i kohæsionsjord} \tag{162}$$

$$q_{sik} = \frac{1}{1.5} mrc_u \quad \text{i kohæsionsjord} \tag{163}$$

$$q_{sik} = \frac{1}{1.5} N_m q'_m \quad \text{i friktionsjord} \tag{164}$$

$$N_m = 0, 6$$
 for trykpæle

$$N_m = 0, 2$$
 for trækpæle

 $m = \begin{cases} 1, 0 & \text{for træ} \\ 0, 8 - 1, 0 & \text{for beton} \\ 0, 7 & \text{for stål} \end{cases}$ 

Erfaringsmæssigt kan der ofte for pæle med spidsen i fast moræneler regnes med:

$$q_{bk} = \frac{1}{1,5} \cdot 18c_u \quad \text{i kohæsionsjord} \tag{165}$$

I ovenstående udtryk er:

- c., lerets karakteristiske udrænede forskydningsstyrke
- $q'_m$  det effektive overlejringstryk bestemt til midten af det pågældende lag
- m materialefaktor. Er pælene asfalterede, kan m blive meget lille
- Nm dimensionsløs overfladefaktor
- r regenerationsfaktor, der er lig forholdet mellem det omgivende lers forskydningsstyrke på det aktuelle tidspunkt (efter pæleramningen) og lerets forskydningsstyrke i intakt tilstand.



Figur 124: Skematisk illustration af forskydningsstyrkens variation med tiden.

Ved ramning af en pæl, vil leret nærmest pælen æltes. Samtidig presses en del af porevandet ud af leret. Det udpressede vand kan lægge sig som en smørende hinde mellem pælen og det omgivende ler. Derfor er overflademodstanden under selve ramningen forsvindende. Efterhånden som tiden går, vil leret genvinde en del af sin forskydningsstyrke. Denne styrketilvækst fremmes af, at træpæle og i mindre grad betonpæle virker som en slags lodrette dræn, der hjælper med til at regenerere det æltede ler. Regenerationsfaktoren afhænger derfor af såvel lerets og pælens art som af den tid, der er forløbet siden pælens ramning. Leret genvinder en væsentlig del af sin styrke indenfor den første måned, selv om man har mange eksempler på, at styrken også kan vokse efter dette tidspunkt.

Den maksimale værdi af regenerationsfaktoren, r, viser sig i hovedsagen at være afhængig af lerets oprindelige styrke således, at r falder med styrken. For blødt kvikler kan regenerationsfaktoren være ca. 1,2. For blødt normalkonsolideret ler omkring 1,0 og for fast, dansk moræneler 0,4. I figur 124 er skematisk vist eksempler på forskydningsstyrkens variation med tiden. Hvor der ikke sker en nærmere bestemmelse, sættes r = 0, 4, når der samtidig regnes med materialefaktor, m = 1, 0, og der ikke regnes med større styrker end  $c_u = 500 \text{ kN/m}^2$ . Det betyder, at produktet af m og r aldrig kan blive mindre end 0,4. Ved geostatisk beregning af den negative overflademodstand bør der dog regnes med  $r \sim 1, 0$ , se afsnit 1.4.

Ifølge ref. [11] kan der for pæle, der har stået i jorden i minimum en måned, på den sikre side regnes med følgende regerationsfaktorer:

 $\begin{aligned} r &= 1 \text{ for } c_v < 40 \text{ kN/m}^2 \\ rc_v &= 40 \text{ kN/m}^2 \text{ for } 40 \leq c_v < 100 \text{ kN/m}^2 \\ r &= 0,4 \text{ for } 100 \leq c_v < 500 \text{ kN/m}^2 \\ rc_v &= 200 \text{ kN/m}^2 \text{ for } c_v \geq 500 \text{ kN/m}^2, \text{ idet der ikke må regnes med større} \\ \text{styrke end } c_u &= 500 \text{ kN/m}^2. \end{aligned}$ 

Som tidligere nævnt bør der ved beregning af negativ overflademodstand regnes med r = 1.

Ved beregning af en pæls spidsmodstand skal der tages hensyn til styrken i lagene såvel over som under pælespidsniveau. Spidsmodstanden af pæle i ler er lille sammenlignet med overflademodstanden. Kun i fast moræneler kan der påregnes en betydende spidsmodstand. Overflademodstanden er, som det fremgår af formel 163, uafhængig af overlejringstrykket.

For sprækket ler beregnes spidsmodstanden med den til sprækkerne svarende reducerede forskydningsstyrke,  $c_u < c_v$ . Overflademodstanden kan derimod bestemmes for  $c_u \sim c_v$ .

Den geostatiske beregning giver som regel pålidelige resultater for de normalt forekommende danske lerarter.

For rammede pæle med spidsen i sand er den geostatiske beregning så usikker, at den ikke kan anvendes til en endelig bestemmelse af bæreevnen.

For trækpæle i sand, hvor overflademodstanden er afgørende for pælens bæreevne, bør bæreevnen normalt bestemmes ved belastningsforsøg (trækforsøg).

Til en foreløbig bestemmelse af spidsmodstanden for pæle med spidsen i sand kan man benytte følgende udtryk:

$$q_{bk} \sim \frac{1}{1,5} \cdot 2N_q q'_p \tag{166}$$

- $N_q$  er den fra direkte fundering kendte bæreevnefaktor, svarende til jordens karakteristiske plane friktionsvinkel
- $q'_p$  er det effektive overlejringstryk i pælespidsniveau.

Der bør iøvrigt kun regnes med fuld spidsmodstand i sand, såfremt den pågældende sandaflejring findes i en tykkelse af mindst 3 gange pælens mindste sidelinie under pælespidsen og mindst 5 gange over denne.

Hvis der foretages opfyldninger, efter at pælene er rammet, bør overflademodstanden i opfyldningen ikke regnes bærende. Bæreevnen i underliggende friktionsjord bør endvidere fastlægges ud fra de værdier af  $q'_p$  og  $q'_m$ , der var gældende, før opfyldningen blev foretaget. Hvis der sker en afgravning, efter at pælene er rammet, bør formindskelsen af bæreevnen hidrørende fra de ændrede værdier af  $q'_p$  og  $q'_m$  vurderes nærmere.

#### 9.3.1 Borede pæle

For borede, in-situ støbte pæle kan bæreevnen være væsentligt mindre end for tilsvarende rammede pæle. Spidsmodstanden for borede, in-situ støbte pæle kan bestemmes som for et direkte funderet fundament. Det skal dog iagttages, at anvendelse af regningsmæssig bæreevne større end 1000 kN/m<sup>2</sup> i lastkombination 2 kun er tilladt i skærpet funderingsklasse. Ved bestemmelse af overflademodstanden må der ikke uden nærmere undersøgelser regnes med en overflademodstand på mere end 30% af en tilsvarende rammet pæls overflademodstand. Anvendes der boremudder til stabilisering af borehullet, kan overflademodstanden blive endnu mindre.

## 9.4 Negativ overflademodstand

Hvis en pæl går gennem et ler- eller gytjelag, der efter pælens ramning konsolideres, for eksempel som følge af en opfyldning eller grundvandssænkning, kan pælen blive påvirket af en nedadrettet overflademodstand fra det konsoliderende lag. Princippet er vist i figur 125. Til venstre i figuren er pælen vist før opfyldningen. I midten og til højre er pælen vist efter opfyldningen.



Figur 125: Overflademodstand ved konsolidering.

Hvis man kan acceptere de ofte ret betydelige sætninger af pælen, der er nødvendige for at overflademodstanden bliver opadrettet, kan man inkludere overflademodstanden i pælens bæreevne, som vist i figur 125 i midten, hvor overflademodstanden er opadrettet.

Såfremt man ønsker, at pælen skal stå fast i det underliggende sandlag eller moræneler, må man til pælens belastning lægge den nedadrettede – såkaldt *negative* – overflademodstand fra det konsoliderende lag.

Der skal altid foretages en undersøgelse af anvendelsesgrænsetilstanden for et pæleværk, ligesom ved direkte fundering, hvor sætningsforholdene skal vurderes. Ved undersøgelsen af anvendelsesgrænsetilstanden er det vigtigt at tage hensyn til eventuel negativ overflademodstand. For store pæleværker kan den samlede sætning vurderes efter de samme metoder, som er omtalt under direkte fundering. For mindre pælefunderinger kan undersøgelsen indskrænkes til en undersøgelse af den *negative overflademodstands* indflydelse på sætningerne, forudsat at der ikke under pælespidserne findes stærkt sætningsgivende aflejringer. Der må altså foretages to undersøgelser – en normal brudundersøgelse og en deformationsundersøgelse, hvor den negative overflademodstands indflydelse på sætningerne undersøges.

Bestemmelsen af den faktisk optrædende negative overflademodstand er et kompliceret deformationsproblem. Hvor der ikke sker en nøjagtig bestemmelse af den negative overflademodstand, skal størrelsen af den negative overflademodstand svare til den maksimale værdi, der kan genereres ved store sætninger af de sætningsgivende lag i forhold til konstruktionen. Ifølge DS 415 kan den maksimale negative overflademodstand bestemmes som den mindste af følgende værdier, se figur 126:

- den geostatisk beregnede overflademodstand i aflejringerne over de ikkesætningsgivende lag
- den sætningsgivende last inden for det volumen, som nedadtil afgrænses af flader, der hælder 1:2 med lodret, og som går igennem pæletværsnittets skæring med med de ikke-sætningsgivende lags overside.



Figur 126: Bestemmelse af negativ overflademodstand.

Den sætningsgivende last i figur 126 er vist som en opfyldning på det eksisterende terræn. Den sætningsgivende last kan også stamme fra en grundvandssænkning. I dette tilfælde beregnes den sætningsgivende last som forøgelsen af de effektive spændinger som følge af grundvandssænkningen bestemt over det



Figur 127: Last på fundamentet fra overliggende jord.

tilsvarende areal som ved opfyldning. Der skal i øvrigt kun medregnes den del af den sætningsgivende last, der vil fremkomme i de sætningsgivende lag efter pælens nedbringning.

Det jordvolumen, der hviler oven på fundamentet, vist skraveret på figur 127, medregnes som last på fundamentet, og indgår i pælelasten både i brudberegningen og i deformationsberegningen.

Skyldes den negative overflademodstand en permanent vandspejlssænkning, beregnes den sætningsgivende last lettest som en fiktiv overfladelast, der medfører samme terrænsætning som vandspejlssænkningen (ref. Børge Knudsen, upubliceret). Følgende fremgangsmåde kan derfor benyttes:

- 1. Beregn terrænsætningen fra vandspejlssænkningen.
- 2. Beregn hvilken overfladelast, der giver den samme sætning.
- 3. Beregn derefter den negative overflademodstand og den forøgede belastning på fundamentet for denne fiktive overfladelast.

Princippet er illustreret i figur 128, hvor det sætningsgivende lag er overlejret af sand. Når grundvandspejlet afsænkes fra GVS1 til GVS2, forøges den effektive spænding i det sætningsgivende lag:

 $\Delta \sigma' = (\gamma - \gamma')h$ 

- $\Delta\sigma'$ effektiv spændingsforøgelse i det sætningsgivende lag lig med den fiktive overfladelast
- $\gamma$  jordens rumvægt over grundvandsspejlet
- $\gamma'$  jordens rumvægt under grundvandsspejlet reduceret for opdrift
- h afsænkning af grundvandsspejlet.



Figur 128: Bestemmelse af fiktiv overfladelast ved afsænkning af grundvandsspejlet.

Den fiktive overfladelast behandles nu som en ækvivalent opfyldning, der fordeles mellem sætningsgivende last (lodret skraveret) og last på fundamentet (skråt skraveret).

1. Brudgrænsetilstand:

Pælen skal have *normal* sikkerhed, når alle lag regnes bærende. Det vil sige, der gennemføres en normal undersøgelse af brudgrænsetilstanden, idet betingelsen i formel 1 skal være opfyldt, når alle lag regnes bærende (opadrettet overflademodstand i alle lag som vist i figur 123):

$$F_{cd} \le R_{cd} \tag{167}$$

2. Anvendelsesgrænsetilstand:

Pælen skal have en passende sikkerhed, når den fulde negative overflademodstand (i de lag, hvor den kan blive negativ) tages i betragtning. Undersøgelsen af anvendelsesgrænsetilstanden for mindre pælefunderinger kan gennemføres som en vikarierende beregning med partialkoefficienter fastsat i henhold til DS 415, afsnit 5.3, idet følgende betingelse skal være opfyldt:

$$F_{cd} + 1,5F_{neg} \le 1,4R_{cd} \tag{168}$$

- $F_{cd}$  pælens regningsmæssige aksiale tryklast i brudgrænsetilstanden med kvadratroden af partialkoefficienter for lastkombination 2 uden bidrag fra negativ overflademodstand.
- $F_{neg}$  pælens regningsmæssige negative overflademodstand med partialkoefficient 1,0 bestemt ved geostatisk beregning, det vil sige ifølge formel 161:

$$F_{neg} = \left(\sum_{i=1}^{n} q_{sik} A_{si}\right) / 1,0 \tag{169}$$

hvor n er de lag, hvori oveflademodstanden kan blive negativ, og  $q_{sik}$  bestemmes af formlerne 163 og 164.

 $R_{cd}$  den regningsmæssige bæreevne af de ikke-sætningsgivende jordlag bestemt ved geostatisk beregning, formel 157.

I brudgrænsetilstanden skal pælematerialet undersøges med sædvanlige partialkoefficienter for lastkombination 2.1. I anvendelsesgrænsetilstanden (ved den vikarierende beregning) kan der regnes med kvadratroden af partialkoefficienterne.

## 9.5 Geostatisk beregning – eksempler

### 9.5.1 Pæles bæreevne bestemt ved geostatisk beregning

I figur 129 er vist en 25 · 25 cm<sup>2</sup> jernbetonpæl, der rammes 8,6 m ned under jordoverfladen. Pælens regningsmæssige trykbæreevne i lastkombination 2.1 og i normal funderingsklasse skal bestemmes i de tre viste tilfælde, hvor jordbundsforholdene er følgende:

- 1. 1 m fyld og derunder blødt, normalkonsolideret ler (pæl 1).
- 2. 1 m fyld, derunder 6,35 m blødt, normalkonsolideret ler og herunder fast moræneler (pæl 2).
- 3. 1 m fyld, derunder 6,35 m blødt, normalkonsolideret ler og nederst sand (pæl 3).

Grundvandsspejlet (u = 0-niveauet) er i alle tre tilfælde beliggende 2,8 m under terræn. Om de forskellige jordlag kendes iøvrigt følgende parametre:

Fyld med c = 0,  $\phi = 0$  og  $\gamma = 16$  kN/m<sup>3</sup>.

Blødt normalkonsolideret ler med  $c_u = 60 \text{ kN/m}^2$ ,  $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$ .

Moræneler med  $c_u = 240 \text{ kN/m^2}, \gamma = 20,5 \text{ kN/m^3}.$ 



Figur 129: Geostatisk beregning af pæles trykbæreevne.

Sand med  $\phi_{tr} = 36^{\circ} \text{ og } \gamma = 21 \text{ kN/m}^3$ 

Pæl 1 står med spidsen i det bløde normalkonsoliderede ler. Den regningsmæssige spidsmodstand bestemmes derfor af formlerne 162, 160 og 159:

$$q_{bk} = \frac{1}{1,5} \cdot 9c_u = \frac{1}{1,5} \cdot 9 \cdot 60 = 360 \text{ kN/m}^2$$
$$R_{bk} = q_{bk}A_b = 360 \cdot 0, 25^2 = 22,5 \text{ kN}$$
$$R_{bd} = \frac{R_{bk}}{\gamma_b} = \frac{22,5}{1,3} = 17,3 \text{ kN}$$

Fyldlaget giver intet bidrag til overflademodstanden, og da pælen i øvrigt står i ler findes den regningsmæssige overflademodstand af formlerne 163, 161 og 159, idet m sættes til 1,0 og  $rc_u = 40$  kN/m<sup>2</sup>, se side 176:

$$q_{sik} = \frac{1}{1,5}mrc_u = \frac{1}{1,5} \cdot 1, 0 \cdot 40 = 26,7 \text{ kN/m}^2$$
$$R_{sk} = \sum_{i=1}^{n} q_{sik} A_{si} = 26,7(7,6\cdot0,25\cdot4) = 202,9 \text{ kN}$$

$$R_{sd} = \frac{R_{sk}}{\gamma_b} = \frac{202,9}{1,3} = 156,1 \text{ kN}$$

Pælens regninsmæssige trykbæreevne bliver da:

$$R_{cd} = R_{bd} + R_{sd} = 17, 3 + 156, 1 = 173$$
 kN

Det ses tydeligt af eksemplet, at for pæle i blødt ler stammer den overvejende del af bæreevnen fra overflademodstanden.

Pæl 2 står med spidsen i fast moræneler. Spidsmodstanden findes derfor af formlerne 165, 160 og 159:

$$q_{bk} = \frac{1}{1,5} \cdot 18c_u = \frac{1}{1,5} \cdot 18 \cdot 240 = 2880 \text{ kN/m}^2$$
$$R_{bk} = q_{bk}A_b = 2880 \cdot 0, 25^2 = 180, 0 \text{ kN}$$

$$R_{bd} = \frac{R_{bk}}{\gamma_b} = \frac{180,0}{1,3} = 138,5 \text{ kN}$$

Overflademodstanden bestemmes for begge lerlag af formlerne 163, 161 og 159, idet m = 1, 0. For det bløde ler er  $rc_u = 40$ , og for moræneleret er r = 0, 4, se side 6:

$$q_{sik1} = \frac{1}{1,5}mrc_{u} = \frac{1}{1,5} \cdot 1, 0 \cdot 40 = 26,7 \text{ kN/m}^{2}$$

$$q_{sik2} = \frac{1}{1,5}mrc_{u} = \frac{1}{1,5} \cdot 1, 0 \cdot 0, 4 \cdot 240 = 64,0 \text{ kN/m}^{2}$$

$$R_{sk} = \sum_{i=1}^{n} q_{sik}A_{si} = 26,7(6,35 \cdot 0,25 \cdot 4) + 64,0(1,25 \cdot 0,25 \cdot 4) = 64,$$

 $R_{sk} = 249,5$  kN

$$R_{sd} = \frac{R_{sk}}{\gamma_b} = \frac{249,5}{1,3} = 191,9 \text{ kN}$$

Pælens regningsmæssige trykbæreevne bliver da:

$$R_{cd} = R_{bd} + R_{sd} = 138, 5 + 191, 9 = 330$$
 kN

Pæl 3 står med spidsen i sand, hvorfor spidsmodstanden overslagsmæssigt bestemmes af formlerne 166, 160 og 159. Den karakteristiske plane friktionsvinkel bliver:

$$\phi_{pl} = 1, 1 \cdot 36, 0^{\circ} = 39, 6^{\circ}$$

Hertil svarer  $N_q = 60, 7$ .

Det effektive overlejringstryk i pælespidsniveau er:

$$q'_{n} = 1, 0 \cdot 16 + 1, 8 \cdot 19 + 4, 55 \cdot 9, 0 + 1, 25 \cdot 11 = 105, 0 \text{ kN/m}^{2}$$

Spidsmodstanden bliver da:

$$q_{bk} \sim \frac{1}{1,5} \cdot 2 \cdot 60, 7 \cdot 105, 0 = 8498 \text{ kN/m}^2$$
$$R_{bk} \sim q_{bk} A_b = 8498 \cdot 0, 25^2 = 531, 1 \text{ kN}$$
$$R_{bd} \sim \frac{R_{bk}}{\gamma_b} = \frac{531, 1}{1, 3} = 408, 6 \text{ kN}$$

Pælens nederste del står i sand, hvorfor  $q_{sik}$  beregnes af formel 164. Resten af pælen står i blødt ler, hvor  $q_{sik}$  beregnes af formel 163.

Det effektive overlejringstryk i niveau med pælens halve rammedybde i sandlaget bliver:

$$q'_m = 1, 0 \cdot 16 + 1, 8 \cdot 19 + 4, 55 \cdot 9, 0 + \frac{1}{2} \cdot 1, 25 \cdot 11 = 98, 1 \text{ kN/m}^2$$

Den karakteristiske værdi af overflademodstanden pr. arealenhed i sandlaget bliver da, idet  $N_m = 0, 6$  for trykpæle:

$$q_{sik} = \frac{1}{1,5} N_m q'_m = \frac{1}{1,5} \cdot 0, 6 \cdot 98, 1 = 39, 2 \text{ kN/m}^2$$

I det bløde ler er forholdene som for pæl 2, hvorfor den karakteristiske værdi af overflademodstanden pr. arealenhed er den samme som for pæl 2:

$$q_{sik} = 26,7 \text{ kN/m}^2$$

Herefter findes:

$$R_{sk} = 39, 2(1, 25 \cdot 0, 25 \cdot 4) + 26, 7(6, 35 \cdot 0, 25 \cdot 4) = 218, 5 \text{ kN}$$
$$R_{sd} = \frac{218, 5}{1\cdot 3} = 168, 1 \text{ kN}$$

Pælens regningsmæssige trykbæreevne bliver da overslagsmæssigt:

 $R_{cd} = R_{bd} + R_{sd} = 408, 6 + 168, 1 = 577 \text{ kN}$ 

### 9.5.2 Bæreevne af pæl med negativ overflademodstand

I figur 130 er vist en  $25 \cdot 25$  cm<sup>2</sup> jernbetonpæl, der skal bære en egenvægt på G = 160 kN og en nyttelast på P = 140 kN.

Jordbundsforholdene er følgende:

Fra terræn i kote 11,0 til kote 5,75: Blødt normalkonsolideret ler med udrænet forskydningsstyrke,  $c_u = 30 \text{ kN/m}^2$ , og rumvægt,  $\gamma = 19,0 \text{ kN/m}^3$ .

Fra kote 5,75 til kote 5,25: Sand med den triaksiale friktionsvinkel,  $\phi_{tr} = 35^{\circ}$ , og rumvægten,  $\gamma = 20,0 \text{ kN/m}^3$ .

Fra kote 5,25 til stor dybde: Fast moræneler med udrænet forskydningsstyrke,  $c_u = 320 \text{ kN/m}^2$ , og rumvægt,  $\gamma = 20,5 \text{ kN/m}^3$ .

Grundvandsspejlet står i kote 11,0, det vil sige i terræn. Efter ramningen udlægges et 1,5 m tykt sandlag med  $\gamma = 18,0 \text{ kN/m}^3$ . Grundvandsspejlets beliggenhed forudsættes ikke at ændre sig i forbindelse med bygeriet.



Figur 130: Bæreevne af pæl med negativ overflademodstand.

Da der ikke kan påregnes fuld spidsmodstand i sandlaget, må pælen rammes ned i moræneleret.

Det udlagte sandlag vil konsolidere det bløde ler. Da overbygningen er meget sætningsfølsom, er det nødvendigt at undersøge den negative overflademodstands indflydelse på sætningerne. Pælens nødvendige rammedybde i moræneleret ønskes bestemt, idet der forudsættes lastkombination 2.1 og normal funderingsklasse.

Pælens nederste del står i moræneler, så både spidsmodstanden og overflademodstanden er uafhængige af overlejringstrykket. Man kan derfor direkte finde den nødvendige rammedybde i moræneleret for at opnå den ønskede bæreevne.

#### Brudgrænsetilstand. Bæreevne

Da pælespidsen står i fast moræneler, kan den karakteristiske spidsmodstanden pr. arealenhed findes af formel 165:

$$q_{bk} = \frac{1}{1,5} \cdot 18c_u = \frac{1}{1,5} \cdot 18 \cdot 320 = 3840 \text{ kN/m}^2$$

Herefter findes:

$$R_{bk} = q_{bk}A_b = 3840 \cdot 0, 25^2 = 240 \text{ kN}$$
$$R_{bd} = \frac{240}{1.3} = 184, 6 \text{ kN}$$

Den regningsmæssige overflademodstand i moræneleret bliver, idet m sættes til 1,0, og r = 0, 4 ifølge side 176:

$$q_{sik} = \frac{1}{1,5} mrc_u = \frac{1}{1,5} \cdot 1, 0 \cdot 0, 4 \cdot 320 = 85, 3 \text{ kN/m}^2$$

$$R_{sk} = q_{sik} A_{si} = 85, 3(4 \cdot 0, 25 \cdot x) = 85, 3x \text{ kN}$$

$$R_{sd} = \frac{R_{sk}}{\gamma_b} = \frac{85, 3x}{1,3} = 65, 6x \text{ kN}$$

Den regningsmæssige overflademodstand bliver, idet det effektive overlejringstryk,  $q'_m$ , i midten af sandlaget beregnes for forholdene før opfyldningen:

 $q'_m = 5,25 \cdot 9,0 + 0,25 \cdot 10 = 49,8 \text{ kN/m}^2$ 

Den regningsmæssige overflademodstanden i sandlaget bliver da, idet  $N_m = 0, 6$ :

$$q_{sik} = \frac{1}{1,5} N_m q'_m = \frac{1}{1,5} \cdot 0, 6 \cdot 49, 8 = 19,9 \text{ kN/m}$$
$$R_{sk} = q_{sik} A_{si} = 19,9(0,5 \cdot 0,25 \cdot 4) = 10,0 \text{ kN}$$
$$R_{sd} = \frac{R_{sk}}{\gamma_b} = \frac{10,0}{1,3} = 7,7 \text{ kN}$$

Den regningsmæssige overflademodstand i det bløde ler bliver, idet m = 1, 0, ogr = 1, 0 ifølge side 176:

$$q_{sik} = \frac{1}{1,5}mrc_u = \frac{1}{1,5} \cdot 1, 0 \cdot 1, 0 \cdot 30 = 20, 0 \text{ kN/m}^2$$

$$R_{sk} = q_{sik}A_{si} = 20, 0(4 \cdot 0, 25 \cdot 5, 25) = 105, 0 \text{ kN}$$

$$R_{sd} = \frac{R_{sk}}{\gamma_b} = \frac{105,0}{1,3} = 80,8 \text{ kN}$$

Ved undersøgelsen af brudgrænsetilstanden ses der bort fra overflademodstand i sandfylden.

Pælens regningsmæssige trykbæreevne bliver da:

$$R_{cd} = R_{bd} + \sum R_{sd} = 184, 6 + (65, 6x + 7, 7 + 80, 8) = 273 + 65, 6x \text{ kN}$$

Pælens regningsmæssige aksiale tryklast bliver:

 $F_{cd} = G + \gamma_f P = 160 + 1, 3 \cdot 140 = 342 \text{ kN}$ 

Da betingelsen i formel 1 skal være opfyldt, fås:

 $F_{cd} \leq R_{cd}$  eller  $342 \leq 273 + 65, 6x$ 

Heraf findes den nødvendige rammedybde i moræneleret til x > 1,05 m.

#### Anvendelsesgrænsetilstand. Negativ overflademodstand

Som omtalt side 179 kan den maksimale værdi af den negative overflademodstand bestemmes som den mindste af følgende værdier, se i øvrigt figur 126:

- den geostatisk beregnede overflademodstand i aflejringerne over de ikkesætningsgivende lag
- den sætningsgivende last fra det volumen, som nedadtil afgrænses af flader, der hælder 1:2 med lodret, og som går igennem pæletværsnittets skæring med med de ikke-sætningsgivende lags overside.

Overflademodstanden kan blive negativ i det bløde ler og i opfyldningen. Pælens regningsmæssige negative overflademodstand ved geostatisk beregning bliver i henhold til formel 169:

$$F_{neg} = \left(\sum_{i=1}^{n} q_{sik} A_{si}\right)/1, 0$$

Overflademodstanden i opfyldningen medregnes i dette tilfælde. Den bliver, idet  $N_m = 0, 6$ :

$$q_{sik} = \frac{1}{1,5} N_m q'_m = \frac{1}{1,5} \cdot 0, 6(0,75 \cdot 18) = 5,4 \text{ kN/m}^2$$

$$R_{sk} = q_{sik}A_{si} = 5, 4(1, 5 \cdot 0, 25 \cdot 4) = 8, 1 \text{ kN}$$

Herefter findes:

$$F_{neg} = (105, 0 + 8, 1)/1, 0 = 113$$
 kN

Den sætningsgivende last bliver, se figur 128:

$$\frac{\pi}{4} \cdot 5, 5^2 \cdot 1, 5 \cdot 18 = 641 \text{ kN}$$

Da  $1, 5F_{neg} = 1, 5 \cdot 113 = 170$  kN er mindre end den sætningsgivende last, 641 kN, skal den geostatisk beregnede negative overflademodstand anvendes, det vil sige:

$$G + P\sqrt{\gamma_f} + 1, 5F_{neg} \leq 1, 4R_{cd}$$

eller:

$$160 + 140\sqrt{1,3} + 1,5 \cdot 113 < 1,4(7,7+65,6x+184,6)$$

Heraf findes den nødvendige rammedybde i moræneleret i anvendelsesgrænsetilstanden til x > 2,39 m.

I anvendelsesgrænsetilstanden medfører den negative overflademodstands indflydelse på sætningerne, at rammedybden må forøges til 2,39 m i stedet for brudgrænsetilstandens rammedybde på 1,05 m.

### 9.6 Prøveramning

Medens den geostatiske beregning principielt bygger på en statisk ligevægtsbetragtning, baseres prøveramning på energibetragtninger. Det er ikke umiddelbart givet, at pælens bæreevne fundet ved en energibetragtning – kaldet pælens dynamiske bæreevne – er identisk med den statiske bæreevne. Princippet er, at rammemodstanden registreres, hvorefter pælens brudbæreevne beregnes ved anvendelse af en rammeformel. Når der anvendes rammeformler til at bestemme trykbæreevnen, skal disse formlers gyldighed være baseret på anerkendt dokumentation eller statiske belastningsforsøg med samme type pæle af tilsvarende længde og tværsnit samt ved lignende jordbundsforhold. Det betyder også, at rammeformler kun må anvendes, hvis jordbundsforholdene er fastlagt.

Ifølge DS 415, 6.3.6.2, er det en betingelse, at den karakteristiske værdi af rammemodstanden,  $R_{dynk}$ , er udledt af beregningsregler, der er baseret på belastningsforsøg. Den karakteristiske værdi af  $R_{dynk}$ , fundet ved beregningsreglerne, skal være fastlagt på en sådan måde, at bæreevnen fundet herved i gennemsnit ikke overstiger brudbæreevnen målt ved statiske belastningsforsøg divideret med 1,5.

Den regningsmæssige bærevne,  $R_{cd}$ , bestemmes herefter som:

$$R_{cd} = R_{dynk} / \gamma_b \tag{170}$$

For pæle med spidsen i friktionsjord kan brudbæreevnen bestemmes ved hjælp af "Den Danske Rammeformel".

Ved ramning af pæle i ler vil der foregå en æltning af leret nærmest pælen og en udpresning af en del af porevandet, hvorfor overflademodstanden under ramningen er forsvindende. Den dynamiske spidsmodstand under ramningen kan derimod være betydeligt større end den statiske spidsmodstand efter ramningen. Der vil derfor ikke være nogen entydig sammenhæng mellem rammemodstanden og den statiske bæreevne for pæle i ler. Man må derfor *ikke benytte rammeformler, når pælen står med spidsen i ler.* I dette tilfælde skal man bestemme pælens bæreevne på grundlag af en prøvebelastning eller ud fra en geostatisk beregning. I lempet funderingsklasse tillades "Den Danske Rammeformel" dog anvendt, når spidsen er under de sætningsgivende lag. Rammeformlen er baseret på, at den tilførte energi (faldhammerens bevægelsesenergi) er lig med det arbejde, som medgår til at drive pælen et stykke, *s*, ned i jorden, samt det arbejde der udføres ved den elastiske deformation af pælen og rammehatten plus arbejdet ved den elastiske og plastiske deformation af jorden. Dette kan udtrykkes, se i øvrigt figur 131:

$$\eta hG = Qs + \Delta E$$

(171)

hvor:	η	er en effektivitetsfaktor
	h	er den lodrette faldhøjde [m]
	G	er hammerens vægt [kN]
	Q	er pælens dynamiske bæreevne [kN]
	s	er nedsynkningen pr. ramslag [m]
	$\Delta E$	er energitabet.

Der er i tidens løb udviklet mange forskellige rammeformler. De forskellige formler adskiller sig principielt fra hinanden ved bestemmelsen af energitabet,  $\Delta E$ .

Blandt de bedste rammeformler er "Den Danske Rammeformel", hvor energitabet,  $\Delta E$ , sættes lig produktet af  $\frac{1}{2}Q$  og den dynamiske sammentrykning af pælen



Figur 131: Betegnelser i rammeformlen.

under stødet fra ramslaget,  $s_o$ . Den dynamiske sammentrykning kan udtrykkes på følgende måde:

$$s_o = \sqrt{\frac{2\eta h G l_p}{A_b E}} \tag{172}$$

hvor:  $l_p$ 

er pælens længde [m]

 $A_b$  er pælens tværsnitsareal [m<sup>2</sup>]

E er pælematerialets elasticitetsmodul [kN/m<sup>2</sup>]

I formel 172 er det endvidere forudsat, at der regnes med følgende elasticitetsmoduler:

Betonpæle:	E =	$20 \cdot 10^6$	$kN/m^2$
Iræpæle:	E =	$10\cdot 10^6$	$kN/m^2$
Stålpæle:	E =	$210\cdot 10^6$	$kN/m^2$

Indsættes formel 172 i formel 171 fås:

$$\eta hG = Qs + \frac{1}{2}Qs_o$$

eller:

$$Q = \frac{\eta h G}{s + \frac{1}{2}s_o}$$

(173)

Gyldigheden af "Den Danske Rammeformel" er eftervist ved statiske belastningsforsøg, hvorfor den karakteristiske rammemodstand,  $R_{dunk}$ , kan findes som:

$$R_{dynk} = \frac{1}{1,5}Q\tag{174}$$

eller:

$$R_{dynk} = \frac{1}{1,5} \frac{\eta h G}{s + \frac{1}{2} s_o}$$
(175)

Effektivitetsfaktoren,  $\eta$ , er defineret således, at  $\eta hG$  repræsenterer hammerens kinetiske energi umiddelbart før slagøjeblikket. Rammehattens eventuelle dæmpende virkning er empirisk indregnet i rammeformlen. For almindelige faldhamre kan man normalt regne med:

$$\eta = \eta_o (1 - \mu \tan \theta) \tag{176}$$

hvor  $\eta_o$  er 0,7 à 0,95 og  $\mu \sim 0, 1$  à 0,4, afhængig af spil, mægler, hammer etc.  $\theta$  er pælens vinkel med lodret. Hvor der ikke foretages direkte målinger, bør man anvende  $\eta_o \sim 0, 7$  og  $\mu \sim 0, 4$ .

Pælens regningsmæssige bæreevne bliver da ifølge formel 170:

$$R_{cd} = \frac{R_{dynk}}{\gamma_b} \tag{177}$$

Prøveramningen skal som nævnt udføres med pæle af samme type, som de pæle, der indgår i bygværket. Nedsynkningen, s, pr. ramslag måles som middeltallet for en serie ramslag, der giver en samlet nedsynkning på 20 cm. Måleserien skal udføres i direkte fortsættelse af flere rammeserier. Der må altså ikke holdes nogen pause, når prøveserien rammes. Fortsætter man ramningen efter en pause, vil man måle mindre nedsynkninger, end man måler ved uafbrudt ramning, og man vil derfor finde en større bæreevne, hvilket vil resultere i en mindre sikkerhed. Derfor er det et krav, at antal slag for 20 cm nedsynkning registreres ved kontinuert ramning for mindst den sidste meter af nedbringningen.

Når pælens bæreevne er fastlagt ved rammeformlen, skal alle efterfølgende pæle rammes så langt ned, at deres blivende nedsynkning er lig med eller mindre end den nedsynkning, der ligger til grund for bæreevnen.

Ønsker man at bestemme den nedsynkning pr. ramslag, der svarer til en given regningsmæssig bæreevne kan følgende formel anvendes:

$$s = \frac{\eta h G}{1, 5R_{cd}\gamma_b} - \frac{1}{2}s_o \tag{178}$$

#### 9.6.1 Pæleramning

Ved nedbringning af pæle og spunsjern benyttes forskellige typer materiel, der er baseret på forskellige principper:

- fritfaldende hammer (faldlod)
- hydraulisk hammer
- dieselhammer
- tryklufthammer
- vibrator
- nedpresning

De tre første hammertyper bruges til ramning af lodpæle eller skråpæle og spunsjern. Fritfaldende hamre findes med 10-50 kN faldlodder med valgfri faldhøjde. Denne type hamre er dog på retur, idet de hydrauliske hamre arbejder væsentligt hurtigere og leverer den samme mængde energi. De hydrauliske hamre er enten semi-hydraulisk eller dobbelt-hydraulisk virkende. Ved de semihydrauliske hamre bruges hydraulikken til at skyde ramslaget opad, hvorefter det falder frit, mens hydraulikken i dobbelt-hydrauliske hamre skyder ramslaget både opad og nedad. De hydrauliske hamre findes med 30-80 kN ramslag og faldhøjde/slaglængde op til 1,4 m. Effektiviteten af moderne hamre er gennemgående meget høj. Effektivitetsfaktorer på 0,95 à 1,0 er ikke ualmindeligt.

Dieselhamre bruges til ramning af stålpæle eller stålspunsjern, men blandt andet af miljøhensyn anvendes de kun til specialopgaver.

Tryklufthamre anvendes stort set kun til nedbringning af små, korte specialpæle samt ved mindre interimskonstruktioner.

Vibrator bruges primært til nedvibrering eller optrækning af spunsjern eller stålpæle.

Nedpresning bruges dels til nedbringning af spunsjern, idet allerede nedpressede jern bruges som modhold, dels til nedpresning af pæle, hvor nedpresningsmaskinens egenvægt bruges som modhold. Hertil kommer nedpresning af specialpæle i forbindelse med fundamentsforstærkning, hvor bygningens egenvægt udnyttes som modhold.

Valg af materiel og ramslag er typisk styret af:

- at nedbringningen skal foregå hurtigt og effektivt
- at pæle og spunsjern ikke må beskadiges under nedbringningen
- at nedbringningen gennemføres, så pælens bæreevne kan eftervises
- at der i bymæssig bebyggelse skal tages hensyn til omgivelserne, så vibrationer i jorden og støjudbredelse begrænses.

De moderne selvkørende rambukke med trinløs justerbar mægler til styring af pælen tilfredsstiller kravet til hurtighed og mobilitet, ligesom de hydrauliske hamre giver en meget hurtig nedbringning. For eksempel vil 10-12 m lang  $25 \cdot 25$  cm<sup>2</sup> jernbetonpæl almindeligvis kunne løftes op, placeres og rammes i løbet af et kvarter, når der er tale om sædvanlige middelfaste til faste jordarter.

For at reducere risikoen for at pæle og spunsjern beskadiges under ramningen, bør ramslagets vægt og den energi, der overføres til pælen, afpasses i forhold til såvel pælens vægt som pælematerialet. Såvel hård som blød ramning bør undgås. Hård ramning svarer til en nedsynkning  $< 0, 1s_o$ .

Ifølge ref. [13] kan risikoen for beskadigelse reduceres væsentligt ved for jernbetonpæle at ramme med en faldhøjde afpasset efter rammemodstanden og med en maksimal faldhøjde på 1 m. For stålpæle er den maksimale faldhøjde 2 m. Desuden bør det samlede slagantal for nedbringningen af jernbetonpæle ikke overstige:

 700-1000 slag
 for 20 · 20 cm² pæle

 1000-1500 slag
 for 25 · 25 cm² pæle

 1500-2000 slag
 for 30 · 30 cm² pæle

Ved blød ramning bør faldhøjden reduceres, så der bruges mindst 2-3 slag pr. 20 cm nedsynkning.

Ved planlægning af ramning eller vibrering i nærheden af vibrationsfølsomme (gamle) bygninger eller maskiner/udstyr bør der gennemføres en risikovurdering på basis af in-situ vibrationsmålinger under en prøveramning. Risikovurderingen bør resultere i, at der opstilles kriterier for den maksimalt tilladelige energi pr. slag i relation til skaderisikoen. Vedrørende grænseværdier for vibrationer samt vibrationsmålinger henvises til ref. [14].

Ved ramning eller vibrering under bymæssige forhold kræver myndighederne, at visse støjgrænser overholdes. Disse grænser kan variere fra sted til sted.

Det er muligt at foretage støjdæmpning i form af:

- støjdæmpning af selve ramslaget
- opstilling af støjskærme ved rambukken
- indkapsling af hele ramslaget, rammehovedet og pælens øverste del.

Til brug for vurdering af støjbelastningen på omgivelserne kan der gennemføres en serie støjmålinger i forbindelse med prøveramningen. På grundlag heraf kan der vælges støjdæmpende foranstaltninger på basis af beregnede værdier for udvalgte kritiske positioner af rammeudstyret.

### 9.6.2 Bestemmelse af en pæls bæreevne ved prøveramning

En prøveramning med en  $25 \cdot 25 \text{ cm}^2$ , 10 m lang jernbetonpæl, der er rammet 1,0 m ned i et fast sandlag, har givet følgende resultat, idet der under ramningen er anvendt en fritfaldene hammer:

Den effektive faldhøjde er  $\eta h = 1,0$  m

Hammerens vægt er G = 10 kN

Til ramning af måleserien krævedes 12 slag til at drive pælen 20 cm i jorden.

Pælens regningsmæssige bæreevne ønskes bestemt, idet der regnes med lastkombination 2.1 og normal funderingsklasse.

Af formel 172 findes:

$$s_o = \sqrt{\frac{2\eta h G l_p}{A_b E}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1, 0 \cdot 10 \cdot 10, 0}{0, 25^2 \cdot 20 \cdot 10^6}} = 0,0126 \text{ m}$$

Da:

$$s = \frac{0,20}{12} = 0,0167 \text{ m}$$

bliver den karakteristiske rammemodstand ifølge formel 175:

$$R_{dynk} = \frac{1}{1,5} \frac{\eta h G}{s + \frac{1}{2}s_o} = \frac{1}{1,5} \frac{1,0 \cdot 10}{0,0167 + \frac{1}{2} \cdot 0,0126} = 290 \text{ kN}$$

Den regningsmæssige bæreevne findes herefter af formel 177:

$$R_{cd} = \frac{R_{dynk}}{\gamma_b} = \frac{290}{1,3} = 223 \text{ kN}$$

### 9.7 Stødbølgeanalyser

Stødbølgeanalyser benyttes hovedsagelig til kontrol af pæles trykbæreevne. Når der bruges statiske prøvebelastninger til fastsættelse af pælenes bæreevne i et pæleprojekt, udføres normalt kun ét (eller nogle få) belastningsforsøg. Ved at supplere med stødbølgeanalyser er det muligt at kontrollere bæreevnen for langt flere af projektets pæle under forudsætning af, at jordbundsforholdene er rimeligt ensartede. Omvendt vil metoden kunne afdække eventuelle variationer i jordbundsforholdene. Målingerne kan endvidere give oplysninger om pælenes integritet og om fordelingen af bæreevnen mellem spidsmodstand og overflademodstand. Metoden er i øvrigt uafhængig af rammeudstyr og jordbundsforhold.

Metoden bygger på teorien for udbredelse af éndimensionale stødbølger (elastiske bølger) i stangformede legemer. Princippet er velkendt i geofysikken, hvor det bruges til seismiske undersøgelser af strukturer i undergrunden samt til bestemmelse af bl.a. elastiske trykbølgers udbredelseshastighed i jordlagene. Envidere bruges princippet i geofysiske borehulsmålinger til bl.a. bestemmelse af porøsitet.

Ved hjælp af transducere, der er fastspændt til pælen, registreres tøjninger og accelerationer i et tværsnit tæt ved pæletoppen. Det registrerede tøjningssignal omregnes ved hjælp af tværsnitsareal og elasticitetsmodul til et kraftsignal, og accelerationssignalet integreres til et hastighedssignal. Ud fra de to signaler kan både de nedadgående stødbølgeamplituder og de reflekterede stødbølgeamplituder fra pælespidsen bestemmes som funktion af tiden. Formen af den reflekterede stødbølge er bestemt af den ydre modstand på pælen, som derfor kan bestemmes ved tolkning af målingerne. Hvad angår udførelse og tolkning henvises i øvrigt til speciallitteraturen.

Som tidligere nævnt skal stødbølgeanalysernes gyldighed være baseret på anerkendt dokumentation eller statiske belastningsforsøg med samme type pæle af tilsvarende længde og tværsnit og ved lignende jordbundsforhold. Det er en forudsætning, at jordbundsforholdene er fastlagt.

Når den karakteristiske værdi af den dynamiske bæreevne,  $R_{dynk}$ , bestemmes ved stødbølgeanalyser, skal beregningsreglerne være baseret på resultaterne af belastningsforsøg. Som ved prøveramning er det en betingelse, at  $R_{dynk}$  fundet ved beregningsreglerne skal være fastlagt på en sådan måde, at bæreevnen fundet herved i gennemsnit ikke ikke overstiger brudbæreevnen målt ved statiske belastningsforsøg divideret med 1,5.

Den regningsmæssige bæreevne kan da bestemmes som:

 $R_{cd} = R_{dynk}/\gamma_b$ 

9.8 Prøvebelastning

Man opnår den sikreste bestemmelse af pæles bæreevne ved at udføre pælebelastningsforsøg med pæle i fuld størrelse. For at kunne sammenligne resultatet af prøvebelastningen med de bæreevner, der findes ved hjælp af geostatiske beregninger eller prøveramninger, skal der føres fuldstændige rammejournaler for prøvepælen, ligesom denne bør anbringes lige ved en boring således, at man har kendskab til jordbundsforholdene omkring pælen.

Pælebelastningsforsøg skal altid udføres, når:

(179)

- der bruges en pæletype eller nedbringningsudstyr, som ligger uden for sammenlignelig erfaring, og som ikke er blevet prøvebelastet under sammenlignelige jordbunds- og lastforhold. Sammenlignelig erfaring refererer til dokumenterede egenskaber for tilsvarende jordbundsforhold i kombination med tilsvarende konstruktionstyper
- pælene vil blive udsat for last, der ligger ud over generel erfaring
- observationer under nedbringning af pælen indikerer ugunstige bæreevneforhold, og når jordbundsundersøgelser ikke afklarer grunden hertil.

Pælebelastningsforsøg kan benyttes til at:

- vurdere udførelsesmetodens egnethed
- bestemme pælens arbejdskurve
- kontrollere enkelte pæles virkemåde med henblik på at vurdere hele pælefundamentets virkemåde.

Hvis der kun udføres ét pælebelastningsforsøg, skal det normalt finde sted, hvor de mest ugunstige jordbundsforhold forekommer. Hvis dette ikke er muligt, skal der tages hensyn hertil ved bestemmelse af den karakteristiske værdi af bæreevnen. Hvis der udføres belastningsforsøg på to eller flere pæle, skal disse være repræsentative for det pælefunderede område, og én af forsøgspælene skal befinde sig, hvor de mest ugunstige jordbundsforhold forventes at optræde.

Der skal gå tilstrækkelig tid mellem nedbringningen af forsøgspælen og belastningsforsøget for at sikre, at den forudsatte regeneration af jorden er opnået. Som tidligere nævnt stiger overflademodstanden i kohæsionsjord med tiden. Det kan derfor være fornuftigt at udsætte prøvebelastning af pæle, hvis overflademodstanden udgør en væsentlig del af bæreevnen, så længe som muligt. Det er normal praksis at belastningsforsøget foretages ca. en måned efter installation af pælen. Endelig skal det vurderes, om prøvebelastningsresultaterne skal korrigeres for bæreevnebidrag fra stærkt sætningsgivende lag.

Prøvepælen belastes trinvis og pælehovedets lodrette bevægelser måles. Antallet af belastningstrin, genbelastninger, forsøgshastigheder, alder ved prøvning etc. skal tilpasses de aktuelle bundforhold og konstruktionens virkemåde.

I figur 132 er vist et eksempel på et arrangement til statisk prøvebelastning af en pæl. Belastningen overføres til pælen gennem en hydraulisk presse, på hvis manometer man kan aflæse det til enhver tid virkende tryk. Som modhold for pressen benyttes modholdspæle. Påvirkes prøvepælen til tryk, vil modholdspælene påvirkes til træk, og da pæles modstand mod optrækning er mindre end pæles modstand mod nedtrykning, må der anvendes mindst 2 modholdspæle. Benyttes modholdspæle af beton, må disse armeres således, at armeringen kan optage hele trækpåvirkningen. Modholdspælene må ikke anbringes nærmere prøvepælen end 1,0 m, da de ellers kan få indflydelse på jordbundsforholdene omkring prøvepælen. Arrangementet udformes ofte på en sådan måde, at man kan bestemme pælens trækbæreevne ved at trykke på modholdspælene.



Figur 132: Eksempel på arrangement til prøvebelastning.

Som vist i figur 132 måles pælehovedets lodrette bevægelse med et måleur, der anbringes på en målebjælke. Belastningen påføres trinvis. Ved hjælp af en geostatisk beregning eller en prøveramning kan man forud fastlægge pælens omtrentlige brudbæreevne. Belastningsproceduren bestemmes normalt ud fra denne omtrentlige brudværdi. I øvrigt findes der mange forskellige principper for belastningspåførelsen. Figur 133 viser resultatet af et kombineret træk- og trykforsøg.

Når forsøg med pæle, der har en maksimal diameter på 0,4 m, skal bruges til at bestemme brudlasten, skal deformationshastigheden ved slutningen af det belastningstrin, der bestemmer brudlasten, være aftagende og må ikke overstige 20 mm/h. Brudlasten fastsættes herefter på én af følgende måder:

- 1. Hvis lasten når op på en maksimalværdi og herefter med voksende deformation holder sig uændret eller aftager, defineres brudlasten som den største last, der kan fastholdes ved en deformationshastighed mindre end 20 mm/h.
- 2. Hvis lasten bliver ved med at stige, uden at den tilladelige slutdeformationshastighed overskrides, defineres brudlasten som svarende til en blivende deformation på 10% af pælens mindste tværmål, dog mindst 20 mm.

Som det fremgår af figur 133, bestemmes trykbrudlasten efter regel 2, og trækbrudlasten efter regel 1.

Som figur 132 viser, kan belastningsarrangementet indrettes således, at man er i stand til at udføre både træk- og trykforsøg. Ved trækforsøget bestemmer man udelukkende overflademodstanden. Ved trykforsøget bestemmer man summen af overflademodstanden og spidsmodstanden. Ved at forudsætte at overflademodstanden er den samme ved de to forsøg, kan *spidsmodstanden* bestemmes som forskellen mellem de to forsøgsresultater.

Resultatet fra en prøvebelastning kan benyttes til at bestemme de aktuelle værdier af konstanterne i de geostatiske formler.

Som tidligere nævnt er regenerationsfaktoren en funktion af tiden. Ved at udføre prøvebelastning til forskellige tidspunkter og under forudsætning af konstant spidsmodstand kan man bestemme regenerationsfaktorens variation med tiden. De beregnede *r*-værdier afbildes i et diagram med logaritmisk tidsskala og ved ekstrapolation kan man da bestemme den aktuelle værdi, der vil gælde ved pælens belastning i bygværket.

### 9.8.1 Belastningsforsøgsrapport

Der skal altid udarbejdes en rapport over alle belastningsforsøg. Denne rapport skal i fornødent omfang omfatte følgende:

- beskrivelse af byggegrunden
- beskrivelse af jordbundsforholdene
- angivelse af pæletype
- beskrivelse af lastarrangement og måleydstyr
- kalibreringsdokumenter for lastceller, donkrafte og måleudstyr
- pælejournaler
- fotoregistrering af pælen og forsøgsopstillingen
- forsøgsresultater
- tids-/flytningskurver og last-/flytningskurver

### 9.8.2 Bæreevne bestemt ud fra belastningsforsøg

Ved fastlæggelsen af den karakteristiske brudbæreevne for tryk,  $R_{ck}$ , ud fra værdier af  $R_{cm}$  målt i ét eller flere pælebelastningsforsøg, skal der tages hensyn til variationen i jordbundsforholdene og til indflydelsen af pælenedbringningen. Den karakteristiske brudbæreevne for tryk bestemmes som:

$$R_{ck} = R_{cm}/\xi \tag{180}$$

hvor  $\xi = 1, 1$  for selve de prøvebelastede pæle, og  $\xi = 1, 25$  for de øvrige pæle, hvor prøvebelastningsforsøgene er repræsentative.



Figur 133: Resultat af statisk belastningsforsøg.
Den regningsmæssige bæreevne for tryk,  $R_{cd}$ , bestemmes herefter af:

$$R_{cd} = R_{ck} / \gamma_b \tag{181}$$

Ved fastlæggelsen af den karakteristiske brudbæreevne for træk,  $R_{tk}$ , ud fra værdier af  $R_{tm}$  målt i ét eller flere pælebelastningsforsøg, skal der tilsvarende tages hensyn variationen i jordbundsforholdene og til indflydelsen fra pælenedbringningen. Den karakteristiske brudbæreevne for træk bestemmes som:

$$R_{tk} = R_{tm} / \xi \tag{182}$$

hvor  $\xi = 1, 1$  for selve de prøvebelastede pæle, og  $\xi = 1, 25$  for de øvrige pæle, hvor prøvebelastningsforsøgene er repræsentative.

Den regningsmæssige bæreevne for træk, Rtd, bestemmes herefter af:

$$R_{td} = R_{tk} / \gamma_b \tag{183}$$

## 9.9 Tværbelastede pæle

For tværbelastede pæle skal det eftervises, at der er tilstrækkelig sikkerhed mod bæreevnebrud, idet følgende ulighed skal være opfyldt:

$$F_{trd} \le R_{trd} \tag{184}$$

- $F_{trd}$  regningsmæssig tværlast i brudgrænsetilstanden
- $R_{trd}$  regningsmæssig bæreevne for tværlast i brudgrænsetilstanden under hensyntagen til virkning af aksiale tryk- eller træklaster.

Ved vurderingen af tværbelastede pæles bæreevne skal der generelt tages hensyn til gruppevirkning og pæletoppenes indspænding i overbygningen.

## 9.10 Kvalitetskrav

I DS 415 er der angivet en række kvalitetskrav for pæle og pælefundering. De vigtigste krav er angivet i det følgende. I øvrigt henvises til DS 415.

Ved valget af pæletype, pælemateriale og nedbringningsmetode skal der tages hensyn til:

- jordbundsforhold, herunder mulighed for hindringer i jorden
- spændinger i pælen hidrørende fra nedbringningen
- mulighed for at sikre og kontrollere integriteten af pælen under nedbringningen
- indvirkning på allerede placerede pæle og nærliggende konstruktioner eller installationer hidrørende fra nedbringningsmetode og -rækkefølge
- tolerancer for pælenes placering
- ødelæggende påvirkninger fra kemikalier eller organismer i jorden.

Der skal føres journal over samtlige pæle med angivelse af den enkelte pæls karakteristika og nedbringningsmetode. Journalen for hver enkelt pæl skal således omfatte:

- pæletype og nedbringningsudstyr
- pælenummer
- pælens tværsnit og længde samt for betonpæle armering
- dato og tidspunkt for nedbringning, inklusiv afbrydelser under nedbringning
- hindringer, der er truffet under nedbringningen
- terræn- og spidskote
- afvigelser fra positioner og retninger.

For rammede pæle skal journalen desuden angive:

- rambuktype
- hammertype
- tyngde, faldhøjde og effekt af faldhammer eller anden tilført energi
- anvendelse af påsætter
- pælehældning
- slagfrekvens
- antal slag for maksimum 0,2 m nedsynkning registreret for mindst den sidste meter af nedbringningen.

For borede pæle skal journalen ud over ovennævnte krav i relevant omfang omfatte:

- betonblanding, betonmængde og udstøbningsmetode
- boremudderets rumvægt, pH, Marsh-viskositet og indhold af opslemmet materiale
- injiceringstryk for beton
- kontrol af jordlag

Pælens integritet skal undersøges, hvis de normale kontrolprocedurer ikke giver tilstrækkelig sikkerhed for integriteten. Ved kontrol af pæles tilstand efter ramning kan stødbølgemåling anvendes, enten i forbindelse med ramningen eller ved efteramning. Stødbølgemåling kan give oplysninger om tværsnitsreduktion, skader ved kobling, reel pælelængde og revner i pælen. Dette forudsætter tilstrækkelig rammeenergi til, at stødbølgen kan forplante sig til pælespidsen.

I de tilfælde, hvor en nøjagtig pæleplacering er af væsentlig betydning for den resulterende påvirkning på pælene og overbygningen, skal der enten regnes med den ugunstigste placering inden for de specificerede og ved kontrol sikrede tolerancer eller med den indmålte faktiske pæleplacering. For små pæleværker, og helt specielt ved enkeltpæle, skal konsekvenserne af fejlplacering altid vurderes.

Hvis der ikke er forudsat andet, bør pæles placering og hældning ikke afvige fra det projekterede med mere end henholdsvis  $\pm 1, 10 \mod \pm 1: 50$ .

Hvis pælene er sammensat af flere stykker, skal samlingen (koblingen) normalt kunne overføre lige så store trækkræfter og momenter som de enkelte pælestykker. Rammede pæle sammensat med primitive samlinger, som fx manchetstød, må kun anvendes i lempet funderingsklasse og under optagelse af fuld rammejournal for alle pæle til vurdering af integriteten. Træpæle af ubehandlet nåletræ må til permanente konstruktioner kun anvendes under grundvandsspejlet.

Ved pælegrupper, hvor der er mulighed for opramning, skal det ved nivellementer til pæletoppene undersøges, om der sker hævning af pælene efter ramningen. Hvis hævningen overstiger en ud fra sætningsforholdene fastlagt grænse, skal der enten foretages efterramning, eller der skal ses bort fra spidsmodstanden.

## 9.11 Pælegrupper

I de forrige afsnit er beskrevet de tre metoder til bestemmelse af *enkeltpæles* bæreevne. Nu er det ikke altid, at man i praksis får at gøre med enkeltpæle. For at få et stabilt bygværk må man samle pælene i grupper, og man kan ikke uden videre gå ud fra, at en pælegruppes bæreevne er lig summen af de enkelte pæles bæreevne.

Rammes et antal pæle i friktionsjord vil pælene komprimere jorden, og det vil føre til en forøgelse af bæreevnen. Da det ikke er muligt at beregne denne forøgelse, ses der som regel bort herfra. For pæle med spidsen i friktionsjord kan man derfor – på den sikre side – sætte pælegruppens bæreevne lig summen af de enkelte pæles bæreevne. Det er for pæle i friktionsjord hensynet til ramningen, der bliver bestemmende for pæleafstandene. Af denne grund bør afstanden fra pælemidte til pælemidte ikke være mindre end 2,5 gange pælens mindste sidelinie eller for pæle med cirkulært tværsnit, pælens middeldiameter. Den maksimale pæleafstand afhænger af overbygningens udformning. Da man regner med, at overbygningen kun understøttes af pælene og dermed spænder frit fra pæl til pæl, vil store pæleafstande give store spændinger i overbygningen.

Rammes et antal pæle med spidsen i ler, vil man ikke altid kunne forvente samme bæreevne, som summen af enkeltpælenes bæreevne.



Figur 134: Spændingsfordeling under pæle.

Rammes en enkeltpæl ned i jorden, og påføres den en belastning, udvikles der i et plan i pælespidsens niveau spændinger, der er karakteriseret ved maksimum under pælens længdeakse. Spændingsfordelingen er illustreret til venstre i figur 134. Figur 134b viser fem pæle, hver med samme belastning som enkeltpælen til venstre i figuren. Den resulterende spænding under gruppen, der er fremkommet ved simpel superposition, er vist med tyk streg. Det ses at spændingen er større end spændingen under enkeltpælen.



Figur 135: Sætninger under bøjeligt bygværk.

Hvis pæleværket udføres efter dette princip, vil der, når pælene står i sammentrykkelige jordarter, opstå differenssætninger. Figur 135 viser et eksempel på et sådant pælearrangement.

Ofte er pælene dog indstøbt i stive fundamenter, der forhindrer differensbevægelser. Et stift fundament bevirker at en del af lasten føres ud mod de ydre pæle med en samtidig reduktion af belastningen i de midterste pæle til følge. Princippet er vist i figur 136.

Under gruppen vil der være en større maksimumsspænding end under en enkeltpæl, men ikke så meget større som angivet i figur 134. At spændingen er større



Figur 136: Sætninger under stift bygværk.

under en gruppe end under en enkeltpæl betyder, at deformationen for en given last i en prøvebelastning ikke er så stor, som den der vil komme for en gruppe pæle med den samme gennemsnitlige last pr. pæl.

Det vil ofte være en fordel at anvende et mindre antal lange pæle fremfor mange korte pæle.

Beregning af pæleværker er nærmere omtalt i kapitel 10.

## Litteratur

- [1] Sørensen, I. (1991): Introduktion til Danmarks Geologi. Foreløbig udgave februar 1991. Ingeniørhøjskolen Horsens Teknikum. 53p.
- [2] DS 415 Norm for fundering: Dansk Standard 1997.
- [3] Poulsen, V. (1976): Den lille geotekniker. Trykt af VARV 1976. 42p.
- [4] Mertz, E. L. (1959): Bidrag til Danmarks Ingeniørgeologi. DGI Bulletin nr. 5.
- [5] A/S PHØNIX, Vejen (1992): Vejbygning. Udgivet af A/S PHØNIX. 3. rev. udg.
- [6] Sørensen, I. E. (1979): Vejgeoteknik. Ingeniørskolen i Horsens
- [7] Norm for dræning af bygværker, DS436, 2. udg. 1993.
- [8] Friis-Nielsen, D. & Nielsen, H. (1992): Grundvandsboringer. Udførelse af boringer. Laboratoriet for Geoteknik, Ingeniørhøjskolen Horsens Teknikum. 60p.
- [9] Bai, W. (1990): Grundvandssænkning. Laboratoriet for Geoteknik, Ingeniørhøjskolen Horsens Teknikum. 33p.
- [10] Geoteknisk Institut (1990): Geoteknisk Institut informerer, Frostsikker funderingsdybde. GI Info 4.1, august 1990. 1p.

- [11] GI Info 3.10 (1995): Geostatisk beregning af pæles bæreevne. Geoteknisk Institut.
- [12] GI Info 7.7 (1995): Pæleramning, pælematerialer. Geoteknisk Institut.
- [13] GI Info 7.8 (1997): Pæleramning, pælemateriel. Geoteknisk Institut.
- [14] GI Info 8.6 (1991): Vibrationsmåling. Geoteknisk Institut.

Indeks anisotrop jord 62 Artesisk strømning 66

Bæreevnefaktorer 100 brudbæreevne 100 brudbetingelse 73 brudfigur 99

Coulomb's brudbetingelse 78 CU-forsøg 84

differensvandtryk 47 Direkte forskydningsforsøg 80 dobbeltsidig drænet 155 Dybdevirkning 104

effektive spændinger 128 effektivitetsfaktor 190 Excentrisk pavirkede fundamenter 108 elasticitetsmoduler 191 Elektroosmose 64 ensidig drænet 155

faldhøjde 190 filter 54 filterboringer 64 filterhastigheden 26 forkonsolideret 92, 138 formfaktorer 104 forskydningsdeformationer 129 forskydningsstyrke 74 fraktioner 4 friktionsjord 5 Frit vandspejl 66 Frostfare 29 frostsikre 30 frostskader 30

genbelastningskurve 139 Geostatisk beregning 172 glidningsstabilitet 106 gradient 23, 25 gradient i strømretningen 25 grænsepotentiallinier 38 Gravitationssænkning 64 grundvand 102 grundvandsspejl 15

hældningsfaktorer 105, 111 hovedsnit 75 hovedspænding 75 hydraulisk grundbrud 43

Initialsætninger 168 initialsætninger 129

jordens styrke 73

kapillære stighøjde 16 kapillarspændinger 22 kapillarvand 16 kapillarvandspejlet 17 kildepunkt 50 kohæsionsjord 5 konsistensgrænser 11 Konsolideringens tidsforløb 149 konsolideringsapparat 131 konsolideringsforsøg 131 Konsolideringsgraden 155 konsolideringskurve 133, 161 konsolideringsmodulet 141 Konsolideringssætning 161 konsolideringssætninger 128 kontinuitetsligning 34 kornkurve 6 kornstørrelse 3 korttidstilstanden 93 kortttidstilstand 88 kritisk gradient 41

langtidstilstand 88 langtidstilstanden 93 løftning 53

materialefaktor 175 Mohr's cirkel 77 Mohr's spændingscirkel 79

nedsynkningen pr. ramslag 190

Negativ overflademodstand 178 Newmark's influenskort 145 normalkonsolideret 92, 136 normalspændinger 20

opdriften 20 overflademodstand 174 overfladespændingen 16

Pælefundering 171 Pælegrupper 187 Pælemateriale 171 pæles tværsnitsareal 174 Permabilitet 26 plane friktionsvinkel 87 Poretal 13 porevandstryk 40 porevinkelvand 17, 22 Potentiale 23 potentialligningen 34, 67 potentiallinie 34 potentialskala 41 potentialspring 35, 38 primær konsolidering 130 Prøvebelastning 172 prøvebelastninger 197 prøvepumpning 65 prøveramning 189

rammeformel 190, 191 reaktionsfordeling 107 reduktionsfaktorer 159 regeneration 95 regenerationsfaktor 175 relativ lejringstæthed 13 Rumvægt 8

sætningens tidsforløb 167 sætningsberegning 157 sætningsgivende belastning 134, 142 sekundære sætning 129 sensitivitet 91, 95 Sikkerhed mod løftning 57 Simpelt trykforsøg 80 singulære punkter 36, 38 skærebox 80 skillestrømlinie 71 spændingsberegning 22 spændingsfordeling i jorden 18 spidsmodstand 174

stagnationspunkt 71 stationær strømning 32 stighøjden 24 stigrørsskala 41 stor ekscentricitet 110 strømkanal 35 strømlinie 34 Strømnet 35 Strømnet i halvuendeligt rum 70 Strømnettets konstruktion 37 Sugespidsanlæg 64

Terzaghi's tal 153 tidsfaktoren 153 Tidskurve 132, 135 tillægs-hovedspænding 130 tovejs-strømning 71 Triaksialforsøg 80 trykhøjden 24 trykniveauforskellen 35 trykspredning 143, 145

udrænet brud 84 uensformighedstallet 6

Vacuumsænkning 64 vedhængsvandet 17 vingebor 90 Vingeforsøg 90 Wellpoints 64



U:\WB\GEOBA