

TRYKFEJL, ÆNDRINGER OG TILFØJELSER

til

GEOTEKNIK

- Side 34 : På abscisseaksen nederst i figuren skal tallene 0,01 og 0,02 rettes til henholdsvis 0,1 og 0,2.
- Side 35 : K svarer til konsolideringskurvens hældning i et  $\bar{q}$  -  $\epsilon$  diagram, hvorimod C svarer til hældningen i et  $\log \bar{q}$  -  $\epsilon$  diagram (fig. 1.31.C).
- Side 48 : Formel 1.43.7 erstattes nu ofte af Kerisel's formel :
- e tan  $\phi$  = konstant.
- Side 55 : I linie 8 fra neden skal mellem ordene "der" og "er" indføres "for vandmættet ler".
- Side 75 : I linie 3 fra oven skal parentesen udgå.
- Side 78 : I linie 2 fra oven skal efter "måleuret" tilføjes : ", idet de to ved 0,4<sup>m</sup> angivne liniestykker er lige store".
- Side 82 : I linie 10 fra oven skal koten - 30 ændres til - 100.
- Side 83 : I linie 5 fra neden skal efter "forskydningsstyrke" tilføjes : "(se 1.46.2)".
- Side 89 : I linie 4 fra neden skal efter "salt" tilføjes : "(jfr. omtalen af kvikler i 1.47)".
- Side 95 : I linie 17 fra oven skal efter parentesens tilføjes : ", hvorefter antallet af potentialtrin er bestemt ved kravet om, at strømnettet skal bestå af kvadrater".
- Side 113 : I linie 5 fra oven skal der i stedet for  $\frac{\partial v}{\partial z}$  stå  $\frac{\partial v}{\partial z}$  dz.
- Side 116 : Kurven B kan med ret stor nøjagtighed udtrykkes ved følgende empiriske formel, der gælder i hele intervallet :

$$U^{-6} = 1 + \frac{1}{2} T^{-3}$$

Side 131 : I linie 6 fra neden skal efter "bæreevne" tilføjes : "af små plader".

Side 132 : Afsnit 4.23 bør indledes således : "Ved den konventionelle sætningsberegning skelnes der ikke mellem initial- og konsolideringssætninger, men der beregnes en tilnærmelse til den samlede sætning alene ud fra konsolideringsforsøg".

Side 134 og 137 : Når 4.23.4 og 4.24.5 anvendes på rektangulære fundamenter, skal  $D/B$  erstattes med  $D/\sqrt{BL}$ .

Side 136 : I formlerne 4.24.1-2 bør parentesens ændres til :

$$\left(3 + \frac{B+z}{L+z}\right)$$

hvor  $z$  er dybden af det pågældende lags midterflade under FUK.

Side 137 : I linie 10 fra oven skal efter "friktion" (og før slutparentesen) tilføjes : " , jfr. 5.31.21-22".

Side 142 : I linie 14 fra neden skal der i stedet for "kræver" stå "tillader".

Nederst på siden tilføjes som et nyt afsnit :

"Hvis de øverste jordlag ikke er færdigkonsoliderede, vil de give negativ adhæsjon, d. v. s. hænge i pælene, hvilket der må tages hensyn til ved beregningen af totalbelastningen (jfr. 5.41)".

Side 148 : I linie 6 fra neden skal der i stedet for "hjørnet" stå "kanten".

Side 156 : Formel 5.11.14 skal lyde :

$$\sin v = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{\epsilon_1 - \epsilon_3} = \frac{\epsilon_z + \epsilon_x}{\sqrt{(\epsilon_z - \epsilon_x)^2 + \epsilon_{xz}^2}}$$

Side 166 : Formel 5.13.41 skal lyde :

$$\sigma_o^z = 2 N_o^z = 4 \alpha$$

Side 169 : I formel 5.15.4 skal der foran kvadratrodstegnet stå dobbeltfortegnet  $\pm$ .  
+ anvendes ved passivt tryk, - ved aktivt.

Side 179 : Formel 5.18.8 skal lyde :

$$\sigma_n = \alpha \frac{\sigma_m}{f_m}$$

hvor  $\sigma_m$  er brudværdien af den bestemmende materialeegenskab, medens  $f_m$  er dennes partialkoefficient og  $\alpha$  en faktor, der afhænger af belastningskombinationen (se "Geotekniske Beregninger"; GB 135-36).

Side 180 : I stedet for de her angivne talværdier af partialkoefficienterne anbefales det indtil videre at regne med de i tabellen GB 136 angivne.

Side 182 : Formel 5.21.3 erstattes med det empiriske udtryk :

$$K^O = 1 - \sin \bar{\varphi}$$

Side 186 og 188 : Når formel 5.22.6 eller 5.23.1 anvendes på aktivt jordtryk, kan man enten regne c negativ eller  $K_c$  negativ, men ikke begge dele på en gang.

Side 199 : Pilene på kurverne i diagrammets venstre del antyder, at disse kurver skal tænkes fortsat som vandrette linier hen over diagrammets højre del.  $K_Y^x$  har altså for enhver positiv værdi af  $\rho$  samme størrelse som angivet for  $\rho = 0$ .

Side 201 : Nogle af kurverne på fig. 5.25.H er forkerte. De korrekte kurver er angivet nederst på GB 145. I det hele taget må det anbefales at bruge diagrammerne i GB, da de er tydeligere.

Side 211-216 : I stedet for at regne om med ændret rammedybde og anden beliggenhed af flydecharnier anbefales det at anvende korrektionsformlerne i GB 61-77.

Side 213-214 : Som forklaret i GB 63 vil momentet i forankringspunktet ikke blive dimensionsbestemmende, selv om det regningsmæssigt findes større end momentet i flydecharnieret.

Side 215 : Den foreslåede simple metode til bestemmelse af aflastningspladens virkning vil være for meget på den usikre side, når punktet P falder under jordoverfladen foran spunsvæggen.

Side 219 : I formlerne 5.29.3 og 5 skal der i stedet for  $K_Y^r$  og  $K_P^r$  stå henholdsvis  $K_Y^{ar}$  og  $K_P^{ar}$ .

Side 221 : Formlerne 5.29.15-16 skal lyde :

$$M_H = 2 AD z_A^2 (H - z_A)^2 : H^3 \qquad M_L = \frac{1}{8} ADL$$

Her er A det nominelle ankertræk pr. m kaj, medens D er ankerafstanden. AD er altså det nominelle ankertræk pr. anker eller ankerplade.

Side 231 : Som forklaret i GB 92 har formlen 5.32.2 vist sig at kunne give resultater på den usikre side. Den bør derfor indtil videre erstattes af :

$$i_c^O \sim 1 - H : 2 \bar{B}c$$

Der må heri ikke indsættes nogen større værdi af H end  $\bar{B}c$ .

Side 233 : Som forklaret i GB 35 behøver man ved beregningen af sidste led i formelen 5.33.2 ikke at tage hensyn til kapillarspændingerne. Der kan ligeledes regnes med fuld rumvægt af leret, når man ikke regner med opdrift på fundamentet.

Side 234 øverst: Som forklaret i GB 86 kan man, når højeste GVS ligger i en dybde  $h_g < \bar{B}$  under FUK, regne:

$$\bar{\gamma}_u = (\gamma_m - 1) + \frac{h_g}{\bar{B}} (\gamma_d - \gamma_m + 1)$$

Side 235: Formel 5.34.2 skal ændres til:

$$i_c^0 \sim 1 - H : 2 \bar{A}c$$

H må ikke sættes større end  $\bar{A}c$ .

Side 236: I formel 5.35.2 skal  $\gamma_u$  erstattes med  $\bar{\gamma}_u$ .

Side 237: I formel 5.35.4 skal den kantede parentes ændres til:

$$\left[ 1 - H : 2 \bar{A}c \right]$$

Side 240 og 241: Som forklaret i GB 97 bør man i stedet for den teoretiske faktor  $\sin \varphi \cos \varphi$  regne med den empiriske middelværdi 0,8 (aktuelt). Denne divideres normalt med en partialkoefficient 2,0; ved negativ overflademodstand multipliceres den dog i stedet med 1,5. De samme partialkoefficienter anvendes også i formlen 5.41.8.

Side 244: I formlerne 5.42.11 og 13 udgår den sidste del (efter det sidste lighedstegn).

Side 245: Nyere resultater synes at vise, at anvendelse af en rammeformel på møræneler alligevel næppe er forsvarlig.

Side 252: Eksempler på plasticitetsteoretisk dimensionering af pæleværker er givet i GB 100-117.

H. Lundgren.

J. Brinch Hansen.



Geoteknisk Institut 

MAGLEBJERGVEJ 1 · 2800 LYNGBY · TLF. 42 88 44 44

5.03

1958

H. LUNDGREN

J. BRINCH HANSEN

# GEOTEKNIK

TEKNISK FORLAG

KØBENHAVN 1958

## INDHOLDSFORTEGNELSE

Forord . . . . .	6
<u>1. GRUNDBEGREBER</u> . . . . .	7
1.1 KLASSIFIKATIONSEGENSKABER . . . . .	7
1.11 Kornform og kornstørrelse . . . . .	7
1.12 Kornvægtfylde . . . . .	9
1.13 Poretal . . . . .	9
1.14 Vandindhold . . . . .	11
1.15 Rumvægt . . . . .	11
1.16 Konsistensgrænser . . . . .	13
1.17 Klassifikation . . . . .	15
1.2 HYDROSTATIK OG HYDRAULIK . . . . .	19
1.21 Neutrale og effektive spændinger . . . . .	19
1.22 Kapillaritet og svind . . . . .	21
1.23 Potentiale, gradient og strømkraft . . . . .	25
1.24 Permeabilitet . . . . .	27
1.25 Frostfare . . . . .	31
1.3 DEFORMATIONER . . . . .	33
1.31 Sammentrykkelighed . . . . .	33
1.32 Forskydningsdeformationer . . . . .	36
1.33 Sands forskydningsdeformationer . . . . .	37
1.34 Lers forskydningsdeformationer . . . . .	40
1.35 Rheologiske fænomener . . . . .	41
1.4 FORSKYDNINGSSTYRKE . . . . .	44
1.41 Mohr' s spændingscirkel . . . . .	44
1.42 Brudbetingelser . . . . .	44
1.43 Sands forskydningsstyrke . . . . .	47
1.44 Lers virkelige forskydningsstyrke . . . . .	51
1.45 Lers effektive forskydningsstyrke . . . . .	53
1.46 Lers tilsyneladende forskydningsstyrke . . . . .	54
1.47 Sensitivitet og thixotropi . . . . .	58
<u>2. JORDBUNDSUNDERSØGELSER</u> . . . . .	60
2.1 MARKUNDERSØGELSER . . . . .	61
2.11 Indledende undersøgelser . . . . .	61
2.12 Sonderinger . . . . .	62
2.13 Boringer . . . . .	64

2.14	Vingeforsøg . . . . .	68
2.15	Prøvebelastninger . . . . .	69
2.16	Poretryksmålinger . . . . .	70
2.17	Permeabilitetsmålinger . . . . .	71
2.18	Inspektion og kontrol . . . . .	72
2.19	Andre markundersøgelser . . . . .	73
2.2	LABORATORIEFORSØG . . . . .	74
2.21	Klassifikationsforsøg . . . . .	74
2.22	Hydrauliske forsøg . . . . .	75
2.23	Konsolideringsforsøg . . . . .	77
2.24	Simple trykforsøg . . . . .	83
2.25	Triaksiale trykforsøg . . . . .	84
2.26	Forskydningsforsøg . . . . .	88
2.27	Andre laboratorieforsøg . . . . .	88
3.	<u>STRØMNINGSPROBLEMER</u> . . . . .	90
3.1	STRØMNET . . . . .	91
3.11	Differentialligningen . . . . .	91
3.12	Strømnet i isotrop jord . . . . .	92
3.13	Strømnet med frit grundvandspejl . . . . .	96
3.14	Strømnet i anisotrop jord . . . . .	97
3.15	Overgangsbetingelser ved laggrænser . . . . .	98
3.2	STRØMKRÆFTER . . . . .	101
3.21	Effektiv rumvægt. Løftning. Kviksand . . . . .	101
3.22	Erosion . . . . .	103
3.23	Filterstabilitet . . . . .	105
3.3	GRUNDVANDSÆNKNING . . . . .	107
3.31	Differentialligningen . . . . .	107
3.32	Løsninger for artesisk strømning . . . . .	108
3.33	Løsninger for fri strømning . . . . .	110
3.4	KONSOLIDERINGSTEORI . . . . .	112
3.41	Differentialligningen . . . . .	112
3.42	Tidsfaktor. Isokroner . . . . .	114
3.43	Konsolideringsgraden . . . . .	115
4.	<u>DEFORMATIONSPROBLEMER</u> . . . . .	117
4.1	TRYKSPREDNING . . . . .	118
4.11	Enkeltkraft . . . . .	118
4.12	Cirkulært fundament . . . . .	119
4.13	Liniebelastning . . . . .	121
4.14	Langstrakt fundament . . . . .	121
4.15	Andre tilfælde . . . . .	122
4.16	Diskussion af elasticitetsteoriens anvendelighed . . . . .	123
4.17	Praktisk tilnærmelse for langstrakte fundamenter . . . . .	125
4.18	Praktisk tilnærmelse for rektangulære fundamenter . . . . .	127
4.2	SÆTNINGSBEREGNING . . . . .	130
4.21	Sætningsgivende belastning . . . . .	130
4.22	Fundamenter på sand . . . . .	131
4.23	Konventionel sætningsberegning for ler . . . . .	132
4.24	Initialsætninger i ler . . . . .	135



4.25	Konsolideringssætninger for ler . . . . .	137
4.26	Konsolideringens tidsforløb . . . . .	139
4.27	Pælegrupper . . . . .	140
4.28	Tilladelige deformationer . . . . .	143
4.29	Dynamiske påvirkninger . . . . .	145
4.3	BØJELIGE FUNDAMENTER . . . . .	147
4.31	Ballasttal . . . . .	147
4.32	Bøjelige fundamenter på sand . . . . .	148
4.33	Bøjelige fundamenter på ler . . . . .	149
5.	<u>BRUDPROBLEMER</u> . . . . .	151
5.1	GENEREL BRUDTEORI . . . . .	152
5.11	Spændinger og deformationer . . . . .	153
5.12	Brudfigurer . . . . .	157
5.13	Indre kræfter i brudlinie . . . . .	161
5.14	Beregningsmetoder . . . . .	166
5.15	Randbetingelser . . . . .	169
5.16	Virkning af vandtryk . . . . .	173
5.17	Korttids- og langtidsanalyser . . . . .	176
5.18	Sikkerhedsgrader . . . . .	178
5.2	JORDTRYK . . . . .	181
5.21	Hviletryk, aktivt og passivt tryk . . . . .	182
5.22	Coulomb's ekstremmetode . . . . .	185
5.23	Jordtryk ved zonebrud . . . . .	188
5.24	Ligevægtsmetoden . . . . .	191
5.25	Jordtryk ved vilkårligt drejningspunkt . . . . .	195
5.26	Frie spunsvægge . . . . .	206
5.27	Forankrede spunsvægge . . . . .	208
5.28	Afstivede vægge . . . . .	216
5.29	Ankerplader . . . . .	218
5.3	FUNDAMENTERES BÆREEVNE . . . . .	222
5.31	Lodret, central belastning . . . . .	223
5.32	Skrå, ekscentrisk belastning . . . . .	228
5.33	Fundering under jordoverfladen . . . . .	232
5.34	Fundamenter af endelig længde . . . . .	234
5.35	Fuldstændige bæreevne-formler . . . . .	236
5.4	PÆLES BÆREEVNE . . . . .	238
5.41	Geostatisk beregning . . . . .	239
5.42	Rammeformler . . . . .	242
5.43	Belastningsforsøg . . . . .	245
5.44	Gruppevirkning . . . . .	248
5.45	Pæleværker . . . . .	249
5.5	STABILITET . . . . .	253
5.51	Ekstremmetoden . . . . .	254
5.52	Strimmelmetoden . . . . .	258
5.53	Cellefangedæmninger . . . . .	260
5.54	Ankerlængder . . . . .	264
5.55	Stabiliserende pæle . . . . .	265
	Betegnelser . . . . .	269
	Litteratur . . . . .	274
	Sagsregister . . . . .	279

## FORORD

Denne bog er først og fremmest beregnet til lærebog for bygningsingeniørstuderende ved Danmarks Tekniske Højskole og Danmarks Ingeniørakademi, men det er vort håb, at den også vil vise sig nyttig for praktiserende ingeniører.

Stofmængden er søgt begrænset så stærkt, som dens anvendelse til løsningen af de almindeligt forekommende geotekniske problemer har tilladt. Med hensyn til specialproblemer må derfor henvises til den efterhånden meget omfattende geotekniske litteratur.

Afsnit 1-4 er skrevet af H. Lundgren, som gerne vil takke fru A. Hetland for optrækning af tegninger samt civilingeniør A. Hasle Nielsen og fru Kate Lundgren for omhyggelig korrekturlæsning og fejlretning.

Afsnit 5 er skrevet af J. Brinch Hansen, der ønsker at takke afdelingsingeniør Bent Hansen for kritisk gennemlæsning af manuskriptet samt frøken E. Baruel for optrækning af tegningerne.

Fru Else Thorsen har udført den krævende maskinskrivning af det endelige manuskript med enestående sikkerhed, hurtighed og akkuratesse, hvorfor vi bringer hende vor bedste tak.

København, december 1958.

H. Lundgren.

J. Brinch Hansen.

## 1. GRUNDBEGREBER

### 1.1 KLASSIFIKATIONSEGENSKABER

#### 1.11 Kornform og kornstørrelse

En jordart kan - taget generelt - betegnes som et trefasesystem, hvor de tre faser er henholdsvis kornene (også kaldet de faste partikler eller tørstoffet), vandet og luften. Kornene er karakteriseret ved deres form, størrelse og mineralogiske egenskaber.

Kornformen ved sand, grus og sten kan betegnes med ordene: skarpkantet, kantet, afrundet eller rund. Sådanne korn har gerne en udstrækning i de tre dimensioner af samme størrelsesorden, og i de større partikler kan indgå flere mineraler.

I finkornede jordarter såsom fedt ler, består hvert korn kun af eet mineral. Nogle af kornene er "tredimensionale" ligesom sandskorn, mens andre er skælformede, stavformede eller nåleformede. Særlig når talen er om de egentlige lermineraler (f. eks. illit, hydroglimmer, montmorillonit), spiller skælformede korn en afgørende rolle.

Kornstørrelsen angives ved et enkelt tal, kornets "diameter". På grund af de meget forskellige kornformer er det nødvendigt at indføre en ganske bestemt vedtægt for, hvordan denne "diameter" skal måles. For større korns vedkommende, hvor størrelsen kan bestemmes ved sigtning, defineres diameteren simpelthen som maskevidden i den fineste sigte, som partiklen kan passere. For de fineste korn, hvis størrelse i praksis må bestemmes ved sedimentation, er korndiameteren defineret som diameteren af den kugle, der har samme synkningshastighed.

Kornene grupperes, alt efter deres størrelse, i fraktioner. I de forskellige institutioner verden over bruges noget afvigende fraktionsbetegnelser. Øverst på fig. 1.11.A ses den inddeling, der har vundet størst udbredelse i den geotekniske litteratur, og som må anbefales. Den er oprindeligt opstillet ved M.I. T. (Massachusetts Institute of Technology).

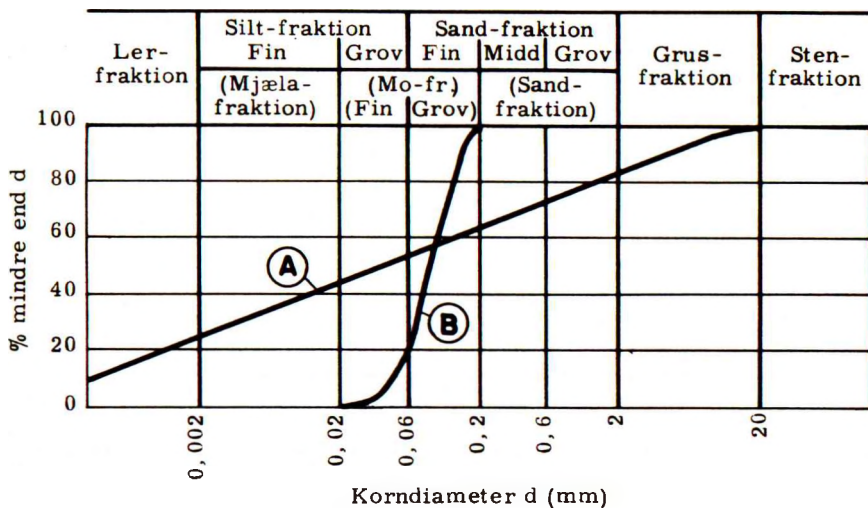


Fig. 1.11. A: Fraktioner og kornkurver.

Der skelnes mellem

<u>Ler</u> -fraktionen:	Mindre end 0,002 mm (under $2\ \mu$ ).
<u>Silt</u> -fraktionen:	0,002-0,06 mm ( $2-60\ \mu$ ).
<u>Sand</u> -fraktionen:	0,06-2 mm.
<u>Grus</u> -fraktionen:	2-20 mm.
<u>Sten</u> -fraktionen:	Større end 20 mm.

Silt-fraktionen er ved tallet 0,02 mm delt i finsilt og grovsilt, mens sandfraktionen ved tallene 0,2 og 0,6 mm deles i fint, middel og groft sand.

I Skandinavien har man, især tidligere, brugt en anden inddeling, der også er angivet på fig. 1.11. A: Mjæla-fraktionen, der går fra 0,002 til 0,02 mm, mo-fraktionen fra 0,02 til 0,2 mm og sand-fraktionen fra 0,2 til 2 mm. I denne inddeling er det nødvendigt at skelne mellem finmo (0,02-0,06 mm) og grovmo (0,06-0,2 mm).

Kornkurven er en grafisk fremstilling af kornstørrelsesfordelingen i en given jordprøve. Man bør benytte det på fig. 1.11. A viste koordinatsystem, hvor ordina-terne angiver, hvor mange procent af kornene (regnet efter vægt), der er mindre end de ved abscisserne angivne diametre  $d$  (i logaritmisk skala).

Kornkurven har værdi som et middel til at karakterisere en jordart, men dette gælder dog især for sand- og silt-fraktionernes vedkommende. For lerfraktionen spiller de mineralogiske egenskaber en større rolle end kornstørrelsen.

Graderingen er en betegnelse for kornkurvens hele forløb. En jordart med en flad kornkurve som vist ved A på fig. 1.11. A kaldes velgraderet. I modsætning her- til viser den stejle kornkurve B en velsorteret jordtype.

Undertiden bruger man som udtryk for graderingen det såkaldte uensformigheds- tal  $C_u$ , der er defineret ved

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad 1.11.1$$

hvor  $d_{60}$  og  $d_{10}$  betegner korndiametrene svarende til henholdsvis 60 % og 10 % gen- nemfald. Jordarter med  $C_u = 1,5-2$  må karakteriseres som meget velsorterede.

De til forskellige kornkurver hørende jordartsbetegnelser omtales i 1.17.

### 1.12 Kornvægtfylde

Det enkelte korns vægtfylde  $d_s$  (som er et ubenævnt tal) er defineret på sædvanlig måde.

For uorganiske jordarter varierer kornvægtfylden sædvanligvis kun lidt. For rent kvartssand kan den sættes til 2,65. For finkornede jordarter ligger den normalt no- get højere, op til 2,85.

Er der et væsentligt indhold af særlig tunge eller særlig lette mineraler, kan vægtfylden ligge uden for intervallet 2,65-2,85. Indhold af organisk stof reducerer kornvægtfylden; for tørv er den f. eks. undertiden kun lidt større end 1,0.

### 1.13 Poretal

Den del af en jordmasse, der består af vand og luft, betegnes under ét som jordens porer.

Begreberne poretal og porøsitet tjener til at definere, hvorledes forholdet er mel- lem volumen af samtlige porer og volumen af samtlige korn.

Ved poreretallet  $e$  forstås forholdet

$$e = \frac{\text{Porevolumen}}{\text{Kornvolumen}} \quad 1.13.1$$

Porøsiteten  $n$  er derimod defineret ved

$$n = \frac{\text{Porevolumen}}{\text{Totalvolumen}} \quad 1.13.2$$

Da det totale volumen er summen af porevolumen og kornvolumen, har man altid følgende relationer mellem  $e$  og  $n$

$$n = \frac{e}{1+e} \quad \text{og} \quad e = \frac{n}{1-n} \quad 1.13.3$$

Poretal og porøsitet udtrykker således én og samme egenskab ved jorden. I geoteknikken anvendes fortrinsvis poretallet, da det sætter porevolumenet i relation til et volumen, der ikke ændrer størrelse, selv om der presses vand eller luft ud af prøven.

For "korn" bestående af lige store kugler har man i tætteste lejrning (tetraeder-lejrning)  $e = 0,35$  og  $n = 0,26$ , mens man i løseste lejrning (ternings-lejrning) har  $e = 0,91$  og  $n = 0,48$ .

De værdier af  $e$ , der forekommer i naturen, ligger inden for meget vide grænser. Der findes således meget fede og bløde lerarter med poretal helt op til  $e = 9$  (vulkansk ler i Mexico City), hvilket betyder, at kun 10 % af lerets volumen er fast stof, mens 90 % er vand. Går man på den anden side til meget fast moræneler, kan poretallet blive så lille som  $e = 0,2$ . Hvis ler i den geologiske udvikling har været underkastet højt tryk (og høj temperatur), kan man få de metamorfiske bjergarter skiferler, lerskifer, glimmerskifer og til sidst gnejs, hvor poretallet er stadig aftagende, til nedimod  $e = 0,01$ .

Rent sand har sædvanligvis poretal mellem 0,5 og 1,0, mens "almindelige" uorganiske lerarter gerne har mellem 0,6 og 1,5.

For jordarter som sand og grus taler man om den relative lejringsstæthed. For at definere dette begreb må man først tænke sig, at man for den givne sandsort (ved standardiserede metoder) har bestemt den mindste lejringsstæthed som poretallet  $e_{\max}$  og den største lejringsstæthed som poretallet  $e_{\min}$ . For et vilkårligt poretal  $e$  derimellem sætter man da for den relative lejringsstæthed

$$D_r = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} \quad 1.13.4$$

Den relative lejringsstæthed er således et tal, der vokser fra 0 til 1, når lejrningen varierer fra den løseste til den fasteste.

Som nævnt er der enten vand eller luft i porerne. Det normale vil for mange jordarter være, at porerne er vandfyldte, og man siger da, at jordarten er vandmættet. I almindelighed taler man om mætningsgraden  $S_w$  defineret ved

$$S_w = \frac{\text{Vandvolumen}}{\text{Porevolumen}} \quad 1.13.5$$

## 1.14 Vandindhold

Mens begrebet poretal knytter sig til volumener, er det andet fundamentalbegreb, vandindholdet  $w$ , baseret på vægte, idet det er defineret som

$$w = \frac{\text{Vandvægt}}{\text{Kornvægt}} \text{ (i \%)} \quad 1.14.1$$

Det er vigtigt at lægge mærke til, at både poretal og vandindhold måles i forhold til den faste bestanddel.

Vandindholdet for naturligt forekommende jordarter kan variere mellem nul og flere hundrede procent. Her i landet kan man dog kun træffe de meget store vandindhold for sådanne jordarter som tørv og dynd.

De i det foregående indførte definitioner kan man nemmest fastholde for hukommelsen ved hjælp af nedenstående skema, hvor hver kolonne skal læses for sig og giver forholdet mellem volumener eller vægte. I to kolonner er tilføjet betegnelserne for vægtfylder og rumvægte.

Fase	Volumenforhold		Vægtforhold	Vægtfylder	Rumvægte	Fase	
Porer	n	e	$1-S_w$	0	0	0	Luft
			$S_w$	w	1	$\gamma_w$	Vand
Korn	1-n	1	$\frac{1}{e}$	1	$d_s$	$\gamma_s$	Korn
Ialt	1	1+e	$1+\frac{1}{e}$	1+w	-	$\gamma$	Ialt

Af skemaet udledes let de forskellige relationer mellem  $e$ ,  $n$ ,  $S_w$  og  $w$ , f. eks. formlerne 1.13.3 samt følgende relation mellem poretal og vandindhold:

$$w = \frac{eS_w}{d_s} \quad 1.14.2$$

## 1.15 Rumvægt

Ved rumvægten  $\gamma$  af et stof forstås som sædvanlig vægten pr. rumenhed; inden for funderingen regnes rumvægte bedst i  $t/m^3$ . Jordarters rumvægt ligger hyppigst mellem 1,5 og 2,3  $t/m^3$ ; for tørv m. v. kan den dog gå helt ned til lidt over 1,0  $t/m^3$ , og de fleste stenarter ligger som bekendt ved 2,5 á 3  $t/m^3$ .

Når  $\gamma$  i det følgende bruges uden indeks, skal hermed altid menes rumvægten af en jordart. Man kan imidlertid også tale om rumvægtene for de enkelte faser: Vandets rumvægt  $\gamma_w$  kan i geoteknikken (bortset fra visse laboratorieforsøg) altid sættes lig  $1,0 \text{ t/m}^3$ , men må aldrig udelades i formler, da størrelsen ikke er dimensionsløs. Luftens rumvægt kan altid sættes lig 0. Kornenes rumvægt  $\gamma_s = d_s \gamma_w$  er der normalt ikke grund til at operere med. For kornenes vedkommende er det mest naturligt at basere alle regninger på vægtfylden  $d_s$ . Derimod taler man aldrig om hele jordartens vægtfylde, da jordarter er aggregater.

Når man skal regne med volumener og vægte af de forskellige faser, er det bekvemt at opstille tallene i et skema som det nedenfor angivne

Fase	Volumen	Rumvægt	Vægt
Luft		0	0
Vand		1	
Korn		x	x
Ialt	x		x

Når de med x angivne størrelser er bestemt eksperimentelt (ved måling og vejning), kan de øvrige rubrikker i skemaet udfyldes ved simpel beregning. Derefter kan man ved direkte anvendelse af definitionerne bestemme poretal, vandindhold, mætningsgrad etc.

Hvis en jordmasse befinder sig under grundvandspejlet, er dens rumvægt  $\gamma$  defineret på sædvanlig måde som vægten af  $1 \text{ m}^3$  af massen incl. det vand, som massen indeholder. Det er imidlertid ofte bekvemt at operere med "rumvægt minus opdrift" Denne størrelse kaldes den reducerede rumvægt og betegnes  $\gamma'$ , hvorfor

$$\gamma' = \gamma - \gamma_w \quad 1.15.1$$

Man kan iøvrigt udlede den generelle relation

$$\gamma = (1-n)\gamma_s + nS_w\gamma_w = \frac{d_s + eS_w}{1+e} \gamma_w = \frac{1+w}{1+e} \gamma_s \quad 1.15.2$$

hvoraf fås  $\gamma_d$  for tør jord med  $S_w = 0$  og  $\gamma_m$  for vandmættet jord med  $S_w = 1$ . Heraf kan atter udledes, i forbindelse med 1.15.1

$$\gamma_d = \frac{d_s}{d_s - 1} (\gamma_m - \gamma_w) = \frac{d_s}{d_s - 1} \gamma_m' \quad 1.15.3$$

hvilket dog også kan findes direkte, da  $d_s - 1$  er kornvægtfylden med fradrag for opdrift.



## 1.16 Konsistensgrænser

Begrebet konsistensgrænser er knyttet til jordens fasthed ved varierende vandindhold og finder derfor ikke anvendelse på jordarter, der kun indeholder sand- og grusfraktionerne, hvorimod konsistensgrænserne er meget vigtige geotekniske begreber for jordarter som ler og silt

Når ler i naturen dannes ved sedimentation, vil man til at begynde med have at gøre med en meget vandrig masse, der ved mindste berøring bliver flydende. Efterhånden som aflejringen bliver tykkere, vil en del af vandet blive presset ud af de nedre lag, hvorved disse gradvis bliver fastere. Ved et vist vandindhold, flydegrænsen  $w_L$ , går leret over fra flydende til plastisk konsistens.

Den plastiske tilstand er kendetegnet ved, at leret ved tryk let deformeres, samt at deformationen er permanent, når trykket fjernes. Hvis vandindholdet stadig formindskes, enten på grund af trykket fra overliggende lag eller på grund af fordampning, bliver lerets formbarhed stadig mindre, indtil det, ved plasticitetsgrænsen  $w_P$ , går over fra plastisk til halvfast konsistens.

Flydegrænsen og plasticitetsgrænsen defineres i praksis ved visse standardiserede laboratorieforsøg, der omtales i 2.21, og som altid udføres på æltede prøver.

Når vandindholdet er under plasticitetsgrænsen, kan leret let sprække, hvis det udsættes for ydre påvirkning, men det vil normalt være vandmættet, hvorfor lerets farve er mørk (mørkegrå, mørkebrun etc.). Er leret udsat for fortsat fordampning, sker der yderligere volumenformindskelse, indtil vandindholdet når ned til svindgrænsen  $w_S$ . Denne proces, der kaldes svind, omtales nærmere i 1.22. Når man kommer til svindgrænsen, kan der ikke ved fordampning af vand ske yderligere formindskelse af lerets volumen, hvorfor de ydre porer herefter tømmes for vand, og lerets farve skifter fra mørk til lys (se 1.22). Under svindgrænsen kan lermassen betragtes som et fast stof.

Ved fortsat fordampning tømmes porerne efterhånden for vand, bortset fra det vand, der er bundet hygroskopisk til kornenes overflade.

For oversigtens skyld er på fig. 1.16. A afsat de forskellige grænser i forhold til hinanden på en vandindholdsskala.

Flyde- og plasticitetsgrænserne er vigtige egenskaber, når man ønsker at karakterisere en jordart. De ligger desto højere, jo federe ler der er tale om, idet de fineste korn har den største vandbindingsevne. Det bemærkes, at alle konsistensgrænserne er egenskaber ved jordmaterialerne og således ikke udsiger noget om det naturlige vandindhold, jorden har på den givne lokalitet.

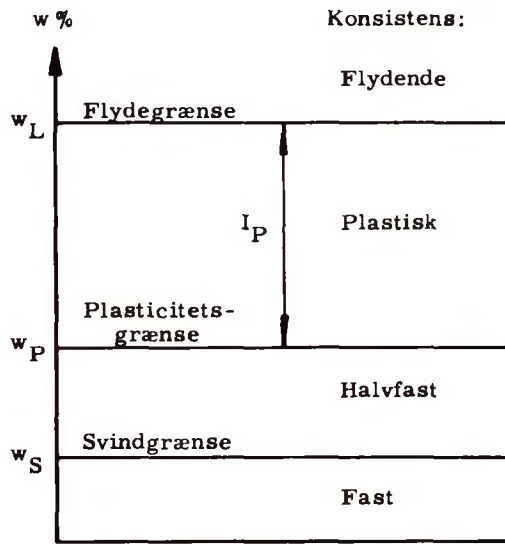


Fig. 1.16. A: Konsistensgrænser

Af de nævnte grænser afledes det såkaldte plasticitetsindeks  $I_P$

$$I_P = w_L - w_P \quad 1.16.1$$

der således angiver det interval (målt i vandprocenttal), inden for hvilket jorden er plastisk. En jordart med et stort  $I_P$  kaldes meget plastisk.

Plasticiteten er en egenskab, der står i forbindelse med indholdet af ler-fraktion (korn mindre end 0,002 mm), men alle små korn er dog ikke lige aktive med hensyn til at give plasticitet. Man har - for at give udtryk herfor - indført den såkaldte aktivitet ved følgende ligning (Skempton 1953)

$$\text{Aktiviteten} = \frac{\text{Plasticitetsindeks}}{\text{Ler-fraktion (i \%)}} \quad 1.16.2$$

Aktiviteten er således et udtryk for kemiske egenskaber ved de lermineraller og de ioner, jordarten indeholder.

Jordens relative fasthed afhænger naturligvis af, hvor i intervallet  $w_P - w_L$  det naturlige vandindhold  $w$  ligger. Man har derfor indført det såkaldte konsistensindeks  $I_C$ , defineret ved

$$I_C = \frac{w_L - w}{I_P} \quad 1.16.3$$

Konsistensindeks varierer således fra 0 ved flydegrænsen til 1 ved plasticitetsgrænsen.

## 1.17 Klassifikation

For at give en fuldstændig karakterisering af en jordart måtte man beskrive eller måle et stort antal egenskaber, der kan inddeles på følgende måde

A. Egenskaber vedrørende kornene

1. Kornform og kornstørrelse, herunder gradering.
2. Mineralogiske egenskaber, herunder: kornvægtfylde, farve samt indhold og art af eventuelt organisk stof (lugt).

B. Egenskaber vedrørende porerne

1. Mætningsgrad.
2. Indhold af elektrolyter (ioner) i porevandet.

C. Egenskaber vedrørende mikrostrukturen

1. Poretal (eller vandindhold), herunder (for sand) relativ lejringsstæthed.
2. Elektrokemiske bindinger mellem kornene indbyrdes samt mellem kornene på den ene side og vandet med dets ioner på den anden side. Når en jordart befinder sig i naturen, har den en ganske bestemt mikrostruktur, og man taler da om, at jorden er intakt (uforstyrret). Ved forstyrrelser ødelægges en større eller mindre del af bindingerne mellem kornene, men selv ved fuldstændig æltning vil der dog i finkornede jordarter stadig virke visse kræfter mellem kornene indbyrdes.
3. Orientering af kornene (evt. af bindingerne), således at egenskaberne bliver forskellige i forskellige retninger, hvilket kaldes anisotropi, i modsætning til isotrope jordarter, hvor egenskaberne (i et givet punkt) er de samme i alle retninger.

D. Egenskaber vedrørende makrostrukturen

1. Eventuelle revner, hvorved forstås luft- eller vandfyldte åbninger.
2. Eventuelle sprækker, hvorved forstås "spalteflader", langs hvilke jorden forholdsvis let vil kunne åbne sig og danne revner. Sprækker opstår hyppigst på grund af formindskelse af vandindholdet til omkring plasticitetsgrænsen, men kan også skyldes særlige kolloidkemiske processer (synerese). Sprækker i almindeligt ler har - i modsætning til krystallernes spalteflader - ikke nogen bestemt orientering, men går uregelmæssigt i alle retninger, dannende "klumper", hvis udstrækning måles i mm eller cm.
3. Eventuelle inhomogeniteter, i modsætning til homogene jordarter, hvor egenskaberne er de samme fra punkt til punkt. Inhomogeniteten kan bestå i en sammenblanding af flere jordarter, i en egentlig lagdeling, i tilstedeværelsen af planterødder etc. Da der i jord altid er tale om korn af forskellig størrelse og form, er begrebet homogenitet i nogen grad relativt. En jordart, der består af 40 % silt-fraktion og 60 % ler-fraktion, der er

ganske jævnt fordelt mellem hinanden, vil således blive karakteriseret som homogent ler, mens moræneler (der indeholder alle fraktionerne fra sten til ler) må kaldes inhomogent ler. Alligevel kan en hel aflejring af moræneler karakteriseres som homogen, hvis de enkelte fraktioner er jævnt fordelt.

Samtlige ovenfor nævnte egenskaber er funktioner af jordartens geologiske historie. Andre klassifikationsegenskaber kan afledes af de nævnte; f. eks. er konsistensgrænserne  $w_L$  og  $w_P$  funktioner alene af egenskaberne under A. og B., idet de bestemmes på æltet materiale.

Bortset fra de under D. nævnte punkter kan de ovenfor angivne egenskaber ikke siges at have primær geoteknisk interesse, men man kunne i princippet tænke sig - hvis alle egenskaberne var kendt fuldt ud - heraf at aflede de for den praktiske geotekniker vigtige funktioner som er: Rumvægt, hydrauliske egenskaber, deformations-egenskaber samt styrke. Imidlertid er videnskaben langt fra i stand til at give en fuldstændig redegørelse for disse funktioner, ligesom kendskabet til de strukturelle problemer overhovedet er meget begrænset.

Konsekvensen heraf er, at man til den praktiske karakterisering af en jordart må nøjes med at angive en del af egenskaberne under A.-D. samt ved direkte måling bestemme de øvrige egenskaber (permeabilitet, styrke etc.), som man har brug for ved anvendelserne.

Jordartsbetegnelserne er knyttet til kornstørrelserne (ler, silt, sand, grus og sten), og det er derfor meget vigtigt, at man skelner klart mellem jordartsbegreberne og fraktionsbegreberne, således som disse er defineret i 1.11. Fuldstændige jordartsbetegnelser som "leret grus", "siltholdigt sand" eller "leret silt" forklarer naturligvis sig selv, men det må fremhæves, at en jordart, der f. eks. i praksis benævnes "silt", sædvanligvis vil indeholde en del korn tilhørende ler- og sand-fraktionerne. På samme måde vil "grus" gerne indeholde noget sand-fraktion o. s. v.

Specielt må opmærksomheden henledes på, at hvis en jordart indeholder blot 15-20 % ler-fraktion, har den så god sammenhæng, at den altid vil blive karakteriseret som en lerart eller som "ler". En moræneaflejring, der består af 20 % ler-fraktion, 40 % silt-fraktion, 20 % sand-fraktion og 20 % grus-fraktion, betegnes således altid som moræneler, selvom den fuldstændige jordartsbetegnelse ville være "grus- og sandholdigt, siltrigt ler".

Den praktiske beskrivelse af en jordart vil få vidt forskellig form, eftersom der er tale om en grovkornet jordart (grus eller sand) eller om en jordart, der indeholder væsentlige mængder af de to fineste fraktioner silt og ler.

For jordarterne grus og sand vil en beskrivelse omfatte følgende egenskaber

- a. Kornstørrelser (gradering). Indhold af silt- eller ler-fraktion.
- b. Kornform.
- c. Farve. Lugt (indhold af organisk stof).
- d. Kornenes mineralske sammensætning.
- e. Lejringsstæthed.
- f. Vandindhold. Mætningsgrad.
- g. Inhomogeniteter. Lagdeling.

For jordarterne silt og ler vil en beskrivelse i praksis omfatte

- a. Kornstørrelser. Indhold af sand- eller grus-fraktion.
- b. Farve. Lugt (indhold af organisk stof).
- c. Konsistensen (d. v. s. fastheden), der talmæssigt bedst defineres som forskydningsstyrken (se 1.46).
- d. Sensitiviteten (se 1.47), der er et udtryk for nedsættelsen af forskydningsstyrken ved æltning.
- e. Vandindhold. Poretal. Mætningsgrad. Rumvægt.
- f. Plasticitet.
- g. Konsistens ved plasticitetsgrænsen.
- h. Revner. Sprækker. Inhomogeniteter. Lagdeling.
- i. Brudfladernes art (kornede, matte, glatte, skinnende etc.).

Hertil kan komme andre egenskaber, f. eks. saltindholdet i porevandet, der i visse tilfælde har overordentlig stor betydning.

Af de ovenfor nævnte egenskaber a-i skal bedømmelsen af kornstørrelserne og plasticiteten omtales lidt nærmere.

Den bedste bestemmelse af kornkurven fås naturligvis ved sigtning og slemning, men det er ofte af betydning at kunne få et begreb om kornstørrelserne uden egentlige forsøg. Korn, der tilhører sand-fraktionen, kan tydeligt føles med fingrene eller iagttages direkte. Hvis der ikke findes sandskorn i prøven, kan grovsilt (0,02-0,06 mm) mærkes mellem tænderne som en knasen.

Finsilt- og ler-fraktionen kan let skelnes fra hinanden ved en undersøgelse af, om der findes den såkaldte harmonikastruktur, der er meget karakteristisk for finsilt og findes svagt hos grovsilt. Ved undersøgelsen må prøven have et passende vandindhold (fra  $w_P$  til noget under  $w_L$ ), og harmonikastrukturen viser sig da som en evne til reversible deformationer ("elastik"), når en klump skiftevis underkastes træk- og trykpåvirkninger. Under disse påvirkninger skifter overfladen udseende mellem blank (vandet træder lidt frem af porerne) og mat. Harmonikastrukturen hidrører dels fra, at porerne er tilstrækkelig grove til, at vandet kan strømme lidt frem og tilbage på kort tid, dels fra, at kræfterne mellem de enkelte korn er meget små, således at de let kan skifte stilling i forhold til hinanden. I fede lerarter (der overvejende består af ler-fraktion) er kornene bundet stærkt til hinanden, og porerne er

for fine til de hurtige reversible deformationer. I grovsilt er porerne på den anden side så store, at prøven kun får ringe sammenhæng (se omtalen af kapillarspændinger i 1.22).

Også tørstyrken kan bruges som et kriterium til at skelne mellem silt og ler. Ren silt-fraktion har i lufttørret tilstand ringe styrke og knuses let mellem fingrene, mens de fedeste lerarter vanskeligt ridses med en negl.

Plasticiteten har naturligvis ikke i sig geoteknisk interesse, men da den er nem at undersøge, og da flydegrænsen  $w_L$  og plasticitetsgrænsen  $w_P$  indicerer vigtige geotekniske egenskaber, er plasticiteten et særdeles nyttigt begreb. En jordarts sammentrykkelighed vokser således med voksende  $w_L$ , samtidig med at permeabiliteten aftager. For en fast værdi af  $w_L$  er endvidere plasticitetsindeks  $I_P$  størst for de mest finkornede jordarter. Tilføjes der organisk stof til ler eller silt, vokser  $w_L$  stærkt, uden at  $I_P$  ændrer sig væsentligt.

Ved tilførsel af vand til en jordprøve samt ved udtørring (gennem udrulning på vandsugende papir) kan man få et begreb om konsistensgrænserne  $w_L$  og  $w_P$ . Størrelsen af  $I_P$  kan endvidere bedømmes ved en undersøgelse af prøvens konsistens ved  $w_P$ . En jordart med lav plasticitet (lille  $I_P$ ) er således blød ved  $w_P$ , mens de meget plastiske, fede lerarter er særdeles hårde ved  $w_P$ . For disse gælder det desuden, at de ved  $w_P$  let lader sig polere med en negl, samt at de viser en spejlende flade ved gennemskæring med en kniv.

Betegnelserne grus, sand, silt og ler er velegnede for mineraljordarter. Er der tale om et mindre indhold af organisk stof, kan man bruge betegnelser som "dyndholdigt sand", "organisk silt" og "organisk ler", men for de egentlige organiske jordarter er det ikke bekvemt at bruge fraktionsbegrebet som inddelingsgrundlag. Betegnelserne er på dette område knyttet til jordarternes oprindelse, såsom tørv, tørvedynd, ferskvandsdynd og saltvandsdynd, der alle i det store og hele er af vegetabilisk oprindelse og har mørk farve, mens gytje er animalsk (smådyrs ekskrementer) og kan være lys. Gytjen kendes på sin store porøsitet (lille rumvægt) og svampede karakter.

Generelt kan det siges, at man for at karakterisere en jordart bør gøre beskrivelsen så fuldstændig som muligt samt benytte de gængse geotekniske begreber i denne beskrivelse. I interne rapporter, der skal gengive en rutinemæssig identificering af et stort antal jordprøver, kan det dog være en fordel at betjene sig af et af de særlige klassifikationssystemer, som er udviklet af forskellige institutioner. I disse systemer benyttes symboler som en forkortet skrivemåde. Et af de bedste systemer er "Unified Soil Classification System", der benytter anskuelige bogstavsymboler (A. A. Wagner 1957).

## 1. 2 HYDROSTATIK OG HYDRAULIK

## 1.21 Neutrale og effektive spændinger

Fig. 1. 21. A viser et snit i jorden. Snitkræfterne kan som sædvanlig sammensættes til en normalspænding  $\sigma$  og en forskydningsspænding  $\tau$ . Disse spændinger kaldes totale, idet de repræsenterer samtlige kræfter, der overføres gennem snittet. Normalspændingerne regnes positive som tryk.

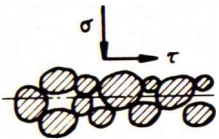


Fig. 1. 21. A:  
Totale spændinger.

Da jord er et to- eller trefasesystem, er det af fundamental betydning at skelne mellem de dele af spændingerne, som overføres gennem de forskellige faser.

Det kan dog ses, at luftfasen ikke i denne forbindelse spiller nogen egentlig rolle. Luften kan dels forekomme som luftporer, der står i forbindelse med atmosfæren, dels som isolerede luftblærer. I førstnævnte tilfælde er trykket i luften nul (atmosfærens tryk), og luften overfører derfor ingen spændinger. Trykket i de isolerede luftblærer er lig trykket i det omgivende porevand plus en størrelse, der svarer til overfladespændingen og blærens krumningsradius (jfr. de i 1. 22 behandlede kapillarspændinger). Spændingstilstanden i jorden vil følgelig overhovedet ikke ændres, hvis luftblæren tænkes erstattet af vand. Heller ikke i dette tilfælde kan luften derfor deltage selvstændigt i overførelse af spændinger.

Spændingerne i jorden kan således regnes at blive overført dels som tryk i porevandet, dels som tryk mellem kornene.

Porevandttrykket kaldes også den neutrale spænding og betegnes med  $u$ . (Ordet "neutral" anvendes, fordi poretrykket ikke har nogen betydning for jordens forskydningsstyrke). Når man betragter snittet på fig. 1. 21. A, ville man måske være tilbøjelig til at tro, at den del af den totale spænding  $\sigma$ , der overføres gennem porevandet, skulle være  $u \cdot n$ , hvor  $n$  er porøsiteten. Forholdet er imidlertid det, at hele den neutrale spænding  $u$  er virksom ved overførelse af snitkræfter. Dette kan indses på følgende måde: Arealet af kontaktfladen mellem to korn er så lille i forhold til kornene, at berøringen kan anses for punktformet. Vandet omgiver således ethvert korn på alle sider, og dets tryk  $u$  frembringer i kornet en alsidig trykspænding af samme størrelse.

Den del af den totale spænding, der ikke bæres af poretrykket, overføres fra korn til korn gennem kontaktpunkterne. Selv om denne overførelse er meget kompliceret, kan samtlige kræfter på en arealenhed sammensættes til en spænding, den såkaldte effektive spænding.

For normalspændingerne får man således

$$\sigma = u + \bar{\sigma} \quad 1.21.1$$

hvor  $\bar{\sigma}$  = den effektive normalspænding. Da man kan se bort fra forskydningspændinger i vandet, er forskydningspændingen  $\tau$  også effektiv. Sammensættes  $\bar{\sigma}$  og  $\tau$  vektorielt, fås den resulterende effektive spænding  $\bar{\sigma}_R$ , d. v. s.

$$\bar{\sigma} + \tau = \bar{\sigma}_R \text{ (vektor)} \quad 1.21.2$$

Det er kun i få tilfælde i praksis, at det er muligt direkte at angive den effektive normalspænding; sædvanligvis vil man derimod nemmere kunne bestemme den totale og den neutrale spænding, hvorefter den effektive fås af 1.21.1.

Som eksempel betragtes grusaflejringen i fig. 1.21.B. Grundvandspejlet GVS

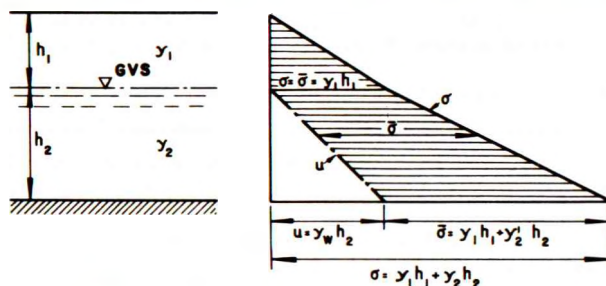


Fig. 1.21.B: Effektive spændinger.

antages at stå i dybden  $h_1$  under terræn, idet man ved grundvandspejlet iøvrigt forstår den flade, hvor den neutrale spænding er nul, d. v. s. lig atmosfærens tryk. Variationen af de lodrette normalspændinger ned igennem aflejringen er vist til højre på figuren, idet den fuldt optrukne kurve angiver de totale spændinger og den stiplede de neutrale. Igennem det tørre gruslag af tykkelsen  $h_1$  vokser den totale spænding lineært fra 0 til  $\gamma_1 h_1$ . Da laget er forudsat helt tørt, er der ingen neutrale spændinger, hvorfor den effektive spænding her er lig den totale. Under grundvandspejlet er rumvægten  $\gamma_2$  noget større, hvorved den totale spænding ved lagets underside når værdien  $\sigma = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2$ . Forudsat at der ingen strømning foregår i vandet, vokser den neutrale spænding lineært fra 0 til  $u = \gamma_w h_2$  ved lagets underside. Subtraheres  $u$  fra  $\sigma$ , fås de effektive spændinger  $\bar{\sigma}$ , der er angivet ved det skraverede område. Ved lagets underside er  $\bar{\sigma} = \gamma_1 h_1 + \gamma_2' h_2$ , hvor  $\gamma_2'$  er den reducerede rumvægt defineret ved 1.15.1.

Når der ikke er nogen strømning i porevandet, vil det af ovenstående eksempel fremgå, at det ofte kan være bekvemt at indføre begrebet den effektive rumvægt  $\bar{\gamma}$ , der er defineret som

$$\bar{\gamma} = \begin{cases} \gamma & \text{for tør eller lidt fugtig jord} \\ \gamma' = \gamma - \gamma_w & \text{for vandmættet jord} \end{cases} \quad 1.21.3$$



Med anvendelse af den effektive rumvægt kan man da i et tilfælde, der er så simpelt som fig. 1.21. B, beregne de effektive spændinger direkte, men der må iøvrigt generelt advares mod en sådan direkte beregning, da man let begår fejl, hvis der er kapillarspændinger (se 1.22) eller grundvandstrømninger. Indtil man har fået en helt sikker forståelse af jordens spændingsforhold, bør beregningen af normalspændingerne derfor altid ske i rækkefølgen: totale-neutrale-effektive!

### 1.22 Kapillaritet og svind

For at lette forståelsen af begrebet kapillarspændinger i jorden skal først betragtes et almindeligt kapillarrør (fig. 1.22. A) med diameteren  $d$ , hvor der forudsættes fuldstændig vedhængning mellem vandet og rørvæggen. At vandet står stykket  $h_c$

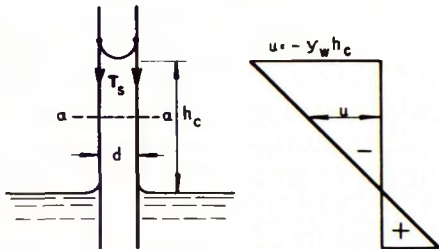


Fig. 1.22. A: Kapillarrør.

(den kapillære stighøjde) højere i kapillarrøret end i karret udenfor, skyldes som bekendt vandets overfladespænding  $T_s$ , der medfører, at meniscus hænger som en halvkugleformet membran langs rørets periferi. Meniscus afleverer derved en lodret nedadrettet trækraft til rørvæggen på  $T_s \cdot \pi d$ . Situationen kan fysisk opfattes på den måde, at vandsøjlen med diameter  $d$  og højde  $h_c$  gennem meniscus' be-

røring med væggen hænger i denne. Man har derfor ligningen

$$\gamma_w \frac{\pi}{4} d^2 h_c = T_s \pi d$$

hvoraf

$$h_c d = 0,3 \text{ cm}^2$$

1.22.1

idet  $T_s$  (kraft pr. længdeenhed) kan sættes lig med  $0,075 \text{ g/cm}$ .

Spændingerne  $u$  i vandet er vist til højre på fig. 1.22. A. Spændingen er nul i højde med karrets vandspejl. Da der er hydrostatisk trykfordeling inde i kapillarrøret, aftager spændingerne opad, indtil værdien  $u = -\gamma_w h_c$  i højde med meniscus. Der er således undertryk (i forhold til atmosfærens tryk) i kapillarrøret over karrets vandspejl.

Lægges et vandret snit a-a i røret (som tænkes understøttet forneden), véd man, at den samlede snitkraft er lig vægten af den overliggende del af røret og vandet. I vandet er der en negativ spænding  $u$ , mens trykkraften i rørvæggen svarer til summen af rørets vægt og vandsøjlen af højden  $h_c$ .

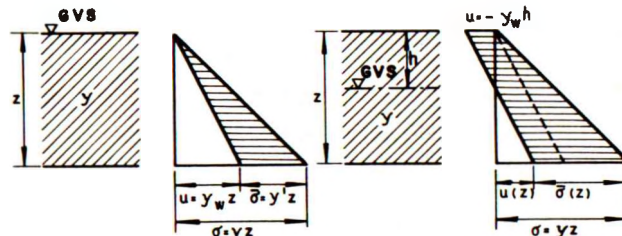


Fig. 1. 22. B: Kapillarspændinger.

I fig. 1. 22. B betragtes nu en finkornet jordmasse, f. eks. ler. Til venstre i figuren er grundvandspejlet GVS forudsat at ligge i jordoverfladen. Spændingerne i dybden  $z$  beregnes da let; de bliver

$$\text{Total spænding: } \sigma = \gamma z.$$

$$\text{Neutral - : } u = \gamma_w z.$$

$$\text{Effektiv - : } \bar{\sigma} = \sigma - u = (\gamma - \gamma_w)z = \gamma' z.$$

1. 22. 2

De effektive spændinger er skraveret.

Til højre på figuren tænkes grundvandspejlet at ligge i dybden  $h$  under jordoverfladen; grundvandspejlet er, som nævnt i 1. 21, defineret som den flade, hvor poretrykket er nul. Da jorden er finkornet, vil porerne normalt være vandfyldte også over grundvandspejlet, idet porerne kan opfattes som et system af sammenhængende kapillarrør af uregelmæssig form. Den kapillære stighøjde  $h_c$  kan for fede jordarter være overordentlig stor. Tager man f. eks. en lerart med en "porediameter" på  $d = 0,1 \mu = 10^{-5}$  cm, fås af 1. 22. 1 en kapillær stighøjde på  $h_c = 300$  m.

Under forudsætning af, at den kapillære stighøjde  $h_c$  for jordens porer er større end  $h$ , kan porerne være vandmættede helt op til jordoverfladen. Den neutrale spænding svarer til hydrostatisk trykfordeling med værdien  $u = -\gamma_w h$  ved jordoverfladen. I dybden  $z$  fås

$$u = -\gamma_w h + \gamma_w z = \gamma_w (z - h)$$

Den totale spænding er (som før)

$$\sigma = \gamma z$$

Heraf fås nu ved subtraktion den effektive spænding

$$\bar{\sigma} = \gamma z - \gamma_w (z - h) = \gamma_w h + \gamma' z$$

1. 22. 3

Ved sammenligning med 1. 22. 2 ses, at de effektive spændingers variation med dybden  $z$  er den samme (leddet  $\gamma' z$ ), men de er overalt blevet forøget med størrelsen  $\gamma_w h$ , svarende til at en porevandssøjle af højden  $h$  "hænger" i jordoverfladen. Der er således en udstrakt analogi mellem et almindeligt kapillarrør og jordens porer:

I kapillarrøret bliver vægten af vandsøjlen  $h_c$  overført til rørvæggen gennem meniscus; i jorden udgør kornene kapillarrørens vægge, og trykkrafterne i disse "vægge" er de effektive spændinger. Ved jordoverfladen afsluttes porerne med en række små meniscer, hvis middelkrumning  $\frac{1}{r}$  overalt er bestemt af

$$T_s = \frac{1}{2}(-u)r$$

1.22.4

idet meniscus kan opfattes som en udspændt membran, der med spændingen  $T_s$  bærer belastningen  $(-u) = \gamma_w h$ .

Over grundvandspejlet taler man om, at der er kapillarspændinger i vandet, og ved kapillarspændingen forstås trækket (undertrykket) i porevandet.

I jordarter som sand og grovsilt er den kapillære stighøjde forholdsvis lille. Fig. 1.22.C viser den situation, hvor grundvandspejlet GVS står så dybt ( $h$  under jordoverfladen), at den kapillære mætningszone af højden  $h_c$  ikke når op til jordover-

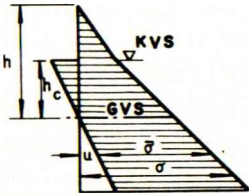


Fig. 1.22.C:  
Kapillarspændinger  
i sand.

Af figuren fremgår variationen af de totale spændinger  $\sigma$ , de neutrale spændinger  $u$  og de effektive spændinger  $\bar{\sigma}$  (skraveret), idet det er forudsat, at sandet over kapillarvandspejlet KVS er tørt (ingen neutrale spændinger). I virkeligheden har man altid over kapillarvandspejlet en zone af fugtigt sand, der siges at indeholde porevinkelvand, idet vandet fortrinsvis findes omkring kontaktpunkterne mellem de enkelte korn. Der er således også her kapillarspændinger (undertryk i porevinkelvandet) med den tilhørende forøgelse af de effektive spændinger mellem kornene, men størrelsen af kapillarspændingerne afhænger bl. a. af de klimatiske forhold (nedbør, fordampning). Man ser derfor normalt væk fra dem, hvilket er på den sikre side med hensyn til sandets styrkeforhold.

Til yderligere uddybning af begrebet kapillarspændinger betragtes derefter optagningen af en prøve fra et vandmættet lerlag. I naturen vil leret normalt være underkastet forskellige tryk i lodret og vandret retning, men det forudsættes her for simpelhedens skyld, at trykket er det samme i alle retninger. I det prøven frigøres fra sine omgivelser, forsvinder dette tryk, og lerskelettet (bestående af samtlige korn) vil da - i lighed med en svamp - forsøge at udvide sig lidt. Dette bliver imidlertid forhindret af vandet, som fylder alle porer, idet vand i sammenligning med lerskelettet kan anses for usammentrykkeligt. Resultatet bliver derfor, at der opstår et undertryk i porevandet med dertil hørende tryk imellem kornene.

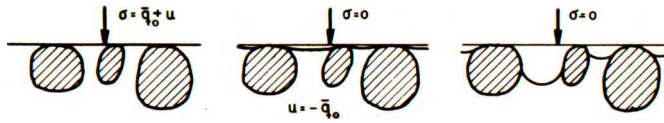


Fig. 1. 22. D: Prøveoptagning og svind.

Fig. 1. 22. D viser skematisk spændingsforholdene. Til venstre ses prøven i jorden underkastet en alsidig effektiv spænding  $\bar{q}_0$  (og et poretryk  $u$ , som er uden betydning i denne forbindelse). Idet prøven skæres fri langs den rette linie, opstår der et undertryk i porevandet, hvis overflade får form af svagt krummede meniscer (jfr. 1. 22. 4). Under idealiserede forhold bliver trykket i porevandet netop  $u = -\bar{q}_0$  (fig. 1. 22. D i midten). Da den ydre belastning på den optagne prøve er nul, er den totale spænding  $\sigma = 0$ , hvorfor de effektive spændinger er  $\bar{\sigma} = -u = \bar{q}_0$ , d. v. s. det samme som før optagelsen. Dette er naturligvis i nøje overensstemmelse med forudsætningen om, at der ikke sker nogen udvidelse af prøven ved optagningen.

Ved en ideal optagning af en lerprøve sørger kapillarspændingen (undertrykket i porevandet) således for, at der ikke sker nogen udvidelse, hvorfor den optagne prøve er underkastet den samme effektive spænding som i jorden. I virkeligheden er forholdene dog ikke så ideale, idet der er følgende årsager til afvigelser

- a. De effektive spændinger er i naturen forskellige i de forskellige retninger.
- b. Ved prøvens udskæring sker der en lille æltning af dens overflade (og muligvis anden forstyrrelse af strukturen), og da de æltede lag kan afgive vand til resten af prøven, reduceres undertrykket.
- c. Prøven kan suge vand fra omgivelserne under optagningen.
- d. Vandet er ikke fuldstændigt usammentrykkeligt, men kapillarspændingen giver anledning til en lille udvidelse, der atter ytrer sig i en nedsættelse af den effektive spænding.

Til slut skal betragtes kapillarspændingernes forhold til begrebet lerarters svind. Lad der fra den optagne lerprøves overflade ske en langsom fordampning. På grund af vandets vedhængning ved kornene må afgivelsen af vand nødvendigvis ske på den måde, at meniscerne bliver mere krumme (fig. 1. 22. D til højre). Til stærkere krummede meniscer svarer større undertryk i vandet (jfr. 1. 22. 4), og til større undertryk svarer en større effektiv spænding. Lerskelettet kan imidlertid ikke underkastes større effektiv spænding, uden at der sker en sammentrykning (se 1. 31). Man ser således, at en lille vandafgivelse fra overfladen svarer til en sammentrykning af hele prøven (svind), og at vandet derfor i virkeligheden tages jævnt fordelt fra hele prøvens volumen.

Denne svindproces kan for en fed lerart fortsættes meget længe; vejer og måler man prøven med mellemrum, vil man se, at for hver gang den er blevet 1 g lettere, er dens volumen formindsket 1 cm<sup>3</sup>. For enhver lerart er der imidlertid en grænse, der er bestemt af porernes finhed. Hvis  $d$  betegner diameteren af "de mindste porer", kan undertrykket i porevandet iflg. 1. 22. 4 ikke blive større end

$$-u = \frac{4 T_s}{d} = \gamma_w h_c \quad 1. 22. 5$$

svarende til den kapillære stighøjde  $h_c$ . På dette tidspunkt er meniscerne trukket ind til "de mindste porer" (der dog også findes tæt ved overfladen), og ved yderligere fordampning kan prøven ikke sammentrykkes mere. Man siger da, at svindgrænsen, kendetegnet ved vandindholdet  $w_s$ , er nået. Indtil svindgrænsen når porevandet helt ud til prøvens overflade, men når vandindholdet formindskes under svindgrænsen, forsvinder meniscerne ind i prøvens indre. Resultatet er, at prøvens farve ret pludseligt skifter fra mørk til lys ved svindgrænsen.

Det skal bemærkes, at undertrykket i porevandet måles i forhold til atmosfærens tryk, og at det i ler let kan blive så stort, at der er tale om en egentlig trækspænding i vandet. Imidlertid har rent vand i virkeligheden en meget betydelig trækstyrke, således at der ikke af denne grund i praksis sættes nogen grænse for kapillarspændingerne. Hvis der i porevandet findes en mindre luftmængde, vil den blive udskilt som små luftbobler rundt om i porerne. I disse bobler er der naturligvis positivt tryk (absolut), hvilket er muligt samtidig med et stort træk i porevandet, fordi boblernes krumningsradius er overordentlig lille (jfr. 1. 22. 4).

### 1. 23 Potentiale, gradient og strømkraft

Hvis vandet i forskellige dele af jorden har forskellig energi, vil det strømme fra områder med større energi til områder med mindre energi. Inden for den almindelige hydraulik skrives energiniveauet som

$$E_w = z + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g} \quad 1. 23. 1$$

hvor de 3 led som bekendt er henholdsvis den geometriske højde, trykhøjden og hastighedshøjden. De to første led angiver tilsammen den potentielle energi, mens sidste led svarer til den kinetiske energi.

Ved strømninger i jorden er hastighederne altid så små, at man kan se bort fra hastighedshøjden.

Ligesom i hydraulikken indføres her begrebet potentialet  $h$  ved ligningen

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w} \quad 1. 23. 2$$

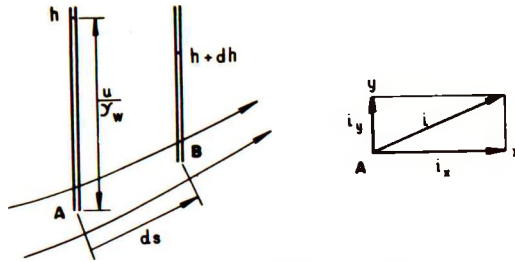


Fig. 1.23.A: Potentiale og gradient.

hvor  $z$  er den geometriske højde og  $u$  porevandstrykket. Ved potentialet i et punkt forstås således det niveau (eller den kote), hvortil vandet ville rejse sig i et stigrør, der anbringes i punktet (fig. 1.23.A).

Da det er potentialforskellene, der får vandet til at strømme, er det endvidere naturligt at indføre begrebet gradienten defineret som potentialfaldet pr. længdeenhed. På fig. 1.23.A ses et strømrør med vandet strømmende fra punkt A til punkt B. Afstanden  $ds$  mellem disse punkter forudsættes uendelig lille, og  $s$  regnes positiv i strømmens retning. Potentialerne er henholdsvis  $h$  og  $h+dh$  (hvor  $dh$  altså er negativ). Ved gradienten i retningen AB forstås da

$$i_{AB} = - \frac{dh}{ds} \quad 1.23.3$$

Gradienten  $i_{AB}$  kan naturligvis defineres for en vilkårlig retning, uafhængig af den retning hvori strømmingen går. Tages gradienterne  $i_x$  og  $i_y$  i to på hinanden vinkelrette retninger (fig. 1.23.A til højre), kan de sammensættes til en vektor  $\bar{i}$ , der kaldes gradienten i punktet A. Analogt for 3 dimensioner. Med vektorsymboler er således

$$\bar{i} = \text{grad}(-h) \quad 1.23.4$$

Vektoren  $\bar{i}$  angiver altså retning og størrelse af største fald på potentialfladen  $h$ .

Hvis man betragter de kræfter, der påvirker  $1 \text{ m}^3$  af jorden, har man først rumvægten  $\gamma$  af den vandmættede jord, der kan deles i den reducerede rumvægt  $\gamma' = \gamma - \gamma_w$  samt vandets rumvægt  $\gamma_w$ . Den sidstnævnte holder ligevægt med poretrykkene i en hydrostatisk trykfordeling.

Da der herudover foregår en strømming i porevandet, er den hydrostatiske trykfordeling overlejret af hydrodynamiske tryk, således at porevandet i  $1 \text{ m}^3$  af jorden desuden er påvirket af en kraft

$$\bar{j} = \bar{i} \gamma_w \quad 1.23.5$$

der er at opfatte som en vektor i retning af gradienten  $\bar{i}$ . Nu sker der imidlertid ingen væsentlig acceleration eller deceleration af vandet (jfr. den forsvindende lille

hastighedshøjde), hvorfor vandet tillige må være påvirket af en kraft  $-\bar{j}$ , som stammer fra kornene.

Forholdet er her det samme som ved vands strømning i et rør af konstant tværsnit: Vandets middelhastighed er konstant, og potentialfaldet holdes i ligevægt af forskydningsspændingerne langs rørvæggen. Da aktion = reaktion, medfører strømmingen altså, at vandet påvirker røret med en kraft svarende til potentialfaldet.

På samme måde påvirker det i jorden strømmende vand de omgivende korn med tryk- og forskydningskræfter på en sådan måde, at vandet hindres i at accelerere, hvorved kraften  $\bar{j}$  i 1.23.5 overføres til kornene. Denne kraft kaldes strømkraften.

Da strømkraften således har fuld indflydelse på de effektive spændinger, kan det undertiden være bekvemt at addere den til den reducerede rumvægt  $\gamma'$ , hvorved man får

$$\gamma'' = \gamma' + \bar{j} = \gamma' + \bar{i}\gamma_w \quad 1.23.6$$

hvor alle størrelserne må opfattes som vektorer. Jordens effektive rumvægt  $\bar{\gamma}$  er herefter

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= \gamma && \text{for tør eller fugtig jord} \\ \bar{\gamma} &= \gamma' = \gamma - \gamma_w && \text{for vandmættet jord uden strømning} \\ \bar{\gamma} &= \gamma'' = \gamma' + i\gamma_w && \text{for vandmættet jord med nedadrettet strømning} \\ \bar{\gamma} &= \gamma'' = \gamma' - i\gamma_w && \text{for vandmættet jord med opadrettet strømning} \end{aligned} \quad 1.23.7$$

Med hensyn til strømkrafternes indflydelse iøvrigt henvises til 3.2.

## 1.24 Permeabilitet

Når man ser bort fra grove filtre (som omtales i slutningen af dette afsnit), er vandets strømning i jorden altid laminær. Der er følgelig proportionalitet mellem hastighed og energitab, d. v. s. mellem hastighed og gradient. Dette er Darcy's lov

$$v = ki \quad 1.24.1$$

hvor  $v$  er hastigheden, mens proportionalitetsfaktoren  $k$  kaldes permeabilitetskoefficienten.

På grund af porernes komplicerede form er man afskåret fra at forfølge den virkelige hastigheds variation fra punkt til punkt. Størrelsen  $v$  betegner derfor den såkaldte filterhastighed, der er defineret således: Hvis der igennem et tværsnit  $A$  af jorden strømmer vandmængden  $Q$  ( $m^3/s$ ), er filterhastigheden  $v = \frac{Q}{A}$ .  $v$  skal således regnes virksom på bruttotværsnittet (korn + porer).

$k$  afhænger af jordens art og af vandets viskositet. Den første afhængighed skal omtales nærmere nedenfor. Afhængigheden af viskositeten har væsentligst betydning

for laboratorieforsøg;  $k$  er iøvrigt omvendt proportional med den kinematiske viskositet  $\gamma$  ( $k$  vokser altså lidt med temperaturen).

Det er indlysende, at jordens makrostruktur har overordentlig stor indflydelse på dens permeabilitet. I de øvre lag kan frost, svind, jordskred, planterødder m. v. fremkalde revner eller andre hulrum, der ganske dominerer strømningsbilledet. I klippe vil knusningszonerne sædvanligvis være stærkt permeable. Sådanne knusningszoner kan være fremkommet ved tektoniske bevægelser, eller - i nogle lande - ved isens tryk i istiden.

I denne forbindelse kan også nævnes inhomogeniteter, der bevirker, at en større jordmasse bliver mere gennemtrængelig for vand. Som eksempel skal anføres, at man har målt værdien  $k = 10^{-10}$  m/s på en prøve af tilsyneladende homogent moræneler; efter æltning (hvorved alle de fineste korn blev jævnt fordelt) fandtes kun  $k = 0,3 \cdot 10^{-10}$  m/s.

En speciel form for inhomogenitet er lagdeling, hvor lodret og vandret permeabilitet er meget forskellige. Dette omtales nærmere nedenfor.

I homogen jord afhænger permeabiliteten først og fremmest af kornstørrelsen. I naturen er variationen så stor som fra  $k = 10^{-2}$  m/s for grus til  $k = 10^{-12}$  m/s for fedt ler. Det fremgår heraf, at ingeniøren i praksis først og fremmest må interessere sig for størrelsesordenen af  $k$ , mens han sjældent kan påregne større nøjagtighed.  $k$  må altid bestemmes ved måling, men her skal som vejledning ved valg af filtre e.l. anføres følgende formel, som er angivet af Hazen, og som gælder for løst lejret og meget ensartet sand

$$k = (0,01 \text{ à } 0,015)d_{10}^2 \quad (k \text{ i m/s og } d_{10} \text{ i mm}) \quad 1.24.2$$

$d_{10}$  betegner korndiameteren for 10 % gennemfald. Formlen kan naturligvis kun være en tilnærmelse, da  $k$  også afhænger af gradering og kornform.

For naturligt forekommende sandsorter har Mansur (1957) udført en række målinger, der for  $d_{10} < 0,5$  mm svarer til

$$\text{I marken: } k = (0,01 \text{ à } 0,02 \text{ à } 0,05)d_{10}^2 \quad 1.24.3$$

$$\text{I laboratoriet: } k = (0,005 \text{ à } 0,013 \text{ à } 0,03)d_{10}^2 \\ (k \text{ i m/s og } d_{10} \text{ i mm})$$

De 3 talkoefficienter angiver ydergrænserne, henholdsvis "middelværdierne".

For en given jordart afhænger  $k$  desuden af poretallet. Ifølge Frank Englund (1953) kan man for sand regne med følgende relation mellem værdien  $k_e$  ved poretallet  $e$  og værdien  $k_1$  ved poretallet  $e = 1,0$

$$k_e = \frac{1+e}{2} e^2 \cdot k_1 \quad 1.24.4$$



(Værdien  $k_1$  er en ren regnestørrelse, uanset om sandet kan eksistere med så stort poretal). Denne formel er bekvem at bruge, når man har bestemt  $k$  for én værdi af  $e$  og ønsker at beregne  $k$  for en anden værdi.

For strømning i en given retning kan  $i$  og  $v$  i Darcy's lov,  $v = ki$ , betragtes som skalære størrelser, hvor  $k$  da er knyttet til den givne retning. For isotrop jord, d. v. s. jord, hvis strømningsegenskaber er uafhængige af den betragtede retning, er  $k$  en konstant (i et givet punkt), og Darcy's lov kan også opfattes som en vektorligning, der knytter hastighedsvektoren  $\vec{v}$  til gradienten  $\vec{i}$ . (Det bemærkes for fuldstændigheds skyld, at isotrop jord udmærket kan være inhomogen, idet ordet isotrop betyder, at  $k$  er ens i alle retninger i et givet punkt, mens inhomogeniteten medfører, at  $k$  varierer fra punkt til punkt).

Jord kaldes anisotrop (med hensyn til permeabilitet), når  $k$  i det betragtede punkt afhænger af retningen. For lagdelt jord med tynde, vandrette lag (fig. 1.24.A) vil permeabiliteten  $k_1$  i vandret retning (1-retningen) således altid være meget større end permeabiliteten  $k_2$  i lodret retning (2-retningen). Darcy's lov 1.24.1 må da skrives

$$\begin{aligned} \text{For 1-retningen: } v_1 &= k_1 i_1 \\ \text{For 2-retningen: } v_2 &= k_2 i_2 \end{aligned} \quad 1.24.5$$

(Det bemærkes, at anisotrop jord udmærket kan være homogen, når blot  $k_1$  og  $k_2$  ikke varierer fra punkt til punkt, og retningerne 1 og 2 også er faste).

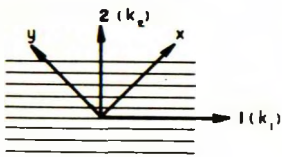


Fig. 1.24.A:  
Anisotrop jord.

Hvis man i 1.24.5 sammensætter  $i_1$  og  $i_2$  til en vektor  $\vec{i}$ , samt  $v_1$  og  $v_2$  til en vektor  $\vec{v}$ , vil det ses, at  $\vec{i}$  og  $\vec{v}$  normalt vil danne en vinkel med hinanden. Disse vektorer er kun parallelle, hvis enten  $i_1$  eller  $i_2$  er nul, d. v. s. hvis strømningen enten går vinkelret på lagdelingen eller parallelt dermed. Det kan nu vises, at hvis man vælger to vilkårlige retninger  $x$  og  $y$  (fig. 1.24.A), kan Darcy's lov generelt skrives

$$\vec{v} = \bar{\bar{k}} \vec{i} \quad 1.24.6$$

hvor

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \text{ og } \vec{i} = \begin{pmatrix} i_x \\ i_y \end{pmatrix}$$

mens permeabilitetskoefficienten  $\bar{\bar{k}}$  må opfattes som en tensor (matriks)

$$\bar{\bar{k}} = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{xy} & k_y \end{pmatrix} \quad 1.24.7$$

Retningerne 1 og 2 er således denne tensors 1. og 2. hovedretning, mens  $k_1$  og  $k_2$  er dens hovedværdier.

Derefter betragtes fig. 1.24. B, hvor jorden består af en række lag a, b, c, ..., der hver for sig kan anses for homogene og isotrope. Lagenes tykkelser er  $H_a, H_b, H_c, \dots$ , tilsammen  $H$ , og deres permeabilitetskoefficienter  $k_a, k_b, k_c, \dots$ .

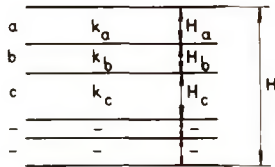


Fig. 1.24. B:  
Lagdelt jord.

Ved vandret strømning gennem jorden er de forskellige lag analoge med parallelt forbundne, elektriske modstande. Den samlede strøm er

$$q = (k_a H_a + k_b H_b + \dots) i_1$$

hvor  $i_1$  er gradienten i vandret retning. For alle jordlagene er den gennemsnitlige, vandrette permeabilitetskoefficient altså  $k_1$ , hvor

$$k_1 H = k_a H_a + k_b H_b + \dots \quad 1.24.8$$

For lodret strømning gennem jorden er de forskellige lag analoge med serieforbundne elektriske modstande. Ifølge Darcy's lov er potentialfaldet gennem ét lag

$$-\Delta h = i H = \frac{v}{k} H$$

Det samlede potentialfald gennem alle lag bliver derfor

$$-\Delta h = v \left( \frac{H_a}{k_a} + \frac{H_b}{k_b} + \dots \right)$$

Heraf udledes følgende formel for den gennemsnitlige, lodrette permeabilitetskoefficient  $k_2$

$$\frac{H}{k_2} = \frac{H_a}{k_a} + \frac{H_b}{k_b} + \dots \quad 1.24.9$$

Hvis permeabiliteterne  $k_a, k_b, \dots$  er meget forskellige, følger det af 1.24.8-9, at  $k_1$  er af samme størrelsesorden som det største  $k$ , mens  $k_2$  er af samme størrelsesorden som det mindste  $k$ , i overensstemmelse med, at det mest permeable lag vil føre en stor del af den vandrette strøm, mens det mindst permeable lag vil frembyde den væsentligste hindring for en lodret strøm.

Som nævnt i begyndelsen af dette afsnit, bygger Darcy's lov og dermed begrebet permeabilitetskoefficient på den forudsætning, at vandets strømning er laminær. I grove filtre med stor hastighed kan vandbevægelsen imidlertid blive mere eller mindre turbulent. Dette tilfælde er behandlet udførligt af Frank Engelund (1953), der har vist, at gradienten kan skrives som

$$i = a v + b v^2 \quad 1.24.10$$

d. v. s. som summen af et laminært og et turbulent energitab. Når  $v$  er tilstrækkelig lille, kan man se væk fra det kvadratiske led, og man har da naturligvis  $a = \frac{1}{K}$ . Hvis  $v$  på den anden side er meget stor, vil det sidste led være dominerende (vands strømning gennem sten).

Koefficienterne  $a$  og  $b$  afhænger af middelkorndiameteren  $d$ , poretalet  $e$  og vandets kinematiske viskositet  $\gamma$  på følgende måde

$$a = \frac{\alpha}{e^2(1+e)} \frac{\gamma}{gd^2} \quad 1.24.11$$

$$b = \beta \frac{(1+e)^2}{e^3} \frac{1}{gd}$$

hvor  $g$  er tyngdens acceleration, mens  $\alpha$  og  $\beta$  er dimensionsløse koefficienter, hvis numeriske værdi alene afhænger af kornform og gradering. Middelkorndiameteren  $d$  defineres her på den måde, at man vejer f. eks. 100 korn og sætter vægten lig vægten af et tilsvarende antal kugler med diameteren  $d$ . Med denne definition angiver Engelund følgende værdier af  $\alpha$  og  $\beta$

Kugleformede, lige store korn:	$\alpha = 780$ , $\beta = 1,8$ .	
Ensformige, runde korn	: $\alpha = 1000$ , $\beta = 2,8$ .	1.24.12
Uregelmæssige, skarpe korn	: $\alpha \sim 1500$ , $\beta \sim 3,6$ .	

### 1.25 Frostfare

Når vandet i jorden fryser, sker der en udvidelse på ca. 10 %, hvilket naturligvis kan ødelægge jordens struktur og give anledning til fremkomsten af revner. Da disse revner giver lettere adgang for regnvandet, kan sådanne frostpåvirkninger trænge længere og længere ned for hver frostperiode.

Det er imidlertid ikke det her beskrevne fænomen, man tænker på, når man taler om, at visse jordarter er frostfarlige. Den egentlige frostfare står i forbindelse med, at der i finkornede jordarter er en tendens til dannelse af islinser. Da der endnu ikke foreligger nogen fuldstændig teori for de herhenhørende termodynamiske problemer, er det ikke her muligt at gøre nærmere rede for processerne ved islinsernes dannelse. I grove træk kan man forestille sig følgende "forklaring":

I de fine porer kan der ske en underafkøling af vandet, uden at det fryser. Det underafkølede vand har større termisk energi end isen og vil derfor begynde at strømme hen imod den allerede dannede is. På denne måde kan islinserne vokse til meget betydelig tykkelse (indtil flere decimeter), idet der stadig suges vand op nedefra. Dannelsen af islinserne giver anledning til gener på to måder: Dels sker der en hævnning af fundamentet eller vejbelægninger ved frysningen, dels opløses jorden stærkt

ved tøbrud.

Da det kun er i fine porer, der kan ske en underafkøling af vandet, må en jordart for at være potentielt frostfarlig indeholde en vis mængde små korn. Undersøgelser i forskellige lande viser således, at en jordart kan anses for frostsikker, hvis den indeholder mindre end 15 % silt- og lerfraktion, d. v. s. korn under 0,06 mm. Hvis den indeholder over 30 % af disse fraktioner, er den afgjort frostfarlig, mens overgangsområdet fra 15-30 % er tvivlsomt og kræver nærmere undersøgelse.

Selv om en jordart er potentielt frostfarlig, behøver den ikke at frembyde nogen fare i den givne situation; den virkelige fare afhænger først og fremmest af, om der er mulighed for, at islinserne stadig kan suge vand til sig nedefra. I lerarter med mindst 25 % korn under 0,002 mm er permeabiliteten så lille, at fryseprocessen sædvanligvis trænger hurtigere ned i jorden, end islinserne kan trække vandet op. Sådanne jordarter er derfor kun frostfarlige i ringe grad. Den i praksis største frostfare fås for korn omkring 0,02 mm, d. v. s. at silt og især grovsilt er vanskelig at have med at gøre.

Der vil heller ikke være nogen virkelig frostfare, hvis grundvandet står så dybt, at de finkornede jordarter ligger over den kapillære stighøjde.

Endelig afhænger den virkelige frostfare naturligvis af klimaet. Her i landet har man en enkelt vinter kunnet konstatere en frostnedtrængning på indtil 1,4 m, men i praksis vil man kunne sætte frostsikker funderingsdybde til 1,2 m, selv når man har at gøre med de mest frostfarlige jordarter. For mindre frostfarlige jordarter, såsom moræneler, vil den traditionelle funderingsdybde på 0,9 m være fuldt forsvarlig. I grovkornede jordarter vil man kunne fundere så højt oppe, som regnens nedvaskning af fine partikler og vegetationen tillader.

## 1.3 DEFORMATIONER

## 1.31 Sammentrykkelighed

På fig. 1.31.A er skitseret en jordprøve (prikket), der bliver trykket sammen i en cylindrisk beholder ved hjælp af et stempel (skraveret). Stemplet er porøst, således at det af porerne udpressede vand let kan undvige. Belastningen  $q$  på stemplet er derfor efter nogen tids forløb lig med den effektive spænding  $\bar{q}$  i jordprøven. En sådan proces, hvor det voksende tryk medfører en formindskelse af jordens porevolumen, kaldes konsolidering. Den modsatte proces, hvor porevolumenet vokser, kaldes ekspansion.

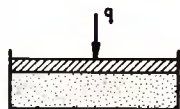


Fig. 1.31.A:  
Konsolideringsforsøg.

For de grovkornede jordarter grus og sand er sammentrykkeligheden så lille, at man sædvanligvis kan se bort fra den, når der ikke er tale om meget løse aflejringer. En forøgelse af lejringsstæthed opnås iøvrigt her bedre ved en kombination af tryk og vibrationer. Et eksempel på en konsolideringskurve for sand ses på fig. 1.31.B, hvor  $\bar{q}^{2/3}$  er valgt som abscisse. Vedrørende deformationernes variation med spændingen henvises til 1.33.2.

Ved konsolideringsforsøget er den lodrette spænding  $\bar{q}$  naturligvis den største effektive hovedspænding, der ellers betegnes  $\bar{\sigma}_1$ , mens den vandrette spænding er den mindste effektive hovedspænding, som betegnes  $\bar{\sigma}_3$ . Den vandrette spænding ved konsolideringsforsøget kaldes også det til det lodrette tryk svarende hviletryk. Målinger har vist, at der er et meget nær konstant forhold mellem  $\bar{\sigma}_3$  og  $\bar{\sigma}_1$ . Dette forhold, der kaldes hviletrykskoefficienten, er ca. 0,4 - ca. 0,5, for henholdsvis fastlejret og løstlejret sand.

For jordarter, der indeholder væsentlige mængder af silt- og lerfraktion, er konsolideringsegenskaberne af stor betydning. Indhold af organisk stof giver særlig stor sammentrykkelighed. På fig. 1.31.C er vist et typisk forløb af en konsolideringskurve, idet abscisseaksen angiver de effektive spændinger i logaritmisk skala, mens ordinataksen angiver poretallet.

Når ler aflejres i naturen, sker det ved et vandindhold i nærheden af eller noget over flydegrænsen. Efterhånden som det sedimenterede lag vokser i tykkelse, vil der ske en vandudpresning fra den nederste del. Optegnes sammenhængen mellem effektiv spænding og poretal, fås den kurve, der på fig. 1.31.C er betegnet I, og som kaldes stamkurven. Kurven er meget nær retliniet over et stort interval af e-aksen, men bøjer naturligvis af for store tryk, da e ikke kan komme under en vis grænse. Stamkurvens beliggenhed afhænger af lerarten; den ligger således højere for fede end for

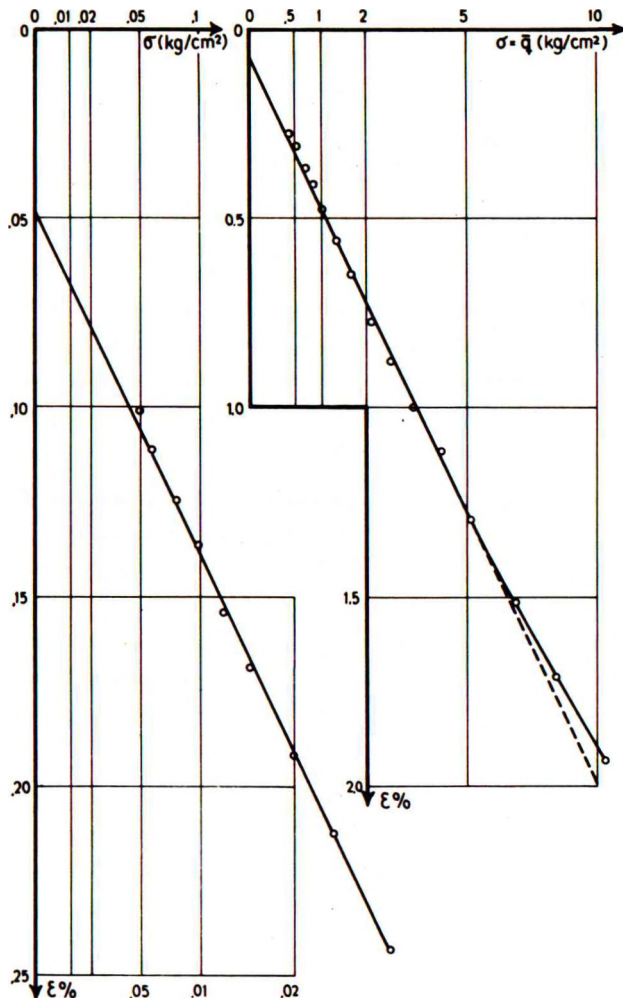


Fig. 1.31.B: Konsolideringsdiagram for sand.

magre lerarter. Hvis punktet  $(\bar{q}_0, e)$ , svarende til det i naturen eksisterende tryk  $\bar{q}_0$ , for en given lerprøve ligger på stamkurven, kaldes leret normaltkonsolideret, idet denne beliggenhed viser, at prøven ikke tidligere har været underkastet større tryk end  $\bar{q}_0$ .

Hvis lerlaget først konsolideres til trykket  $\bar{q}_{pc}$  og derefter aflastes (under vandop-sugning), fås den på figuren viste aflastningsgren II, der her er ført tilbage til et tryk på  $1 \text{ t/m}^2$ . Figuren viser også genbelastningsgrenen III, som leret følger, når belastningen atter forøges. Genbelastningsgrenen når ved  $\bar{q} = \bar{q}_{pc}$  næsten hen til stamkurven, som den derefter følger med et lidt formindsket poretal. De deformationer, der er forbundet med aflastnings- og genbelastningsgrenene kan derfor uden større fejl

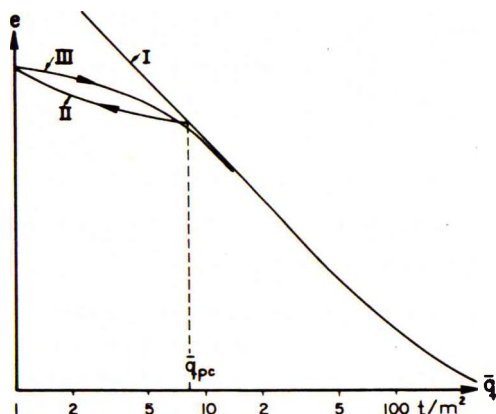


Fig. 1.31.C: Konsolideringsdiagram for ler.

betegnes som reversible. (De kan derimod ikke kaldes elastiske, da de ikke følger Hooke's lov og viser betydelig hysteres). Den del af stamkurvens sammentrykning, som ikke er reversibel, svarer til de permanente eller irreversible deformationer.

En lerprøve, som befinder sig på aflastnings- eller genbelastningsgrenen, betegnes som forkonsolideret under trykket  $\bar{q}_{pc}$ . En sådan forkonsolidering kan naturligvis let frembringes i laboratoriet. I naturen stammer forkonsolideringen enten fra større belastning i tidligere geologiske perioder (jordlag, som senere er børtoreroderet, eller gletscherne i istiden) eller fra større kapillarspændinger på et tidspunkt, hvor klimaet var varmere eller grundvandspejlet stod lavere. I 2.23 omtales det, hvorledes forkonsolideringstrykket kan bestemmes ud fra laboratorieforsøg.

Størrelsen af sammentrykkeligheden i et punkt af konsolideringsdiagrammet er udtrykt ved kurvens hældning i det pågældende punkt, idet man indfører konsolideringsmodulen K, defineret ved ligningen

$$\frac{-de}{1+e} = \frac{d\bar{q}}{K} \quad 1.31.1$$

Det ses, at definitionen er analog med den ved Hooke's lov givne definition af elasticitetsmodulen, bortset fra at sidetrykket og tværudvidelsen ikke indgår i 1.31.1.

Ifølge 1.31.1 svarer K til konsolideringsdiagrammets tangenthældning. I praksis er det bekvemt at erstatte differentialerne  $de$  og  $d\bar{q}$  med endelige tilvækster, hvorved K kommer til at svare til kordehældningen. I dette tilfælde skal man for  $e$  i nævneren  $(1+e)$  indsætte værdien  $e_0$  (in-situ poretallet), således at sammentrykningen bliver sat i forhold til lerlagets oprindelige tykkelse.

For normalt konsolideret ler er K over en stor del af  $\bar{q}$ -skalaen proportional med  $\bar{q}_0$ , hvorfor man her med fordel kan benytte den såkaldte konsolideringsindeks C, der er defineret ved

$$C = \frac{-de}{d(\log \bar{q})}$$

1. 31. 2

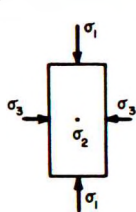
C er konstant for en konsolideringskurve, der er retliniet i logaritmisk  $\bar{q}$ -skala.

For normalt konsolideret ler er der (ligesom for sand) et meget nær konstant forhold mellem sidetrykket og den lodrette spænding. Dette forhold, hviletrykskoefficienten, er hyppigst 0,6 - 0,8. Ved aflastning af det lodrette tryk sker der en langsommere formindskelse af sidetrykket, der således for forkonsolideret ler kan være væsentlig større end den lodrette spænding.

Der har i det foregående alene været tale om lodret sammentrykning af jord, hvor vandrette deformationer er forhindret. I praksis kan der optræde enhver kombination af lodret og vandret sammentrykning. Den hidtil behandlede lodrette sammentrykning kaldes derfor almindelig eller monoaksial konsolidering. Hvis sammentrykningen frembringes ved hydrostatisk tryk, d. v. s. ved det samme tryk i alle 3 retninger, taler man om triaksial konsolidering. Konsolideringskurven ligner ganske den for monoaksial konsolidering (fig. 1. 31. C), men ligger lidt lavere. På grund af jordens anisotropi vil sammentrykningen ikke være den samme i alle 3 retninger.

### 1. 32 Forskydningsdeformationer

Mens der i forrige afsnit var tale om deformationer, hvor volumenændringerne var det afgørende, skal nu behandles det mere generelle tilfælde, hvor et jordelement er påvirket af visse normalspændinger  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  og  $\sigma_3$  i 3 på hinanden vinkelrette retninger, således som antydnet på fig. 1. 32. A. Spændingerne nummereres således, at



$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ . Figuren kan siges at repræsentere en vilkårlig spændingstilstand i et vilkårligt punkt af en jordmasse.

Af hensyn til fremstillingen i det følgende vil det dog være tilstrækkeligt at se på det tilfælde, hvor  $\sigma_2 = \sigma_3$ , og hvor  $\sigma_3$  holdes konstant, mens  $\sigma_1$  forøges fra udgangsværdien  $\sigma_1 = \sigma_3$ . Dette svarer iøvrigt til et triaksialt trykforsøg (se 2. 25) med voksende lodret spænding og kon-

Fig. 1. 32. A: stant sidetryk.

Triaksial  
spændings-  
tilstand.

Da der ved et sådant trykforsøg optræder voksende forskydnings-spændinger  $\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ , vil der ske visse forskydninger af kornene i forhold til hinanden. De herved optrædende deformationer kaldes forskydningsdeformationer.

Når der er tale om sand, udføres forsøget sædvanligvis med helt tørt materiale, og forskydningsdeformationerne vil være forbundet med visse volumenændringer.

For finkornede jordarter som ler kan det triaksiale trykforsøg udføres på forskellige måder, idet man enten kan tillade, at der sker en vandudpresning (dræning), eller



hindre en sådan (se 2.25). Hvis der er tale om et udrænnet forsøg med vandmættet ler, er prøvens volumen konstant, og man har kun at gøre med de rene forskydningsdeformationer. Hvis der derimod sker en vandudpresning, har man en kombination af forskydningsdeformationer og konsolidering.

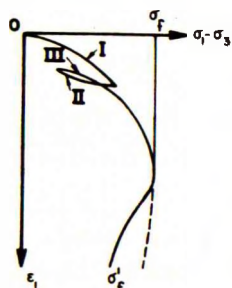


Fig. 1.32. B:  
Arbejdskurve  
ved trykforsøg.

Fig. 1.32. B viser den generelle form af arbejdskurven ved et trykforsøg, idet differenspændingen  $\sigma_1 - \sigma_3$  er afsat som absicisse og forkortelsen  $\epsilon_1$  som ordinat. Aflastningsgrenen II og genbelastningsgrenen III danner en belastningsløjfe med reversible deformationer. Ved  $\sigma_f$  når differenspændingen sin maksimale værdi, der kaldes trykstyrken. Efter bruddet fortsætter arbejdskurven i visse tilfælde (løstlejret sand, æltet ler) næsten lodret nedad som angivet ved den punkterede linie, mens spændingen i andre tilfælde stabiliserer sig omkring en ny værdi  $\sigma'_f$ .

Iøvrigt skal forskydningsdeformationerne diskuteres separat for sand og ler i de to følgende afsnit.

### 1.33 Sands forskydningsdeformationer

Forskydningsdeformationerne i sand hidrører dels fra en bevægelse af kornene i forhold til hinanden, d. v. s. glidninger i berøringspunkterne, dels fra en fladtrykning af de enkelte korn i berøringspunkterne. Eventuel knusning af hjørner eller kanter synes ikke at spille nogen praktisk rolle for sands deformationer.

Fladtrykningsdeformationerne er i sig små i forhold til glidningsdeformationerne, men som det senere skal ses, spiller de en rolle for nogle af glidningerne.

Fladtrykningsdeformationerne kan anses for rent elastiske deformationer, mens glidningerne også kaldes de plastiske deformationer. Glidningerne må forstås på den måde, at den relative bevægelse af to korn, der rører hinanden, normalt er lille i forhold til korndiameteren (højest nogle få procent af denne), mens det er en sjælden undtagelse, at to korn "passerer forbi" hinanden. Først når spændingstilstanden i sandet er ganske nær ved brud, vil et væsentligt antal korn få så store glidninger, at de passerer forbi deres nabokorn.

For at forklare naturen af glidningerne i sand betragtes et triaksialt trykforsøg med tørt sand (jfr. fig. 1.32. A), hvor  $\sigma_1$  gradvis forøges fra udgangsværdien  $\sigma_3 (= \sigma_2)$  til brud.

Hvis man før forsøgets begyndelse, hvor der er alsidigt tryk, ser på de kræfter, der overføres mellem sandskornene to og to i berøringspunkterne, fås et billede som det på fig. 1.33. A viste, hvor kontaktkraften symbolsk er betegnet med  $\sigma_3$ , idet den er proportional med denne størrelse. Nyere undersøgelser synes at tyde på, at de

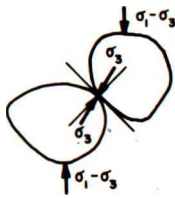


Fig. 1.33. A:  
Kraft mellem  
to sandskorn.

fleste af disse kontaktkræfter i retning kun afviger lidt fra normalen til berøringsfladen.

Når den lodrette spænding forøges (lidt) fra  $\sigma_3$  til  $\sigma_1$ , vil differensspændingen  $\sigma_1 - \sigma_3$  give anledning til en lille drejning af kontaktkræfterne (jfr. de symbolske kræfter  $\sigma_1 - \sigma_3$  på figuren). Denne drejning vil dog kun i få tilfælde medføre, at friktionsvinklen for kvarts mod kvarts overskrides. Efterhånden indtræffer dette i flere og flere kontaktpunkter, hvorved kornene glider på hinanden. Disse glidninger kaldes de primære glidninger.

Tænker man sig udført to forsøg, henholdsvis med  $\sigma_3 = 1 \text{ kg/cm}^2$  og  $\sigma_3 = 2 \text{ kg/cm}^2$ , vil trykkene mellem kornene i det sidste tilfælde være dobbelt så store som i det første. For at frembringe tilsvarende glidninger, må differensspændingen derfor også være dobbelt så stor, da der er tale om et friktionsfænomen. De primære glidninger vil herefter være en funktion af spændingsforholdet

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3}$$

Ifølge ovenstående ræsonnement skulle der til at begynde med næsten ikke være nogen plastisk deformation (glidninger); dette viser sig dog ikke at være rigtigt, og årsagen hertil er de elastiske deformationer (kornenes fladtrykninger i kontaktpunkterne). På grund af sandstrukturens uregelmæssige opbygning kan disse fladtrykninger ikke finde sted uden visse mindre, lokale omlejninger, d. v. s. små relative forskydninger af kornene i forhold til hinanden. Disse glidninger kaldes sekundære glidninger, da de er fremkaldt indirekte (af de elastiske deformationer), mens de primære glidninger fremkaldes direkte af spændingerne.

Det kan let vises, at de elastiske deformationer er proportionale med  $\sigma^{2/3}$ , og det er naturligt at antage, at dette også gælder de sekundære glidninger, hvilket bekræftes af forsøg.

Alt i alt føres man derfor til følgende formel for den specifikke forkortelse i  $\sigma_1$ -retningen

$$\epsilon_1 = f_1' \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3} \right) + \frac{\sigma_1^{2/3} - \sigma_3^{2/3}}{E_s^{2/3}} \left[ f_1^{\text{el.}} + f_1'' \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3} \right) \right] \quad 1.33.1$$

Her er

$f_1'$  = de primære glidninger.

$E_s$  = sandskornenes (kvartsens) elasticitetsmodul.

$f_1^{\text{el.}}$  = en konstant, der svarer til de elastiske deformationer.

$f_1''$  = de sekundære glidninger.

Så længe forholdet  $\sigma_1/\sigma_3$  er mindre end 2 à 2,5, er andet led i 1.33.1 (de sekundære

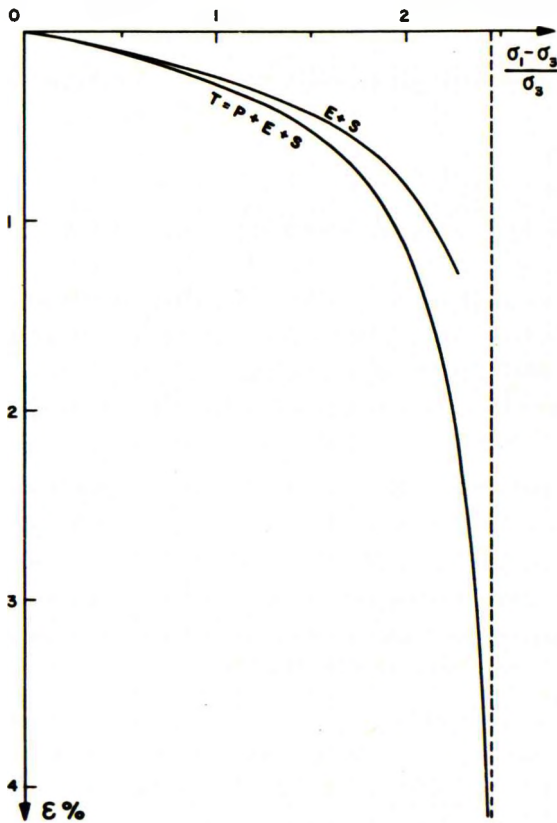


Fig. 1.33.B: Arbejdskurve for sand.

glidninger) det vigtigste, men når forholdet overskrider den angivne grænse, bliver første led (de primære glidninger) hurtigt ganske dominerende.

Fig. 1.33.B viser den triaksiale arbejdskurve for en sandprøve, idet kurven E+S angiver summen af de elastiske deformationer og de sekundære glidninger, mens kurven T er de totale deformationer. Den punkterede linie angiver spændingen ved brud.

En mindre del såvel af de primære som af de sekundære glidninger vil være reversible og vil således optræde sammen med de elastiske i en aflastnings- og genbelastningssløjfe. Disse reversible glidninger giver anledning til svag hysteres.

Hvis man analyserer et konsolideringsforsøg med sand på samme måde, som det her er sket for triaksialforsøget, vil man finde, at der vil optræde elastiske deformationer samt de dermed forbundne sekundære glidninger, hvorimod der ikke kan være nogen primære glidninger, idet forholdet  $\sigma_3/\sigma_1$  er konstant lig hviletrykkoeficienten (0,4-0,5). I formelen 1.33.1 falder første led altså bort, og  $f_1''$  er en konstant, hvorefter

$$\epsilon_1 = \left(\frac{\sigma_1}{E_s}\right)^{2/3} (f_1^{el.} + f_1^{pl.}) \quad 1.33.2$$

Som man ser, er konsolideringskurven på fig. 1.31. B i smuk overensstemmelse hermed.

### 1.34 Lers forskydningsdeformationer

I ler er kornene omgivet af vandhinder, så nogen fladtrykning af kornene kan ikke finde sted. Deformationer kan foregå ved, at kornene trykkes ind imod hinanden, eller ved at de forskydes i forhold til hinanden. Kræfterne overføres fra korn til korn gennem vandhinderne ved elektrokemiske kræfter mellem de korn, der er tilstrækkelig nær hinanden.

Ved forskydningsdeformationer i ler med konstant vandindhold skal nogle af de korn, der gennem de elektrokemiske kræfter er i indbyrdes kontakt, nærme sig til hinanden (vandhinderne bliver tyndere), mens andre skal fjerne sig fra hinanden. Når ler konsoliderer, vil kornene gennemgående komme nærmere hinanden. Med den viden, man har i dag, er der ingen grund til at antage, at forskydningsdeformationer og konsolideringsdeformationer er af forskellig natur.

Det er ikke konstateret, om der i ler findes deformationer, der i egentligste forstand kan kaldes elastiske (d. v. s. følger Hooke's lov). Hvis de findes, er de i hvert fald meget mindre end de plastiske. Det vil derfor være rimeligst indtil videre at opfatte alle deformationer i ler som plastiske, og dette gælder såvel forskydningsdeformationer som konsolideringsdeformationer.

Ved en aflastning og genbelastning (jfr. II og III i fig. 1.32. B) kan man finde de reversible deformationer mellem to spændingsgrænser og definere den dertil hørende deformationsmodul E. Denne modul spiller naturligvis bl. a. en rolle ved svingningspåvirkninger. Den kan dog ikke opfattes som en elasticitetsmodul, idet den er desto større, jo mindre den svingende påvirkning er (jfr. hysteresen i fig. 1.32. B).

Arbejdskurven for lers totale forskydningsdeformationer er så at sige krum fra begyndelsen, og ofte kan den på en lang strækning approksimeres med en parabel af formen

$$\epsilon_1 = \alpha (\sigma_1 - \sigma_3)^n \quad 1.34.1$$

(hvor  $\sigma_3$  holdes konstant). n kan f. eks. være ca. 2.

Under disse forhold kan man naturligvis ikke tale om nogen konstant deformationsmodul. Ved mange anvendelser er det dog ganske praktisk at kunne tilnærme arbejdskurven med en ret linie og benytte den tilhørende modul. Det må da blot præciseres, hvor stor en del af arbejdskurven denne modul repræsenterer. Ofte benytter man f.

eks. det punkt på arbejdskurven, hvor differenspændingen er

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 0,50 \sigma_f$$

til at definere en "middelmodul"  $E_{50}$  ved hjælp af den tilhørende deformation  $\epsilon_{50}$  som

$$E_{50} = \frac{0,50 \sigma_f}{\epsilon_{50}} \quad 1.34.2$$

Det er klart, at  $E_{50}$  kun giver et vagt begreb om arbejdskurvens forløb for små spændinger, og for spændinger større end  $0,50 \sigma_f$  har  $E_{50}$  ingen interesse for normale lerarter på grund af arbejdskurvens meget stærke krumning i nærheden af brud.

Af det her samt i 1.31 sagte vil det forstås, at når belastningen på en vandmættet lermasse ændrer sig, fremkommer der plastiske deformationer, der kan deles i to grupper

1. Forskydningsdeformationer, hvor lermassens volumen ikke ændres.
2. Konsolideringsdeformationer, hvor der sker en vandudpresning.

Er der tale om en større lermasse, vil vandudpresningen kunne kræve lang tid, og man kalder derfor også forskydningsdeformationerne for de initiale deformationer. Dette må ikke forstås på den måde, at hele forskydningsdeformationen kommer momentant, idet der for alle plastiske deformationer er et vist tidsforløb (jfr. omtalen af krybning i 1.35), men i praksis vil den initiale deformation for bygværker normalt komme, før konsolideringsdeformationen rigtig er begyndt.

For ikke-vandmættet ler vil der ved belastningens påførelse ske nogen sammenstrykning af luften, og denne volumenændring hører naturligvis til de initiale deformationer.

### 1.35 Rheologiske fænomener

Ved rheologi forstås læren om plastiske legemers deformationer. Som grænsetilfælde omfatter rheologien læren om elastiske legemer til den ene side og læren om ideale (Newton'ske) vædske til den anden. I de to grænsetilfælde afhænger forskydningspændingen kun af henholdsvis deformationen (ren elasticitet) og af deformationshastigheden (ren viskositet). I alle mellemtilfælde (plastiske stoffer) afhænger forskydningspændingen såvel af deformation som af deformationshastighed samt - i almindelighed - også af tidligere deformationer. Såvel sand som ler er typiske eksempler på plastiske stoffer, og det er derfor nødvendigt at gøre kort rede for deres rheologiske egenskaber. Da rheologien er en ung videnskab, har den endnu i det væsentlige fænomenologisk-empirisk karakter, mens den analytiske rheologi kun er i sin vorden.

Et fænomen af fundamental betydning inden for rheologien er den såkaldte krybning, hvorved man forstår, at deformationerne er tidsafhængige. Ved belastningens anbringelse fremkommer dels en momentan deformation, dels en med tiden voksende krybning. Krybningen pr. tidsenhed er størst i begyndelsen og stærkt aftagende med tiden.

Ler har altid i geoteknikken været opfattet som et plastisk stof med betydelig krybning. At sand også viser væsentlig krybning, fremgår af fig. 1.35.A, hvor kurverne angiver deformationens tilvækst med tiden i de enkelte belastningstrin i et triaksialt trykforsøg. Værdien af forholdet  $(\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_3$  er påskrevet hver kurve.

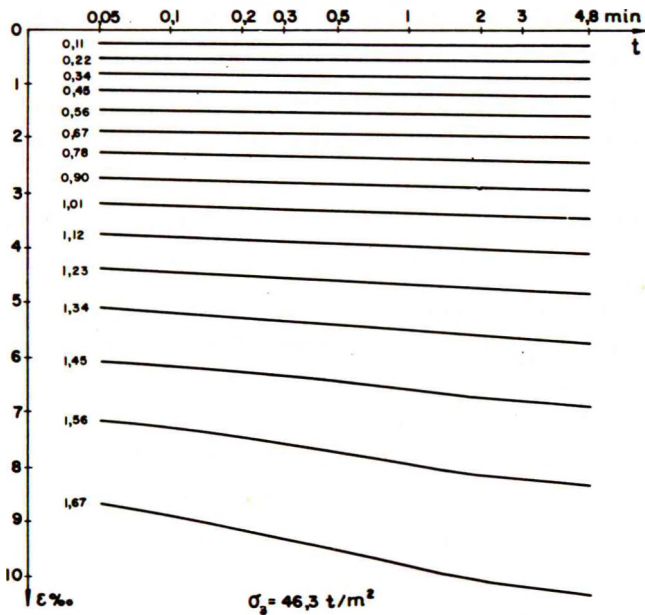


Fig. 1.35.A: Krybning i triaksialt trykforsøg med sand.

Det er ikke muligt at angive generelle formler for krybningens variation med tiden. Af mangel på teorier er det i den empiriske rheologi sædvanligt at afsætte krybningen som funktion af tiden i et dobbeltlogaritmisk diagram, hvilket man også kan gøre ved et nærmere studium af lers krybning.

Ved sandforsøg med forskellige typer af belastning finder man ofte, at krybningen er proportional med  $\log t$  ved de lavere belastningstrin. Ved højere belastningstrin (henimod brud) kan krybningen i begyndelsen være lineær i tiden for derefter gradvis at gå over i den sædvanlige logaritmiske krybning.

Krybningen i det enkelte belastningstrin er i nogen grad relativ. Hvis man lader ét belastningstrin stå meget længe, fås i dette trin tilsvarende stor krybning med det resultat, at deformationen i det efterfølgende belastningstrin formindskes.

Ved konsolideringsforsøg med ler optræder der, når overtrykket i porevandet er

forsvundet, en krybning, der er proportional med  $\log t$ , den såkaldte sekundære konsolidering (se 2. 23).

Det er en følge af krybningen, at modstanden mod en bestemt deformation afhænger af deformationshastigheden. Hvis deformationen påtvinges hurtigt, er modstanden større, end hvis deformationshastigheden er lille.

En anden konsekvens af krybningen er det fænomen, der kaldes relaksation, hvorved forstås følgende: Til at fremkalde en vis deformation kræves en bestemt spænding; hvis man derefter holder deformationen konstant, vil spændingen aftage med tiden, først hurtigt, men efterhånden langsommere og langsommere.

Endelig følger det også af krybningen, at man ved gentagen belastning får stadig voksede deformationer. En del forsøg viser, at deformationstilvæksten omtrent følger logaritmen af antallet af belastningsrepetitioner.

Et andet rheologisk fænomen er hysteresen, der ytrer sig ved, at en aflastningsgren og den tilhørende genbelastningsgren ikke er sammenfaldende. Eksempler på hysteresesløjfer ses på fig. 1.31.C og 1.32.B. På den sidste del af aflastningsgrenen får man hyppigt en del "negativ krybning", d. v. s. en med tiden aftagende deformation. Man kunne måske i det væsentlige tænke sig at forklare hysteresen som et resultat af krybningen på de to grene, men sammenhængen er snarere den, at krybning og hysteresese har en fælles årsag i en vekselvirkning mellem to energiformer.

Det sidste rheologiske fænomen, som skal omtales, er den såkaldte deformationshærdning, der optræder for nogle jordarter og viser sig som en styrkeforøgelse forårsaget af forudgående deformationer (krybning).

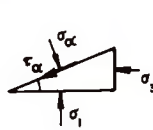
## 1.4 FORSKYDNINGSSTYRKE

## 1.41 Mohr's spændingscirkel

Mohr's spændingscirkel såvel som udledelsen deraf forudsættes her bekendt. Der skal blot erindres om, at i geoteknikken regnes trykspændinger positive.



Fig. 1.41.A: Mohr's cirkel.



Normalt har man kun brug for den Mohr'ske cirkel, som svarer til største hovedspænding  $\sigma_1$  og mindste hovedspænding  $\sigma_3$  (fig. 1.41. A). Af denne cirkel finder man som bekendt let normalspændingen  $\sigma_\alpha$  og forskydningsspændingen  $\tau_\alpha$  på en plan, der indeholder mellemste hovedspænding  $\sigma_2$  og danner vinklen  $\alpha$  med retningen af  $\sigma_3$ .

## 1.42 Brudbetingelser

Det er på forhånd indlysende, at alle brudbetingelser for jordarter principielt bør udtrykkes ved de effektive spændinger; en forøgelse af den neutrale spænding til en vilkårlig værdi kan nemlig ikke have nogen indflydelse på brudtilstanden, fordi vandet ikke kan optage forskydningspændinger. Terzaghi's indførelse i 1925 af begrebet effektiv spænding var derfor et vigtigt led i den moderne geotekniks gennembrud.

Hvis man betragter isotrop jord, d. v. s. en jordart, hvis deformations- og styrkeegenskaber er ens i alle retninger, følger det af de generelle matematiske principper om invariante størrelser, at en videnskabelig korrekt brudbetingelse må indeholde alle 3 effektive hovedspændinger på en symmetrisk måde. Det er i de senere år inden for geoteknikken blevet forsøgt på denne måde at trænge til bunds i det generelle brudproblem, men man er endnu langt fra en afklaring, bl. a. fordi der mangler nøjagtige forsøgsdata, såvel som en dyberegående teoretisk forståelse. Den omstændighed, at en jordart kan blive anisotrop gennem de deformationer, belastningen medfører, er iøvrigt en hindring for invariansprincippets anvendelse i geoteknikken.

Alle forsøg viser imidlertid tydeligt, at  $\bar{\sigma}_1$  og  $\bar{\sigma}_3$  har den største indflydelse på styrken, og i praksis nøjes man med brudbetingelser, der kun indeholder disse to hovedspændinger.

Når man ved forsøg bestemmer forskydningsstyrken, er det på den sikre side at



vælge  $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3$  (således som det er tilfældet ved triaksiale trykforsøg). Det andet grænsetilfælde  $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_1$  giver ifølge nyere undersøgelser en forskydningsstyrke, der for ler er 10-20 % højere, hvorfor det her må anses for tilladeligt at se bort fra indflydelsen af mellemste hovedspænding. For sand betyder  $\bar{\sigma}_2$  væsentlig mere, men der findes endnu ikke rationelle metoder, hvorved man kan tage hensyn hertil. Den forøgelse af forskydningsstyrken, som fås, hvis  $\bar{\sigma}_2 > \bar{\sigma}_3$ , opfattes derfor normalt blot som en ekstra (ukendt) sikkerhed.

Brudbetingelsen for en given jordart med et fast poretal formuleres bedst gennem indhyllingskurven for en række Mohr'ske cirkler, der hver for sig repræsenterer en brudtilstand ( $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_3$ ). I praksis kan denne indhyllingskurve tilstrækkelig nøjagtigt antages at være en ret linie, således som vist på fig. 1.42.A. Denne rette linie siges

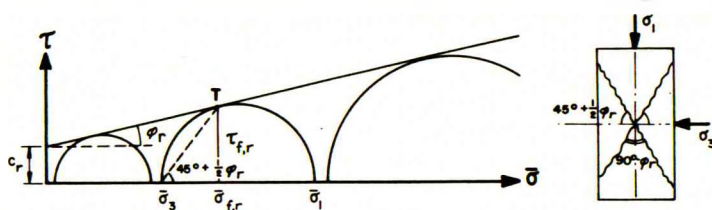


Fig. 1.42.A: Den virkelige brudbetingelse (Hvorslev).

at repræsentere den virkelige brudbetingelse, også kaldet Hvorslev's brudbetingelse.

Den Hvorslev'ske linie er karakteriseret ved det stykke  $c_r$ , den afskærer af  $\tau$ -aksen, samt ved hældningen  $\varphi_r$  i forhold til  $\bar{\sigma}$ -aksen.  $c_r$  kaldes den virkelige kohæsion, mens  $\varphi_r$  er den virkelige friktionsvinkel. Under ét betegnes de som de virkelige forskydningsstyrkeparametre. Idet tangentpunktet T svarer til en effektiv normalspænding  $\bar{\sigma}_{f,r}$  og en forskydningspænding  $\tau_{f,r}$ , kan den virkelige brudbetingelse skrives

$$\tau_{f,r} = c_r + \bar{\sigma}_{f,r} \tan \varphi_r \quad 1.42.1$$

Når man har en indhyllingskurve til en række Mohr'ske cirkler for samme materiale (fig. 1.42.A), svarer tangentpunktet T som bekendt til selve brudfladen (hvilket indses ved en tænkt infinitesimal ændring af den Mohr'ske cirkel i brudtilstanden). Ifølge figuren danner brudfladen vinklen  $45^\circ + \frac{1}{2}\varphi_r$  med  $\sigma_3$ -retningen. Fig. 1.42.A er den sædvanlige fremstilling af Mohr's cirkler inden for geoteknikken. I virkeligheden skal hele figuren tillige spejles i  $\bar{\sigma}$ -aksen. Der er altså faktisk tale om to brudflader (se højre del af fig. 1.42.A), der indbyrdes danner vinklen  $90^\circ - \varphi_r$ , og som ligger symmetrisk omkring de to hovedspændingsretninger.

Da man ifølge brudbetingelsen kun behøver at interessere sig for spændingerne i  $(\sigma_1, \sigma_3)$ -planen, erstatter man ofte ordet brudflader med brudlinier.

Spændingerne  $\bar{\sigma}_{f,r}$  og  $\tau_{f,r}$  er de virkelige brudspændinger.

Som fremhævet ovenfor, er den virkelige brudbetingelse baseret på de effektive spændinger i en bestemt jordart, når denne befinder sig i brudtilstand under forskellige ydre vilkår, men med samme poretal. For sand er den virkelige brudbetingelse både let at bestemme og af afgørende betydning for anvendelserne (se 1.43). For ler er bestemmelsen derimod besværlig, ligesom man ved undersøgelsen af brudproblemer i ler ikke direkte har brug for den virkelige brudbetingelse (se 1.44-1.46). Det er derfor praktisk også at indføre andre brudbetingelser.

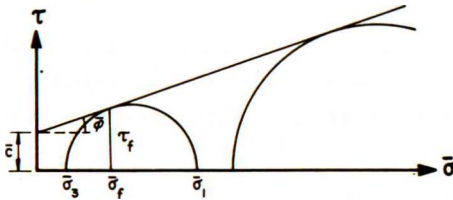


Fig. 1.42. B:

Den effektive brudbetingelse.

Hvis man for en given jordart med varierende poretal bestemmer en række Mohr'ske cirkler for de effektive spændinger i brudtilstandene, kan man i praksis med god nøjagtighed tegne en retliniet indhyllingskurve (fig. 1.42. B), der betegnes som den effektive brudbetingelse. Denne betingelse skrives

$$\tau_f = \bar{c} + \bar{\sigma}_f \tan \bar{\varphi} \quad 1.42.2$$

hvor  $\bar{c}$  er den effektive kohæsion og  $\bar{\varphi}$  den effektive friktionsvinkel.

Mens de virkelige forskydningsstyrkeparametre for en given jordart er entydige funktioner af poretalet, bør det understreges allerede her (se nærmere i 1.45), at de effektive forskydningsstyrkeparametre afhænger af jordartens geologiske historie.

Både de virkelige og de effektive forskydningsstyrkeparametre er baseret på de effektive spændinger, og anvendelsen af dem kræver således, at man har kendskab til poretrykket. I visse tilfælde er det muligt at analysere et brudproblem alene ved hjælp af de totale spændinger. Man kan derfor tænke sig at afsætte de Mohr'ske cirkler for de totale spændinger i forskellige belastningstilstande og tegne den tilhørende indhyllingskurve. Antages denne kurve at være en ret linie (fig. 1.42. C), har man at gøre med den tilsyneladende brudbetingelse, også kaldet Coulomb's brudbetingelse

$$\tau_{f,t} = c + \sigma_{f,t} \tan \varphi \quad 1.42.3$$

hvor  $c$  er den tilsyneladende kohæsion og  $\varphi$  den tilsyneladende friktionsvinkel.

De tilsyneladende forskydningsstyrkeparametre afhænger ikke alene af den geologiske historie, men også i høj grad af, hvordan den nye belastning påføres.

Mens Coulomb's brudbetingelse går tilbage til 1776, fremkom Hvorslev's i 1936, og den effektive brudbetingelse er først kommet rigtig til anvendelse efter 1950. Så længe man kun arbejdede med Coulomb's brudbetingelse, kunne man ved forsøg med en given

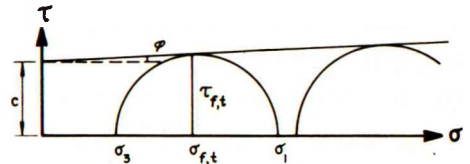


Fig. 1.42. C: Den tilsyneladende brudbetingelse (Coulomb).

lerart få næsten enhver værdi af "kohæsion" og "friktionsvinkel". Dette ligger i, at de tilsyneladende parametre afhænger stærkt af dræningstilstanden, således at man foruden "fuldstændig dræning" og "ingen dræning" kan tænke sig enhver mellemtilstand. Der er derfor kun mening i at tale om de tilsyneladende parametre, når belastnings- og dræningsomstændighederne er ganske nøje defineret.

### 1.43 Sands forskydningsstyrke

Der er i de seneste år gjort forsøg på en omvurdering af begrebet "sands forskydningsstyrke". Når disse bestræbelser er ført til ende, vil man have fået en mere rationel opfattelse af spændingers og deformationers vekselvirkning, hvilket vil få epokegørende betydning for store dele af geoteknikken. Disse teorier er imidlertid endnu ikke ført så langt, at de kan indgå i en sammenhængende fremstilling af geoteknikken, hvorfor det her er nødvendigt at nøjes med en gengivelse af den klassiske teori.

Sand er en ren friktionsjordart, idet den virkelige kohæsion  $c_r = 0$ . Den virkelige friktionsvinkel  $\varphi_r$  betegnes for simpelheds skyld blot med  $\varphi$ , idet der for sand ikke er mulighed for misforståelser.

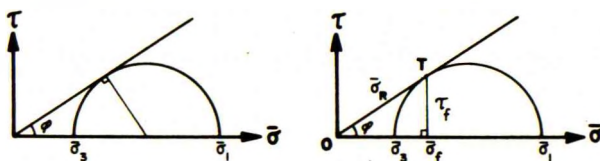


Fig. 1.43. A: Brudbetingelsen for sand.

Af den på fig. 1.43. A viste brudbetingelse for sand udledes let relationer mellem hovedspændingerne og  $\varphi$ . F. eks. fås af den til venstre viste retvinklede trekant

$$\sin \varphi = \frac{\frac{1}{2}(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3)}{\frac{1}{2}(\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_3)} = \frac{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3}{\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_3} \quad 1.43.1$$

hvoraf følger

$$\frac{\bar{\sigma}_1}{\bar{\sigma}_3} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \frac{1 - \cos(90 + \varphi)}{1 + \cos(90 + \varphi)} = \tan^2\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) \quad 1.43.2$$

Dette giver atter direkte

$$\frac{\bar{\sigma}_3}{\bar{\sigma}_1} = \tan^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \quad 1.43.3$$

De sidste to relationer spiller en vigtig rolle i geoteknikken.

På fig. 1.43. A angiver tangentpunktet T spændingerne  $\bar{\sigma}_f$  og  $\tau_f$  på brudfladen. Figuren viser da, at  $\bar{\sigma}_R^2 = \bar{\sigma}_3 \cdot \bar{\sigma}_1$ , eller

$$\bar{\sigma}_R = \bar{\sigma}_3 \tan(45 + \frac{\varphi}{2}) = \bar{\sigma}_1 \tan(45 - \frac{\varphi}{2}) \quad 1.43.4$$

Endvidere er

$$\bar{\sigma}_f = \bar{\sigma}_R \cos \varphi = 2 \bar{\sigma}_3 \sin^2(45 + \frac{\varphi}{2}) = 2 \bar{\sigma}_1 \sin^2(45 - \frac{\varphi}{2}) \quad 1.43.5$$

samt

$$\tau_f = \bar{\sigma}_f \tan \varphi \quad 1.43.6$$

Friktionsvinklen afhænger af

1. Kornformen.
2. Kornstørrelsen.
3. Graderingen.
4. Poretallet.

Kornformens indflydelse består naturligvis i, at skarpkantede korn giver størst friktionsvinkel. Kornstørrelsens indflydelse er indirekte, idet små korn er tilbøjelige til at lejre sig løsere end større. Hvis kornform og relativ lejringsstæthed er ens, giver et velgraderet materiale en større friktionsvinkel end et velsorteret.

Friktionsvinklens variation med poretallet følger nedenstående relation for en given sandsort

$$\varphi^{\circ} + a \cdot \log e = \text{konstant} \quad 1.43.7$$

Her måles  $\varphi$  i grader, og logaritmen af poretallet  $e$  skal tages med 10 som grundtal. Denne empiriske formel er udledt ved bearbejdelse af en række meget omhyggelige triaksialforsøg, der er udført af Chen (1948). Konstanten  $a$  skal derfor kaldes Chen's konstant. Ved de omtalte forsøg samt ved mange senere udførte forsøg har det vist sig, at man normalt kan sætte

$$\text{Chen's konstant } a = \text{ca. } 60^{\circ} \quad 1.43.8$$

Herefter giver 4 % forøgelse af  $e$  en formindskelse af  $\varphi$  på ca.  $1^{\circ}$ . For nogle sand- og grussorter kan poretallet variere så meget, at variationen af friktionsvinklen bliver  $15^{\circ}$ .

Friktionsvinklen bør selvfølgelig normalt bestemmes ved måling, enten ved laboratorieforsøg eller ved markforsøg. Et skønsmæssigt begreb om dens størrelse ved almindelige sand- og grussorter kan man få af følgende formel

$$\varphi = 36^{\circ} + \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 \quad 1.43.9$$

hvor udgangsværdien  $36^{\circ}$  (der er valgt lidt på den sikre side i forhold til forsøgsresultaterne) gælder for et materiale, der i enhver henseende kan betegnes som en

"middelsandsort", mens leddene  $\varphi_1$ - $\varphi_4$  er korrektioner for afvigelser fra "midelegenskaberne". Korrektionerne kan anslås til

Korrektion for kornform:	$\varphi_1 = + 1^\circ$ for skarpe korn, = $0^\circ$ for middel korn, = $- 3^\circ$ for afrundede korn, = $- 5^\circ$ for meget runde korn.
Korrektion for kornstørrelse:	$\varphi_2 = 0^\circ$ for sand, = $+ 1^\circ$ for fint grus, = $+ 2^\circ$ for middel og groft grus.
Korrektion for gradering:	$\varphi_3 = - 3^\circ$ for velsorteret materiale, = $0^\circ$ for middelgradering, = $+ 3^\circ$ for velgraderet materiale.
Korrektion for lejringstæthed:	$\varphi_4 = - 6^\circ$ for løseste lejring, = $0^\circ$ for middeltæthed, = $+ 6^\circ$ for fasteste lejring.

Når man tager alle rene friktionsjordarter sammen, kan friktionsvinklen variere så meget som fra  $20^\circ$  til  $60^\circ$ , idet den mindste værdi gælder for silt i løs lejring, mens den højeste grænse kan nås af jævnt graderet, skarpkantet grus (eller skærver) i fasteste lejring.

Inden den moderne geotekniks fremkomst satte man gerne sands friktionsvinkel lig med dets skræntvinkel. Dette er imidlertid ganske misvisende, idet skræntvinklen for tørt sand og vandmættet sand svarer til friktionsvinklen i ret løs lejring, varierende noget med aflejringsmetoden, mens skræntvinklen for fugtigt sand kan blive meget større.

Det var tidligere også almindeligt at regne friktionsvinklen mindre under vand end over vand. Dette beroede ligeledes på en misforståelse, idet selve friktionsvinklen er uafhængig af mætningsgraden.

Som fremhævet i 1.42 afhænger forskydningsstyrken kun af de effektive spændinger. Har man at gøre med tørt sand, er der overhovedet ingen problemer, da de totale spændinger er lig de effektive. I fugtigt sand er der undertryk i porevandet (kappillarspændinger), således at de effektive spændinger er større end de totale; fugtigt sand har altså større forskydningsstyrke end tørt sand.

I vandmættet sand må man også kende poretrykket for at kunne beregne forskydningsstyrken. I de fleste tilfælde er der dog ingen vanskelighed forbundet hermed, da der på grund af den store permeabilitet sker en hurtig udligning af potentialforskelle. Det skal for fuldstændigheds skyld nævnes, at begrebet den effektive brudbetingelse (se 1.42.2) ingen rolle spiller for sand, idet der ved ændring af belastningen ikke sker nogen nævneværdig ændring af poretallet og derfor heller ikke af friktionsvinklen.

Hvis der foregår en strømning i sandet, skal strømkraften medtages (se 1. 23. 5). Ved opadgående strømning med stor gradient kan de effektive spændinger eventuelt blive nul, hvorved sandet helt mister sin forskydningsstyrke og bliver flydende (kviksand). Disse problemer behandles nærmere i 3. 2.

I forbindelse med spørgsmålet om poretrykket må her nævnes de såkaldte kviksands skred, der hænger sammen med begrebet kritisk poretal. For at forstå dette fænomen må man først betragte sandets volumenændringer, f. eks. ved et triaksialforsøg. Vi tænker os, at  $\bar{\sigma}_1$  gradvis forøges fra (den faste værdi)  $\bar{\sigma}_3$  indtil brud. Under denne påvirkning vil sandlegemet naturligvis presses sammen i lodret retning samt få nogen udvidelse i vandret. Under processens første del vil resultatet heraf altid være en vis volumenformindskelse, (hvilket kan ses ved en betragtning af deformationsenergien). I nærheden af brud vil der, bortset fra meget løs lejrning, foregå en volumenforøgelse, hvilket ligger i, at kornene ved brud skal passere forbi hinanden, altså så at sige "løftes over hinanden". Denne udvidelse før brud kaldes dilatation.

Hvad det samlede resultat af volumenformindskelse + dilatation bliver, afhænger af poretalet. For en fastlejret sandmasse er volumenformindskelsen beskeden, mens dilatationen er meget stor, således at sandet ved brud indtager et større volumen end det oprindelige. Omvendt vil en løstlejret sandmasse gennem en stor del af processen få en volumenformindskelse, mens dilatationen til sidst er lille, hvorfor sandet ved brud indtager et mindre volumen end oprindeligt.

Tænker man sig nu, at der i en stor masse af løstlejret og vandmættet sand, f. eks. en dæmning, lokalt fremkommer en stor deformation, eventuelt brud (på grund af en mindre jordrytelse, en sprængning etc.), vil sandet i det lokale område prøve at formindske sit volumen. Herved bliver der noget vand "tilovers", og hvis dette - på grund af sandmassens store udstrækning - ikke kan nå at strømme ud til dæmningens overflade, fremkommer der et overtryk i vandet. Herved formindskes de effektive spændinger, og altså sandets forskydningsstyrke i det lokale område. En større del af den samlede forskydningspåvirkning må nu overføres til naboområderne, som derved kommer i samme situation, hvorved overtrykket i porevandet breder sig til siderne. Resultatet er, at en stor del af sandmassen i løbet af få sekunder bliver flydende.

Et kviksandskred af denne art fjernede under opførelsen af den 66 m høje Fort Peck dæmning en sandmasse på 4 mill. m<sup>3</sup>, ligesom tilsvarende skred i affaldsprodukterne fra minedrift har forårsaget naturkatastrofer i flere lande.

Da meget løs lejrning således frembyder en potentiel fare, har man defineret det såkaldte kritiske poretal  $e_{cr}$  som det poretal, hvor den samlede volumenændring indtil brud er lig nul. Hvis sandets poretal ligger over det kritiske, vil der herefter være tendens til en volumenformindskelse, som kan blive farlig. Hele deformations-spørgsmålet er dog så kompliceret (bl. a. afhænger  $e_{cr}$  af  $\bar{\sigma}_3$ ), at problemet ikke kan

siges at være fuldstændig løst, men det kan i alle tilfælde slås fast, at der er fare for kviksandsskred i store masser af fint, ensartet og løstlejret sand.

#### 1.44 Lers virkelige forskydningsstyrke

Lers virkelige forskydningsstyrke anvendes normalt ikke ved løsningen af praktiske brudproblemer, men begrebet er af betydning for forståelsen af den effektive forskydningsstyrke (se 1.45) og den tilsyneladende (se 1.46).

I henhold til 1.42.1 afhænger den virkelige forskydningsstyrke for en given lerart med et bestemt poretal af to størrelser: Den virkelige kohæsion  $c_r$  og den virkelige friktionsvinkel  $\varphi_r$ .

Det er vist af Hvorslev (1937), at den virkelige friktionsvinkel kan anses for en konstant for en given lerart, uafhængig af poretalet. Nu om stunder må dog hertil føjes, at dette kun gælder for "almindelige" homogene lerarter, mens man for de magreste lerarter såsom leret silt og for sådanne kompakte jordarter som moræneler sikkert må regne med, at  $\varphi_r$  vokser noget med aftagende poretal (i analogi med sand). Da disse jordarter tillige har nogen kohæsion, er de at betragte som "overgangsjordarter", der iøvrigt ikke skal diskuteres nærmere her. For de egentlige lerarter er bestemt værdier af  $\varphi_r$ , der går fra  $2^\circ$  for de fedeste (bentonit) til henimod  $30^\circ$  for de magreste. Herfra er der en jævn overgang gennem silt til sand og grus.

Hvorslev har også vist, at den virkelige kohæsion vokser stærkt, når poretalet formindskes. For normaltkonsolideret ler gælder relationen

$$c_r = \kappa \bar{\sigma}_1 \quad 1.44.1$$

hvor  $\bar{\sigma}_1$  er den største, effektive hovedspænding ved brud, mens  $\kappa$  er en konstant. Da den virkelige forskydningsstyrke er  $\tau_{f,r} = c_r + \bar{\sigma}_{f,r} \tan \varphi_r$ , vokser således både kohæsiens- og friktionsbidraget proportionalt med de effektive spændinger.

For normaltkonsolideret ler gælder det altså, at den virkelige forskydningsstyrke er proportional med den effektive spænding. Dette forhold illustreres af fig. 1.44.A,

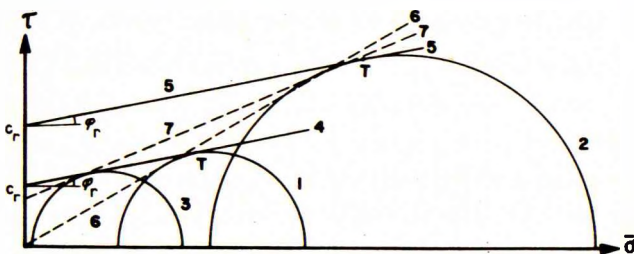


Fig. 1.44.A: Lers virkelige forskydningsstyrke.

hvor cirklerne 1 og 2 repræsenterer brud i en prøve af normalt konsolideret ler, idet spændingerne for cirklen 2 er dobbelt så store som for cirklen 1. De tilsvarende poretal er  $e_1$  og  $e_2$ , idet  $e_2$  naturligvis er mindre end  $e_1$ , da prøven i dette tilfælde er konsolideret under et større tryk. De virkelige brudbetingelser er for de to poretal repræsenteret henholdsvis af linierne 4 og 5, der danner samme vinkel  $\varphi_r$  med  $\bar{\sigma}$ -aksen, men som på  $\tau$ -aksen afskærer stykker  $c_r$ , der står i forholdet 1:2, i overensstemmelse med 1.44.1.

Det fremgår af fig. 1.44. A, at alle Mohr'ske cirkler, der repræsenterer normalt konsoliderede prøver af en given lerart, er ligedannede med nulpunktet som centrum. Dette kan også udtrykkes på den måde, at alle cirklerne har en fællestangent, den punkterede linie 6, gennem nulpunktet. Denne linie skal omtales nærmere i 1.45.

I konsolideringsdiagrammet fig. 1.44. B (der kan betragtes som et udsnit af fig. 1.31. C) kan man på stamkurven I aflæse, hvilke konsolideringstryk  $\bar{q}_1$  og  $\bar{q}_2$ , der svarer til poretallene  $e_1$  og  $e_2$ . I praksis vil man meget nær have  $\bar{q}_2 = 2 \bar{q}_1$ .

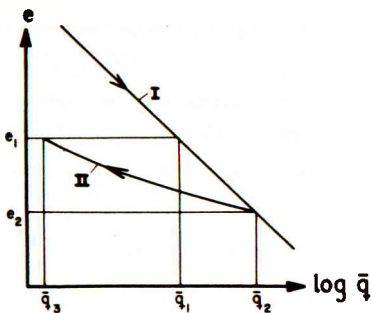


Fig. 1.44. B: Udsnit af konsolideringsdiagram.

Hvis en normalt konsolideret lerprøve først konsolideres under trykket  $\bar{q}_2$  og derefter aflastes til trykket  $\bar{q}_3$  (ekspansion), har man at gøre med forkonsolideret ler. Specielt kan  $\bar{q}_3$  vælges således, at man for det tilhørende poretal  $e_3$  har  $e_3 = e_1$ . Det følger da af fig. 1.44. B, at  $\bar{q}_3$  er væsentlig mindre end  $\bar{q}_1$ , idet aflastningsgrenen II er meget fladere end stamkurven I.

Da den forkonsoliderede prøve kan holdes på poretallet  $e_1$  med et mindre tryk end den normalt konsoliderede, vil de effektive spændinger, såfremt prøven føres til brud (ved poretallet  $e_1$ ), også være mindre end for den normalt konsoliderede. Dette forhold er illustreret af den Mohr'ske cirkel 3 i fig. 1.44. A. Da cirklerne 1 og 3 svarer til brud i samme lerart ved samme poretal, vil den virkelige kohæsion  $c_r$  også være den samme. Linien 4, der angiver brudbetingelsen, tangerer derfor begge cirklerne 1 og 3. I praksis bestemmes de virkelige parametre  $c_r$  og  $\varphi_r$  netop på den måde, at to lerprøver, en normalt konsolideret og en forkonsolideret, med samme poretal føres til brud.

Da ler ved konsolidering i naturen er underkastet forskellige spændinger i lodret og vandret retning, må der regnes med en vis anisotropi, der kan ytre sig ved, at forskydningsstyrken er noget afhængig af brudfladens retning. I praksis er man dog afskåret fra at tage hensyn hertil på grund af det begrænsede kendskab til lerets strukturspørgsmål, og effekten er formentlig beskednen i forhold til den almindelige spredning på lerets forskydningsstyrke in situ.



## 1.45 Lers effektive forskydningsstyrke

Begrebet lers effektive forskydningsstyrke anvendes i praksis i den såkaldte analyse af langtidsstabiliteten (eller analyse med effektive spændinger). Herved forstås en undersøgelse af et brudproblem for en belastning, der har virket så længe, at der er sket fuldstændig udligning af poreovertrykkene (konsolidering) eller poreundertrykkene (ekspansion).

I en aflejring af normaltkonsolideret ler vil brudtilstanden i de forskellige dele af aflejringen i henhold til fig. 1.44. A svare til cirklerne 1 og 2 og tilsvarende cirkler. Cirkel 2 er gengivet på fig. 1.45. A. De nævnte cirkler har som fællestangent linien 6 gennem nulpunktet.

De virkelige forskydningsstyrker er lig ordinaterne til de punkter T, hvor linierne 4 og 5 (og de analoge), repræsenterende de virkelige brudbetingelser, rører de Mohr'ske cirkler. Punkterne T ligger ligeledes på en ret linie, T-linien, gennem nulpunktet, lidt under linien 6. T-linien repræsenterer den virkelige forskydningsstyrke for hele den normaltkonsoliderede aflejring (med poretal varierende med trykket).

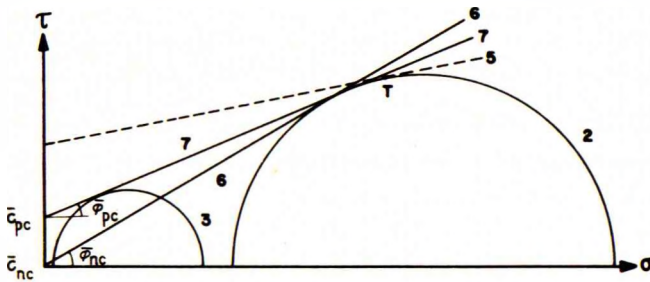


Fig. 1.45. A: Lers effektive forskydningsstyrke.

Ved laboratorieforsøgene får man direkte bestemt linien 6, og man kan derefter skønmæssigt korrigere denne linie en smule nedefter, så den kommer til at svare til T-linien. I praksis er denne afvigelse dog lille i forhold til usikkerheden på forsøgsresultaterne. Man benytter derfor normalt linien 6 som repræsentant for de effektive forskydningsstyrker for den pågældende aflejring.

I henhold til 1.42.2 har man derfor for normaltkonsolideret ler

$$\text{Effektiv kohæsion } \bar{c}_{nc} = 0$$

1.45.1

Den tilhørende effektive friktionsvinkel  $\bar{\phi}_{nc}$  ses af fig. 1.45. A.

For forkonsolideret ler, der har været forkonsolideret til poretalet  $e_2$  (svarende

til cirklen 2) og derefter er aflastet, vil man få at gøre med brudtilstande repræsenteret ved cirklerne 2 og 3 samt de mellemliggende. Også her findes der en T-linie, som giver de virkelige forskydningsstyrker, men den erstattes i praksis af fællestangenten 7.

De effektive parametre  $\bar{c}_{pc}$  og  $\bar{\varphi}_{pc}$  for forkonsolideret ler fremgår af figuren. Den effektive friktionsvinkel er mindre end for normaltkonsolideret ler og er nogenlunde karakteristisk for den pågældende lerart (se dog fig. 1.46. B med hensyn til hysteresse og krumning).

Den effektive kohæsion afhænger i det væsentlige kun af forbelastningen og vil formentlig for mange lerarter være nogenlunde proportional med denne.

Man vil lægge mærke til den væsentlige forskel mellem de virkelige og de effektive styrkeparametre, at den virkelige kohæsion afhænger alene af det aktuelle poretal, mens den effektive kohæsion afhænger af forbelastningen, men stort set er uafhængig af det aktuelle poretal. Endvidere ses det, at de effektive styrkeparametre for normaltkonsolideret ler ved formindskelse af poretalet (merbelastning) er væsensforskellige fra parametrene ved forøgelse af poretalet (aflastning).

For ler, der er forkonsolideret så stærkt, at vandindholdet kommer ned i nærheden af plasticitetsgrænsen, gælder særlige forhold, idet leret mister sin homogene karakter og bliver sprækket ler (se 1.17. D 2). Forskydningsstyrken af sprækket ler afhænger hovedsagelig af modstanden langs sprækkefladerne. Ved analyse med effektive spændinger bør man normalt sætte  $\bar{c} = 0$ , ligesom for normaltkonsolideret ler.

Hvis sprækket ler får lejlighed til at opsuge vand, f. eks. ved at sprækkerne åbner sig en smule, udblødes leret omkring sprækkerne, og forskydningsstyrken nedsættes til en brøkdel af det intakte lers.

#### 1.46 Lers tilsyneladende forskydningsstyrke

I henhold til 1.42.3 er den tilsyneladende brudbetingelse baseret på de totale spændinger, og når man ikke har kendskab til poretrykket, er den eneste oplysning, man får om de effektive spændinger, derfor at

$$\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3 = \sigma_1 - \sigma_3 \quad 1.46.1$$

Hvis et forsøg med ler, hvor man kun måler de totale spændinger, udføres på en sådan måde, at man ikke har nøje kontrol med vandafgivelse eller vandoptagelse, er resultatet uden værdi for geotekniske beregninger. I praksis kan den tilsyneladende forskydningsstyrke derfor kun anvendes under den udtrykkelige forudsætning, at vandindholdet ikke ændres, når prøven belastes og føres til brud. Man taler da om den udrænedede forskydningsstyrke. Denne kommer til anvendelse i analyser af korttids-

stabiliteten, hvor man undersøger et bygværks sikkerhed mod brud umiddelbart efter belastningens påførelse, på et tidspunkt hvor der endnu ikke har kunnet foregå nogen konsolidering (eller ekspansion).

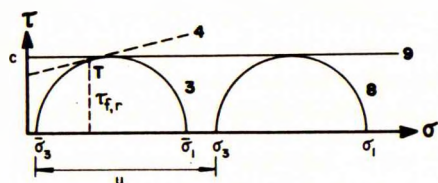


Fig. 1.46. A: Udrænet forskydningsstyrke af vandmættet ler.

For vandmættet ler (og andre vandmættede jordarter) gælder der særlig simple forhold, således som illustreret af fig. 1.46. A. Her svarer cirklen 3 til de effektive spændinger og cirklen 8 til de totale. Cirklerne er lige store, og 8 fremkommer af 3 ved en parallelforskydning  $u$  (= poretrykket) til højre. Da vandet kan anses for usammentrykkeligt, vil enhver (hydrostatisk) forøgelse af det ud-

vendige tryk blot ytre sig i en tilsvarende forøgelse af poretrykket, hvilket ikke kan ændre den virkelige forskydningsstyrke. Ved et udrænet brudforsøg med vandmættet ler kan man således som resultat få en hvilken som helst cirkel med samme diameter som 8.

Idet linien 4 repræsenterer den virkelige brudbetingelse, ville en vandret linie igennem tangentspunktet T angive den virkelige forskydningsstyrke. I praksis erstat-tes denne linie af linien 9 gennem cirklernes øverste punkt. For vandmættet ler har man herefter

$$\text{Udrænet forskydningsstyrke} = \text{tilsyneladende kohæsion} = c = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad 1.46.2$$

$$\text{Tilsyneladende friktionsvinkel } \varphi = 0 \quad 1.46.3$$

For ikke-vandmættet ler, således som det f.eks. foreligger ved komprimering af fyld i en dæmning, vil en forøgelse af det ydre tryk fremkalde en sammentrykning af luftblærerne, d. v. s. at poretallet formindskes uden ændring af vandindholdet. Det mindre poretal betyder en forøgelse af den virkelige kohæsion, og samtidig vokser de effektive spændinger noget. Resultatet er en forøgelse af den virkelige forskydningsstyrke, og den udrænedes forskydningsstyrke kommer derfor til at variere som antydet på fig. 1.42. C med en tilsyneladende friktionsvinkel  $\varphi$  større end nul.

Da den virkelige friktionsvinkel  $\varphi_r$  er konstant for en given lerart, fremgår det af fig. 1.46. A, at der er et konstant forhold mellem den udrænedes forskydningsstyrke  $c$  (radius i Mohr's cirkel) og den virkelige forskydningsstyrke  $\tau_{f,r}$  (ordinaten til T). Specielt følger heraf (jfr. linien 6 i fig. 1.44. A), at den udrænedes forskydningsstyrke for normaltkonsolideret ler er proportional med den effektive belastning  $\bar{q}$ . Dette illustreres af den rette linie I på fig. 1.46. B. Denne figur kaldes lerets styrkediagram, og I er diagrammets stamkurve, der kan skrives som

$$c_{nc} = a_{nc} \bar{q} \quad 1.46.4$$

hvor  $c_{nc}$  er den udrænedes forskydningsstyrke af normaltkonsolideret ler, mens  $a_{nc}$

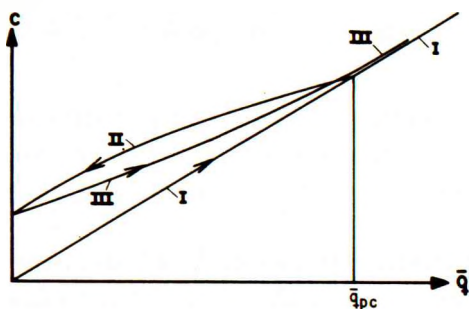


Fig. 1.46. B:  
Udrænnet forskydningsstyrke som funktion af konsolideringstrykket.

er en dimensionsløs koefficient.

Hvis leret er forkonsolideret under belastningen  $\bar{q}_{pc}$  og derefter atter aflastes, varierer forskydningsstyrken som angivet ved aflastningsgrenen II. Aflastningsgrenen er nogenlunde retliniet på et langt stykke, men krummer for de mindste værdier af  $\bar{q}$  en del nedad. Figuren viser desuden genbelastningsgrenen III, svarende til at konsolideringstrykket forøges på ny. Om krumningen af kurven III véd man kun lidt, men for værdier af  $\bar{q}$  større end  $\bar{q}_{pc}$  slutter III sig nøje til I.

Styrkediagrammet på fig. 1.46. B er på mange måder analogt med konsolideringsdiagrammet på fig. 1.31. C, f. eks. viser kurverne II og III en del hysteresese. Der er naturligvis også en sammenhæng mellem de to diagrammer, idet den del af  $c$ , der skyldes den virkelige kohæsion, følger variationen af poretallet i konsolideringsdiagrammet.

Fig. 1.46. B svarer til en lerart, hvor såvel den virkelige kohæsion som den virkelige friktion har betydning. Hvis kohæsionen er lille i forhold til friktionen, vil II og III ligge ganske nær I. I grænsetilfældet ren friktionsjord er alle 3 kurver sammenfaldende.

Hysteresen i styrkediagrammet er størst, når aflastningen føres helt til nul. For en mindre aflastning vil kurverne II og III være meget nær sammenfaldende og retliniede. De tidligere figurer 1.44. A (den virkelige forskydningsstyrke) og 1.45. A (den effektive forskydningsstyrke) er tegnet under denne simplificerende forudsætning (se linien 7) for ikke at komplicere fremstillingen for meget.

Hvis man som en tilnærmelse regner II og III retliniede, kan den udrænedede forskydningsstyrke af forkonsolideret ler skrives

$$c_{pc} = a_{nc} \bar{q} + a_{pc} (\bar{q}_{pc} - \bar{q}) \quad 1.46.5$$

hvilket for  $\bar{q} = \bar{q}_{pc}$  går over i 1.46.4.

Styrkekoeficienterne  $a_{nc}$  og  $a_{pc}$  afhænger af lerets art. For britiske og norske, marine, uorganiske lerarter har man fundet en tydelig sammenhæng mellem  $a_{nc}$  og plasticitetsindeks  $I_p$  (Bjerrum 1954), således som det fremgår af fig. 1.46. C, hvor kurven angiver middelværdierne af forsøgsresultater, der gennemgående ikke afviger mere end  $\pm 0,03$  derfra.

Det må understreges, at fig. 1.46. C kun kan anvendes for uorganiske lerarter.

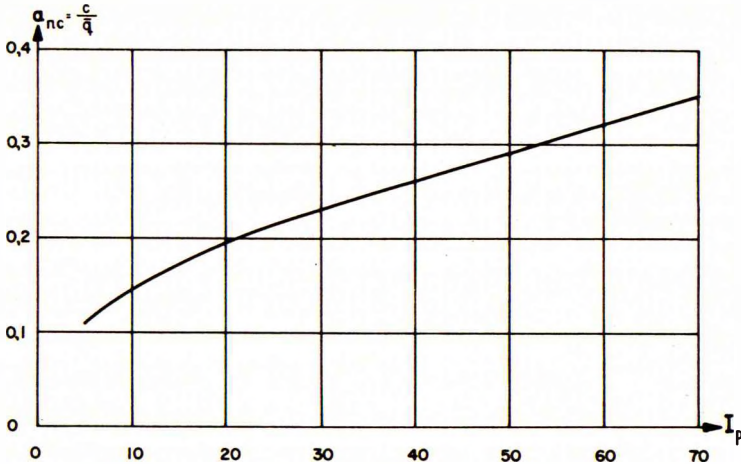


Fig. 1.46.C: Styrkekoeficienten for normaltconsolideret, marint, uorganisk ler.

Et væsentligt indhold af organisk stof kan på grund af kemiske omdannelser hæve forskydningsstyrken langt over de for uorganisk ler gældende værdier. Det er endda et åbent spørgsmål, om jordarter som dynd, tørv m.v. har et konstant forhold mellem  $c_{nc}$  og  $\bar{q}$ .

I Sverige har man for ler med indtil ca. 3 % organisk indhold i en række tilfælde fundet, at følgende relation er opfyldt med god tilnærmelse

$$a_{nc} = 0,45 w_L \quad 1.46.6$$

hvor flydegrænsen  $w_L$  skal indsættes i absolut mål (Hansbo 1957).

Det må ligeledes pointeres, at fig. 1.46.C kun gælder for marine lerarter. Saltindholdets betydning vil blive omtalt i 1.47.



Fig. 1.46.D: Forskydningsstyrkens variation med dybden for normaltconsolideret ler.

Det er sandsynligt, at koeficienten  $a_{pc}$  varierer på lignende måde som funktion af  $I_p$ . For meget plastisk ler vil  $a_{pc}$  udgøre mere end 50 % af  $a_{nc}$ , men for ler med ringe plasticitet vil  $a_{pc}$  være lille i forhold til  $a_{nc}$ . Der foreligger dog endnu for få undersøgelser til, at kurven for  $a_{pc}$  kan optegnes, hvorfor man er henvist til at bestemme denne koeficient i hvert enkelt tilfælde.

Forskydningsstyrkens variation med dybden for normaltconsolideret ler fremgår af fig. 1.46.D. Afvigelsen fra den lineære variation med  $z$  i den øverste zone skyldes den såkaldte tørsskorpe. Det er dog påvist af Rosenqvist (1955), at den forhøjede forskydningsstyrke i den øverste zone i norske lerarter skyldes en forvitring, hvorved Na-ioner er udskiftet med K-ioner; her er der altså rettelig tale om en forvitringsskorpe.

## 1.47 Sensitivitet og thixotropi

Ved æltning sker der normalt en meget betydelig nedsættelse af lers forskydningsstyrke. Lerets sensitivitet  $S_t$  er defineret som forholdet

$$S_t = \frac{c_{\text{intakt}}}{c_{\text{æltet}}} \quad 1.47.1$$

mellem de udrænedede forskydningsstyrker. Når  $S_t = 1-2$ , taler man om lav sensitivitet, mellem 2 og 4 om middelsensitivitet, og fra 4 til 8 om høj sensitivitet. Hvis  $S_t$  er over 8 kaldes leret kvikler. I Norge, Sverige og Canada findes kvikler med sensitivitet helt op til 500 å 1000. Dannelsen af kvikler beror på en speciel proces, som omtales nedenfor.

For "normale" lerarter er sensitiviteten kun lille ved flydegrænsen. Aftager vandindholdet, vokser sensitiviteten til en vis værdi for derefter atter at aftage, således at  $S_t = \text{ca. } 1,0$  ved plasticitetsgrænsen. For sprækket ler kan  $S_t$  endog være lidt under 1,0, idet leret ved æltningen atter bliver homogent, således at sprækkerne mister deres indflydelse.

Når  $S_t$  ønskes bestemt, skal den æltede styrke altid måles umiddelbart efter æltningen, idet ler har den egenskab at kunne genvinde styrke ved henstand. Dette fænomen kaldes regeneration, og det beror på den såkaldte thixotropi, et ord der inden for kolloidkemi dækker den egenskab ved visse stoffer, at der kan ske en vekslende opbygning og nedbrydning af forbindelser.

For lers vedkommende må man forestille sig, at en del af de elektrokemiske forbindelser mellem lerkornene, som blev brudt ved æltningen, efterhånden genskabes. Processen går hurtigst lige efter æltningen og aftager gradvis. Den kan strække sig over meget lange tidsrum. I nogle tilfælde vil uorganisk, homogent ler af lav sensitivitet genvinde sin fulde styrke i løbet af en tid, der kan variere fra nogle måneder til nogle år. For større sensitivitet nås den oprindelige styrke ikke inden for overkommelige tidsrum (Skempton og Northey 1952). Iøvrigt gør der sig meget forskellige forhold gældende for de forskellige lerarter.

For kvikler spiller særlige omstændigheder ind, således som det med stor tydelighed har vist sig gennem de undersøgelser, som Rosenqvist (1955) har udført af norsk kvikler. Der er her tale om en seneglacial, marin aflejring, som senere er hævet over havets overflade og derved udsat for grundvandsstrømme gennem flere tusind år. Det meste af denne formation er ler med normal sensitivitet, men nogle steder har grundvandsstrømmene reduceret saltindholdet i porevandet til under 10%, hvorved der begynder at ske væsentlige ændringer af lerets struktur.

Selv ved stærk udvaskning af ioner (udludning) sker der i og for sig kun en forholdsvis beskedne formindskelse (f. eks. til 60 %) af den intakte forskydningsstyrke, idet denne beror på bindinger mellem kornene, hvori indgår ioner, der ikke er så stærkt udsat for udvaskning som de frie ioner i porevandet. Men hvis det udludede ler æltes, er der nu kun et relativt lille antal ioner til rådighed for den samme mængde korn, hvilket medfører, at vandbindingsevnen er meget mindre end for leret med det store salttal. Flydegrænsen falder altså stærkt. Hvis udludningen har været meget kraftig, kan flydegrænsen falde langt under det naturlige vandindhold (som kun er formindsket lidt under udludningsprocessen). Man har da at gøre med de meget kvikke lerarter, som ved æltning bliver flydende. Rører man lidt NaCl sammen med det flydende ler, stivner det igen og bliver som "normalt", æltet ler. (Den samme mængde KCl giver større forskydningsstyrke, jfr. den i tilslutning til fig. 1.46.D omtalte forvittringsskorpe).

Kvikler har i Norge og Sverige været årsag til mange katastrofale skred. Forskydningsstyrken i æltet tilstand er så lille, at selv skråninger med en hældning på et par grader har kunnet skride ud. Man mener nu, at den fremadskridende udludning ofte har været den udløsende årsag.

## 2. JORDBUNDSUNDERSØGELSER

For blot 20-30 år siden var det temmelig sjældent, at bundforholdene blev undersøgt, før man begyndte på et byggearbejde. Bitre erfaringer har imidlertid medført, at man nu betragter jorden som det den er: Et upålideligt byggemateriale, hvis egenskaber må undersøges grundigt, såfremt man vil sikre sig imod overraskelser. Hvis en ingeniør i dag planlægger, endsigse påbegynder, et byggeri af væsentlig størrelse uden jordbundsundersøgelser, kan det uden videre karakteriseres som uforsvarligt.

Undersøgelseernes omfang afhænger naturligvis af arten og størrelsen af det påtænkte bygværk samt af omfanget af den viden, man i forvejen har om den pågældende egns geologi og de optrædende jordarters geotekniske egenskaber. I undersøgelserne indgår normalt børinger, hvorfra der indsendes prøver til laboratoriet. Hensynet til tid og økonomi gør, at de fleste geotekniske undersøgelser derefter foregår i laboratoriet, hvilket også er berettiget, når det drejer sig om mere rutinemæssige undersøgelser af "sædvanlige" jordarter. Er der derimod tale om nye og vanskelige problemer, må det ikke glemmes, at laboratorieprøverne kun repræsenterer en meget lille del af jorden, og at denne lille del oven i købet er mere eller mindre forstyrret. Man kan da ikke for stærkt understrege betydningen af at henlægge en væsentlig del af undersøgelserne til marken, hvorved man langt bedre får oplysning om jordarternes egenskaber in situ.



## 2.1 MARKUNDERSØGELSER

Da det i denne bog kun er muligt at omtale et lille udsnit af de eksisterende markundersøgelsesmetoder, skal der indledningsvis henvises til en omfattende monografi af Hvorslev (1949). Der sker dog stadig nydannelser på området.

### 2.11 Indledende undersøgelser

Man bør på det tidligst mulige stadium af enhver byggesag sikre sig de oplysninger om stedets jordbundsforhold, som kan fremskaffes uden egentlige borer og o. l. Det drejer sig her om følgende materiale:

a. Egnens geologiske forhold. I mange landes geologiske institutter vil man kunne få ret fyldige oplysninger om egnens almindelige geologiske karakter og dermed et overblik over, hvilke mulige jordlag, man kan træffe på ved de senere borer. I jordskælvs egne skaffes oplysninger om eksisterende spring.

Danmarks Geologiske Undersøgelse har for en stor del af landet udgivet kortblade i 1:100.000 med oplysninger om det øverste jordlags geologiske type.

Ved større byggesager bør man iøvrigt sikre sig geologisk assistance, og når det drejer sig om store dæmninger, tunnelling m. v., er stadig medvirken af en ingeniørgeolog påkrævet.

I lande, hvis geologiske opbygning ikke er tilstrækkelig kendt, bruger man med held fotografering fra luften, hvorved de fleste geologiske formationer kan skelnes fra hinanden. For nogle formationer kan fotografierne give ret detaljerede oplysninger af geologisk-geoteknisk art.

b. Borer i nærheden. I nogle lande og større byer findes et centralt borearkiv, hvorfra oplysninger om tidligere borer kan indhentes. (I Danmark skal der således ved alle brøndboringer indsendes et boreprofil til Danmarks Geologiske Undersøgelse, og hos Geoteknisk Institut findes profiler fra et stort antal geotekniske borer). Oplysninger om grundvandspejlets beliggenhed har særlig interesse.

c. Stedets topografiske karakter. Byggearealet og dets nærmeste omegn inspiceres grundigt med henblik på eksistensen af mosehuller eller spor af tidligere vandløb og søer. Man må være opmærksom på, at i nærheden af byer og visse industri-virksomheder kan stedets oprindelige topografi være udsløttet på grund af tilført fyld.

d. Nabobygninger m. v. Nærliggende bygninger undersøges med henblik på sætninger (revner), og oplysninger om eventuelle jordbundsundersøgelser indhentes. Eksisterende udgravninger inspiceres.

## 2.12 Sonderinger

Ved sonderinger forstås alle undersøgelsesmetoder, der giver et vist, omend løseligt kendskab til laggrænsers beliggenhed, jordlags fasthed e. l.

Ved ingeniørarbejder af meget stor udstrækning (vejanlæg, diger m. v.) er i en del tilfælde anvendt geofysiske metoder. Det drejer sig her om bestemmelse af laggrænser eller grundvandspejl ved måling af jordens elektriske ledningsevne (geoelektrisk sondering), dens evne til at forplante rystelser fra eksplosioner (seismisk sondering) eller dens evne til at forplante svingninger fra en pulsator (dynamisk sondering). Det vil føre for vidt at gøre nærmere rede for disse metoder, hvis anvendelse kræver specialister.

For almindelige ingeniørarbejder er der kun tale om mekaniske sonderingsmetoder, hvorved et eller andet redskab drives ned i jorden til undersøgelse af dens fasthed. Der har i tidens løb i forskellige lande været anvendt et utal af sådanne redskaber, hvorfor kun et par af de vigtigste kan omtales her.

En almindelig jernstang kan i moseområder bruges til at finde undersiden af de meget bløde lag. Metoden egner sig for hurtig udførelse af et ret tætmasket net af sonderinger for vejdamninger, diger m. v., men giver ikke oplysninger om egentlig funderingsfast bund, hvorfor sonderingerne må suppleres med enkelte borer.

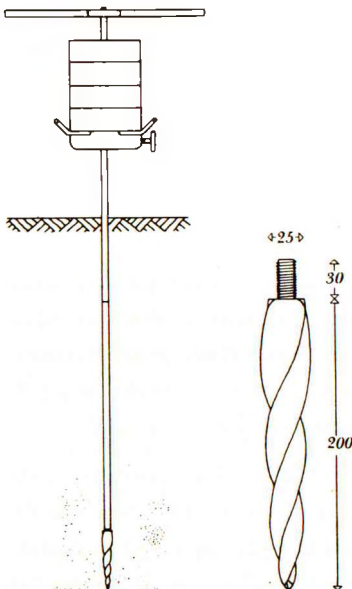


Fig. 2.12. A: Spidsbor.

Det belastede spidsbor kræver kun simpelt udstyr, kan betjenes af 3 (evt. kun 2) mand og er hurtigt i brug. Det kan derfor anbefales til orienterende sonderinger forud for egentlige undersøgelsesboringer. Afstanden mellem sonderingerne kan være 15-50 m efter bygværkets art og variationerne i bundforholdene.

Spidsboret ses på fig. 2.12. A. Selve den 200 mm lange spids er fremstillet af 25 mm firkantstål, som er tilspidset i pyramideform og snoet  $3/4$  omgang. Fig. 2.12. B viser et eksempel på et sonderingsdiagram. Først noteres nedsynkningerne for henholdsvis 50 og 100 kg belastning. Derefter drejes håndtaget, og man tæller antallet R af halve omdrejninger, som er nødvendige for hver 20 cm nedsynkning. Spidsen bør kasseres, når "kanterne" over en større del af længden er 3-4 mm brede.

Spidsboret har følgende mangler, der gør det ueg-

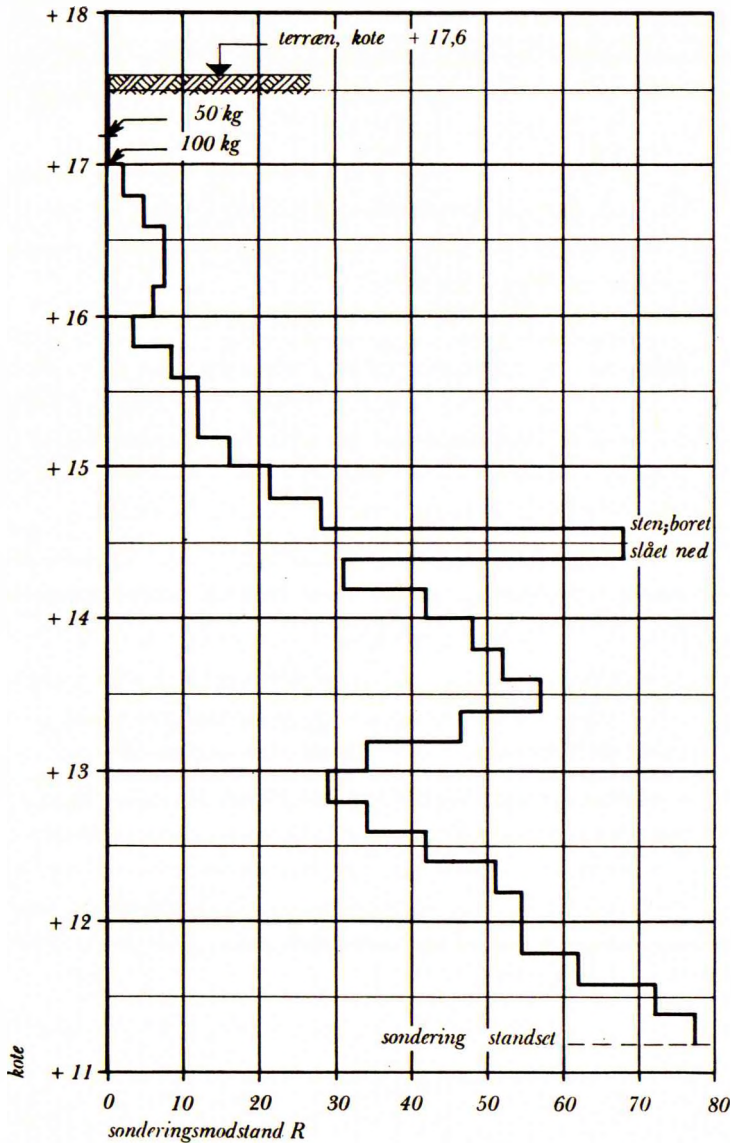


Fig. 2.12.B: Sonderingsdiagram.

net som eneste undersøgelsesredskab:

1. Det giver ikke oplysning om jordlagenes art.
2. Spidsen kan standse i højtliggende grus- og sandlag uden at afsløre underliggende blødere lag.
3. Friktion eller adhæsion mod borestangen kan give et falsk indtryk af voksende fasthed med dybden.

4. Jordlagene ved spidsen omrøres, således at man ikke får indtryk af deres intakte forskydningsstyrke.
5. Over grundvandspejlet vil kapillarspændingerne i fugtigt sand give ekstra modstand. Et pludseligt fald i modstanden kan altså skyldes grundvandspejlet og behøver ikke at tyde på mindre fast lejrning.

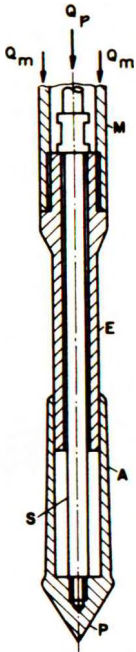


Fig. 2.12.C:  
Hollandsk sonde.

Den hollandske sonde giver betydelig bedre oplysninger, men kræver også sværere, maskinelt udstyr. Den er det bedste, eksisterende sonderingsredskab til bestemmelse af længde og bæreevne af spidsbærende pæle.

Selve sonden ses i snit på fig. 2.12.C. Den består nederst af en spids P af form som en  $60^\circ$ -kegle anbragt på en borestang S. Uden om stangen (og uden forbindelse med denne) findes et rør M, der som en beskyttelseskappe hindrer friktion mellem jorden og stangen. Manchetten A omkring rørets nederste ende E hindrer jordpartikler i at trænge ind mellem rør og stang.

Rør og stang presses ned samtidigt, idet begge modstandene måles. Trykket  $Q_p$  på keglen svarer til spidsmodstanden for en pæl. I ler vil adhæsionen  $Q_m$  på røret svare til stærk æltning.

Ved den hollandske sonde er den som punkt 3. under spidsboret omtalte mangel elimineret, og bortset fra punkt 1. er de øvrige mangler ikke så udprægede som ved spidsboret.

Rammesonden består af en kegle på en stang, som drives ned i jorden ved hjælp af en ramklods med en vis faldhøjde. Ramklodsen løftes med motorspil. Da der her er tale om en dynamisk påvirkning, er det kun rimeligt at anvende rammesonden til forudbestemmelse af den nødvendige længde af spidsbærende pæle, idet den kan opfattes som en art modelforsøg med pæleramning.

### 2.13 Boringer

Ved boringer forstås her egentlige undersøgelsesboringer, hvor der tages prøver af de forskellige jordlag, som boringen passerer.

Fig. 2.13.A viser skitse-mæssigt snit i to boringer. Normalt er det nødvendigt at anvende et foringsrør (borerør) F, hvis diameter er 2"-8" efter størrelsen af de prøver, som ønskes taget. Inden for foringsrøret fjernes jorden ved hjælp af forskellige boreredskaber (ikke vist), såsom sneglebor, tallerkenbor, ventilbor ("sandspand") etc. Boreredskabet er herunder skruet på en borestang BS. De jordprøver,

som tages op med sådanne boreredskaber, kaldes omrørte prøver. Til nedpresning og optrækning af foringsrør og borestang kræves et treben eller boretårn (ikke vist), hyppigst med motorspil.

Når der benyttes boreredskaber som ovenfor nævnt, taler man om tørboring (også selv om den foregår under grundvandspejlet, således at der eventuelt står vand i borehullet). I mange lande anses tørboring for at være en alt for langsommelig fremgangsmåde. Man benytter da skylleboring, hvor borestangen er hul, således at der kan sendes en kraftig vandstrøm ned mod boringens bund. I enden af borestangen anbringes forskelligt skæreværktøj, som sørger for løsning af jorden, idet borestangen roterer samtidig med nedpresningen. Ved skylleboring får man kun oplysning om ændring af jordlagene, hvis skyllevandet (fra foringsrøret) skifter farve, eller hvis boremodstanden ændrer sig væsentligt. Der er altså betydelig fare for, at mindre ændringer ikke iagttages, og desuden også for, at man ikke når at få taget prøver af de tyndere lag, før de er gennemborede. Skylleboringer bør derfor, ligesom spidsboringer, kun anvendes til en foreløbig orientering.

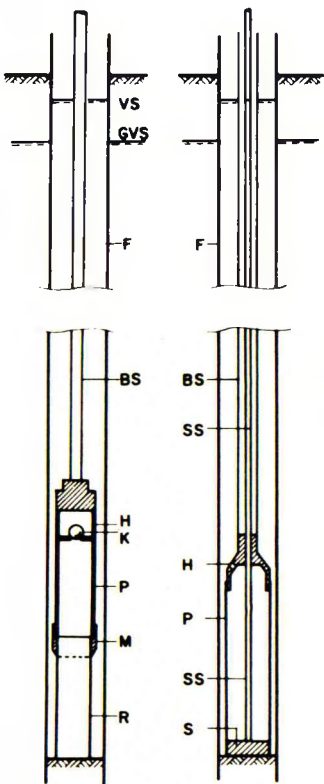


Fig. 2.13.A: Boringer med prøveoptagere.

Såsnart boringen møder et nyt jordlag eller - for tykkere lags vedkommende - for hver 1 à 4 m, tages en intakt prøve, idet prøveoptageren P sættes på borestangen. Der findes et utal af forskellige typer af prøveoptagere. Den til venstre på fig. 2.13.A viste er af en ganske enkel konstruktion. Til optageren fastgøres forneden et prøverør R ved hjælp af omløbermøtrikken M. Optageren presses så langt ned i borehullet, at de øverste (forstyrrede) lag kommer ind i selve optageren, mens jorden i prøverøret er mindst mulig forstyrret. Under nedpresningen kan vand og luft undvige gennem kugleventilen K og huller H. Optageren må ikke presses så langt ned, at der er fare for en komprimering af prøven. Når optageren er i bund, drejes den en kvart omdrejning og trækkes op. Kugleventilen sørger for, at prøven ikke glider ud igen. Med denne optager kan der ikke tages intakte prøver af jord uden kohæsion.

For at formindske forstyrrelsen af jordprøven er prøverøret R så tyndvægget, som hensynet til styrken tillader. Den nedre kant er skærpet og bøjet svagt ind efter, således at åbningen forneden er ca. 1 % mindre end rørets indvendige diameter. Herved formindskes friktionen mod indersiden.

Ønskes længere prøver, vil en god prøveoptager med stempel være at foretrække. En af disse typer er skit-

seret til højre på fig. 2.13. A. Idet prøveoptageren føres ned i borehullet, er stemplet S i sin nederste stilling. Når prøven skal tages, fastholdes stemplet ved hjælp af stempelstangen SS, mens prøveoptageren P presses ned ved hjælp af den hule borestang BS. Stemplets vigtigste funktion er at støtte prøven foroven og at hindre den i at falde ud ved optrækningen.

Et afgørende kriterium for en prøveoptagers kvalitet er arealforholdet, defineret som

$$\text{Arealforhold} = \frac{\text{Totaltværsnit} - \text{Åbningstværsnit}}{\text{Åbningstværsnit}} \quad 2.13.1$$

hvor tælleren åbenbart svarer til den del af jorden, som fortrænges af prøveoptagerens vægtykkelse. En god prøveoptager har et arealforhold under 10 %.

De optagne prøver forsegles omhyggeligt (f. eks. med en blanding af paraffin og voks) for at undgå enhver ændring af vandindholdet.

Ved enhver undersøgelsesboring er det af største vigtighed, at der udføres ét vingeforsøg (se 2.14) for hver prøve, der tages af kohæsionsjord. Herved fås én simpel måling af forskydningsstyrken, som kan erstatte mange komplicerede laboratorieforsøg.

Der føres en nøjagtig borejournal, hvori angives: Kote til terræn, alle laggrænser, kort beskrivelse af jordlagene med evt. iblandinger, optagne prøver, vingeforsøg, særlige målinger samt grundvandsspejlets stilling og vandrejsningen i de permeable lag. En veluddannet og omhyggelig boreleder kan være af afgørende betydning for hele undersøgelsen og dermed for projektet.

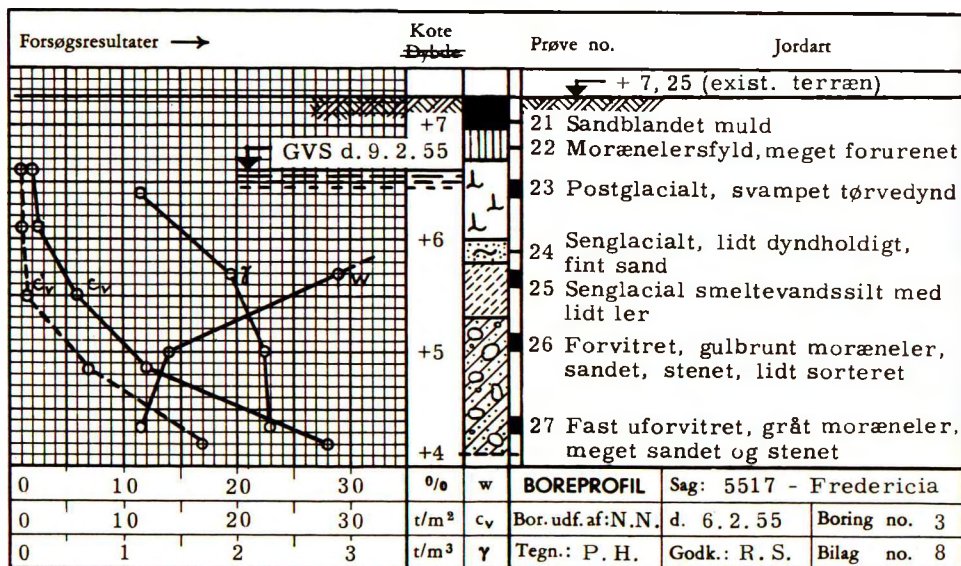






















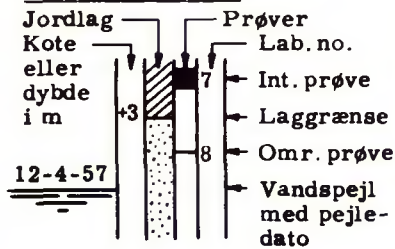
Fig. 2.13. B: Boreprofil.

Resultatet af boringen optegnes som et boreprofil (fig. 2.13.B), hvorpå er anført koter, laggrænser, optagne prøver samt grundvandspejlets stilling i henhold til borejournalen. Endvidere angives den jordartsmæssige og geologiske beskrivelse, der fastlægges ved undersøgelserne i laboratoriet, og som ofte vil afvige en del fra borelederens beskrivelse. På boreprofilet kan endvidere gives en grafisk fremstilling af resultaterne af vingeforsøgene ( $c_v$  og  $c'_v$ ) og laboratorieforsøgene, f. eks. rumvægten  $\gamma$  og vandindholdet  $w$ .

### JORDARTSSIGNATURER:

	Sten 20 mm		Leret, stenet sand (morænesand)		Muld		Blandet fyld
	Grus 2 mm		Sandet, stenet ler (moræneler)		Tørv		Dyndholdig silt ("klæg")
	Sand 0,06 mm		Siltholdigt sand		Tørvedynd		
	Silt 0,002 mm		Kalk		Dynd		
	Ler		Klippe		Skaller		

### BOREPROFILER:



### SITUATIONSPLAN:

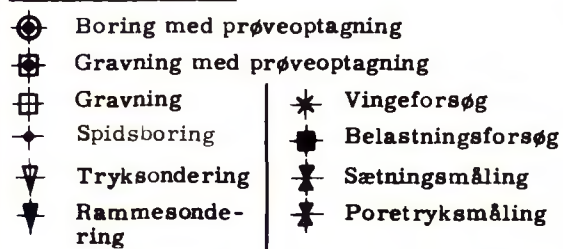


Fig. 2.13.C: Signaturer for jordarter og markundersøgelser.

På boreprofilerne kan det anbefales at anvende de på fig. 2.13.C angivne jordarts-signaturer. På samme figur er også vist anskuelige signaturer for boringer, sonderinger m.v. til anvendelse på situationsplaner.

Ved mindre byggeri i et område, hvis geologi er godt oplyst, kan boringer undertiden helt eller delvis erstattes af prøvegravninger. Hvis man f. eks. i Danmark i en egn, hvor man véd, at morænedækket er tykt, ved et passende antal gravninger finder faste istidsaflejringer i funderingsniveau, er det givet, at der ikke længere nede vil kunne træffes mindre faste lag.

I de gravede huller besigtiges jordlagene, der tages prøver, og der udføres vingeforsøgene.

forsøg i forskellige dybder under hullets bund. Prøvegravninger giver bedre overblik over variationen i jordlagene, men de er dyrere end borer, hvis de går mere end 2-3 m ned.

### 2.14 Vingeforsøg

Fig. 2.14. A viser i perspektiv en vinge. Den består af to lodrette, korsstillede plader af højden  $H$  og bredden  $B$ , svejst til enden af en borestang. Vingen presses ned i bunden af et borehul eller en udgravning, således at dens nederste ende mindst trænger stykket  $2H$  ned i intakt jord. Derefter drejes den rundt med jævn hastighed og så langsomt, at det mindst tager 3 minutter, før den maksimale modstand i jorden nås. Modstanden bestemmes ved måling af torsiønsmomentet, hvorefter man kan beregne jordens udrænedede forskydningsstyrke  $c_v$ . Denne regnes at virke med sin fulde værdi på hele overfladen af den cylinder af højden  $H$  og diameteren  $B$ , som vingen drejer løs. Vingens højde er sædvanligvis 1,5-2 gange dens bredde.

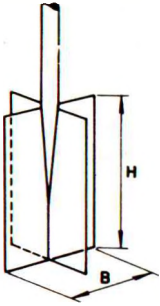


Fig. 2.14. A:  
Vinge.

Efter at man har bestemt den intakte forskydningsstyrke  $c_v$  og noteret den tid, som vingens drejning til brud kræver, drejes vingen 10 fulde omdrejninger, hvorefter forsøget gentages. Herved får man bestemt den æltede forskydningsstyrke  $c'_v$  og kan beregne sensitiviteten som  $S_t = c_v/c'_v$  (se 1.47.1).

Vingeforsøg er den bedste metode, der kendes til bestemmelse af forskydningsstyrken af kohæsionsjord in situ. Når man tager i betragtning, at det af mange jordarter er umuligt at tage virkelig uforstyrrede prøver, er det indlysende, at enhver oplysning om tilstanden in situ er af største betydning. Ingen ingeniør, der har ansvaret for udførelsen af et borearbejde, bør afstå fra kravet om udførelsen af vingeforsøg, blot fordi der henvises til, at de fordyrer borerne. Kendskabet til vingestykken kan ved projekteringen medføre store besparelser, fordi vingestykket hyppigt viser, at jorden er både stærkere og stivere, end det fremgår af laboratorieforsøgene.

Sprækket ler er den vigtigste undtagelse fra reglen om vingeforsøgs afgørende betydning, idet vingen her giver alt for store værdier. Dette hænger sammen med, at bruddet ved vingeforsøget sker langs en tvangsflade, mens en fri brudflade i en større lermasse i hovedsagen vil følge sprækkerne.

I Sverige er konstrueret et vingebor (med en særlig beskyttelsesanordning for vinge og borestang), som kan bruges i stor dybde uden egentlige borer, idet boret direkte kan presses ned gennem tykke bløde lag.



### 2.15 Prøvebelastninger

Prøvebelastning af en konstruktion, enten i fuld eller i reduceret skala, er sædvanligvis det bedste middel, man har til bestemmelse af dens bæreevne.

For pæle er prøvebelastning i fuld skala det eneste sikre middel til bestemmelse af bæreevnen. Når der til et bygværk skal bruges mindst 100 à 200 pæle, bør der derfor udføres én eller flere prøvebelastninger, sædvanligvis suppleret med et antal prøveramninger fordelt over byggearealet. For pæle i ler er det på grund af lerets thixotropi nødvendigt at udføre prøvebelastningen så sent som muligt, mindst én måned efter ramningen. Pælen kan føres direkte til brud, men der foretages ofte flere aflastninger undervejs til bestemmelse af de reversible deformationer. Hvis der under pælespidsen kun findes friktionsjord, kan man også af forsøget uddrage oplysninger om sætningerne. Dette gælder derimod ikke, hvis der findes ler, idet konsolideringssætningerne strækker sig over meget længere tid end prøvebelastningen.

For fundamenter kan der sjældent blive tale om prøvebelastning i fuld skala, derimod kan markbelastningsforsøg på mindre plader være overordentlig nyttige. Hvis en simpel fortolkning af forsøgene skal være mulig, er det naturligvis en forudsætning, at jorden under fundamentet er homogen i en dybde af ca. 2 gange bredden.

Når det drejer sig om fundamenter på sand, er der adskillige vanskeligheder ved en beregningsmæssig bestemmelse af brudbelastningen: Optagelsen af intakte prøver, korrekt måling af friktionsvinklen samt bestemmelse af de tilhørende bæreevnefaktorer. Hvis der er tale om større byggeri, hvor det har væsentlig økonomisk betydning at udnytte bæreevnen fuldt ud, er det betydelig enklere at bestemme bæreevnen direkte ved modelbelastningsforsøg, f. eks. på 5-30 cm plader. På grund af sandets fugtighed, dets krybning m. v. kræver forsøgenes udførelse dog erfaring og stor omhu (se også 4.22). I den geotekniske litteratur findes der utallige eksempler på mangelfuldt udførte forsøg.

For fundamenter på ler kommer modelbelastningsforsøg kun på tale, når det drejer sig om usædvanlige opgaver eller om jordarter, hvis egenskaber ikke i forvejen er tilstrækkelig kendt. Da der i ler optræder to slags deformationer (initialdeformationer og konsolidering), der begge vokser med tiden, omend på forskellig måde, er det vigtigt, at man gør sig klart, hvilken type belastningsforsøg der er brug for i det konkrete tilfælde. Der kan skelnes mellem 3 typer:

- a. Hurtige belastningsforsøg.
- b. Langsomme belastningsforsøg eller markkonsolideringsforsøg.
- c. Temporerede forsøg.

Et hurtigt belastningsforsøg kan gennemføres i løbet af 10-30 minutter. Hvert belastningstrin kan vare  $\frac{1}{2}$  - 1 minut, men ved nogle af forsøgene bør indlægges nogle aflastningssløjfer til bestemmelse af de reversible sætninger. Ved et hurtigt forsøg får man hovedparten af initialsætningen (forskydningsdeformationerne), men kun en minimal del af konsolideringssætningen, således at forsøget kan tjene til bestemmelse af sikkerheden for et fundament under forudsætning af, at belastningen fra bygværket kommer i løbet af kort tid (korttidsstabilitet). Ved nogle forsøg kan man standse ved en belastning svarende til fundamentets brugsbelastning og derefter måle de efterfølgende konsolideringssætninger.

Ved et langsomt belastningsforsøg lader man hvert belastningstrin vare så længe, at sætningen er blevet praktisk talt konstant. Her søger man altså ved hvert trin at opnå den fulde konsolideringssætning, svarende til fundamentet for et bygværk, hvis opførelse strækker sig over lang tid. Da hvert trin varer temmelig længe, må antallet af belastningstrin begrænses stærkt; der bør dog være mindst 5-6 (lige store) trin op til brugsbelastningen. Ved et langsomt belastningsforsøg fås i begyndelsen større sætninger end ved et hurtigt. På et senere stadium kan forholdet være det modsatte, fordi man ved den med det langsomme forsøg forbundne vandudpresning af leret forøger dets styrke og dermed dets evne til at modstå de efterfølgende forøgelser af belastningen.

Ved et temporeret belastningsforsøg går man en mellemvej, idet man forsøger at tilpasse belastningstempoet til den hastighed, hvormed bygværkets belastning kommer til at virke på fundamentet. Da det er lerets styrkeforøgelse, det kommer an på, skal man benytte modelloven for konsolideringens tidsforløb (se 3.42.3). Hvis forsøget udføres på homogent ler i målestokken  $1:n$ , bliver tidsskalaen således  $1:n^2$ . Ved på forhånd at udføre temporerede belastningsforsøg har man i nogle tilfælde kunnet forøge fundamentets belastning indtil det dobbelte af den værdi, som blev fundet ved hjælp af vingeforsøg og hurtige belastningsforsøg.

Ved belastningsforsøg på ler bør pladens diameter ikke være mindre end 10 cm, undtagen for meget fede lerarter. Med små plader måles relativt alt for store sætninger på grund af æltningen af leroverfladen ved afretningen. For magre lerarter, såsom moræneler, er en diameter på mindst 30 cm ønskelig.

### 2.16 Poretryksmålninger

Hvis en byggegrube skal ned under grundvandspejlet og i andre tilfælde, hvor der kan være fare for instabilitet, er det af afgørende betydning at kunne måle trykket i porevandet, idet et stort poretryk (neutral spænding) nedsætter de effektive spændinger og derigennem reducerer forskydningsstyrken.

Måling af trykket i sand- og gruslag er simpel. Man kan f. eks. føre en boring på

1½ - 3" ned til det pågældende lag, anbringe et filter og iagttage vandets stigning i borerøret.

Ved poretryksmålninger i silt- og lerlag er det nødvendigt at bruge særligt konstruerede piezometre, idet et finkornet jordlag ikke vil kunne afgive den for måling i et borerør fornødne vandmængde.

Som eksempel på et piezometer, der er simpelt i sin opbygning, nemt at betjene samt hurtigt reagerende (fordi det ikke kræver nævneværdig afgivelse af vand fra jorden), kan nævnes et af Norges Geotekniske Institutt konstrueret. Det består af et 5/4" stålrør, der er forsynet med en spids, således at piezometret direkte kan trykkes ned i bløde lag. På en 30 cm lang strækning over spidsen har røret en overflade af porøst bronze. Det bagved liggende hulrum er forbundet til et plastikrør, der indvendig i stålrøret er ført op til jordoverfladen og her f. eks. kan være tilsluttet et manometer.

### 2.17 Permeabilitetsmålninger

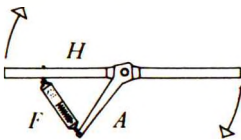
Når en byggegrube skal føres ned under grundvandspejlet, er det af betydning at kende vandtilstrømningen. En foreløbig bedømmelse kan fås ved hjælp af laboratorieforsøg på optagne prøver, men da permeabiliteten in situ er meget følsom over for uregelmæssigheder i lejringsforholdene (jfr. 1.24.6-7), kan målninger i marken ikke undværes, hvis spørgsmålet om vandtilstrømningen eller grundvandsænkningen er væsentligt for byggearbejdets gennemførelse.

Permeabilitetsmålninger kan udføres i forbindelse med almindelige borer. Den simpleste, men også groveste måde er blot at fylde foringsrøret helt med vand og iagttage vandspejlets gradvise synkning. Bedre er det, hvis man desuden anbringer noget filtermateriale i bunden af borehullet og trækker foringsrøret lidt op. Der findes her en række forskellige muligheder, for hvis hydrauliske beregning der er gjort rede af Hvorslev (1951).

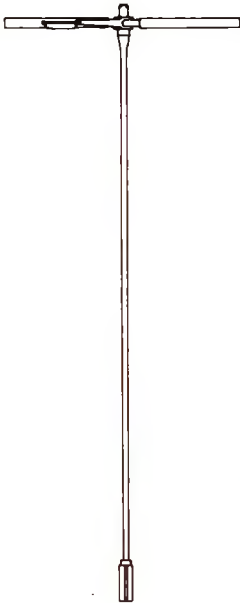
Hvis byggegruben kræver grundvandsænkning, vil de ovenfor nævnte simple målninger naturligt blive suppleret med én eller flere prøvegrundvandsænkninger (se 3.32 og 3.33). Foruden den filterbrønd, hvorfra der skal pumpes, bores da mindst 3-4 pejlebrønde, hvis afstande fra pumpebrønden f. eks. kan være  $r = 0,5$  m, 2 m, 10 m og 50 m. For forskellige pumpemængder afsættes pejleniveauerne som ordinatorer i et koordinatsystem, hvis absicisse er  $\log r$ .

## 2.18 Inspektion og kontrol

Uanset hvor grundige forundersøgelserne har været, kan undersøgelserne i mar-  
ken ikke anses for afsluttet, når byggearbejdet begynder. Mens man under forunder-  
søgelserne kun har fået kendskab til en forsvindende brøkdel af den jordmasse, der  
har betydning for bygværket, kan man under udgravningsarbejdet se sammenhængen  
mellem de enkelte profiler. Ofte dukker der helt nye jordlag op, som borerne er  
gået uden om. Den tilsynsførende ingeniør har derfor ansvaret for, at der foretages  
en grundig inspektion af hele byggegruben samt gøres notater om arten af den bort-  
gravede jord, når dette har betydning for bygværket. (Det sidste gælder særlig, når



byggegruben er indfattet af spunsvægge, så man ikke senere  
kan konstatere grænserne mellem de forskellige lag). Han må  
endvidere sørge for, at der bliver taget stilling til de nye pro-  
blemer, som iagttagelserne giver anledning til, hvilket ikke  
sjældent betyder, at hele funderingsprojektet eller dele deraf  
må revideres.



Ved inspektionsarbejdet må der foretages en klassificering  
af de optrædende jordlag, hvilket ofte vil kræve geologisk as-  
sistance. Eventuelt kan supplerende markbelastningsforsøg el-  
ler laboratorieforsøg være nødvendige.

Hvis man for sædvanlige fundamenter på kohæsionsjord øn-  
sker at udnytte jordens bæreevne fuldt ud, er det nødvendigt at  
måle jordens forskydningsstyrke ved de enkelte fundamenter,  
idet denne kan variere væsentligt fra sted til sted. Disse må-  
linger bør udføres som vingeforsøg, hvortil man f. eks. kan  
anvende det af Geoteknisk Institut udviklede håndvingebor, som  
er vist på fig. 2.18. A. Boret kan med en hammer slås indtil  
1,4 m ned i jorden, hvorefter man ved at dreje på håndtaget H  
overfører en kraft gennem fjedervægten F til armen A, der er  
i fast forbindelse med borestangen og overfører torsionsmo-  
mentet hertil.

Under og efter byggearbejdets udførelse kan forskellige kon-  
trolforanstaltninger være påkrævede.

Poretryksmålninger kan være nødvendige for at sikre, at der  
til stadighed er den fornødne stabilitet til stede, når det drejer  
sig om byggegruber, skrånninger eller jorddæmninger.

Ved jordarbejder, hvor der kræves en vis komprimering af

Fig. 2.18. A:  
Håndvingebor.

fylden, må der til stadighed foretages rumvægtbestemmelser. Da man sædvanligvis ikke kan tage intakte prøver af den komprimerede fyld, kan følgende fremgangsmåde benyttes: På et lille, plant afrettet område udgraves ca. 1 liter, hvis fugtige og tørre vægt bestemmes. Volumen af hullet måles med særlige apparater eller ved hjælp af et "normalsand" (ensformige, runde korn), der fyldes i hullet på en "standardiseret" måde.

For vigtige bygværker kontrolleres rigtigheden af de geotekniske beregninger ved sætningsobservationer. Hvis der er tale om sætninger på 5 cm eller derover, kan man bruge et optisk præcisionsnivellement ( $\frac{1}{2}$  - 1 mm). Er sætningerne derimod kun et par cm, må et hydrostatisk nivellement (0,1 mm) foretrækkes. Dette har, foruden nøjagtigheden, den fordel at kunne påbegyndes uden besvær på et tidligt tidspunkt uanset stilladser etc.

I denne forbindelse kan også nævnes betydningen af ved spunsvægge, fangedæmninger, støttemure og bolværker at foretage udbøjningsmålinger.

For store konstruktioner såsom jordspærredæmninger har det interesse at kontrollere beregningsforudsætningerne ved hjælp af spændingsmålinger. Til dette formål er der f. eks. i U. S. A., Tyskland og Sverige konstrueret et stort antal trykceller, som det ikke er muligt at omtale nærmere her. For de fleste typer har driftssikkerheden ikke været så stor som ønskeligt.

## 2.19 Andre markundersøgelser

Når særlige forhold gør sig gældende, kan der være tale om specielle undersøgelser, f. eks. dynamiske undersøgelser i forbindelse med maskinfundamenter (se 4.29).

Her skal iøvrigt kun nævnes, at man i dag er i stand til at måle jordens korrosivitet med henblik på anvendelsen af stål-pæle (Rosenqvist 1956). Viser undersøgelsen, at katodisk beskyttelse er nødvendig, må der til dimensionering af beskyttelsesanlægget udføres målinger af jordens ledningsevne.

## 2.2 LABORATORIEFORSØG

Ved meget store arbejder, som f. eks. større jordspærredæmninger, etableres ofte et feltlaboratorium, hvor man i hvert fald kan udføre de simple geotekniske forsøg. Bortset herfra bør de ved borerne optagne prøver sendes til et central-laboratorium, hvor man råder over moderne specialudstyr og den fornødne sagkundskab.

Ved omtalen af de forskellige laboratorieforsøg nedenfor er der kun grund til at komme ind på hovedlinierne. Den, der skal udføre forsøgene, må tilegne sig en del laboratorieteknik. På dette punkt kan man få god vejledning gennem en bog af Lambe (1951).

## 2.21 Klassifikationsforsøg

Alle prøver underkastes en jordartsmæssig og geologisk bedømmelse, der bl. a. kan bruges ved udvælgelsen af prøver til forskellige forsøg.

Kornkurven har man kun undtagelsesvis brug for. Den del af kornkurven, der ligger over 0,06 mm, bestemmes ved sigtning, mens man for de finere partikler må benytte sedimentationsanalyse (under 0,15 mm). Ved den sidstnævnte bestemmes koncentrationen af opslemmet materiale til forskellige tidspunkter enten ved hjælp af Casagrande's aræometer eller ved Andreasen's pipettemetode.

Kornvægtfylden bestemmes ligesom for andre stoffer ved hjælp af pyknometer.

Poretallet bør bestemmes for alle prøver af sand og grus ved vejning af tørstoffet i et bestemt volumen.

Vandindholdet bør bestemmes for alle finkornede prøver. Vandindholdet er definitionsmæssigt lig vægttabet (i procent af tørstoffet) ved ovntørring ved 105°

Det organiske indhold bestemmes nemmest, men også kun med tilnærmelse, som det vægttab, man får ved glødning af den ovntørrede prøve ved 900°. (Der må korrigeres for lermineralernes kemisk bundne vand og eventuelt for omdannelsen af kalk). En nøjagtigere metode er oxydering med 30 % H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> (Muhs 1957), men her kommer der fejl, hvis der findes Fe<sup>++</sup>-forbindelser. Simpel at anvende er den kolorimetriske metode, hvor humussyren ekstraheres med NaOH, og hvor omdannelsesproduktets farve vil afhænge af koncentrationen, men man får ikke herigennem bestemt det fulde organiske indhold. Den nøjagtigste metode er formentlig oxydering med K<sub>2</sub>Cr<sub>2</sub>O<sub>7</sub> og efterfølgende titrering.

Rumvægten bør bestemmes for alle intakte prøver.

Konsistensgrænserne er vigtige klassifikationsegenskaber og bør bestemmes for et passende udvalg af de finkornede prøver (i nogle laboratorier for alle). Inden konsistensgrænserne for en prøve bestemmes, fjernes alle korn over 1,5 mm.

Flydegrænsen  $w_L$  bestemmes ved hjælp af et standardiseret apparat, som i sin tid er angivet af Casagrande. En del af materialet anbringes i en skål og ved hjælp af en særlig spatel laves en fure af 8 mm dybde. Skålen udsættes derefter for en række slag ved at falde frit 10 mm. Såfremt 12 mm af furen netop lukker sig efter 25 slag, er vandindholdet definitions-mæssigt ved flydegrænsen.

Da hele den geotekniske litteratur er knyttet til denne definition, vil den være vanskelig at ændre. Imidlertid forholder ler og finsilt sig ganske forskelligt over for de rystelser, der her er tale om, og det forekommer derfor at have været heldigere, såfremt definitionen af  $w_L$  havde været baseret på en vis forskydningsstyrke (i nærheden af  $25 \text{ g/cm}^2$ ).

Plasticitetsgrænsen  $w_P$  er defineret som det vandindhold, hvor jordarten netop lader sig udrulle til 3 mm tykke tråde uden at bryde. Metoden er simpel og giver en sikker bestemmelse.

## 2.22 Hydrauliske forsøg

Permeabilitetskoefficienten  $k$  kan bestemmes på forskellige måder. Til venstre på fig. 2.22. A ses et forsøg med konstant potentiale. Man finder let

$$Q = vA = k \frac{h}{L} A \quad 2.22.1$$

til bestemmelse af  $k$ . Hvis  $k$  er målt ved temperaturen  $T^\circ$ , fås for normaltemperaturen  $10^\circ$

$$k_{10} = k_T \frac{\gamma_T}{\gamma_{10}} \quad 2.22.2$$

hvor  $\gamma$  er den kinematiske viskositet.

Et permeabilitetsforsøg med konstant potentiale kan kun bruges for meget grovkornede jordarter. Normalt bruger man det til højre på fig. 2.22. A viste forsøg med faldende potentiale, hvor det vand, der strømmer igennem, tages fra et kapillarrør med tværsnitsarealet  $a$ . Hvis den kapillære stighøjde i dette rør kaldes  $h_c$  (beregnes af 1.22.1), finder man ved løsning af en differentilligning af første orden følgende sammen-

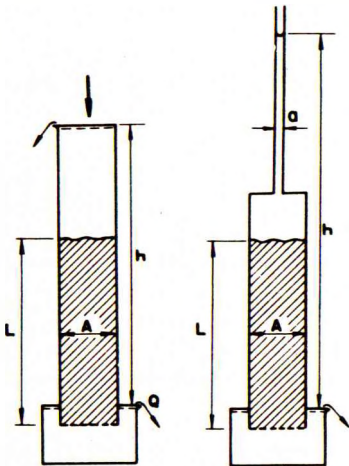


Fig. 2.22. A:  
Permeabilitetsforsøg.

hæng mellem  $h$  og tiden  $t$

$$-\ln(h-h_c) = k \frac{A}{aL} (t-t_0) \quad 2.22.3$$

På semilogaritmisk papir fås således en ret linie, hvis hældning bestemmer  $k$ .

Ved alle permeabilitetsforsøg er det vigtigt at bruge luffrit vand, da udskilte luftblærer ellers vil blokere porerne.

I forbindelse med konsolideringsforsøg kan man for hvert belastningstrin få en bestemmelse af permeabilitetskoefficienten ved hjælp af tidskurverne (se 2.23.1).

Enkelte jordarter (f. eks. groft grus indeholdende lidt fint sand) er hydraulisk instabile i den forstand, at permeabiliteten ændrer sig efterhånden, hidrørende fra at de små korn vaskes ud.

Kapillariteten kan måles med særlige apparater. For sand kan man bekvemt bruge det på fig. 2.22. B viste horisontale kapillaritetsforsøg. Man benytter her tørt

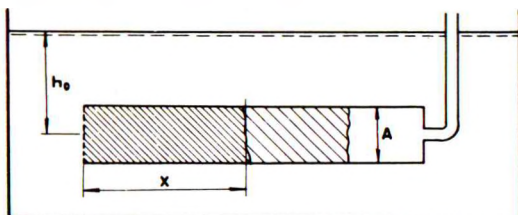


Fig. 2.22. B: Horisontalt kapillaritetsforsøg.

sand i et glas, som pludselig dykkes under vand. Efter tiden  $t$  er vandet trængt stykket  $x$  frem i sandet. Idet  $h_c$  = den kapillære stighøjde og  $n$  = porøsiteten, fås efter løsning af en differentilligning af første orden

$$x^2 = \frac{2k}{n} (h_0 + h_c) t \quad 2.22.4$$

Ved at afsætte  $x^2$  som funktion af  $t$  får man således en ret linie, hvis hældning er

$$m = \frac{2k}{n} (h_0 + h_c) \quad 2.22.5$$

Hvis man i forvejen kender  $k$ , kan  $h_c$  beregnes. Hvis  $k$  også er ukendt, kan begge størrelser bestemmes, såfremt man midt i forsøget pludselig ændrer  $h_0$  stærkt.

Ofte vil  $h_0$  være forsvindende i forhold til  $h_c$ ; man har da  $m = \frac{2k}{n} h_c$ . For sandsorter med lidt forskellig kornstørrelse  $d$ , men med tilsvarende kornform, gradering og poretal, har man med tilnærmelse

$$k = \text{konstant} \cdot d^2 \quad \text{og} \quad h_c = \frac{\text{konstant}}{d}$$

altså efter elimination af  $d$



$kh_c^2 = \text{konstant}$  (sædvanligvis mellem 0,5 og 6  $\text{cm}^3/\text{sec}$ ).

Herefter fås

$$m^2 = \frac{4}{n^2} kh_c^2 \cdot k = Z \cdot k \quad 2.22.6$$

hvor  $Z$  er nogenlunde konstant. Hvis man skal bestemme  $k$  for et stort antal sandprøver, kan man benytte 2.22.6, idet værdien af  $Z$  fastlægges ved hjælp af nogle få permeabilitetsforsøg med faldende potentiale.

Den potentielle frostfare i en jordart bedømmes ved hjælp af fryseforsøg, hvor jorden under standardiserede frysebetingelser får lejlighed til at suge vand op nedefra.

### 2.23 Konsolideringsforsøg

Fig. 2.23. A viser skitse-mæssigt et konsolideringsapparat. Prøven er indesluttet i ringen R, mens belastningen  $Q$  overføres gennem stemplerne S, hvor de porøse sten P sørger for, at vandet kan drænes til begge sider. Den her viste anordning med "en svømmende ring" må foretrækkes for den på fig. 1.31. A skitserede, idet prøven kan være dobbelt så tyk i forhold til diameteren, uden at friktionen mellem prøve og væg procentvis får større indflydelse. En tykkelse på 2 cm og en diameter på 3,57 cm (areal = 10  $\text{cm}^2$ ) er tilstrækkeligt.

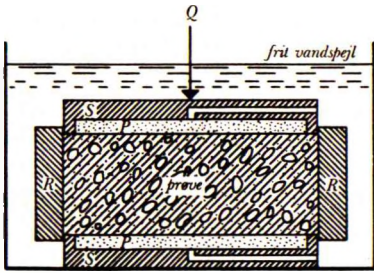


Fig. 2.23. A:  
Konsolideringsapparat.

Da man for normalt konsolideret ler har en lineær relation mellem  $e$  og  $\log \bar{\sigma}$ , benytter man ved konsolideringsforsøg gerne en geometrisk følge af belastningstrin, f.eks. (i  $\text{t}/\text{m}^2$ ): 0,5-1-2-4-8-15-30-50-100 etc.

Når belastningen forøges, trykkes prøven sammen, hvilket dog kræver nogen tid, da der skal presses noget vand ud gennem de fine porer. Man får således for hvert belastningstrin en hel tidskurve, f.eks. ved at aflæse deformationen (på måleuret) til tidspunkterne: 6<sup>s</sup>, 12<sup>s</sup>, 18<sup>s</sup>, 30<sup>s</sup>, 1<sup>m</sup>, 2<sup>m</sup>, 4<sup>m</sup>, 8<sup>m</sup>, 15<sup>m</sup>, 30<sup>m</sup>, 1<sup>h</sup>, 2<sup>h</sup>, 4<sup>h</sup>, 8<sup>h</sup> og 24<sup>h</sup>. Normalt arbejdes med ét belastningstrin pr. døgn, men tiden må forlænges, hvis prøven er tyk eller permeabiliteten særlig lille.

Fig. 2.23. B viser en tidskurve svarende til en forøgelse af belastningen  $q$  fra 10 til 20  $\text{t}/\text{m}^2$ . Som abscisse er afsat tiden i minutter i logaritmisk skala. Ifølge konsolideringsteorien (se 3.43.5) er sammentrykningen til at begynde med proportional med  $\sqrt{t}$ . Heraf følger, at man i tiden fra 0 til  $t$  har samme sammentrykning som fra

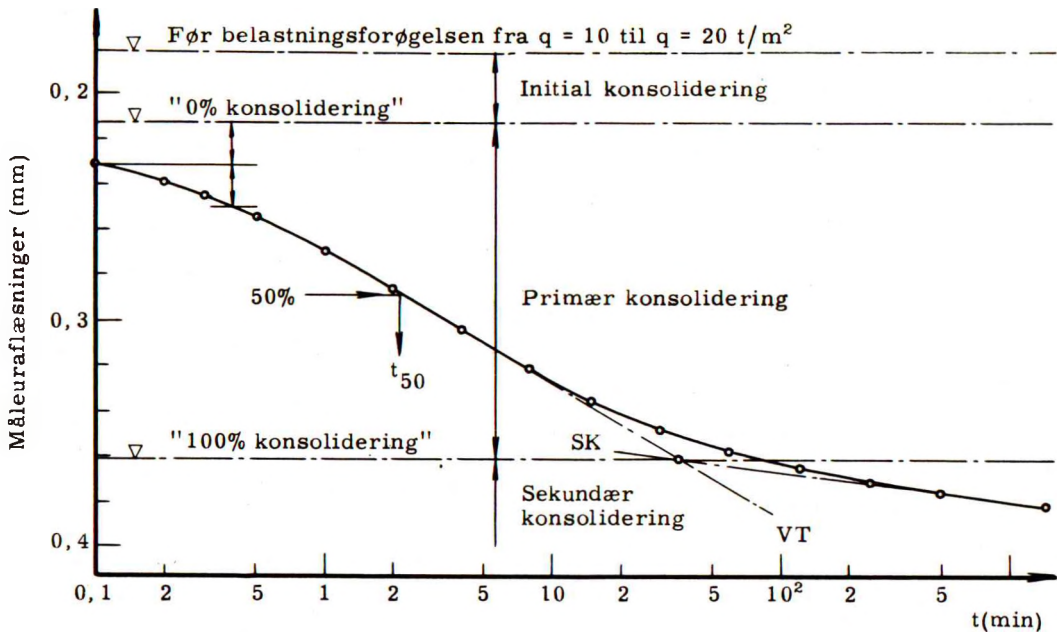


Fig. 2.23.B: Tidskurve.

t til  $4t$ . På figuren er ved hjælp af punkterne for  $t = 0,1^m$  og  $4t = 0,4^m$  konstrueret den teoretiske nulaflæsning på måleuret. Denne ses at ligge under den virkelige udgangsstilling (før belastningsforøgelsen). Denne del af konsolideringen må således regnes at komme øjeblikkeligt og kaldes den initiale konsolidering. For vandmattede prøver skyldes den de porøse stens nedpresning i prøvens over- og underside, der tillige er blevet forstyrrede ved afretningen. For vandmattede prøver er det derfor rigtigst helt at se bort fra denne del af sammentrykningen ved den efterfølgende optegning af konsolideringsdiagrammet (se nedenfor).

Også den sidste del af tidskurven afviger fra den klassiske konsolideringsteori. Ifølge denne skulle deformationen nærme sig asymptotisk til en konstant værdi, men i virkeligheden nærmer den sig til en ret linie SK med en vis hældning. På dette tidspunkt er der ikke noget overtryk i porevandet, således at hele belastningen bæres af effektive spændinger. Leret har da en vis krybning, der oprindeligt er blevet kaldt sekundær konsolidering. For jordarter som dynd og tørv er den sekundære konsolidering betydelig.

Ifølge Casagrande kan begyndelsen af den sekundære konsolidering bestemmes således (se figuren): Linien SK forlænges tilbage til skæring med vendetangenten VT. Den del af sammentrykningen, der ligger mellem den initiale og den sekundære konsolidering kaldes den primære konsolidering. Forløbet af den primære konsolidering

beherskes af den klassiske konsolideringsteori, der handler om poreovertrykkets gradvise forsvinden (se 3. 4).

Ved hjælp af tidskurven for primær konsolidering kan man beregne permeabilitetskoefficienten. Hertil benyttes bedst punktet for 50 % primær konsolidering, altså midt i intervallet af primær konsolidering. Den tilsvarende tid kaldes  $t_{50}$ . Prøvens højde er  $2H$ , når den er drænet til begge sider (ved énsidig dræning betegnes den  $H$ ). Konsolideringsmodulen for det pågældende belastningstrin kaldes  $K$  (se 1. 31. 1). Man har da ifølge 3. 43. 4

$$k = 0,2 \frac{\gamma_w H^2}{t_{50} K} \quad 2. 23. 1$$

På grund af den sekundære konsolidering er der ikke nogen "slutværdi" af sammentrykningen. Ved optegning af konsolideringsdiagrammet, d. v. s. sammenhængen mellem tryk og deformation, vælges derfor de måleuraflæsninger, som svarer til en fast værdi, f. eks.  $t = 1000^m$ , idet den valgte tid dog skal ligge så langt til højre, at den for alle tidskurvernes vedkommende falder på linien for sekundær konsolidering. Fra disse aflæsninger trækkes derefter (for vandmættede prøver) bidraget fra den initiale konsolidering. Aflæsningerne kan omregnes til poretal, der afsættes som funktion af den effektive spænding  $\bar{q}$ . Af hensyn til diagrammets anvendelse til sætningsberegninger er det imidlertid nok så bekvemt at beregne sammentrykningen i procent af prøvens oprindelige tykkelse  $h$

$$\epsilon = - \frac{\Delta h}{h} \quad 2. 23. 2$$

Man får da (under ideelle omstændigheder, der omtales nedenfor) et diagram som det på fig. 2. 23. C viste, hvor  $\bar{q}$ -aksen er logaritmisk.

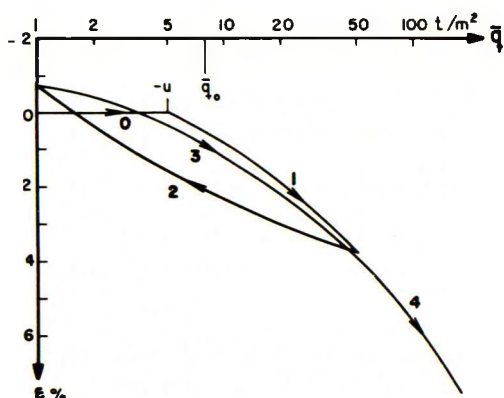


Fig. 2. 23. C: Konsolideringsdiagram for stærkt forkonsolideret, meget fedt ler.

Konsolideringsdiagrammets begyndelse kræver særlig omtale. I tilknytning til fig. 1. 22. D blev det nævnt, at en ideel intakt prøve efter optagningen vil have et undertryk (negativt  $u$ ) i porevandet svarende til den effektive belastning, som prøven har haft in situ. Ved anbringelsen i konsolideringsapparatet vil prøven derfor straks begynde at suge vand, hvilket man imødegår ved at forøge belastningen, indtil måleuret kommer i ro ved et tryk  $\bar{q}$ , der uden større fejl kan regnes lig  $-u$ . Den første del af diagrammet i fig. 2. 23. C bliver derfor en vandret linie, betegnet 0. Ved yderligere forøgelse af belastningen fås derefter kurven 1.

Det er i praksis nødvendigt at skelne mellem virkelig uforstyrrede prøver og normale "intakte" prøver, der i og for sig er taget med en god prøveoptager og behandlet korrekt, men som alligevel har fået en sådan forstyrrelse, at styrke- og deformationsegenskaberne er væsentlig ændret. Da det er umuligt at se forskel på de to slags prøver, er det vigtigt at have kriterier for uforstyrrethed. Dette understreges ikke mindst af den kendsgerning, at de fleste konsolideringsforsøg, der udføres i geotekniske laboratorier verden over, er baseret på mere eller mindre forstyrrede "intakte" prøver, med det resultat at der ofte forudsiges sætninger, der er 2-10 gange så store som de virkelige.

To sådanne kriterier er illustreret på fig. 2. 23. C. For det første er afsat den effektive lodrette spænding  $\bar{q}_0$ , som prøven var underkastet in situ. Det ses, at poreundertrykket  $-u$  er af samme størrelsesorden som  $\bar{q}_0$ , hvilket er et godt indicium på uforstyrrethed (medmindre prøven har været udsat for fordampning). For det andet er der udført en aflastnings- og genbelastningsløjfe 2-3 mellem spændingerne 50 og 1 t/m<sup>2</sup>. Da man af geologiske grunde véd, at den pågældende lerart har været forkonsolideret under et meget stort tryk, skal alle deformationer være i det væsentlige reversible (jfr. sløjfen II-III på fig. 1. 31. C). Figuren viser da også, at den med kurven 1 forbundne sammentrykning ophæves ved passende aflastning langs kurven 2. Dette kriterium på uforstyrrethed er ingenlunde éntydigt, idet genbelastningsgrenen 3 på grund af hysteresen vil kunne ligge både under og over kurven 1, afhængigt af hvor langt aflastningen er ført. Hældningen af 3 vil dog i alle tilfælde være af samme størrelsesorden som hældningen af 1, og denne kurve samt dens forlængelse 4 kan derfor benyttes ved beregningen af sætningerne af et bygværk.

De to kriterier for uforstyrrethed er således

1. Poreundertryk i prøven nogenlunde svarende til belastningen in situ.
2. Alle deformationer under forkonsolideringsbelastningen skal være nogenlunde reversible.

Det er i praksis tilstrækkeligt, hvis kriterium 2. er opfyldt. Helt uforstyrrede prøver kan man kun regne med at få af normaltkonsolideret, ikke for magert ler samt af forkonsolideret, meget fedt ler. Hvis flydegrænsen er 100 % eller derover, bør en god prøveoptager give uforstyrrede prøver, mens det hører til sjældenhederne, at en

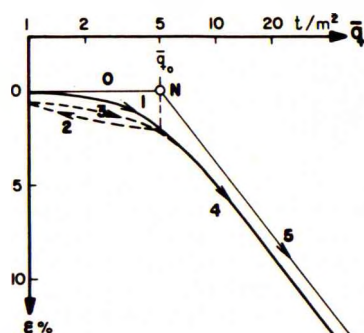


Fig. 2.23. D:  
Konsolideringsdiagram for normalt konsolideret ler.

Hvis prøven havde været ganske uforstyrret, skulle konsolideringskurven have fulgt den vandrette linie 0 hen til punktet N og derefter den rette linie 5, der kan regnes at være parallel med den retliniede del af 4. Punktet N angiver åbenbart sammenhørende værdier af effektiv spænding og poretal in situ, mens linien 5 er stamkurven in situ. Det er denne linie, der skal benyttes ved sætningsberegninger, og figuren viser, at sætningsberegninger baseret på laboratoriekurven for normalt konsolideret ler ville give for små sætninger.

For forkonsolideret ler har det betydning at kunne bestemme forbelastningen  $\bar{q}_{pc}$ , medmindre man på forhånd véd, at den er meget større end den største spænding, der kan blive tale om at anvende i sætningsberegningerne. Hvis prøven er forstyrret, kan forbelastningen kun bestemmes ved en sammenligning af triaksialforsøg med vingeforsøg (se fig. 2.25. C).

For en helt uforstyrret prøve kan forbelastningen bestemmes med tilnærmelse ved Casagrandes metode, der er vist på fig. 2.23. E. Først opsøges det punkt M, hvor konsolideringskurvens krumning er størst. Igennem dette punkt trækkes tangenten 1, den vandrette linie 2 og halveringslinien 3. Den retliniede del 4 af konsolideringskurven forlænges bagud til skæring med 3 i punktet S, der rent empirisk har vist sig at ligge nær  $\bar{q}_{pc}$ .

Hvis man skal udføre en sætningsberegning for et jordlag, hvorfra der kun foreligger delvis forstyrrede prøver, er det nødvendigt at udføre konsolideringsforsøget på en sådan måde, at man får en fuldstændig reproduktion af den geologiske udvikling, idet man kun

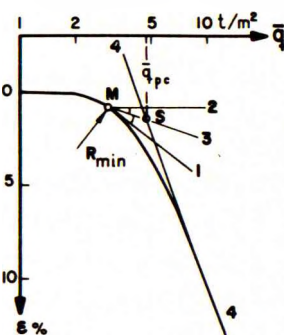


Fig. 2.23. E:  
Bestemmelse af forbelastning (Casagrande).

forkonsolideret lerprøve med  $w_L = 50\%$  er virkelig uforstyrret.

I fig. 2.23. D viser den fuldt optrukne kurve 1-4 sammentrykningen af en normalt konsolideret lerprøve. Undertrykket i porevandet er forsvindende, og deformationerne begynder allerede ved ganske lille belastning. For store tryk er kurven 4 retliniet, hvilket tydeligt viser, at forbelastningen (som her er lig trykket  $\bar{q}_0$  in situ) er overskredet, jfr. stamkurven 1 på fig. 1.31. C. Når man véd, at leret er normalt konsolideret, er det ikke nødvendigt at indføre aflastningssløjfer. Figuren viser dog punkteret en sådan sløjfe 2-3, der giver noget mindre deformationer end kurven 1.

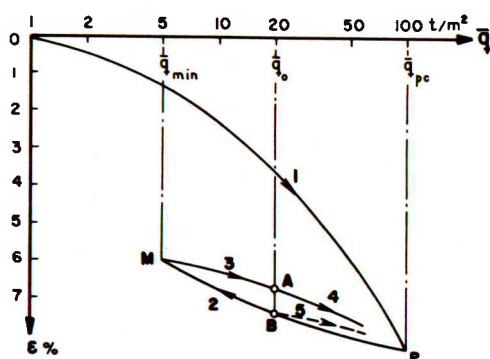


Fig. 2.23. F: Konsolideringsdiagram for delvis forstyrret lerprøve.

derived (med tilnærmelse) kan gengive jordprøvens dens stivhed in situ. Fremgangsmåden illustreres af fig. 2.23. F, der er knyttet til et konkret eksempel for at understrege nødvendigheden af en geologisk analyse, inden forsøgsprogrammet iværksættes.

Der er tale om en prøve af leret silt fra kote -20 fra en boring ved en havn i Syditalien. Den effektive spænding in situ er i dag  $\bar{q}_0 = 20 \text{ t/m}^2$ , men ved metoden i fig. 2.25. C er forkonsolideringsstrykket bestemt til at være omkring  $100 \text{ t/m}^2$ . En analyse af alle borer og samt undersøgelsen af områdets geologi har vist, at denne siltaflejrings er sedimenteret under den sidste interglaciertid, hvor havets overflade lå i kote ca. +20. Under sidste istid, hvor havet lå i kote ca. -30, var aflejringen over vand og blev forkonsolideret ved fordampning, samtidig med at der dannedes en forvittringsskorpe i lagets øverste del i kote -14. Da isen smeltede, steg havet gradvis til sit nuværende niveau, hvorved silten atter kom under vand og overlejreredes af postglaciert dynd, ler og sand indtil den nuværende kote +2.

Afgørende for udførelsen af konsolideringsforsøget er herefter:

1. Forkonsolideringen til  $\bar{q}_{pc} = \text{ca. } 100 \text{ t/m}^2$  under sidste istid.
2. Aflastning til  $\bar{q}_{min} = 5 \text{ t/m}^2$ , hvilket var trykket, da havet efter istiden atter nåede kote -14.
3. Genbelastning til spændingen i dag  $\bar{q}_0 = 20 \text{ t/m}^2$ .
4. Fortsat genbelastning (eller aflastning) i overensstemmelse med den påvirkning, som laget vil komme ud for som følge af de påtænkte byggearbejder.

De hertil svarende kurver på fig. 2.23. F er: 1. Rekonsolidering til punktet P. 2. Aflastning fra P til M. 3. Genbelastning fra M til A. 4. Fortsat genbelastning fra A. Det skal bemærkes, at rekonsolideringskurven 1 viser, at der er tale om en forkonsolideret jordart, idet den krummer hele vejen.

De fra bygværket hidrørende sætninger skal herefter beregnes ud fra kurven 4.

Det er øjensynligt, at anvendelsen af den sædvanlige "laboratoriekurve" 1, hvor størstedelen af sammentrykningen skyldes forstyrrelse, ville give alt for store sætninger. På den anden side er det åbenbart heller ikke tilstrækkeligt blot at kende forbelastningen  $\bar{q}_{pc}$  og den nuværende spænding  $\bar{q}_0$ , idet dette ville føre til en beregning ud fra den punkterede genbelastningsgren 5, der udgår fra punkt B, og giver for små sætninger på grund af hysteresen.

Prøvens forstyrrelse medfører, at den konsolideringsgren (her 4), der skal bruges ved sætningsberegningen, kommer til at ligge ved et mindre poretal end det naturlige. Det kan derfor være nødvendigt at indføre en korrektion for reduceret poretal. Lad f.eks. det naturlige poretal for prøven på fig. 2.23.F være  $e_{nat} = 0,45$ . Punktet A svarer til en formindskelse af prøvens højde på 6,7 %, d.v.s. en formindskelse af poretalet på  $0,067 \cdot 1,45 = 0,097 = 22\%$  af  $e_{nat}$ . Det kan herefter antages, at kurven 4 giver sætninger, der er 20-30 % for små. (Det kan tilføjes, at usikkerheden på sætningsberegninger sjældent er mindre og ofte meget større end 30 %).

I mange tilfælde vil det af styrke og poretal fremgå, at man har at gøre med stærkt forkonsolideret ler, samtidig med at det anses for at være for kompliceret at foretage en bestemmelse af forbelastningens størrelse. Det kan da anbefales at udføre en re-konsolidering til et tryk, der er ca. dobbelt så stort som den største spænding, man får brug for ved sætningsberegningen.

## 2.24 Simple trykforsøg

Et simpelt trykforsøg udføres på et cylindrisk prøvelegeme med en højde på det dobbelte af diameteren. Tværsnitsarealet er hyppigt 10 eller 40 cm<sup>2</sup>. Trykket påføres i lodret retning,  $\sigma_1$ -retningen, mens de vandrette, totale spændinger,  $\sigma_2$  og  $\sigma_3$  er nul.

Forsøget udføres med konstant vandindhold. For at hindre fordampning kan det derfor være praktisk at omgive prøvelegemet med en tynd gummimembran. Forsøgets varighed bør være ca. 10 minutter og i hvert fald ikke under 5 minutter. Hvert belastningstrin varer  $\frac{1}{2}$  - 1 minut, hvis der benyttes konstant belastningstempo. Man kan dog også bruge konstant deformationshastighed og måle de tilhørende trykspændinger.

Ved et simpelt trykforsøg får man som resultat en arbejdskurve samt trykstyrken  $= 2c$ , hvor  $c$  er den udrænedede forskydningsstyrke. Derimod får man ingen oplysninger om de effektive spændinger. Det bemærkes, at man ved beregningen af trykspændingen tager hensyn til tværuddvidelsen. Hvis den lodrette belastning er  $P$ , den lodrette specifikke forkortelse  $\epsilon$  og prøvens oprindelige tværsnitsareal  $A$ , bliver middeltrykspændingen

$$\sigma = \frac{P}{A} (1 - \epsilon)$$

2. 24. 1

Simple trykforsøg er lette at udføre og kan være nyttige, såfremt man gør sig klart, at de fleste jordarter giver for små styrker, fordi de ikke kan tåle prøveoptagning og tildannelse. Dette gælder først og fremmest de meget silt- eller sandholdige (magre) lerarter. Endvidere også stærkt forkonsolideret ler (herunder sprækket ler), medmindre det er meget fedt. Sædvanligvis, men ikke altid, kan det ved hjælp af triaksialforsøg afgøres, om de simple trykstyrker er repræsentative. Det er dog i alle tilfælde betydelig bedre at sammenligne med vingeforsøg.

Samtidig med, at man ved trykforsøg normalt får for lille styrke, giver arbejdskurven alt for store deformationer, undertiden mere end 10 gange for meget.

### 2.25 Triaksiale trykforsøg

Triaksiale trykforsøg adskiller sig på to måder fra simple trykforsøg: Dels er der et sidetryk  $\sigma_3$  ( $= \sigma_2$ ) forskelligt fra nul, jfr. fig. 1.32. A, dels er der mulighed for, at prøven kan optage eller afgive vand.

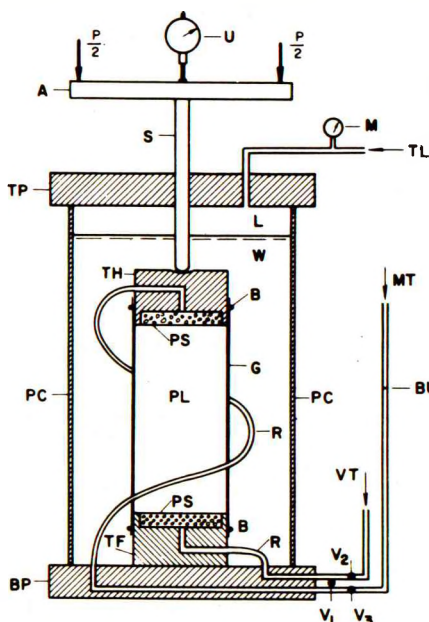


Fig. 2.25. A: Triaksialapparat.

Prøvelegeme m. v. er anbragt i et trykkammer, der består af en plexiglascylinder PC fastholdt mellem toppladen TP og bundpladen BP. Trykkammeret er, bortset fra det øverste lille luftrum L, næsten helt fyldt med vand eller olie W. Man kan sætte prøven under alsidigt tryk  $\sigma_3$  ved at tillede trykluft TL til kammeret. Trykket  $\sigma_3$  måles på manometeret M.

Fig. 2.25. A viser i skitseret form opbygningen af et triaksialapparat. Det cylindriske prøvelegeme PL står på en trykfod TF og modtager den lodrette belastning gennem trykhovedet TH. Prøvelegemet er forhindret i at optage eller afgive vand gennem den cylindriske overflade, fordi det er omgivet af den tætsluttende, tynde gummemembran G, som er fastgjort til trykhoved og trykfod med bindingerne B. Derimod kan prøvelegemet afgive vand til de porøse sten PS i trykfod og trykhoved, hvorfra det (gennem plastkrørene R og ventilerne  $V_1$  og  $V_3$ ) føres til buretten BU. En sandprøve kan gennemskylles med vand, der tilføres ved VT og bortledes gennem buretten, idet ventilen  $V_1$  lukkes.

Prøvelegeme m. v. er anbragt i et trykkammer, der består af en plexiglascylinder PC fastholdt mellem toppladen TP og bundpladen BP.

Trykkammeret er, bortset fra det øverste lille luftrum L, næsten helt fyldt med vand eller olie W. Man kan sætte prøven under al-



Den lodrette belastning  $P$  overføres gennem åget  $A$  til stemplet  $S$ , der passerer praktisk talt gnidningsløst igennem toppladen og afleverer kraften gennem trykhovedet til prøven. Divideres belastningen  $P$  med prøvens areal, fås således differenspændingen  $\sigma_1 - \sigma_3$ , idet der i lighed med 2.24.1 korrigeres for tværudvidelsen. De lodrette deformationer  $\epsilon_1$  aflæses på måleuret  $U$ .

Da man med triaksialapparatet behersker de to hovedspændinger  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$  uafhængigt af hinanden, samt tillige dræningen, giver dette apparat mulighed for udførelse af flere slags forsøg. Som eksempel kan nævnes triaksiale konsolideringsforsøg, hvor prøven i flere trin konsolideres under alsidigt tryk. Apparatets hovedanvendelse er dog til triaksiale trykforsøg, der falder i to etaper:

1. etape: Alsidigt tryk.
2. etape: Lodret belastning.

I hver af disse etaper kan man enten hindre dræning (ventilen  $V_3$  holdes lukket) eller tillade fuld dræning ( $V_3$  er åben). Hvis der er dræning i 1. etape, taler man om et konsolideret forsøg, ellers om et ukonsolideret. Hvis der er dræning i 2. etape, taler man om et drænet forsøg, i modsat fald om et udrænet. Ved kombination fås i alt 3 hovedtyper af triaksiale trykforsøg:

- CD-forsøg: Konsolideret, drænet forsøg.
- UU-forsøg: Ukonsolideret, udrænet forsøg.
- CU-forsøg: Konsolideret, udrænet forsøg.

Et CD-forsøg tager lang tid, fordi man i 2. etape i en række små trin må afvente fuldstændig konsolidering. Da man endvidere nu har simple midler til at bestemme de effektive spændinger ved CU-forsøget (se nedenfor), bruges CD-typen nu om stunder kun lidt.

Ved et UU-forsøg sker der overhovedet ingen ændring af det naturlige vandindhold, således at man får en måling af den udrænedes forskydningsstyrke (se 1.46). For almindelige, vandmættede jordarter vil sidetrykket  $\sigma_3$  optages direkte af porevandet, således at forskydningsstyrken bliver nøjagtig den samme som ved simple trykforsøg. For nogle sprækkede lerarter fås dog større forskydningsstyrke, selv når de er vandmættede, hvilket formentlig skyldes øget friktion i sprækkerne. Her kan et UU-forsøg således have betydning, idet det bedre end et simpelt trykforsøg repræsenterer spændingsforholdene in situ.

Ved UU-forsøg med ikke-vandmættede jordarter vil luftblærerne blive komprimerede i takt med poretrykkets stigning. Herved formindskes poretallet, d. v. s. at den virkelige kohæsion forøges. Samtidig optages en del af  $\sigma_3$  af effektive spændinger, hvilket forøger den virkelige friktion. For ikke-vandmættede jordarter giver UU-forsøg altså større forskydningsstyrke end simple trykforsøg. De anvendes f. eks. ved undersøgelse af stabiliteten af jordspærredæmninger, hvor fylden komprimeres ved et vandindhold lidt under mætningspunktet.

CU-forsøget er den vigtigste af de 3 typer, idet man ved den triaksiale konsolidering i 1. etape kan bringe prøven i en spændingstilstand, der tilnærmelsesvis svarer til en given dybde i naturen, samtidig med at bruddet i 2. etape sker ved konstant vandindhold, ligesom det er tilfældet med et (pludseligt) brud i naturen.

Når den lodrette belastning i 2. etape påføres som foran angivet med ventilen  $V_3$  lukket, vil poretrykket og dermed de effektive spændinger være ukendte. Dette kan accepteres, hvis man er sikker på kun at få brug for den udrænede forskydningsstyrke (se 1.46) til brug for en analyse af korttidsstabiliteten. Ethvert moderne laboratorium er imidlertid indstillet på tillige at bestemme poretrykket, hvilket kun forøger bekostningen ved forsøget relativt lidt.

Poretrykket kan måles, hvis ventilen  $V_3$  åbnes og dræning alligevel hindres ved mobilisering af et modtryk  $MT$  ved burettens øverste ende (fig. 2.25. A). Buretten må i dette tilfælde være et kapillarrør, således at selv en beskedne afgivelse af vand fra prøven straks konstateres.

Såfremt de porøse sten eller den øvrige del af drænsystemet indeholder luftblærer, hvilket er meget vanskeligt at undgå, vil der komme fejl i målingerne. Det må derfor anbefales at udføre et CU-forsøg uden poretryk. I dette tilfælde holdes ventilen  $V_3$  åben, og der er atmosfærisk tryk på kapillar-buretten, men dræningen hindres simpelthen ved passende variation af sidetrykket  $\sigma_3$ , samtidig med at differensspændingen  $\sigma_1 - \sigma_3$  forøges. Med denne fremgangsmåde har man således et CU-forsøg, hvor de totale spændinger er lig de effektive.

Da poretrykket ved prøvens ender (hvor det måles) kan være lidt forskelligt fra trykket i prøvens indre, skal den lodrette belastning påføres så langsomt, at man kan få den fornødne trykudligning. Forsøget bør derfor udføres i et temperaturkonstant rum.

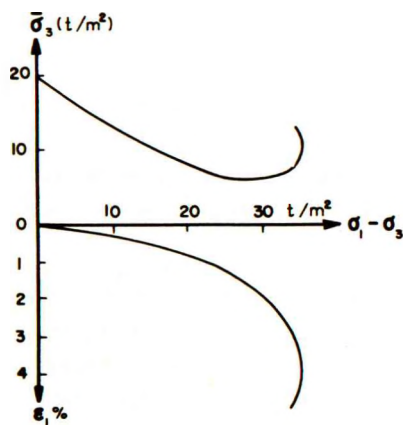


Fig. 2.25. B:

Resultat af triaksialt CU-forsøg.

Resultatet af et CU-forsøg bør fremstilles som vist på fig. 2.25. B, hvor abscissen er  $\sigma_1 - \sigma_3$ , mens den øverste kurve angiver variationen af den effektive vandrette spænding  $\bar{\sigma}_3$  og den nederste kurve den lodrette sammentrykning  $\epsilon_1$ . Det fremgår af den øverste kurve, at prøven har været konsolideret ved et alsidigt tryk på  $20 \text{ t/m}^2$ , og at spændingerne ved brud er:  $\sigma_1 - \sigma_3 = 35 \text{ t/m}^2$  og  $\bar{\sigma}_3 = 10 \text{ t/m}^2$ , d. v. s.  $\bar{\sigma}_1 = 45 \text{ t/m}^2$ .

Hvis man med forskellige prøvelegemer fra samme prøve udfører en række CU-forsøg med forskellige alsidige konsolideringstryk, kan de Mohr'ske cirkler optegnes til fastlæggelse af de effektive styrkeparametre (se 1.45) til brug for

en analyse af langtidsstabiliteten.

Da de optagne "intakte" prøver i mangfoldige tilfælde er mere eller mindre forstyrrede (se 2.23), kan triaksialforsøg give misvisende resultater, især vil deformationerne næsten altid være meget for store. For forbelastede jordarter må man derfor i lighed med konsolideringsforsøg foretage en rekonsolidering, eventuelt i 1. etape gennemføre en hel belastningscyklus i overensstemmelse med den geologiske udvikling (jfr. fig. 2.23.F). Rekonsolideringen vil medføre, at prøven får et mindre poretal end det naturlige. Det kan derfor blive nødvendigt at korrigere skønsmæssigt for den herigennem forøgede styrke og stivhed.

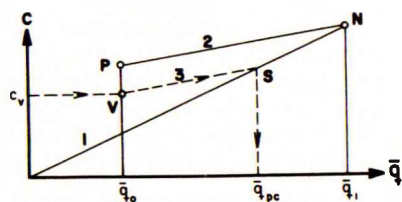


Fig. 2.25.C: Bestemmelse af forbelastningen ved triaksial- og vingeforsøg.

punktet N. Linien 1 fra nulpunktet til N (stamkurven) angiver herefter forskydningsstyrkerne af normalt konsoliderede prøver. Derefter udføres et CU-forsøg, hvor prøven først er konsolideret til  $\bar{q}_1$  og derefter aflastet til spændingen  $\bar{q}_0$  in situ. Resultatet af dette forsøg er afsat som punktet P, hvorefter linien 2 fra N til P er styrkediagrammets aflastningsgren (idet der ses bort fra eventuel krumning). Punktet V repræsenterer resultatet af vingeforsøget i det pågældende jordlag (ordinat  $c_v$ ). Hvis man nu igennem V trækker linien 3 parallelt med 2 til skæring med 1 i punktet S, vil abscissen til S være en rimelig tilnærmelse til den ukendte forbelastning  $\bar{q}_{pc}$ .

Alle  $\bar{q}$ -værdierne i fig. 2.25.C repræsenterer lodrette, effektive spændinger. Da de vandrette, effektive spændinger er mindre, bør konsolideringerne ved triaksialforsøgene egentlig udføres anisotrop, hvilket dog er ret besværligt. Sættes hviletrykkoeficienten i ler til 0,7, vil middelværdien af de effektive spændinger i de 3 retninger være 0,8  $\bar{q}$ . Indtil disse problemer er studeret nærmere, kan det derfor anbefales, at konsolideringerne ved triaksialforsøgene udføres ved tryk, der er 80 % af de på figuren angivne  $\bar{q}$ -værdier.

For uorganisk, marint ler kender man på forhånd linien 1 med god tilnærmelse (se fig. 1.46.C). Med et passende skøn over retningen af linien 3 kan man derfor i dette tilfælde finde størrelsesordenen af  $\bar{q}_{pc}$  uden triaksialforsøg.

For sand udføres triaksialforsøg på tørre, stampede prøver, eventuelt som CD-forsøg på vandmættede prøver. For tørt sand kan trykkammeret undværes, hvis man

For forstyrrede, forkonsoliderede jordarter kan man foretage en tilnærmelse af forbelastningen ved hjælp af triaksialforsøg. Dette illustreres af styrkediagrammet i fig. 2.25.C, hvor den udrænede forskydningsstyrke  $c$  er afsat som funktion af konsolideringstrykket  $\bar{q}$  (jfr. fig. 1.46.B). Først udføres et CU-forsøg, hvor konsolideringstrykket  $\bar{q}_1$  er større (helst kun lidt større) end forbelastningen  $\bar{q}_{pc}$ . Resultatet af dette forsøg er i styrkediagrammet afsat som

erstatte det udvendige tryk med vakuum i porerne. Man taler da om et vakuumforsøg.

### 2.26 Forskydningsforsøg

Før triaksialapparatet blev udviklet, blev forskydningsstyrken fortrinsvis bestemt ved forskydningsforsøg med et apparat, hvis princip er vist på fig. 2.26. A. Den skiveformede prøve P er her indesluttet i en "kasse" mellem to porøse sten. Ved hjælp af belastningen N kan man give prøven en lodret normalspænding  $\sigma$  og ved hjælp af kraften T en vandret forskydningspænding  $\tau$ , idet kassens øverste del kan bevæges i forhold til den nederste. Bruddet sker langs den stiplede linie B.

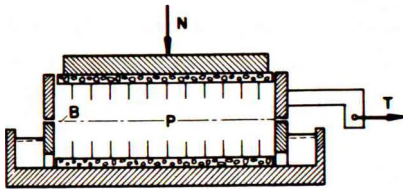


Fig. 2.26. A: Forskydningsforsøg.

Apparatet har forskellige mangler, der gør, at det ikke i dag kan anses for velegnet, undtagen for sand. Den største mangel er, at dræningen ikke kan kontrolleres (bortset fra de meget tidsrøvende forsøg af CD-typen). Desuden er spændingsfordelingen over brudfladen ikke regelmæssig, idet prøven ude ved randen "klippes over" allerede ved en lille deformation. For sensitivt ler giver forsøget derfor kun en brøkdel af den rigtige styrke (ned til 1/5). Endelig kan man ikke af forsøget udlede nogen arbejdskurve, ligesom det er uheldigt, at brudfladen er tvungen.

På grund af disse mangler kan de værdier af "kohæsion" og "friktionsvinkel", som man finder ved hjælp af forskydningsapparatet, være så præget af forsøgsomstændighederne (som ofte ikke præciseres), at resultaterne overhovedet ikke er et udtryk for den pågældende jords forskydningsstyrke.

### 2.27 Andre laboratorieforsøg

Foruden de i det foregående behandlede, mere almindelige laboratorieforsøg kan der i et geoteknisk laboratorium lejlighedsvis blive tale om udførelsen af andre typer af forsøg.

Først kan nævnes de forskellige komprimeringsforsøg, der er uundværlige, når man skal kontrollere komprimeringen af jordfyld til dæmninger, vejanlæg, flyvepladser etc. Der benyttes en af de standardiserede fremgangsmåder, f. eks. Proctor eller AASHO, der er beskrevet i håndbøger om vej- og flyvepladsbygning. Her kan man også få oplysning om det såkaldte CBR-forsøg ("California Bearing Ratio-test"), der er en empirisk fremgangsmåde til bestemmelse af den nødvendige tykkelse af vej-

og flyvepladsbelægninger, idet forsøget giver en fasthedsindeks for den komprimerede jord.

Af andre styrkeforsøg kan nævnes, at man undertiden med fordel også i laboratoriet kan anvende vingeforsøg i homogent ler med en vingediameter på 1-2 cm.

Ved de såkaldte kegleforsøg måler man enten den kraft, der kræves for at trykke en 60°-kegle 10 mm ned i prøven, eller det stykke, som en standardiseret kegle trykkes ned, når den falder frit fra en udgangsstilling, hvor den netop rører prøvens overflade. I almindelighed må kegleforsøg anses for en uegnet metode til bestemmelse af forskydningsstyrken, idet undersøgelser har vist (Skempton og Bishop 1950), at omsætningsfaktoren kan variere stærkt fra lerart til lerart. Dette skyldes den æltning, som keglens nedpresning giver. I Sverige anvendes kegleforsøg dog i stor udstrækning til hurtige undersøgelser, idet man der har omfattende erfaringer vedrørende omsætningsfaktorens variation med lerets sensitivitet og prøveoptagerens kvalitet (Hansbo 1957).

Ved forskningsarbejder og større, detaljerede undersøgelser kan der blive brug for mange specialforsøg, hvoraf der her kun skal nævnes nogle få.

Kemisk analyse er nødvendig, hvis der er fare for korroderende indflydelse på beton støbt imod jorden.

Måling af salttallet har betydning i alle tilfælde, hvor der er mulighed for en udludning af porevandets salt.

Mineralogisk analyse kan være et vigtigt middel til nærmere belysning af de geologiske forhold. Lermineralerne kan identificeres ved differentialtermisk analyse eller ved røntgenspektrografi.

### 3. STRØMNINGSPROBLEMER

Hvis potentialet er det samme overalt i en jordmasse, vil porevandet være i hvile. Såsnart der optræder potentialforskelle, vil der foregå en strømning.

I 3.1 behandles de to-dimensionale strømningsproblemer ved byggegruber, spærredæmninger o.l., mens de i forbindelse hermed optrædende kræfter og særlige stabilitetsproblemer diskuteres i 3.2. I 3.3 er der tale om den 3-dimensionale strømning til brøndene i et grundvandsækningsanlæg.

I 3.4 behandles - i modsætning til de andre afsnit - et ikke-stationært problem, nemlig porevandets strømning i et konsoliderende jordlag. Dette afsnit adskiller sig også principielt fra de øvrige med hensyn til årsagen til strømningen, idet potentialforskellene i konsolideringsteorien hidrører fra en ændring af belastningen.

For strømningsproblemerne gælder det, at de - med rimelige idealiserende forudsætninger - er fuldt tilgængelige for matematisk behandling. Der må imidlertid kraftigt advares mod, at man lader sig blænde af denne tilsyneladende simpelhed; ellers vil naturens luner give en mange skuffelser.

## 3.1 STRØMNET

## 3.11 Differentialligningen

Den differentiaalligning for strømninger i jord, som skal udledes i dette afsnit, benyttes normalt ikke direkte i praksis, men den udgør et simpelt grundlag for de egentlige ingeniørmæssige metoder.

Der betragtes lagdelt, d. v. s. anisotrop jord. Lagdelingens retning kan være vilkårlig og betegnes som x-retningen, mens den derpå vinkelrette retning betegnes som y-retningen. De tilhørende permeabilitetskoefficienter er  $k_x$  og  $k_y$ . Ifølge 1. 24. 5 har man da

$$v_x = k_x i_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad 3.11.1$$

og

$$v_y = k_y i_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad 3.11.2$$

En sammenhæng mellem  $v_x$  og  $v_y$  fås ved hjælp af kontinuitetsligningen. I fig. 3.11. A ses et infinitesimalt rektangel  $dx \cdot dy$ . Igennem den venstre side af længden  $dy$  strømmer pr. sec. vandmængden  $v_x dy$ . Da  $v_x$  er en funktion af  $(x, y)$ , vokser

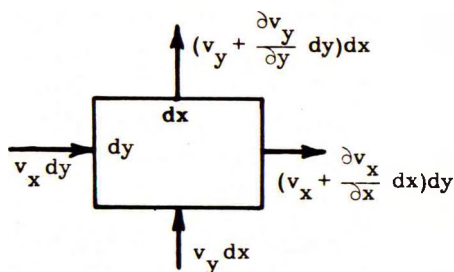


Fig. 3.11. A: Strømning gennem elementarfirkant.

denne strøm på stykket  $dx$  til  $(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx)dy$ . På grund af strømmen i x-retningen fjernes der således hvert sekund vandmængden  $\frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy$  fra det lille rektangel, d. v. s. vandmængden  $\frac{\partial v_x}{\partial x}$  pr. arealenhed. Analogt fjernes der på grund af strømmen i y-retningen vandmængden  $\frac{\partial v_y}{\partial y}$  pr. sec. pr. arealenhed. Da netto-borttransporten på grund af kontinuiteten er nul, fås ligningen

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad 3.11.3$$

Indsættes heri udtrykkene 3.11.1-2, fås for homogen jord (d. v. s. jord, hvor  $k_x$  og  $k_y$  ikke afhænger af  $x$  og  $y$ )

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad 3.11.4$$

Denne differentialligning bestemmer potentialet  $h$  som funktion af  $(x, y)$ , idet der i ethvert punkt af randen for det område, hvor strømmingen foregår, må være givet én randbetingelse. Randbetingelserne afhænger af forholdene. Langs en vis del af randen kan man f. eks. have  $h = \text{konstant}$  (ved begrænsningen mod et vandbassin; se herom i 3.12). Langs en anden del af randen grænser området måske op til impermeabel jord; randbetingelsen er da, at hastigheden vinkelret på randen er nul. Ved kombination af 3.11.1 og 3.11.2 ses da, at der findes en retning, hvor gradienten  $\frac{\partial h}{\partial s} = 0$ , hvilket er det matematiske udtryk for denne randbetingelse.

Ligningen 3.11.4 kan uden videre udvides til at gælde 3 dimensioner

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad 3.11.5$$

For isotrop jord (i det to-dimensionale tilfælde) er  $k_x = k_y$ , hvorved 3.11.4 bliver

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad 3.11.6$$

hvilket er potentialligningen eller Laplace' ligning. Da denne differentialligning optræder mange steder i den matematiske fysik, kendes der et stort antal løsninger hertil. For geoteknikeren er det imidlertid kun få af disse løsninger, der har interesse, idet strømninger i jord hyppigst foregår inden for områder med en så kompliceret begrænsning, at der ikke findes matematiske løsninger herfor. Geotekniske problemer behandles derfor meget nemmere og meget mere overskueligt ved hjælp af de i næste afsnit omtalte strømnet.

### 3.12 Strømnet i isotrop jord

Ved et strømnet forstås et system af strømlinier og potentiallinier; disse linier skal derfor defineres først.

Ved en potentiallinie forstås en kurve, som forbinder punkter med samme potentiale. Navnet potentiallinie er en praktisk forkortelse for det - lidt mere korrekte - udtryk "ækvipotentiallinie"



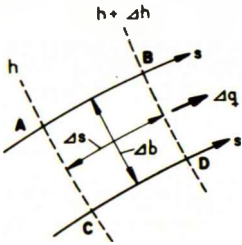


Fig. 3.12. A:  
Element af strømnet. på strømlinien.

Ved en strømlinie forstås den banekurve, som en bestemt vandpartikel gennemløber.

I fig. 3.12. A viser de punkterede kurver to potentiallinier svarende til potentialværdierne  $h$  og  $h + \Delta h$ , mens de to fuldt optrukne kurver repræsenterer strømmlinier. Det forudsættes, at strømmen går i strømliniernes positive retning, der er kendetegnet ved buelængdeparameteren  $s$ . Langs enhver strømlinie vil potentialet  $h$  være en funktion af  $s$ , og potentialtilvæksten  $\Delta h$  vil være negativ.  $\Delta h$  svarer til elementet  $\Delta s$

Først forudsættes det, at  $\Delta h$  og  $\Delta s$  er uendelig små. De to potentiallinier er da "parallelle", og det følger af Darcy's lov, at strømlinierne går vinkelret på potentiallinierne, idet man i denne retning får størst gradient, mens gradienten i retning af potentiallinien er nul.

Det gælder herefter generelt, at der igennem ethvert punkt går én potentiallinie og én strømlinie, der danner rette vinkler med hinanden.

Gradienten er (jfr. 1.23.3)

$$i = - \frac{\Delta h}{\Delta s} \quad 3.12.1$$

hvortil der ifølge Darcy's lov 1.24.1 svarer hastigheden

$$v = - k \frac{\Delta h}{\Delta s} \quad 3.12.2$$

I praksis kan man naturligvis ikke operere med alle potential- og strømmlinier. Det er tværtimod en fordel at bruge så få linier, som den forlangte nøjagtighed tillader. Størrelserne  $\Delta h$  og  $\Delta s$  bliver da endelige størrelser, ligesom afstanden  $\Delta b$  (fig. 3.12. A) mellem to nabostrømmlinier bliver endelig. Det område ABCD, der afgrænses af to nabostrømmlinier og to nabopotentiallinier, kan karakteriseres som et krumliniet rektangel. Rektanglets bredde  $\Delta b$  såvel som dets længde  $\Delta s$  bør måles som afstandene mellem sidernes midtpunkter (fig. 3.12. A). Jo mindre rektanglets sider er, desto rigtigere er det matematisk set at karakterisere det som et rektangel.

Med ordet strømkanal betegner man området mellem to nabostrømmlinier. Ifølge fig. 3.12. A og 3.12.2 løber der i strømkanalen strømmen

$$\Delta q = v \cdot \Delta b = - k \Delta h \frac{\Delta b}{\Delta s} \quad 3.12.3$$

Strømnet tegnes fortrinsvis på den måde, at  $\Delta q$  er ens for alle strømkanaler, samtidig med at  $\Delta h$  er konstant mellem potentiallinierne to og to. Heraf følger iflg.

3.12.3

$$\frac{\Delta b}{\Delta s} = -\frac{\Delta q}{k \Delta h} = \text{konstant}$$

3.12.4

d. v. s. at alle rektanglerne er ligedannede.

Ved passende valg af forholdet mellem  $\Delta q$  og  $\Delta h$  kan man opnå, at

$$\Delta b = \Delta s$$

3.12.5

for alle rektangler, d. v. s. at hele strømnettet består af kvadrater. Dette er en stor fordel, idet man ved optegningen af strømnettet lettere kan se, om alle firkanterne er kvadrater, end om de er ligedannede rektangler. Når 3.12.5 indsættes i 3.12.3, fås

$$\Delta q = -k \Delta h$$

3.12.6

Anvendelsen af strømnæt kan illustreres med fig. 3.12. B, hvor man ser tværsnittet af en spærredæmning, der er funderet på sand, som ved linien a grænser op til

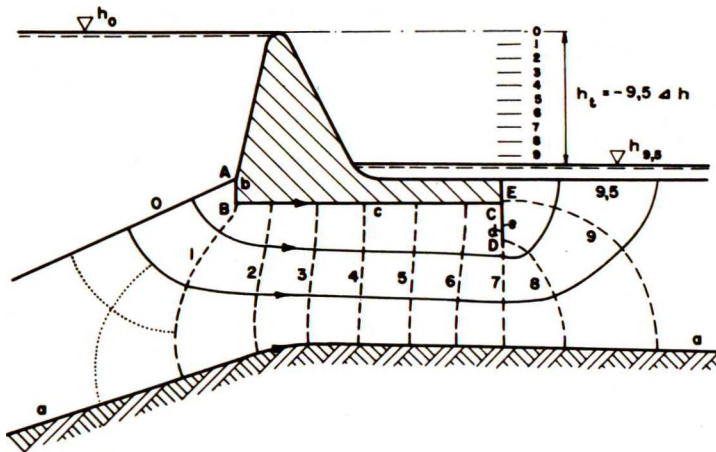


Fig. 3.12. B: Strømning under spærredæmning.

en aflejring med meget mindre permeabilitet (i praksis blot mindre end 10 % af sandets). Bag dæmningen er skitseret et styrtleje, som er sikret mod bagskæring ved en spunsvæg.

Strømningen gennem sandet foregår øjensynligt fra linien 0 på opstrømsiden til linien 9,5 på nedstrømsiden. Begge disse linier er potentiallinier, idet de danner begrænsninger for sandet mod frit vand. Potentialerne langs disse linier svarer til de to vandspejl og er på figuren angivet som  $h_0$  og  $h_{9,5}$ .

I ethvert punkt af begrænsningen a er vandhastigheden vinkelret på denne nul, hvorfor linien a danner en strømlinie. Det samme gælder for linien b-c på dæmningsens underside. Denne strømlinie fortsætter i spunsvæggens venstre side d, hvorefter den bøjer skarpt omkring spidsen og følger spunsvæggens højre side e indtil begrænsningen 9,5.

Inden for den her omtalte begrænsning er strømnettet tegnet med 3 strømkanaler og potentiallinierne 1, 2, 3, ..., 8, 9. De til potentiallinierne hørende niveauer er alle vist ved vandrette linier i figurens højre side. Konstruktionen foregår bedst stykke for stykke, idet man skønner de første korte stykker af strømlinierne og indtegner potentiallinien 1, således at de fremkomne felter er "kvadrater". Efterhånden bringes større og større dele af nettet i orden fra venstre mod højre. Ved de talrige omtegninger betjener man sig med fordel af kalkerpapir. Til fremstilling af et godt strømnet kræves let 15-30 minutter, og endnu mere for den uøvede. Imidlertid kan selv et meget groft strømnet tegnet på få minutter ofte give tilstrækkelig nøjagtigt svar på de stillede spørgsmål.

Mange af de felter, der ses på fig. 3.12. B, synes at være meget langt fra at kunne kaldes kvadrater. Kriteriet for, om de kan anses for ækvivalente med kvadrater, er, at de ved videre opdeling viser sig at bestå af mindre og mindre felter, der mere og mere nærmer sig kvadratformen. På fig. 3.12. B er der med prikkede linier foretaget en opdeling af et af de uegentlige kvadrater.

Det kan generelt anbefales, at man kun bruger 3-4 strømkanaler (evt. 5 for mere komplicerede net). I de tilfælde, hvor antallet af potentialtrin er mindre end antallet af strømkanaler, deler man i stedet for det samlede potentialfald i 3-4 lige store trin og tegner de hertil svarende strømkanaler.

Hvis antallet af strømkanaler betegnes  $n_q$ , bliver den samlede strømmængde

$$q = n_q \Delta q \quad 3.12.7$$

Heri indsættes nu 3.12.6. Desuden indføres det totale potentialfald

$$h_t = - n_h \Delta h \quad 3.12.8$$

hvor  $n_h$  er antallet af potentialtrin (sædvanligvis ikke et helt tal, hvis man vælger et helt antal strømkanaler). Herved bliver 3.12.7

$$q = k h_t \frac{n_q}{n_h} \quad 3.12.9$$

Vandstrømmen er naturligvis her angivet pr. længdeenhed vinkelret på strømnettets plan.

Tages fig. 3.12. B som eksempel på anvendelsen af 3.12.9, har man her  $h_t = h_0 - h_{9,5}$  (det givne potentialfald) og  $n_h = 9,5$ , mens  $n_q = 3$ .

Poretrykket i et vilkårligt punkt bestemmes let, når strømnettet er kendt: Da potentialet ifølge 1.23.2 er defineret som summen af den geometriske højde og trykhøjden, fås trykhøjden let som den lodrette afstand fra det givne punkt til det potentialniveau, der svarer til den gennem punktet gående potentiallinie. I fig. 3.12. B har man f. eks. brug for at bestemme poretrykkene for at kunne beregne opdriften på dæmningen og styrtlejet.

I de fleste strømnet forekommer der singulære punkter, der kan defineres som punkter, hvor strømlinier og potentiallinier ikke står vinkelret på hinanden. Sådanne strømninger forekommer f. eks. ved hjørner. Ved hjælp af den matematiske løsning til potentialligningen 3.11.6 for strømmingen i en vinkel kan det vises, at man i selve vinkelspidsen har

- a. Hastigheden nul, hvis vinklen mellem strømlinie og potentiallinie er mindre end  $90^\circ$ . 3.12.10
- b. Hastigheden uendelig, hvis nævnte vinkel er større end  $90^\circ$ . 3.12.11

I sidstnævnte tilfælde er den uendelige hastighed naturligvis kun teoretisk og skal i praksis fortolkes på den måde, at der i vinkelspidsen findes en meget stor gradient og turbulent strømning (for hvilken Darcy's lov ikke gælder).

I fig. 3.12. B findes der en række singulære punkter langs dæmningens underside. I punktet A danner potentiallinien O og strømlinien b en vinkel mindre end  $90^\circ$ ; iflg. 3.12.10 er hastigheden her derfor lig nul. I punktet B knækker strømlinien b-c  $90^\circ$ , således at strømmingen foregår i en vinkel på  $270^\circ$ ; den fra B udgående potentiallinie halverer vinklen mellem strømliniens to dele, således at vinklen mellem strømlinie og potentiallinie er  $135^\circ$ , hvorfor hastigheden iflg. 3.12.11 er uendelig i selve vinkelspidsen. I punktet C knækker strømlinien ligeledes  $90^\circ$ , men her bliver vinklen mellem strømlinie og potentiallinie  $45^\circ$ , hastigheden altså nul. Endelig knækker strømlinien i punktet D (spunsvæggens spids)  $180^\circ$ , hvorved vinklen mellem strømlinie og potentiallinie bliver  $180^\circ$ , svarende til uendelig stor hastighed ved spidsen.

### 3.13 Strømnet med frit grundvandspejl

Fig. 3.13. A viser tværsnittet af en dæmning på impermeabel grund. Der er tegnet et strømnet med 3 strømkanaler og 14 potentialtrin  $\Delta h$ . Linien a (dæmningens underside) er en strømlinie, da den danner begrænsning mod impermeabel jord. Linien O er en potentiallinie med potentialet  $h_0$  (vandspejlet på dæmningens venstre side). Grundvandspejlet g er en strømlinie, da der ikke kan være nogen hastighedskomponent vinkelret herpå.

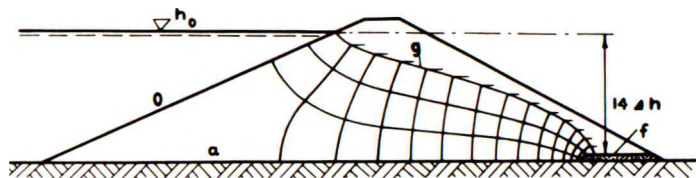


Fig. 3.13. A: Strømning gennem dæmning.

Hvis grundvandspejlet var kendt, ville konstruktionen af strømnettet foregå på sædvanlig måde, idet der langs grundvandspejlet ville være en randbetingelse (at vandspejlet er strømlinje). Da grundvandspejlet imidlertid på forhånd er ukendt, må der være yderligere en randbetingelse til bestemmelse af dets beliggenhed. Denne betingelse er, at trykket langs grundvandspejlet er nul (atmosfærens tryk).

Den ekstra randbetingelse kan også udtrykkes på den måde, at potentialet langs grundvandspejlet er lig den geometriske højde. På fig. 3.13. A er dette angivet på den måde, at der ud for hver potentiallinie er tegnet en vandret linie, der således direkte angiver potentialet. Da potentialspringene  $\Delta h$  er lige store, skal disse linier altså være ækvivalente.

I praksis må optegningen af strømnettet derfor foregå på den måde, at man begynder med at skønne en del af grundvandspejlet, tegner den tilsvarende del af strømnettet og retter grundvandspejlet, indtil potentialspringene bliver lige store. Dette kan være en ret tidskrævende opgave, og det er derfor af betydning, at der findes tilnærmelsesmetoder, hvorved man hurtigt kan få en god approksimation til grundvandspejlets forløb. Herom kan f. eks. henvises til Taylor (1948).

Ved dæmnings tå (i højre side) er anbragt et vandret filter (med det formål at trække grundvandspejlet ned under skråningen, således at denne ikke eroderes). Da filteret er meget mere permeabelt end dæmningsfylden, er der atmosfærisk tryk i filteret. Filterets overside  $f$  er derfor en potentiallinie.

### 3.14 Strømnet i anisotrop jord

Det forudsættes nu, at jorden er lagdelt, og at permeabilitetskoefficienten i lagenes retning er  $k_x$ , mens den vinkelret derpå er  $k_y$ . Man vil derfor have  $k_x > k_y$ .

Differentialligningen 3.11.4, der gælder for dette tilfælde, kan bringes på en simple form, hvis man går over fra koordinaterne  $(x, y)$  til koordinaterne  $(x_1, y_1)$  bestemt ved

$$x_1 = x \quad \text{og} \quad y_1 = y \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \quad 3.14.1$$

3.11.4 bliver derved

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y_1^2} = 0 \quad 3.14.2$$

d. v. s. differentiaalligningen for isotrop jord. Efter koordinattransformationen kan man derfor tegne strømnet på sædvanlig måde, og bagefter transformere strømnettet til det oprindelige koordinatsystem.

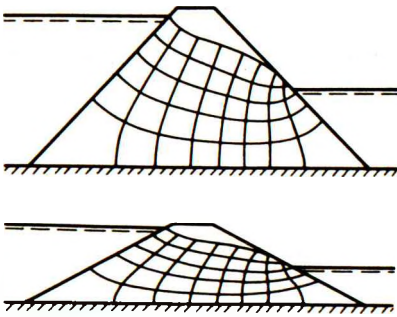


Fig. 3.14.A:  
Strømnnet i anisotrop jord.

Den ved 3.14.1 angivne transformation er en affinitet, hvor alle  $y$ -værdier bliver multipliceret med en fast størrelse. Fig. 3.14.A viser, hvorledes transformationen foregår. Nederst ses tværsnittet i en dæmning med vandspejlet i forskellig højde på de to sider. Det er forudsat, at  $k_x = 4k_y$ , hvorved faktoren til  $y$  i 3.14.1 bliver 2. Øverst på figuren ses det i lodret retning affint transformerede tværsnit, hvorpå er indtegnet et strømnet med 5 strømkanaler. Strømlinier og potentiallinier står vinkelret på hinanden og danner en samling kvadrater. Begge disse egenskaber går tabt, når strømnettet ved den modsatte affinitet transformeres tilbage til det oprindelige tværsnit.

Det kan vises, at den samlede strømmængde også i dette tilfælde kan udtrykkes ved 3.12.9, d. v. s.

$$q = k h_t \frac{n_q}{n_h} \quad 3.14.3$$

når man sætter

$$k^2 = k_x k_y \quad 3.14.4$$

og tager  $h_t$  som det samlede potentialfald i det oprindelige tværsnit.

### 3.15 Overgangsbetingelser ved laggrænser

Hvis vandet strømmer fra et jordlag med permeabilitetskoefficienten  $k_1$  til et andet lag med permeabiliteten  $k_2$ , vil der ved laggrænsen ske en brydning af såvel strømlinier som potentiallinier. Denne situation illustreres af fig. 3.15.A, hvor linien AB danner laggrænsen, og hvor jordlagene hver for sig antages at være homogene og isotrope.

Figuren viser to strømlinier CDE og FGH, der i de to medier danner vinkler med normalen NN på henholdsvis  $\alpha_1$  (indstrømningsvinklen) og  $\alpha_2$  (udstrømningsvinklen). Strømkanalens bredde er henholdsvis  $\Delta b_1$  og  $\Delta b_2$ . Af figuren fremgår direkte

$$DG = \frac{\Delta b_1}{\cos \alpha_1} = \frac{\Delta b_2}{\cos \alpha_2} \quad 3.15.1$$

På figuren er endvidere vist 3 potentiallinier svarende til potentialerne  $h$ ,  $h + \Delta h$  og  $h + 2\Delta h$ . Afstanden mellem potentiallinierne er  $\Delta s_1$  og  $\Delta s_2$  i de to medier. Af figuren ses

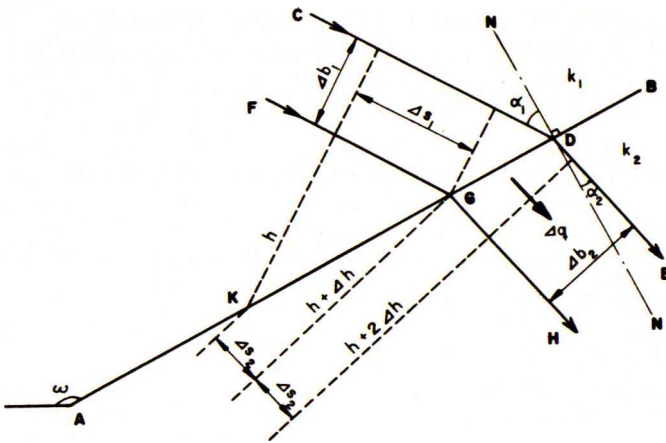


Fig. 3.15. A: Brydning af strøm- og potentiallinier ved laggrænse.

$$GK = \frac{\Delta s_1}{\sin \alpha_1} = \frac{\Delta s_2}{\sin \alpha_2} \quad 3.15.2$$

Ved division af 3.15.1 med 3.15.2 fås

$$\frac{\Delta b_1}{\Delta s_1} \tan \alpha_1 = \frac{\Delta b_2}{\Delta s_2} \tan \alpha_2 \quad 3.15.3$$

For strømmen  $\Delta q$  i strømkanalen har man

$$\Delta q = \Delta b_1 k_1 \frac{-\Delta h}{\Delta s_1} = \Delta b_2 k_2 \frac{-\Delta h}{\Delta s_2} \quad 3.15.4$$

hvoraf følger

$$\frac{\Delta b_1}{\Delta s_1} k_1 = \frac{\Delta b_2}{\Delta s_2} k_2 \quad 3.15.5$$

Sammenholdes denne ligning med 3.15.3, fås

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} \quad 3.15.6$$

Af 3.15.5 fremgår, at hvis strømnettet tegnes således, at man får kvadrater på den ene side ( $\Delta b_1 = \Delta s_1$ ), vil man på den anden side få rektangler med et sideforhold lig  $k_1/k_2$ .

De her udledte relationer kommer kun til anvendelse, såfremt  $k_1$  og  $k_2$  er af samme størrelsesorden. Hvis permeabiliteterne er af forskellig størrelsesorden, f. eks.  $k_1 \gg k_2$ , kan strømningerne i de to medier med god tilnærmelse betragtes uafhængigt af hinanden. For strømningen i medium 1 vil AB optræde som en impermeabel grænse (strømlinie), mens laggrænsen for strømningen i medium 2 er at betragte som en grænse mod "frit vand" (potentiallinie).

For en strømning med frit grundvandspejl gælder relationen 3.15.6 naturligvis

også, idet grundvandspejlet er en strømlinie. Hertil kommer ligesom i 3.13 den ekstra randbetingelse, at trykket langs grundvandspejlet skal være nul. Lad CDE i fig. 3.15.A forestille grundvandspejlet; de lodrette projektioner af  $\Delta s_1$  og  $\Delta s_2$  skal da være lige store, idet de begge er lig  $\Delta h$ .

Hvis laggrænsen AB danner den på figuren viste vinkel  $\omega$  med vandret, er grundvandspejlets hældning i de to medier henholdsvis  $\omega - 90^\circ - \alpha_1$  og  $\omega - 90^\circ - \alpha_2$ , hvoraf følger

$$\Delta h = \Delta s_1 \sin(\omega - 90^\circ - \alpha_1) = \Delta s_2 \sin(\omega - 90^\circ - \alpha_2) \quad 3.15.7$$

Heraf samt af 3.15.2 fås

$$\frac{\cos(\omega - \alpha_1)}{\cos(\omega - \alpha_2)} = \frac{\Delta s_2}{\Delta s_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}$$

eller

$$\sin \alpha_1 \cos(\omega - \alpha_1) = \sin \alpha_2 \cos(\omega - \alpha_2)$$

der kan omskrives som

$$\sin \omega + \sin(2\alpha_1 - \omega) = \sin \omega + \sin(2\alpha_2 - \omega)$$

Denne ligning er opfyldt, hvis

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \omega - 90^\circ \quad 3.15.8$$

Da  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$  desuden skal tilfredsstille ligningen 3.15.2, kan disse vinkler således beregnes ud fra  $\omega$  og forholdet  $k_1/k_2$ , inden strømnettet tegnes.

En nærmere diskussion, som ikke skal gives her, af de 4 tilfælde, hvor man har henholdsvis  $\omega > 90^\circ$  og  $\omega < 90^\circ$  samt  $k_1 > k_2$  eller  $k_1 < k_2$ , viser dog, at man kun i det ene af tilfældene får brug for den nævnte beregning af  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$  ved hjælp af 3.15.2 og 3.15.8. I de 3 andre tilfælde udarter strømmingen, som vist under II-IV på fig. 3.15.B.

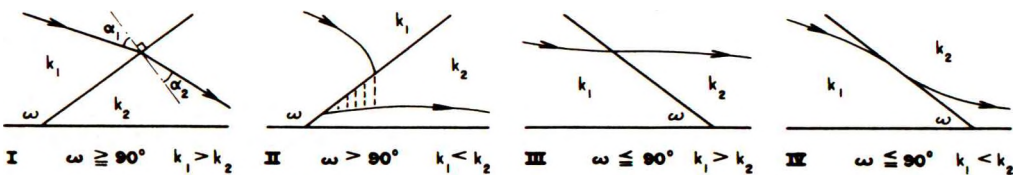


Fig. 3.15.B: Overgangsbetingelser for grundvandspejlet.

I tilfælde II kan vandstrømmen fra medium 1 ikke fylde porerne i medium 2, med det resultat at grundvandspejlet får lodret tangent ved laggrænsen, hvorfra vandet drypper igennem medium 2. I tilfælde III "dæmmer" medium 2 op for vandstrømmen fra medium 1 på en sådan måde, at grundvandspejlet bliver vandret ved skæringen med laggrænsen, og at dette punkt bliver et singulært punkt med hastigheden nul. I tilfælde IV tangerer grundvandspejlet laggrænsen.



## 3.2 STRØMKRÆFTER

## 3.21 Effektiv rumvægt. Løftning. Kviksand.

Ifølge 1.23.5 påvirkes jordens korn ved tilstedeværelsen af en strømning med en strømkraft ( $t/m^3$ )

$$\bar{j} = \bar{i} \gamma_w \quad 3.21.1$$

hvor  $\bar{i}$  er gradienten. Både  $\bar{i}$  og  $\bar{j}$  skal opfattes som vektorer. Jordens effektive rumvægt kan herefter (jfr. 1.23.7) skrives som vektorligningen

$$\bar{\gamma} = \gamma'' = \gamma' + \bar{i} \gamma_w \quad 3.21.2$$

Ved alle problemer (jordtryk, bæreevne, stabilitet), hvor jordens rumvægt har betydning, skal der tages hensyn til strømningens indflydelse, enten direkte gennem benyttelse af den effektive rumvægt  $\gamma''$ , eller indirekte ved at potentialforskellene medtages ved opstilling af ligevægtsligningerne.

Ændringen af den effektive rumvægt på grund af strømningen medfører også en ændring af forskydningsstyrken. For sand sker dette omgående på grund af den store permeabilitet. For ler kræves der nogen tid, fordi der skal ske en konsolidering eller ekspansion. Ekspansionen ved aflastning er dog normalt så lille, at en nedsættelse af forskydningsstyrken kommer hurtigt.

Hvis man har at gøre med en nedadrettet strømning med gradienten  $i$ , bliver den effektive rumvægt ifølge 3.21.2

$$\bar{\gamma} = \gamma' + i \gamma_w \quad 3.21.3$$

Strømningen giver i dette tilfælde en forøgelse af den effektive rumvægt og dermed af jordens forskydningsstyrke. Den for praksis farlige situation er derfor en opadrettet strømning (positiv gradient  $i$  opad), hvor man får

$$\bar{\gamma} = \gamma' - i \gamma_w \quad 3.21.4$$

Specielt kan jordens effektive rumvægt blive nul. Dette sker for den kritiske gradient

$$i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \quad 3.21.5$$

For sand er  $\gamma'$  ofte ca.  $1,0 t/m^3$ , hvortil svarer værdier af  $i_{cr}$  omkring 1.

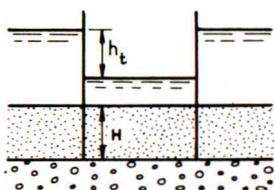


Fig. 3.21. A:

Opadrettet strømning mellem spunsvæggene

Som eksempel kan tages byggegruben på fig. 3.21. A, hvor der på et vanddækket areal er rammet to spunsvægge til en dybde  $H$  under bunden, i hvilken dybde der iøvrigt er en laggrænse, idet et mere finkornet jordlag er underlejret af et mere grovkornet og derfor mere permeabelt lag (f.eks. sand over grus, silt over sand eller ler over silt). Det antages, at potentialet i det nedre lag svarer til den normale vandstand på arealet. Hvis vandspejlet i byggegruben sænkes stykket  $h_t$ , bliver gradienten i den opadrettede strømning mellem spunsvæggene

$$i = \frac{h_t}{H}$$

3.21.6

Hvis  $i$  når den kritiske værdi  $i_{cr}$ , kan det øvre jordlag opfattes som vægtløst. Man taler da om, at der sker løftning.

Det er dog kun teoretisk, at hele jordlaget af tykkelsen  $H$  kan løftes. I praksis vil der i en bund af sand (eller silt) være sådanne inhomogeniteter, at vandstrømmen fortrinsvis vil samle sig i kilder på bestemte steder af bunden, hvor der vil ske betydelig erosion (se 3.22), indtil gradienten er blevet så stor, at vandet nedefra kan slå igennem som en koncentreret strøm.

Hvis bunden består af ler, vil den blive brækket op af vandtrykket på steder, hvor leret er svagere eller tykkelsen  $H$  mindre end andre steder. Når bunden er brudt, vil der være dannet kanaler, hvorigennem vandet frit kan strømme op til byggegruben.

For en smal byggegrube med lerbund er der foruden lerets vægt endnu en faktor, der virker stabiliserende imod vandtrykket: Lerets evne til at fordele belastningen i tværetningen, hvilket man - med fornøden forsigtighed - kan tage hensyn til ved beregningerne. Hvis byggegruben er meget smal i forhold til  $H$ , vil den belastning, der kan overføres på tværs, være begrænset af adhæsionen mellem ler og spunsvægge. For en noget bredere byggegrube må man undersøge såvel adhæsionsspændingen som de indre spændinger i selve lermassen, der virker som en omvendt hvælving. I alle tilfælde må man erindre den nedsættelse af forskydningsstyrken, som de opadrettede gradienter medfører.

Når den opadrettede gradient i sand nærmer sig den kritiske, er den effektive rumvægt, og dermed også forskydningsstyrken, meget lille. Sandet optræder da som kviksand med en forsvindende bæreevne.

Ved undersøgelse af faren for løftning multipliceres potentialforskellen normalt med en sikkerhedsfaktor på 1,2, men faktoren reduceres dog undertiden helt ned til 1,0, når der regnes med ekstremt højvande.

Det vil bemærkes, at i formlerne ovenfor indgår permeabilitetskoefficienten ikke.

Der er tale om problemer med strømkrafter, og disse afhænger af potentialforskellene, hvorimod permeabilitetskoefficienten kun har betydning for vandtilstrømningens størrelse. Det er nødvendigt at fremhæve dette, fordi den misforståelse har været fremherskende, at ved arbejder under grundvandspejlet var fint sand "farligt" (kviksand), men hverken grove aflejringer eller ler. Dette må naturligvis afvises som "overtro", men der er dog to momenter, der til en vis grad forklarer, at en sådan overtro kunne opstå. For det første vil grove aflejringer virke drænende og ved den store vandtilstrømning i hvert fald hindre, at man bliver "overrasket". For det andet er der i ler så at sige ingen vandtilstrømning. Men det vil nu forstås, at det sidstnævnte netop kan være særlig farligt, fordi der er stor risiko for, at leret underlejres af mere permeable lag.

### 3.22 Erosion

Foruden at løfte et helt jordlag kan strømkrafterne virke nedbrydende gennem en gradvis erosion på enkelte steder. Dette gælder dog kun sand og silt, mens ler normalt ikke kan eroderes.

Som eksempel ses på fig. 3.22. A en dæmning, der er bygget af leret fyld på en

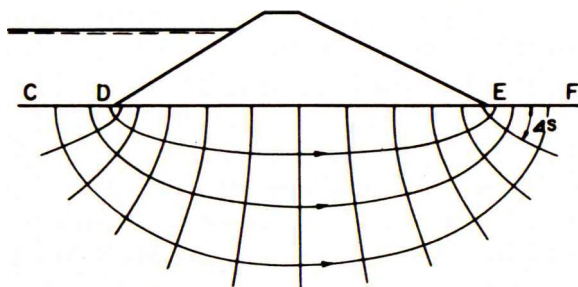


Fig. 3.22. A: Erosion ved dæmning.

bund af fint sand. Ved konstruktionen af strømnettet i sandet kan selve dæmningen anses for impermeabel, således at dæmningsens underside DE bliver en strømlinie, mens linierne CD og EF er potentiallinier. (Dette strømnæt er matematisk set særlig simpelt, idet det består af konfokale ellipser og hyperbler med D og E som brændpunkter).

Idet potentialspringet mellem to nabopotentiallinier er  $\Delta h$ , kan man for ethvert af kvadraterne i strømnettet skrive gradienten som

$$i = - \frac{\Delta h}{\Delta s} \quad 3.22.1$$

Da  $\Delta h$  er konstant, fås den største gradient, når  $\Delta s$  er lille. Af figuren fremgår, at

strømningen langs EF foregår lodret opad, og at  $\Delta s$  aftager henimod E. Der vil derfor være en strækning i nærheden af E, hvor  $i > i_{cr}$ , med det resultat at de enkelte sandkorn rives med op af strømmen. Hvis erosionen får lov at fortsætte ubemærket, kan den arbejde sig baglæns under dæmningen. Jo længere denne kanaldannelse udvikler sig, desto kortere vej får vandet at strømme fra punktet D, således at gradienten stadig vokser. Kanaldannelsen er altså en proces, der stadig accelereres, og i mange tilfælde har man ikke opdaget det hulrum, der er dannet under dæmningen, før vandet i en kraftig strøm har banet sig vej og fået hele dæmningen til at bryde sammen.

Teoretisk er gradienten i punktet E uendelig stor, hvorfor den på fig. 3.22. A viste konstruktion er særlig uheldig. Faren for erosion kan i praksis imødegås på forskellige måder. Det billigste er anbringelsen af et filter under dæmningens tå (jfr. fig. 3.13. A) eller et filter af passende gradering og vægt på en del af strækningen EF. Et andet middel er en spunsvæg noget til venstre for E (jfr. fig. 3.12. B), og i nødsfald kan man ved E anbringe drænbrønde eller et forsænket filter.

Et andet eksempel på faren for erosion ses på fig. 3.22. B, hvor en udgravning

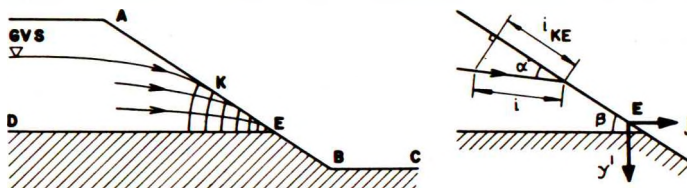


Fig. 3.22. B: Erosion på skråning i udgravning.

ABC er ført igennem fint sand (over linien DE) og ender i ler (under DE). Udgravningen virker som en "dræning" af sandlaget, således at man får en sænkning af grundvandspejlet henimod skråningen. Det kan ved betragtning af potentialets variation langs grundvandspejlet og KE vises, at grundvandspejlet tangerer skråningen. Tangentpunktet K kaldes kildepunktet, og strækningen KE, hvor grundvandet træder frem, kaldes kildestrækningen. Strømnettet er vist i nærheden af KE. Strømlinierne drejer gradvis fra at være parallelle med skråningen ved K til at være vandrette ved DE.

Til højre på figuren er i detaljer vist en strømlinie, der møder skråningen under en vinkel - samt forholdene i nærheden af E. Langs KE er trykket nul og potentialet derfor lig den geometriske højde (ligesom for grundvandspejlet; jfr. 3.13). Gradienten i retningen KE er derfor konstant og lig

$$i_{KE} = - \frac{dh}{ds} = \sin \beta \quad 3.22.2$$

hvor  $\beta$  er skråningens hældning. Langs strømlinien, der danner vinklen  $\alpha$  med skråningen, er gradienten følgelig

$$i = \frac{i_{KE}}{\cos \alpha} = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha} \quad 3.22.3$$

Den største gradient fås ved E, hvor  $\alpha = \beta$

$$i_{\max} = \tan \beta \quad 3.22.4$$

Ved E er sandet på skråningen påvirket dels af den reducerede rumvægt  $\gamma'$ , dels af den vandrette strømkraft

$$j = i_{\max} \gamma_w = \gamma_w \tan \beta \quad 3.22.5$$

Sammensættes disse to kræfter til en kraft T parallelt med skråningen og en kraft N vinkelret derpå, er betingelsen for stabilitet:  $T < N \tan \varphi$ . Hvis man eksempelvis har  $\gamma' = \gamma_w = 1,0 \text{ t/m}^3$ , fås heraf

$$\beta < \frac{1}{2} \varphi \quad 3.22.6$$

En så flad udgravning er naturligvis ikke gennemførlig i praksis, hvorfor kildestrækningen KE må beskyttes med et filter (dræn).

De i eksemplerne ovenfor beregnede gradienter må betragtes som teoretiske værdier, der meget let kan overskrides i praksis, idet inhomogeniteter altid vil medføre en koncentration af strømmingen i visse zoner. Den sikkerhedsgrad, der skal sættes på potentialforskellene ved betragtning af erosionsfaren, kommer derfor også først og fremmest til at afhænge af jordens homogenitet. I vanskelige tilfælde kan man ikke regne med at undgå erosion, men må i stedet for være indstillet på at træffe særlige foranstaltninger de steder, hvor erosionen fremkommer.

Anvendelsen af filtre eller andre dræningsanordninger (herunder grundvandsænkning) er almindelig, når det drejer sig om at hindre erosion eller løftning. Man kan generelt sige, at det her drejer sig om at skaffe en let adgang for vandet til at strømme bort på en uskadelig måde. Det følger direkte heraf, at en blokering af vandbevægelsen omvendt kan være meget farlig. Hvis frosten f. eks. lukker skråningerne i en udgravning, hvortil der er en vandtilstrømning (som måske er så lille, at man knapt ænser den), vil der bygges et stort vandtryk op bag iskappen med deraf følgende fare for skred. Kort sagt: Vandtilstrømning er en kalamitet, men hindring af vandbevægelsen kan være katastrofal!

### 3.23 Filterstabilitet

Hvis man i en brønd eller et dræn skal lede vandet fra jorden gennem et filter, må dette dimensioneres således, at det yder beskyttelse af jorden mod erosion, d. v. s. at jordens korn ikke af strømmen må kunne føres igennem porerne i filteret. Kriteriet for, om filteret er stabilt, kan man få ved at sammenligne kornkurven for den

jord, der skal beskyttes, med kornkurven for filteret.

For at beskytte jorden er det tilstrækkeligt, at filteret holder igen på de større korn. Kriteriet er derfor på den ene side baseret på  $d_{85,b}$ , hvor indeks b refererer til det jordlag, der skal beskyttes.

Diameteren af filterets porer er især bestemt af filtermaterialets mindre korn. Under forudsætning af at filteret er velsorteret, kan porestørrelsen repræsenteres af  $d_{15,f}$ .

Filterkriteriet har ved talrige forsøg vist sig at kunne skrives

$$\frac{d_{15,f}}{d_{85,b}} < 4 \text{ à } 5 \quad 3.23.1$$

For at opnå den størst mulige virkning af filteret, bør det angivne forhold vælges så stort som muligt, men det må dog erindres, at man i praksis kun får bestemt kornkurven for en lille del af den jord, som skal beskyttes. Man kan derfor kun gå til grænsen 5, hvis jordbundsforholdene er overordentlig regelmæssige.

Hvis den jord, der skal beskyttes, er velgraderet, vil de fineste af jordens korn kunne gå ind i filterets porer. Man har derfor undertiden opereret med et tillægskriterium

$$\frac{d_{15,f}}{d_{15,b}} < 20 \text{ à } 25 \quad 3.23.2$$

Normalt vil det dog ikke være nødvendigt at kræve dette kriterium opfyldt, da det f. eks. i brønde kun vil være gavnligt, hvis de fineste korn vaskes ud, idet dette vil forøge brøndens effektive diameter.

## 3.3 GRUNDVANDSÆNKNING

## 3.31 Differentialligningen

Ved grundvandsenkning drejer det sig om at beregne den samlede virkning af, at der pumpes på et antal brønde. Beregningen former sig som løsningen af differentialligningen for en stationær vandbevægelse i den vandrette plan.

Det er nødvendigt at skelne mellem to tilfælde:

- Artesisk strømning, hvor vandet strømmer under tryk i et permeabelt lag indesluttet mellem to impermeable lag.
- Fri strømning, hvor vandet strømmer med frit grundvandspejl i et permeabelt lag underlejret af et impermeabelt lag.

Den artesiske strømning er vist på fig. 3.31. A, hvor strømningen foregår i et

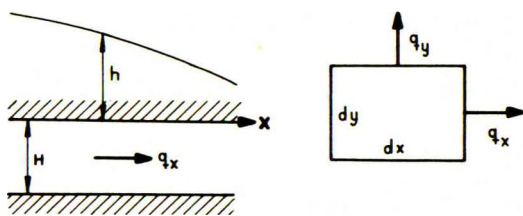


Fig. 3.31. A: Artesisk strømning.

vandret permeabelt lag af tykkelsen  $H$ . Til venstre på figuren ses variationen af potentialet  $h$  som funktion af den ene vandrette koordinat  $x$ .  $h$  er tillige en funktion af den anden vandrette koordinat  $y$ . Strømmene i de to retninger er henholdsvis  $q_x$  og  $q_y$  (figurens højre del).

Ifølge Darcy's lov 1.24.1 er

$$q_x = H v_x = H k i_x = -H k \frac{\partial h}{\partial x} \quad 3.31.1$$

og analogt

$$q_y = -H k \frac{\partial h}{\partial y} \quad 3.31.2$$

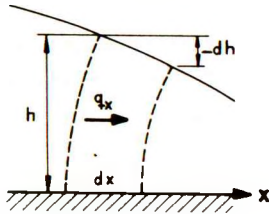
Kontinuitetsligningen kan opskrives direkte i analogi med 3.11.3

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad 3.31.3$$

Indsættes heri 3.31.1-2, fås ligesom i 3.11.6 potentialligningen

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad 3.31.4$$

Den fri strømning er (for x-retningens vedkommende) vist på fig. 3.31.B, hvor (x, y)-planen er lagt ved det permeable lags underside. Den fuldt optrukne kurve er grundvandspejlet, mens de punkterede kurver angiver to potentiallinier med basisafstand dx. Potentialet h langs en potentiallinie kan måles som højden over x-aksen af det punkt, hvori potentiallinien skærer grundvandspejlet.



Langs x-aksen er gradienten

$$i_x = - \frac{\partial h}{\partial x} \quad 3.31.5$$

Fig. 3.31.B:  
Fri strømning.

Ifølge Frank Engelund (1957) kan man med stor nøjagtighed regne den vandrette afstand mellem de to potentiallinier konstant i hele højden. Gradienten parallelt med x-aksen bliver derfor også konstant, lig værdien  $i_x$  ovenfor, og for strømmen  $q_x$  i x-retningen får man ifølge Darcy's lov

$$q_x = h v_x = h k i_x = - h k \frac{\partial h}{\partial x} = - \frac{k}{2} \frac{\partial (h^2)}{\partial x} \quad 3.31.6$$

For y-retningen gælder analogt

$$q_y = - \frac{k}{2} \frac{\partial (h^2)}{\partial y} \quad 3.31.7$$

I den klassiske teori (som er tilstrækkelig nøjagtig i praksis) regner man potentiallinierne lodrette (Dupuit's princip), hvorved  $h(x, y)$  simpelthen bliver ordinaten til grundvandspejlet i punktet (x, y).

Kontinuitetsligningen 3.31.3 gælder uforandret også for fri strømning. Indsættes 3.31.6-7 heri, fås

$$\frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial y^2} = 0 \quad 3.31.8$$

d. v. s. potentialligningen for størrelsen  $h^2$  som afhængig variabel.

### 3.32 Løsninger for artesisk strømning

Ved beregningen af en grundvandsenkning i det artesiske tilfælde er det afgørende, at differentialligningen 3.31.4 er lineær i h. Herved kan man nemlig anvende superpositionsprincippet, d. v. s. af en række løsninger  $h_1, h_2, \dots$  danne en ny løsning som summen



$$h = h_1 + h_2 + \dots \quad 3.32.1$$

Den samlede virkning af et antal brønde kan herefter beregnes, når man kender virkningen af den enkelte brønd.

Hvis man betragter den symmetriske sænkning omkring en enkelt brønd, er potentialet  $h(r)$  en funktion alene af afstanden  $r$  fra brønden. Ifølge 3.31.1 bliver strømmen ind imod brønden pr. længdeenhed af cirkelperiferien (med radius  $r$ )

$$-q_r = H k \frac{dh}{dr}$$

og den samlede vandmængde, der pumpes fra brønden bliver

$$Q = 2\pi r(-q_r) = 2\pi H k r \frac{dh}{dr} \quad 3.32.2$$

Dette kan opfattes som en differentiaalligning for  $h$  med løsningen

$$h = \frac{Q}{2\pi H k} \ln r + h_a \quad 3.32.3$$

hvor  $h_a$  er en integrationskonstant.

Den generelle løsning for strømmingen omkring en enkelt brønd fås, når man til løsningen 3.32.3 føjer en arbitrær potentialstrømning, d. v. s.

$$h = \frac{Q}{2\pi H k} \ln r + h_a(x, y) \quad 3.32.4$$

hvor  $h_a(x, y)$  er en regulær funktion, der tilfredsstiller potentiaalligningen 3.31.4. Det første led i løsningen 3.32.4 har en singularitet, idet  $\ln r$  går imod  $-\infty$ , når  $r$  nærmer sig nul. Dette er dog uden praktisk betydning, da den mindste værdi, som skal indsættes for  $r$ , er brøndens radius  $r_0$ . Den arbitrære funktion  $h_a(x, y)$  skal bestemmes således, at man får tilfredsstillet randbetingelserne ved grænsen for det område, som grundvandsenkningen omfatter.

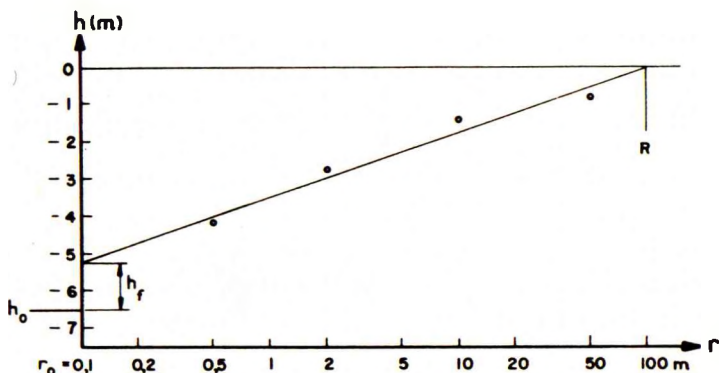


Fig. 3.32. A: Resultat af prøvegrundvandsenkning.

Ved en prøvegrundvandsenkning med én pumpebrønd afsættes værdierne af  $h$  i pejlebrøndene i et diagram med  $\log r$  som abscisse, således som vist på fig. 3.32.A. Under ideelle forhold ligger punkterne på en ret linie, hvis hældning bestemmer størrelsen  $\frac{Q}{Hk}$ , d. v. s. permeabilitetskoefficienten  $k$ , idet både  $Q$  og  $H$  er kendt. Den rette linie når for  $r = R$  op til det normale (usænkede) potentiale (på figuren  $h = 0$ ); størrelsen  $R$  kaldes grundvandsenkningens rækkevidde. Ved brøndens overflade  $r = r_0$  (på figuren 0,1 m) ligger den rette linie gerne et stykke  $h_f$  over vandspejlet  $h_0$  i selve brønden.  $h_f$  kaldes filtrertabet og skyldes særlige modstande i og omkring filteret, f. eks. forstyrrelsen af jordlagene ved boringens udførelse.

For en samling brønde, hvorfra der pumpes vandmængderne  $Q_1, Q_2 \dots$ , fås i henhold til 3.32.1 og 3.32.4 den fuldstændige løsning

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi H k} (Q_1 \ln r_1 + Q_2 \ln r_2 + \dots) + h_a(x, y) \quad 3.32.5$$

hvor  $r_1, r_2 \dots$  er afstandene fra de forskellige brønde til punktet  $(x, y)$ . Den arbitrære potentialfunktion  $h_a(x, y)$  skal bestemmes således, at randbetingelserne er opfyldt. Dette kan matematisk set være kompliceret, men i praksis volder det normalt ikke større vanskeligheder, da man kun har brug for en vis tilnærmelse med hensyn til randbetingelsernes tilfredsstillelse.

Det vil f. eks. ofte være således, at potentialet kan regnes konstant i en afstand  $R$  fra grundvandsenkningens anlægget, hvor  $R$  er stor i forhold til anlæggets udstrækning. Man har da

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi H k} (Q_1 \ln \frac{r_1}{R} + Q_2 \ln \frac{r_2}{R} + \dots) + h_u \quad 3.32.6$$

hvor  $h_u$  er det konstante (usænkede) niveau. På grund af logaritmefunktionens langsomme variation har selv en procentisk stor fejl i værdien af  $R$  meget ringe indflydelse på potentialerne inden for selve anlæggets område.

Matematiske løsninger for forskellige simple tilfælde kan man finde hos Forchheimer (1914). Frank Engelund (1957) har vist, at en brøndrække med god tilnærmelse kan betragtes som en "drængrøft", når den til grøften svarende potentialflade overlejres af de enkelte brøndes lokale sænkningstragte.

### 3.33 Løsninger for fri strømning

Ved beregningen af en grundvandsenkning med fri strømning er det afgørende, at differentilligningen 3.31.8 er lineær i størrelsen  $h^2$ . I analogi med 3.32.1 kan man derfor anvende superpositionsprincippet og ud fra løsningerne  $h_1^2, h_2^2 \dots$  danne en ny løsning som summen

$$h^2 = h_1^2 + h_2^2 + \dots \quad 3.33.1$$

For den symmetriske sænkning omkring en enkelt brønd bliver strømmen ind i mod brønden pr. længdeenhed af cirkelperiferien med radius  $r$  ifølge 3.31.7

$$-q_r = \frac{k}{2} \frac{d(h^2)}{dr}$$

og den samlede vandmængde, der pumpes fra brønden, bliver

$$Q = 2\pi r(-q_r) = \pi k r \frac{d(h^2)}{dr} \quad 3.33.2$$

Opfattet som en differentilligning for  $h^2$  som funktion af  $r$ , giver denne ligning løsningen

$$h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln r + h_a^2 \quad 3.33.3$$

hvor  $h_a$  er en arbitrær konstant. Den generelle løsning for en enkelt brønd fås heraf, når  $h_a^2$  opfattes som en arbitrær potentialfunktion af  $(x, y)$ .

Ved bearbejdelsen af en prøvegrundvandsænkning benyttes et diagram som det på fig. 3.32.A angivne, blot med  $h^2$  som ordinat i stedet for  $h$ . I filtertabet indgår, foruden den forøgede modstand i og omkring filteret, et særligt bidrag, som hidrører fra, at den grundlæggende formel 3.31.6 ikke gælder i nærheden af brønden, hvor grundvandspejlet er meget stejlt og slutter med lodret tangent ved brøndens overflade.

For en samling brønde kan man i analogi med 3.32.5 skrive den fuldstændige løsning som

$$h^2(x, y) = \frac{1}{\pi k} (Q_1 \ln r_1 + Q_2 \ln r_2 + \dots) + h_a^2(x, y) \quad 3.33.4$$

I praksis kan man ofte med fordel indføre rækkevidden  $R$  og i analogi med 3.32.6 benytte formelen

$$h^2(x, y) = \frac{1}{\pi k} (Q_1 \ln \frac{r_1}{R} + Q_2 \ln \frac{r_2}{R} + \dots) + h_u^2 \quad 3.33.5$$

## 3.4 KONSOLIDERINGSTEORI

## 3.41 Differentialligningen

Hvis belastningen på et ler- eller siltlag forøges, vil der opstå overtryk i porevandet, som atter vil give anledning til strømninger, hvorved overtrykket efterhånden udlignes.

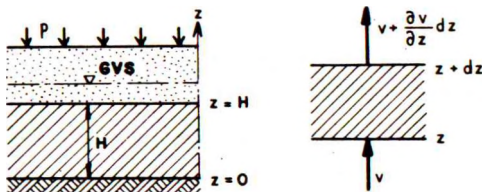


Fig. 3.41. A: Konsolidering af lerlag ved vertikal strømning.

Fig. 3.41. A viser til venstre et lerlag af tykkelsen  $H$  underlejret af et impermeabelt lag og overlejret af sand. Det forudsættes, at der er hydrostatisk trykfordeling i porevandet svarende til det viste grundvandspejl. Derefter tænker man sig, at der sker en pludselig forøgelse af belastningen, f. eks. ved at der på terrænet anbringes en udstrakt opfyldning med vægten  $p$  pr. arealenhed.

Under forudsætning af at leret er vandmættet, kan der ikke i første øjeblik ske nogen forøgelse af de effektive spændinger i lerlaget, da dette i henhold til konsolideringsdiagrammet (fig. 1.31. C) kræver en formindskelse af poretalet, altså en vandudpresning. Idet belastningen  $p$  anbringes, må den følgelig til at begynde med bæres fuldt ud af de neutrale spændinger.

Lad potentialerne  $h$  blive regnet i forhold til grundvandspejlet. I den oprindelige tilstand har man derfor både i sand- og lerlaget  $h = 0$ . Efter anbringelsen af belastningen  $p$  har man stadig  $h = 0$  i sandlaget, men i lerlaget er

$$h = \frac{p}{\gamma_w} \quad \text{for } t = 0 \quad 3.41.1$$

idet tiden  $t$  regnes fra påførelsen af den nye belastning. På grund af potentialforskellen i sand- og lerlaget vil der fremkomme en strømning (udpresning af vand af lerlaget), hvorved de effektive spændinger i leret efterhånden vil overtage en større og større del af belastningen  $p$ . Potentialet  $h$  i lerlaget vil derfor være en funktion såvel af ordinaten  $z$  som af tiden  $t$ . Nedenfor skal udledes differentialligningen for  $h(z, t)$ .

Ifølge Darcy's lov giver potentialforskellene en strømning

$$v = k i = -k \frac{\partial h}{\partial z} \quad 3.41.2$$

Filterhastigheden  $v$  er vist til højre på fig. 3.41. A. På grund af  $v$ 's variation med  $z$  vil der igennem tværsnittet  $z+dz$  strømme en større vandmængde end igennem tværsnittet  $z$ . Differensen er  $\frac{\partial v}{\partial z}$ , hvilket således er den netto-vandmængde, der pr. tidsenhed berøves laget af tykkelsen  $dz$  (pr. arealenhed af den vandrette plan). Pr. volumenenhed forsvinder der altså hvert sekund vandmængden

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad 3.41.3$$

Når vandmættet ler mister denne vandmængde, må dets volumen blive mindre. Da belastningen  $p$  antages at dække et meget stort areal, kan der ikke optræde vandrette deformationer af leret. Volumenformindskelsen ytrer sig derfor alene i en lodret sammentrykning  $\epsilon$ , der altså pr. tidsenhed må forøges med

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad 3.41.4$$

En sådan sammentrykning kan kun forekomme, hvis de effektive spændinger forøges. Er konsolideringsmodulen  $K$ , fås i henhold til 1.31.1

$$\bar{\sigma} = K\epsilon \quad 3.41.5$$

hvor  $\bar{\sigma}$  betegner forøgelsen af de effektive spændinger hidrørende fra belastningen  $p$ .

Belastningen  $p$  bæres herefter dels af den effektive tillægsspænding  $\bar{\sigma}$ , dels af overtrykket i porevandet, som er  $\gamma_w h$ . Man har derfor

$$p = \bar{\sigma} + \gamma_w h \quad 3.41.6$$

Da  $p$  er konstant, fås ved differentiation med hensyn til  $t$  og indsættelse af 3.41.5

$$\gamma_w \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t} = -K \frac{\partial \epsilon}{\partial t}$$

Indføres heri 3.41.4, fås differentialligningen for  $h$

$$\gamma_w \frac{\partial h}{\partial t} = k K \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad 3.41.7$$

Det har været en forudsætning ved udledelsen, at permeabilitetskoefficienten  $k$  er konstant. I virkeligheden aftager  $k$  noget, efterhånden som konsolideringen skrider frem; man må da indsætte en middelværdi. Ligeledes må man for konsolideringsmodulen  $K$  regne med en middelværdi, idet sammenhængen mellem  $\bar{\sigma}$  og  $\epsilon$  normalt vil være noget krum.

Løsningen til differentialligningen skal tilfredsstille begyndelsesbetingelsen 3.41.1 samt følgende randbetingelser

$$\text{For } z = H: \quad h = 0 \quad 3.41.8$$

$$\text{For } z = 0: \quad v = 0, \text{ d. v. s. } \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad 3.41.9$$

### 3.42 Tidsfaktor. Isokroner.

Tilsyneladende indgår der i det i 3.41 behandlede problem 3 parametre:  $H$ ,  $p$  og  $(k \cdot K)$ . Ved passende koordinattransformation kan alle disse parametre dog elimineres, således som det nu skal vises.

Først indføres dimensionsløse ordinatorer ved

$$z_1 = \frac{z}{H} \quad 3.42.1$$

og dimensionsløse potentialer ved

$$h_1 = \frac{\gamma_w h}{p} \quad 3.42.2$$

Når disse størrelser indsættes i 3.41.7, kan man derefter koble de forskellige konstante faktorer på  $t$ , d. v. s. indføre den dimensionsløse tidsfaktor  $T$

$$T = \frac{k K}{\gamma_w H^2} t \quad 3.42.3$$

Differentialligningen bliver da

$$\frac{\partial h_1}{\partial T} = \frac{\partial^2 h_1}{\partial z_1^2} \quad 3.42.4$$

med begyndelses- og randbetingelserne (jfr. 3.41.1 og 3.41.8-9)

$$\text{For } T = 0: \quad h_1 = 1 \quad 3.42.5$$

$$\text{For } z_1 = 1: \quad h_1 = 0 \quad 3.42.6$$

$$\text{For } z_1 = 0: \quad \frac{\partial h_1}{\partial z_1} = 0 \quad 3.42.7$$

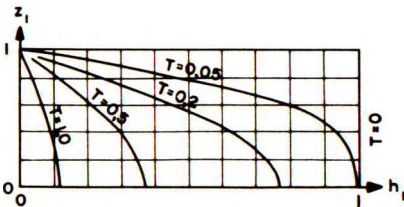


Fig. 3.42. A: Isokroner.

Da disse udtryk alle er parameterfri, er der således matematisk set kun én løsning til det her behandlede konsolideringsproblem. Løsningen, der kan skrives som en Fourierrække, findes i mange bøger om geoteknik (f. eks. Taylor 1948). Den mest udførlige behandling af den klassiske konsolideringsteori er givet af Terzaghi og Fröhlich (1936).

Hvis man for faste værdier af  $T$  optegner va-

riationen af  $h_1$  som funktion af  $z_1$ , fås de såkaldte isokroner, hvis forløb er angivet på fig. 3.42. A for 4 forskellige værdier af  $T$ . Det fremgår tydeligt, at konsolideringen går forholdsvis hurtigt i nærheden af det drænende lag ( $z_1 = 1$ ) og herefter breder sig ned mod den impermeable grænse. Fuldstændig konsolidering fås teoretisk først efter uendelig lang tids forløb.

### 3.43 Konsolideringsgraden

I praksis er man normalt mere interesseret i den samlede sammentrykning af lerlaget til enhver tid end i potentialets variation i detalier.

Idet sammentrykningen (konsolideringssætningen) til tiden  $t$  betegnes  $\delta_c(t)$  og slut-sammentrykningen (for  $t = \infty$ )  $\delta_c$ , indføres derfor begrebet konsolideringsgraden  $U$  ved ligningen

$$\delta_c(t) = U \delta_c \quad 3.43.1$$

Da den fulde konsolideringssætning er

$$\delta_c = \frac{p}{K} H \quad 3.43.2$$

kræves til beregning af sætningens tidsforløb altså kendskab til  $U$ 's variation med tiden.

Konsolideringsgraden udtrykker åbenbart den del af belastningen  $p$ , som er overtaget af de effektive spændinger, taget i gennemsnit over lerlagets højde. Hvis man f. eks. på fig. 3.42. A betragter isokronen  $T = 0,5$ , angiver det dimensionsløse potentiale  $h_1$  den del af belastningen, som stadig bæres af de neutrale spændinger. For lerlaget som helhed er den del af belastningen, som bæres af de neutrale spændinger, derfor repræsenteret af arealet til venstre for kurven  $T = 0,5$ , mens arealet til højre for kurven repræsenterer den del af belastningen, som er overtaget af de effektive spændinger.

For en fast værdi af  $T$  får man herefter konsolideringsgraden som

$$U = \int_0^1 [1 - h_1(z_1, T)] dz_1 \quad 3.43.3$$

Som funktion af  $t$  findes  $U$  derefter ved hjælp af ligningen 3.42.3.

Funktionen  $U(T)$  er fremstillet grafisk som kurven B på fig. 3.43. A. Det vil bemærkes, at man for  $T = 0,2$  har  $U = 50\%$ . I henhold til 3.42.3 er derfor

$$0,2 = \frac{kK}{\gamma_w H^2} t_{50} \quad 3.43.4$$

Konsolideringen kan i praksis regnes afsluttet for  $T = 1$ , hvor man har  $U = 93\%$ .

Kurven B optræder ved konsolideringsforsøg som den primære konsolidering. For små værdier af  $T$  gælder en simpel teoretisk formel, som dog i praksis kan bruges meget langt

$$T = \frac{\pi}{4} U^2 \quad \text{for } U < 70\% \quad 3.43.5$$

For store værdier af  $T$  kan man bruge følgende tilnærmede formel

$$T = -0,933 \log_{10}(1-U) - 0,085 \quad \text{for } U > 50\% \quad 3.43.6$$

Foruden kurven B indeholder fig. 3.43. A kurver for konsolideringsgraden i to andre tilfælde, der kun adskiller sig fra B ved, at potentialfordelingen for  $t = 0$  er anderledes. Kurverne A og C svarer begge til trekantformede potentialfordelinger, A med maksimum ved den impermeable grænse og C med maksimum ved den drænende grænse.

Hvis et lerlag har dobbelt-sidede dræning, gælder kurven B, når lagets tykkelse defineres som  $2H$ . Dette er indlysende, når begyndelsespotentialer er konstant, men iøvrigt gælder kurven B i dette tilfælde også for enhver retlinet fordeling af begyndelsespotentialer (ses ved anvendelse af superpositionsprincippet på begyndelsesbetingen).

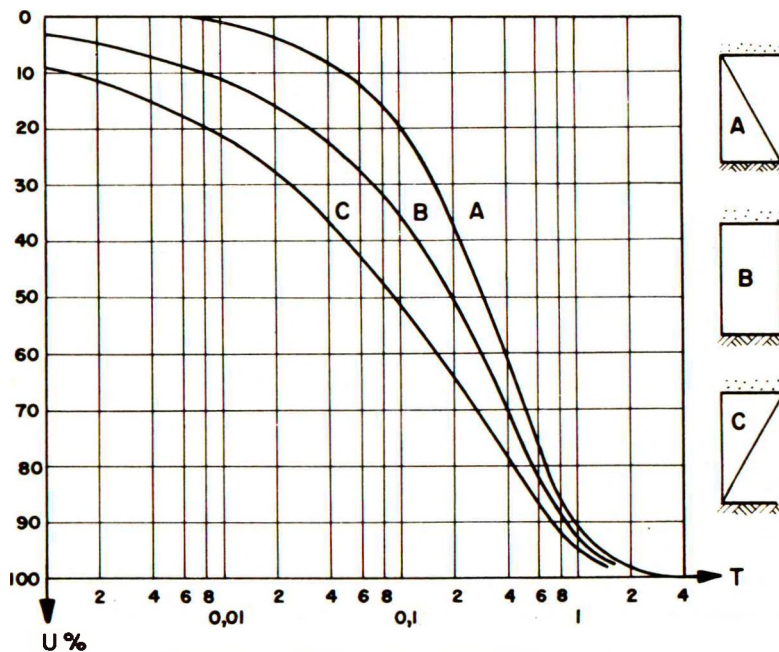


Fig. 3.43. A: Konsolideringsgraden.



#### 4. DEFORMATIONSPROBLEMER

Under begrebet deformationsproblemer hører først og fremmest spørgsmålet om sætninger af fundamenter m. v. For at kunne beregne sætningerne må man imidlertid have kendskab til, hvorledes kræfterne fra fundamentet spreder sig ned igennem jordlagene. Trykspredningsproblemet behandles i 4.1.

De forskellige metoder til sætningsberegning er fremstillet i 4.2, mens 4.3 behandler bøjelige fundamenter, hvor der er en vekselvirkning mellem fundamentets deformationer og jordens sætninger.

Om de andre i geoteknikken optrædende deformationsproblemer, såsom deformationerne af jordtrykpåvirkede konstruktioner, har man i dag kun en meget beskedent viden, hvorfor de ikke skal gøres til genstand for behandling i denne bog.

## 4.1 TRYKSPREDNING

I de fleste lande beregnes trykfordelingen ned igennem jordlagene under et fundament ved hjælp af elasticitetsteorien. Formlerne i 4.11-4.15 er baseret herpå.

Berettigelsen af at anvende elasticitetsteorien på jord med dens krumme arbejds-kurve, plasticitet, inhomogenitet, anisotropi og friktion kan i høj grad diskuteres (se 4.16). En sætningsberegning, eventuelt udført med tilsyneladende stor nøjagtighed, ud fra elasticitetsteoriens ofte komplicerede formler kan derfor være mere vildledende end vejledende. Med den geotekniske viden, man har i dag, er det i en sætningsberegning ikke berettiget at tilstræbe mere end 10-50 % nøjagtighed efter omstændighederne. Selv ret grove tilnærmelsesmetoder må derfor anses for tilladelige. I 4.17-4.18 er der givet en sådan praktisk tilnærmelsesmetode, der kan anvendes i alle almindelige tilfælde.

## 4.11 Enkeltkraft

I elasticitetsteorien forudsættes jordmassen at være et halvuendeligt elastisk medium begrænset af en vandret plan. De vigtigste af elasticitetsteoriens formler er angivet af Boussinesq (1885).

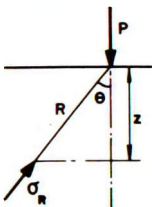


Fig. 4.11. A viser en lodret enkeltkraft P på jordoverfladen. Spændingerne i jorden vil afhænge lidt af størrelsen af tværudvidelsen (Poisson's forhold). For ikke at komplicere formlerne unødigt plejer man at sætte tværudvidelsen lig  $\frac{1}{2}$ , hvilket iøvrigt er korrekt for vandmættet ler, når der ikke sker vandudpresning (d. v. s. for initialdeformationerne).

Fig. 4.11. A: Spændingsfordelingen bliver da særlig simpel, idet der i ethvert punkt af jordmassen er en monoaksial spændingstilstand, d. v. s. at de to hovedspændinger er nul. Den hovedspænding, der er forskellig fra nul, er - som figuren viser - rettet imod kraftens angrebepunkt og har størrelsen

$$\sigma_R = \frac{3P}{2\pi} \frac{\cos \theta}{R^2} \quad 4.11.1$$

hvor R betegner afstanden fra angrebepunktet, mens  $\theta$  er vinklen mellem lodret og radius vektor R.

Af 4.11.1 kan man let udlede spændingerne i andre retninger. F. eks. fås for den lodrette spænding  $\sigma_z$

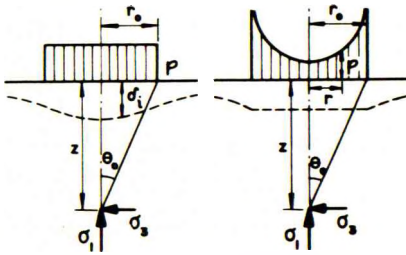
$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{\cos^5 \theta}{z^2}$$

4.11.2

hvor  $z$  er dybden under jordoverfladen.

## 4.12 Cirkulært fundament

Fig. 4.12. A viser til venstre en ensformig belastning  $p$  på en cirkelflade med radius  $r_0$ . Spændingerne i et vilkårligt, fast punkt kan fås ved hjælp af 4.11.1, når der integreres over belastningsfladen. I en lodret linie under fundamentets centrum er største hovedspænding  $\sigma_1$  lodret og de to andre hovedspændinger lige store. Integrati-



onen giver for et punkt i dybden  $z = r_0 \cot \theta_0$

$$\sigma_1 = p(1 - \cos^3 \theta_0) \quad 4.12.1$$

$$\sigma_3 = p(1 - \cos \theta_0)^2 (1 + \frac{1}{2} \cos \theta_0) \quad 4.12.2$$

Disse spændinger er som funktioner af  $z/B$  vist i form af kurverne I på fig. 4.18. A, idet  $B$  betegner sidelinien i et kvadrat med samme areal som cirklen.

Fig. 4.12. A: Cirkulært fundament.

Sætningerne af jordoverfladen er antydet med den punkterede kurve. Sætningen (initialsætningen) er størst i midten

$$\delta_{i, \max} = \frac{3}{2} \frac{p r_0}{E} = \frac{3}{2\pi} \frac{P}{r_0 E} \quad 4.12.3$$

hvor  $P$  er den samlede belastning, og mindst ved kanten

$$\delta_{i, 0} = \frac{2}{\pi} \delta_{i, \max}$$

Middelværdien af sætningerne er

$$\delta_{i, m} = \frac{4}{\pi} \frac{p r_0}{E} = \frac{4}{\pi^2} \frac{P}{r_0 E} \quad 4.12.4$$

d. v. s. 85 % af maksimalsætningen.

For et stift fundament er sætningen den samme over hele fladen, og trykket kan derfor ikke være ensformigt fordelt. Den teoretiske fordeling af trykket (se fig. 4.12. A til højre) er også fundet af Boussinesq (1885) og er

$$p(r) = \frac{1}{2} p_m \left[ 1 - (r/r_0)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad 4.12.5$$

hvor  $p_m$  er middelbelastningen

$$p_m = \frac{P}{\pi r_0^2} \quad 4.12.6$$

Det ses af 4.12.5, at det teoretiske tryk bliver uendelig stort ved fundamentets kanter.

Hovedspændingerne i en lodret linie under fundamentets centrum er

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} p_m \sin^2 \theta_0 (3 - 2 \sin^2 \theta_0) \quad 4.12.7$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2} p_m \sin^4 \theta_0 \quad 4.12.8$$

Disse funktioner ses som kurverne II på fig. 4.18. A, gældende for et kvadratisk fundament med samme areal.

Fundamentets initialsætning er

$$\delta_1 = \frac{3\pi}{8} \frac{p_m r_0}{E} = \frac{3}{8} \frac{P}{r_0 E} \quad 4.12.9$$

hvilket er 93 % af den i 4.12.4 givne middelsætning for ensformig belastning.

Initialsætningen, der svarer til jordens elastiske deformationer uden volumenændringer, er den eneste sætning, der strengt logisk kan udledes af elasticitetsteorien. I den konventionelle sætningsberegning for ler (se nærmere i 4.23) benytter man imidlertid de lodrette hovedspændinger  $\sigma_1$  i forbindelse med konsolideringsmodulen K. Hvis  $\sigma_1$  (fra 4.12.7) integreres fra  $z = 0$  til  $z = \infty$  og divideres med K, fås konventionelle konsolideringssætning

$$\delta_{c, \text{conv}} = \frac{\pi}{2} \frac{p_m r_0}{K} = \frac{1}{2} \frac{P}{r_0 K} \quad 4.12.10$$

For et stift fundament på et lerlag af endelig tykkelse H vil spændingerne blive stærkere koncentreret under fundamentets midte end for et halvuendeligt elastisk medium. Regnes alligevel tilnærmelsesvis med de samme spændinger som før (4.12.7-8), fås initialsætningen

$$\delta_1 = \frac{3 p_m r_0}{8 E} (\pi - 2\theta_H - \sin 2\theta_H) \quad 4.12.11$$

og den konventionelle konsolideringssætning

$$\delta_{c, \text{conv}} = \frac{p_m r_0}{4 K} (2\pi - 4\theta_H - \sin 2\theta_H) \quad 4.12.12$$

hvor  $\theta_H$  betegner vinklen  $\theta_0$  for punktet i dybden H under fundamentets centrum.

## 4.13 Liniebelastning

Hvis man på fig. 4.11.A lader  $P$  betegne en liniebelastning ( $t/m$ ), har man at gøre med en plan deformationstilstand, og spændingerne i et vilkårligt, fast punkt kan beregnes ved hjælp af 4.11.1 ved integration langs belastningslinien. Ligesom for en enkeltkraft i det rumlige tilfælde breder spændingerne sig retliniet ud fra angrebepunktet. Største hovedspænding er

$$\sigma_1 = \sigma_R = \frac{2P}{\pi} \frac{\cos \theta}{R} \quad 4.13.1$$

mens den mindste er

$$\sigma_3 = 0 \quad 4.13.2$$

Den mellemste hovedspænding (parallelt med belastningslinien) er

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \quad 4.13.3$$

en formel, der gælder alment i den plane deformationstilstand for et usammentrykkeligt, elastisk medium.

Af 4.13.1 fås for den lodrette normalspænding

$$\sigma_z = \frac{2P}{\pi} \frac{\cos^4 \theta}{z} \quad 4.13.4$$

## 4.14 Langstrakt fundament

Der er også i dette afsnit tale om plane deformationstilstande, idet alle belastninger forudsættes at strække sig uendelig langt i den ene vandrette dimension og at være ensformigt fordelte i denne retning.

Fig. 4.14.A viser til venstre en stribebelastning  $p$ , der er ensformigt fordelt over bredden  $B$ . Spændingerne i et vilkårligt punkt  $Q$  kan fås ved integration ud fra 4.13.1. Man finder for hovedspændingerne

$$\sigma_1 = \frac{p}{\pi} (2\alpha + \sin 2\alpha) \quad 4.14.1$$

$$\sigma_3 = \frac{p}{\pi} (2\alpha - \sin 2\alpha) \quad 4.14.2$$

hvor  $2\alpha$  er vinklen mellem linierne  $QA$  og  $QC$ , der forbinder  $Q$  med stribens kanter  $A$  og  $C$ .

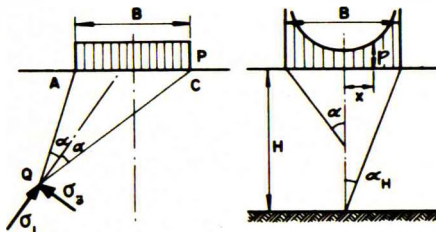


Fig. 4.14.A: Langstrakt fundament. Retningen af  $\sigma_1$  halverer denne vinkel. Varia-

tionen af  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$  som funktion af dybden  $z$  fremgår af kurverne I på fig. 4.17. A.

Jordoverfladens sætning er naturligvis størst i sribens midterlinie. Den teoretiske fordeling af trykket for et stift fundament er vist til højre på figuren og er

$$p(x) = \frac{2}{\pi} p_m \left[ 1 - (2x/B)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad 4.14.3$$

hvor  $p_m$  er middelbelastningen

$$p_m = \frac{P}{B} \quad 4.14.4$$

Forordningskurven har samme form som for et stift, cirkulært fundament, altså ligeledes med teoretisk uendelig store spændinger under fundamentets kanter.

Hovedspændingerne under fundamentets midterlinie er

$$\sigma_1 = \frac{2}{\pi} p_m \sin \alpha (2 - \sin^2 \alpha) \quad 4.14.5$$

$$\sigma_3 = \frac{2}{\pi} p_m \sin^3 \alpha \quad 4.14.6$$

og er vist som kurverne II på fig. 4.17. A.

Disse formler gælder, ligesom alle de foregående, for et halvuendeligt elastisk medium. Hvis man anvender de samme formler, selv om det elastiske medium i dybden  $H$  (fig. 4.14. A) er underlejret af et uendelig stift jordlag, fås initialsætningen

$$\delta_1 = \frac{3P}{2\pi E} \left( \ln \cot \frac{\alpha_H}{2} - \cos \alpha_H \right) \quad 4.14.7$$

og den konventionelle konsolideringssætning

$$\delta_{c, \text{conv}} = \frac{P}{\pi K} \left( 2 \ln \cot \frac{\alpha_H}{2} - \cos \alpha_H \right) \quad 4.14.8$$

hvor betydningen af  $\alpha_H$  fremgår af figuren.

#### 4.15 Andre tilfælde

Elasticitetsteoriens spændingsformler kan naturligvis integreres for andre belastninger end de i det foregående nævnte. For en ensformig, rektangulær belastning kan man f. eks. finde formlen for den lodrette spænding hos Terzaghi (1943) eller Taylor (1948). Det sidstnævnte sted er desuden p. 255 givet en grafisk fremstilling af formlen, mens man det førstnævnte sted i appendiks kan finde såvel en grafisk fremstilling som tabeller, samt p. 382 formlen for sætningen af jordoverfladen. Begge de nævnte steder vil man desuden kunne finde henvisning til talrige andre elasticitetsteoretiske arbejder.

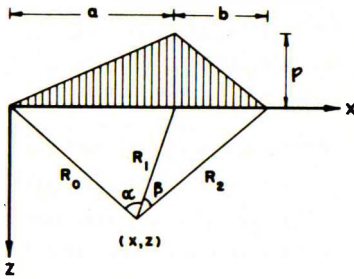


Fig. 4.15. A:  
Trekantformet belastning.

For den på fig. 4.15. A viste langstrakte, trekantformede belastning har man ifølge Gray (1936) for spændingerne i punktet  $(x, z)$

$$\sigma_x = \frac{p}{\pi} \left[ \frac{x}{a} \alpha + \frac{a+b-x}{b} \beta + \frac{2z}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{2z}{b} \ln \frac{R_1}{R_2} \right] \quad 4.15.1$$

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \left[ \frac{x}{a} \alpha + \frac{a+b-x}{b} \beta \right] \quad 4.15.2$$

$$\tau = \frac{pz}{\pi} \left[ \frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{b} \right] \quad 4.15.3$$

hvor betydningen af de forskellige symboler fremgår af figuren. Gray giver desuden formler for såvel spændinger som deformationer svarende til andre sribebelastninger.

Den største samling af elasticitetsteoretiske formler findes hos Fröhlich (1934), som desuden har givet teorien for en mere generel trykspredning (med koncentrationsfaktoren  $\gamma$  som parameter).

For en vilkårlig belastning på jordoverfladen kan man benytte sig af Newmark's influenskort (se f. eks. Terzaghi og Peck (1948)), hvorved man får en grafisk bestemmelse af den lodrette spænding i et givet punkt for en given belastningsflade.

Belastning under jordoverfladen er behandlet af mange forfattere (se f. eks. Kezdi 1958).

#### 4.16 Diskussion af elasticitetsteoriens anvendelighed

I de fleste lande benyttes elasticitetsteoriens formler for ensformig belastning ved beregning af trykspredningen ned gennem jordlagene, uanset disses beskaffenhed. Metoden har den fordel altid at give et entydigt resultat, men i det følgende skal der opregnes en række indvendinger mod elasticitetsteoriens anvendelse i geoteknikken.

Jordarternes krumme arbejdskurve og plasticitet medfører, at en del af kræfterne overføres fra de stærkere til de svagere belastede partier. Specielt gælder det, at man ikke i praksis vil få den teoretiske trykfordeling under et stift fundament (med uendelig stort tryk under kanterne, fig. 4.12. A til højre). På den anden side vil trykfordelingen under et langstrakt fundament på ler først blive ensformig, når belastningen nærmer sig brud, og i denne tilstand vil kræfternes fordeling i det øvre jordlag svare til plasticitetsteoriens, der er ganske forskellig fra elasticitetsteoriens for ensformig belastning.

For sand er det indlysende, at elasticitetsteorien er temmelig misvisende, idet sandets stivhed ved de vigtigste deformationer (de primære glidninger; jfr. 1.33.1) er proportional med trykket og følgelig vokser med dybden. En anden konsekvens er, at trykket under et stift fundament på sand er størst ved fundamentets midte.

Selv for et tilsyneladende homogent lerlag må man i almindelighed regne med, at stivheden vokser med dybden. For normalt konsolideret ler er konsolideringsmodulen  $K$  således proportional med konsolideringstrykket (jfr. fig. 1.31.C). Forkonsolideret ler, der er aflastet til en lille spænding, viser størst sammentrykkelighed (mindst  $K$ ) ved begyndelsen af den efterfølgende genbelastning og mindre sammentrykkelighed, efterhånden som belastningen vokser (når blot den er langt under forkonsolideringstrykket). Også for initialdeformationernes vedkommende vil stivheden normalt vokse med dybden, dels på grund af vandindholdets aftagen, dels hidrørende fra friktionsbidragets indflydelse. Kun når der er tale om et stærkt forkonsolideret lerlag, der har store effektive spændinger (f. eks. et dybtliggende lerlag eller et overfladisk lerlag med dybtliggende grundvandspejl), vil stivheden være konstant i dybden.

Almindeligvis beregnes trykspredningen ved hjælp af elasticitetsteoriens formler for det halvuendelige rum, selv om man i praksis har at gøre med et lag af endelig tykkelse underlejret af fastere jordlag. Der er dog udviklet formler for elastiske lag (se f. eks. Terzaghi 1943), men disse formler er naturligvis endnu mere komplicerede. For et tyndt elastisk lag koncentrerer en større del af trykket under fundamentets midte.

Inhomogeniteter gør selvsagt elasticitetsteoriens anvendelighed særlig diskutabel. Hvis et fundament f. eks. hviler på et sandlag, der er underlejret af et lerlag, beregnes spændingerne i det sidstnævnte, som om sandlaget og lerlaget var at betragte som ét elastisk medium.

Jordens anisotropi, f. eks. hidrørende fra lagdeling eller fra forskellen mellem de effektive spændinger i vertikal og horisontal retning, tages heller ikke i regning i elasticitetsteorien.

For lerlag vil trykfordelingen desuden afhænge af konsolideringsgraden. Når belastningen påføres hurtigt (uden vandudpresning), er sætningen (initialsætningen) udelukkende bestemt af forskydningsdeformationerne, for hvilke det er karakteristisk, at de vokser hurtigere end kræfterne (krum arbejdskurve). Som ovenfor nævnt, vil dette give en tendens til trykkudligning. Ved den efterfølgende konsolidering vil sammentrykkeligheden aftage med voksende belastning. Her er der altså den modsatte tendens, d. v. s. at de stærkest belastede partier vil overtage en større del af belastningen.

En særlig vanskelighed ved anvendelsen af elasticitetsteorien står i forbindelse med, at den giver for store forskydnings-spændinger i forhold til plasticitetsteorien,



som benyttes ved fastlæggelsen af sikkerheden mod brud. Som eksempel kan tages et cirkulært fundament på ler med den udrænedede forskydningsstyrke  $c$ . Brudbelastningen er her  $p_f = 6c$  (5.34.4). Hvis den virkelige belastning er  $p = 4c$ , er der således en totalsikkerhed på 1,5. Ifølge elasticitetsteorien får man (for ensformig belastning) noget under fundamentets centrum en største forskydningssspænding på  $\tau_{\max} = 0,29 p = 1,16c$ , d. v. s. mere end forskydningsstyrken. Hvis man derfor ville prøve at beregne initialsætningen ved hjælp af elasticitetsteoriens trykspredning, ville man for en del af lerlagets vedkommende ikke kunne bruge den ved triaksiale eller simple trykforsøg fundne arbejdskurve for forskydningsdeformationerne. Da totalsikkerheden ved den sætningsgivende belastning er betydelig større end 1,5 for almindelige fundamenter, kommer forholdet kun så grelt frem ved beregning af sætningen af moler, dæmninger og andre konstruktioner med lille totalsikkerhed, men eksemplet viser, at man i alle tilfælde vil komme til at arbejde for langt ude på den krumme arbejdskurve ved benyttelse af elasticitetsteorien.

Konklusionen af denne diskussion må være, at elasticitetsteorien ikke byder sådanne fordele, som man egentlig måtte forlange af dens relativt komplicerede formler. Da erfaringen på den anden side i mange tilfælde har vist rimelig overensstemmelse mellem beregnede og observerede sætninger, kan man heller ikke anse dens anvendelse til beregningen af konsolideringssætninger for direkte forkastelig, så meget mere som der ikke findes andre teorier, der kan siges at være mere "eksakte".

I de to efterfølgende afsnit skal angives en praktisk tilnærmelse, der for almindelige fundamenter er meget nemmere at anvende end elasticitetsteorien, og som i det store og hele giver de samme resultater.

#### 4.17 Praktisk tilnærmelse for langstrakte fundamenter

I henhold til redegørelsen i 4.16 afviger jordarternes deformationsegenskaber på så mange måder fra elasticitetsteoriens forudsætninger, at det er rimeligt at erstatte denne teoris komplicerede formler med simple udtryk bygget på plausible antagelser. Det må i denne forbindelse bemærkes, at det mest usikre ved enhver sætningsberegning ikke ligger i fastlæggelsen af trykspredningen, men derimod i valget af deformationsparametrene (se f. eks. 2.23 med hensyn til udførelsen af konsolideringsforsøg og 4.25 vedrørende selve sætningsberegningen).

På fig. 4.17. A er vist en grafisk fremstilling af hovedspændingerne under midten af et langstrakt fundament af bredden  $B$  og med belastningen pr. længdeenhed

$$P = p_m B$$

4.17.1

Kurverne I viser spændingernes variation med dybden  $z$  for ensformig belastning, mens kurverne II svarer til et stift fundament, i begge tilfælde i henhold til elasticitetsteorien (jfr. 4.14.1-2 og 4.14.5-6).

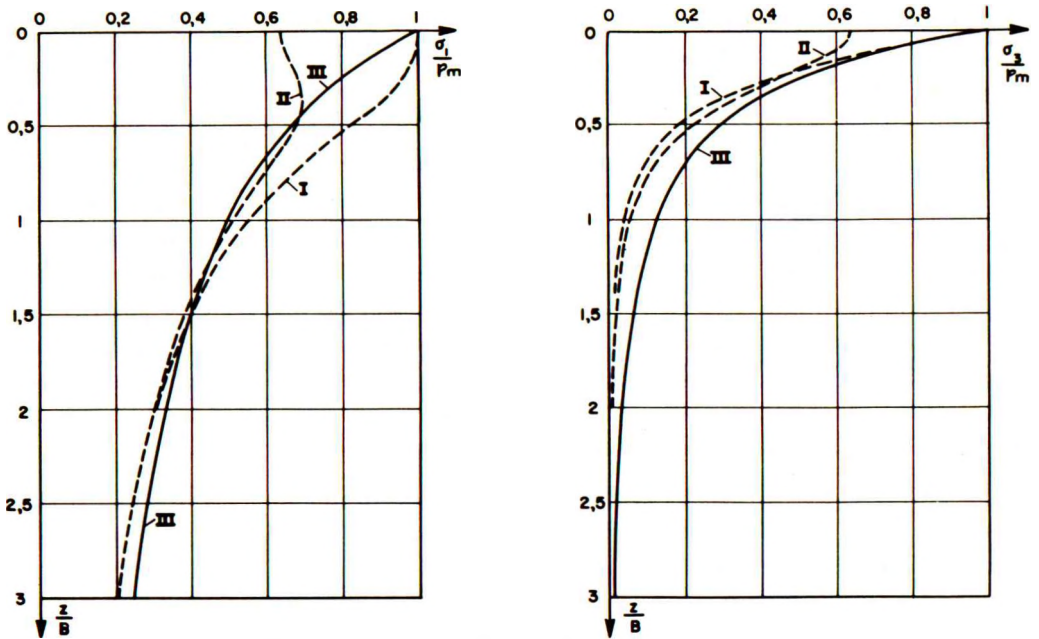


Fig. 4.17. A: Spændingerne under midten af langstrakt fundament.

Kurverne III repræsenterer de simple formler

$$\sigma_1 = \frac{P}{B+z} \quad 4.17.2$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \frac{B^2}{(B+z)^2} = \frac{PB^2}{(B+z)^3} \quad 4.17.3$$

Det ses, at kurven for  $\sigma_1$ , som rimeligt er, ligger nogenlunde midt mellem de to elasticitetsteoretiske kurver, hvor disse afviger væsentligt fra hinanden, men at III ligger noget højere (indtil 57 %) for større dybder. Kurven III for  $\sigma_3$  ligger hele vejen for højt i forhold til elasticitetsteorien, men den relative afvigelse har kun betydning i større dybder, hvor  $\sigma_3$  i alle tilfælde er lille. Det kan tilføjes, at begge kurverne III ligger væsentlig lavere end efter plasticitetsteorien, der for dybder mindre end  $B/2$  giver de konstante værdier

$$\sigma_1 = p_m \quad \text{og} \quad \sigma_3 = 0,6 p_m \quad 4.17.4$$

med gradvis aftagen i dybden.

En sammenligning mellem formlerne 4.17.2-3 og elasticitetsteorien kan man endvidere få ved at beregne sætningerne for et homogent lerlag af tykkelsen  $H$ . For ini-

tialsætningen finder man ifølge tilnærmelsesformlerne

$$\delta_i = 0,24 \frac{P}{E} \quad (95 \%) \quad \text{for } H = B \quad 4.17.5$$

$$\delta_i = 1,43 \frac{P}{E} \quad (111 \%) \quad \text{for } H = 10 B$$

hvor det i parentes er angivet, hvor meget sætningen udgør i procent af den elasticitetsteoretiske sætning for stift fundament (jfr. 4.14.7).

For den konventionelle konsolideringssætning fås af 4.17.2

$$\delta_{c, \text{conv}} = 0,69 \frac{P}{K} \quad (112 \%) \quad \text{for } H = B \quad 4.17.6$$

$$\delta_{c, \text{conv}} = 2,40 \frac{P}{K} \quad (118 \%) \quad \text{for } H = 10 B$$

Den elasticitetsteoretiske sætning er her beregnet af 4.14.8. Ingen af de angivne udtryk for  $\delta_i$  og  $\delta_c$  spiller stor rolle i praksis, fordi E og K normalt vokser med dybden.

Det har betydning for beregningen af initialsætningerne ud fra arbejdskurven, at den maksimale forskydningspænding ifølge 4.17.2-3 er

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \max(\sigma_1 - \sigma_3) = 0,193 p_m \quad 4.17.7$$

hvilket er praktisk talt det samme som plasticitetsteoriens værdi

$$\tau_{\max} = \frac{p_m}{2 + \pi} = 0,195 p_m \sim 0,2 p_m \quad 4.17.8$$

Ved beregningen af sætningen for en konstruktion med lille totalsikkerhed kommer man derved til at arbejde på et rimeligt sted af arbejdskurven, mens man ifølge elasticitetsteorien når helt op på

$$\tau_{\max} = 0,32 p_m \quad \text{og} \quad \tau_{\max} = 0,25 p_m \quad 4.17.9$$

henholdsvis for ensformig belastning og for stift fundament. Elasticitetsteorien giver derfor for store initialsætninger ved anvendelse på en krum arbejdskurve.

#### 4.18 Praktisk tilnærmelse for rektangulære fundamenter

Fig. 4.18.A viser en grafisk fremstilling af hovedspændingerne under midten af et kvadratisk fundament med sidelinien B og belastningen  $P = p_m B^2$ . Kurverne I og II, der gælder henholdsvis for ensformig belastning og for stift fundament, er beregnet ved hjælp af elasticitetsteoriens formler for et cirkulært fundament med samme areal (jfr. 4.12.1-2 og 4.12.7-8).

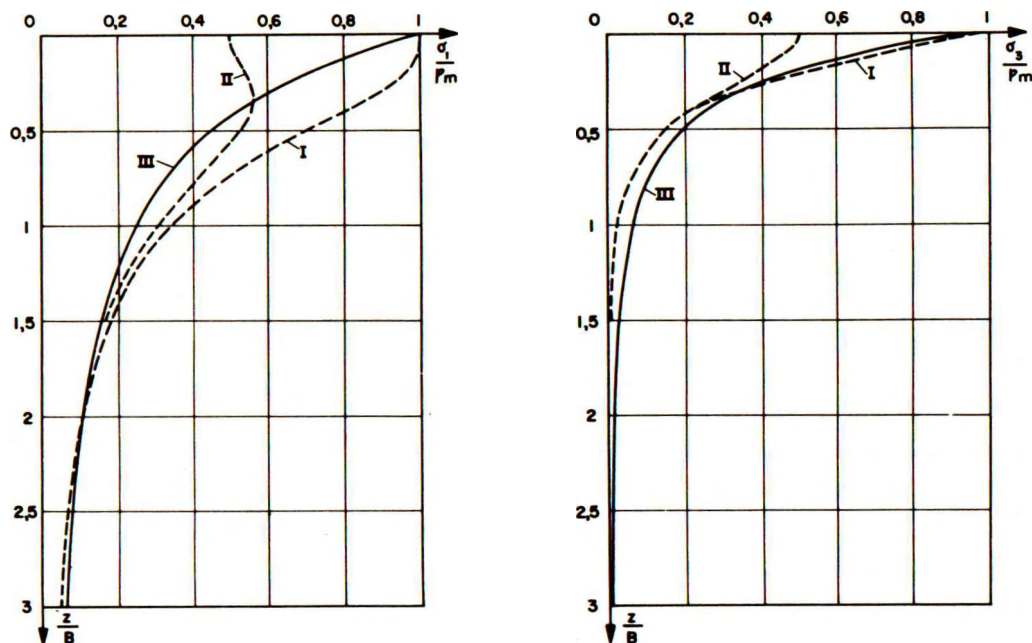


Fig. 4.18. A: Spændingerne under midten af kvadratisk fundament.

Kurverne III repræsenterer de simple formler

$$\sigma_1 = \frac{P}{(B+z)^2} \quad 4.18.1$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \frac{B^2}{(B+z)^2} = \frac{PB^2}{(B+z)^4} \quad 4.18.2$$

Det ses, at kurven for  $\sigma_1$  i gennemsnit ligger lidt over elasticitetsteoriens kurve for stift fundament, mens kurven for  $\sigma_3$  ligger ubetydeligt over elasticitetsteoriens kurve for ensformig belastning.

En beregning af sætningerne for et uendelig tykt, homogent lerlag ud fra 4.18.1-2 giver

$$\text{Initialsætning:} \quad \delta_i = \frac{2}{3} \frac{P}{BE} \quad 4.18.3$$

$$\text{Konventionel konsolideringssætning:} \quad \delta_{c, \text{conv}} = \frac{P}{BK} \quad 4.18.4$$

hvilket udgør henholdsvis 100 % og 113 % af den elasticitetsteoretiske sætning for et stift fundament (jfr. 4.12.9-10).

Den maksimale forskydningsspænding ifølge 4.18.1-2 er

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \max(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{8} p_m \quad 4.18.5$$

Da dette er noget mindre end plasticitetsteoriens værdi

$$\tau_{\max} = \frac{1}{6} p_m \quad 4.18.6$$

er det sandsynligt, at tilnærmelsesformlerne, når de anvendes på en krum arbejds-kurve, giver for lille initialsætning. Elasticitetsteorien, hvis værdier er

$$\tau_{\max} = 0,29 p_m \quad \text{og} \quad \tau_{\max} = 0,19 p_m \quad 4.18.7$$

henholdsvis for ensformig belastning og stift fundament, giver på den anden side for store sætninger.

For et rektangulært fundament med bredden  $B$ , længden  $L$  og belastningen  $P$  får man ved generalisering af formlerne 4.17.2-3 og 4.18.1-2 under midtpunktet følgende spændinger

$$\sigma_1 = \frac{P}{(B+z)(L+z)} \quad 4.18.8$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \frac{B^2}{(B+z)^2} = \frac{PB^2}{(B+z)^3(L+z)} \quad 4.18.9$$

Den største hovedspænding  $\sigma_1$  er lodret, mens den mindste hovedspænding  $\sigma_3$  er vandret og går i retning af den korte sidelinie  $B$ . Med hensyn til de hertil svarende sætninger henvises til 4.23.1-3 (konventionel konsolideringssætning) og 4.24.2 (initialsætning).

Den lodrette spænding  $\sigma_z$  under hjørnet C (fig. 4.18.B) af en rektangulær belastningsflade  $B \cdot L$  kan man udlede af 4.18.8 ved at betragte C som midtpunktet i et rektangel med sideliniernerne  $2B$  og  $2L$ . Man får

$$\sigma_z = \frac{P}{(2B+z)(2L+z)} \quad 4.18.10$$

Under et vilkårligt punkt Q (fig. 4.18.B) kan man beregne den lodrette spænding af 4.18.10, når belastningsfladen opdeles i 4 rektangler som vist på figuren.

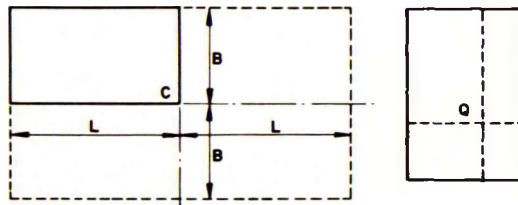


Fig. 4.18.B: Rektangulær belastningsflade.

## 4.2 SÆTNINGSBEREGNING

## 4.21 Sætningsgivende belastning

Mens man ved brudproblemer må sætte sikkerhedskoefficienter (partialkoefficienter) på såvel belastningen som jordens forskydningsstyrke (se 5.18), søger man ved sætningsberegninger at bestemme den mest sandsynlige værdi af sætningen, hvorfor man regner med de aktuelle værdier af belastning, forskydningsstyrke og deformationsmoduler.

Den sætningsgivende belastning består af den hvilende belastning samt en del af den bevægelige belastning, idet belastningsforskrifterne sædvanligvis angiver værdier af den bevægelige belastning, som kun med ringe sandsynlighed nås i praksis. Det er dog i denne forbindelse nødvendigt at skelne mellem de forskellige typer af bygværker (broer, beboelseshuse, kontorbygninger, industribygninger, lagerbygninger, siloer m. v.), hvor der kan være et meget forskelligt forhold mellem aktuel belastning og forskriftsmæssig belastning.

For ler vil den sætningsgivende bevægelige belastning desuden ofte afhænge af, hvilken del af sætningerne man betragter. Ved beregningen af initialsætningerne, hvor vandindholdet er konstant, må man tage hensyn til den største bevægelige belastning, som kan forventes. Konsolideringssætningerne kræver vandudpresning og skal derfor kun beregnes for den mere permanente belastning. Hvor lang tid belastningen skal virke for at kunne kaldes permanent, afhænger af konsolideringstiden (se 4.26).

Vindtryk er så kortvarige, at de kun skal medtages for initialsætningernes vedkommende.

Den hyppigste af årsagerne til sætninger er naturligvis belastningen fra bygværker, jordopfyldninger eller trafik. En vigtig årsag er imidlertid også de permanente grundvandsænkninger, der fremkommer som led i drænings- eller kloakeringsarbejder eller som følge af vej- og jernbanestrækninger, der lægges i afgravning. Da grundvandsænkningen medfører en formindskelse af de neutrale spændinger, skal der ske en tilsvarende forøgelse af de effektive spændinger, d. v. s. at der fremkommer en konsolidering af eventuelle lerlag.

En midlertidig grundvandsænkning i forbindelse med et byggearbejde vil give en del af konsolideringen, afhængigt af byggetiden, og kan medføre skadelige sætninger for nabobygværker.

Variierende poretryk, som det især kendes fra troperne, hvor de øverste jordlag udblødes i regntiden og svinder stærkt på grund af fordampning i tørtiden, kan medføre, at det er nødvendigt at fundere i en dybde af indtil 3-5 m. Mange steder i Sydengland foregår der i det fede London Clay et så stort sæsonmæssigt svind med efterfølgende ekspansion, at jordoverfladen kan sænke og hæve sig indtil 3 cm. De sæsonmæssige variationer strækker sig dog her kun 1 m ned.

I denne forbindelse må det nævnes, at fordampningen fra træer, hvis rødder kan strække sig langt ind under fundamenter, i mange tilfælde har givet skadelige sætninger af bygninger, der er funderet på fedt ler.

#### 4.22 Fundamenter på sand

Fundamenter på sand kan normalt dimensioneres ud fra bæreevnen. Når sikkerheden mod brud er tilstrækkelig, vil sætningerne sædvanligvis være så små, at de ikke skader bygværket. Kun når der er tale om store fundamenter på løse sandaflejringer eller særlig sætningsfølsomme bygninger, kan sætningerne være afgørende for dimensioneringen.

En forudbestemmelse af sætningerne kan kun udføres ved hjælp af modelforsøg, enten i laboratoriet på sand, der er komprimeret til det rette poretal, eller ved markbelastningsforsøg på plader med 5-30 cm diameter. Markforsøg må normalt foretrækkes. Nogle af forsøgene udføres med en overfladebelastning  $q$  på sandoverfladen uden for pladen.

Ved modelforsøgene bør der være 10-20 lige store belastningstrin til brud. Hvert trin varer 4 minutter, og der bør tages tidsaflysninger (ligesom ved konsolideringsforsøg) til bestemmelse af sandets krybning.

Det er bedst at udføre forsøgene på en afrettet overflade umiddelbart over grundvandspejlet, så man er sikker på, at sandet er vandmættet. I fint sand kan der eventuelt foretages en lokal hævning af grundvandstanden, men de nedadrettede strømkræfter må da tages i regning ved forsøgenes fortolkning. Hvis det er nødvendigt at udføre forsøgene på fugtigt sand, må forsøgsantallet forøges væsentligt til bestemmelse af kapillarspændingerne. Det bemærkes, at selv tilsyneladende tørt sand har en vis fugtighed, der er af afgørende betydning for sætninger og bæreevne.

Optegningen af forsøgsresultaterne sker som en grafisk fremstilling af funktionen

$$\frac{\delta}{d} = f\left(\frac{p}{p_f}\right) \quad 4.22.1$$

hvor  $\delta$  er sætningen,  $d$  pladens diameter,  $p$  dens belastning (i  $t/m^2$ ) og  $p_f$  brudbelastningen. Man kan ikke vente, at funktionen  $f$  er entydig (uafhængig af diameteren  $m$ . v.), idet der ifølge 1.33.1 er 3 bidrag til deformationerne i sand: De primære glide-

ninger, de elastiske deformationer (fladtrykninger) og de sekundære glidninger. For et fundament foregår de største deformationer i zonen under selve fundamentet, hvor spændingstilstanden, inden belastningen påføres, svarer til et forhold  $\sigma_1/\sigma_3 = 2$  à  $2,5$  (hviletryk). Da fundamentbelastningen i denne zone forøger forholdet mellem hovedspændingerne, må de primære glidninger formodes at spille relativt noget større rolle end i triaksialforsøg (omtrent som i den midterste og sidste del af disse forsøg). Teoretisk skulle funktionen  $f$  derfor ikke være underkastet meget store variationer, men den vil dog forøges noget med voksende  $p_f$ , hvortil kommer spredningen hidrørende fra forskelle i lejringsstæthed m. v.

Foruden optegningen af kurverne 4.22.1 må der foretages en bearbejdning af brudbelastningerne  $p_f$  med henblik på at bestemme bæreevnefaktorerne  $N_\gamma$  og  $N_q$  (se 5.31).

I formlen for bæreevnen (5.34.8) indgår den effektive overfladebelastning  $\bar{q}$ , hvortil der ved modelforsøg er 3 bidrag

$$\bar{q} = q + q_c + q_\delta \quad 4.22.2$$

Her er  $q$  den egentlige overfladebelastning (løst sand), der er påført sandoverfladen uden for pladen.  $q_c$  betegner kapillarspændingen, der for fugtigt sand må bestemmes ved hjælp af bæreevns variation med pladediameteren. Endelig svarer

$$q_\delta = \bar{\gamma} \delta \quad 4.22.3$$

til forøgelsen af den effektive overfladebelastning hidrørende fra nedsynkningen  $\delta$ .

Når  $N_\gamma$  og  $N_q$  er bestemt ved denne bearbejdning, kan brudbelastningen  $p_f$  for bygværkets fundamenter beregnes af 5.34.8, hvorefter sætningen  $\delta$  fås af 4.22.1, idet nedsynkningsfunktionen  $f$  fastlægges ud fra modelforsøgene.

#### 4.23 Konventionel sætningsberegning for ler

Ved den konventionelle sætningsberegning bestemmer man forøgelsen af den vertikale effektive spænding  $\bar{q}$  i forskellige dybder og beregner ved hjælp af konsolideringsforsøg sammentrykningen af de enkelte jordlag.

Beregningen begynder med en inddeling af de sætningsgivende jordarter i lag af passende tykkelser. Regnet fra fundamentets underside kan lagtykkelserne f. eks. være  $B/2$ ,  $B$ ,  $2B$ ,  $4B$  o. s. v. Hvis fundamentet er meget bredt og står på forkonsolideret ler, hvis hidtidige effektive spænding  $\bar{q}_0$  er lille, vil det dog være nødvendigt at benytte tyndere lag, idet konsolideringsmodulen i de øverste lag under disse forhold vokser stærkt med dybden. Sædvanligvis vil 3-4 lag være tilstrækkeligt. Den nøjagtighed, der kan opnås ved en overdreven inddeling i mange, tynde lag, er fiktiv.



Alle beregninger af spændinger udføres derefter for midten af det enkelte lag. Først beregnes den eksisterende effektive spænding  $\bar{q}_0$  under hensyntagen til grundvandspejlets stilling.

Derefter beregnes den effektive spænding  $\bar{q}_1$  svarende til tilstanden efter udgravningen af byggegruben (kælderen) m. v. Hvis denne tilstand er kortvarig i forhold til den tid, som lerets ekspansion kræver, får man ikke den fulde aflastning af de effektive spændinger, før belastningen på fundamentet påføres, hvorfor  $\bar{q}_1$  kun bliver ubetydelig mindre end  $\bar{q}_0$ .

Såfremt hævnningen er væsentlig, må man undersøge ekspansionens tidsforløb (se 4.26). Hvis leraflejringen geologisk set befinder sig under voksende belastning, vil konsolideringsmodulen ved en lille aflastning være meget stor (jfr. aflastningsgrenen II på fig. 1.31.C), hvorfor ekspansionen kommer relativt hurtigt (jfr. 3.42.3). Trykspredningen for afgravningen kan beregnes af 4.18.10 i forbindelse med den på fig. 4.18.B angivne metode.

Endelig beregnes den effektive spænding  $\bar{q}_2$  svarende til den sætningsgivende belastning med fuld konsolidering (med hensyntagen til eventuelle ændringer af grundvandspejlet). Forøgelsen af den effektive spænding hidrørende fra fundamentbelastningen beregnes af 4.18.8. For et almindeligt fundament kan vægten af selve fundamentet normalt udelades, da den i det væsentlige ophæves af vægten af den bortgravede jord.

Når spændingerne  $\bar{q}_0$ ,  $\bar{q}_1$  og  $\bar{q}_2$  er beregnet, kan konsolideringsforsøgene udføres. Ved opstillingen af belastningsskemaet for disse må man, hvis der er tale om delvis forstyrrede prøver, hvilket oftest er tilfældet, først reproducere den geologiske udvikling som omtalt i 2.23. Denne del af konsolideringsforsøget ender med det nuværende tryk in situ  $\bar{q}_0$ . Derefter aflastes til  $\bar{q}_1$  og genbelastes, indtil man godt og vel kommer forbi den største spænding  $\bar{q}_2$ , der kan blive brug for i beregningerne. Hvis en konsolideringsprøve er repræsentativ for et tykkere lag af forkonsolideret ler, vil det betale sig at indlægge flere sæt belastnings- og aflastningssløjfer i samme forsøg svarende til 2 eller flere værdier af  $\bar{q}_0$ . I denne forbindelse må man dog være opmærksom på, at rækkefølgen af belastninger og aflastninger er væsentlig på grund af hysteresen.

Selve sætningsberegningen er derefter simpel, idet den procentiske sammentrykning af de enkelte lag kan aflæses på konsolideringsdiagrammerne. Principielt bør denne procent regnes i forhold til prøvens tykkelse ved trykket  $\bar{q}_0$ , men i mange tilfælde får man ikke væsentlig fejl ved at benytte prøvens oprindelige tykkelse.

For en homogen leraflejring med konstant konsolideringsmodul  $K$  og tykkelsen  $H$  kan den konventionelle konsolideringssætning findes ved integration af 4.18.8 for et rektangulært fundament  $B \cdot L$  med belastningen  $P$

$$\delta_{c, \text{conv}} = \frac{2,30 P}{K(L-B)} \log \frac{(B+H)L}{(L+H)B} \quad 4.23.1$$

For et kvadratisk fundament med  $B = L$  fås af 4.18.1

$$\delta_{c, \text{conv}} = \frac{P}{K} \left( \frac{1}{B} - \frac{1}{B+H} \right) \quad 4.23.2$$

For et langstrakt fundament med  $L = \infty$  og belastningen  $P$  (t/m) findes af 4.17.2

$$\delta_{c, \text{conv}} = \frac{2,30 P}{K} \log \left( 1 + \frac{H}{B} \right) \quad 4.23.3$$

Da  $K$  sædvanligvis vokser væsentligt med dybden, kan ovenstående formler kun bruges til foreløbige overslagsberegninger, idet man for  $K$  f. eks. vælger den værdi, der gælder i en dybde  $B$  under fundamentet.

Ovenstående formler gælder for et fundament på jordoverfladen. For dybtliggende fundamenter (cirkulære og langstrakte) har Kezdi (1958) givet formler for den lodrette spænding under den forudsætning, at hele jordmassen er elastisk og homogen. For et kvadratisk fundament med sidelinien  $B$  og funderingsdybden  $D$  vil den konventionelle konsolideringssætning blive reduceret med følgende omtrentlige faktorer i forhold til sætningen af et fundament på jordoverfladen:

$D/B$	0	0,25	0,5	1	2	$\infty$	
Reduktionsfaktor	1,00	0,75	0,60	0,50	0,45	0,40	4.23.4

For et rektangulært fundament kan de samme faktorer anvendes med tilnærmelse, hvis rektanglet ækvivaleres med et kvadrat med samme areal. Det er en selvfølge, at de blødere lag, man ofte finder nær jordoverfladen, ikke skal medregnes i funderingsdybden  $D$ . Reduktionsfaktorerne forudsætter også, at fundamentet igennem hele højden  $D$  er i fast kontakt med jorden, idet de elasticitetsteoretiske formler er baseret på et halvuendeligt elastisk medium.

Ekscentrisk påvirkede fundamenter får en drejning, som ofte er skadelig for konstruktionen. Fundamenter på ler bør derfor så vidt muligt dimensioneres således, at de bliver centralt påvirkede for den sætningsgivende belastning. Beregningen af fundamentets drejning, såfremt ekscentriciteten ikke kan undgås, er iøvrigt vanskelig. Man kan f. eks. forudsætte retliniet trykfordeling under fundamentet og beregne spændingerne i de lodrette linier gennem de to kanter ved hjælp af elasticitetsteorien. Drejningen bestemmes derefter som sætningsdifferensen mellem kanterne, mens midtelsætningen beregnes som for et centralt påvirket fundament.

Da den konventionelle sætningsberegning for centralt påvirkede fundamenter er simpel at udføre, kan det anbefales altid at begynde hermed, så meget mere som denne beregning i de fleste tilfælde er nogenlunde fyldestgørende. Kun i særlige tilfælde vil det være nødvendigt at gribe til de forbedrede metoder i 4.24 og 4.25.

I den konventionelle sætningsberegning begås der principielt tre fejl:

- a. Der tages ikke hensyn til initialsætningen, d. v. s. til den sætning, der hidrører fra forskydningsdeformationerne uden ændring af vandindholdet (se 4.24).
- b. Der regnes, som om det af belastningen fremkaldte poretryk er lig med den lodrette tillægsspænding, mens det i virkeligheden normalt får en værdi mellem tillægshovedspændingerne  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$ , undertiden endda mindre end  $\sigma_3$  (se 4.25).
- c. Konsolideringssætningen beregnes ud fra almindelige konsolideringsforsøg, altså forudsættes det, at der ingen sideudvidelse finder sted.

Fejlen a. vil bidrage til, at den beregnede sætning bliver for lille, hvorimod b. vil virke i modsat retning, da konsolideringssætningen svarer til en udligning af det fremkaldte poretryk. Fejlen c. medfører, at den beregnede sætning bliver lidt for lille, men afvigelsen er dog uden væsentlig betydning for et centralt påvirket fundament, når man beregner sætningen af fundamentets midte, idet poretrykket er maksimum under midten.

For normaltkonsolideret ler må man (jfr. Skempton og Bjerrum 1957) indtil videre regne med, at den konventionelt beregnede sætning udgør 60-90 % af den virkelige totalsætning, når den i 4.17 og 4.18 angivne trykspredning benyttes. Den virkelige initialsætning vil hyppigst udgøre 10-20 % af totalsætningen.

For forkonsolideret ler må man indtil videre regne med, at den konventionelt beregnede sætning normalt udgør 90-150 % af den virkelige totalsætning, men i enkelte tilfælde (stærkt forkonsolideret moræneler) synes forholdet at kunne gå op til 200 å 400 %. Den virkelige initialsætning vil oftest udgøre 20-30 % af totalsætningen.

#### 4.24 Initialsætninger i ler

Ved initialsætningen forstås den fra forskydningsdeformationerne, også kaldet initialdeformationerne (se 1.34), hidrørende sætning, der således svarer til, at der ingen vandudpresning sker. Da forskydningsdeformationerne er plastiske, kommer den fulde initialsætning ikke momentant, men i praksis vil den initiale sætning af et fundament være overstået, inden konsolideringssætningen er vidt fremskreden. Ved langsom opførelse af et bygværk på en stiv, permeabel leraflejring (f. eks. stærkt forbelastet moræneler) vil størstedelen af sætningerne dog fremkomme under selve opførelsen.

Ved beregningen af initialsætningen kan benyttes samme laginddeling som ved den konventionelle sætningsberegning (se 4.23). For midten af hvert lag beregnes tillægsspændingerne  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$  hidrørende fra fundamentbelastningen  $P$  (på et rektangulært fundament) derefter af 4.18.8.

Den lodrette sammentrykning  $\epsilon_1$  aflæses på arbejdskurven for et triaksialt (eventuelt et simpelt) trykforsøg svarende til differensspændingen  $\sigma_1 - \sigma_3$  (se 2. 25).

Den samlede initialsætning fås endelig ved summation over de enkelte lag (med forskellige tykkelser H)

$$\delta_i = \sum \frac{1}{4} \left( 3 + \frac{B}{L} \right) \epsilon_1 H \quad 4. 24. 1$$

Korrektionsfaktoren  $\frac{1}{4} \left( 3 + \frac{B}{L} \right)$  er valgt således, at den i det "aksialsymmetriske" tilfælde  $B = L$  bliver 1 (som ved triaksialforsøg), mens den i det plane tilfælde  $L = \infty$  bliver  $\frac{3}{4}$ , hvilket er den teoretiske værdi for et elastisk medium.

For en retliniet arbejdskurve ville man få

$$\delta_i = \sum \frac{1}{4} \left( 3 + \frac{B}{L} \right) (\sigma_1 - \sigma_3) \frac{H}{E} \quad 4. 24. 2$$

hvilket for et homogent lerlag kan erstattes med et integral (jfr. formlerne 4. 17. 5 og 4. 18. 3 for den tilnærmede trykspredning samt 4. 12. 11 og 4. 14. 7 for elasticitetsteoriens).

For en svagt krummet arbejdskurve kan 4. 24. 2 benyttes med tilnærmelse, når E vælges således, at den svarer til det punkt på arbejdskurven, hvor

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{P}{P_f} (\sigma_1 - \sigma_3)_f \quad 4. 24. 3$$

idet  $P_f$  er fundamentets brudbelastning og  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  trykstyrken ved triaksialforsøget. Da de fleste arbejdskurver krummer stærkt, vil den således bestemte værdi af E dog kun være korrekt i den zone, hvor der er store forskydningsspændinger, mens værdien vil være for lille i den øvrige del af jordlagene.

Da deformationsegenskaberne er meget følsomme over for en forstyrrelse af de optagne jordprøver, vil en beregning af initialsætningerne ud fra laboratorieforsøg ofte føre til alt for store værdier. Det meste af denne fejl kan formentlig ophæves gennem den i 2. 25 omtalte rekonsolidering i overensstemmelse med den geologiske udvikling.

Alligevel vil beregningen være forbundet med betydelig usikkerhed, hvorfor man i vigtige tilfælde også vil udføre modelbelastningsforsøg i marken (se 2. 15). Pladens diameter bør være 30 cm, da mindre plader kan give for store sætninger. Forsøget må udføres så hurtigt, at der ikke kommer væsentlige konsolideringssætninger. Resultatet af forsøget fremstilles grafisk som funktionen

$$\frac{\delta}{d} = f\left(\frac{P}{P_f}\right) \quad 4. 24. 4$$

hvor brudbelastningen  $P_f$  er proportional med den udrænedede forskydningsstyrke  $c$  af

det lerlag, som prøvebelastes. Hvis  $c$  vokser med dybden, må der korrigeres herfor ved anvendelsen af 4.24.4 til forudsigelsen af fundamentets sætning.

Opførelsen af et bygværk vil ofte tage så lang tid, at en del af konsolideringssætningerne er fremkommet, inden belastningen på fundamentet når sin endelige værdi. På grund af formindskelsen af poretrykket vokser forskydningsstyrken efterhånden, hvilket giver mindre initialsætninger end ved hurtig belastning. Modelforsøget må da udføres som et temporeret forsøg (se 2.15). Der kendes eksempler på, at et lerlags bæreevne ved langsom belastning er blevet mere end fordoblet (jfr. forskellen mellem udrænet forskydningsstyrke (1.46) og effektiv forskydningsstyrke (1.45) samt bæreevnens forøgelse, når der tages hensyn både til effektiv kohæsion og friktion).

Indflydelsen af funderingsdybden  $D$  er undersøgt af Fox (1948) på basis af elasticitetsteorien, under forudsætning af at det øverste jordlag (af tykkelsen  $D$ ) har samme stivhed som jorden under funderingsniveau. For et kvadratisk fundament med sidelinien  $B$  reduceres sætningen med følgende faktor i forhold til sætningen af et fundament på jordoverfladen

$D/B$	0	0,5	1	2	$\infty$	
Reduktionsfaktor	1,00	0,85	0,73	0,63	0,50	4.24.5

De samme reduktionsfaktorer kan med tilnærmelse anvendes også for et rektangulært fundament, når det erstattes med et kvadratisk fundament med samme areal.

#### 4.25 Konsolideringssætninger for ler

Mens initialsætningerne alene afhænger af  $\sigma_1 - \sigma_3$ , afhænger konsolideringssætningerne både af  $\sigma_1$  og  $\sigma_3$ , idet disse tillægsspændinger (hidrørende fra belastningen på fundamentet) i vandmættet ler giver et poretryk

$$u = \sigma_3 + A(\sigma_1 - \sigma_3) \quad 4.25.1$$

hvor det første led svarer til et alsidigt tryk  $\sigma_3$ , mens det sidste led er analogt med det poretryk, der fremkommer ved et simpelt eller triaksialt trykforsøg for differensspændingen  $\sigma_1 - \sigma_3$ . Koefficienten  $A$  kan bestemmes ved triaksialforsøg med poretryksmålinger. (Udføres forsøget som et CU-forsøg uden poretryk (se fig. 2.25.B), fås størrelsen  $A(\sigma_1 - \sigma_3)$  som formindskelsen af  $\bar{\sigma}_3$  i 2. etape).

Når poretrykket  $u$  er kendt i midten af de forskellige lag, hvori jorden er inddelt, kan konsolideringssætningerne beregnes ud fra konsolideringsdiagrammet som sammentrykningen svarende til en forøgelse af den lodrette effektive spænding med  $u$  (udligning af poretrykket). Under fundamentets midte kan man i denne forbindelse med god tilnærmelse forudsætte, at der - ligesom i konsolideringsforsøg - ikke sker nogen udvidelse i vandret retning, idet poretrykket er maksimum midt under fundamentet.

Selv om den ovenfor angivne fremgangsmåde i princippet synes simpel, må man være klar over, at der i praksis er mange komplikationer.

For det første er der nogen tvivl med hensyn til, hvor på konsolideringskurven forøgelsen  $u$  af den effektive spænding skal placeres. Hvis den oprindelige spænding var  $\bar{q}_0$ , vil den efter anbringelsen af belastningen på fundamentet, men før konsolideringen, være

$$\bar{q}_0 + (1-A)(\sigma_1 - \sigma_3)$$

Om man adderer  $u$  til denne spænding eller til  $\bar{q}_0$ , vil give en del forskel, hvis  $\bar{q}_0$  er relativt lille. En større vanskelighed er det dog, at der er betydelige forskydnings-spændinger i jorden, før konsolideringen begynder, og der foreligger endnu ikke undersøgelser af sådanne forskydnings-spændingers indflydelse på sammentrykkeligheden.

Den største usikkerhed ved beregningen stammer fra, at poretrykskoefficienten  $A$  langt fra er en konstant for en given lerart. I et CU-forsøg med konstant  $\sigma_3$  på forkonsolideret ler vil  $A$  til at begynde med nok have en nogenlunde fast værdi, hvis  $\sigma_3$  er stor, men derefter vil  $A$  gradvis aftage med voksende differensspænding  $\sigma_1 - \sigma_3$  (jfr. fig. 2.25.B). For stærkt forkonsolideret ler antager  $A$  til sidst negative værdier på grund af dilatansen, d. v. s. tendensen til volumenuddvidelse. For normalt konsolideret ler er  $A$  derimod nogenlunde konstant næsten helt til brud.

Hvis man betragter begyndelsesværdien af  $A$  i en række CU-forsøg på forkonsolideret ler med forskellige  $\sigma_3$ , viser det sig, at  $A$  er nogenlunde konstant for store værdier af  $\sigma_3$ , men at  $A$  formindskes stærkt (næsten til nul), når  $\sigma_3$  nærmer sig nul.

Endelig afhænger  $A$  også af  $\sigma_2$ . For et elastisk medium har man således teoretisk  $A = \frac{1}{3}$  i det aksialsymmetriske tilfælde, men  $A = \frac{1}{2}$  for plan spændingstilstand.

For den triaksiale begyndelsesværdi af  $A$  kan man ifølge Skempton og Bjerrum (1957) sætte

For stærkt forkonsoliderede, sandede lerarter:	$A = 0,0-0,2$
For forkonsolideret ler:	$A = 0,2-0,5$
For normalt konsolideret ler:	$A = 0,5-1,0$
For meget sensitivt ler:	$A = 1,0-1,2$

Ved at anvende målte eller skønnede værdier af  $A$  har de nævnte forfattere kunnet efterberegne sætninger, der er i væsentlig bedre overensstemmelse med de observerede end den konventionelle sætningsberegning.

På grund af usikkerheden ved sætningsberegninger på basis alene af laboratorieforsøg kan det i vigtige tilfælde anbefales at udføre modelbelastningsforsøg, enten som markkonsolideringsforsøg eller som temporerede forsøg (se 2.15). Resultater-

ne sammenlignes med laboratorieforsøg, således at det gennem konsolideringsforsøg med dybereliggende prøver bliver muligt at korrigere for stivhedens forøgelse med dybden.

Med hensyn til funderingsdybdens indflydelse henvises til 4.23.4.

#### 4.26 Konsolideringens tidsforløb

Ved konsolideringsgraden  $U = U(t)$  forstås ifølge 3.43.1 forholdet

$$U(t) = \frac{\delta_c(t)}{\delta_c} \quad 4.26.1$$

hvor  $\delta_c$  er den fulde konsolideringssætning og  $\delta_c(t)$  delsætningen til tiden  $t$ .

For en udstrakt belastning på et tyndt lerlag kan der kun ske en udligning af poreovertrykkene gennem vertikal dræning. Man taler da om éndimensional konsolidering, og i dette tilfælde giver fig. 3.43.A konsolideringsgraden som funktion af den dimensionsløse tidsfaktor

$$T = \frac{kK}{\gamma_w H^2} t \quad 4.26.2$$

for 3 simple fordelinger af poreovertrykkene.

Under midten af et fundament vil fordelingen af poreovertrykket med rimelig tilnærmelse kunne approksimeres med en trekant (kurven C på fig. 3.43.A) eller et trapez (ved begrænset tykkelse af lerlaget). De nævnte kurver kan imidlertid ikke bruges direkte, fordi der under et fundament er tale om tredimensional konsolidering med dræning såvel lodret som vandret. Hertil kommer, at den vandrette permeabilitet ofte er mange gange større end den lodrette (ler med silt- eller sandlag).

Hvis lerlaget er inhomogent på en uregelmæssig måde (f. eks. moræneler med dets "årer" af mere permeable bestanddele), vil den gennemsnitlige permeabilitet af en stor lermasse være større, end det fremgår af konsolideringsforsøgene.

Under disse forhold bliver konsolideringstiden ofte meget mindre end for éndimensional konsolidering, og det vil forstås, at det kan være vanskeligt blot at bestemme størrelsesordenen.

Endelig er det en komplikation, at poreovertrykkene fra forskellige fundamenter under konsolideringsprocessen kan gribe ind over hinanden.

Matematiske eller numeriske løsninger kan naturligvis udvikles for en del idealiserede tilfælde (se f. eks. Terzaghi 1943), men i praksis kan afvigelserne fra forudsætningerne nemt være så betydelige, at man ikke kommer uden om et skøn.

Man kan f. eks. skønne, at 4.26.2 kan anvendes i forbindelse med fig. 3.43. A, såfremt man for  $k$  indsætter

$$k = k_v + a k_h \quad 4.26.3$$

hvor  $k_v$  og  $k_h$  er henholdsvis den vertikale og den horisontale permeabilitetskoefficient. For et tyndt lerlag mellem drænende lag er  $a = 0$ . For et tykt, homogent lerlag er størrelsesordenen af  $a$  formentlig 0,2 for et langstrakt og 0,5 for et kvadratisk fundament, forudsat at afstanden til andre fundamenter er stor.

Når poreovertrykkene er udlignet, er den primære konsolidering afsluttet. Sætningerne er dog ikke dermed bragt til fuldstændig standsning, idet såvel initialdeformationerne som konsolideringsdeformationerne viser krybning. Man taler da om sekundær konsolidering, der også kendes fra konsolideringsforsøg (se 2.23). Da tiden for primær konsolidering vokser med kvadratet på den lineære skala, er belastningens "alder", når poretrykkene er udlignet, meget større under et fundament end i den tynde konsolideringsprøve. Da krybningen over et langt tidsinterval vokser som  $\log t$ , vil den væsentligste del af den derfor være fremkommet samtidig med fundamentets primære konsolideringssætninger. Sekundær konsolidering viser sig da også at spille meget ringe rolle i naturen, undtagen for jordarter som tørv og dynd.

#### 4.27 Pælegrupper

Hvis en pæl står med spidsen i sand, grus eller fast moræneler, vil spidsmodstanden give langt det største bidrag til bæreevnen (se 5.41). Pælen kaldes da spidsbærende. Hvis pælen derimod står i homogent ler, er overflademodstanden overvejende. Pælen kaldes da en adhæensionspæl (tidligere: friktionspæl).

For et fundament på spidsbærende pæle kan der være 4 bidrag til sætninger:

- a. Sammentrykning af pælen.
- b. Pælespidsens lokale sætning i sandlaget.
- c. Sandlagets deformationer for belastningen fra hele pælegruppen.
- d. Sætning af eventuelle lerlag under sandlaget.

Bidragene a. og b. vil normalt kun udgøre få mm for rammede pæle, idet ramningen er en art prøvebelastning, hvorigennem man opnår, at størstedelen af de irreversible deformationer ikke kommer til at påvirke bygværket. For en pæl, der er støbt i jorden (in-situ pæl) med spidsen i løstlejret sand, kan bidraget b. blive noget større. Bidragene a. og b. kan bestemmes ved prøvebelastning.

Med hensyn til bidraget c. kan hele pælegruppen betragtes som et dybtliggende fundament i niveau med pælespidserne. En forudbestemmelse af sætningen er dog



vanskelig, da den kræver udførelse af belastningsforsøg på det uforstyrrede sandlag. Bortset fra løstlejret sand og meget store pælegrupper er sætningen imidlertid uden nævneværdig indflydelse på bygværket. Hvis der er støbt in-situ prøvepæl (med spidsen under grundvandspejlet), kan man benytte denne til udførelse af et modelbelastningsforsøg. Resultatet af forsøget optegnes som en kurve

$$\frac{\delta_1}{d_1} = f\left(\frac{P_1}{P_{1,f}}\right) \quad 4.27.1$$

hvor  $\delta_1$  er sætningen,  $d_1$  diameteren,  $P_1$  belastningen og  $P_{1,f}$  brudbelastningen. Af  $P_{1,f}$  beregnes bæreevnefaktoren  $N_q$  (se 5.41), hvorefter man kan beregne pælegruppens bæreevne  $P_{g,f}$  som dybtliggende fundament af 5.35.3, forudsat at sandlagets tykkelse under pælespidserne er mindst ca. 2B, hvor B er pælegruppens bredde. Under benyttelse af kurven 4.27.1 fås derefter som tilnærmelse til pælegruppens sætning  $\delta_g$

$$\frac{\delta_g}{d_g} = f\left(\frac{P_g}{P_{g,f}}\right) \quad 4.27.2$$

hvor  $d_g$  er gruppens "ækvivalente" diameter og  $P_g$  dens samlede belastning (hvori er inkluderet eventuel negativ overflademodstand; jfr. 5.41).

Bidraget d. kan ikke bestemmes ved prøvebelastning, idet konsolideringssætningen strækker sig over lang tid og er større for en pælegruppe end for en enkeltpæl. Sætningen d. kan derimod med tilnærmelse bestemmes ved laboratorieforsøg og beregning ligesom for et almindeligt fundament, idet trykspredningen regnes udgående fra pælespidserne. Det overliggende sandlag vil dog, hvis det er dybtliggende og tykt, på grund af sin stivhed give væsentlig større trykspredning end for almindelige fundamenter på en leroverflade.

For et fundament på adhæsionspæle er det altid af betydning at bestemme sætningernes størrelse. Den totale sætning består af 3 dele:

- a. Sammentrykning af pælen.
- b. Den lokale sætning af den enkelte pæl.
- c. Pælegruppens sætning i de bærende lerlag.

Bidraget a. er uvæsentligt i forhold til de to andre.

Sætningen b. afhænger af den siden pælens ramning forløbne tid, idet der ved ramningen sker en betydelig svækkelse af leret i pælens umiddelbare nærhed med efterfølgende regeneration. Ved pælens overflade bliver leret fuldstændigt æltet, d. v. s. at dets effektive normalspænding (ved uforandret vandindhold) bliver betydeligt reduceret. Samtidig er de totale spændinger blevet stærkt forøget på grund af den fortrængning af ler, som pælens nedramning har krævet. Resultatet er, at der opstår et stort poreovertryk, som dog aftager hurtigt med voksende afstand fra pælen. Ved den efterfølgende konsolidering vokser de effektive spændinger igen, hvorved lerets

styrke og stivhed forøges. Hertil bidrager også lerets thixotropi.

Den lokale sætning kan deles i initialsætningen og konsolideringssætningen. Den førstnævnte bestemmes nemt ved et belastningsforsøg, mens den sidstnævnte kræver lang belastningstid (indtil et par uger). Samtidig vil man få en del af den sætning, som egentlig hører under c. Sætningen b. er derfor vanskelig at bestemme, hvilket dog naturligvis er uvæsentligt i de mange tilfælde, hvor c. er overvejende.

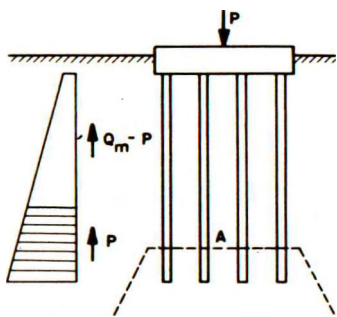


Fig. 4.27. A: Fundament på adhæsiionspæle.

Sætningen c. kan kun beregnes med tilnærmelse. På fig. 4.27. A ses et fundament med den sætningssigende belastning  $P$  (inklusive eventuel negativ overflademodstand). Ved beregningen kan man se bort fra pælens spidsmodstand, således at man kun har at gøre med pælegruppens overflademodstand med brudværdien  $Q_m$  (se 5.44). Fordelingen af overflademodstanden langs pælene er antydnet ved trapezet til venstre på fig. 4.27. A, idet de øvre jordlag normalt vil være de mindst bæredygtige.

$P$  vil altid være væsentlig mindre end  $Q_m$ . Det vil være meget forkert at antage, at  $P$  fordelte sig over pælens længde på samme måde som  $Q_m$ . En overførelse af belastning fra pælene til de øvre lag ville nemlig fremkalde konsolideringssætninger i de mellemste lag, hvorved de øvre lag ville bevæge sig nedad i forhold til pælene, der kan antages at "hænge" fast i de nedre lag. En sådan relativ bevægelse vil åbenbart eliminere den nævnte overførelse af belastning til de øvre lag. Det vil derfor i praksis være nogenlunde rigtigt at gå ud fra, at hele belastningen  $P$  overføres på en så stor del af pælegruppens nederste stykke, som overflademodstanden kræver. Denne del af overflademodstanden er skraveret og symboliseret ved en opadrettet kraft  $P$ .

Pælegruppens sætninger kan nu med tilnærmelse beregnes, som om der var tale om et fundament i en dybde svarende til tyngdepunktet i det skraverede trapez. Arealet  $A$  af fundamentet svarer til pælegruppens tværsnit (inklusive en stribe på en halv pæleafstand langs hele omkredsen). Fundamentfladen  $A$  samt trykspredningen herfra nedefter er vist punkteret på fig. 4.27. A.

Ved denne beregningsmetode får man åbenbart ikke funderingsdybdens indflydelse korrekt med, idet der er set bort fra stivheden af den jord, der ligger over det gennemsnitlige funderingsniveau. For initialsætningernes vedkommende kan reduktionsfaktoren tages fra tabellen 4.24.5 og for konsolideringssætningernes fra 4.23.4. Som funderingsdybde  $D$  skal naturligvis i denne forbindelse kun regnes med tykkelsen af det lerlag over det gennemsnitlige funderingsniveau, som kan anses for ligeså stift som leret under dette niveau.

## 4.28 Tilladelige deformationer

Ved dimensionering af et fundament må man foruden sikkerheden mod brud (se 5.3) tage hensyn til, hvilke deformationer bygværket kan tåle. Der kan ikke gives generelle regler herfor, idet den tilladelige sætning kan variere fra få millimeter for særlig følsomme konstruktioner til en meter eller mere.

For broer vil sætningerne ofte være afgørende for, om man kan vælge en statisk ubestemt konstruktion. Når sætningerne er store, er det muligt at indrette lejerne således, at der kan foretages en efterregulering af højden. I statisk ubestemte konstruktioner bør ekstrapændingerne beregnes.

Jernbetonsiloer understøttet på kassefundamenter er så stive, at de kan tåle meget store sætninger. Det afgørende bliver her hældningen samt forbindelserne med omgivelserne i form af transportanlæg og ledninger.

I visse industribygninger kan man, når funderingsforholdene er særlig vanskelige, eventuelt tillade arkitektoniske skader, d. v. s. mindre revner i murværk eller revner i udfyldningsvægge i skeletbygninger, idet undgåelse af sådanne mindre skader måske ville kræve uforholdsmæssige ekstraudgifter til en stivere fundering. Derimod bør man altid undgå konstruktive skader, d. v. s. skader på den bærende konstruktion.

I kontorbygninger, beboelseshuse m. v. bør også de arkitektoniske skader undgås, enten ved at funderingen gøres tilstrækkelig stiv, eller ved speciel udformning af de udsatte arkitektoniske elementer. Hvis facaden er udkraget fra søjler i bygningens indre, skærpes naturligvis kravene med hensyn til de størst tilladelige sætninger af disse søjler.

Til funderingen af maskiner stilles der særlige - ikke sjældent overdrevne - krav. Ofte vil man kunne lempe på ønskerne med hensyn til den maksimale sætning, hvis man sørger for, at selve fundamentet er stift nok, således at det ikke deformeres.

Sætningshastigheden har også nogen indflydelse på, hvor store sætninger en bygning kan tåle, idet en langsom forøgelse af sætningerne lettere kan optages af materialerne (krybning). Dette gælder især for murværk.

Som kriterier for beskadigelse af bygninger kan man tænke sig at anvende

- a. Den maksimale sætning.
- b. Den maksimale sætningsdifferens.
- c. Den maksimale hældning af sætningslinierne langs facader m. v., idet hældningen beregnes ud fra differensen mellem sætningerne af to nabofundamenter.

## d. Den maksimale krumning af sætningslinierne.

Det er indlysende, at a. -c. i virkeligheden ikke er rationelle kriterier, da en bygning ikke beskadiges, når den sætter sig som et hele eller udfører en drejning. Dimensioneringen af en fundering burde derfor ske på basis af sætningsliniernes krumning (kriteriet d). Imidlertid foreligger der ikke tilstrækkeligt med data vedrørende eksisterende bygningers forhold til, at man kan fastsætte en grænsekrumning som den tilladelige. Hertil kommer, at enhver forudbestemmelse af sætninger er forbundet med usikkerhed. Denne usikkerhed bliver naturligvis stærkt forøget, når det drejer sig om at forudberegne hældninger (1. differentialkvotient), og endnu mere med hensyn til krumningerne (2. differentialkvotient).

I henhold til en analyse af 98 bygninger udført af Skempton og MacDonald (1956) synes det foreløbig at være bedst at basere dimensioneringen på sætningsliniernes hældning (kriterium c). For almindelige bygninger kan grænsehældningen  $i_{lim}$  sættes til

For arkitektoniske skader:	$i_{lim} = 1 : 300$	4. 28. 1
For konstruktive skader:	$i_{lim} = 1 : 150$	

Hvilken sikkerhedsfaktor, der bør anvendes i forbindelse med værdierne i 4. 28. 1, afhænger af omstændighederne (jordbundsforholdenes variation, sætningsberegningens nøjagtighed etc.). Hvis bundforholdene varierer med stor tilfældighed fra punkt til punkt, må det tilrådes at opsøge de nabosøjler, hvor der er den største forskel i belastningen, samt at forudsætte den stærkt belastede søjle understøttet på den blødest mulige bund og den svagt belastede søjle på den fastest mulige bund. Med disse ugunstige antagelser kan sikkerhedsfaktoren sættes til 1,0, forudsat at man har erfaring for, at sætningsberegningen giver korrekt resultat.

Skempton og MacDonald anbefaler generelt en sikkerhedsfaktor på mindst 1,5 under hensyntagen til usikkerheden i sætningsberegninger.

Den maksimale sætningsdifferens (kriterium b) kan anvendes som en vejledning. Skempton og MacDonald angiver som teoretiske grænseværdier for enkeltfundamenter for almindelige bygninger

Maksimal sætningsdifferens for ler:	4 cm	4. 28. 2
Maksimal sætningsdifferens for sand:	3 cm	

og foreslår en sikkerhedsfaktor på disse værdier på 1,25. Den lavere grænse for sand skyldes, at tilsyneladende homogene sandaflejringer giver større sætningsdifferenser end homogene leraflejringer.

Den maksimale sætning (kriterium a) kan kun bruges som dimensioneringsgrundlag, hvis funderingsingeniøren i hvert enkelt tilfælde selvstændigt fastsætter grænse-

værdien ud fra kendskabet til bygningens art og anvendelse, ujævnheder i belastningsfordelingen (varierende etageantal), overgangen til nabobygninger, variationen i bundforholdene etc.

For enkeltfundamenter for almindelige bygninger angiver Skempton og MacDonald

Maksimal sætning for ler:	7 cm	4.28.3
Maksimal sætning for sand:	5 cm	

og foreslår en sikkerhedsfaktor på 1,25 på disse værdier. Værdien for ler kan dog, på grund af de ovenfor nævnte forhold, kun betragtes som en grov vejledning.

#### 4.29 Dynamiske påvirkninger

For de dynamiske påvirkninger, der stammer fra trafik, er det almindeligt at indføre et stødtillæg. Herudover må der tages hensyn til de særlige fænomener i sand- og siltaflejringer, som omtales nedenfor.

For maskinfundamenter kan de dynamiske påvirkninger give anledning til 3 typer af problemer

- a. Forøgelse af svingningsamplituden.
- b. Forøgede sætninger.
- c. Forplantning af svingninger til andre konstruktioner.

Ved forundersøgelser af problemerne a. og b. er det nødvendigt at betjene sig af modelforsøg, medmindre der i forvejen foreligger de fornødne erfaringer med den pågældende jordart. De fleste af den slags undersøgelser, som er refereret i litteraturen, har imidlertid været temmelig værdiløse, fordi man ikke har respekteret modellovene, hvis grundlæggende princip er, at fysiske processer skal kunne beskrives som relationer mellem dimensionsløse størrelser (Lundgren 1957).

Spørgsmålet om svingningsamplituden kan siges at være et problem om resonans, d. v. s. at fundamentet må dimensioneres således, at dets egenfrekvens afviger tilstrækkeligt fra de frekvenser, som den pågældende maskine afgiver. Hvis maskinens frekvens kommer i nærheden af fundamentets egenfrekvens, forøges amplituden stærkt. Amplituden går dog ikke mod uendelig (end ikke teoretisk for et elastisk medium, medmindre fundamentet er uendelig lille), hvorfor egenfrekvensen må defineres som den frekvens, der giver den største forstærkningsfaktor.

Egenfrekvensen for et stift fundament vokser med jordens stivhed og aftager med dens masse samt fundamentets "diameter". For sand vokser jordens stivhed med fundamentets diameter, men iøvrigt på forskellig måde for løs og fast lejrning. For alle jordarter aftager jordens stivhed desuden med voksende amplitude på grund af hysterese.

Hvis et fundament (f. eks. et turbogeneratorfundament) kan deformeres, således at man er nødsaget til at betragte fundamentets egensvingninger, fremkommer spørgsmålet om jordens reaktion, når fundamentets nederste del oscillerer. Ved ganske lave frekvenser er reaktionen i fase med amplituden, men ved voksende frekvens forøges faseforskydningen, indtil den passerer  $180^\circ$  i nærheden af egenfrekvensen.

Forøgede sætninger optræder i væsentlig grad kun i løstlejret sand og silt. For løstlejret fugtigt (eller tørt) sand er vibrationer i forbindelse med en belastning på overfladen det bedste middel til komprimering, hvoraf følger, at maskinfundamenter kan få meget store sætninger. For vandmættet sand og silt forøges vanskelighederne på grund af, at de varierende deformationer skiftevis fremkalder poreovertryk og poreundertryk. Hver gang der er overtryk i porevandet, nedsættes de effektive spændinger med deraf følgende reduktion af forskydningsstyrken. Løstlejret fint sand og silt kan ved visse frekvenser blive "flydende" (kviksand) og bliver derved ganske uegnede som fundering for maskinfundamenter.

Faren for forplantning af svingningerne til andre konstruktioner kan i princippet let undersøges ved opstilling af en oscillator (med maskinens frekvens) på det sted, hvor fundamentet tænkes anbragt.

## 4.3 BØJELIGE FUNDAMENTER

Hovedproblemet for bøjelige fundamenter er at bestemme trykfordelingen under fundamentet, således at fundamentets deformationer kommer til at svare til jordoverfladens sætninger.

Til gruppen bøjelige fundamenter hører: Veje, startbaner, lange fundamentsbjælker, bundpladerne i tørdokker m. fl. Bundpladen i en olietank af stål er på den anden side så slap, at den ikke kan give nogen omfordeling af den ensformig fordelte belastning. Olietankens sætninger kan derfor beregnes ved de i 4.1 og 4.2 behandlede metoder, såfremt den står på ler. Med hensyn til tanke på sand henvises til bemærkningerne i 4.32.

## 4.31 Ballasttal

For at kunne beregne spændingerne i en jernbanesvelle indførte Zimmermann i 1888 begrebet ballasttallet  $k_s$  ved ligningen

$$p = k_s \delta \quad 4.31.1$$

hvor  $p$  er belastningen (i  $t/m^2$ ) på en del af jordoverfladen og  $\delta$  den tilhørende nedsynkning (i m). Ballasttallet får således dimensionen  $t/m^3$  og opfattes naturligvis som en konstant for en given jordart. I hvilken udstrækning dette kan siges at være korrekt, omtales nærmere i 4.32 for sand og i 4.33 for ler.

Ligningen 4.31.1 kan fortolkes på følgende måde: Jorden opfattes som en række vertikale fjedre, der står tæt ved siden af hinanden, er fuldstændig elastiske og uafhængige af hinanden. Det er klart, at forudsætningen om elasticitet indebærer en betydelig oversimplificering på grund af jordens krumme arbejdskurve, dens plasticitet m. v. Forudsætningen om, at fjedrene er uafhængige af hinanden, strider dog endnu mere imod jordens egenskaber, idet sætningen af et punkt afhænger af spændingerne under dette punkt, og disse spændinger er atter funktioner af belastningen ikke alene i selve punktet, men i et vist område omkring dette.

For en elastisk bjælke med belastningen  $q$  bliver differentialligningen for nedbøjning  $z = z(x) = \delta(x)$  under benyttelse af 4.31.1

$$q - p = q - k_s z = E I z'''' \quad 4.31.2$$

hvor  $I$  er bjælkens inertimoment pr. m bredde. Mangfoldige elasticitetsteoretiske arbejder har angivet løsninger til denne ligning (se f. eks. Hayashi 1921 og Terzaghi

1943). Som eksempel skal her blot anføres, at man for en lang bjælke påvirket af en enkeltkraft  $P$  (pr.  $m$  af bjælkens bredde) får maksimalmomentet

$$M = \frac{P}{4} \sqrt[4]{\frac{4EI}{k_s}} \quad 4.31.3$$

Det fremgår heraf, at en relativt stor fejl ved ansættelsen af  $k_s$  kun giver en mindre fejl i  $M$ .

For en elastisk plade kan for nedbøjningen  $z(x, y)$  opstilles en partiel differential-ligning analog med 4.31.2. Også denne ligning er af talrige forfattere benyttet til behandling af specielle problemer.

Ved dimensionering af startbaner (og veje) benyttes i stor udstrækning de af Westergaard (1926) angivne udtryk for bøjningsmomenterne svarende til belastning med enkeltkræfter. Herom henvises til speciallitteraturen, idet der for disse konstruktioner også findes andre beregningsmetoder. Det skal dog bemærkes, at ballasttalbegrebet måske på dette område har særlig berettigelse, fordi værdien af  $k_s$  kan bestemmes ved belastningsforsøg i fuld skala.

#### 4.32 Bøjelige fundamenter på sand

Hvis der udvises den fornødne omtanke samt nogen forsigtighed ved resultaternes anvendelse, må det anses for principielt muligt at benytte ballasttalteorien ved tilnærmede beregninger af fundamenter på sand.

Det er dog indlysende, at den krumme arbejdskurve gør det vanskeligt at vælge den korrekte værdi af  $k_s$ . Da  $k_s$  i virkeligheden vil variere langs fundamentets underside, har nøjagtige matematiske løsninger kun ringe interesse. Det må foretrækkes, at problemet statisk behandles med passende tilnærmelsesmetoder, men at der samtidig tages hensyn til formindskelsen af  $k_s$  med voksende belastning.

Begrænsningen i metodens anvendelighed fremgår måske klarest ved betragtning af en olietank af stål. Bunden kan her opfattes som slap, hvorfor belastningen er ensformigt fordelt. Hvis tanken overalt stod direkte på sandlagets overflade, ville bæreevnen ved kanten være nul (jfr. 5.31.1), hvorfor der fremkommer brud i sandet med tilhørende store deformationer og eventuel flydning i stålkonstruktionen ved hjørnet. Ved tankens midte er bæreevnen derimod meget stor, fordi den omkringliggende sandoverflade er belastet. Hvis sandlaget er tyndt i forhold til tankens diameter, får man derfor i midten kun at gøre med sandets konsolideringssætninger, som er små.

Ballasttallet må i praksis bestemmes ved modelforsøg. I henhold til 4.22.1 skrives sætningen på dimensionsløs form som



$$\frac{\delta}{d} = f\left(\frac{p}{p_f}\right) \quad 4.32.1$$

Hvis  $p$  ikke er alt for lille i forhold til  $p_f$ , vil de primære glidninger være det vigtigste bidrag til sætningen, og funktionen  $f$  vil stort set være uafhængig af pladestørrelsen  $d$ . Ifølge 5.31.1 er  $p_f$  for en plade på sandoverfladen proportional med  $\bar{\gamma}d$ . Indføres ballasttallet fra 4.31.1, kan 4.32.1 derefter skrives

$$\frac{\delta}{d} = f\left[\frac{k_s \delta}{\bar{\gamma}d}\right] \quad 4.32.2$$

Det fremgår heraf, at  $k_s$  er proportional med  $\bar{\gamma}$ , men nogenlunde uafhængig af  $d$ . Da  $f$  vokser stærkere end en lineær funktion (krum arbejdskurve), vil  $k_s$  aftage med voksende belastning.

Det kan således konkluderes, at det i hvert fald er dimensionsmæssigt korrekt at anvende et ballasttal bestemt på en lille plade til beregning af et bøjeligt fundament på sand.

#### 4.33 Bøjelige fundamenter på ler

Hvis man ville anvende ballasttal på ler, er det for det første klart, at man måtte operere med ét ballasttal for initialsætningerne og et andet for de totale sætninger. Imidlertid er det ikke dimensionsmæssigt korrekt at indføre et ballasttal svarende til en given lerart. Dette ses af ligningen 4.32.1, hvor  $p_f$  er proportional med den udrænedede forskydningsstyrke  $c$ . Indføres heri ballasttallet fra 4.31.1, kan ligningen skrives

$$\frac{\delta}{d} = f\left[\frac{k_s d}{c} \cdot \frac{\delta}{d}\right] \quad 4.33.1$$

hvoraf følger, at  $k_s$  er omvendt proportional med  $d$  for et fast forhold  $\delta/d$ .

Det er derfor vanskeligt ved hjælp af et ballasttal at overføre resultaterne af et modelforsøg på en lille, stiv plade til beregningen af et bøjeligt fundament. En yderligere grund til at undgå ballasttal, når der er tale om ler, er iøvrigt at lerets stivhed ofte vokser betydeligt med dybden.

Det er betydeligt bedre at angribe problemet direkte ved at skønne en trykfordeling under det bøjelige fundament, beregne de tilhørende sætninger og sammenligne disse med fundamentets deformationer.

På fig. 4.33.A ses f. eks. en bjælke påvirket af en enkeltkraft  $P$ . Til venstre er bjælkens stivhed stor i forhold til dens længde og i forhold til jordens stivhed. Man kan da regne med en trykfordeling sammensat af et rektangel og en trekant. For for-

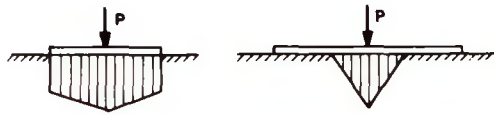


Fig. 4.33.A: Bøjelige fundamenter på ler.

skellige forhold mellem rektanglet og trekanten beregnes sætningerne (initial- eller totalsætningerne) ved bjælkens midte og endepunkter, og pilhøjden sammenlignes med pilhøjden i bjælkens deformationer. Det korrekte forhold mellem rektanglet og trekanten bestemmes da ved en simpel grafisk interpolation som det punkt, hvor de to pilhøjder er lige store.

På fig. 4.33.A til højre er bjælken slap i forhold til dens længde og jordens stivhed. Reaktionsfordelingen kan da antages at være en ligebenet trekant, og dennes grundlinie bestemmes således, at pilhøjden over grundlinien bliver den samme for jord og bjælke.

Denne metode, som oprindeligt er indført af A. V. Knudsen (1956), vil måske forekomme nogle teoretikere temmelig grov, fordi man ikke får bestemt den "nøjagtige" trykfordeling under bjælken. Sandheden er imidlertid, at man ikke i dag er i stand til at beregne sætninger nøjagtigere end svarende til bestemmelsen af en enkelt parameter (pilhøjden).

Ved beregningen af sætningerne er det mest bekvemt at benytte elasticitetsteoriens trykspredning. For en ensformig belastning findes spændingerne af 4.14.1-2, mens 4.15.1-3 giver spændingerne for en trekantbelastning.

Det simpleste er at nøjes med en beregning af de konventionelle konsolideringssætninger ud fra  $\sigma_z$ . En egentlig beregning af initial- og konsolideringssætninger kan kun udføres for en symmetrilinie. Sætningerne i andre punkter må da f.eks. findes ved proportionering i forhold til de konventionelle konsolideringssætninger.

## 5. BRUDPROBLEMER

Ved en normal dimensionering af en projekteret konstruktion, såvel som ved en eventuel undersøgelse af et eksisterende bygværk, vil de to vigtigste problemer være at bestemme:

- 1) Sikkerheden mod et egentligt brud.
- 2) Deformationerne i den normale tilstand.

Det er klart, at der altid må være en passende sikkerhed mod et brud i selve konstruktionen eller et skred i de bærende jordlag. Men det må tillige forlanges, at der ikke ved normal brugsbelastning fremkommer så store deformationer, at konstruktionen bliver uanvendelig til sit formål, udsættes for langsom nedbrydning eller tager væsentlig skade på sit udseende.

I den normale brugstilstand vil konstruktionen, såfremt den da har en rimelig sikkerhed mod brud, i reglen få så små deformationer, at beregningerne af disse med tilstrækkelig god tilnærmelse kan baseres på elasticitetsteorien, der som bekendt forudsætter proportionalitet mellem spændinger og deformationer.

I en eventuel brudtilstand eksisterer den nævnte proportionalitet derimod ikke mere, og elasticitetsteorien er derfor principielt uanvendelig til beregning af spændinger og deformationer i nærheden af brud. I stedet må man anvende plasticitets- eller brudteoriene, der iøvrigt har den fordel fremfor elasticitetsteorien at være matematisk simple, i hvert fald i det plane tilfælde.

I det følgende skal først udvikles en generel brudteori for plane deformationstilstande i jord. Derefter vil de specielle problemer vedrørende jordtryk, bæreevne af fundamenter og pæle, samt stabilitet, blive behandlet.

## 5.1 GENEREL BRUDTEORI

Når der alene betragtes plane deformationstilstande, kan man, ved hjælp af den almindelige elasticitetsteori, bestemme de 3 ubekendte spændingskomponenter og 2 bevægelseskomponenter i et vilkårligt punkt ved hjælp af 2 ligevægtsligninger og de 3 ligninger, som udtrykker Hooke's lov (proportionalitet mellem spændinger og deformationer).

I plasticitets- eller brudteorien kan de 3 spændingskomponenter bestemmes for sig ved hjælp af 2 ligevægtsligninger og Coulomb's lov (brudbetingelsen). Deformationshastighederne kan derefter, om fornødent, bestemmes ved at forudsætte volumenkonstans og sammenfaldende hovedakser for spændinger og deformationer.

For spændingsforløbet langs en såkaldt brudlinie (i hvilken spændingerne tilfredsstiller brudbetingelsen) kan der udledes en differentiaalligning, Kötter's ligning, der kan integreres, når brudliniens geometriske form kendes. Der kan herved opstilles ret simple formler for de indre kræfter i en cirkulær brudlinie. De nødvendige randbetingelser (ved jordoverfladen eller ved en væg) opstilles på en sådan måde, at de to vigtigste beregningsmetoder for simple brudfigurer, ligevægtsmetoden og ekstrametoden, fører til identiske resultater.

Når jordens porer indeholder vand, må man skelne mellem trykket i porevandet og de effektive spændinger mellem kornene. Da det kun er de sidstnævnte, der influerer på jordens forskydningsstyrke, må man i reglen først udskille vandtrykkene, før man kan foretage en brudberegning med de effektive spændinger.

Det viser sig iøvrigt, at jordens forskydningsstyrke vil afhænge af, om et eventuelt brud er drænet (fri af- eller tilgang af porevand) eller udrænet (ingen af- eller tilgang af porevand). Da et hurtigt brud i vandmættet ler vil være udrænet på grund af lerets ringe permeabilitet, medens et langsomt brud vil være drænet, kan der for et bygværk på denne jordart være tale om at undersøge både dets korttidsstabilitet (lige efter opførelsen) og dets langtidsstabilitet (efter fuldstændig konsolidering).

Ved enhver dimensionering må der indføres en vis sikkerhed mod brud. I geoteknikken har det vist sig mest praktisk at indføre den i form af forskellige partialkoefficienter, hvormed man multiplicerer de foreskrevne belastninger og dividerer såvel jordarternes forskydningsstyrker som byggematerialernes brudstyrker. I det således bestemte nominelle brudstadium skal der være ligevægt, hvilket bestemmer de nødvendige dimensioner af konstruktionen.

## 5.11 Spændinger og deformationer

Som allerede nævnt behandles der her kun plane deformationstilstande i en jordmasse. I den betragtede plan, der er lodret og vinkelret på mellemste hovedspændings retning, indlægges et koordinatsystem ved vandret x-akse og lodret z-akse (positiv nedad). Idet trykspændinger regnes positive, og jordens rumvægt er  $\gamma$ , giver de tre statiske ligevægtsligninger for et infinitesimalt jordelement

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = \gamma \quad 5.11.1-3$$

Deformationerne i den betragtede plan kan udtrykkes ved forskydningsvektorens komponenter  $u_x$  og  $u_z$  i koordinataksernes retninger. Idet forkortelser regnes positive, kan de specifikke længde- og vinkelændringer findes af ligningerne

$$\epsilon_x = - \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad \epsilon_z = - \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad \epsilon_{xz} = - \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \quad 5.11.4-6$$

Det plane problem indeholder således i almindelighed 5 ubekendte ( $\sigma_x$   $\sigma_z$   $\tau_{xz}$   $u_x$   $u_z$ ), til hvis bestemmelse man foreløbig kun har de 2 ligninger 5.11.2-3. I elasticitetsteorien fremskaffes som bekendt de manglende 3 ligninger ved hjælp af Hooke's lov, der for den plane og isotrope deformationstilstand giver

$$\epsilon_x = \frac{1+\mu}{E} \left[ (1-\mu)\sigma_x - \mu\sigma_z \right] = - \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad 5.11.7$$

$$\epsilon_z = \frac{1+\mu}{E} \left[ (1-\mu)\sigma_z - \mu\sigma_x \right] = - \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad 5.11.8$$

$$\epsilon_{xz} = \frac{1}{G} \tau_{xz} = - \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \quad 5.11.9$$

hvor  $\mu$  er Poisson's tal, medens  $E$  er elasticitetsmodulen og  $G$  forskydningsmodulen.

Man vil bemærke, at det i den matematiske elasticitetsteori principielt ikke er muligt at beregne spændingerne uden samtidig at bestemme deformationerne. Iøvrigt kræver en fuldstændig løsning af problemet kendskab til randbetingelserne ved det betragtede jordområdes grænselinier. Disse randbetingelser kan referere sig til spændinger eller deformationer eller begge dele.

I plasticitetsteorien er ligevægtsbetingelserne stadig gyldige, men Hooke's lov gælder ikke mere. Den erstattes af en brudbetingelse, der generelt kan udtrykkes som en relation mellem spændingskomponenterne. I geoteknikken anvendes som brudbetingelse Coulomb's lov, der udtrykker, at forskydningsspændingen  $\tau$  i et vilkårligt snit, på hvilket der virker en normalspænding  $\sigma$ , er begrænset ved betingelsen

$$\tau \leq c + \sigma \tan \varphi \quad 5.11.10$$

$c$ , der kaldes kohæsionen, og  $\varphi$ , der kaldes friktionsvinklen, antages at være konstanter for den pågældende jordart.

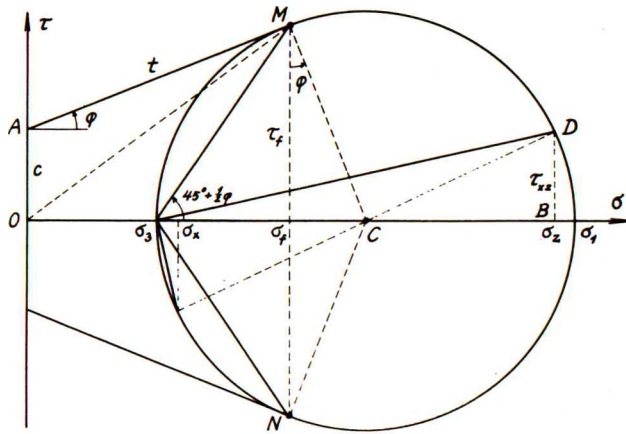


Fig. 5.11. A: Mohr's cirkel for spændinger.

Det bedste overblik over spændingerne i forskellige snit gennem et givet punkt får man ved hjælp af Mohr's cirkel for spændinger (fig. 5.11. A).

I et  $\sigma$ - $\tau$ -diagram afsættes største og mindste hovedspænding ( $\sigma_1$  og  $\sigma_3$ ) på  $\sigma$ -aksen, og med det fremkomne liniestykke som diameter tegnes en cirkel. Koordinaterne til et vilkårligt punkt på denne cirkel vil nu angive spændingerne  $\sigma$  og  $\tau$  i et snit, hvis retning er bestemt ved punktets forbindelseslinie med det til  $\sigma_3$  svarende punkt. Det er herved forudsat, at diagrammet er orienteret således, at  $\sigma$ -aksen angiver retningen af det hovedsnit, på hvilket  $\sigma_1$  virker.

I samme  $\sigma$ - $\tau$ -diagram vil Coulomb's brudbetingelse 5.11.10 afbildes ved to rette linier, der afskærer et stykke  $c$  på  $\tau$ -aksen og danner vinklen  $\varphi$  med  $\sigma$ -aksen. Når disse linier tangerer Mohr's cirkel, er der netop brudtilstand i punktet; ligger de helt uden for cirklen, er brudtilstanden endnu ikke nået. I henhold til Coulomb's lov kan de ikke gennemskære cirklen.

Brudsnittene svarer naturligvis til tangeringspunkterne M og N, og Mohr's cirkel viser, at der i brudtilstanden gennem ethvert punkt går to brudsnit, der danner vinkler  $90^\circ \pm \varphi$  med hinanden. Hovedsnittene halverer vinklerne mellem brudsnittene. Det ses ligeledes, at der optræder de samme spændinger  $\sigma_f$  og  $\tau_f$  i begge brudsnit. Størrelse og retning af den resulterende spænding på et brudsnit kan angives ved den punkterede linie OM, der forbinder diagrammets nulpunkt med det til brudsnittet svarende punkt på cirklen. Denne spænding kan åbenbart også opløses i en forskydnings-spænding  $c$  og en skråt rettet spænding  $t$ , der danner vinklen  $\varphi$  med brudsnittets normal.

For at udtrykke brudbetingelsen ved de tidligere angivne spændingskomponenter ( $\sigma_x$   $\sigma_z$   $\tau_{xz}$ ) bemærker man, at cirkelns radius dels kan fås ved at projicere liniestykkerne  $OA = c$  og  $OC = \frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x)$  på den til brudsnittet svarende radius CM, og dels

kan findes som hypotenusen CD i en retvinklet trekant, hvori kateterne er  $BD = \tau_{xz}$  og  $CB = \frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_x)$ . Dette giver den generelle brudbetingelse

$$(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xz}^2 = \left[ (\sigma_z + \sigma_x) \sin \varphi + 2c \cos \varphi \right]^2 \quad 5.11.11$$

Anvendes denne ligning på hovedspændingerne, fås brudbetingelsen på formen

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi + 2c \cos \varphi \quad 5.11.12$$

Man vil bemærke, at det i den plane plasticitetsteori (i modsætning til elasticitetsteorien) i princippet er muligt at beregne de 3 spændingskomponenter ( $\sigma_x \sigma_z \tau_{xz}$ ) ved hjælp af de 3 ligninger 5.11.2-3 og 11, uden at man i og for sig behøver at interessere sig for deformationerne. Som oftest vil dog en eller flere af randbetingelserne ved det betragtede jordlegemes grænselinier referere sig til deformationerne, og i så fald må disse naturligvis tages i betragtning for at få en fuldstændig og korrekt løsning af problemet. Dette forhold er ofte blevet overset ved de hidtidige anvendelser af plasticitetsteorien i geoteknikken, navnlig i jordtrykslæren.

Hvad deformationerne i den plastiske tilstand angår, må det bemærkes, at det her ikke er selve deformationerne, men deformationshastighederne, der kommer til at indgå i beregningerne. Hvis man for disse deformationshastigheder for nemheds skyld stadig bruger betegnelserne  $u$  og  $\epsilon$ , gælder også i den plastiske tilstand de tidligere opskrevne ligninger 5.11.4-6, forudsat at de omhandlede størrelser stadig kan betragtes som små.

Under denne forudsætning kan man få et overblik over deformationshastighederne i forskellige snit gennem et givet punkt ved hjælp af Mohr's cirkel for deformationer (fig. 5.11. B).

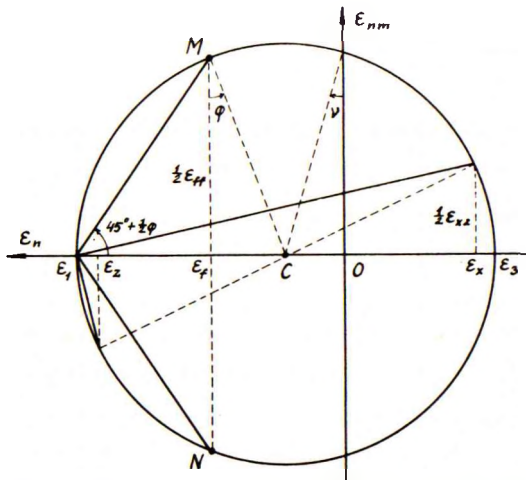


Fig. 5.11. B: Mohr's cirkel for deformationer.

På en vandret  $\epsilon$ -akse afsættes største og mindste specifikke forkortelse ( $\epsilon_1$  og  $\epsilon_3$ ), og med det fremkomne liniestykke som diameter tegnes en cirkel. Koordinaterne til et vilkårligt punkt på denne cirkel vil nu angive henholdsvis den specifikke forkortelse af en linie, hvis retning er bestemt ved punktets forbindelseslinie med det til  $\epsilon_1$  svarende punkt, og ændringen af vinklen mellem denne linie og et af hovedsnittene, hvilket er det samme som den halve ændring af vinklen mellem linien og en derpå vinkelret linie. Det er herved forudsat, at diagrammet er orienteret således, at  $\epsilon$ -aksen angiver retningen af det hovedsnit, hvis specifikke forkortelse er  $\epsilon_3$ .

Selv om man i plasticitetsteorien har opgivet forudsætningen om proportionalitet mellem spændinger og deformationer, gør man dog i reglen den plausible forudsætning, at hoveddeformationerne optræder i de samme snit som hovedspændingerne. Med det angivne valg af akseretninger og fortegnsdefinitioner (tryk og forkortelser positive) svarer de to Mohr'ske cirkler da til hinanden punkt for punkt således, at koordinaterne til et givet punkt på den ene cirkel angiver spændingerne i et bestemt snit, og på den anden cirkel de specifikke længde- og vinkelændringer for samme snit. Derimod svarer betegnelserne ikke til hinanden; f. eks. svarer spændingen  $\sigma_x$  til forkortelsen  $\epsilon_z$  af det snit ( $z$ ), på hvilket  $\sigma_x$  virker. Affiniteten mellem de to Mohr'ske cirkler kan udtrykkes ved relationen

$$\frac{\epsilon_z - \epsilon_x}{\epsilon_{xz}} = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2\tau_{xz}} = \frac{\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_x}{\partial x}}{\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}} \quad 5.11.13$$

Til bestemmelse af forskydningshastighederne  $u_x$  og  $u_z$  kræves endnu en ligning, som fås ved betragtning af jordens volumenændring (dilatation) i brudstadiet. Dilatationen kan karakteriseres ved en vinkel  $\gamma$  (fig. 5.11. B), defineret ved

$$\sin \gamma = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{\epsilon_1 - \epsilon_3} = \frac{\epsilon_z + \epsilon_x}{(\epsilon_z - \epsilon_x)^2 + \epsilon_{xz}^2} \quad 5.11.14$$

$\gamma$  er åbenbart positiv, når jorden formindsker sit volumen, svarende til, at forkortelser regnes positive. Af 5.11.4-6 og 14 fås

$$\left[ \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_x}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right]^2 = \left[ \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \right]^2 : \sin^2 \gamma \quad 5.11.15$$

Når spændingskomponenterne ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$ ) er beregnet, kan forskydningshastighederne ( $u_x$ ,  $u_z$ ) i princippet bestemmes af 5.11.13 og 15 i forbindelse med problemets randbetingelser. Beregningerne bliver dog som oftest særdeles komplicerede.

Ved bruddets begyndelse vil de fleste jordarter udvise enten positiv eller negativ dilatation, men i en fuldt udviklet brudtilstand, hvor der allerede er foregået betydelige plastiske deformationer, må dilatationen antages at være ophørt. Ved de videre



plastiske deformationer kan man derfor forudsætte volumenkonstans ( $\gamma = 0$ ), hvorved 5.11.14-15 simplificeres til

$$\epsilon_z + \epsilon_x = 0 = \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad 5.11.16$$

Hvis man har at gøre med et udrænnet brud, ved hvilket jordens vandindhold ikke ændres, må der iøvrigt regnes med volumenkonstans under hele deformationsprocessen.

Når man forudsætter volumenkonstans, hvilket vil blive gjort i det følgende, skal deformationerne  $\epsilon$  i fig. 5.11. B måles ud fra cirkelens centrum. Det vil da ses, at længdeændringerne er nul i de to snit, der danner vinkler på  $45^\circ$  med hovedsnittene og vinkler på  $\frac{1}{2}\varphi$  med brudsnittene. Det fremgår endvidere, at begge brudsnit forkorter sig, svarende til

$$\epsilon_f = \epsilon_1 \sin \varphi \quad 5.11.17$$

medens den spidse vinkel mellem brudlinierne forøges, svarende til

$$\epsilon_{ff} = 2\epsilon_1 \cos \varphi = 2\epsilon_f \cot \varphi \quad 5.11.18$$

## 5.12 Brudfigurer

En brudlinie er en kurve, hvis punkter alle befinder sig i brudtilstanden, og hvis tangent i ethvert punkt angiver retningen af et brudsnit gennem punktet. Brudlinier kaldes undertiden også for spændings-karakteristikker. I modsætning hertil forstås ved deformations-karakteristikker kurver, hvis tangent angiver retningen af et snit, i hvilket der ingen længdeændringer sker.

En brudzone, også kaldet en plastisk zone, er et område af endelig udstrækning, hvis punkter alle befinder sig i brudtilstanden. Gennem ethvert punkt af en brudzone går der to brudlinier, der danner vinkler på  $90^\circ \pm \varphi$  med hinanden. Undertiden indeholder en brudzone et eller nogle få singulære punkter; gennem et sådant kan der gå uendelig mange brudlinier.

Ved en elastisk zone forstås man et område af endelig udstrækning, i hvis indre intet punkt er i brudtilstanden. En elastisk zone kan derimod godt helt eller delvis være begrænset af brudlinier eller deformationskarakteristikker. Da elastiske deformationer i reglen kan forudsættes at være små af højere orden end de plastiske, kan en elastisk zone betragtes som stiv i forhold til en plastisk.

Skillelinien mellem to plastiske zoner, to elastiske zoner eller en plastisk og en elastisk zone vil normalt være en brudlinie, i specielle tilfælde en indhyllingskurve for brudlinier. Der foreligger iøvrigt også den mulighed, at skillelinien kan være en deformationskarakteristik (Bent Hansen 1958).

Det samlede system af brudlinier i en jordmasse kaldes en brudfigur; den kan bestå af en eller flere plastiske eller elastiske zoner. Principielt bør en brudfigur være både statisk og kinematisk mulig. Det første betyder, at alle 3 ligevægtsbetingelser skal være tilfredsstillet for hver enkelt zone. Det sidste betyder, at deformationerne af de enkelte zoner skal passe sammen, både indbyrdes og med deformationerne af eventuelle tilgrænsende konstruktioner.

Den simpleste brudfigur er et liniebrud, ved hvilket brudbetingelsen kun er opfyldt i alle punkter på en bestemt kurve. På begge sider af denne kurve, der her forudsættes at være en brudlinie (men muligvis også kan være en deformations-karakteristik), har man en elastisk zone, og da sådanne kan betragtes som stive, vil en relativ bevægelse langs brudlinien kun kunne ske, når brudlinien er en cirkel eller (specielt) en ret linie. Hvis den ene elastiske zone ligger fast, vil den anden simpelt hen dreje sig som et stift legeme om brudcirkelns centrum (henholdsvis parallelforskyde sig i den rette brudlinies retning).

Man kan iøvrigt skelne mellem 3 forskellige typer af liniebrud (fig. 5.12. A).

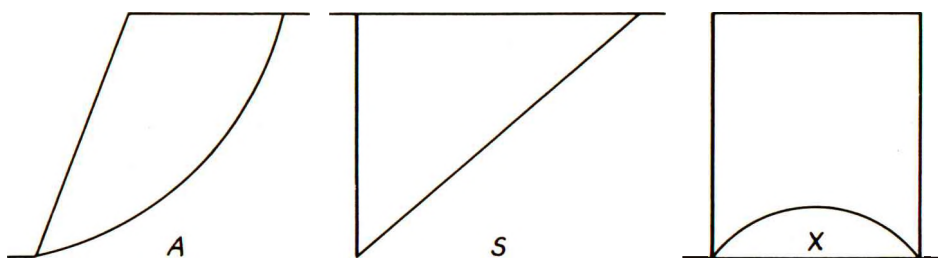


Fig. 5.12. A: Liniebrud.

Det konkave brud (A), i hvilket den drejende jordmasse ligger på brudcirkelns konkave side, forekommer f. eks. ved skred i skråninger. Det konvekse brud (X), i hvilket den drejende jordmasse ligger på brudcirkelns konvekse side, forekommer f. eks. i cellefangedæmninger. Overgangsformen, det retliniede brud (S), forekommer f. eks. foran ankerplader.

En anden relativt simpel brudfigur er et zonebrud, ved hvilket brudbetingelsen er opfyldt i alle punkter inden for et bestemt område. Bevægelserne i denne plastiske zone består dels i vinkel- og længdeændringer af de enkelte jordelementer, dels i glidninger, specielt langs en begrænsende brudlinie, der i dette tilfælde ikke behøver at være cirkulær eller ret. I det almindelige tilfælde er en eksakt bestemmelse af deformationerne temmelig kompliceret, men man kan ofte nøjes med simple, kvalitative betragtninger.

Der kan forekomme mange forskellige typer af zonebrud, men inden for geoteknikken er de vigtigste de på fig. 5.12. B viste.

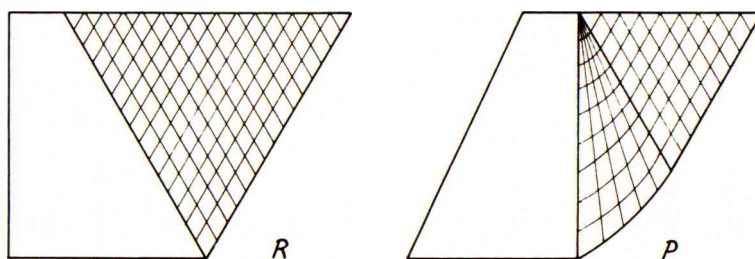


Fig. 5.12.B: Zonebrud.

Det kan vises, at den plane plasticitetsteoris 3 grundligninger (5.11.2-3 og 11) i det mindste har een simpel løsning, svarende til to sæt rette, parallelle brudlinier. Dette såkaldte Rankine-brud (R) forekommer f. eks. ved støttemure, når disses bagside har en ganske bestemt hældning eller ruhed. Iøvrigt er det praktisk at udvide betegnelsen R til også at omfatte plastiske zoner med krumme brudlinier, blot disse zoner ikke indeholder hverken singulære punkter eller indhyllingskurver for brudlinier.

En anden simpel løsning af den plane plasticitetsteoris grundligninger kan findes i det specielle tilfælde  $\gamma = 0$  (eller  $\varphi = 0$ ). Det ene sæt brudlinier kan da bestå af konfokale logaritmiske spiraler (cirkler for  $\varphi = 0$ ), og det andet sæt af rette linier gennem polen, der er et singulært punkt. Et sådant brud kaldes et Prandtl-brud (P), men det er praktisk at udvide denne betegnelse til også at omfatte andre typer af plastiske zoner, blot de indeholder enten et singulært punkt eller en indhyllingskurve for brudlinier.

Et Prandtl-brud forekommer f. eks. ved støttemure med fuldstændig ru bagside; denne vil da være en indhyllingskurve for brudlinier, og dens skæring med jordoverfladen et singulært punkt. P-zoner forekommer sjældent alene, men ofte i kombination med R-zoner som i det angivne eksempel (fig. 5.12.B tilhøjre). For simpelhed skyld betegnes dog hele denne brudfigur som et P-brud. I det generelle tilfælde  $\gamma \neq 0$ ,  $\varphi \neq 0$  er intet af brudlinie-sættene i den egentlige P-zone simple matematiske kurver, medens de i R-zonen stadig kan være rette linier.

Foruden rene liniebrud og rene zonebrud kan der forekomme såkaldte kombinerede brud, der indeholder mindst 2 elastiske eller plastiske zoner. Skillelinierne mellem de enkelte zoner forudsættes her at være brudlinier.

Man kan skelne mellem forskellige typer af kombinerede brud, alt efter den relative beliggenhed af de brudlinier, der afgrænser to nabozoner nedadtil (fig. 5.12.C).

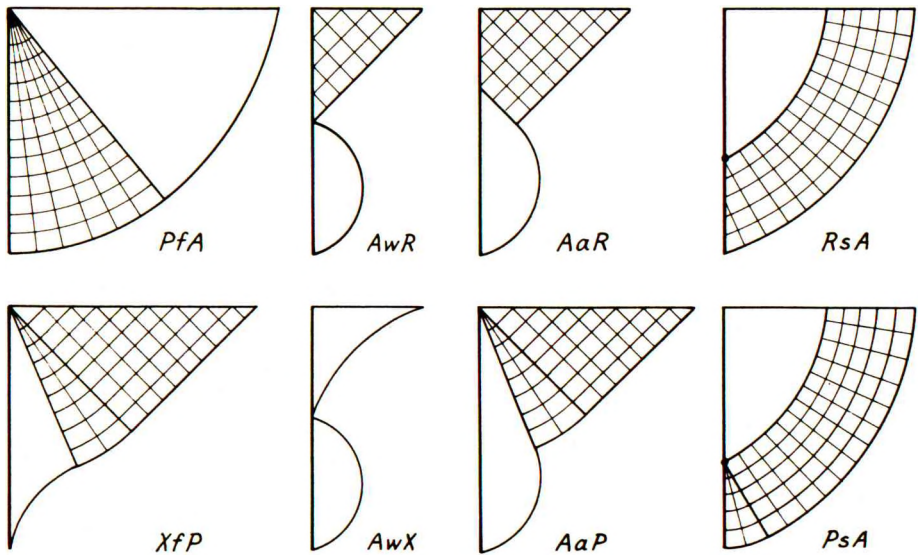


Fig. 5.12.C: Nogle kombinerede brud.

De nævnte begrænsende brudlinier kan flugte med hinanden (f-brud) eller møde hinanden under en vinkel, enten ved væggen (w-brud) eller i en vis afstand fra væggen (a-brud). Endelig kan de være helt skilt fra hinanden (s-brud). Ved a-brud, men ikke ved w-brud, skal de to brudlinier danne vinklerne  $90^\circ + \varphi$  med hinanden.

I fig. 5.12.C er vist nogle vigtige og typiske eksempler på kombinerede brud med 2 zoner (tegnet for  $\varphi = 0$ ). Betegnelsen for et sådant kombineret brud fremkommer ved, at man først skriver det store bogstav, som betegner den nederste zone, dernæst det lille bogstav, som angiver relationen mellem de begrænsende brudlinier, og tilsidst det store bogstav, som betegner den øverste zone.

Såfremt jorden er i besiddelse af kohæsion, så den kan stå frit på en del af højden, eller såfremt der danner sig et flydecharnier i væggen og dennes nederste del står fast, behøver den begrænsende brudlinie ikke nødvendigvis at udgå fra væggens nederste punkt eller ende ved jordoverfladen, som i de ovenfor angivne eksempler. Fig. 5.12.D viser nogle simple eksempler på de brudfigurer, der kan optræde under de her nævnte omstændigheder (tegnet for  $\varphi = 0$ ).

De fleste af de kombinerede brudfigurer, man kan optegne, viser sig ved en nærmere undersøgelse at være enten statisk eller kinematisk umulige. Det gælder dog ikke de i fig. 5.12.C viste figurer, af hvilke de 6 til venstre svarer til forskellige bevægelser af en stiv væg, medens de 2 til højre svarer til en væg med et flydecharnier ved overgangen mellem de to zoner. De i fig. 5.12.D viste brudfigurer er ligeledes statisk og kinematisk mulige, i hvert fald under visse omstændigheder.

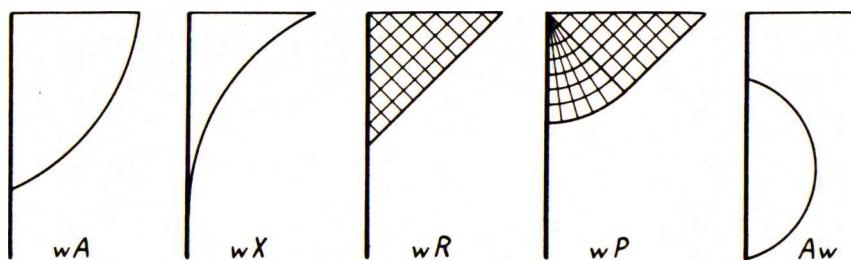


Fig. 5.12.D: Specielle w-brud.

## 5.13 Indre kræfter i brudlinie

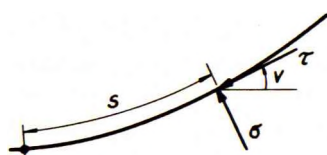


Fig. 5.13.A: Brudlinie.

For at kunne foretage beregninger for selv de simpleste af de i det foregående afsnit omtalte brudfigurer er det i reglen nødvendigt at kunne bestemme spændingerne i en brudlinie af en given geometrisk form. Et vilkårligt punkt af brudlinien kan karakteriseres ved buelængden  $s$ , målt ud fra et fast punkt, samt den vinkel  $v$ , som tangenten danner med vandret (fig. 5.13.A).

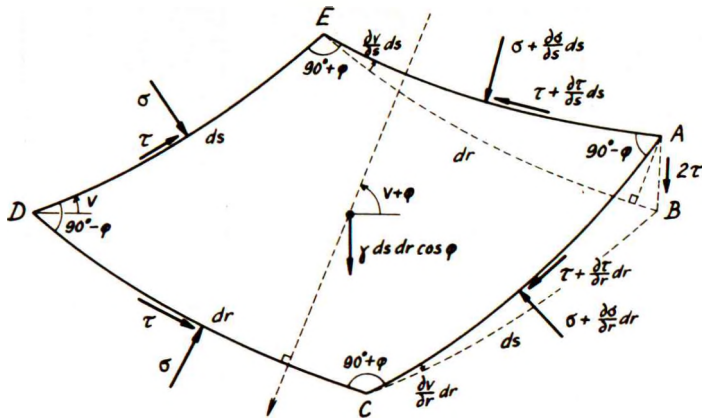
Når spændingerne i selve brudlinien simpelthen betegnes  $\sigma$  og  $\tau$  (uden den tidligere anvendte indeks  $f$ ), får man af 5.11.10 følgende generelle relation mellem spændingerne  $\sigma$  og  $\tau$  i en brudlinie

$$\sigma = (\tau - c) \cot \varphi \quad 5.13.1$$

Alle størrelserne  $s$ ,  $v$ ,  $\tau$ ,  $c$  og  $\varphi$  skal regnes med fortegn. De positive retninger af  $s$  og  $v$  er vist på fig. 5.13.A.  $\tau$ ,  $c$  og  $\varphi$  regnes positive, når  $\tau$  på jorden over brudlinien virker i den på figuren viste retning, altså modsat den positive retning af  $s$ ; i dette tilfælde taler man om passivt tryk i brudlinien. Det modsatte tilfælde benævnes aktivt tryk; her skal  $\tau$ ,  $c$  og  $\varphi$  regnes negative.

Man betragter nu en lille elementarfirkant, begrænset af 4 krumme brudlinier (fig. 5.13.B). Buelængderne i de to sæt brudlinier benævnes henholdsvis  $s$  og  $r$ .

Det viser sig nu, at man ved at projicere på en akse, som danner vinklen  $v + \varphi$  med vandret, kan få en ligevægtsligning frem, som ikke indeholder afledede i retningen  $r$ , men kun afledede i retningen  $s$ . For det første kan man se helt bort fra alle de konstante spændingsbidrag  $\sigma$ , da de hertil svarende kræfter må være i ligevægt uanset firkantens form. For det andet ville de konstante spændingsbidrag  $\tau$  i "paral-



5.13. B: Elementarfirkant mellem brudlinier.

lelogrammet" BCDE være i ligevægt; resultanten af de konstante spændinger  $\tau$  i fir-kanten ACDE kan derfor fås ved vektoriel sammensætning af AE og EB, samt AC og CB, hvilket åbenbart svarer til en spænding  $2\tau$  langs liniestykket AB. Ved beregningen af de resterende spændingsbidrag er det tilstrækkelig nøjagtigt at sætte fir-kantens sidelængder lig henholdsvis  $ds$  og  $dr$ , idet man herved ser bort fra størrelser, der er små af højere end anden orden. Man får da

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial s} ds dr - \frac{\partial \sigma}{\partial r} dr ds \sin \varphi + \frac{\partial \tau}{\partial r} dr ds \cos \varphi \\ + 2\tau \frac{\partial v}{\partial s} ds dr + \gamma ds dr \cos \varphi \sin(v+\varphi) = 0 \end{aligned} \quad 5.13.2$$

Ved anvendelse af 5.13.1 kan 5.13.2 reduceres til

$$\frac{\partial \tau}{\partial s} + 2\tau \frac{\partial v}{\partial s} \tan \varphi + \gamma \sin \varphi \sin(v+\varphi) = 0 \quad 5.13.3$$

Dette er Kötter's ligning (1903), som først blev udledt for kohæsiøsløs jord ( $c = 0$ ). Senere viste Jaky (1936), at den også er gyldig for  $c \neq 0$ .

I et liniebrud må brudlinien af kinematiske grunde være en cirkel eller en ret linie. I et zonebrud kan brudliniernes nøjagtige form være mere kompliceret, men til praktisk brug er det dog i reglen tilstrækkelig nøjagtigt at approksimere en brudlinie ved nogle få cirkelbuer og rette liniestykker. Da en ret linie er et specielt tilfælde af en cirkel, vil det således i praksis være tilstrækkeligt at kunne beregne spændingerne i en cirkulær brudlinie. For en sådan er radius bestemt ved

$$r = \frac{\partial s}{\partial v} \quad 5.13.4$$

Ved anvendelse heraf simplificeres Kötter's ligning til

$$\frac{\partial \tau}{\partial v} + 2\tau \tan \varphi + \gamma r \sin \varphi \sin(v+\varphi) = 0 \quad 5.13.5$$

der bestemmer den søgte variation af forskydningsspændingen  $\tau$  langs en brudcirkel.

For  $r =$  konstant kan løsningen af denne ligning skrives på formen

$$\tau = C e^{-2v \tan \varphi} + \gamma r \sin \varphi \cos \psi \cos(v+\varphi+\psi) \quad 5.13.6$$

hvor  $C$  er en konstant spænding, som må bestemmes ved en randbetingelse, medens  $\psi$  er en konstant vinkel, defineret ved

$$\tan \psi = 2 \tan \varphi \quad 5.13.7$$

Hvis man kender et sammenhørende værdisæt  $\tau_0$  og  $v_0$  i et vilkårligt punkt (0) af brudcirklen, kan  $C$  bestemmes af 5.13.6

$$C = e^{2v_0 \tan \varphi} \left[ \tau_0 - \gamma r \sin \varphi \cos \psi \cos(v_0+\varphi+\psi) \right] \quad 5.13.8$$

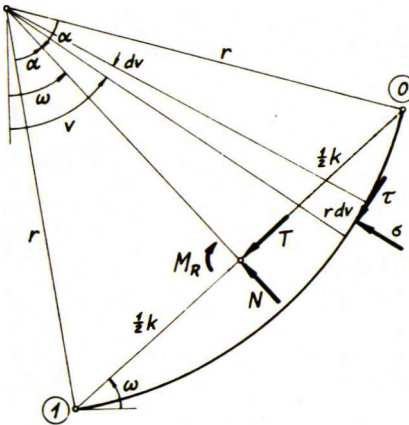


Fig. 5.13. C: Brudcirkel.

Ved bestemmelsen af spændingen  $\tau_1$  i et vilkårligt punkt (1) af brudcirklen vil det være praktisk at karakterisere cirkelbuen mellem punkterne 0 og 1 ved følgende tre geometriske størrelser (fig. 5.13. C)

- 1) Den halve centervinkel  $\alpha$  (positiv for en opad konkav cirkel, negativ for en opad konveks).
- 2) Kordens vinkel med vandret  $\omega$  (positiv, når punkt 0 ligger højere end punkt 1, negativ, når det ligger lavere).
- 3) Kordens længde  $k$  (altid positiv).

Man har da rent geometrisk

$$v_0 = \omega + \alpha \quad v_1 = \omega - \alpha \quad r = k : 2 \sin \alpha \quad 5.13.9-11$$

Når forskydningsspændingen  $\tau_1$  bestemmes af 5.13.6 i forbindelse med 5.13.8 og udtrykkene 5.13.9-11 indsættes, kan den fremkomne ligning skrives på formen

$$\tau_1 = \gamma k (\tau^x \sin \omega + \tau^y \cos \omega) + \tau_0 \tau^z \quad 5.13.12$$

hvor koefficienterne  $\tau^x$ ,  $\tau^y$  og  $\tau^z$  er bestemt ved udtrykkene

$$\tau^z = e^{4\alpha \tan \varphi} \quad 5.13.13$$

$$\tau^x = \frac{\sin \varphi \cos \psi}{2 \sin \alpha} \left[ \tau^z \sin(\psi+\varphi+\alpha) - \sin(\psi+\varphi-\alpha) \right] \quad 5.13.14$$

$$\tau^y = \frac{\sin \varphi \cos \psi}{2 \sin \alpha} \left[ -\tau^z \cos(\psi+\varphi+\alpha) + \cos(\psi+\varphi-\alpha) \right] \quad 5.13.15$$

Resultanten R af samtlige indre spændinger i brudcirklen har en komponent N vinkelret på korden, en komponent T parallel med korden, og et moment  $M_R$  om kordens midte. De positive retninger af disse størrelser er vist på fig. 5.13. C; hvis punkterne 0 og 1 ombyttes, skifter T og  $M_R$  fortegn. Iøvrigt har man

$$N = \int_{v_1}^{v_0} \left[ \sigma \cos(v-\omega) - \tau \sin(v-\omega) \right] r \, dv \quad 5.13.16$$

$$T = \int_{v_1}^{v_0} \left[ \sigma \sin(v-\omega) + \tau \cos(v-\omega) \right] r \, dv \quad 5.13.17$$

$$M_R = \int_{v_1}^{v_0} \left[ \tau - \tau \cos \alpha \cos(v-\omega) - \sigma \cos \alpha \sin(v-\omega) \right] r^2 \, dv \quad 5.13.18$$

For  $\sigma$  indsættes 5.13.1 og dernæst for  $\tau$  5.13.6 og 8. Integrationerne foretages, og udtrykkene 5.13.9-11 indsættes. Herved fås følgende fundamentale formler

$$N = \gamma k^2 (N^X \sin \omega + N^Y \cos \omega) + \tau_0 k N^Z - ck \cot \varphi \quad 5.13.19$$

$$T = \gamma k^2 (T^X \sin \omega + T^Y \cos \omega) + \tau_0 k T^Z \quad 5.13.20$$

$$M_R = \gamma k^3 (M^X \sin \omega + M^Y \cos \omega) + \tau_0 k^2 M^Z \quad 5.13.21$$

hvor koefficienterne er bestemt ved udtrykkene

$$N^X = \frac{\cos^2 \psi}{8 \sin^2 \alpha} \left[ \cos 2\psi - \sec \psi \cos(\psi - 2\alpha) \cos 2\varphi - 2\alpha \tan \psi - \tau^Z (\cos(2\psi + 2\alpha) - \cos 2\varphi) \right] \quad 5.13.22$$

$$N^Y = \frac{\cos^2 \psi}{8 \sin^2 \alpha} \left[ \sin 2\psi - \sec \psi \cos(\psi - 2\alpha) \sin 2\varphi + 2\alpha - \tau^Z (\sin(2\psi + 2\alpha) - \sin 2\varphi) \right] \quad 5.13.23$$

$$N^Z = \frac{\cos \psi}{2 \sin \alpha \sin \varphi} \left[ \tau^Z \sin(\psi - \varphi + \alpha) - \sin(\psi - \varphi - \alpha) \right] \quad 5.13.24$$

$$T^X = \frac{\cos^2 \psi}{8 \sin^2 \alpha} \left[ -\sin 2\psi - \sec \psi \cos(\psi - 2\alpha) \sin 2\varphi - 2\alpha + \tau^Z (\sin(2\psi + 2\alpha) + \sin 2\varphi) \right] \quad 5.13.25$$



$$\Gamma^Y = \frac{\cos^2 \psi}{8 \sin^2 \alpha} \left[ \cos 2\psi + \sec \psi \cos(\psi - 2\alpha) \cos 2\varphi \right. \\ \left. - 2\alpha \tan \psi - \tau^Z (\cos(2\psi + 2\alpha) + \cos 2\varphi) \right] \quad 5.13.26$$

$$\Gamma^Z = \frac{\cos \psi}{2 \sin \alpha \sin \varphi} \left[ \tau^Z \cos(\psi - \varphi + \alpha) - \cos(\psi - \varphi - \alpha) \right] \quad 5.13.27$$

$$M^X = \frac{\cos \psi \cot \alpha}{16 \sin^2 \alpha} \left[ 2\alpha \cos \psi + \sin 2\varphi \cos(\psi - 2\alpha) + \cos \psi \sin 2\psi \right. \\ \left. - 4 \sin \varphi \sin(\psi + \varphi) \tan \alpha - \cos \varphi \sec \alpha \sin(\psi + \varphi + \alpha) \right. \\ \left. - \tau^Z (2 \cos \psi \cos(\psi - \varphi + \alpha) - \cos \varphi \sec \alpha) \sin(\psi + \varphi + \alpha) \right] \quad 5.13.28$$

$$M^Y = \frac{\cos \psi \cot \alpha}{16 \sin^2 \alpha} \left[ 2\alpha \sin \psi - \cos 2\varphi \cos(\psi - 2\alpha) - \cos \psi \cos 2\psi \right. \\ \left. + 4 \sin \varphi \cos(\psi + \varphi) \tan \alpha + \cos \varphi \sec \alpha \cos(\psi + \varphi + \alpha) \right. \\ \left. + \tau^Z (2 \cos \psi \cos(\psi - \varphi + \alpha) - \cos \varphi \sec \alpha) \cos(\psi + \varphi + \alpha) \right] \quad 5.13.29$$

$$M^Z = \frac{\cot \alpha}{8 \sin \alpha \sin \varphi} \left[ 2 \cos \psi \cos(\psi - \varphi - \alpha) - \cos \varphi \sec \alpha \right. \\ \left. - \tau^Z (2 \cos \psi \cos(\psi - \varphi + \alpha) - \cos \varphi \sec \alpha) \right] \quad 5.13.30$$

Som det vil ses af 5.13.13-15 og 22-30, er samtlige 12 koefficienter dimensionsløse og iøvrigt kun funktioner af  $\alpha$  og  $\varphi$ , men ikke af  $\omega$ . For alle hele værdier af  $\varphi$  mellem  $0^\circ$  og  $45^\circ$ , og for alle hele værdier af  $\alpha$  mellem  $-90^\circ$  og  $+90^\circ$ , kan værdierne af de 12 koefficienter findes i tabellerne i Geoteknisk Instituts Bulletin No. 2 (Brinch Hansen 1957).

I det specielle tilfælde  $\alpha = 0$ , altså for en ret brudlinie, fås

$$\tau_1 = \gamma k \sin \varphi \sin(\omega + \varphi) + \tau_0 \quad 5.13.31$$

$$N = \frac{1}{2} \gamma k^2 \cos \varphi \sin(\omega + \varphi) + (\tau_0 - c) k \cot \varphi \quad 5.13.32$$

$$\Gamma = \frac{1}{2} \gamma k^2 \sin \varphi \sin(\omega + \varphi) + \tau_0 k \quad 5.13.33$$

$$M_R = \frac{1}{12} \gamma k^3 \cos \varphi \sin(\omega + \varphi) \quad 5.13.34$$

I det specielle tilfælde  $\varphi = 0$ , altså for friktionsløs jord, kan  $\tau$  ikke bruges som variabel, da den bliver konstant lig  $c$ . I stedet anvendes  $\sigma$ . Ved at multiplicere

Kötter's ligning 5.13.5 med  $\cot \varphi$ , anvende 5.13.1 og dernæst sætte  $\varphi = 0$ , fås

$$\frac{\partial \sigma}{\partial v} + 2c + \gamma r \sin v = 0 \quad 5.13.35$$

med følgende løsning for  $r = \text{konstant}$  (cirkel)

$$\sigma = C_0 - 2cv + \gamma r \cos v \quad 5.13.36$$

Ved at gå frem som før får man fundamentalformlerne for tilfældet  $\varphi = 0$  på formen

$$\sigma_1 = \gamma k \sin \omega + c \sigma_0^Z + \sigma_0 \quad 5.13.37$$

$$N = \gamma k^2 \left( \frac{1}{2} \sin \omega + N_0^Y \cos \omega \right) + ck N_0^Z + \sigma_0 k \quad 5.13.38$$

$$T = \gamma k^2 T_0^X \sin \omega + ck T_0^Z \quad 5.13.39$$

$$M_R = \gamma k^3 M_0^X \sin \omega + ck^2 M_0^Z \quad 5.13.40$$

hvor koefficienterne, der ligeledes findes i G.I. Bulletin No. 2, er bestemt ved

$$\sigma_0^O = 2N_0^Z = 4\alpha \quad T_0^Z = 2\alpha \cot \alpha - 1 \quad 5.13.41-42$$

$$N_0^Y = -T_0^X = \frac{1}{4}(\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha) \quad 5.13.43$$

$$M_0^X = \frac{1}{2}N_0^Y \cot \alpha \quad M_0^Z = 2T_0^X + \alpha \quad 5.13.44-45$$

Formlerne for en ret brudlinie i friktionsløs jord ( $\alpha = 0$ ,  $\varphi = 0$ ) fås af 5.13.31-34 ved heri at sætte  $\varphi = 0$ .

#### 5.14 Beregningsmetoder

De to vigtigste metoder til beregning af brudfigurer er ekstremmetoden og ligevægtsmetoden. For begge disse metoder skal der senere gives en mere udførlig, generel beskrivelse. Her skal blot de almindelige principper belyses ved et simpelt eksempel (fig. 5.14.A).

Man betragter en glat, lodret væg, der understøtter friktionsløs jord ( $\varphi = 0$ ) med en vandret overflade, på hvilken der virker en lodret enhedsbelastning  $p$ . Jorden har rumvægten  $\gamma$  og en kohæsion  $c$ . Man skal bestemme størrelsen af den vandrette kraft  $E$ , hvormed væggen skal påvirkes i en given højde  $z_p$  over dens fod for at frembringe en bruttilstand i jorden. Brudfigurens geometriske form kendes ikke på forhånd, men den nederste brudlinie må gå gennem væggenes fod og kan, i tilfældet  $\varphi = 0$ , approksimeres ved en cirkel, hvis centrum dog foreløbig har en ubekendt beliggenhed.

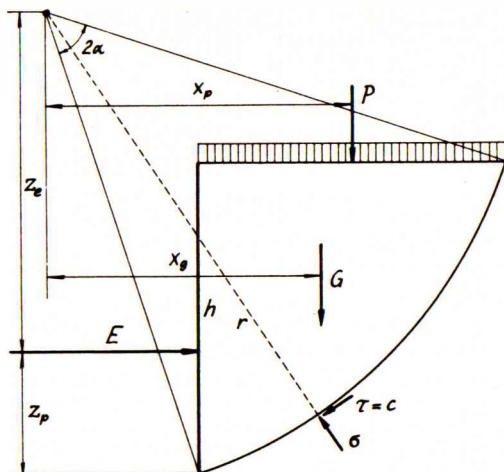


Fig. 5.14. A: Jordtryksberegning ved ekstremmetoden.

Ved anvendelse af ekstremmetoden begynder man med på skøn at udvælge en cirkel til nærmere undersøgelse (fig. 5.14. A). Når cirklen er fastlagt, kan man let bestemme egenvægten  $G$  af jordlegemet over cirklen, samt nyttelasten  $P$  på dette jordlegemes overflade. De eneste andre kræfter, der virker på jordlegemet, er jordtrykket  $E$  og de indre spændinger  $\sigma$  og  $\tau = c$  i brudcirklen. Af de nævnte størrelser er  $E$  og  $\sigma$  ubekendte, men ved at tage momenterne om cirkelns centrum udgår normalspændingerne  $\sigma$ , der jo alle er rettet mod centret, og momentligningen bestemmer derfor jordtrykket  $E$  svarende til den valgte cirkel

$$E = (G x_g + P x_p + 2\alpha r^2 c) : z_e \quad 5.14.1$$

Ved anvendelse af en anden cirkel findes naturligvis en anden værdi af  $E$ , og da cirkelns parametre  $r$  og  $\alpha$  kan variere uafhængigt af hinanden, kan der faktisk findes en dobbelt uendelighed af  $E$ -værdier. Af disse skal man ifølge ekstremmetodens princip udvælge en ekstrem værdi, d. v. s. enten et maksimum eller et minimum; i det foreliggende tilfælde et minimum. Denne ekstreme værdi er den søgte løsning. Den kan naturligvis bestemmes analytisk ved betingelserne

$$\frac{\partial E}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial E}{\partial \alpha} = 0 \quad 5.14.2-3$$

idet  $E$ ,  $r$  og  $\alpha$  da kan findes af de tre ligninger 5.14.1-3, men i praksis er det i reglen hurtigere at bestemme den ved forsøg med nogle få forskellige cirkler. Den cirkel, der giver den ekstreme værdi af  $E$ , kaldes den kritiske.

At den således fundne løsning tilfredsstiller Coulomb's brudbetingelse for  $\varphi = 0$  ( $\tau \leq c$ ) kan ses deraf, at kraften min.  $E$  netop holder ligevægt med forskydningsspændingerne  $\tau = c$  i den kritiske cirkel, medens den for enhver anden cirkel er mindre

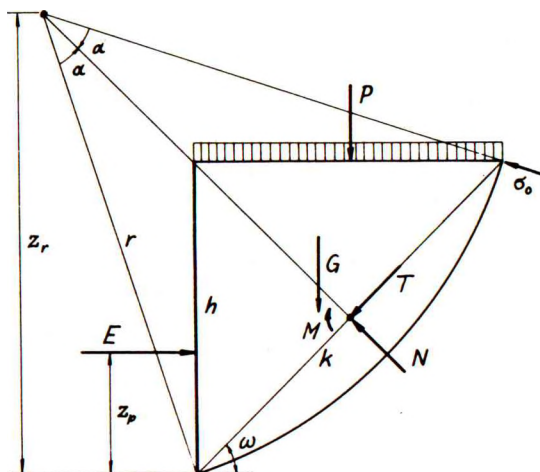


Fig. 5.14. B: Jordtryksberegning ved ligevægtsmetoden.

end den kraft  $E$ , der skulle til at holde ligevægt med spændingerne  $\tau = c$  i den pågældende cirkel.

Ved anvendelse af ligevægtsmetoden på det samme eksempel karakteriserer man den ubekendte kritiske cirkel ved centervinklen  $2\alpha$ , kordelængden  $k$  og kordens vinkel med vandret  $\omega$  (fig. 5.14. B). Disse størrelser er dog ikke indbyrdes uafhængige, idet  $k$  kan udtrykkes ved  $\omega$  og den givne væghøjde  $h$

$$k = h : \sin \omega \quad 5.14.4$$

Kræfterne  $G$  og  $P$ , samt deres momenter  $M_G$  og  $M_P$  om kordens midtpunkt, kan rent geometrisk udtrykkes som simple funktioner af  $\alpha$ ,  $\omega$  og  $k$ . De indre kræfter i brudcirklen kan sammensættes til en resultant, hvis komponenter  $N$ ,  $T$  og  $M_R$  for  $\varphi = 0$  er givet ved udtrykkene 5.13.38-40. I disse indgår spændingen  $\sigma_0$  i det punkt af brudlinien, hvor den møder jordoverfladen, men forudsættes  $\sigma_0$  givet ved en randbetingelse, indeholder problemet kun de 3 ubekendte  $\alpha$ ,  $\omega$  og  $E$ .

Ifølge ligevægtsmetodens princip bestemmes disse 3 ubekendte ved hjælp af de 3 statiske ligevægtsbetingelser for jordlegemet over brudcirklen. Ved at projicere på henholdsvis en lodret og en vandret linie, og tage momenterne om væggenes fod, fås

$$N \cos \omega - T \sin \omega - G - P = 0 \quad 5.14.5$$

$$E = N \sin \omega + T \cos \omega \quad 5.14.6$$

$$E z_p = N \cdot \frac{1}{2}k - (G+P) \cdot \frac{1}{2}k \cos \omega - M_R - M_G - M_P \quad 5.14.7$$

Disse ligninger løses lettest ved at skønne en værdi af  $\alpha$  og derefter successivt bestemme de tilsvarende værdier af  $\omega$ ,  $E$  og  $z_p$  ved 5.14.5-7.  $\alpha$  må derefter ændres, indtil det fundne  $z_p$  har den givne værdi.

Man vil se, at medens ekstremmetoden altid giver et entydigt resultat, vil ligevægtsmetodens resultat åbenbart afhænge af den randbetingelse, ved hvilken  $\sigma_0$  bestemmes.

## 5.15 Randbetingelser

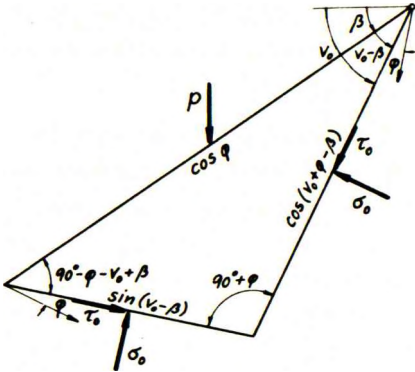


Fig. 5.15. A: Element mellem brudlinier og jordoverflade.

I de fundamentale formler for  $\tau_1$ ,  $N$ ,  $T$  og  $M_R$  indgår en spænding  $\tau_0$ , som kun kan bestemmes ved en randbetingelse; normalt i det punkt, hvor brudlinien møder en jordoverflade (fig. 5.15. A).

Jordoverfladen danner en vinkel  $\beta$  med vandret (positiv, når overfladen stiger henimod punkt 0). Den kan være påvirket af en lodret belastning  $p$  pr. arealenhed af den skrå overflade. Der betragtes et infinitesimalt jordelement, begrænset af overfladen og to brudlinier. Fig. 5.15. A viser de angribende kræfter; elementets egenvægt er lille af højere orden. Ved projektion på to akser vinkelrette på brudlinierne fås henholdsvis

$$\begin{aligned} \sigma_0 \sin(v_0 - \beta) + \sigma_0 \sin \varphi \cos(v_0 + \varphi - \beta) \\ - \tau_0 \cos \varphi \cos(v_0 + \varphi - \beta) - p \cos \varphi \sin(v_0 + \varphi) = 0 \end{aligned} \quad 5.15.1$$

$$\begin{aligned} \sigma_0 \cos(v_0 + \varphi - \beta) + \sigma_0 \sin \varphi \sin(v_0 - \beta) \\ - \tau_0 \cos \varphi \sin(v_0 - \beta) - p \cos \varphi \cos v_0 = 0 \end{aligned} \quad 5.15.2$$

Ved at anvende 5.13.1 kan man eliminere både  $\sigma_0$  og  $\tau_0$  og får da ligningen

$$\begin{aligned} c \sin \beta \sin(2v_0 + \varphi - \beta) + (p \tan \varphi + c \cos \beta) \cos(2v_0 + \varphi - \beta) \\ + p \sec \varphi \sin \beta = 0 \end{aligned} \quad 5.15.3$$

Ved løsning af denne findes

$$\tan(v_0 + \frac{1}{2}\varphi - \frac{1}{2}\beta) = \frac{c \cos \varphi \sin \beta + \sqrt{c^2 \cos^2 \varphi + pc \sin 2\varphi \cos \beta + p^2 (\sin^2 \varphi - \sin^2 \beta)}}{c \cos \varphi \cos \beta + p(\sin \varphi - \sin \beta)} \quad 5.15.4$$

Den vinkel  $v_0$ , som findes af 5.15.3 eller 4, er den statisk korrekte vinkel. Når denne kendes, kan man beregne  $\tau_0$  af 5.15.1, idet man benytter sig af 5.13.1

$$\tau_0 = \frac{p \sin \varphi \sin(v_0 + \varphi) + c \cos \varphi \sin(v_0 + \varphi - \beta)}{\sin(v_0 - \beta)} \quad 5.15.5$$

Ved et zonebrud er det som oftest muligt at lade brudlinierne møde jordoverfladen og andre grænseflader under de statisk korrekte vinkler. I et liniebrud må man derimod give afkald på at opfylde denne betingelse, da der ellers ville blive for få geometriske variable tilbage til også at opfylde de (formentlig vigtigere) statiske betingelser for den elastiske zone over brudlinien.

Herved støder man imidlertid på den vanskelighed, at når vinklen  $v_0$  ikke er den statisk korrekte, kan man af fig. 5.15.A finde uendelig mange forskellige værdier af  $\tau_0$ , afhængigt af projektionsaksens retning. Da  $\tau_0$  (eller  $\sigma_0$ ) indgår i ligevægtsmetodens formler, bliver det også her muligt at finde uendelig mange forskellige løsninger, og spørgsmålet er så, hvilken af disse der er den korrekte.

Dette problem kan løses (Brinch Hansen 1953) ved sammenligning med ekstremmetoden, der jo - når den overhovedet kan anvendes - altid fører til én bestemt løsning. Det viser sig herved, at ligevægtsmetoden vil give eksakt den samme løsning som ekstremmetoden, når man som projektionsakse ved bestemmelsen af  $\tau_0$  vælger en linie, der danner vinklen  $v_0 + \varphi$  med vandret. Det er derfor den hertil svarende projektionsligning 5.15.1, og den heraf udledede formel 5.15.5 for  $\tau_0$ , som skal anvendes, uanset om  $v_0$  er den statisk korrekte vinkel eller ej.

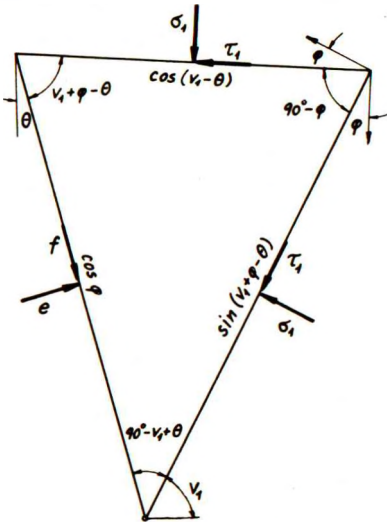


Fig. 5.15.B: Element mellem brudlinier og væg.

Hvis en brudlinie møder en væg (eller en anden konstruktion), må der også her kunne opstilles en randbetingelse. I kontaktfladen mellem væg og jord virker det såkaldte jordtryk, der har en komponent  $e$  vinkelret på væggen og en komponent  $f$  parallel med væggen. Mellem disse størrelser kan opstilles en relation, der minder om Coulomb's lov (5.11.10) for en brudflade i jorden

$$f \cong a + e \tan \delta \quad 5.15.6$$

$a$  kaldes adhæsionen mellem jord og væg og  $\delta$  vægfriktionsvinklen. For en fuldstændig glat væg har man  $a = 0$  og  $\delta = 0$ , og for en fuldstændig ru væg  $a = c$  og  $\delta = \varphi$ . Lighedstegnet gælder, når jorden og væggen glider i forhold til hinanden; ulighedstegnet derimod, når en sådan glidning ikke finder sted.  $a$ ,  $\delta$  og  $f$  skal

regnes positive, når sidstnævnte virker nedad på jorden.

Randbetingelsen i det punkt, hvor brudlinien møder en væg (fig. 5.15.B), kan nu benyttes til bestemmelse af enhedsjordtrykket på væggen i dette punkt.

Væggen danner en vinkel  $\theta$  med lodret (positiv, når væggen er overhængende). Der betragtes et infinitesimalt jordelement, begrænset af væggen og to brudlinier.

Ved projektion på to akser vinkelrette på brudlinierne fås henholdsvis

$$\begin{aligned} \sigma_1 \cos(v_1 - \theta) - \sigma_1 \sin \varphi \sin(v_1 + \varphi - \theta) + \tau_1 \cos \varphi \sin(v_1 + \varphi - \theta) \\ + f \cos \varphi \sin(v_1 + \varphi - \theta) - e \cos \varphi \cos(v_1 + \varphi - \theta) = 0 \end{aligned} \quad 5.15.7$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 \sin(v_1 + \varphi - \theta) - \sigma_1 \sin \varphi \cos(v_1 - \theta) + \tau_1 \cos \varphi \cos(v_1 - \theta) \\ - f \cos \varphi \cos(v_1 - \theta) - e \cos \varphi \sin(v_1 - \theta) = 0 \end{aligned} \quad 5.15.8$$

Heri må  $\sigma_1$  og  $\tau_1$  antages bekendte, men de 3 ubekendte  $v_1$ ,  $e$  og  $f$  kan naturligvis ikke bestemmes af 5.15.7-8, medmindre der findes en tredje ligning mellem dem. Denne fås af 5.15.6 (med lighedstegn), hvis jorden og væggen glider i forhold til hinanden. I så fald kan man ved anvendelse af 5.13.1 og 5.15.6 eliminere  $\sigma_1$ ,  $e$  og  $f$ , og får da ligningen

$$\cos(2v_1 + \varphi + \delta - 2\theta) = \frac{\sin \delta}{\tau_1 \sin \varphi} (\tau_1 - c \cos^2 \varphi + \frac{1}{2}a \cot \delta \sin 2\varphi) \quad 5.15.9$$

Heraf findes den statisk korrekte vinkel  $v_1$ , og når denne kendes, kan man beregne  $e$  af 5.15.7, idet man benytter sig af 5.13.1 og 5.15.6

$$e = \frac{(\tau_1 - c) \cot \varphi \cot(v_1 + \varphi - \theta) + (\tau_1 + a)}{\cot(v_1 + \varphi - \theta) - \tan \delta} \quad 5.15.10$$

En vis simplifikation kan opnås, hvis man gør den rimelige antagelse, at

$$\frac{a}{c} = \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} \quad 5.15.11$$

Herved reduceres 5.15.9-10 til

$$\cos(2v_1 + \varphi + \delta - 2\theta) = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \quad 5.15.12$$

$$e = \tau_1 \frac{\cos \delta \cos(v_1 - \theta)}{\sin \varphi \cos(v_1 + \varphi + \delta - \theta)} - c \cot \varphi \quad 5.15.13$$

Når vinklen  $v_1$  ikke er den statisk korrekte, kan man ved en sammenligning mellem ligevægtsmetoden og ekstremmetoden vise (Brinch Hansen 1953), at man får identiske resultater, når man som projektiionsakse ved bestemmelsen af  $e$  vælger en linie, der danner vinklen  $v_1 + \varphi$  med vandret. Det er derfor den hertil svarende projektiionsligning 5.15.7, og den deraf udledede formel 5.15.13 for  $e$ , som skal anvendes, uanset om  $v_1$  er den statisk korrekte vinkel eller ej.

Hvis jorden og væggen ikke glider i forhold til hinanden, kan  $v_1$  ikke bestemmes af 5.15.12, fordi den "effektive" værdi af  $\delta$  ikke er kendt på forhånd. Såfremt væggen ikke bevæger sig i sin egen retning, men kun vinkelret på denne, må brudlinien af kinematiske grunde gå vinkelret ind mod væggen, hvilket vil sige, at

$$v_1 = \theta \quad 5.15.14$$

Af 5.15.12 kan man da finde den "effektive" værdi af  $\delta$ , som bliver

$$\delta = \psi - \varphi \quad 5.15.15$$

hvor  $\psi$  er den ved 5.13.7 definerede vinkel.

Det tilsvarende enhedsjordtryk fås da af 5.15.13

$$e = \tau_1 \cot(\psi - \varphi) - c \cot \varphi \quad 5.15.16$$

Når to brudlinier møder hinanden inde i en homogen jordmasse (f- eller a-brud), skal de danne de statisk korrekte vinkler ( $0^\circ$  eller  $90^\circ_{\pm} \varphi$ ) med hinanden, og i så fald er spændingen  $\tau$  numerisk den samme i begge brudlinier i berøringspunktet. Fortegnene er ens ved et f-brud og modsatte ved et a-brud.

Møder to brudlinier derimod hinanden ved en væg (w-brud), kan de danne vilkårlige vinkler med hinanden og med væggen. Ved hjælp af den bekendte spænding  $\tau_1$  i den ene brudlinie bestemmer man først  $e$  som ovenfor beskrevet. Dernæst kan spændingen  $\tau_2$  i den anden brudlinie bestemmes af 5.15.13, idet  $e$  nu er bekendt.

Hvis to brudlinier møder hinanden ved en laggrænse mellem to forskellige jordlag, må de af kinematiske grunde flugte med hinanden ved laggrænsen (f-brud). Man må iøvrigt her skelne mellem følgende tilfælde.

Hvis de to jordlag blot har forskellig rumvægt  $\gamma$ , men samme  $c$  og  $\varphi$ , er spændingen den samme på begge sider af laggrænsen

$$\tau_2 = \tau_1 \quad 5.15.17$$

Hvis de to jordlag har forskellig kohæsion  $c$ , men samme  $\varphi$ , kan man udlede følgende overgangsbetingelse, hvori  $v$  er brudliniens og  $\beta$  laggrænsens vinkel med vandret

$$\tau_2 = \tau_1 + (c_2 - c_1) \frac{\cos \varphi \sin(v + \varphi - \beta)}{\sin(v - \beta)} \quad 5.15.18$$

Hvis de to jordlag har forskellig friktionsvinkel  $\varphi$ , kan der for en kinematisk mulig brudlinie (samme  $v$ ) ikke angives nogen entydig overgangsbetingelse. I dette tilfælde svigter metoden altså.

I det specielle tilfælde  $\varphi = 0$ , altså for friktionsløs jord, må i samtlige randbetingelser  $\sigma$  indføres i stedet for  $\tau$ . Dette giver følgende randbetingelser til erstatning for 5.15.4-5 og 5.15.12-18.

Ved en jordoverflade

$$\cos(2v_0 - 2\beta) = -\frac{p}{c} \sin \beta \quad \sigma_0 = \frac{p \sin v_0}{\sin(v_0 - \beta)} + c \cot(v_0 - \beta) \quad 5.15.19-20$$

Ved en væg, når der finder glidning sted

$$\cos(2v_1 - 2\theta) = \frac{a}{c} \quad e = \sigma_1 + (c+a) \tan(v_1 - \theta) \quad 5.15.21-22$$



Ved en væg, når der ingen glidning sker

$$v_1 = \theta \quad a = c \quad e = \sigma_1 \quad 5.15.23-25$$

Ved en laggrænse, henholdsvis med samme  $c$ , og med forskellige værdier af  $c$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \quad \sigma_2 = \sigma_1 + (c_2 - c_1) \cot(\nu - \beta) \quad 5.15.26-27$$

### 5.16 Virkning af vandtryk

Den i det foregående udviklede brudteori er baseret på Coulomb's lov 5.11.10, der primært gælder for tør jord.

Når jorden er vandmættet, vil den totale normalspænding  $\sigma$  på et snit blive optaget dels som et tryk  $u$  i porevandet, og dels som en effektiv spænding  $\bar{\sigma}$  mellem kornene

$$\sigma = u + \bar{\sigma} \quad 5.16.1$$

En forøgelse af trykket i porevandet vil naturligvis ikke medføre nogen forøgelse af jordens forskydningsstyrke, da porevandet ikke kan optage forskydningsspændinger. Forskydningsstyrken afhænger derfor alene af den effektive spænding, hvorfor brudbetingelsen for vandmættet jord må skrives således

$$\tau_f = \bar{c} + \bar{\sigma} \tan \bar{\varphi} = \bar{c} + (\sigma - u) \tan \bar{\varphi} \quad 5.16.2$$

$\bar{c}$  og  $\bar{\varphi}$  kaldes de effektive styrkeparametre. De kan bestemmes ved indlæggelse af en fællestangent til en række Mohr'ske cirkler (fundet ved triaksialforsøg) i et  $\bar{\sigma}$ - $\tau$  diagram med effektive spændinger.

For at kunne anvende den udviklede brudteoris formler på jord, der i visse områder er vandmættet, må man først udskille vandtrykkene  $u$ . Der kan herved skelnes mellem følgende tilfælde.

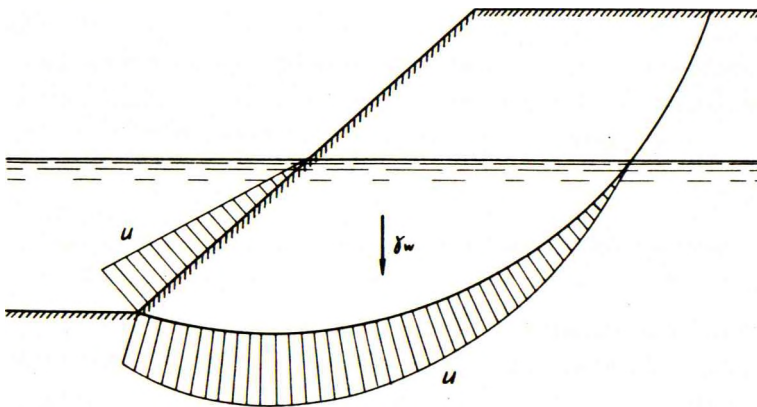


Fig. 5.16. A: Stillestående grundvand.

Hvis man har stillestående grundvand i jord uden nævneværdig kapillær stighøjde (fig. 5.16. A), vil vandtrykkene på de neddykkede dele af jordoverfladen og en vilkårlig brudlinie holde ligevægt med vægten af en vandmængde svarende til volumenet mellem de nævnte linier og grundvandspejlet.

Dette betyder, at man ved brudberegningen kan se helt bort fra alle vandtryk, når man for jorden under grundvandspejlet regner med den effektive rumvægt

$$\gamma' = \gamma - \gamma_w \quad 5.16.3$$

Også for eventuelle neddykkede konstruktionsdele skal der regnes med en tilsvarende, for opdrift reduceret rumvægt.

Hvis jorden er vandmættet til en vis kapillær stighøjde  $h_c$  over grundvandspejlet (fig. 5.16. B), vil vandtrykkene i kapillarzonens overside og i de derunder liggende dele af jordoverfladen og en vilkårlig brudlinie holde ligevægt med vægten af en vandmængde svarende til volumenet mellem de nævnte linier.

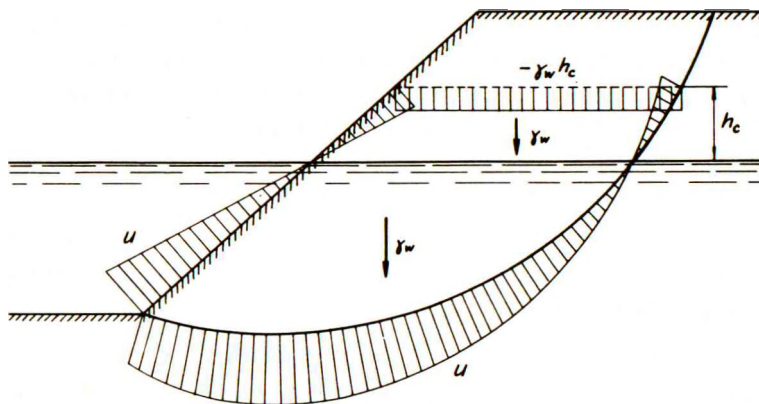


Fig. 5.16. B: Kapillær zone.

Dette betyder, at man også her kan se bort fra alle vandtryk, når man regner med effektiv rumvægt  $\gamma'$  både under grundvandspejlet og i den kapillære zone. Da der ikke findes "ydre" vandtryk over grundvandspejlet, skal der desuden i oversiden af kapillarzonen regnes med et nedadrettet kapillartryk af størrelsen

$$p_c = \gamma_w h_c \quad 5.16.4$$

og på den fri jordoverflade i kapillarzonen med et indadrettet kapillartryk, der falder retliniet fra  $p_c$  ved kapillarzonens overside til 0 ved dens underside.

Hvis den for jordarten karakteristiske, maksimale kapillære stighøjde er større end højden fra grundvandspejlet til jordoverfladen, skal  $h_c$  i 5.16.4 erstattes af sidstnævnte højde.

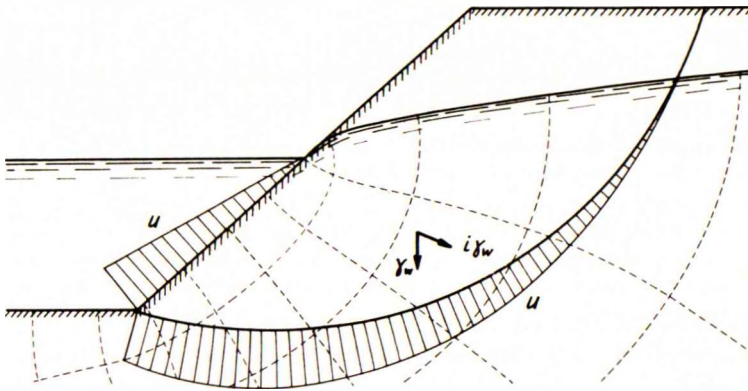


Fig. 5.16.C: Strømmende grundvand.

Såfremt man har strømmende grundvand i jorden, må man først konstruere et strømnet til bestemmelse af potentialer og gradienter i det aktuelle område (fig. 5.16.C).

Vandtrykkene på de neddykkede dele af jordoverfladen og en vilkårlig brudlinie vil her holde ligevægt med vægten af en vandmængde svarende til volumenet mellem de nævnte linier og grundvandspejlet, og med de kræfter, hvormed kornene påvirker det strømmende vand i det nævnte område.

Dette betyder, at man også i dette tilfælde kan se bort fra alle vandtryk, når man regner med effektiv rumvægt  $\gamma'$  under grundvandspejlet og desuden regner jorden påvirket af strømkrafter, der i ethvert punkt har samme retning som gradienten  $i$  og pr. volumenenhed har størrelsen

$$j = i \gamma_w \quad 5.16.5$$

Den effektive massekraft på en volumenenhed skal altså sammensættes vektorielt af  $\gamma'$  og  $i \gamma_w$  og vil derfor i almindelighed hverken være lodret eller konstant som forudsat i den udviklede brudteori. Denne kan derfor normalt ikke uden videre anvendes ved strømmende grundvand.

Teorien kan dog med tilnærmelse anvendes, hvis gradienterne i det betragtede område er nogenlunde konstante og parallelle. Man skal da blot tænke sig hele systemet drejet, så den effektive massekraft bliver lodret, hvorefter teorien direkte kan anvendes.

Særlig enkel bliver beregningen, hvis gradienterne tillige er tilnærmelsesvis lodrette. I så fald skal man simpelthen regne med en effektiv rumvægt af størrelsen

$$\gamma'' = \gamma' + i \gamma_w \quad 5.16.6$$

hvor gradienten i skal regnes positiv ved nedadrettet strømning, negativ ved opadrettet.

Hvis man har en kapillarzone over grundvandspejlet, vil der også finde strømning sted i denne. I tillæg til strømkræfterne  $j$  skal man da regne med de tidligere nævnte kapillartryk i begrænsningsfladerne for den kapillære zone.

### 5.17 Korttids- og langtidanalyser

I tilfælde af vandmættet jord skal man strengt taget anvende brudbetingelsen for effektive spændinger (5.16.2) med styrkeparametrene  $\bar{c}$  og  $\bar{\varphi}$ . Dette kræver imidlertid kendskab til poretrykkene  $u$ , og disse kan være temmelig vanskelige at bestemme, navnlig hvis jorden ikke er færdigkonsolideret under den påførte belastning.

Hvis bruddet er udrænnet, d. v. s. foregår så hurtigt, at jorden ikke når at ændre sit vandindhold, kan man vise, at forskydningsstyrken er uafhængig af den totale normalspænding  $\sigma$ . På grund af porevandets usammentrykkelighed i forhold til kornskelettet vil en isotrop forøgelse af  $\sigma$  blot give en lige så stor forøgelse af  $u$ , medens  $\bar{\sigma}$  ikke ændres; ifølge 5.16.2 vil forskydningsstyrken da også være uændret. Det samme resultat kan man rent formelt komme til, hvis man anvender Coulomb's lov for totale spændinger (5.11.10) med  $\varphi = 0$  og  $c =$  den udrænedes forskydningsstyrke.

En beregning på dette grundlag kaldes en  $\varphi = 0$  - analyse. Den har kun gyldighed for et udrænnet brud i vandmættet jord. Et sådant brud fremkommer i praksis kun i vandmættet ler, idet man her, på grund af lerets lave permeabilitet, godt kan have et praktisk talt udrænnet brud, selv om belastningsændringen ikke foregår særlig hurtigt.

Hvis bruddet derimod er drænnet, d. v. s. foregår så langsomt, at poretrykkene ikke ændres nævneværdigt, skal man anvende brudbetingelsen for effektive spændinger (5.16.2) med  $\bar{c}$  og  $\bar{\varphi}$ . Poretrykkene  $u$  er her bekendte, nemlig enten de hydrostatiske (stillestående grundvand) eller de til et strømnet svarende (strømmende grundvand).

En beregning på dette grundlag kaldes en  $c\varphi$  - analyse. Den har i princippet generel gyldighed, men er mest anvendelig for drænedes brud, fordi man her kender poretrykkene.

Når man på en aflejring af vandmættet ler opfører og belaster et bygværk, startes der en konsolideringsproces. Dette betyder, at poretrykkene  $u$  vil ændres med tiden, og ifølge 5.16.2 gælder det samme da for forskydningsstyrken og dermed for hele bygværkets stabilitet. Da det ikke altid på forhånd kan afgøres, om stabiliteten forbedres eller forværres i tidens løb, vil det ofte være nødvendigt at undersøge tilstanden både ved konsolideringsprocessens begyndelse (korttidsstabilitet) og ved dens afslutning (langtidsstabilitet).

Da selve byggetiden, på grund af lerets lave permeabilitet, som oftest vil være kort i forhold til konsolideringstiden, kan man ved undersøgelse af korttidsstabiliteten antage, at der endnu ikke har fundet nogen nævneværdig konsolidering sted. Brudet vil derfor være udrænet, hvilket vil sige, at man kan udføre en  $\varphi = 0$  - analyse med  $c$  = den udrænedes forskydningsstyrke af leret i dets oprindelige (ukonsoliderede) tilstand.

Ved undersøgelse af langtidsstabiliteten antager man, at leret er færdigkonsolideret under den såkaldte konsoliderende belastning, hvorved forstås den største belastning, der har virket tilstrækkelig længe til at kunne færdigkonsolidere leret (egenvægten plus en del af nyttelasten). Et brud på dette tidspunkt kan ske på to forskellige måder, nemlig enten som et drænet brud ved selve den konsoliderende belastning, eller som et udrænet brud ved en relativt hurtig forøgelse af denne.

Et eventuelt brud ved selve den konsoliderende belastning vil naturligvis være drænet, hvilket vil sige, at man skal udføre en  $c\varphi$  - analyse med de effektive parametre  $\bar{c}$  og  $\bar{\varphi}$  og med de til den hydrostatiske ligevægtstilstand (eller et givet strømnets) svarende poretryk  $u$ .

Sker bruddet derimod ved en relativt hurtig forøgelse af belastningen, vil det være udrænet, hvilket vil sige, at man kan udføre en  $\varphi = 0$  - analyse, men  $c$  skal her sættes lig den udrænedes forskydningsstyrke af leret i den konsoliderede tilstand.

Som man ser, kræver et bygværk på vandmættet ler i princippet 3 forskellige undersøgelser

- 1) En  $\varphi = 0$  - analyse med  $c$  = den oprindelige udrænedes forskydningsstyrke af leret og maksimal belastning fra bygværket (korttidsstabilitet).
- 2) En  $\varphi = 0$  - analyse med  $c$  = den udrænedes forskydningsstyrke af det konsoliderede ler og maksimal belastning fra bygværket.
- 3) En  $c\varphi$  - analyse med  $\bar{c}$  og  $\bar{\varphi}$  samt de givne poretryk og den konsoliderende belastning fra bygværket (langtidsstabilitet).

Det er klart, at 1) vil være farligere end 2), såfremt der er tale om en belastning, medens det omvendte vil være tilfældet ved en aflastning. Derimod kan der ikke siges noget generelt om, hvornår 3) er det farligste, idet dette bl. a. afhænger af forholdet mellem konsoliderende og maksimal belastning, af lerets konsolideringstilstand, samt af fundamentets dimensioner og dybde.

For et bygværk på sand er der ingen grund til at skelne mellem korttids- og langtidsstabilitet, idet sandet på grund af sin høje permeabilitet drænes (konsolideres) så hurtigt, at der ikke bliver tale om noget udrænet brud. For sand skal man altså altid udføre en  $c\varphi$  - analyse (i reglen med  $c = 0$ ) med de givne poretryk og maksimal belastning fra bygværket.

For overgangsjordarten silt vil man ofte nøjes med den tilnærmelse at behandle

grovsilt som sand og finsilt som ler. Menes dette ikke at være nøjagtigt nok, kan man principielt for ethvert givet tidspunkt udføre en c $\phi$  - analyse med effektive spændinger og effektive parametre, men man må da bestemme poretrykkene på det pågældende tidspunkt enten ved måling i marken eller ved beregning ud fra konsolideringsteorien og Skempton's poretryksligning.

Har man at gøre med ler, der kun er delvis vandmættet (f.eks. fyld i dæmninger), er en lignende c $\phi$  - analyse den eneste mulighed, idet man ikke engang i den udrænedet tilstand har  $\phi = 0$ , når leret ikke er helt vandmættet.

For ethvert permanent bygværk, hvis opførelse betyder et kunstigt indgreb i naturen, bør der i princippet foretages både en korttids- og en langtidsanalyse. Dette gælder f.eks. fundamenter, pæleværker, jordtrykspåvirkede konstruktioner, jordbygværker, udgravninger etc. I tilfælde, hvor der ikke foretages sådanne kunstige indgreb, kan en langtidsanalyse være tilstrækkelig; dette gælder f.eks., som påvist af Norges Geotekniske Institutt, for naturlige skråninger. For rent midlertidige bygværker, der kun skal stå en relativ kort tid, kan omvendt en korttidsanalyse være tilstrækkelig.

#### 5.18 Sikkerhedsgrader

Enhver konstruktion skal dimensioneres for visse foreskrevne belastninger og bygges af materialer med visse forudsatte brudstyrker, og der skal herved være en bestemt sikkerhed mod brud. Denne sikkerhed kan imidlertid indføres på 3 principielt forskellige måder.

Den almindeligste metode består i at bestemme den til de foreskrevne belastninger svarende farligste spænding og forlange, at denne ikke må overstige den for det pågældende materiale fastsatte "tilladelige spænding", som fås af brudstyrken ved division med sikkerhedsgraden.

For sådanne konstruktioner (f.eks. foranderlige systemer) og materialer (f.eks. forspændt beton), hvor der ikke er proportionalitet mellem de ydre belastninger og de indre spændinger, giver den ovennævnte metode ikke nogen virkelig oplysning om sikkerheden mod brud.

Man er derfor i visse tilfælde gået over til at operere med en "brudbelastning" (f.eks.  $1,5g + 2,5p$ ) og forlange, at den til brudbelastningen svarende farligste spænding ikke må overstige materialets brudstyrke (eller en bestemt del af denne). Det vil bemærkes, at man ved denne metode ikke mere kan tale om "sikkerheden" som et enkelt tal.

I geoteknikken gør der sig det specielle forhold gældende, at nogle af de ydre belastninger (jordtryk, fundamentstryk og pæletryk) er funktioner af materialstyrker

(jordens forskydningsstyrke). Dette medfører, at man ikke kan komme til et logisk og konsekvent system hverken ved den ene eller den anden af de ovenfor nævnte metoder. I stedet viser det sig nødvendigt, eller i hvert fald mest praktisk, at anvende de såkaldte "partialkoefficienter".

Princippet herved er, at der regnes med et "nominelt brudstadium", i hvilket de forskellige foreskrevne belastninger er multipliceret med visse partialkoefficienter, medens jordarternes og byggematerialernes forudsatte brudstyrker er divideret med andre partialkoefficienter. Konstruktionen skal da dimensioneres således, at der er ligevægt i det nominelle brudstadium, altså mellem nominelle belastninger på den ene side og nominelle jordtryk, fundamentstryk og pæletryk på den anden side. Samtidig må den farligste nominelle spænding i selve konstruktionen ikke overstige den nominelle brudstyrke for det pågældende byggemateriale.

De vigtigste belastninger i geoteknikken er egenvægte ( $g$ ), bevægelige belastninger ( $p$ ), vandtryk ( $w$ ), vindtryk ( $v$ ) og såkaldte hviletryk fra jord ( $e^0$ ). De nominelle belastninger, og de tilsvarende partialkoefficienter, defineres da således

$$g_n = g f_g \quad p_n = p f_p \quad w_n = w f_w \quad v_n = v f_v \quad e_n^0 = e^0 f_e \quad 5.18.1-5$$

De nominelle styrkeparametre  $c$  og  $\varphi$  for jordarterne, og de tilsvarende partialkoefficienter, defineres ved

$$c_n = \frac{c}{f_c} \quad \tan \varphi_n = \frac{\tan \varphi}{f_\varphi} \quad 5.18.6-7$$

Endelig fås for byggematerialernes nominelle brudstyrker

$$\sigma_n = \frac{\sigma_f}{f_\sigma} \quad 5.18.8$$

hvor  $\sigma_f$  er den forudsatte brudstyrke. For stål skal der iøvrigt altid regnes med flydegrænsen som  $\sigma_f$ .

I visse tilfælde bestemmes et fundaments eller en pæls bæreevne ved prøvebelastning eller (for pæle) ved en såkaldt rammeformel. For ud fra den således bestemte brudlast  $Q_f$  at beregne den nominelle brudlast  $Q_n$  anvendes udtrykkene

$$Q_n = \frac{Q_f}{f_b} \quad Q_n = \frac{Q_f}{f_d} \quad 5.18.9-10$$

Ved fastsættelsen af de enkelte partialkoefficienters størrelse bør man dels tage hensyn til usikkerheden på bestemmelsen af den pågældende belastning eller styrke, og dels bør man søge at fastlægge et sådant system af partialkoefficienter, at man i gennemsnit får den bedst mulige overensstemmelse med tidligere udførte konstruktioner, hvis dimensioner erfaringsmæssigt har vist sig at være rimelige.

Ved en sammenligning med de eksisterende danske normer (1952), f. eks. for for-

ankrede spunsvægge, og med nyere international praksis på funderingsområdet, er man kommet frem til følgende system af partialkoefficienter. For belastningerne kan sættes

Egenvægte	:	$f_g = 1,0$
Bevægelige belastninger:	$f_p = 1,5$	
Vandtryk	:	$f_w = 1,2$
Vindtryk	:	$f_v = 1,5$
Hviletryk af jord	:	$f_o = 1,3$

For jordarternes forskydningsstyrker, og de deraf afhængige jordtryk, fundaments-tryk og pælekræfter, viser det sig, at man bør skelne mellem følgende tilfælde

Geostatisk beregning:	Pæles bæreevne	Fundamenters bæreevne	Stabilitet og jordtryk
Kohæsion : $f_c =$	2,0	1,7	1,5
Friktion : $f_\varphi =$	1,2	1,2	1,2
Prøvebelastning: $f_b =$	1,6		
Rammeformel : $f_d =$	2,0		

Det må bemærkes, at man kun kan tillade sig at regne med de ovenfor angivne værdier, når jordens styrkeparametre i hvert enkelt tilfælde er bestemt ved de bedst mulige forsøg. Rammeformlen skal ligeledes være en af de bedste, f. eks. "den danske rammeformel"

For bygge-materialernes vedkommende kunne man også angive forskellige partialkoefficienter  $f_\sigma$ , men det er i øjeblikket simplere at sætte de nominelle materialstyrker i relation til de nugældende "tilladelige spændinger". Som gennemsnitlig partialkoefficient på belastninger kan man regne ca. 1,25, og en tilsvarende forhøjelse kunne man da give de "tilladelige spændinger". Imidlertid er der i funderingen og vandbygningen (i hvert fald i Danmark) tradition for at tillade højere spændinger end de normale. Det forekommer derfor rimeligt at regne med nominelle materials-pændinger, der er 50 % højere end de normale "tilladelige spændinger" for de pågældende materialer.

For kortvarige belastningstilfælde eller midlertidige konstruktioner kan belastningskoefficienterne reduceres, eventuelt helt ned til 1,0. Partialkoefficienterne på jordarternes forskydningsstyrker ændres derimod ikke, og det samme gælder de nominelle materialstyrker.



## 5.2 JORDTRYK

Ved jordtrykket forstås den kraft, der virker i kontaktfladen mellem en konstruktion og en tilgrænsende jordmasse. Ifølge denne definition er også trykket mellem et fundament og den underliggende jord et jordtryk, men i praksis skelner man mellem fundamentstryk (på nærmest vandrette kontaktflader) og jordtryk (på nærmest lodrette kontaktflader, også kaldet vægge).

Jordtrykkets retning, størrelse og fordeling vil afhænge af konstruktionens brudmåde, d. v. s. dens bevægelser i brudstadiet. Da man plejer at se bort fra elastiske deformationer i sammenligning med de plastiske, kan enhver væg i brudstadiet betragtes som stiv. Dens bevægelse må derfor bestå i en drejning om et bestemt drejningspunkt, og jordtrykket bliver følgelig en funktion af dette punkts koordinater, hvorimod det - ved fuldt udviklet brudtilstand i jorden - er uafhængigt af drejningsvinklens størrelse. Eventuelt kan der dannes et eller flere flydecharnierer i væggen.

Når man skal dimensionere en jordtrykspåvirket konstruktion, må man altså først fastlægge konstruktionens brudmåde. Denne skal være kinematisk mulig, hvilket vil sige, at de enkelte konstruktionsdeles bevægelser skal passe til hinanden og til den tvang, som eventuelle andre konstruktioner måtte pålægge den betragtede. Brudmåden skal også være statisk mulig, hvilket vil sige, at alle ligevægtsbetingelser skal kunne opfyldes for hver enkelt konstruktionsdel.

Når brudmåden er fastlagt, må man skønne konstruktionens ydre hoveddimensioner, såvel som beliggenheden af eventuelle flydecharnierer.

Det næste skridt består i at bestemme, hvilke brudfigurer, der kan optræde i jorden. Brudfiguren skal være kinematisk mulig, hvilket vil sige, at bevægelserne i de enkelte zoner skal passe til hinanden og til den forudsatte brudmåde for konstruktionen. Brudfiguren skal også være statisk mulig, hvilket vil sige, at alle ligevægtsbetingelser skal kunne opfyldes for hver enkelt zone.

Såfremt mere end én brudfigur opfylder begge disse betingelser, skal man vælge den mest kritiske, d. v. s. den, for hvilken det af jordtrykket (på jorden) udførte arbejde er mindst ved en given, kinematisk mulig bevægelse af konstruktionen.

Brudfigurernes geometriske parametre, og de tilsvarende jordtryk, kan i almindelighed bedst beregnes ved hjælp af ligevægtsmetoden. I simple tilfælde kan man også anvende ekstremmetoden. I praksis behøver man dog kun sjældent at beregne brudfigurer; i det hyppigst forekommende tilfælde, lodret væg og vandret jordoverflade, kan jordtrykket for et vilkårligt drejningspunkt bestemmes ved hjælp af de i afsnit 5.25 givne diagrammer.

Som forklaret i afsnit 5.18 regner man ved dimensionering for brud altid i det nominelle brudstadium og skal altså straks indføre de fornødne partialkoefficienter.

Når de nominelle jordtryk er bestemt, svarende til den forudsatte brudmåde for konstruktionen, kontrollerer man, om alle konstruktionens enkelte dele (mellem de eventuelle flydecharnierer) er i ligevægt i det nominelle brudstadium. Hvis ikke, må man ændre de skønnede hoveddimensioner og regne om, indtil den fornødne ligevægt er tilstede.

Når man på denne måde har bestemt konstruktionens ydre hoveddimensioner, beregner man - stadig i det nominelle brudstadium - de for konstruktionens enkelte tværsnit dimensionsbestemmende snitkræfter, og kan derefter dimensionere disse tværsnit under anvendelse af de nominelle materialspændinger (50 % større end normale "tilladelige" spændinger).

### 5.21 Hviletryk, aktivt og passivt tryk

I en naturligt aflejret, udstrakt jordmasse med vandret overflade vil største og mindste effektive hovedspænding i et givet punkt være

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{q} \quad \bar{\sigma}_3 = K^0 \bar{q} \quad 5.21.1-2$$

hvor  $\bar{q}$  betegner den samlede effektive vægt af de overliggende lag.

$K^0$  er den såkaldte hviletrykkoefficient, der - såfremt jorden betragtes som et elastisk stof med Poisson's tal  $\mu$  - kan udtrykkes ved

$$K^0 = \frac{\mu}{1-\mu} \quad 5.21.3$$

$K^0$  synes erfaringsmæssigt at have følgende værdier

Sand : 0,4-0,5

Ler (normalt konsolideret): 0,6-0,8

Anbringes der i jordmassen en lodret, ubevægelig væg på en sådan måde, at aflejringen ikke forstyrres, vil jordtrykket - der i dette tilfælde kaldes hviletrykket - virke vinkelret på væggen og pr. arealenhed have størrelsen

$$e^0 = (\bar{\gamma}d+ p) K^0 \quad 5.21.4$$

hvor  $d$  er dybden under jordoverfladen,  $p$  nyttelasten på jordoverfladen og  $\bar{\gamma}$  jordens effektive rumvægt.

For generelt at finde hviletrykket fra jord, hvis overflade danner vinklen  $\beta$  med vandret, på en ubevægelig væg, der danner vinklen  $\theta$  med lodret (fig. 5.21.A til venstre), må man gøre den antagelse, at spændinger og deformationer er de samme i ethvert snit vinkelret på overfladen. Dette giver

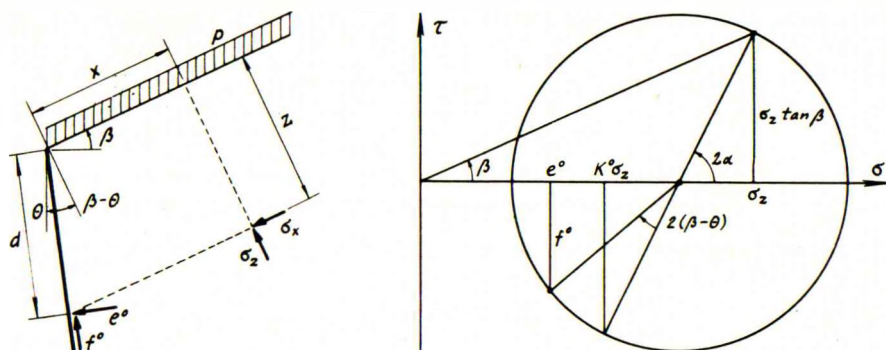


Fig. 5.21. A: Hviletryk i det generelle tilfælde.

$$\sigma_z = (\bar{\gamma}z + p) \cos \beta \quad \tau_{xz} = \sigma_z \tan \beta \quad \sigma_x = K^0 \sigma_z \quad 5.21.5-7$$

Når disse spændinger afbildes i en Mohr'sk cirkel (fig. 5.21. A til højre), kan man finde spændingerne  $e^0$  og  $f^0$  på væggen af udtrykkene

$$e^0 = \frac{1}{2} \sigma_z (1 + K^0) - \frac{1}{2} \sigma_z (1 - K^0) \sec 2\alpha \cos 2(\alpha - \beta + \theta) \quad 5.21.8$$

$$f^0 = -\frac{1}{2} \sigma_z (1 - K^0) \sec 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta + \theta) \quad 5.21.9$$

hvor vinklen  $\alpha$  mellem jordoverfladen og hovedsnittet er bestemt ved

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \beta}{1 - K^0} \quad 5.21.10$$

Når man samtidig indfører dybden  $d$ , målt langs væggen, får man de generelle udtryk

$$e^0 = \left[ \bar{\gamma}d \cos(\beta - \theta) + p \right] \cdot \left[ (1 + K^0) - (1 - K^0) \cos 2(\beta - \theta) - 2 \tan \beta \sin 2(\beta - \theta) \right] \cdot \frac{1}{2} \cos \beta \quad 5.21.11$$

$$f^0 = \left[ \bar{\gamma}d \cos(\beta - \theta) + p \right] \cdot \left[ (1 - K^0) \sin 2(\beta - \theta) - 2 \tan \beta \cos 2(\beta - \theta) \right] \cdot \frac{1}{2} \cos \beta \quad 5.21.12$$

Hviletryk virker kun på vægge, der er praktisk talt ueftergivelige. Eksempler på sådanne vægge er: Støttemure på klippe, sidevæggene i et massivt doktværnsnit, samt lukkede tunnel- eller ledningstværsnit.

Hviletryk har man kun, så længe væggen er absolut ubevægelig. Så snart den bevæges, ændres trykket, og når bevægelsen har nået en vis størrelse, har trykket antaget en bestemt grænseværdi, svarende til et fuldt udviklet brud i jorden. Det er

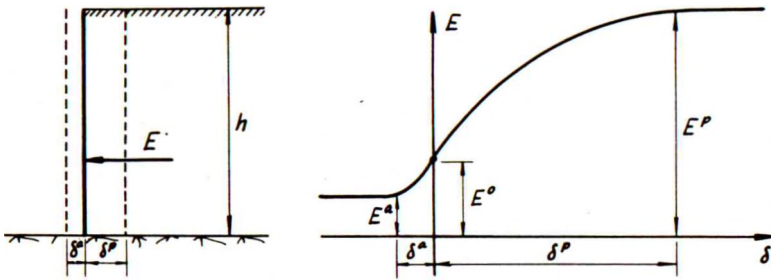


Fig. 5.21.B: Parallelforskydning af væg.

denne grænseværdi, man normalt betegner med ordet jordtryk.

Som det simpleste tilfælde kan man betragte en glat, lodret væg, der til den ene side understøtter en jordmasse med vandret overflade (fig. 5.21.B). Sålange væggen ikke bevæges, påvirkes den af det vandrette hviletryk  $E^o$ .

Når væggen parallelforskydes bort fra jorden, falder jordtrykket og når allerede ved en ret lille bevægelse  $\delta^a$  (størrelsesorden  $h:1000$ ) grænseværdien  $E^a$ , det aktive jordtryk.

Parallelforskydes væggen derimod ind imod jorden, stiger jordtrykket og når efter en noget større bevægelse  $\delta^p$  (størrelsesorden  $h:100$ ) grænseværdien  $E^p$ , det passive jordtryk.

I det valgte eksempel ændrer væggens bevægelse kun jordtrykkets størrelse, medens dets retning og angrebspunkt ikke forandres. I almindelighed vil dog alle tre størrelser ændres. Hvis væggen er helt eller delvis ru, vil det aktive jordtryk virke skråt nedad på væggen, medens det passive jordtryk virker skråt opad. Hvis væggen ikke parallelforskydes, men f. eks. drejes om sit øverste punkt, vil det aktive jordtryk resultant ligge højere end hviletrykkets, medens det passive jordtryk resultant ligger dybere. I alle disse tilfælde får man naturligvis også andre grænseværdier for jordtrykkets størrelse end ved en glat væg, som parallelforskydes.

Når væggen drejer sig om et punkt, der ligger mellem dens top og dens fod, har man ikke rent aktivt eller passivt tryk på væggen, men en kombination. Det samme kan man iøvrigt også have for andre beliggenheder af drejningspunktet. Det er derfor mere praktisk at karakterisere de to mulige bevægelsesmåder ved et givet drejningspunkt som henholdsvis positiv og negativ rotation (fig. 5.21.C).

Positiv rotation (til venstre på fig. 5.21.C) er karakteriseret ved, at vinklen mellem væg og jordoverflade (gennem jorden) bliver større ved bevægelsen. Ved negativ rotation (til højre på fig. 5.21.C) bliver denne vinkel mindre.

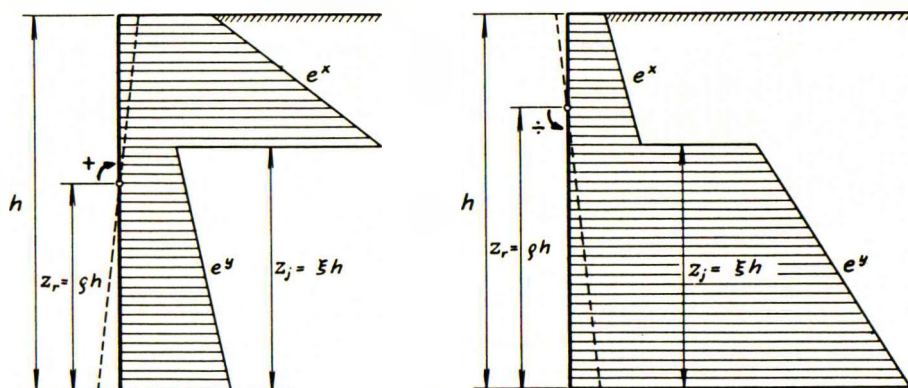


Fig. 5.21.C: Positiv og negativ rotation.

## 5.22 Coulomb's ekstremmetode

Den ældste og simpleste metode til beregning af jordtryk blev fremsat af Coulomb allerede i 1776. Det er i virkeligheden en ekstremmetode, i hvilken man opererer med rette brudlinier.

Princippet er, at man betragter et jordlegeme, begrænset af jordoverfladen, væggen og en ret brudlinie (fig. 5.22.A). De på dette legeme virkende kræfter projiceres på en linie, der danner vinklen  $\varphi$  med brudlinien. Af den hertil svarende ligevægtsligning kan man finde jordtrykket  $E_w$  som en funktion af vinklen  $\alpha$  mellem brudlinien og vandret. Det virkelige jordtryk  $E$  bestemmes som minimalværdien (passivt jordtryk), henholdsvis maksimalværdien (aktivt jordtryk) af  $E_w$ , altså ved at sætte  $dE_w/d\alpha = 0$ . I så tilfælde vil brudtilstanden nemlig kun være nået i selve den kritiske brudlinie, men ikke i nogen anden.

Som et simpelt, men praktisk vigtigt tilfælde betragtes det passive jordtryk på en lodret væg, der bevæges ind imod jord med en vandret overflade, belastet med nyttelasten  $p$  pr. arealenhed. Jorden har en effektiv rumvægt  $\bar{\gamma}$ , samt styrkeparametrene  $c$  og  $\varphi$ , svarende til Coulomb's lov 5.11.10. Væggen forudsættes absolut glat, hvilket vil sige; at man i 5.15.6 har  $a = 0$  og  $\delta = 0$ ; jordtrykket virker da vinkelret på væggen.

Spændingerne i brudlinien opløses i en forskydningsspænding  $c$  og en spænding  $t$ , der danner vinklen  $\varphi$  med normalen. Spændingerne  $t$  er ubekendte men udgår, når man projicerer på den punkterede linie vinkelret på  $t$ 's retning. De virkende kræfters størrelse er angivet på figuren; ved projektion på den punkterede akse fås

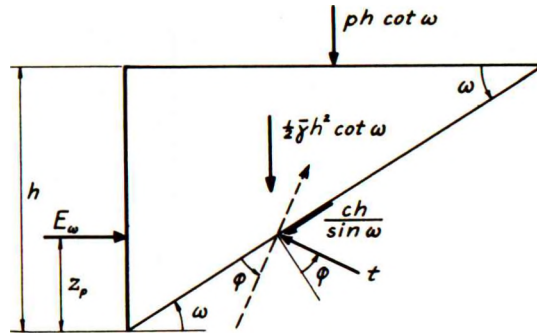


Fig. 5.22. A: Coulomb's metode for glat væg.

$$E_{\omega} \cos(\omega + \varphi) - \left(\frac{1}{2}\bar{\gamma}h^2 + ph\right) \cot \omega \sin(\omega + \varphi) - \frac{ch}{\sin \omega} \cos \varphi = 0 \quad 5.22.1$$

Denne ligning kan rent trigonometrisk omskrives til følgende

$$E_{\omega} = \frac{\left(\frac{1}{2}\bar{\gamma}h^2 + ph\right) (\sin(2\omega + \varphi) + \sin \varphi) + 2ch \cos \varphi}{\sin(2\omega + \varphi) - \sin \varphi} \quad 5.22.2$$

For positive værdier af  $\varphi$  og  $c$  opnår  $E_{\omega}$  øjensynlig en minimumsværdi, når

$$\sin(2\omega + \varphi) = 1 \quad \omega = 45^{\circ} - \frac{1}{2}\varphi \quad 5.22.3$$

Ved indsættelse i 5.22.2 fås minimumsværdien

$$E = \left(\frac{1}{2}\bar{\gamma}h^2 + ph\right) \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} + ch \frac{2 \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad 5.22.4$$

der også kan omskrives til

$$E = \left(\frac{1}{2}\bar{\gamma}h^2 + ph\right) \tan^2(45^{\circ} + \frac{1}{2}\varphi) + 2ch \tan(45^{\circ} + \frac{1}{2}\varphi) \quad 5.22.5$$

Med positive værdier af  $\varphi$  og  $c$ , svarende til den på fig. 5.22. A viste retning af forskydningsspændingerne i brudlinien, fås det passive jordtryk ( $E^P$ ). Ved aktivt jordtryk ( $E^a$ ) skal forskydningsspændingerne have den modsatte retning, hvoraf følger, at man i alle formlerne blot skal regne  $\varphi$  og  $c$  negative.

Hvis man forudsætter, at der sker et liniebrud efter den forudsatte rette brudlinie, giver Coulomb's metode ikke nogen mulighed for at bestemme hverken angrebspunkt eller fordeling af jordtrykket. Forudsætter man derimod, at der i virkeligheden er tale om en tilnærmet metode til beregning af et zonebrud, kan disse størrelser bestemmes. I så fald udgår der nemlig fra ethvert punkt af væggen en brudlinie, og formlerne gælder derfor også, når man i stedet for væggen totale højde  $h$  indsætter dybden  $d$  under jordoverfladen. Dette vil sige, at enhedsjordtrykket  $e$  kan bestemmes som  $dE/dh$  med efterfølgende substitution af  $h$  med  $d$ . Herved fås af 5.22.5

$$e = (\bar{\gamma}d + p) \tan^2(45^{\circ} + \frac{1}{2}\varphi) + 2c \tan(45^{\circ} + \frac{1}{2}\varphi) = \bar{\gamma}d K_{\gamma} + p K_p + c K_c \quad 5.22.6$$

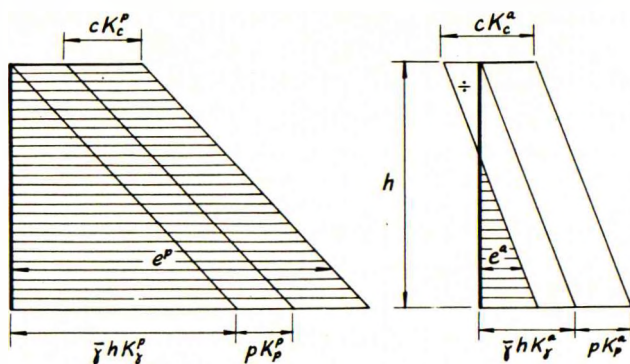


Fig. 5.22. B: Trykfordeling ved passivt og aktivt zonebrud.

De tilsvarende trykfordelinger for henholdsvis passivt og aktivt jordtryk er vist på fig. 5.22. B (passivt til venstre, aktivt til højre). Det vil bemærkes, at der i tilfælde af kohæsiv jord ( $c \neq 0$ ) ved aktivt tryk formelt kan findes negative jordtryk på en del af væggen. Da der normalt ikke kan overføres trækspændinger mellem jord og væg, må det anbefales at se bort fra sådanne negative jordtryk og simpelthen regne med jordtryk nul i det pågældende område.

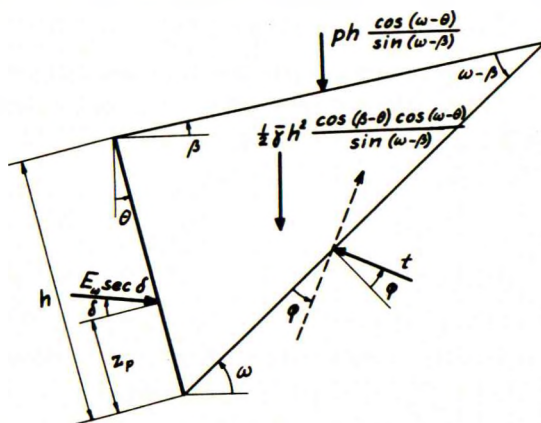


Fig. 5.22. C: Coulomb's metode for kohæsionsløs jord.

Coulomb's metode kan også anvendes på mere komplicerede tilfælde. I fig. 5.22. C betragtes således det passive jordtryk på en skrå væg, der bevæges ind imod kohæsionsløs jord ( $c = 0$ ) med en hældende overflade. Væggen forudsættes delvis ru, svarende til en bestemt værdi af  $\delta$  i 5.15.6 ( $a = 0$ ); jordtrykket bliver da  $E \sec \delta$ , idet  $E$  altid betegner komponenten vinkelret på væggen. Ved projektion på den punkterede akse fås

$$E_{\omega} \sec \delta \cos(\omega + \varphi + \delta - \theta) - \left(\frac{1}{2} \bar{\gamma} h^2 \cos(\beta - \theta) + ph\right) \frac{\cos(\omega - \theta)}{\sin(\omega - \beta)} \sin(\omega + \varphi) = 0 \quad 5.22.7$$

Ved at sætte  $dE_{\omega}/d\omega = 0$  finder man

$$\cot(\omega - \beta) = \tan(\varphi + \delta + \beta - \theta) + \sec(\varphi + \delta + \beta - \theta) \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \cos(\delta - \theta)}{\sin(\varphi + \beta) \cos(\beta - \theta)}} \quad 5.22.8$$

og ved elimination af  $\omega$  fås minimumsværdien af  $E$

$$E = \left[ \frac{1}{2} \bar{\gamma} h^2 + ph \sec(\beta - \theta) \right] \frac{\cos \delta \sec(\delta - \theta) \cos^2(\varphi + \theta)}{\left[ 1 \mp \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi + \beta)}{\cos(\delta - \theta) \cos(\beta - \theta)}} \right]^2} \quad 5.22.9$$

Som sædvanlig skal  $\varphi$  og  $\delta$  regnes positive ved passivt tryk, negative ved aktivt.  $\beta$  og  $\theta$  skal også regnes med fortegn; på fig. 5.22.C er de begge vist positive. Af dobbeltfortegnet i 5.22.9 skal det øverste (-) bruges ved passivt tryk, det nederste (+) ved aktivt. Det bør endvidere bemærkes, at  $h$  måles langs væggen, at  $p$  er den lodrette belastning pr. arealenhed af den skrå overflade, og at  $E$  er jordtrykskomponenten vinkelret på væggen. Som i fig. 5.22.B vil  $\gamma$ -bidraget være trekantformigt og  $p$ -bidraget ensformigt fordelt over væggenes højde  $h$ .

Brudlinierne i et zonebrud vil normalt ikke være rette som forudsat i Coulomb's teori. I tilfælde af aktive jordtryk afviger den virkelige brudlinie imidlertid så lidt fra en ret linie, at Coulomb's metode her giver værdier for  $E^a$ , der kun er nogle få procent mindre end de korrekte. Ved passive jordtryk kan afvigelserne derimod blive meget betydelige, navnlig for ru vægge. Det må derfor frarådes at anvende Coulomb's teori til beregning af  $E^p$ , når  $\delta > \text{ca. } 1/3\varphi$ .

### 5.23 Jordtryk ved zonebrud

Et sæt formler, der er noget nøjagtigere end Coulomb's - og i modsætning til disse på den sikre side - kan fås ved anvendelse af Kötter's ligning og randbetingelserne på en brudlinie i et zonebrud. Ved successiv anvendelse af 5.15.5, 5.13.12 og 5.15.13 kan man beregne enhedsnormaltrykket  $e^z$  i det punkt, hvor brudlinien møder væggen, såfremt man kender brudliniens geometriske form. Man får herved et udtryk, som kan skrives på følgende simple form, hvor  $d$  er dybden under jordoverfladen, målt langs væggen

$$e^z = \bar{\gamma} d K_Y^z + p K_p^z + c K_c^z \quad 5.23.1$$

For koefficienterne til  $p$  og  $c$  findes (ved at betragte specialtilfældet  $\gamma = 0$ ) følgende eksakte formler, i hvilke  $v_0$  og  $v_1$  er de ved 5.15.4 og 5.15.12 bestemte vinkler



$$K_p^z = \frac{\cos \delta \sin(v_0 + \varphi) \cos(v_1 - \theta)}{\sin(v_0 - \beta) \cos(v_1 + \varphi + \delta - \theta)} e^{2(v_0 - v_1) \tan \varphi} \quad 5.23.2$$

$$K_c^z = \left[ K_p^z \frac{\sin(v_0 + \varphi - \beta)}{\sin(v_0 + \varphi)} - 1 \right] \cot \varphi \quad 5.23.3$$

For koefficienten til  $\bar{y}_d$  kan der ikke angives noget simpelt, eksakt udtryk, men følgende halvempiriske formel vil i reglen give en udmærket tilnærmelse

$$K_y^z \sim \left[ K_p^z + 0,007(e^{\theta \sin \delta} - 1) \right] \cos(\beta - \theta) \quad 5.23.4$$

Som sædvanlig skal man regne  $c$ ,  $\varphi$ ,  $a$  og  $\delta$  positive ved passivt tryk, negative ved aktivt. For enheds-tangentialtrykket giver 5.15.6

$$f^z = e^z \tan \delta + a \quad 5.23.5$$

I det specielle tilfælde  $\varphi = 0$  (hvilket medfører  $\delta = 0$ ) bliver 5.23.3 ubestemt og må erstattes med følgende ligning

$$K_c^z = 2(v_0 - v_1) + \cot(v_0 - \beta) + \sin(2v_1 - 2\theta) \quad 5.23.6$$

i hvilken  $v_0$  og  $v_1$  er givet ved 5.15.19 og 5.15.21.

I det praktisk vigtigste tilfælde lodret væg og vandret jordoverflade findes for glat væg det fra Coulomb's teori bekendte udtryk

$$K_p^s = K_y^s = \tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\varphi) \quad 5.23.7$$

medens man for ru væg finder

$$K_p^r = e^{(\frac{1}{2}\pi + \varphi) \tan \varphi} \cos \varphi \tan(45^\circ + \frac{1}{2}\varphi) \quad 5.23.8$$

$$K_y^r = K_p^r + 0,007(e^{\theta \sin \varphi} - 1) \quad 5.23.9$$

For både glat og ru væg gælder ifølge 5.23.3 formlen

$$K_c = (K_p - 1) \cot \varphi \quad 5.23.10$$

For  $\varphi = 0$  fås  $K_p = K_y = 1$ , medens 5.23.6 giver  $K_c^s = 2$  for glat væg og  $K_c^r = \frac{1}{2}\pi + 1 = 2,57$  for ru væg.

På fig. 5.23. A er angivet kurver for  $K_y$ ,  $K_p$  og  $K_c$ , såvel ved passivt som ved aktivt tryk, og for både glat og ru væg; men kun gældende for tilfældet lodret væg og vandret jordoverflade.

Såvel de ved Coulomb's metode, som de ved hjælp af Kötter's ligning udledede formler i dette afsnit gælder alene for zonebrud. Sådanne forekommer i reglen kun,

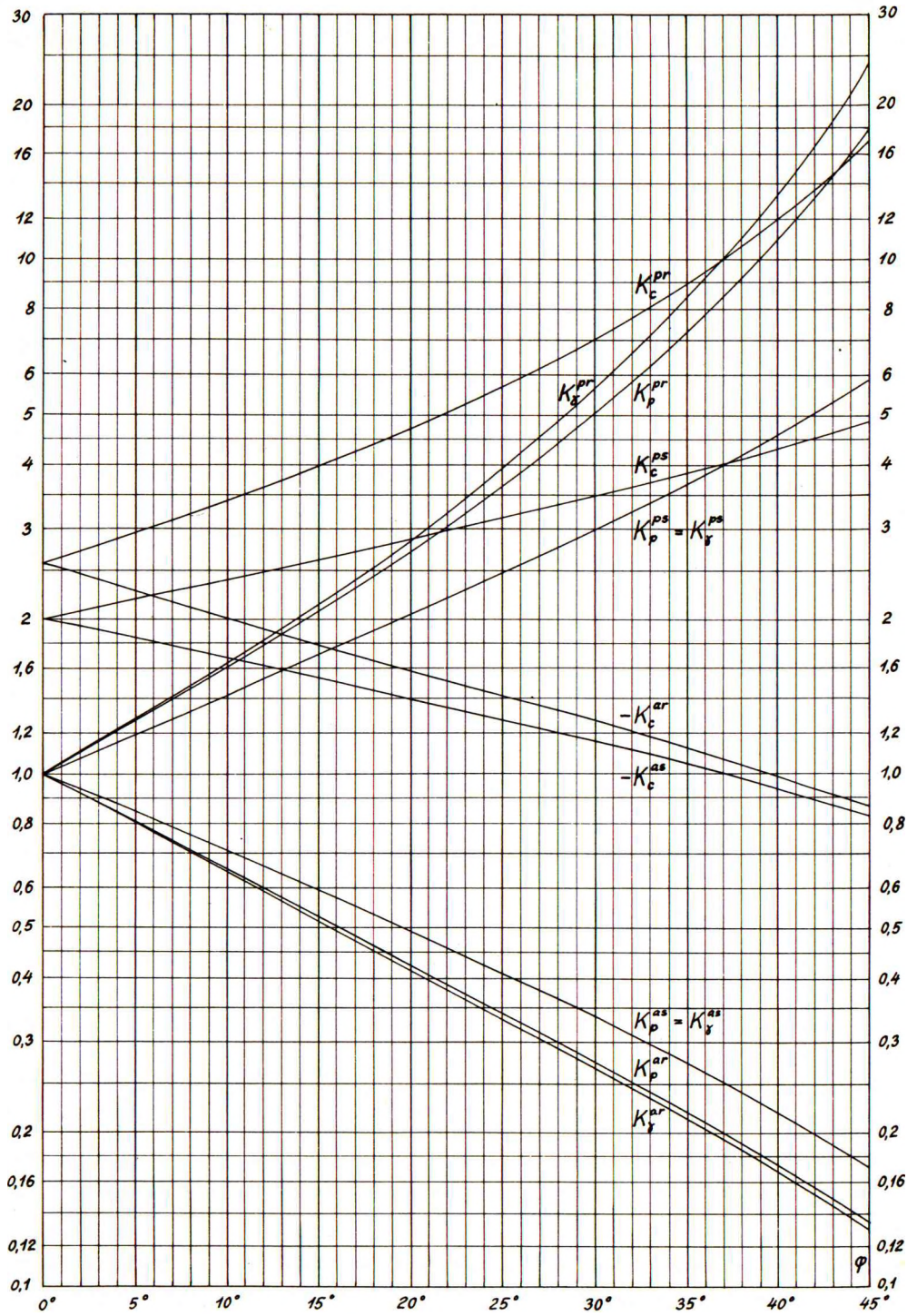


Fig. 5.23.A: Jordtrykskoefficienter ved zonebrud.

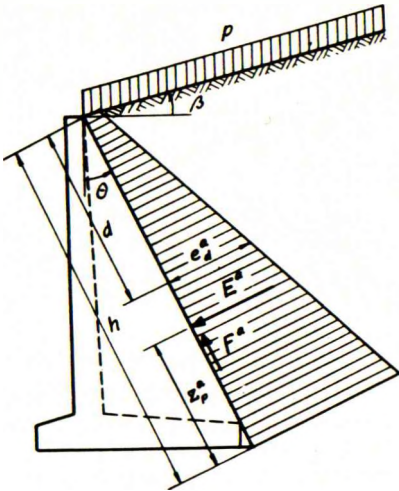


Fig. 5.23. B: Vinkel-støttemur.

når væggen drejningspunkt ligger under dens fod. Dette vil f. eks. være tilfældet for en almindelig støttemur, på hvis bagside der vil optræde et aktivt jordtryk, svarende til et zonebrud. Til beregning af dette jordtryk kan man efter behag anvende Coulomb's formler eller de ved hjælp af Kötter's ligning udledede.

For en vinkel-støttemur skal jordtrykket beregnes på den plane skillelinie i jorden, som forbinder den lodrette plades øverste kant med den vandrette plades bageste kant (fig. 5.23. B). Vægten af jorden mellem denne skillelinie og støttemuren skal medregnes til sidstnævntes egenvægt.

#### 5.24 Ligevægtsmetoden

En beregning efter ligevægtsmetoden baserer sig på de af Kötter's ligning udledede fundamentalformler, samt på randbetingelserne. Det almindelige princip er iøvrigt følgende.

Svarende til problemets kinematiske betingelser udvælges en sandsynlig brudfigur til nærmere undersøgelse. De brudlinier, der begrænser de forskellige zoner, approksimeres ved cirkler, rette linier eller kombinationer af disse. Den således simplificerede brudfigur vil indeholde et vist antal ubekendte geometriske parametre, og i tilgift til disse kan man som ubekendte have visse statiske størrelser, f. eks. jordtryk. Til bestemmelse af de ubekendte haves for det første de statiske ligevægtsbetingelser for hver enkelt zone, samt de eventuelle kinematiske betingelser. Hvis problemet skal kunne løses, må naturligvis det samlede antal ubekendte være lig det samlede antal betingelser.

Det simpleste tilfælde er et rent liniebrud, som f. eks. kan fremkomme, når en stiv væg drejer sig om et punkt, der ligger over dens midte (fig. 5.24. A).

Da jordlegemet over brudcirklen drejer sig om dennes centrum, må væggen af kinematiske grunde dreje sig om det punkt, i hvilket cirkelns centrum projiceres på væggen. Når væggen højde (målt langs væggen) kaldes  $h$ , og drejningspunktets afstand fra væggen fod kaldes  $z_r = \rho h$ , fås rent geometrisk



Mellem væggen og jorden virker et jordtryk, hvis komponent vinkelret på væggen betegnes med E. Komponenten F parallelt med væggen er da i henhold til 5.15.6 bestemt ved

$$F = E \tan \delta + ah \quad 5.24.13$$

Det samlede jordtryk kan også opløses i en komponent ah parallel med væggen og en komponent E sec  $\delta$ , som danner vinklen  $\delta$  med væggens normal (fig. 5.24. A). a  $\delta$  og F regnes positive, når sidstnævnte virker nedad på jorden.

I selve brudcirklen virker indre kræfter med en resultant R, hvis komponenter N, T og  $M_R$  er givet ved fundamentalligningerne 5.13.19-21.

Ligevægten af jordlegemet over brudcirklen kan nu udtrykkes ved at

- 1) Projicere på en linie vinkelret på jordtrykskomponenten E sec  $\delta$ .
- 2) Projicere på væggens normal.
- 3) Tage momenterne om væggens fodpunkt.

$$N \cos(\omega - \theta + \delta) - T \sin(\omega - \theta + \delta) - (G+P) \cos(\theta - \delta) - ah \cos \delta = 0 \quad 5.24.14$$

$$E = N \sin(\omega - \theta) + T \cos(\omega - \theta) + (G+P) \sin \theta \quad 5.24.15$$

$$E z_p = N \cdot \frac{1}{2}k - (G+P) \cdot \frac{1}{2}k \cos \omega - M_R - M_G - M_P \quad 5.24.16$$

Normalt vil væggens drejningspunkt være givet, således at  $\rho$  er kendt. Problemet 4 ubekendte:  $\alpha$ ,  $\omega$ , E og  $z_p$  kan da beregnes af de 4 ligninger 5.24.2 og 14-16. I praksis foregår dette ved, at man skønner en værdi af  $\alpha$ , beregner det tilsvarende  $\omega$  af 5.24.2 og indsætter i 5.24.14, idet k substitueres med h ved hjælp af 5.24.1. Er 5.24.14 ikke tilfredsstillende, ændres  $\alpha$ , indtil dette er tilfældet. Derefter beregnes E af 5.24.15 og  $z_p$  af 5.24.16, medens 5.24.13 giver F.

Ved denne beregning forudsættes  $\delta$  og a givne, svarende til væggens ruhed, idet der antages at ske glidning mellem jord og væg. Svarer beregningens resultater ikke til denne antagelse, d. v. s. finder man vinklen  $\omega - \alpha - \theta < 0$ , kan der åbenbart ingen glidning ske. De virkelige værdier af a og  $\delta$  er da ikke på forhånd kendte, men til gengæld må brudlinien af kinematiske grunde gå vinkelret ind mod væggen, hvilket vil sige at

$$v_1 = \omega - \alpha = \theta \quad 5.24.17$$

$\alpha$  og  $\omega$  bestemmes da direkte af 5.24.2 og 5.24.17, hvorefter man finder E og  $z_p$  af 5.24.15-16, og endelig ved projektion af de virkende kræfter på væggen

$$F = N \cos(\omega - \theta) - T \sin(\omega - \theta) - (G+P) \cos \theta \quad 5.24.18$$

Ved et liniebrud kan man åbenbart ikke bestemme jordtrykkets eksakte fordeling over væggen, idet enhedsjordtrykket e kun kan bestemmes i et punkt, hvor en brudlinie møder væggen, altså kun i væggens nederste punkt.

I et zonebrud kan jordtryksfordelingen derimod i princippet bestemmes eksakt, idet der her fra ethvert punkt af væggen udgår en brudlinie. I reglen nøjes man dog med at bestemme enhedstrykkene  $e_t$  og  $e_f$  i væggens toppunkt og fodpunkt og iøvrigt forudsætte en retliniet variation (fig. 5.24.B). Man har da

$$E = \frac{1}{2} h(e_t + e_f)$$

$$E z_p = \frac{1}{6} h^2 (2e_t + e_f)$$

5.24.19-20

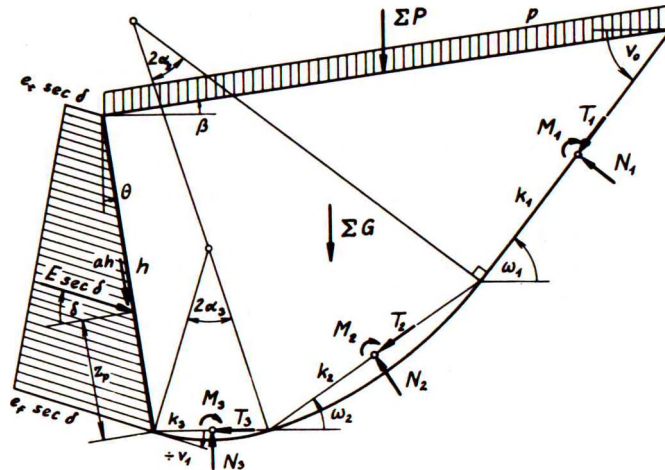


Fig. 5.24.B: Beregning af zonebrud.

For det øverste punkts vedkommende er brudlinien uendelig kort (alle korderne  $k = 0$ ). Idet den forudsættes at møde jordoverfladen og væggen under de statisk korrekte vinkler, kan man da successivt beregne  $\tau_0$  (5.15.4-5),  $\tau_1$  (5.13.12 med  $2\alpha = v_0 - v_1$ ) og  $e$  (5.15.12-13).

For det nederste punkts vedkommende approksimeres brudlinien ved en kombination af cirkelbuer og rette liniestykker. De skal flugte med hinanden, hvor de mødes, og iøvrigt danne de statisk korrekte vinkler  $v_0$  og  $v_1$  med vandret ved henholdsvis jordoverfladen og væggen (5.15.4 og 5.15.12). Vinklerne  $\alpha$  kan vælges frit, idet man dog må have

$$\Sigma 2\alpha = v_0 - v_1$$

5.24.21

Efter valget af  $\alpha$ 'erne er  $\omega$ 'erne også givne. Da  $e$  kan bestemmes, når brudliniens geometriske parametre kendes, vil kordelængderne  $k$  i den nederste brudlinies enkelte dele være de eneste ubekendte i problemet. De må iøvrigt tilfredsstille den geometriske betingelse, der fås ved projektion af henholdsvis væghøjden og korderne på en linie vinkelret på jordoverfladen

$$\Sigma k \sin(\omega - \beta) = h \cos(\theta - \beta)$$

5.24.22

Ligevægten af jordlegemet over den nederste brudlinie kan nu udtrykkes ved at

- 1) Projicere på en linie vinkelret på jordtrykskomponenten  $E$  sec  $\delta$ .
- 2) Projicere på væggenes normal.
- 3) Tage momenterne om væggenes fodpunkt.

$$\Sigma N \cos(\omega - \theta + \delta) - \Sigma T \sin(\omega - \theta + \delta) - \Sigma(G+P) \cos(\theta - \delta) - ah \cos \delta = 0 \quad 5.24.23$$

$$\Sigma N \sin(\omega - \theta) + \Sigma T \cos(\omega - \theta) + \Sigma(G+P) \sin \theta - E = 0 \quad 5.24.24$$

$$\Sigma M_R^f + \Sigma M_G^f + \Sigma M_P^f + E z_p = 0 \quad 5.24.25$$

hvor  $M^f$  betegner momentet af en kraft om væggenes fodpunkt.

Til bestemmelse af de ubekendte kordelængder  $k$  haves de 4 ligninger 5.24.22-25. Den nederste brudlinie kan derfor sammensættes af indtil 4 stykker. Iøvrigt viser det sig, at man får særdeles nøjagtige resultater, selv om man nøjes med 3 eller endog 2 stykker (en cirkel og en ret linie) og kun tilfredsstillende et tilsvarende antal ligninger. I sidste tilfælde skal de 2 kordelængder dog bestemmes af 5.24.22-23. Efter bestemmelsen af kordelængderne skal  $E$  og  $E z_p$  beregnes ved hjælp af 5.24.19-20, idet man erfaringsmæssigt vil få altfor unøjagtige resultater ved at anvende 5.24.24-25 til dette formål.

Den foretagne beregning giver ikke nogen oplysning om beliggenheden af væggenes drejningspunkt ved zonebruddet. Til et givet zonebrud svarer iøvrigt ikke som ved et liniebrud et bestemt drejningspunkt, men drejningspunktet kan befinde sig hvor som helst i et bestemt område. Dette hænger sammen med, at der i zonebruddet foruden glidninger langs den nederste brudlinie (som i liniebruddet) også kan ske indre deformationer i brudzonen, og disse to bevægelsesmuligheder kan kombineres vilkårligt. Normalt vil de til et zonebrud svarende drejningspunkter for væggen ligge under dennes fodpunkt, men en nærmere bestemmelse kræver som oftest en temmelig kompliceret kinematisk undersøgelse.

For beregningen af kombinerede brud kan der ikke gives generelle anvisninger, men tilnærmede metoder for nogle af de vigtigste typer er angivet i et specialværk (Brinch Hansen 1953).

### 5.25 Jordtryk ved vilkårligt drejningspunkt

Set fra plasticitetsteoriens synspunkt kan enhver væg, i hvilken der ikke dannes flydecharnierer, betragtes som stiv, og dens bevægelse i brudstadiet kan derfor beskrives som en drejning om et bestemt punkt. Dette drejningspunkt kan principielt ligge hvor som helst i planen, men med nogle få undtagelser (hvoraf de vigtigste er ankerplader og cellefangedæmninger) kan man dog forudsætte, at væggen ikke bevæger sig langs sin egen akse. Dette vil sige, at drejningspunktet må ligge på væggen selv, eller på dens forlængelse.

Til ethvert givet drejningspunkt for væggen svarer en ganske bestemt brudfigur i jorden, som er kinematisk mulig for det pågældende drejningspunkt. I store træk gælder det, at der til drejningspunkter under væggens fod svarer et zonebrud, til drejningspunkter over væggens midte et liniebrud, og til drejningspunkter på væggens nederste halvdel et kombineret brud.

Det viser sig iøvrigt, at der uanset brudfigurens type gælder følgende generelle udtryk for det totale jordtryks normalkomponent E, tangentialkomponent F, samt angrebspunktets beliggenhed  $z_p$

$$E = \frac{1}{2} \bar{\gamma} h^2 K_Y + ph K_p + ch K_c \quad 5.25.1$$

$$F = \frac{1}{2} \bar{\gamma} h^2 K_Y \tan \delta_Y + (ph K_p + ch K_c) \tan \delta_p + ah \quad 5.25.2$$

$$E z_p = \frac{1}{2} \bar{\gamma} h^3 K_Y \zeta_Y + ph^2 K_p \zeta_p + ch^2 K_c \zeta_c \quad 5.25.3$$

I disse formler skal c altid regnes positiv, og h skal måles langs væggen. Det må iøvrigt bemærkes, at a og  $\delta$  (som skal regnes med fortegn) ikke altid har de af væggens ruhed bestemte grænseværdier, idet de kan være mindre, når der ikke findes glidning sted mellem jord og væg.

Ved zonebrud er jordtrykkets fordeling over væggens højde hydrostatisk, d. v. s. trekantformet for  $\gamma$ -bidraget og ensformigt for p- og c-bidragene. Ved liniebrud og kombinerede brud er det ikke muligt at bestemme fordelingen eksakt ved hjælp af brudteorien. Det er som en tilnærmelse foreslået (Brinch Hansen 1953) at regne med en trykfordeling som vist på fig. 5.21.C. Denne trykfordeling er karakteriseret ved et trykspring i en vis højde  $z_j = \xi h$  over væggens fod. Enheds-normaltrykkene  $e^x$  og  $e^y$  henholdsvis over og under trykspringet er - i dybden d under væggens top - bestemt ved ligningerne

$$e^x = \bar{\gamma} d K_Y^x + p K_p^x + c K_c^x \quad 5.25.4$$

$$e^y = \bar{\gamma} d K_Y^y + p K_p^y + c K_c^y \quad 5.25.5$$

Også her skal c altid regnes positiv, og d skal måles langs væggen. For enheds-tangentialtrykkene  $f^x$  og  $f^y$  har man

$$f^x = \bar{\gamma} d K_Y^x \tan \delta_Y + (p K_p^x + c K_c^x) \tan \delta_p + a \quad 5.25.6$$

$$f^y = \bar{\gamma} d K_Y^y \tan \delta_Y + (p K_p^y + c K_c^y) \tan \delta_p + a \quad 5.25.7$$

Alle de i ovenstående formler 5.25.1-7 indgående koefficienter K,  $\zeta$  og  $\xi$ , vinkler  $\delta$  og forhold a/c er dimensionsløse størrelser, der er funktioner af det ligeledes dimensionsløse forhold  $\rho$ , som angiver drejningspunktets beliggenhed. Man har



$$\rho = \frac{z_r}{h} \quad \zeta = \frac{z_p}{h} \quad \xi = \frac{z_j}{h} \quad 5.25.8-10$$

Alle de nævnte størrelser afhænger desuden af friktionsvinklen  $\varphi$ , af væggenes relative ruhed, samt af jordoverfladens hældning  $\beta$  og væggenes hældning  $\theta$ .

For det praktisk vigtigste tilfælde lodret væg og vandret jordoverflade er der i hosstående serie diagrammer givet det fornødne grundlag til bestemmelse af størrelserne  $\xi$  (fig. 5.25. A-B),  $K_Y^X$  og  $K_Y^Y$  (fig. 5.25. C-D),  $K_P^X$  (fig. 5.25. E-F),  $K_P^Y$  (fig. 5.25. G-H),  $K_C^X$  (fig. 5.25. J-K),  $K_C^Y$  (fig. 5.25. L-M),  $\tan \delta_Y$  (fig. 5.25. N),  $\tan \delta_P$  (fig. 5.25. O) og  $a/c$  (fig. 5.25. P). De tre sidstnævnte diagrammer svarer til ru væg; for de øvrige vedkommende gælder det, at øverste diagram på hver side svarer til glat væg og nederste til ru væg. Et + angiver positiv rotation og et - negativ rotation.

Ved hjælp af disse diagrammer kan man, for lodret væg og vandret jordoverflade, direkte optegne jordtryksfordelingen på en væg med et givet drejningspunkt, uden at man behøver at beregne brudfigurer. Man vil i reglen regne med ru væg i sand, men med glat væg i ler, fordi leret nærmest væggen kan blive udblødt.

I tilfælde af en vandret jordoverflade gælder der iøvrigt både for  $K_C$ ,  $K_C^X$  og  $K_C^Y$  følgende relation i forhold til henholdsvis  $K_P$ ,  $K_P^X$  og  $K_P^Y$

$$K_C = (K_P - 1) \cot \varphi \quad 5.25.11$$

hvor  $\varphi$  altid skal regnes positiv. Desuden har man ifølge 5.14.11

$$a = c \cot \varphi \tan \delta_P \quad 5.25.12$$

Ved anvendelse af 5.25.11-12 kan 5.25.4 og 6 ændres til følgende

$$e^X = \bar{\gamma}d K_Y^X + (p+c \cot \varphi) K_P^X - c \cot \varphi \quad 5.25.13$$

$$f^X = \bar{\gamma}d K_Y^X \tan \delta_Y + (p+c \cot \varphi) K_P^X \tan \delta_P =$$

$$\bar{\gamma}d K_Y^X \tan \delta_Y + (a+p \tan \delta_P) K_P^X \quad 5.25.14$$

samt analoge formler for  $e^Y$  og  $f^Y$ . Formlerne 5.25.13-14 og de analoge gælder dog kun ved vandret jordoverflade.

Hvis der i en væg dannes et flydecharnier, kan væggen betragtes som bestående af to stive dele, forbundet ved et hængsel (fig. 5.25. Q). Hver vægdel vil da have sit separate drejningspunkt; i det viste eksempel har øvre vægdel positiv rotation og nedre vægdel negativ rotation. Brudfiguren kan være ret kompliceret, men jordtrykkene kan med tilnærmelse beregnes som følger.

Trykkene på den øvre vægdel (højde  $h_1$ ) bestemmes på sædvanlig måde, svarende til et  $\rho_1$ , der er lig det øvre drejningspunkts højde over flydecharnieret, divideret med  $h_1$ . Dette bestemmer det øvre tryksprings beliggenhed samt trykkene  $e_1^X$  og  $e_1^Y$

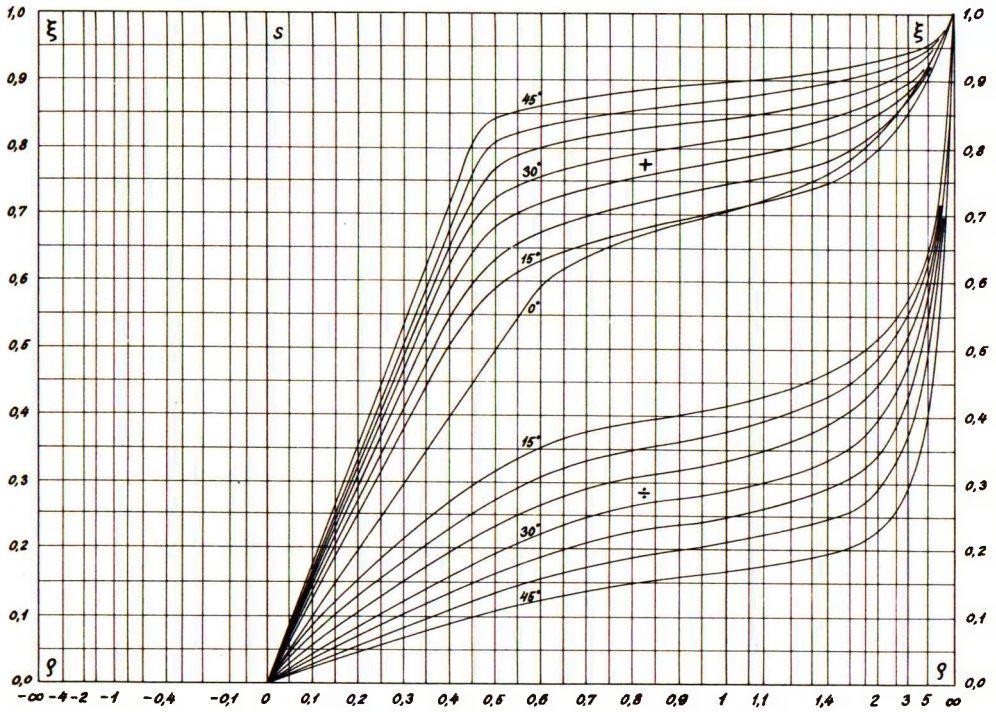


Fig. 5.25.A:  $\xi$  for fuldstændig glat væg.

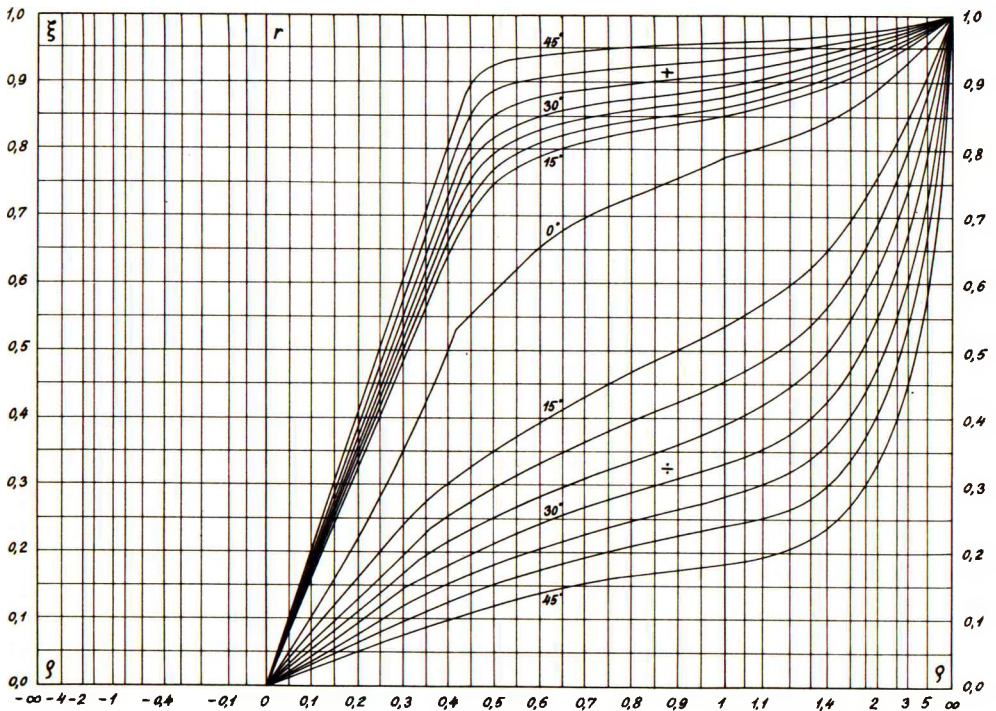


Fig. 5.25.B:  $\xi$  for fuldstændig ru væg.

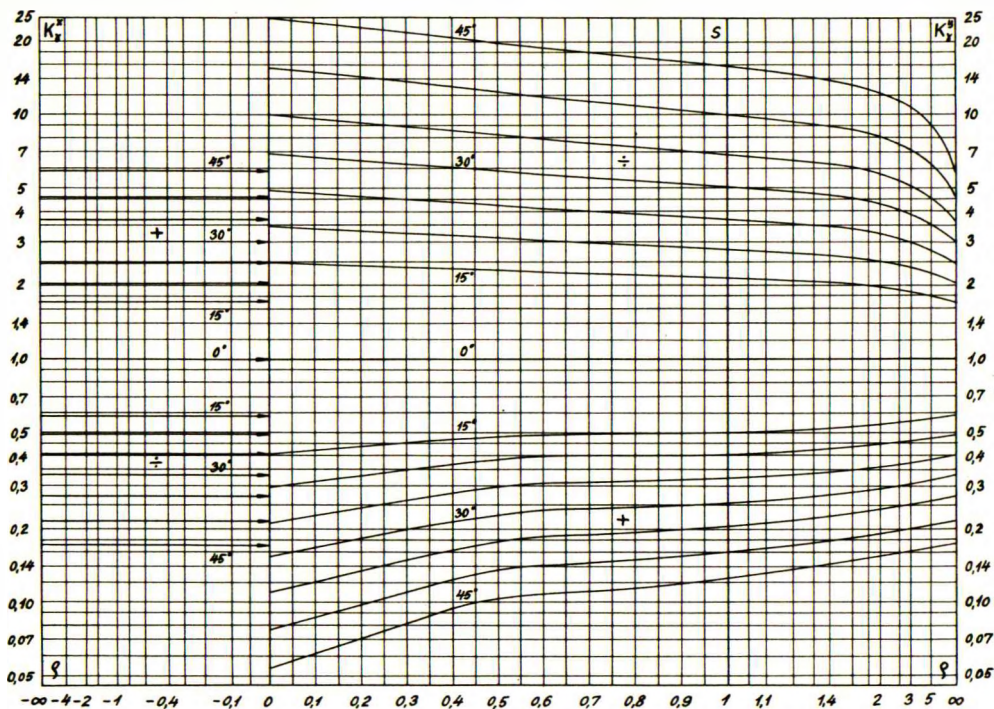


Fig. 5.25. C:  $K_x^x$  og  $K_y^y$  for fuldstændig glat væg.

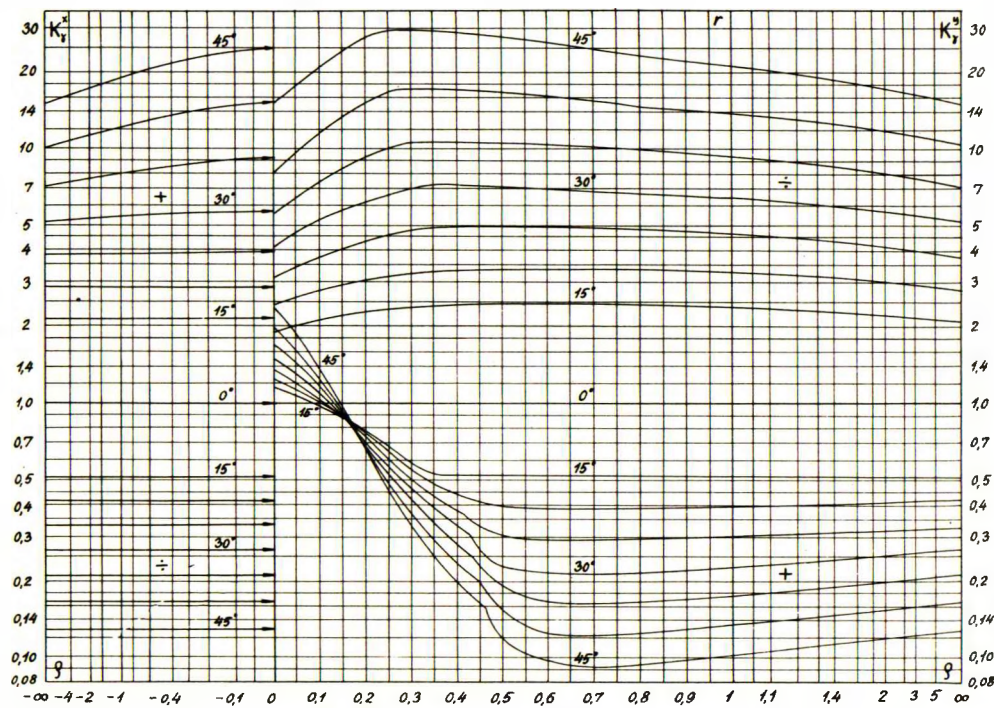


Fig. 5.25. D:  $K_x^x$  og  $K_y^y$  for fuldstændig ru væg.

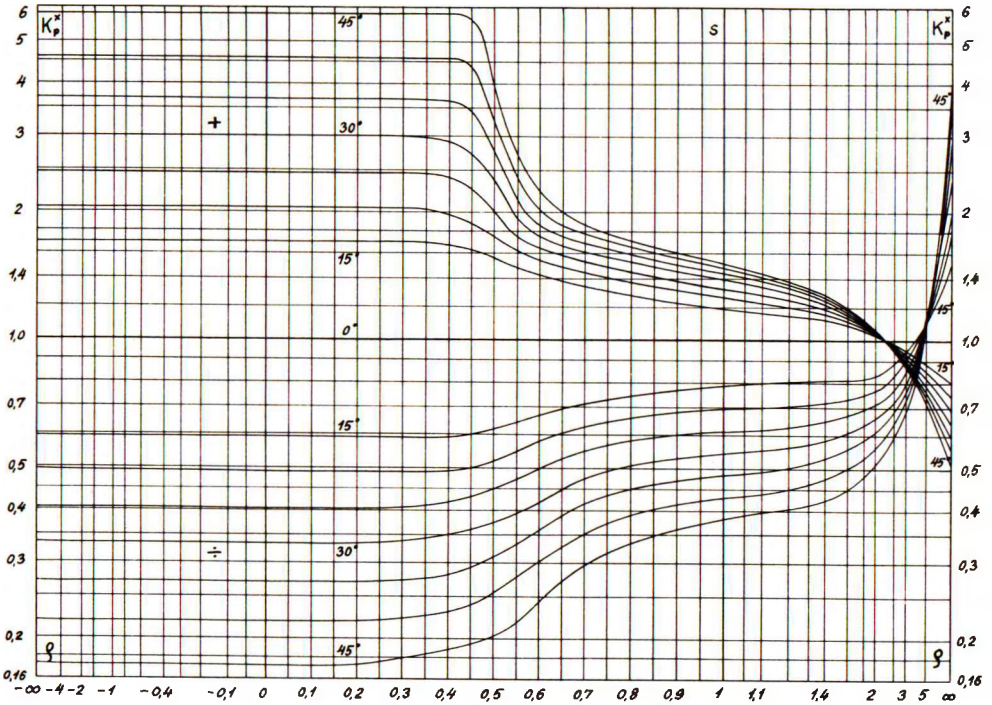


Fig. 5.25. E:  $K_p^x$  for fuldstændig glat væg.

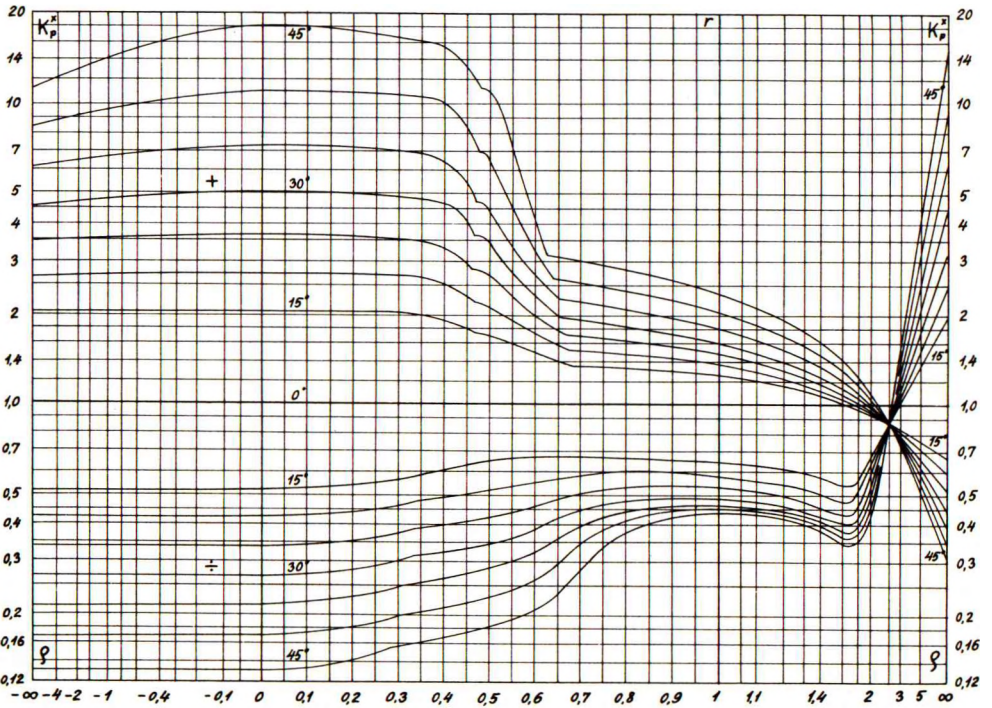


Fig. 5.25. F:  $K_p^x$  for fuldstændig ru væg.

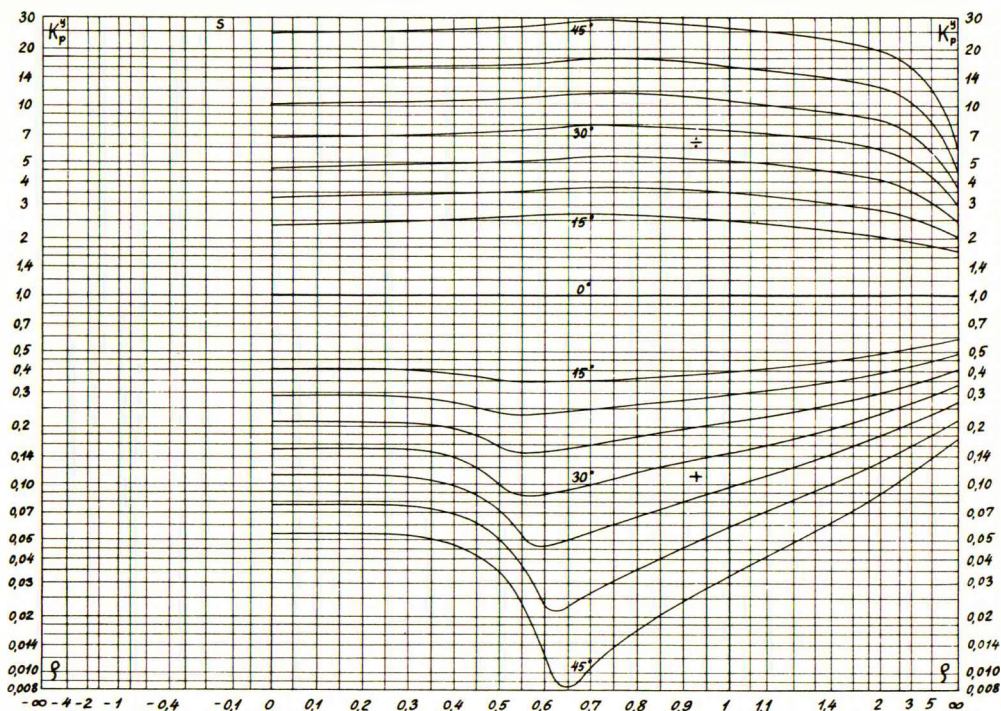


Fig. 5.25.G:  $K_p^y$  for fuldstændig glat væg.

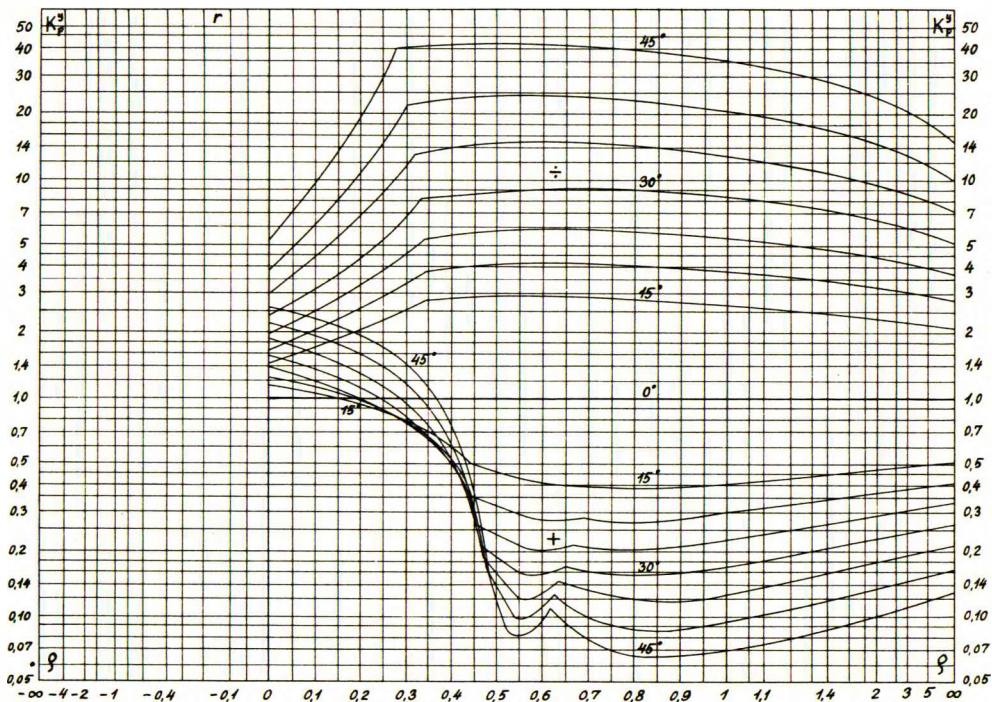


Fig. 5.25.H:  $K_p^y$  for fuldstændig ru væg.

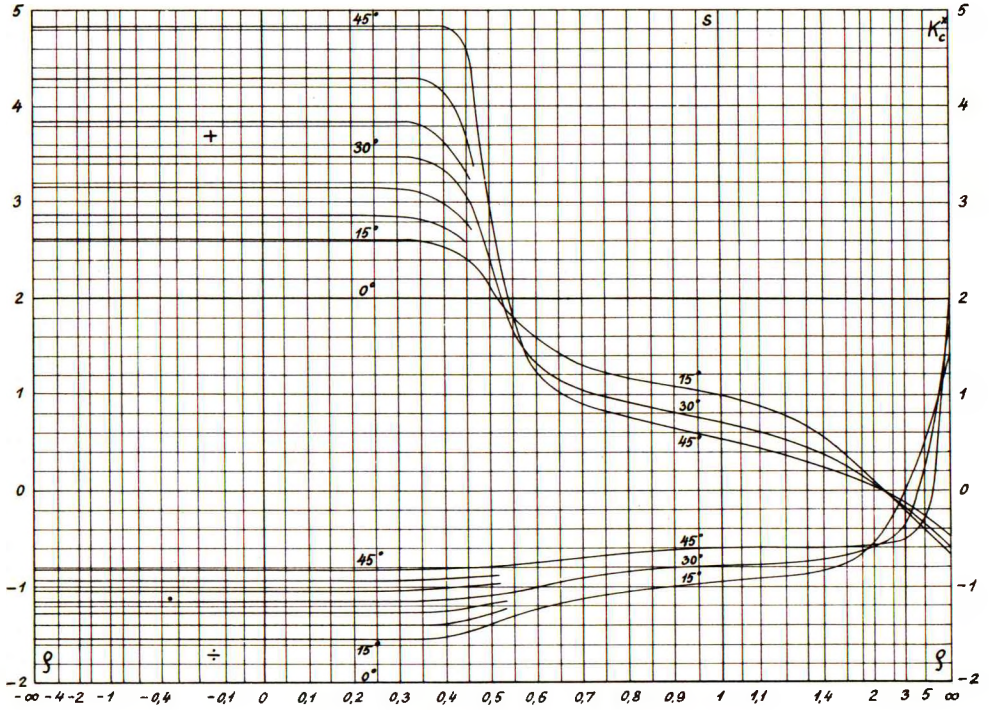


Fig. 5.25.J:  $K_c^x$  for fuldstændig glat væg.

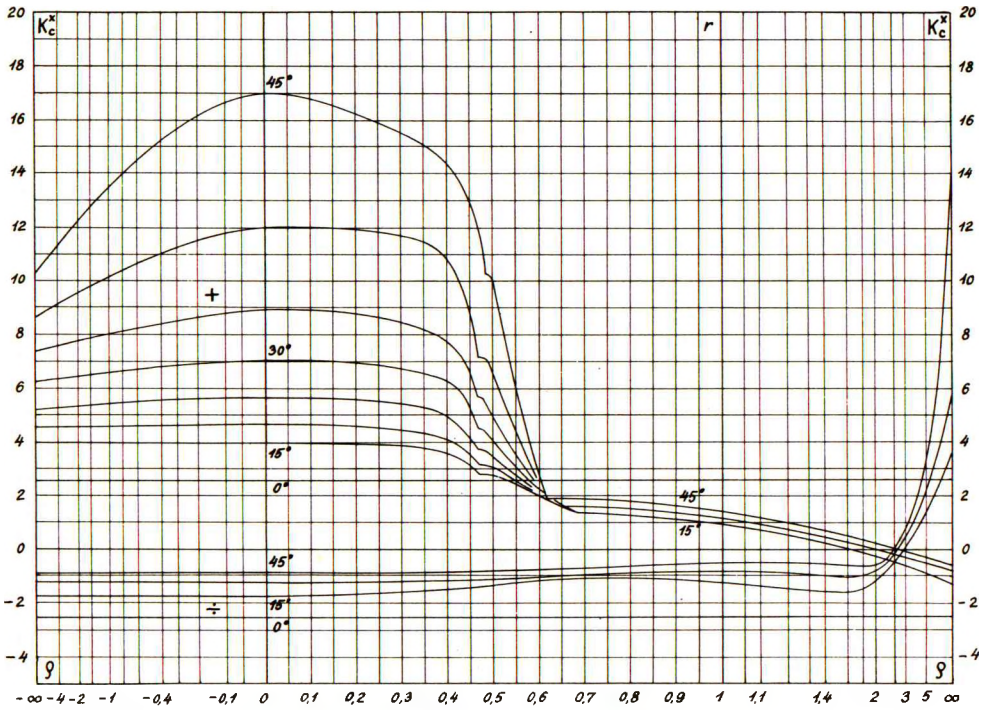


Fig. 5.25.K:  $K_c^x$  for fuldstændig ru væg.

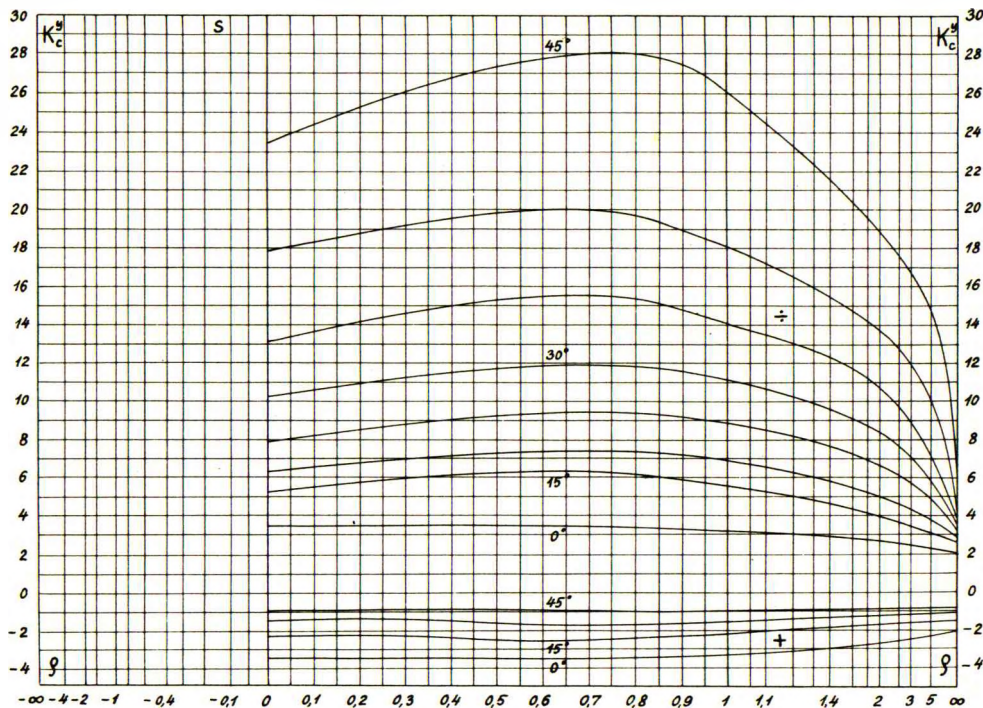


Fig. 5.25.L:  $K_c^y$  for fuldstændig glat væg.

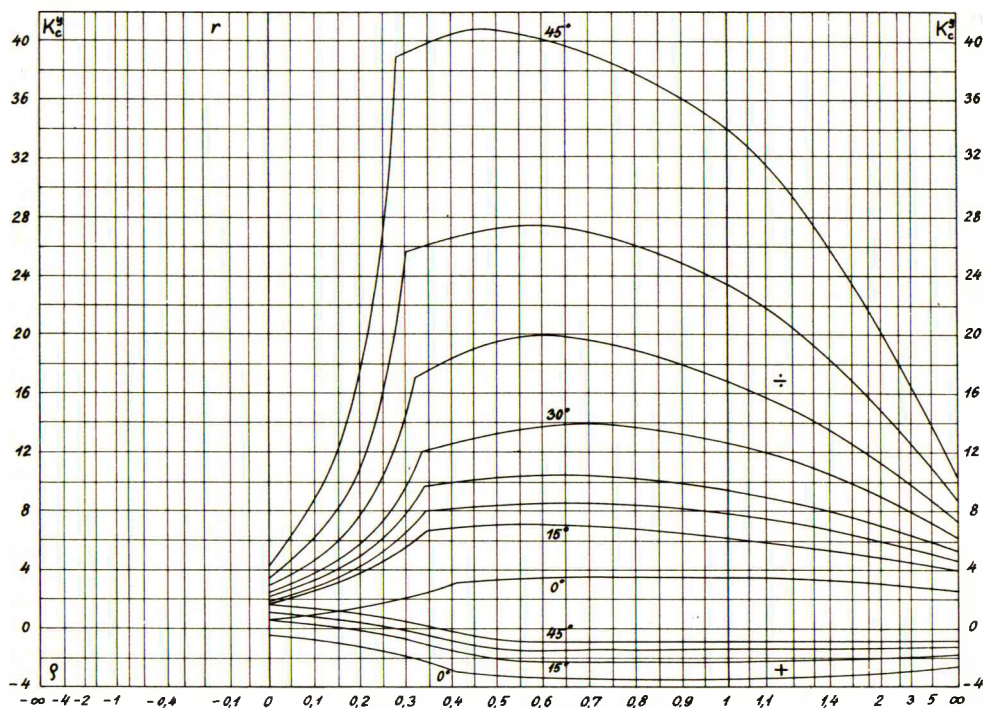


Fig. 5.25.M:  $K_c^y$  for fuldstændig ru væg.

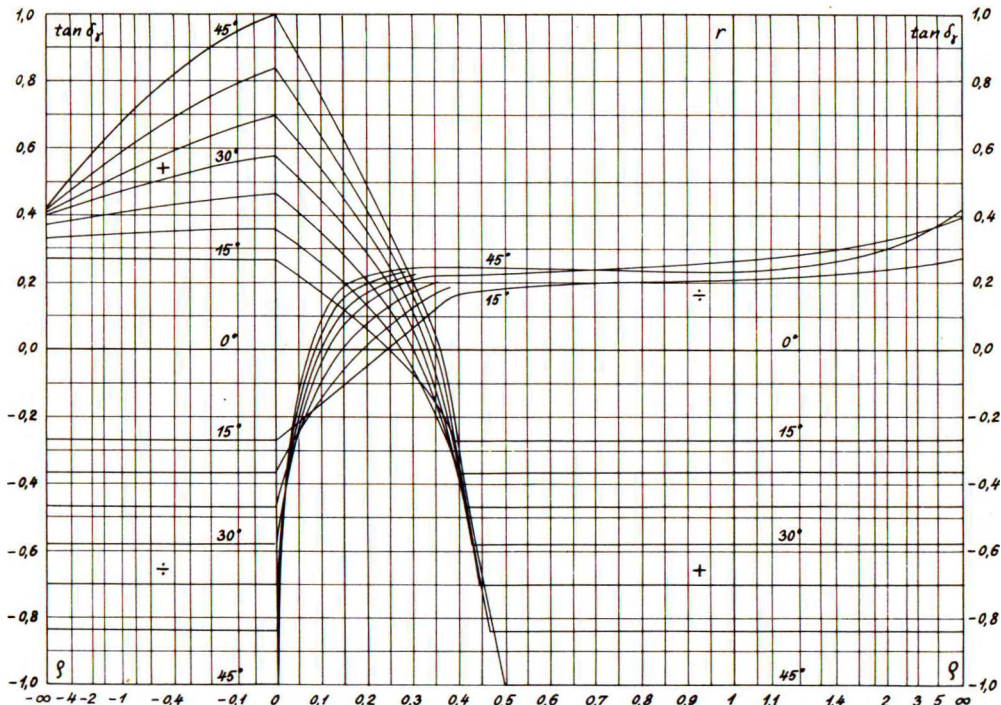


Fig. 5.25.N:  $\tan \delta_y$  for fuldstændig ru væg.

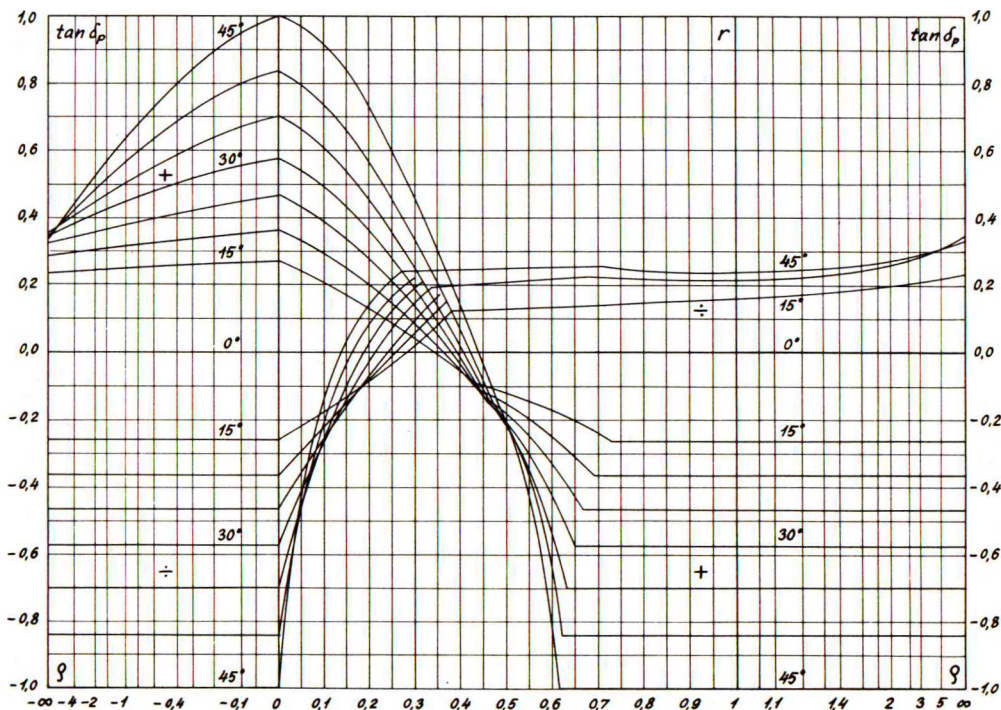


Fig. 5.25.O:  $\tan \delta_p$  for fuldstændig ru væg.



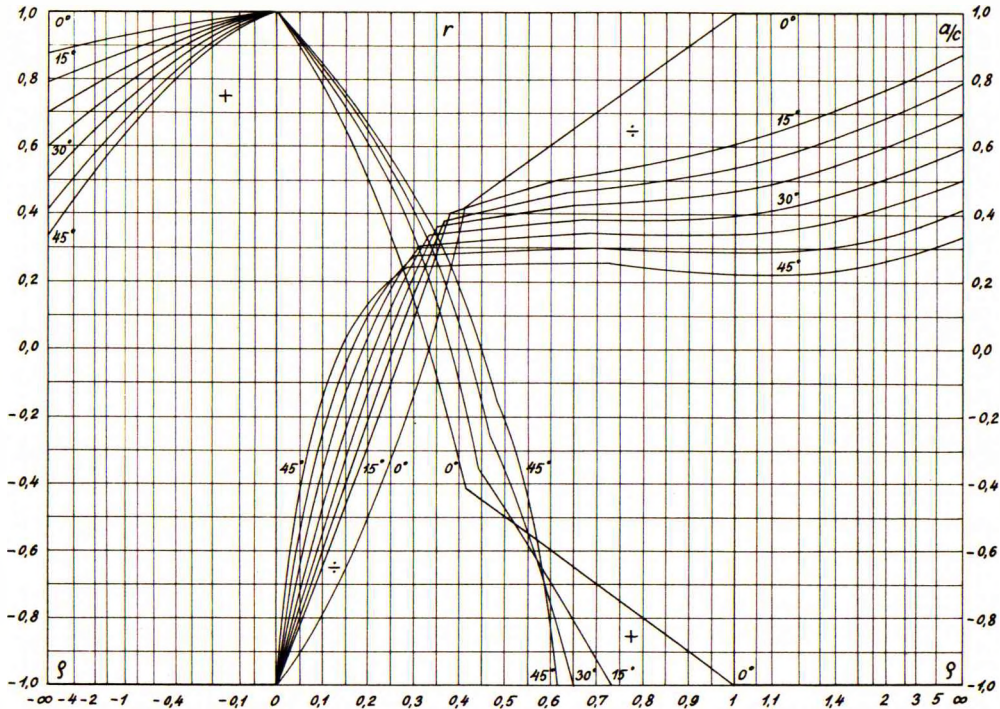


Fig. 5.25.P:  $a/c$  for fuldstændig ru væg.

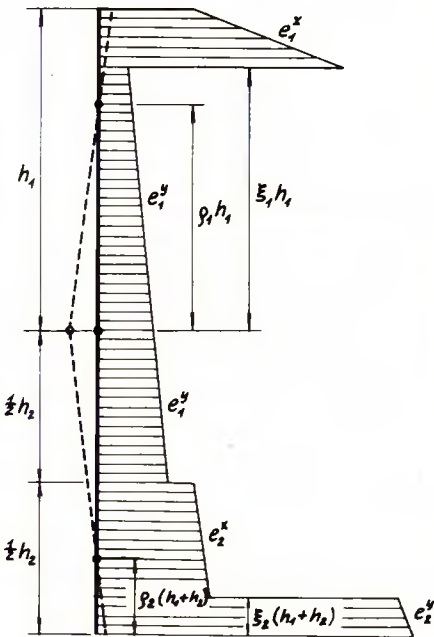


Fig. 5.25.Q: Jordtryksfordeling på væg med flydecharnier.

(5.25.4-5). På den øverste halvdel af nedre vægdel (totalhøjde  $h_2$ ) regner man også med de til  $e_1^y$  svarende tryk.

Trykkene på den nederste halvdel af nedre vægdel bestemmes, som om hele væggen (højde  $h_1 + h_2$ ) drejede sig om det nedre drejningspunkt, altså svarende til et  $\rho_2$ , der er lig det nedre drejningspunkts højde over væggenes fod, divideret med  $h_1 + h_2$ . Dette bestemmer det nedre tryksprings beliggenhed samt trykkene  $e_2^x$  og  $e_2^y$ . Dybden  $d$  i 5.25.4-5 skal naturligvis regnes fra den virkelige jordoverflade.

Har man lagdelt jord med forskellige rumvægte, men samme styrkeparametre, gælder formlerne 5.25.4-5 uændret; blot skal man i stedet for  $\bar{\gamma}d$  sætte den samlede effektive vægt af alle de over det betragtede niveau liggende jordlag. Jordtrykskurven vil udvise knæk ved laggrænserne, bl.a. ved grundvandspejlet.

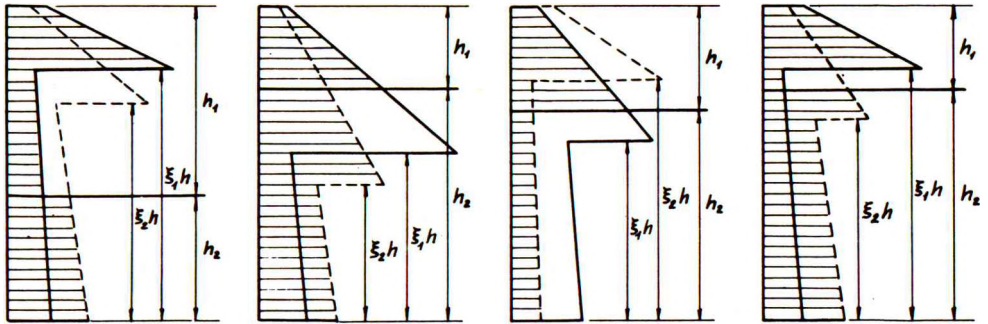


Fig. 5.25.R: Jordtryksfordelinger ved lagdelt jord.

Har de forskellige lag også forskellige styrkeparametre  $c$  og  $\phi$ , gælder det samme, men desuden skal man i hvert enkelt lag regne med de værdier af  $c$  og  $K$ , som svarer til det pågældende lags styrkeparametre. Til hvert lag svarer en værdi af  $\xi$ , som ved multiplikation med den totale væghøjde  $h$  giver beliggenheden af et muligt trykspring. Af disse tages dog kun det (eller de) i betragtning, som netop falder i det lag, til hvis styrkeparametre det pågældende  $\xi$  svarer. Fig. 5.25.R viser de 4 forskellige muligheder, der kan forekomme, når man har 2 forskellige jordlag. Det vil ses, at man foruden de normale trykspring også har spring ved laggrænserne.

Eventuelle hydrostatiske vandtryk skal altid beregnes separat. Til gengæld skal der ved beregning af jordtrykkene regnes med den for opdrift reducerede effektive rumvægt  $\gamma' = \gamma - \gamma_w$  af jorden under grundvandspejlet.

Findes der en kapillær zone, skal der i denne regnes med negative vandtryk, samt reduceret rumvægt  $\gamma'$ . I oversiden af den kapillære zone skal der regnes med et nedadrettet kapillartryk  $p_c = h_c \gamma_w$ , der kan betragtes som en "nyttelast" i dette niveau.

Finder der en grundvandsstrømning sted, skal jorden desuden regnes påvirket af strømkræfter  $j = i\gamma_w$ . Hvis disse er omtrent lodrette og nogenlunde konstante, kan jordtrykkene beregnes for en effektiv rumvægt  $\gamma'' = \gamma' + i\gamma_w$ . Det øverste fortegn (+) anvendes ved nedadrettet strømning, det nederste (-) ved opadrettet strømning.

### 5.26 Frie spunsvægge

En fri spunsvæg har ingen forankringer eller afstivninger, men er alene understøttet af jorden på dens to sider (fig. 5.26.A).

I brudstadiet kan man tænke sig, at væggen drejer sig som et stift legeme om et punkt, der må ligge mellem den nederste jordoverflade og væggenes fod. Beliggenheden af dette punkt ( $z_r$ ), væggenes nødvendige højde ( $h_1 + \Delta h$ ) og den lodrette spidsmodstand mod væggenes fod ( $Q_p$ ) er problemets 3 ubekendte. Til deres bestemmelse

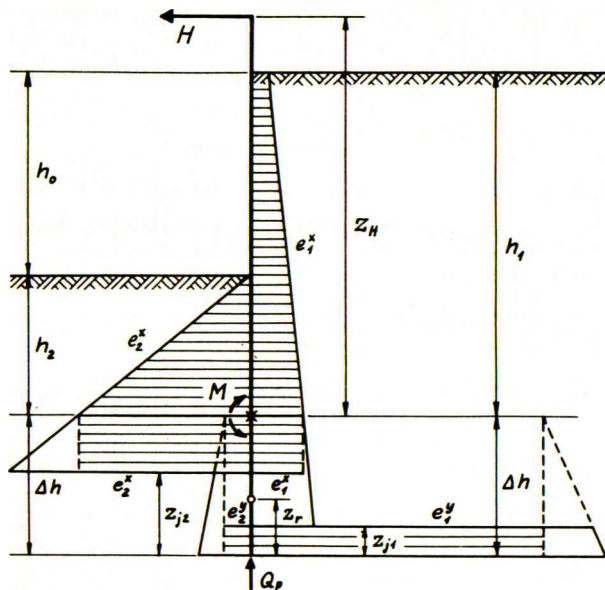


Fig. 5.26. A: Jordtryksfordeling på fri spunsvæg.

har man de 3 ligevægtsligninger for væggen. I praksis går man simplest frem på følgende måde (Brinch Hansen 1953).

Erfaringsmæssigt ligger drejningspunktet altid ret nær ved væggenes fod, og for små værdier af  $\rho$  ser man af diagrammerne fig. 5.25. C-F, at  $e^x$  enten er helt uafhængig af  $\rho$  ( $\gamma$ -bidraget) eller kun varierer lidt med  $\rho$  ( $p$ -bidraget). Man kan derfor straks optegne trykfordelingen for væggenes øvre del ( $e_1^x$  og  $e_2^x$ ), svarende til  $\rho = 0$ . På højre side i fig. 5.26. A har man negativ rotation, og på venstre side positiv rotation. Der regnes ved dimensioneringen i det nominelle brudstadium, altså med partialsikkerhederne indført (afsnit 5.18).

Herefter kan man let bestemme beliggenheden af det punkt på væggen (markeret med et  $x$  på fig. 5.26. A), i hvilket transversalkraften er nul. I dette punkt optræder det største moment, hvis numeriske værdi  $M$  uden videre kan beregnes.

Den nedre del af væggen skal nu gives en sådan højde  $\Delta h$ , at momentet  $M$  kan optages ved "indspænding" i jorden. Trykfordelingen på den nedre del kan simplificeres til at bestå af de to skraverede rektangler, svarende til differens-enhedstryk af størrelsen

$$\Delta e^x = e_2^x - e_1^x \quad \Delta e^y = e_1^y - e_2^y \quad 5.26.1-2$$

For simpelheds skyld antages det, at alle fire  $e$ -værdier i 5.26.1-2 skal svare til  $\rho = 0$  og til den dybde, i hvilken maksimalmomentet  $M$  optræder.

Vandret projektion og momentligning for den nedre del giver nu

$$z_{j1} \Delta e^y - (\Delta h - z_{j2}) \Delta e^x = 0 \quad 5.26.3$$

$$z_{j1} \Delta e^y \cdot \frac{1}{2}(\Delta h + z_{j2} - z_{j1}) = M \quad 5.26.4$$

For små værdier af  $\rho$  ser man af diagrammerne fig. 5.25. A-B, at der er proportionalitet mellem  $z_j$  ( $\xi$ ) og  $z_r$  ( $\rho$ ). Følgende empiriske formel kan anvendes

$$\frac{z_j}{z_r} = \frac{\xi}{\rho} = 1 + 0,1 \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} \mp \tan \varphi = \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \end{matrix} \quad 5.26.5$$

hvor øverste fortegn (-) gælder for negativ rotation ( $C_1$ ), nederste (+) for positiv rotation ( $C_2$ ).

I det specielle tilfælde  $\varphi = 0$  fås

$$\frac{z_j}{z_r} = \frac{\xi}{\rho} = 1 + 0,1 \frac{a}{c} = C_1 = C_2 \quad 5.26.6$$

Ved hjælp af 5.26.5 kan man substituere  $z_{j1}$  og  $z_{j2}$  i 5.26.3-4 med  $z_r$ . Når  $z_r$  derefter elimineres mellem de to ligninger, fås en ligning, der kan løses med hensyn til  $\Delta h$

$$\Delta h = \left[ \frac{C_2}{C_1} + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x} \right] : \sqrt{\frac{\Delta e^y}{2M} \left[ 2 \frac{C_2}{C_1} + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x} - 1 \right]} \quad 5.26.7$$

Efter beregning af  $M$ ,  $\Delta e^x$  og  $\Delta e^y$  samt  $C_1$  og  $C_2$  kan ovenstående ligning anvendes direkte til bestemmelse af den til optagelse af indspændingsmomentet  $M$  nødvendige ekstra rammedybde  $\Delta h$ .

Væggens nødvendige modstandsmoment findes ved division af det beregnede nominelle moment  $M$  med den nominelle materialspænding (50 % større end den normalt tilladelige).

### 5.27 Forankrede spunsvægge

I modsætning til en fri spunsvæg er en forankret spunsvæg fastholdt af en række ankre i et bestemt niveau, i reglen lidt over vandlinien. Ankrene er i den anden ende fastgjort til ankerplader eller pælebukke.

Forankrede bolværker blev før århundredskiftet udført af tømmer og dimensioneret efter visse erfaringsregler. Da jernbetonen og stålspunsjernene fremkom, forsøgte man i mangel af bedre at dimensionere forankrede spunsvægge af disse mate-

rialer ved at beregne de aktive og passive jordtryk efter Coulomb's teori og anvende de normale tilladelige spændinger. Dette viste sig imidlertid at føre til meget uøkonomiske konstruktioner.

En praktisk løsning på problemet blev først fundet af Rud. Christiani i 1906. Han prøvede at gennemregne nogle af de gamle træbolværker efter Coulomb's teori, og fandt herved spændinger, der var indtil 3 gange så store som de normale tilladelige spændinger for træ. Han konkluderede heraf, at der ved forankrede spunsvægge må ske en sådan omfordeling af jordtrykkene, at de virkelige momenter kun bliver ca.  $1/3$  af de til Coulomb's teori svarende. I konsekvens heraf begyndte han at dimensionere forankrede spunsvægge af jernbeton efter Coulomb's teori, men med "tilladelige spændinger", der var 3 gange så store som de normale. Denne dristige analogislutning, der naturligvis ikke er videnskabeligt uangribelig, beviste sin praktiske værdi ved en lang række vellykkede og økonomiske bolværkskonstruktioner, udført af Christiani & Nielsen (Brinch Hansen 1946).

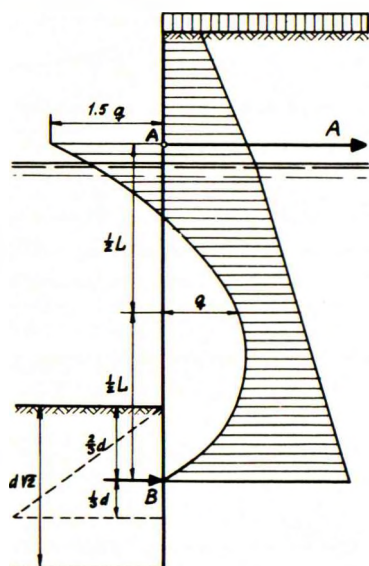


Fig. 5.27. A:

Aflastningsparablen.

Dansk Ingeniørforening udgav i 1923 nogle Normer for Vandbygningskonstruktioner, som indeholdt en ny, halvempirisk metode til beregning af forankrede spunsvægge. Den var baseret på den rigtige betragtning, at væggen udbøjning må føre til en trykaflastning omkring midten, i forbindelse med en trykforøgelse i nærheden af forankringspunktet. Dette blev udtrykt ved hjælp af den såkaldte aflastningsparabel (fig. 5.27. A). Foruden den herved fremkaldte momentreduktion regnedes der med tilladelige spændinger, som var 25 % højere end de normale.

I det følgende skal det vises, hvorledes den i de foregående afsnit udviklede brudteori kan anvendes til dimensionering af forankrede spunsvægge. Det første skridt i en sådan undersøgelse består i at fastlægge en brudmåde for konstruktionen. En forankret spunsvæg kan imidlertid tænkes at svigte på mange forskellige måder. Fig. 5.27. B viser nogle af disse; også andre kan forekomme, f. eks. hvis forankringen giver efter. Som tidligere nævnt skal brudmåden være både kinematisk og statisk mulig.

Man kunne måske forestille sig, at det ligesom for brudfigurer i jorden ville være nødvendigt at gennemregne alle (eller i hvert fald nogle) brudmåder for at finde frem til den mest kritiske. Dette er heldigvis ikke tilfældet. Tværtimod viser det sig, at man kan basere sin dimensionering af konstruktionen på en vilkårligt valgt brudmåde og herved komme til en fuldt forsvarlig konstruktion. Det kan nemlig vises (Brinch

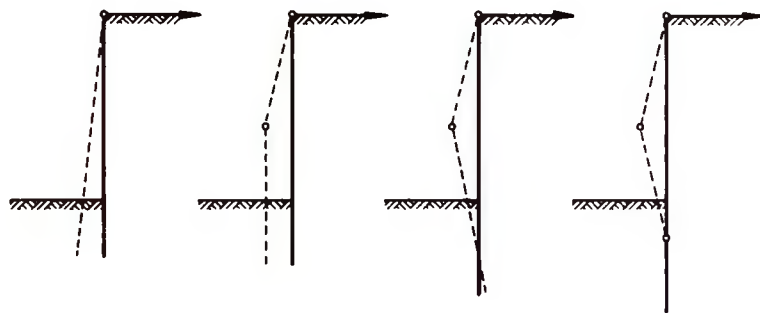


Fig. 5. 27. B: Brudmåder for forankret spunsvæg.

Hansen 1953), at en konsekvent dimensioneret, jordtrykspåvirket konstruktion simpelthen ikke kan svigte på nogen anden måde end den, der er forudsat ved dens beregning. Dette skyldes, at enhver anden bevægelse end den forudsatte vil medføre en sådan omfordeling af jordtrykkene, at den eftergivende del bliver aflastet med det resultat, at den påbegyndte bevægelse atter stopper.

Hvis man f. eks. dimensionerer en forankret spunsvæg for den yderst til venstre på fig. 5. 27. B viste brudmåde: en simpel drejning om forankringspunktet, kan den i hvert fald ikke svigte på nogen anden måde. En eventuel eftergiveness af ankeret vil medføre formindskede jordtryk på væggen øverste del, og da dette også formindsker ankertrækket, må ankeret holde op med at give efter. En eventuel dannelse af et flydecharnier i væggen vil få væggen til at give mere efter på midten, hvortil svarer formindskede jordtryk på den midterste del, d. v. s. en reduktion af maksimalmomentet, som vil standse flydningen i væggen. Kun den forudsatte eftergiveness af spunsvægsofoden medfører ikke nogen ændring af den forudsatte jordtryksfordeling og kan derfor (hvis sikkerheden er for ringe) fortsætte til brud.

Som sagt kan enhver statisk og kinematisk mulig brudmåde føre til en forsvarlig konstruktion, men de er naturligvis ikke alle lige økonomiske. F. eks. vil en brudmåde, hvor man forudsætter, at ankeret giver efter, således at spunsvæggen drejer sig om sin fod (hvilket giver Coulomb's trykfordeling), give en absolut forsvarlig, men meget uøkonomisk konstruktion. Normalt vil brudmåden næstyderst til venstre på fig. 5. 27. B (væg med ét flydecharnier) føre til den mest økonomiske konstruktion; ved blød bund er undertiden den yderste til venstre (væg uden flydecharnier) billigere, og ved store vanddybder ofte den yderste til højre (væg med to flydecharnierer).

Ved dimensionering af en væg uden flydecharnier (fig. 5. 27. C) forudsætter man, at væggen drejer sig om forankringspunktet. For at kunne påbegynde beregningen må man først skønne væggen totalhøjde  $h_1$ . Da man herefter også kender rotationscentrets højde  $z_r$ , finder man

$$\rho_1 = \frac{z_r}{h_1}$$

$$\rho_2 = \frac{z_r}{h_2}$$

5.27.1-2

Man regner i det nominelle brudstadium og indfører altså straks de fornødne partialkoefficienter (afsnit 5.18). Ved hjælp af 5.25.4-5 og 10 samt diagrammerne i afsnit 5.25 kan man da direkte optegne fordelingen af jordtrykkene på begge sider af væggen, idet der er positiv rotation på højre side, negativ på venstre.

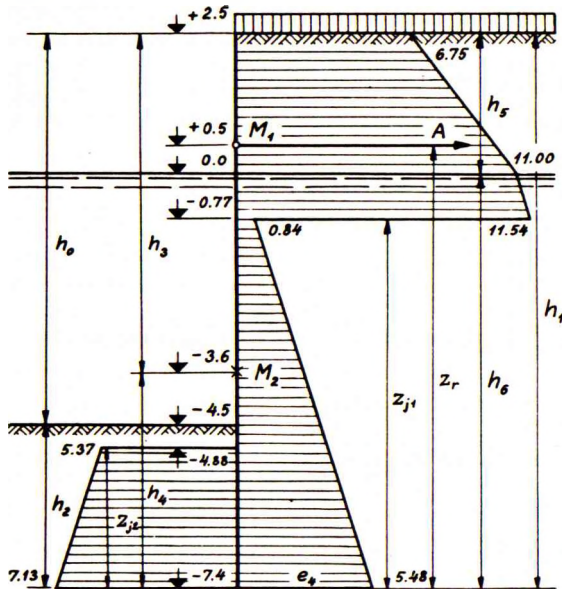


Fig. 5.27. C: Væg uden flydecharnier.

Den skønnede spunsvægshøjde kontrolleres nu ved at undersøge, om jordtrykkenes samlede moment om forankringspunktet er nul. Er dette ikke tilfældet, må man ændre  $h_1$  og regne om, indtil det passer. I reglen vil to gennemregninger og en simpel inter- eller ekstrapolation føre til målet.

Når momentligevægten om forankringspunktet er i orden, kan det nominelle ankertræk  $A_n$  beregnes som differensen mellem jordtrykkene på væggens to sider. Desuden beregnes de numerisk største nominelle momenter, henholdsvis i forankringspunktet ( $M_1$ ) og i transversalkraft-nulpunktet ( $M_2$ ). Ankerets nødvendige tværsnit, og væggens nødvendige modstandsmoment, bestemmes ved division med de nominelle materialspændinger (50 % højere end de normalt tilladelige).

Den ved beregningen fundne rammedybde  $h_2$  er den, der faktisk skal anvendes, medmindre hensynet til spunsvæggenes bæreevne i jorden, eller til risikoen for udskæring foran væggen, kræver en forøgelse af den beregnede rammedybde.

Den på fig. 5.27. C viste stålspunsvæg er rammet i ler, som senere er fjernet foran væggen ved uddybning. Følgende forudsætninger har været anvendt ved beregningen

$$\gamma = 1,7 \text{ t/m}^3 \quad p_n = 1,83 \cdot 1,5 = 2,75 \text{ t/m}^2 \quad \varphi = 0 \quad \delta = 0 \quad a = 0$$

$$\gamma' = 0,7 \text{ t/m}^3 \quad \sigma_n = 1300 \cdot 1,5 = 1950 \text{ kg/cm}^2 \quad c_n = 3 : 1,5 = 2 \text{ t/m}^2$$

Det nødvendige ankertværsnit er fundet til  $18,5 \text{ cm}^2/\text{m}$ , og det nødvendige modstandsmoment for væggen til  $810 \text{ cm}^3/\text{m}$ .

Den her omtalte brudmåde (uden flydecharnier) er den, der giver den mindste rammedybde. Den giver også små momenter i væggen, men derimod relativt store ankertræk.

En lignende brudmåde er anvendt for den på fig. 5.27. D viste jernbetonspunsvæg i sand. Forudsætningerne har her været følgende

$$\gamma = 1,7 \text{ t/m}^3 \quad p_n = 0,67 \cdot 1,5 = 1,00 \text{ t/m}^2 \quad c = a = 0$$

$$\gamma' = 1,0 \text{ t/m}^3 \quad \varphi_n = \delta_n = \arctan \left[ (\tan 35^\circ) : 1,2 \right] = 30^\circ$$

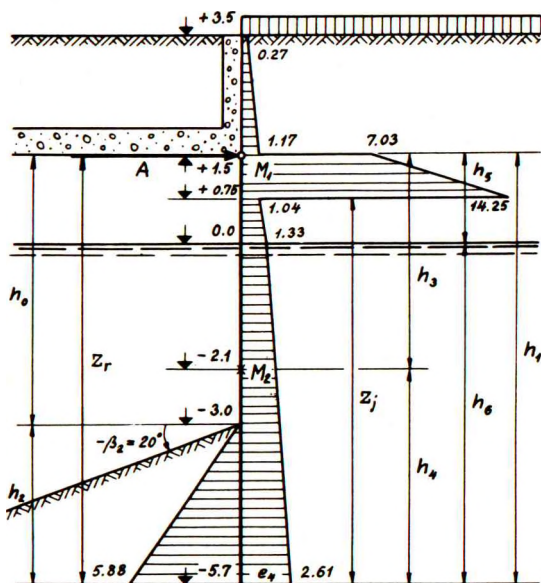


Fig. 5.27. D: Indspændt væg bag aflastningsplade.

Denne spunsvæg er foroven indspændt i bagsiden af en betonoverbygning (aflastningsplade) for en kajkonstruktion. Drejningen af væggen om indspændingspunktet forudsætter, at der her dannes et flydecharnier, og den mest økonomiske konstruktion fås, når indspændingsmomentet numerisk er lig maksimalmomentet længere nede i væggen. Rammedybden, der til at begynde med må skønnes, skal derfor bestemmes således, at denne betingelse er opfyldt.



Ved beregningen af jordtrykkene på væggen højre side regner man iøvrigt, som om "jordoverfladen" lå i niveau med indspændingspunktet, og den over dette niveau liggende jordvægt betragtes som en "nyttelast". Jordtrykkene på væggen venstre side beregnes med tilnærmelse ved hjælp af 5.23.1-4.

Det nominelle ankertræk er fundet til 12,1 t/m, og de nominelle maksimalmomenter til 6,3 tm/m.

Ved dimensionering af en væg med et flydecharnier (fig. 5.27. E) forudsætter man, at væggen øverste del drejer sig om forankringspunktet, medens dens nederste del parallelforskyder sig (fig. 5.27. B, næstyderst til venstre). For at kunne påbegynde beregningen må man først skønne den øverste vægdels højde  $h_3$ . Når forankringspunktets højde over flydecharnieret kaldes  $z_r$ , har man

$$\rho_3 = \frac{z_r}{h_3} \quad 5.27.3$$

og kan herefter bestemme jordtryksfordelingen på den øverste vægdel på sædvanlig måde.

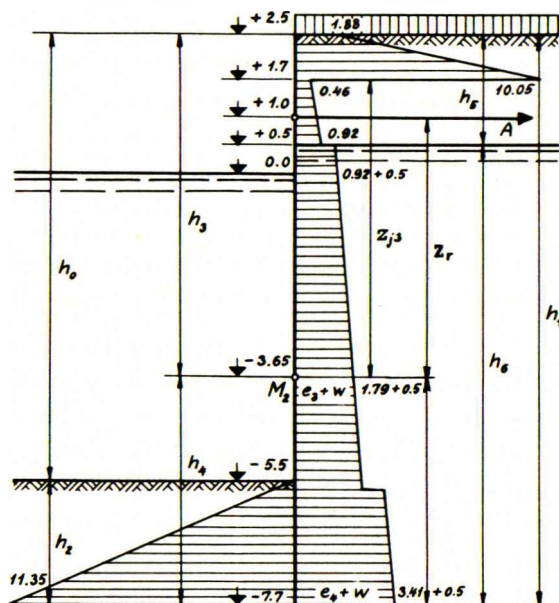


Fig. 5.27. E: Væg med et flydecharnier.

Dernæst skønner man også den nederste vægdels højde  $h_4$ , som deles i to lige store stykker. På den øvre halvdel bestemmes de aktive jordtryk svarende til den fundne værdi  $\rho_3$  for øverste vægdel; på den nedre halvdel skal de derimod svare til  $\rho = \infty$ . De passive jordtryk skal under alle omstændigheder svare til  $\rho = \infty$ .

Da man i flydecharnieret må have transversalkraft nul, skal det aktive og det pas-

sive jordtryk på den nederste vægdel (under flydecharnieret) være lige store. Højden  $h_4$  af den nedre vægdel må derfor afpasses således, at denne betingelse er opfyldt.

Endelig kontrolleres den skønnede højde  $h_3$  af den øvre vægdel ved at undersøge, om momentet ( $M_2$ ) i flydecharnieret er det samme i de to vægdele. For den øverste dels vedkommende beregnes det ved at tage momenterne om forankringspunktet, og for den nederste del ved at tage dem om fodpunktet. Er de to fundne flydemomenter ( $M_2$ ) ikke lige store, må man skønne en anden beliggenhed af flydecharnieret og regne om. Når forskellen ikke er for stor, vil middelmomentet være nogenlunde korrekt. Ankertrækket bliver lig jordtrykket på den øverste vægdel (over flydecharnieret).

Den på fig. 5.27. E viste stålspunsvæg er rammet i sand. Der er, i tilgift til jordtrykkene, regnet med et differens-vandtryk på væggen, idet man har antaget, at grundvandstanden maksimalt kan være 0,5 m højere end den ydre vandstand. For simpelheds skyld (og på den sikre side) er dette differensvandtryk forudsat konstant i hele væghøjden under grundvandspejlet, men til gengæld har man her undtagelsesvis sat dets partialkoefficient  $f_w = 1,0$ . Der er set bort fra gradienternes indvirkning på de effektive rumvægte af jorden; dette er naturligvis kun tilladeligt ved små differensvandtryk. Iøvrigt er der anvendt følgende forudsætninger

$$\begin{array}{llll} \gamma = 1,8 \text{ t/m}^3 & p_n = 1,00 \text{ t/m}^2 & \varphi_n = \delta_n = 30^\circ & c = 0 \\ \gamma' = 1,0 \text{ t/m}^3 & w_n = 0,50 \text{ t/m}^2 & \sigma_n = 1950 \text{ kg/cm}^2 & a = 0 \end{array}$$

Det nødvendige ankertværsnit blev fundet til  $6,8 \text{ cm}^2/\text{m}$ , og det nødvendige modstandsmoment for væggen til  $770 \text{ cm}^3/\text{m}$ .

Når vanddybden bliver stor, eller når spunsvæggen alligevel skal rammes ret dybt ned, f. eks. af hensyn til udskæring eller for at få tilstrækkelig bæreevne, kan det ofte betale sig at regne med "indspænding" i jorden. I så fald vil der i brudstadiet dannes to flydecharnierer, i hvilke momenterne skal være numerisk lige store. Er væggen foroven indspændt i en betonoverbygning, opstår der et tredje flydecharnier her (fig. 5.27. F). Den øverste vægdel forudsættes at dreje sig om forankringspunktet, medens den mellemste del drejer sig om det nederste flydecharnier, og den nederste vægdel står fast (fig. 5.27. B yderst til højre).

Man begynder med at skønne den øverste vægdels højde  $h_3$  og kan herefter bestemme jordtryksfordelingen på denne del. Dernæst skønner man også den mellemste vægdels højde  $h_4$ , som deles i 2 lige store stykker, på hvilke jordtrykkene bestemmes som tidligere beskrevet, blot med  $\rho = 0$  for denne del.

Da man i begge flydecharnierer (men naturligvis ikke i flydecharnieret ved en eventuel indspænding foroven) skal have transversalkraft nul, bestemmes højden  $h_4$  ved den betingelse, at det aktive og det passive jordtryk på den mellemste vægdel

skal være lige store.

Dernæst kontrolleres den skønnede højde  $h_3$  af den øverste vægdel ved at undersøge, om alle flydemomenterne er numerisk lige store. For den øverste del beregnes flydemomentet (eller ved indspænding foroven: det dobbelte flydemoment) ved at tage momenterne om forankringspunktet. For den mellemste del beregnes det dobbelte flydemoment ved at tage momenterne om det nederste flydecharnier. Er de fundne flydemomenter ikke lige store, må man ændre  $h_3$  og regne om, indtil det passer nogenlunde.

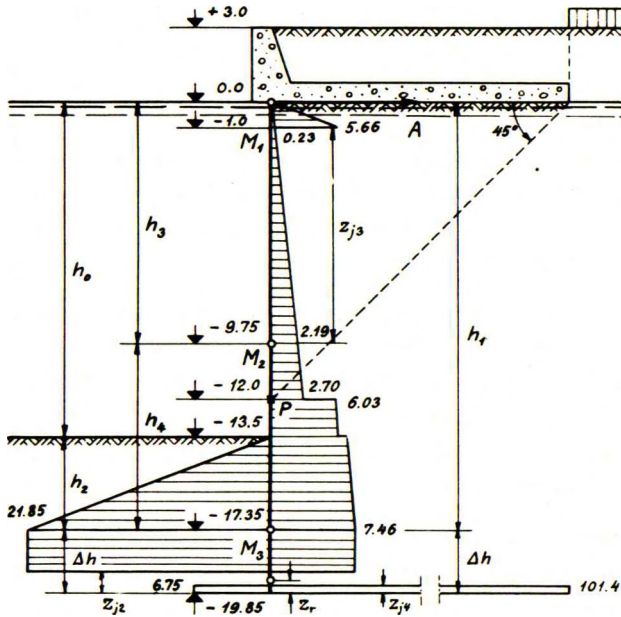


Fig. 5.27. F: Indspændt væg foran aflastningsplade.

Til sidst beregnes den ekstra rammedybde  $\Delta h$  (den nederste vægdels højde), som er nødvendig for, at det fundne flydemoment ( $M_3$ ) kan optages ved "indspænding" i jorden. Hertil anvendes den i afsnit 5.26 angivne metode med  $M$  lig det beregnede flydemoment. Ankertrækket er lig jordtrykket på den øverste vægdel.

Den på fig. 5.27. F viste jernbetonspunsvæg er rammet i sand. Øverste vægdel har positiv rotation; for mellemste vægdel er der negativ rotation på højre side og positiv på venstre. Aflastningspladens virkning på jordtrykkene er for simpelheds skyld forudsat at være fuldstændig ned til det punkt (P), hvor spunsvæggen træffes af en linie under  $45^\circ$  gennem aflastningspladens bagkant. Under dette punkt antages den ingen virkning at have. Dette vil sige, at der over punktet P regnes med nyttebelast nul på "jordoverfladen" under aflastningspladen, medens der under punkt P regnes med en "nyttelast" svarende til vægten af jord plus virkelig nyttelast over "jord-

overfladen" (i niveau med indspændingspunktet). Iøvrigt er der anvendt følgende forudsætninger

$$\begin{aligned} \gamma &= 1,8 \text{ t/m}^3 & p_n &= 3,33 \cdot 1,5 = 5,00 \text{ t/m}^2 \\ \gamma' &= 1,0 \text{ t/m}^3 & \varphi_n = \delta_n &= 30^\circ & a = c &= 0 \end{aligned}$$

Det nominelle ankertræk er fundet til 13,4 t/m, og de nominelle maksimalmomenter til 36,5 tm/m.

### 5.28 Afstivede vægge

Afstivede vægge anvendes næsten udelukkende til midlertidig indfatning af byggegruber. En afstivet væg er understøttet i vandret retning af mindst en og i reglen flere over hinanden liggende rækker afstivninger. Spunsvæggen er ofte rammet et stykke ned under bunden af udgravningen, således at den forneden understøttes af et passivt jordtryk, men den behøver ikke at være det.

Teoretisk set kan en væg godt holdes på plads af en enkelt række afstivninger, selv om den ikke er rammet ned under udgravningens bund. I brudtilstanden - hvis en sådan overhovedet indtræder - må væggen dreje sig om understøtningspunktet, og desuden må jordtryksresultanten gå gennem samme punkt ( $z_r = z_p$ ). Hvis man f. eks. betragter sand med  $\varphi = 30^\circ$ , finder man, at ligevægt er mulig, når afstivningen er anbragt et sted i intervallet  $z_r = z_p = 0,12 h - 0,56 h$ .

Hvis spunsvæggen er rammet et stykke ned under udgravningens bund, kan afstivningen anbringes højere oppe på væggen. Er der kun én række afstivninger, kan konstruktionen beregnes og dimensioneres på samme måde som en forankret spunsvæg.

Når spunsvæggen har flere rækker afstivninger, bestemmes jordtrykket simplest ud fra følgende betragtning af den normale udførelsesmåde. Væggene rammes først, og der graves kun så meget jord bort, at den øverste afstivning kan anbringes. Dernæst graves netop så dybt, at næste afstivning kan sættes på plads, etc.

Den øverste afstivning vil således være anbragt, inden der sker nævneværdige bevægelser, men efterhånden som udgravningen skrider frem, vil væggen blive presset mere og mere ind imod byggegruben. De allerede anbragte afstivninger vil naturligvis forhindre yderligere bevægelser foroven, men længere nede kan væggen stadig trykkes indefter. Væggens endelige bevægelse kan med nogenlunde god tilnærmelse beskrives som en drejning om det øverste understøtningspunkt, kombineret med en vis konveksitet ind imod jorden.

Det totale jordtryk på væggen kan derfor, hvad størrelse og angrebspunkt angår, med tilnærmelse beregnes som for en væg, der drejer sig om sin øverste understøtning. Den tilsvarende brudfigur er som bekendt et konkavt liniebrud (A). For et så-

dant kan den eksakte trykfordeling ikke beregnes, men den må i nogen grad afhænge af væggens elastiske deformationer.

Den hidtil angivne tilnærmede trykfordeling ved positiv rotation, som anvendes ved beregningen af forankrede spunsvægge, er karakteriseret ved forholdsvis små jordtryk på væggens midterparti. Dette forekommer sandsynligt ved forankrede spunsvægge, idet disse må få sådanne elastiske deformationer, at de vender den konkave side ind imod jorden.

Som ovenfor forklaret må man derimod vente, at afstivede spunsvægge med flere rækker understøtninger vil komme til at vende den konvekse side ind imod jorden. Dette kan ikke ændre nævneværdigt på det totale jordtryks størrelse og angrebepunkt, men fordelingen vil blive anderledes, idet trykket må blive relativt større på midten, mindre foroven og fornedet.

Foretagne målinger på afstivede vægge bekræfter dette, idet man i reglen har fundet trykfordelinger, der med tilnærmelse er parabel- eller trapezformede. Som en simpel tilnærmelsesmetode foreslås derfor følgende (fig. 5.28. A).

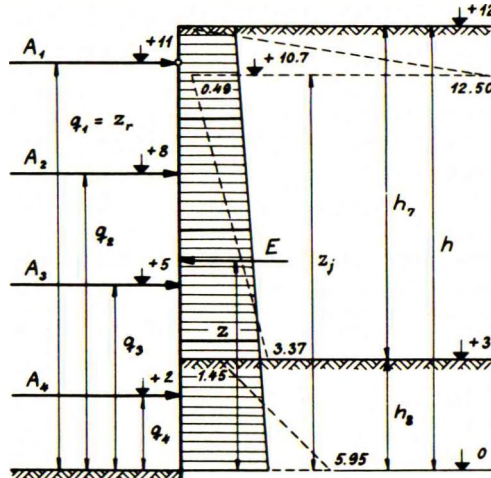


Fig. 5.28. A: Afstivet spunsvæg.

Først optegnes den sædvanlige jordtryksfordeling (punkteret på fig. 5.28. A), svarende til en drejning af væggen om det øverste understøtningspunkt (positiv rotation). Denne jordtryksfordeling transformeres derefter til en retliniet (fuldt optrukket på fig. 5.28. A) på en sådan måde, at det totale jordtryks størrelse og angrebepunkt ikke ændres.

Ved hjælp af en skillelinie midt imellem hvert par understøtninger opdeles den trapezformede belastningsflade i de kræfter (A), der påvirker hver understøtning. Hvis væggen er rammet ned under udgravningens bund, må det undersøges, om det passive jordtryk er tilstrækkelig stort til at fungere som understøtning; i modsat

fald må den nederste afstivning tage det, der mangler.

Maksimalmomenterne i væggen kan beregnes ved simpel plasticitetsteori, altså som

$$\max. M = \frac{1}{16} e_m h^2 \quad 5.28.1$$

hvor  $h$  er den lodrette afstand mellem to nabo-afstivninger, og  $e_m$  middelværdien af jordtrykket mellem dem.

Eventuelle vandtryk på spunsvæggen må som sædvanlig beregnes separat, men i reglen forsøger man ved dræning eller grundvandssækning at undgå sådanne vandtryk.

Bag den på fig. 5.28.A viste spunsvæg findes øverst et lag sand ( $\gamma = 1,7 \text{ t/m}^3$ ,  $\varphi_n = 30^\circ$ ) og nederst ler ( $\gamma = 1,5 \text{ t/m}^3$ ,  $c_n = 4 \text{ t/m}^2$ ). Når der regnes med ru væg, findes de angivne nominelle jordtryk (punkteret). Den tilsvarende trapezformede jordtryksfordeling giver følgende nominelle afstivningstryk

$$A_1 = 6,0 \text{ t/m} \quad A_2 = 8,0 \text{ t/m} \quad A_3 = 8,8 \text{ t/m} \quad A_4 = 11,3 \text{ t/m}$$

### 5.29 Ankerplader

Spunsvægge kan forankres ved hjælp af ankerplader (af jernbeton) eller ankervægge (af stålspunsjern). I begge tilfælde regner man - i hvert fald i første omgang - som om pladen eller væggen er uendelig lang og når helt op til jordoverfladen.

Den givne størrelse er egentlig det ved spunsvægsberegningen fundne nominelle ankertræk, som ankerpladen skal kunne optage. Imidlertid kan man ikke direkte beregne ankerpladens nødvendige højde, men må i stedet skønne en højde og beregne det nominelle ankertræk, som pladen kan optage.

Man kan i og for sig frit vælge ankerpladens brudmåde, men af økonomiske grunde vælger man i reglen en parallelforskydning, fordi denne bevægelse altid giver den største modstand. Hertil svarer i jorden bag ankerpladen et zonebrud ( $P$  ved ru væg), hvoraf følger, at det aktive jordtryk på ankerpladens bagside kan beregnes som for en støttemur (afsnit 5.22 eller 5.23), altså for ru væg med  $\delta^a = \varphi$ .

I jorden foran ankerpladen vil man få et kombineret brud (SfP ved ru væg), men dette kan ikke uden videre beregnes, da man ikke kender den faktiske værdi af  $\delta^P$ . Man kan nemlig ikke have  $\delta^P = \varphi$  (glidning), fordi det da ville være umuligt at opfylde den lodrette ligevægtsbetingelse for ankerpladen. I stedet løfter ankerpladen sig under bevægelsen, så den følger med det foranliggende jordlegeme, uden at der finder glidning sted, men herved bliver  $\delta^P$  ubestemt (Th. Rasmussen 1948).

Iøvrigt viser det sig, at den nederste brudlinie i SfP-bruddet med god tilnærmelse kan erstattes af en ret linie. Denne linies vinkel med vandret ( $\omega$ ), ankertrækkets

normalkomponent (A) og forankringspunktets afstand fra ankerpladens fod ( $z_A$ ) er problemets 3 ubekendte, som kan bestemmes ved hjælp af de 3 ligevægtsbetingelser for ankerpladen plus jordlegemet over brudlinien.

Som det simpleste, men tillige praktisk vigtigste tilfælde betragtes en lodret ankerplade under en vandret jordoverflade. Ankertrækket virker ligeledes vandret (fig. 5.29. A). Jorden antages at bestå af kohæsionsløst sand ( $c = 0$ ) med effektive rumvægte  $\gamma$  over grundvandspejlet og  $\gamma'$  under dette.

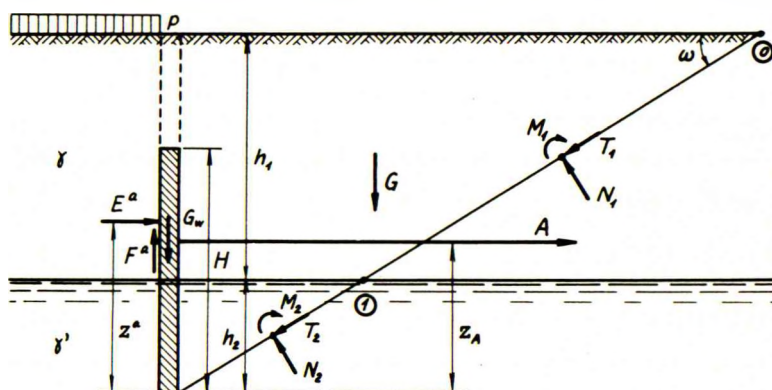


Fig. 5.29. A: Lodret ankerplade i sand.

Først beregnes ankerpladens effektive egenvægt  $G_w$ , idet man skønner pladens højde og tykkelse. Under grundvandspejlet skal der regnes med reduktion for opdrift, og vægten af den lodret over ankerpladen liggende jord skal medtages.

I de følgende beregninger er det praktisk at indføre det "hydrostatiske" jordtryk, defineret ved

$$E^h = \frac{1}{2}\gamma(h_1+h_2)^2 - \frac{1}{2}(\gamma-\gamma')h_2^2 \quad 5.29.1$$

$$E^h z^h = \frac{1}{6}\gamma(h_1+h_2)^3 - \frac{1}{6}(\gamma-\gamma')h_2^3 \quad 5.29.2$$

Man kan nu beregne de aktive jordtryk  $E^a$  og  $F^a$  på ankerpladens bagside i det nominelle brudstadium og for ru væg ( $\delta = \varphi$ ).  $\varphi$  skal naturligvis her regnes negativ, hvilket bl. a. medfører, at  $F^a$  bliver negativ. Man finder iøvrigt

$$E^a = E^h K_Y^r + p(h_1+h_2) K_p^r \quad F^a = E^a \tan \varphi \quad 5.29.3-4$$

$$E^a z^a = E^h z^h K_Y^r + \frac{1}{2}p(h_1+h_2)^2 K_p^r \quad 5.29.5$$

hvor koefficienterne  $K_Y^r$  og  $K_p^r$  kan findes på fig. 5.23. A.

Egenvægten  $G$  af jordlegemet over brudlinien på den passive side bliver

$$G = \left[ \frac{1}{2} \gamma (h_1 + h_2)^2 - \frac{1}{2} (\gamma - \gamma') h_2^2 \right] \cot \omega = E^h \cot \omega \quad 5.29.6$$

Forskydningsspændingen  $\tau_0$  i brudliniens øverste endepunkt bliver ifølge 5.15.5 lig nul. Spændingen  $\tau_1$  i skæringspunktet med grundvandspejlet findes, idet  $k = h \sin \omega$ , af 5.13.31

$$\tau_1 = \gamma h_1 \sin \varphi \sin(\omega + \varphi) : \sin \omega \quad 5.29.7$$

Kræfterne N og T i brudlinien findes derefter af 5.13.32-33

$$T_1 + T_2 = E^h \sin \varphi \sin(\omega + \varphi) : \sin^2 \omega \quad 5.29.8$$

$$N_1 + N_2 = E^h \cos \varphi \sin(\omega + \varphi) : \sin^2 \omega \quad 5.29.9$$

Man betragter nu de på ankerpladen og jordlegemet over brudlinien virkende kræfter. Ved lodret projektion fås

$$G_w + G - F^a + (T_1 + T_2) \sin \omega - (N_1 + N_2) \cos \omega = 0 \quad 5.29.10$$

Ved indsættelse af 5.29.6 og 8-9 fås en ligning i den ubekendte  $\cot \omega$ , der giver

$$\cot \omega = \tan \varphi + \sec \varphi \sqrt{1 + (G_w - F^a) : (E^h \tan \varphi)} \quad 5.29.11$$

Ankertrækket A findes derefter ved vandret projektion

$$A = (T_1 + T_2) \cos \omega + (N_1 + N_2) \sin \omega - E^a \quad 5.29.12$$

hvilken ligning efter indsættelse af 5.29.8-9 giver

$$A = E^h \sin^2(\omega + \varphi) : \sin^2 \omega - E^a = E^p - E^a \quad 5.29.13$$

I alle formlerne 5.29.7-13 skal  $\varphi$  naturligvis regnes positiv, da der her er tale om passivt jordtryk. Der regnes desuden i det nominelle brudstadium, altså med partialkoefficienter (afsnit 5.18). Ankerpladens skønnede højde er tilstrækkelig, når den fundne nominelle modstand er lig med eller større end det ved spunsvægsberegningen fundne nominelle ankertræk.

Det første led i 5.29.13 er åbenbart normalkomponenten  $E^p$  af det passive jordtryk på ankerpladen. Dette tryk vil (med tilnærmelse) være fordelt "hydrostatisk", ganske som  $E^h$ . Man kan da let finde den korrekte højde  $z_A$  af forankringspunktet, nemlig ved at tage momenterne om ankerpladens fod af de på ankerpladen virkende kræfter

$$A z_A = E^h z^h \sin^2(\omega + \varphi) : \sin^2 \omega - E^a z^a = E^p z^h - E^a z^a \quad 5.29.14$$

I ovenstående beregning er ankerpladen forudsat uendelig lang og gående helt op til jordoverfladen. I praksis opfyldes disse to betingelser sjældent, men såfremt



ankerpladens jordoverdækning er mindre end  $2/3$  af dens virkelige højde  $H$ , og den fri afstand mellem to naboplader er mindre end  $1/3$  af deres virkelige længde  $L$ , kan man påregne praktisk taget fuld udnyttelse af den ovenfor beregnede modstand.

For at finde momenterne i pladen kan man antage, at kraften  $A$  fordeler sig ensformigt over længden  $L$  og trapezformigt over højden  $H$  (så resultanten falder i forankringspunktet). De totale maksimalmomenter i henholdsvis højde- og længderetningen bliver da

$$M_H = 2AL z_A^2 (H - z_A)^2 : H^3 \qquad M_L = \frac{1}{8}AL^2 \qquad 5.29.15-16$$

Medens  $M_H$  og  $M_L$  refererer sig til hele ankerpladen, er  $A$  det nominelle ankertræk pr. længdeenhed som fundet ved beregningen. For de fundne nominelle momenter skal ankerpladen dimensioneres med de nominelle materialspændinger (50 % større end de normale tilladelige).

Ankertrækket kan naturligvis også beregnes i det mere generelle tilfælde, hvor jordoverfladen og ankeret ikke er vandrette, ankerpladen ikke lodret og jorden i besiddelse af kohæsion (Brinch Hansen 1953 og 1954).

## 5.3 FUNDAMENTERS BÆREEVNE

Et fundament er den del af et bygværk, som overfører dets belastning til de bærende jordlag, enten direkte eller gennem pæle. I dette afsnit skal alene den direkte fundering behandles.

I de fleste eksisterende funderings-normer er der for forskellige arter og fastheder af byggegrund angivet visse "tilladelige belastninger", i reglen i intervallet 10-50 t/m<sup>2</sup>. Disse angiver den øvre grænse for de normaltryk, der findes under fundamentet, når dettes belastningskomposant vinkelret på fundamentsfladen fordeles ensformigt (central belastning), retliniet (enkelt ekscentrisk belastning) eller plant (dobbelt ekscentrisk belastning) over fundamentsfladen. Der regnes herved ikke med trækspændinger mellem jord og fundament. Belastningskomponenten parallelt med fundamentsfladen antages at være uden betydning for den "tilladelige belastning", men der udføres en separat undersøgelse for glidning, og undertiden også for væltning. Fundamentets dimensioner (længde, bredde og dybde) antages ligeledes at være uden betydning for den "tilladelige belastning" pr. arealenhed. Det angives iøvrigt ikke i normerne, hvor stor sikkerhed man har mod brud i jorden, når man anvender de foreskrevne "tilladelige belastninger".

Plasticitetsteorien har forlængst vist, at de fleste af de anskuelser, der ligger til grund for den beskrevne "klassiske" dimensionering af fundamenter faktisk er forkerte. Trykfordelingen under et fundament vil i bruttilstanden normalt ikke være plan, og fundamentets brud-bæreevne vil i virkeligheden afhænge af en lang række forhold, hvoraf de vigtigste er

- 1) Jordens rumvægt og styrkeparametre, samt grundvandspejlets beliggenhed.
- 2) Fundamentsfladens størrelse, form og dybde, samt dens eventuelle hældning.
- 3) Fundamentstrykkets hældning og ekscentricitet.

Strengt taget burde hver enkelt kombination af ovennævnte omstændigheder beregnes for sig ved hjælp af den generelle brudteori og under anvendelse af passende brudfigurer. Det har imidlertid vist sig, at man dels kan tilnærme resultaterne af visse simple undersøgelser i form af forskellige halvempiriske "faktorer", og dels (på den sikre side) kan superponere de enkelte tilfælde og derved komme frem til en halvempirisk, generel bæreevne-formel.

Ved dimensioneringen af fundamenter regner man med det nominelle brudstadium, hvilket vil sige, at man straks indfører partialkoefficienter både på belastningerne og på jordens styrkeparametre (afsnit 5.18). Herved finder man først de nominelle fundamentstryk  $V_n$  og  $H_n$  i henholdsvis vertikal og horisontal retning. Dernæst beregner man af bæreevne-formlen fundamentets nominelle lodrette bæreevne  $Q_n$ , og

når  $V_n = Q_n$ , har fundamentet netop de korrekte dimensioner. Idet der endelig regnes med plasticitetsteoriens fordeling af kontaktrykket mellem fundament og jord, kan man beregne de nominelle snitkræfter i fundamentet og dimensionere dette med de nominelle materialspændinger (50 % højere end de normale tilladelige spændinger).

### 5.31 Lodret, central belastning

Som det simpleste tilfælde betragtes først et uendelig langt fundament med bredde  $B$ , anbragt på en vandret jordoverflade og belastet med en lodret, central liniebelastning  $V$  pr. længdeenhed. Jorden er karakteriseret ved sin effektive rumvægt  $\bar{\gamma}$  (idet de eventuelle vandtryk blot giver en opdrift på fundamentet) samt styrkeparametrene  $c$  og  $\varphi$  (de "tilsyneladende" ved en korttidsanalyse og de "effektive" ved en langtidsanalyse). På jordoverfladen uden for fundamentet kan der være en permanent overfladebelastning  $\bar{q}$  pr. arealenhed (fig. 5.31. A).

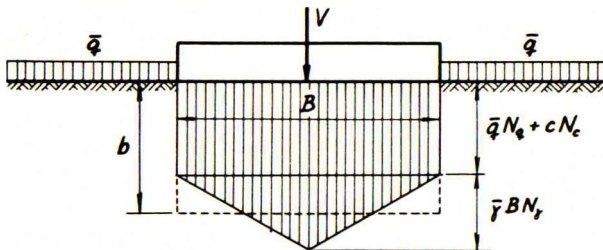


Fig. 5.31. A: Lodret og centralt belastet fundament.

Idet fundamentets brud-bæreevne  $Q$  alene må afhænge af de ovenfor nævnte størrelser, kan man ved simple dimensionsbetragtninger og superposition udlede følgende formel for brud-bæreevnen pr. arealenhed (Terzaghi 1943)

$$b = Q : B = \frac{1}{2} \bar{\gamma} B N_{\gamma} + \bar{q} N_q + c N_c \quad 5.31.1$$

hvor  $N_{\gamma}$ ,  $N_q$  og  $N_c$  er dimensionsløse bæreevne-faktorer, der er funktioner af friktionsvinklen  $\varphi$ , og i princippet kan beregnes ved betragtning af simple specialtilfælde. De anvendte brudfigurer skal naturligvis være statisk og kinematisk mulige, og fundamentstrykkets resultant skal som nævnt være lodret og central.

I specialtilfældet  $\varphi = 0$  (friktionsløs jord) viser fig. 5.31. B en korrekt brudfigur (Prandtl 1920). Den består af to Rankine-zoner og en Prandtl-zone; brudlinierne i sidstnævnte er koncentriske cirkler (topvinkel  $90^\circ$ ) og disses radier.

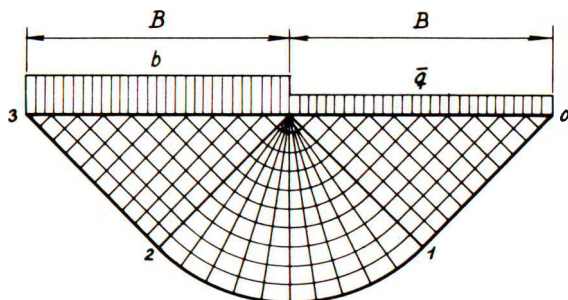


Fig. 5.31. B: Brudfigur i friktionsløs jord.

Da både den fri jordoverflade og fundamentalsfladen er vandrette ( $\beta = 0$ ,  $\theta = -90^\circ$ ), fås ved anvendelse af 5.15.19-22 med  $a = 0$  (lodret fundamentstryk)

$$v_0 = 45^\circ \quad \sigma_0 = \bar{q} + c \quad 5.31.2-3$$

$$v_3 = -45^\circ \quad b = \sigma_3 + c \quad 5.31.4-5$$

Desuden fås ved hjælp af 5.13.37 og 41 for brudlinierne 0-1, 1-2 og 2-3 henholdsvis

$$\alpha = 0^\circ, \quad \omega = 45^\circ, \quad k = \frac{1}{2}B\sqrt{2} : \quad \sigma_1 = \frac{1}{2}\bar{\gamma}B + \sigma_0 \quad 5.31.6$$

$$\alpha = \frac{1}{4}\pi, \quad \omega = 0^\circ, \quad k = B : \quad \sigma_2 = \pi c + \sigma_1 \quad 5.31.7$$

$$\alpha = 0^\circ, \quad \omega = -45^\circ, \quad k = \frac{1}{2}B\sqrt{2} : \quad \sigma_3 = -\frac{1}{2}\bar{\gamma}B + \sigma_2 \quad 5.31.8$$

Ved at eliminere alle  $\sigma'$ erne mellem ligningerne 5.31.3 og 5-8 fås

$$b = c(\pi+2) + \bar{q} \quad 5.31.9$$

der ved sammenligning med 5.31.1 giver faktorerne for  $\varphi = 0$

$$N_\gamma^0 = 0 \quad N_q^0 = 1 \quad N_c^0 = \pi + 2 = 5,14 \quad 5.31.10-12$$

Da ovenstående udledning er gyldig for enhver brudlinie, der forløber fra den fri jordoverflade til fundamentalsfladen, må  $b$  være konstant, svarende til en ensformig fordeling af fundamentstrykket.

I et andet teoretisk vigtigt specialtilfælde  $\bar{\gamma} = 0$  ("vægtløs" jord) kan man ligeledes gennemføre en eksakt beregning. En korrekt brudfigur er vist på fig. 5.31.C (Prandtl 1920). Den består ligeledes af to Rankine-zoner og en Prandtl-zone; men i den sidstnævnte er brudlinierne konfokale logaritmiske spiraler (topvinkel  $90^\circ$ ) og disses polstråler.

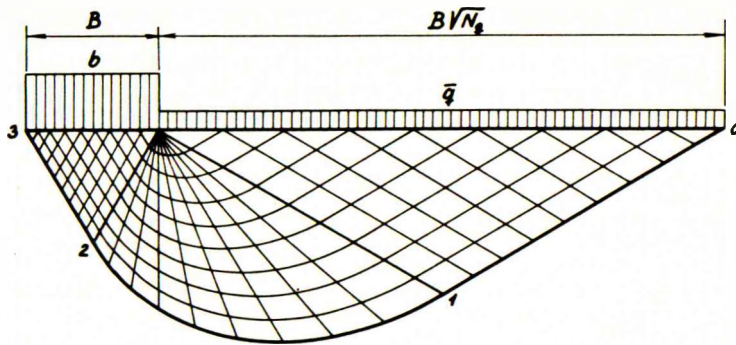


Fig. 5.31.C: Brudfigur i vægtløs jord.

Da både den fri jordoverflade og fundamentalsfladen er vandrette ( $\beta = 0$ ,  $\theta = -90^\circ$ ), fås ved anvendelse af 5.15.4-5 og 12-13 med  $\delta = 0$  (lodret fundamentstryk)

$$v_0 = 45^\circ - \frac{1}{2}\varphi \quad \tau_0 = (\bar{q} + c \cot \varphi) \tan(45^\circ + \frac{1}{2}\varphi) \sin \varphi \quad 5.31.13-14$$

$$v_3 = -(45^\circ + \frac{1}{2}\varphi) \quad b = \tau_3 \tan(45^\circ + \frac{1}{2}\varphi) : \sin \varphi - c \cot \varphi \quad 5.31.15-16$$

Når  $\bar{q} = 0$ , kan det vises, at 5.13.12-13 gælder for en vilkårlig kurve med vinklen  $2\alpha$  mellem endetangenterne. Specielt ses det, at  $\tau$  er konstant på en ret brudlinie ( $\alpha = 0$ ). Man får derfor

$$\tau_1 = \tau_0 \quad \tau_2 = \tau_1 e^{\pi \tan \varphi} \quad \tau_3 = \tau_2 \quad 5.31.17-19$$

Ved at eliminere alle  $\tau$ 'erne mellem ligningerne 5.31.14 og 16-19 fås

$$b = (\bar{q} + c \cot \varphi) e^{\pi \tan \varphi} \tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\varphi) - c \cot \varphi \quad 5.31.20$$

der ved sammenligning med 5.31.1 giver to af faktorerne for  $\varphi \neq 0$

$$N_q = e^{\pi \tan \varphi} \tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\varphi) \quad N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \quad 5.31.21-22$$

Ifølge udledelsen må  $b$  være konstant, hvilket vil sige, at både  $\bar{q}$ - og  $c$ -bidragene i bæreevne-formlen 5.31.1 svarer til en ensformig fordeling over fundamentalsfladen (se fig. 5.31.A).

Fig. 5.31.D viser med en fuldt optrukket linie  $N_q$  (i logaritmisk skala) som funktion af  $\varphi$ . Eksempelvis har man for  $\varphi = 30^\circ$  et  $N_q \sim 18$ . Figuren viser også  $N_c$ .

Der mangler herefter kun en bestemmelse af  $N_v$ , som i princippet skulle kunne beregnes ved at betragte specialtilfældet  $\bar{q} = 0$ ,  $c = 0$ . Her optræder imidlertid den vanskelighed, at en korrekt brudfigur endnu ikke kendes. Forskellige tilnærmede brudfigurer har været anvendt, men beregningerne har givet ret afvigende resultater.

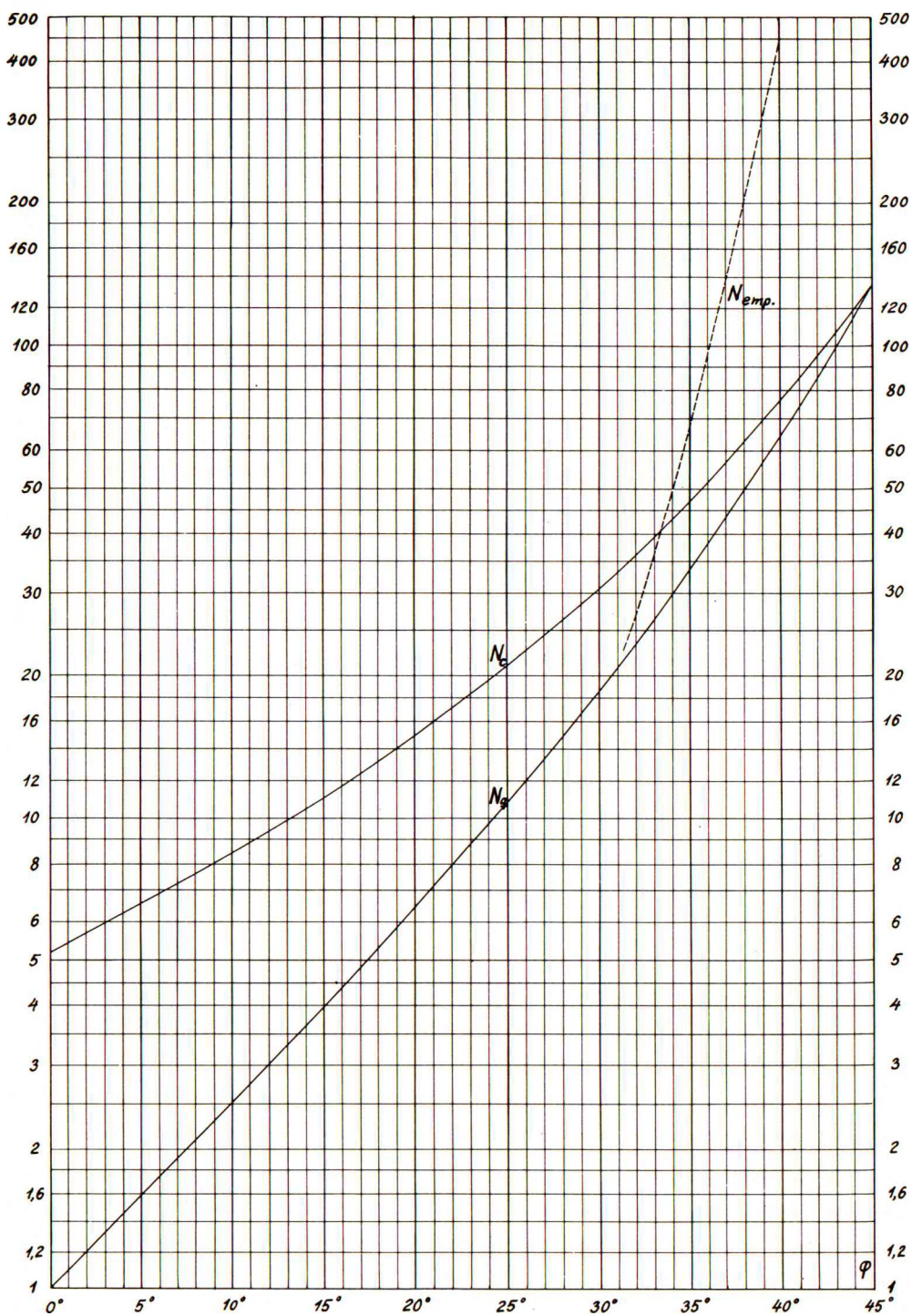


Fig. 5.31.D: Bæreevne-faktorer.

Terzaghi (1943) var den første, der forsøgte at beregne  $N_Y$ ; han fandt for  $\varphi = 30^\circ$  et  $N_Y \sim 20$ , men hans brudfigur er ikke statisk mulig, idet den indeholder to logaritmiske spiraler, som tangerer hinanden, hvilket er umuligt, da de skal skære hinanden under vinkler på  $90^\circ + \varphi$ .

Meyerhof (1951) og andre har anvendt en brudfigur omtrent som fig. 5.31.C, men symmetrisk om fundamentsmidten, og med trekanten under fundamentet som en elastisk zone. Man finder herved for  $\varphi = 30^\circ$  et  $N_Y \sim 23$ , men det er let at vise, at heller ikke denne brudfigur er statisk mulig.

Lundgren og Mortensen (1953) har derimod konstrueret en statisk mulig brudfigur, hvor der umiddelbart under fundamentet findes en elastisk zone, begrænset af to krumme linier. De fandt herved for  $\varphi = 30^\circ$  et  $N_Y \sim 15$ , men det er tvivlsomt, om brudfiguren er kinematisk mulig. Desuden undersøgte de nøjagtigheden af den i 5.31.1 implicerede superposition af  $\gamma$ - og  $q$ -bidragene, og fandt, at den for  $\varphi = 30^\circ$  kunne medføre fejl indtil 17 % på den sikre side.

Som påvist af Drucker og Prager (1951) vil kinematisk mulige brudfigurer give for høje værdier og statisk mulige brudfigurer for lave værdier af bæreevnen. Herefter skulle man for  $\varphi = 30^\circ$  have  $N_Y$  beliggende mellem 15 og 20, altså samme størrelsesorden som  $N_q$ . Som en simpel tilnærmelse, der tilfredsstiller 5.31.10-11 i grænsetilfældet  $\varphi = 0$ , og formentlig er lidt på den sikre side, foreslås derfor

$$N_Y \sim N_q - 1 \quad 5.31.23$$

Svarende hertil kan 5.31.1 skrives på formen

$$b = Q : B \sim \left(\frac{1}{2}\bar{\gamma}B + \bar{q} + c \cot \varphi\right) (N_q - 1) + \bar{q} \quad 5.31.24$$

$\bar{\gamma}$ -bidragets fordeling over fundamentsfladen kan ikke angives eksakt, men det må være nul ved kanterne og tiltage mod et maksimum på midten. For simpelhed skyld regner man med en trekantformig fordeling (se fig. 5.31.A).

Geoteknisk Institut har udført et stort antal modelforsøg med små fundamenter på tørt sand for at kontrollere gyldigheden af de teoretiske bæreevne-formler. Friktionsvinklen er bestemt ved triaksialforsøg, som er ekstrapoleret til uendelig stort celletryk for at eliminere virkningen af apparatfejl. Selv "tørt" sand indeholder lidt fugtighed, der bevirker en tilsyneladende kohæsion  $c$ , men denne, såvel som  $N_Y$  og  $N_q$  kan bestemmes ved belastningsforsøg på plader af forskellig størrelse.

De således målte  $N$ -værdier viser sig for friktionsvinkler omkring  $\varphi = 30^\circ$  at stemme helt godt med de teoretiske værdier, der fås ved indsættelse af de triaksialt bestemte friktionsvinkler i 5.31.21. Med stigende friktionsvinkel fås imidlertid også stigende afvigelse, således at man f. eks. for  $\varphi = 40^\circ$  måler  $N$ -værdier, der er indtil 10 gange så store som de ud fra friktionsvinklen beregnede.

Nogen tilfredsstillende forklaring på dette fænomen haves endnu ikke, men det

hænger muligvis sammen med sandets dilatation. Imidlertid kan der næppe være tvivl om de faktiske resultater, der iøvrigt også er blevet bekræftet af en del belastningsforsøg i marken. Det skulle derfor være tilladeligt at erstatte den teoretiske kurve (fuldt optrukket) på fig. 5.31. D med den empiriske kurve (punkteret), som omtrent svarer til de laveste af de ved forsøgene fundne resultater.

### 5.32 Skrå, ekscentrisk belastning

Man betragter ligesom før et uendelig langt fundament med bredde  $B$ , anbragt på en vandret jordoverflade, men det antages nu belastet med en skrå og ekscentrisk virkende liniebelastning med komponenterne  $V$  og  $H$  pr. længdeenhed i henholdsvis vertikal og horisontal retning. Det vil iøvrigt næsten altid være således, at  $H$  er rettet mod fundamentets nærmeste kant (fig. 5.32. A); kraftangrebspunktets ekscentricitet i forhold til fundamentets midte betegnes med  $e_B$ .

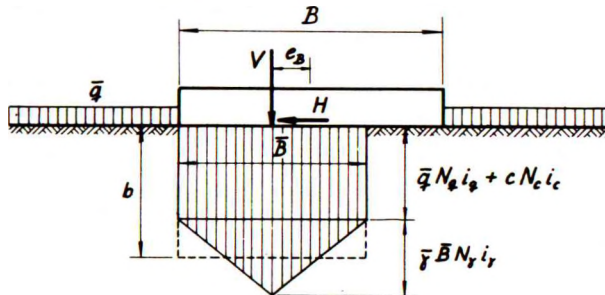


Fig. 5.32. A: Skråt og ekscentrisk belastet fundament.

I de simple specialtilfælde  $\varphi = 0$  og  $\bar{\gamma} = 0$  er det muligt at angive et sæt statisk og kinematisk mulige brudfigurer og gennemregne disse (Brinch Hansen 1955). For  $\varphi = 0$  er på fig. 5.32. B vist de brudfigurer, der forekommer ved henholdsvis ingen, ringe og betydelig ekscentricitet. I sidste tilfælde må den brudcirkel, der begrænser den elastiske zone, af kinematiske grunde tangere fundamentets flade. For  $\bar{\gamma} = 0$  skal det ene sæt brudlinier i  $P$ -zonen være logaritmiske spiraler, og brudlinierne skal skære hinanden under vinkler på  $90^\circ + \varphi$ .

Beregningerne udføres simplest på den måde, at man fastlægger de geometriske parametre for en brudfigur og dernæst ved hjælp af de 3 ligevægtsligninger for jordlegemet over den nederste brudlinie bestemmer det tilsvarende fundamentstryks lodrette og vandrette komponent samt ekscentricitet. Når den fundne lodrette komponent divideres med bæreevnen ved lodret, central belastning, får man en størrelse, man kan kalde hældnings-ekscentricitets-faktoren. Denne afhænger naturligvis af forholdene  $H/V$  og  $e_B/B$ , der også fremgår af beregningen. Ved gennemregning af en række forskellige brudfigurer får man derfor en serie hældnings-ekscentricitets-



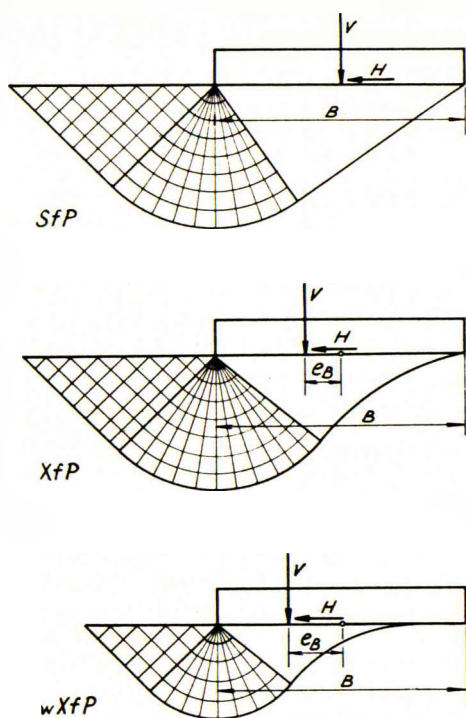


Fig. 5.32. B: Brudfigurer ved forskellige ekscentriciteter.

Af fig. 5.32. B nederst fremgår det, at når man kommer over en vis, ret ringe ekscentricitet, er fundamentets virkelige bredde  $B$  uden betydning for bæreevnen, der i stedet afhænger af bredden af brudfigurens elastiske zone. Da der for en given hældning af fundamentstrykket må være proportionalitet mellem sidstnævnte bredde og trykcentrets afstand fra den nærmeste kant af fundamentet, kan virkningen af ekscentriciteten tages i betragtning ved at beregne bæreevnen som for et fundament med en fast relativ ekscentricitet og en såkaldt effektiv bredde  $\bar{B}$  proportional med trykcentrets afstand fra kanten. Da den effektive bredde i grænsetilfældet også skal kunne anvendes for centralt belastede fundamenter, må den defineres som den bredde, der påvirkes centralt af trykresultanten, altså

$$\bar{B} = B - 2e_B$$

5.32.1

Når man på denne måde har taget ekscentriciteten i betragtning, mangler man kun at tage hensyn til hældningen, hvorved der nu kan forudsættes central belastning. I de ovenfor behandlede specialtilfælde  $\varphi = 0$  ( $\bar{q} = 0$ ) og  $\varphi = 30^\circ$  ( $\bar{\gamma} = 0$ ,  $c = 0$ ) kan den rene hældningsfaktor aflæses langs ordinataksene til venstre i fig. 5.32. C-D.

faktorer, der i et diagram kan afsættes som funktion af de relative hældninger og ekscentriciteter.

Resultaterne af sådanne udregninger er vist på fig. 5.32. C for  $\varphi = 0$  ( $\bar{q} = 0$ ) og på fig. 5.32. D for  $\varphi = 30^\circ$  ( $\bar{\gamma} = 0$ ,  $c = 0$ ). Som absicisse er anvendt den relative ekscentricitet ( $2e_B/B$ ), der er 0 for belastning på midten og 1 for belastning på kanten. Som ordinat er anvendt den relative hældning ( $N_C^0 H/2V$  i fig. 5.32. C og  $H/V \tan \varphi$  i fig. 5.32. D) udtrykt på en sådan måde, at den er 0 for lodret belastning og 1 for den hældning af fundamentstrykket, ved hvilken et fuldstændig ru fundament begynder at glide langs jordoverfladen. Den punkterede linie angiver grænsen mellem de områder, hvor henholdsvis brudfiguren  $wXfP$  (til højre) og  $XfP$  (til venstre) er anvendt; punkterne på selve ordinat-aksen til venstre svarer til brudfiguren  $SfP$ .

I stedet for at anvende fig. 5.32. C-D direkte anbefales det dog at benytte følgende simplificerede fremgangsmåde.

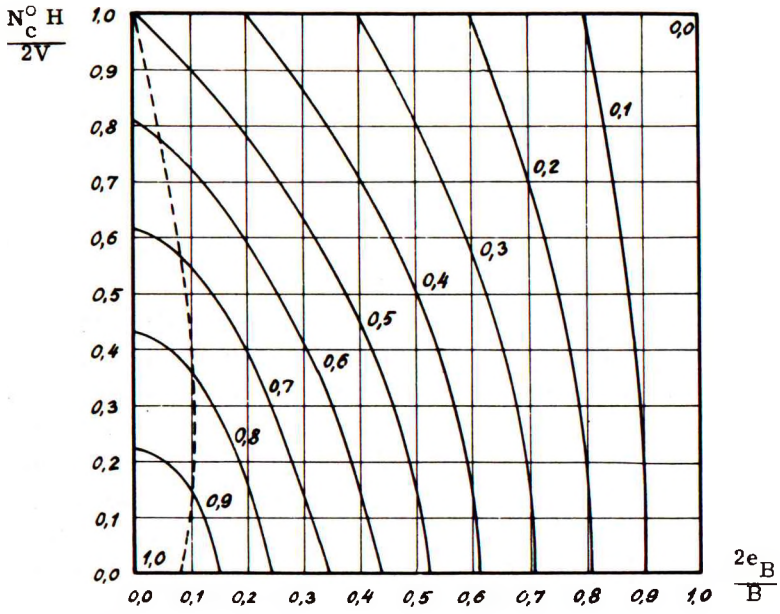


Fig. 5.32. C: Hældnings-ekscentricitets-faktorer for  $\varphi = 0$ .

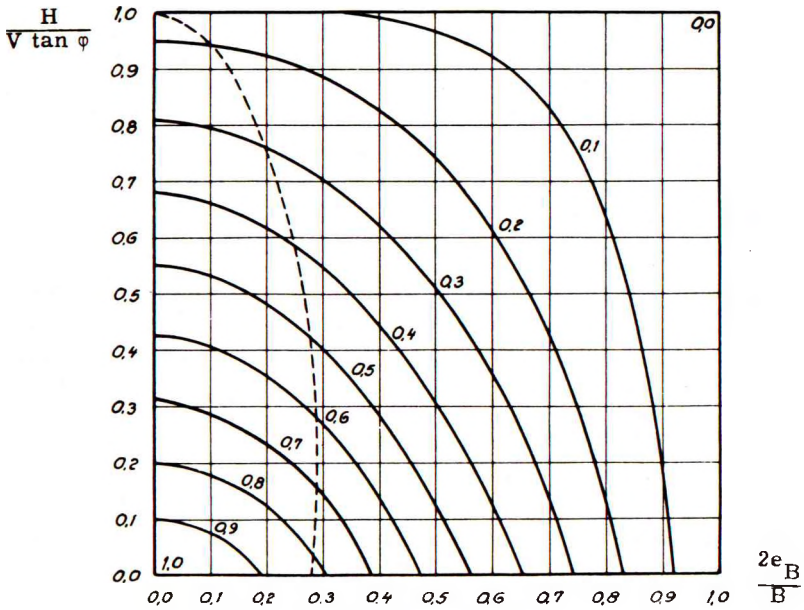


Fig. 5.32. D: Hældnings-ekscentricitets-faktorer for  $\varphi = 30^\circ$ .

Skal man i tilfældet  $\varphi = 0$  superponere et  $\bar{q}$ - og et  $c$ -bidrag for at få en formel frem, der svarer til 5.31.9, må man gøre sig klart, at  $\bar{q}$ -bidraget er rent "hydrostatisk" og derfor altid svarer til en lodret belastning uanset brudfigurens udseende, d. v. s. uanset  $c$ -bidragets hældning. For at bestemme hældningsfaktoren for  $c$ -bidraget må man følgelig først fra det givne fundamentstryk trække en lodret belastning  $\bar{q}\bar{B}$ , hvorefter det bestemmende forhold bliver  $H/(V - \bar{q}\bar{B})$ . Idet man i fig. 5.32.C har  $\bar{q} = 0$  og  $N_c^0 = 5,14$ , viser det sig, at hældningsfaktoren for  $c$ -bidraget ved  $\varphi = 0$  med god tilnærmelse kan udtrykkes ved formlen

$$i_c^0 \sim 1 - 1,3H : (V - \bar{q}\bar{B}) \quad 5.32.2$$

medens den lodrette komponent af fundamentets bæreevne ved  $\varphi = 0$  er bestemt af formlen

$$b = Q : \bar{B} = 5,14i_c^0 + \bar{q} \quad 5.32.3$$

Skal man i tilfældet  $\varphi \neq 0$  superponere et  $\bar{q}$ - og et  $c$ -bidrag for at få en formel frem, der svarer til 5.31.20, må man gå ud fra specialtilfældet  $c = 0$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\bar{q} = 1$ . Når samtlige spændinger i dette tilfælde multipliceres med  $(\bar{q} + c \cot \varphi)$ , og der herfra subtraheres et "hydrostatisk" tryk  $c \cot \varphi$ , fås overfladebelastningen  $\bar{q}$  udenfor fundamentet og derfor det rigtige fundamentstryk. For at bestemme hældningsfaktoren for  $(\bar{q} + c \cot \varphi)$ -bidraget må man følgelig først til det givne fundamentstryk lægge en lodret belastning  $\bar{B}c \cot \varphi$ , hvorefter det bestemmende forhold bliver  $H/(V + \bar{B}c \cot \varphi)$ . Idet man i fig. 5.32.D har  $c = 0$  og  $\varphi = 30^\circ$ , viser det sig, at hældningsfaktoren for  $(\bar{q} + c \cot \varphi)$ -bidraget ved  $\varphi = 30^\circ$  med god tilnærmelse kan udtrykkes ved formlen

$$i_q \sim 1 - 1,5H : (V + \bar{B}c \cot \varphi) \quad 5.32.4$$

medens den lodrette komponent af fundamentets bæreevne er bestemt af formlen

$$b = Q : \bar{B} = (\bar{q} + c \cot \varphi) N_q i_q - c \cot \varphi = \bar{q} N_q i_q + c N_c i_c \quad 5.32.5$$

Heraf findes, når man tillige anvender 5.31.22

$$i_c = \frac{N_q i_q - 1}{N_c \tan \varphi} = \frac{N_q i_q - 1}{N_q - 1} \quad 5.32.6$$

Ved en nærmere undersøgelse viser det sig, at talkoefficienten 1,5 i 5.32.4 er nogenlunde uafhængig af  $\varphi$ , således at 5.32.4-5 skulle kunne anvendes generelt. I tilfældet  $\varphi = 0$  skal man dog bruge 5.32.2-3.

For også at kunne superponere med et  $\bar{\gamma}$ -bidrag skulle man først gennemregne en serie brudfigurer svarende til specialtilfældet  $\bar{q} = 0$ ,  $c = 0$ ; men de hertil svarende korrekte brudfigurer kendes desværre ikke endnu. Schultze (1952) og Meyerhof (1953) har i stedet anvendt tilnærmede brudfigurer og har herved fundet hældningsfaktorer for  $\bar{\gamma}$ -bidraget, der stort set synes at kunne udtrykkes ved den simple formel

$$i_Y = (i_q)^2 \quad 5.32.7$$

Den fuldstændige formel for den lodrette komponent af bæreevnen for et skråt og ekscentrisk påvirket overfladefundament er da ved  $\varphi \neq 0$

$$b = Q : \bar{B} = \frac{1}{2} \bar{\gamma} \bar{B} N_{\gamma} i_q^2 + (\bar{q} + c \cot \varphi) N_q i_q - c \cot \varphi \quad 5.32.8$$

hvor  $i_q$  er givet ved 5.32.4. Som sædvanlig regnes  $\bar{q}$ - og  $c$ -bidragene ensformigt fordelt, og  $\bar{\gamma}$ -bidraget trekantformigt fordelt over den effektive bredde  $\bar{B}$  (fig. 5.32. A).

Et fuldstændig ru fundament begynder at glide langs jordoverfladen, når

$$H = V \tan \varphi + \bar{B}c \quad 5.32.9$$

hvilket betyder, at man ved anvendelse af 5.32.4 ikke må indsætte nogen større værdi af  $H/(V + \bar{B}c \cot \varphi)$  end  $\tan \varphi$ , ligesom man ved anvendelse af 5.32.2 ikke må indsætte nogen større værdi af  $H/(V - \bar{q}\bar{B})$  end  $2/N_c^0 = 0,39$ . I sidstnævnte tilfælde kan forholdet  $H/(V - \bar{q}\bar{B})$  i og for sig godt overstige 0,39, men det er da glidningen, der er afgørende, hvilket vil sige, at det er tilstrækkeligt at undersøge, om forholdet  $H/\bar{B}c$  er mindre end 1.

### 5.33 Fundering under jordoverfladen

I praksis funderer man naturligvis ikke direkte på jordoverfladen, men i en vis mindste dybde  $D$  under denne (fig. 5.33. A), bl. a. af hensyn til frostfaren.

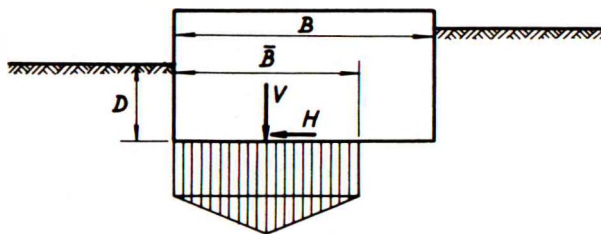


Fig. 5.33. A: Fundament under jordoverfladen.

Ofte vil det være således, at jordlagene over fundamentsfladens niveau kun har en ringe styrke (fyld eller lignende). I så fald beregnes fundamentets bæreevne simpelt hen efter de for et overfladefundament gældende formler med den ene forskel, at  $\bar{q}$  sættes lig den effektive vægt af de over fundamentsfladens niveau liggende jordlag (effektiv rumvægt  $\bar{\gamma}_0$ )

$$\bar{q} = \bar{\gamma}_0 D \quad 5.33.1$$

De i bæreevne-formlerne indgående størrelser  $\bar{\gamma}$ ,  $c$  og  $\varphi$  skal naturligvis nu svare

til jorden under fundamentsfladen (effektiv rumvægt  $\bar{\gamma}_u$ ).

Hvis jorden over fundamentsfladens niveau er af samme art som den underliggende jord, fås en ekstra forøgelse af bæreevnen. Korrekte brudfigurer for dette tilfælde kendes dog endnu ikke, ikke engang for  $\varphi = 0$  eller  $\bar{\gamma} = 0$ .

For  $\varphi = 0$  og lodret fundamentstryk har Skempton (1951) angivet følgende tilnærmelses-formler, hvori han anvender en dybdefaktor  $d$

$$b = Q: \bar{B} = 5,14cd_c^0 + \bar{\gamma}_0 D \quad 5.33.2$$

$$d_c^0 \sim 1 + 0,2D: \bar{B} \quad (\leq 1,5) \quad 5.33.3$$

$\bar{B}$  er som sædvanlig den effektive fundamentsbredde, og der må for  $D/\bar{B}$  ikke indsættes nogen større værdi end 2,5, selv om den faktiske værdi af dette forhold skulle være større.

For  $\varphi \neq 0$  og lodret fundamentstryk har Meyerhof (1951) gennemregnet en serie tilnærmede brudfigurer. Med  $\varphi = 30^\circ$  finder han f. eks. resultater, der nogenlunde kan udtrykkes ved formlen

$$d_q \sim 1 + 0,1D: \bar{B} \quad (\leq 2,5) \quad 5.33.4$$

hvori der for  $D/\bar{B}$  ikke må indsættes nogen større værdi end 15. Det synes iøvrigt at være på den sikre side at anvende 5.33.4 også for  $\varphi > 30^\circ$ .

Ved superposition af et  $\bar{q}$ - og et  $c$ -bidrag får man formler, der fuldstændig svarer til 5.32.5-6, blot med dybdefaktoren  $d$  i stedet for hældningsfaktoren  $i$ .

For at beregne dybdefaktoren på  $\bar{\gamma}$ -bidraget skal man betragte specialtilfældet  $\bar{q} = 0$ ,  $c = 0$ , hvilket vil sige, at jorden over fundamentsfladen skal betragtes som ubelastet, vægtløs og kohæsiionsløs. I enhver brudlinie må man da have spændinger nul ned til funderingsniveau, hvilket betyder, at man finder samme resultater som for et overfladefundament. Man må følgelig have

$$d_{\bar{\gamma}} = 1 \quad 5.33.5$$

Den fuldstændige formel for bæreevnen af et lodret og ekscentrisk påvirket fundament under jordoverfladen er da ved  $\varphi \neq 0$

$$b = Q: \bar{B} = \frac{1}{2}\bar{\gamma}_u \bar{B} N_{\bar{\gamma}} + (\bar{\gamma}_0 D + c \cot \varphi) N_q d_q - c \cot \varphi \quad 5.33.6$$

Såfremt jordoverfladen ligger i forskellig højde på de to sider af fundamentet (fig. 5.33. A), skal man for  $D$  indsætte den mindste dybde. Det må erindres, at dybdefaktoren skal sættes lig 1, hvis jordlagene over funderingsniveau har en væsentlig ringere styrke end de underliggende jordlag.

Som sædvanlig regnes  $\bar{q}$ - og  $c$ -bidragene ensformigt fordelt, og  $\bar{\gamma}$ -bidraget tre-

kantformigt fordelt over den effektive bredde  $\bar{B}$ .

Såfremt grundvandspejlet ligger i eller over funderingsniveau, skal man for  $\bar{\gamma}_u$  indsætte den for opdrift reducerede rumvægt  $\gamma'$ . Ligger grundvandspejlet derimod dybere end  $2\bar{B}$  under funderingsniveau, skal man for  $\bar{\gamma}_u$  indsætte den tørre jords rumvægt  $\gamma$ . I mellemliggende tilfælde må man bestemme  $\bar{\gamma}_u$  skønsmæssigt ved en grov interpolation. Der skal naturligvis regnes med den højst mulige beliggenhed af grundvandspejlet.

Hvis fundamentet i brudtilstanden synker lodret nedad (for lodret, central belastning), kan man beregne adhæsionen eller friktionen langs dets lodrette sider på samme måde som for en pæl. De pågældende kræfter skal da inkluderes i fundamentstrykket  $V$ . Hvis fundamentet tillige drejer sig (for skrå eller ekscentrisk belastning), vil der på dets lodrette sider virke jordtryk, der ligeledes skal inkluderes i fundamentskræfterne  $V$  og  $H$ .

Hvis det senere kan blive nødvendigt at grave ned ved siden af fundamentet, bør man naturligvis også betragte den hertil svarende tilstand, ved hvilken fundamentets bæreevne vil være mindre. Til gengæld kan man i en sådan tilstand, der normalt vil være ret kortvarig, regne med noget mindre partialkoefficienter end de sædvanlige.

#### 5.34 Fundamenter af endelig længde

Uendelig lange fundamenter er naturligvis en abstraktion. I praksis har ethvert fundament en endelig længde  $L$ .

Hvis fundamentet i længderetningen er centralt belastet, regner man med den virkelige længde  $L$ . Har trykresultanten derimod i længderetningen en ekscentricitet  $e_L$ , regner man kun med den effektive længde  $\bar{L}$ , defineret som den længde, der påvirkes centralt af trykresultanten, altså

$$\bar{L} = L - 2e_L \quad 5.34.1$$

Ved dobbelt ekscentricitet af trykresultanten skal man regne både med effektiv længde og bredde og det hertil svarende effektive areal  $\bar{A}$ . Dettes tyngdepunkt skal altid falde sammen med trykresultantens angrebepunkt, men formen kan efter forholdene fastsættes noget forskelligt, idet man enten kan gøre det effektive areal symmetrisk, eller afgrænse det ved en eller to rette linier (fig. 5.34.A).  $\bar{L}$  og  $\bar{B}$  skal altid være største længde og bredde af det effektive areal, og  $\bar{L}$  skal være større end  $\bar{B}$ .

Ved dobbelt hældning af trykresultanten (både i bredde- og længderetningen) foreslås det for simpelhedens skyld at regne med de tidligere angivne hældningsfaktorer. For  $H$  skal man i tilfælde af fundamenter med omtrent samme  $\bar{L}$  og  $\bar{B}$  indsætte resultatanten af de vandrette kræfter, medens man i tilfælde af ret langstrakte fundamenter

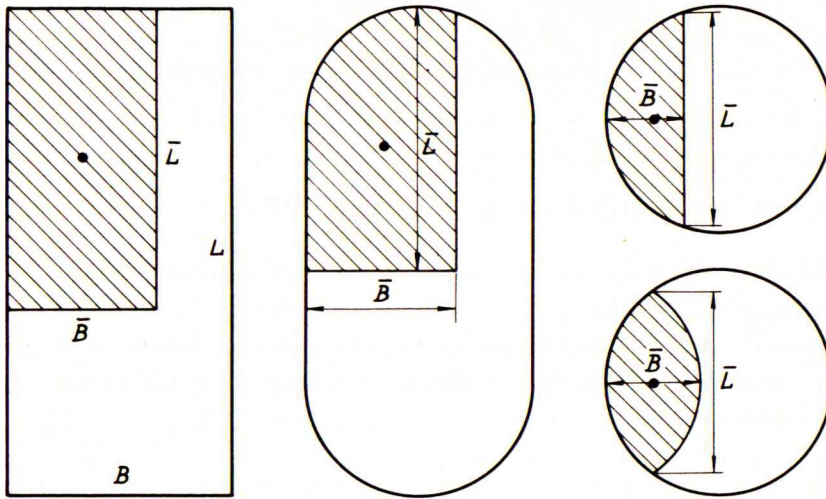


Fig. 5.34. A: Effektive fundamentsarealer.

kan nøjes med at indsætte komponenten i bredderetningen (medmindre fundamentet er nær ved at glide i længderetningen).

Iøvrigt skal man ved endelig fundamentslængde erstatte  $\bar{B}$  med  $\bar{A}$  i formlerne 5.32.2, 4 og 9, hvorved de to førstnævnte ændres til

$$i_c^0 \sim 1 - 1,3H : (V - \bar{q}\bar{A}) \quad 5.34.2$$

$$i_q \sim 1 - 1,5H : (V + \bar{A}c \cot \varphi) \quad 5.34.3$$

Bæreevnen pr. arealenhed af endelig fundamentsflader kan naturligvis ikke forventes at være den samme som for sribefundamenter. Beregningerne for endelige fundamenter er imidlertid overordentlig komplicerede, da den plane plasticitetsteori ikke slår til her.

For  $\varphi = 0$  har Skempton (1951) angivet følgende tilnærmelses-formler, hvori han anvender en formfaktor s

$$b = Q : \bar{A} = 5,14cs_c^0 + \bar{q} \quad 5.34.4$$

$$s_c^0 \sim 1 + 0,2\bar{B} : \bar{L} \quad (\leq 1,2) \quad 5.34.5$$

For  $\varphi \neq 0$  har Meyerhof (1951) udført nogle tilnærmede beregninger. Med  $\varphi = 30^\circ$  finder han f. eks. resultater, der nogenlunde kan udtrykkes ved formlerne

$$s_q \sim 1 + 0,2\bar{B} : \bar{L} \quad (\leq 1,2) \quad 5.34.6$$

$$s_\gamma \sim 1 - 0,4\bar{B} : \bar{L} \quad (\geq 0,6) \quad 5.34.7$$

Det synes iøvrigt at være på den sikre side at anvende 5.34.6-7 også for  $\varphi > 30^\circ$ .

Ved superposition af et  $\bar{q}$ - og et c-bidrag får man formler, der fuldstændig svarer til 5.32.5-6, blot med formfaktoren s i stedet for hældningsfaktoren i.

Den fuldstændige formel for bæreevnen af et lodret og dobbelt ekscentrisk påvirket overfladefundament er da ved  $\varphi \neq 0$

$$b = Q: \bar{A} = \frac{1}{2} \bar{\gamma} \bar{B} N_{\gamma} s_{\gamma} + (\bar{q} + c \cot \varphi) N_q s_q - c \cot \varphi \quad 5.34.8$$

Medens  $\bar{q}$ - og c-bidragene skal fordeles ensformigt over det nyttige areal  $\bar{A}$ , skal  $\bar{\gamma}$ -bidraget fordeles således, at der er en konstant stigning fra enhver kant ind imod midten. Dette vil sige, at  $\bar{\gamma}$ -bidraget skal fordeles kegleformigt over et cirkulært fundament, pyramideformigt over et kvadratisk fundament og tagformigt over et rektangulært fundament.

### 5.35 Fuldstændige bæreevne-formler

I det generelle tilfælde har man en fundamentalsflade af en given form anbragt i en given mindste dybde D under jordoverfladen. Denne fundamentalsflade er påvirket af en kraftresultant med komponenterne V og H i henholdsvis lodret og vandret retning, og angribende i et bestemt punkt. Jorden er karakteriseret ved styrkeparametrene c og  $\varphi$  samt de effektive rumvægte  $\bar{\gamma}_u$  under fundamentfladen og  $\bar{\gamma}_o$  over denne. Der regnes som sædvanlig i det nominelle brudstadium, altså med partialkoefficienter (afsnit 5.18).

Man bestemmer først det effektive fundamentalsareal  $\bar{A}$  (hoveddimensioner  $\bar{L}$  og  $\bar{B}$ ) ved den betingelse, at det skal være centralt påvirket af kraftresultanten.

Den lodrette komponent af bæreevnen pr. arealenhed af det effektive areal kan derefter bestemmes ved superposition af de tidligere betragtede tilfælde. Dette er naturligvis ikke eksakt, men må formodes at give en brugelig tilnærmelse. Man finder generelt

$$b = Q: \bar{A} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_u \bar{B} N_{\gamma} i_{\gamma} s_{\gamma} + (\bar{\gamma}_o D + c \cot \varphi) N_q i_q s_q d_q - c \cot \varphi \quad 5.35.1$$

Ved indsættelse af de tidligere fundne resultater fås følgende formel, der f. eks. kan bruges ved undersøgelse af langtids-bæreevnen for vandmættet ler

$$b = Q: \bar{A} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_u \bar{B} (N_q - 1) \left[ 1 - 1,5H : (V + \bar{A}c \cot \varphi) \right]^2 (1+0,4\bar{B} : \bar{L}) - c \cot \varphi$$

$$+ (\bar{\gamma}_o D + c \cot \varphi) N_q \left[ 1 - 1,5H : (V + \bar{A}c \cot \varphi) \right] (1+0,2\bar{B} : \bar{L})(1+0,1D : \bar{B}) \quad 5.35.2$$



hvor (i form-, dybde- og hældningsfaktorerne)  $\bar{B}$  ikke må sættes større end  $\bar{L}$ ,  $D$  ikke større end  $15\bar{B}$  og  $H$  ikke større end  $V \tan \varphi + \bar{A}c$ . For  $c$  og  $\varphi$  (samt det til  $\varphi$  svarende  $N_q$ ) skal indsættes de nominelle værdier af de effektive styrkeparametre  $\bar{c}$  og  $\bar{\varphi}$ .

I det specielle tilfælde  $c = 0$  fås den noget simplere formel, der kan anvendes ved undersøgelse af bæreevnen for sand, grus og sten

$$b = Q : \bar{A} = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_u \bar{B} (N_q - 1) (1 - 1,5H : V)^2 (1 - 0,4\bar{B} : \bar{L}) + \bar{\gamma}_0 D N_q (1 - 1,5H : V) (1 + 0,2\bar{B} : \bar{L}) (1 + 0,1D : \bar{B}) \quad 5.35.3$$

Der gælder de samme begrænsninger som for 5.35.2, og her må  $H$  ikke sættes større end  $V \tan \varphi$ .  $N_q$  kan findes ved belastningsforsøg eller af fig. 5.31.D, hvor man kan anvende den punkterede (empiriske) kurve.

I det specielle tilfælde  $\varphi = 0$  fås ved anvendelse af de tidligere fundne resultater følgende formel, der bruges ved undersøgelse af korttids-bæreevnen for vandmættet ler

$$b = Q : \bar{A} = 5,14c \left[ 1 - 1,3H : (V - \bar{\gamma}_0 D \bar{A}) \right] (1 + 0,2\bar{B} : \bar{L}) (1 + 0,2D : \bar{B}) + \bar{\gamma}_0 D \quad 5.35.4$$

hvor (i form-, dybde- og hældningsfaktorerne)  $\bar{B}$  ikke må sættes større end  $\bar{L}$ ,  $D$  ikke større end  $2,5\bar{B}$  og  $H$  ikke større end  $0,39(V - \bar{\gamma}_0 D \bar{A})$ .

$\bar{q}$ - og  $c$ -bidragene er altid ensformigt fordelt over det effektive areal, medens  $\bar{\gamma}$ -bidraget skal tiltage fra nul ved kanterne til et maksimum midt i det effektive areal.

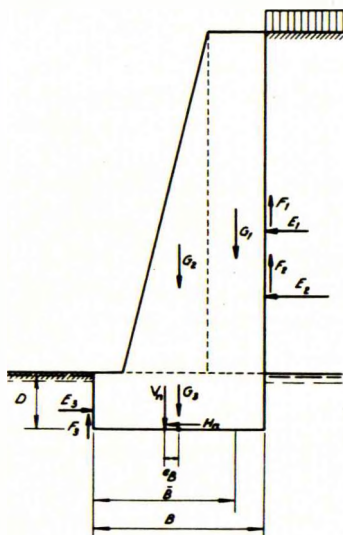


Fig. 5.35. A: Støttemur.

Fig. 5.35. A viser eksempelvis en almindelig støttemur, hvis stabilitet skal undersøges. Først beregnes murens egenvægt ( $G_1 + G_2 + G_3$ ), idet der for den under grundvandspejlet liggende del ( $G_3$ ) regnes med reduceret rumvægt. Dernæst beregnes de aktive jordtryk  $E_1$  og  $F_1$  (fra nyttelast) samt  $E_2$  og  $F_2$  (fra egenvægt);  $F_1$  og  $F_2$  bliver her negative. Eventuelt medregnes også de passive jordtryk  $E_3$  og  $F_3$  på forsiden. Jordtrykkene beregnes med nominelle styrkeparametre  $c_n$  og  $\varphi_n$ , samt for nominal nyttelast  $p_n$ . Alle de nævnte kræfter sammensættes til en resultant med komponenter  $V_n$  og  $H_n$ , virkende i afstanden  $e_B$  fra fundamentsmidte. Efter bestemmelsen af  $\bar{B}$  ved 5.32.1 beregnes bæreevnen  $Q_n$  af 5.35.3 (sand) med  $\bar{L} = \infty$  og det til  $\varphi_n$  svarende  $N_q$ . Hvis  $Q_n \geq V_n$ , er stabiliteten i orden; i modsat fald må  $B$  eller  $D$  ændres, til det passer nogenlunde.

## 5.4 PÆLES BÆREEVNE

Normalt anvendes pæle som bærende elementer, men de kan også have andre formål, f. eks. at virke stabiliserende eller at komprimere jorden ved deres ramning. I dette afsnit skal alene de bærende pæle behandles.

Bærende pæle anvendes, når jordlag af tilstrækkelig bæredygtighed ligger så dybt, at en direkte fundering på disse ville blive uøkonomisk, medens en direkte fundering i højere liggende jordlag ville give for ringe bæreevne eller for store sætninger.

Pælematerialet kan være træ, stål eller beton; formen er normalt cylindrisk, for runde træpæle dog let konisk. I reglen rammes pælene ned i jorden, i sjældnere tilfælde trykkes de ned eller - for betonpæles vedkommende - støbes direkte i jorden (in-situ-pæle).

En pælefundering kan dimensioneres på mange forskellige måder, idet man til en vis grad frit kan vælge en stor del af de variable: pælelængder, pæletværsnit, pæleantal, pæleafstande og pæleanordning. I alle tilfælde må det imidlertid være en forudsætning, at man kan bestemme brud-bæreevnen for en pæl med vilkårlige, givne dimensioner. Til dette formål er der udviklet 3 forskellige metoder:

1) Ved en geostatisk beregning kan pælens bæreevne i princippet bestemmes, når man ved boringer har klarlagt jordbundsforholdene og specielt har bestemt konstanterne  $\gamma$ ,  $c$  og  $\varphi$  for de forskellige jordlag, pælen går igennem.

2) Ved en prøveramning af en pæl i fuld skala måler man pælens nedsynkning pr. slag og kan da ved hjælp af en såkaldt rammeformel beregne pælens bæreevne. Det må dog bemærkes, at man her ved måler den dynamiske bæreevne, der ikke uden videre kan sættes lig den statiske, som man ønsker at bestemme. Metoden giver derfor kun brugelige resultater for pæle i sand og lignende permeable jordarter.

3) Ved et belastningsforsøg på en pæl i fuld skala kan man direkte bestemme dens bæreevne, og dette er naturligvis den pålideligste af de 3 metoder. Desværre er den også ret kostbar og tager en del tid. Har man mange pæle, betaler det sig dog alligevel at foretage belastningsforsøg, da man så kan nedsætte sikkerhedsgraden.

Belastningen på en pæl må naturligvis aldrig overstige den grænse, der sættes af selve pælematerialets styrke. Den nominelle styrke kan som sædvanlig beregnes svarende til spændinger, der er 50 % højere end de normale tilladelige. Pælen skal principielt betragtes som en søjle, men som fri længde behøver man kun at indsætte pælens længde i luft og vand, idet selv meget blød jord normalt vil forhindre udknækning af pælen.

Pæle anvendes næsten altid i grupper, og dette skaber særlige problemer, da en pæl i en gruppe hverken kan forventes at have samme bæreevne, eller at få samme sætninger, som en enkeltpæl fjernt fra andre pæle.

Endelig må man ved beregning og dimensionering af pæleværker vide besked med, hvorledes bygværkets belastning fordeler sig på pælene i den i reglen statistisk ubestemte pælegruppe. Tidligere blev denne fordeling enten foretaget efter grove tilnærmelsesmetoder, eller ved hjælp af elasticitetsteorien (Nøkkentved 1924); nu må det anbefales at anvende plasticitetsteorien (Vandepitte 1953).

Ved undersøgelsen af enkeltpæles eller pæleværkers bæreevne regner man i det nominelle brudstadium, hvilket vil sige, at man straks indfører partialkoefficienter (afsnit 5.18) både på belastningerne og på jordens styrkeparametre (eventuelt direkte på pælens bæreevne, såfremt denne bestemmes ved rammeformel eller belastningsforsøg). Pæleværket har da de korrekte dimensioner, når dets nominelle bæreevne er lig den nominelle belastning fra bygværket.

#### 5.41 Geostatisk beregning

En enkeltpæls brud-bæreevne  $Q$  vil være sammensat dels af en spidsmodstand  $Q_p$  og dels af overflademodstande  $Q_m$  i de forskellige jordlag, som pælen går igennem

$$Q = Q_p + \Sigma Q_m \quad 5.41.1$$

Ved beregningen af spidsmodstanden kan man anvende de i afsnit 5.3 udledede bæreevne-formler. For en pæl vil man praktisk talt altid have  $B \sim L$  og  $D > 15B$ , hvorfor pælespidsens formfaktor (5.34.5-6) antager værdien 1, 2 både for  $\varphi = 0$  og  $\varphi > 30^\circ$ , medens dybdefaktoren (5.33.3-4) bliver 1, 5 for  $\varphi = 0$  og 2, 5 for  $\varphi > 30^\circ$ . Iøvrigt vil man for en pæl altid kunne se bort fra  $\bar{\gamma}$ -bidraget i sammenligning med  $\bar{q}$ -bidraget, hvorfor man af 5.35.1 får den generelle formel

$$Q_p : A_p = (\bar{q}_p + c \cot \varphi) N_q s_q d_q - c \cot \varphi \quad 5.41.2$$

hvor  $A_p$  er pælespidsens tværsnitsareal og  $\bar{q}_p$  den samlede effektive belastning fra de over pælespidsens niveau liggende jordlag.  $A_p$  kan iøvrigt for hule pæle sættes lig pælens totale tværsnitsareal og for pæle af profiljern lig arealet af den omskrevne, konvekse polygon.

Ved indsættelse af de ovenfor nævnte form- og dybdefaktorer fås følgende formel, der f. eks. kan anvendes ved beregning af langtids-bæreevnen i vandmættet ler

$$Q_p = \left[ 3N_q (\bar{q}_p + c \cot \varphi) - c \cot \varphi \right] A_p \quad 5.41.3$$

I det specielle tilfælde  $c = 0$  fås følgende simple formel, der kan anvendes ved beregning af en pæls spidsmodstand i sand, grus eller sten

$$Q_p = 3N_q \bar{q}_p A_p \quad 5.41.4$$

hvor  $N_q$  skal tages fra den fuldt optrukne (teoretiske) kurve på fig. 5.31. D, idet den punkterede kurve tilsyneladende kun gælder for almindelige fundamenter.

I det specielle tilfælde  $\varphi = 0$  fås følgende formel, der bruges ved beregning af korttids-bæreevnen i vandmættet ler

$$Q_p = 9cA_p \quad 5.41.5$$

Rigtigheden af dette udtryk er blevet eksperimentelt bekræftet for en hel del lerarters vedkommende. For dansk moræneler synes talfaktoren dog snarere at skulle være ca. 18 i stedet for 9.

Ved beregning af overflademodstanden på en fuldstændig ru pæl i et homogent jordlag kan man som en tilnærmelse anvende 5.13.31 og 5.15.5 på en lodret brudlinie langs pælesiden ( $\alpha = 0$ ,  $\omega = \nu_0 = 90^\circ$ ,  $\beta = 0$ ,  $\gamma_k = \bar{q}_m$ ), hvilket giver

$$Q_m : A_m = (\bar{q}_m + c \cot \varphi) \sin \varphi \cos \varphi \quad 5.41.6$$

hvor  $A_m$  er den del af pæleoverfladen, der er i berøring med det pågældende jordlag, medens  $\bar{q}_m$  er den effektive belastning fra de over lagets midte liggende jordlag. For pæle af profiljern skal  $A_m$  sættes lig arealet af det omskrevne, konvekse prisme.

Faktoren  $\sin \varphi \cos \varphi$  i 5.41.6 varierer ikke meget med friktionsvinklen, når den er større end ca.  $27^\circ$ ; den ligger da mellem 0,4 og 0,5. Når man anvender partialkoefficient-systemet, skal denne faktor reduceres noget, og man kan derfor sætte dens nominelle gennemsnitsværdi til 0,3. Dette vil sige, at man kan bestemme den nominelle overflademodstand i et lag af sand, grus eller sten ( $c = 0$ ) ved

$$Q_m = 0,3 \bar{q}_m A_m \quad 5.41.7$$

I det specielle tilfælde  $\varphi = 0$ , der jo refererer sig til korttids-bæreevnen i vandmættet ler, får man af 5.41.6 en overflademodstand  $c$  pr. arealenhed. Det viser sig imidlertid, at det er nødvendigt at indføre ikke mindre end 3 forskellige korrektionsfaktorer herpå, således at man for overflademodstanden i et lerlag får

$$Q_m = m s r c A_m \quad 5.41.8$$

$m$  er en materialfaktor, der er lig 1,0 for beton og træ, men synes at være ca. 0,7 for stål.

$s$  er en formfaktor, der er lig 1,0 for prismatiske eller cylindriske pæle, medens den for koniske træpæle synes at antage følgende værdier:

	Trykpæle	Trækpæle
Pæle med den tynde ende nedad	1,2	1,0
Pæle med den tykke ende nedad	0,7	1,0

$r$  er endelig en regenerationsfaktor, der er lig forholdet mellem det omgivende lers forskydningsstyrke på det betragtede tidspunkt, og dets forskydningsstyrke i intakt tilstand.

Ved pælens ramning sker der en voldsom æltning af leret nærmest pælen, samt en delvis udpresning af porevand, der lægger sig som en smørende hinde mellem pælen og leret. Alt tyder på, at man ved selve ramningen må have  $r \sim 0$ .

Efterhånden som tiden går, genvinder leret en del af sin oprindelige styrke (thixotropi), ligesom en træpæl og (i mindre grad) også en betonpæl vil virke som et lodret dræn, der bidrager til at konsolidere det æltede ler. Regenerationsfaktoren bliver herved en funktion af den siden pælens ramning forløbne tid, ligesom den naturligvis også afhænger af lerets og pælens art.

Den væsentligste del af regenerationen sker normalt indenfor den første måned, men man har eksempler på betydelige stigninger af bæreevnen også efter dette tidspunkt. Den endelige værdi af  $r$  synes i hovedsagen at afhænge af lerets oprindelige forskydningsstyrke (Tomlinson 1957). Man kan således for blødt, normalt konsolideret ler regne med, at  $r$  kommer helt op på 1,0, medens den for det meget faste, danske moræneler sjældent når op over 0,4.

Hvis pælen går gennem et lerlag, der efter pælens ramning vil konsolideres (f. eks. fordi det belastet med en opfyldning), kan man kun regne med en bærende overflademodstand i dette lag (og de overliggende), såfremt man kan tillade de ofte ret betydelige sætninger af pælen, der er nødvendige for at sikre en positiv (opadrettet) overflademodstand i de pågældende lag.

Som regel vil sådanne sætninger ikke kunne tolereres; men skal pælen stå fast, medens de øvre jordlag synker, betyder dette ikke alene, at der ingen bærende overflademodstand kan påregnes i disse lag, men pælen må faktisk regnes belastet med en "negativ" (nedadrettet) overflademodstand fra det konsoliderende lerlag og samtlige overliggende lag.

Ved beregning af den negative adhæsion (i lerlag) regner man stadig i det nominelle brudstadium, men man skal nu i 5.41.8 multiplisere  $c$  med partialkoefficienten  $f_c$  i stedet for at dividere med den. Ved anvendelse af 5.41.7 til beregning af den negative friktion (i sandlag) skal talkoefficienten 0,3 erstattes af 0,6.

De geostatistiske pæleformler egner sig bedst til at forudberegne pæles korttidsbæreevne i ler, hvilket normalt sker på grundlag af vingeforsøg. For pæle i sand er resultaterne mere usikre, hvilket hænger sammen med vanskeligheden ved at bestemme  $\phi$  for en given sandaflejring. Det bedste middel hertil er den hollandske kegleson-

de, der jo også nærmest må betragtes som en modelpæl, der prøvebelastes.

Det er værd at lægge mærke til, at for en pæl med spidsen i sand vil den overvejende del af bæreevnen stamme fra spidsmodstanden, medens for en pæl med spidsen i ler den overvejende del af korttids-bæreevnen vil stamme fra overflademodstanden. Dette betyder f. eks., at en pæl kan miste en væsentlig del af sin bæreevne, hvis den fra et sandlag bliver rammet ned i et underliggende lerlag.

#### 5.42 Rammeformler

Ved nedramning af en pæl vil man iagttage, at dens blivende nedsynkning pr. slag (S) vil vokse med ramslagetets vægt ( $G_r$ ) og med faldhøjden (H), hvorimod den vil aftage med jordens modstand (Q) mod pælens nedtrængning. Det er derfor en nærliggende tanke at forsøge at udtrykke den nævnte modstand Q - d. v. s. pælens bæreevne - som en funktion af S,  $G_r$  og H (og muligvis andre størrelser).

Der er da også i tidens løb opstillet et betydeligt antal sådanne rammeformler, som tilsyneladende muliggør en hurtig og billig bestemmelse af hver enkelt pæls bæreevne. Desværre er de fleste af dem meget unøjagtige, og dette gælder ikke mindst Eytelweins formel, der tidligere har været meget anvendt i Danmark.

Alle teoretisk udledede rammeformler er baseret på en energibetragtning, der udtrykker, at den ved ramslagetets fald frigjorte energi dels anvendes til at trykke pælen ned i jorden og dels går til spilde på forskellig måde

$$\eta H G_r = QS + \Delta E \quad 5.42.1$$

$\eta$  er en effektivitetsfaktor, der er 1,0, når ramslaget falder helt frit, medens den gennemsnitligt kan sættes til ca. 0,7, når ramslaget trækker spiltromlen med sig. For en enkeltvirkende damphammer kan man regne med 0,9.

Energitabet  $\Delta E$  hidrører i hovedsagen fra stødtab, samt fra de reversible deformationer i jorden og i pælen. Weisbach (1850) bestemte  $\Delta E$  som produktet af pælekraftens middelværdi ( $\frac{1}{2}Q$ ) og den statiske sammentrykning af pælen under belastningen Q, og kom herved til ligningen

$$\eta H G_r = QS + Q^2 L_p : 2AE \quad 5.42.2$$

hvor A er pælens tværsnitsareal,  $L_p$  pælelængden og E pælematerialets elasticitetsmodul.

Ved indførelse af størrelsen

$$S_0 = \sqrt{2\eta H G_r L_p : AE} \quad 5.42.3$$

der har dimension som en længde, fås ved løsning af Weisbach's ligning med hensyn til  $Q$  rammeformlen

$$Q = \frac{2\eta H G_r}{S + \sqrt{S^2 + S_0^2}} \quad 5.42.4$$

De fleste andre rammeformler afviger i realiteten kun fra 5.42.4 ved, at der er påført tælleren eller  $S_0$  visse korrektionskoefficienter.

Torben Sørensen og Bent Hansen (1957) bestemmer  $\Delta E$  i 5.42.1 som produktet af middelkraften  $\frac{1}{2}Q$  og den dynamiske sammentrykning af pælen under stødet fra ramslaget. Da det kan vises, at sidstnævnte deformation er lig  $S_0$ , finder de ligningen

$$Q = \frac{\eta H G_r}{S + \frac{1}{2}S_0} \quad 5.42.5$$

der er blevet døbt "den danske rammeformel". Den er åbenbart noget lettere at anvende end de formler, der - som 5.42.4 - indeholder  $S^2$  under et kvadratrodstegn.

Som ved alle andre rammeformler skal nedsynkningen  $S$  pr. slag måles som midtallet af en uafbrudt serie på mindst 10 slag. For betonpæle skal man i 5.42.3 sætte  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$ .

T. Sørensen og B. Hansen har undersøgt de vigtigste rammeformlers nøjagtighed ved hjælp af et materiale på 78 prøvebelastede pæle (med spidserne i sand eller fast moræneler). For at kunne fremstille en rammeformel ved en enkelt kurve anvendte de som variable de to dimensionsløse størrelser  $S/S_0$  og  $Q/Q_0$ , hvor

$$Q_0 = \sqrt{2\eta H G_r A E : L_p} \quad 5.42.6$$

Den danske rammeformel kan da, idet  $Q_0 S_0 = 2\eta H G_r$ , fremstilles ved ligningen

$$Q : Q_0 = 1 : (1 + 2S : S_0) \quad 5.42.7$$

Resultatet af den foretagne statistiske undersøgelse var, at de bedste formler synes at være Weisbach's, Hiley's, Janbu's og den danske rammeformel. Disse er praktisk talt lige nøjagtige, og det forekommer da rimeligt at foretrække den danske rammeformel, fordi den er den simpleste af de fire nævnte. Eytelwein's formel viste sig derimod at være meget unøjagtig, hvorfor det må frarådes at anvende den i fremtiden.

Rammeformlen giver principielt pælens virkelige brudbæreevne  $Q$ . For at få den nominelle bæreevne, der skal anvendes ved dimensionering i det nominelle brudstadium, må man dividere  $Q$  med en partialkoefficient  $f_d$ , der - for den danske rammeformel og de dermed ligestillede - kan sættes til 2,0

$$Q_n = Q : f_d = Q : 2,0 \quad 5.42.8$$

Ønsker man i stedet at operere med en totalsikkerhed  $F_d$ , skal denne være 2,5.

Af 5.42.7 ses, at man for  $Q = Q_0$  får  $S = 0$ , hvilket vil sige, at hele rammeenergien da går til spilte. For at få en nogenlunde økonomisk ramning, og for at undgå brud i pælen under ramningen, må man sørge for, at  $Q/Q_0 < 0,9$ .

Som påvist af T. Sørensen og B. Hansen kan (ved  $Q/Q_0 < 0,9$ ) største spænding i pælen under ramningen udtrykkes ved ligningen

$$\sigma_d = \frac{Q_0}{A} \sqrt{\frac{G_p}{G_r}} = \sqrt{2\eta H E \gamma_p} \quad 5.42.9$$

hvor  $G_p = AL_p \gamma_p$  er pælens fulde egenvægt ( $\gamma_p$  pælematerialets fulde rumvægt). Ved at sætte  $\sigma_d$  mindre end pælematerialets brudstyrke  $\sigma_f$  fås ved anvendelse af 5.42.6 en øvre grænse for den effektive faldhøjde

$$\eta H < \frac{\sigma_f^2}{2E \gamma_p} \quad 5.42.10$$

Hvis det overhovedet er muligt, vil det være mest økonomisk at ramme pælen så fast, at dens nominelle bæreevne i jorden bliver lig den nominelle brudbelastning for pælematerialet, altså

$$Q : f_d = A \sigma_f : f_\sigma = 1,5A \sigma_t \quad 5.42.11$$

hvor  $\sigma_t$  er pælematerialets normale tilladelige spænding. Ved anvendelse af 5.42.6 fås (med  $Q/Q_0 < 0,9$ ) følgende nedre grænse for forholdet mellem ramslagets vægt og pælens vægt

$$\frac{G_r}{G_p} > \frac{\sigma_f^2 f_d^2}{1,62\eta H E \gamma_p f_\sigma^2} \quad 5.42.12$$

Ved heri at indsætte den ved 5.42.10 bestemte maksimalværdi af  $\eta H$  fås for en almindelig faldhammer eller en enkeltvirkende damphammer

$$\frac{G_r}{G_p} > \left[ \frac{f_d}{0,9f_\sigma} \right]^2 = \left[ \frac{f_d \sigma_t}{0,6\sigma_f} \right]^2 \quad 5.42.13$$

Ved at indsætte de for henholdsvis jernbeton, stål og træ gældende størrelser i 5.42.10 og 13 fås følgende tabel



	max. $\eta H$	min. $G_r/G_p$
Pæle af jernbeton	ca. 1 m	ca. 0,50
Pæle af stål	- 2 -	- 1,50
Pæle af træ	- 4 -	- 0,75

Selv den bedste rammeformel kan naturligvis kun give oplysninger om pælens bæreevne ved ramningen, altså den dynamiske bæreevne, og denne er ikke nødvendigvis lig den søgte statiske bæreevne lang tid efter ramningen.

Ved ramning af en pæl i ler vil, som forklaret i afsnit 5.41, overflademodstanden være ret forsvindende. Omvendt vil spidsmodstanden ofte være meget større end den statiske på grund af jordens inertikræfter. Som følge heraf er der ikke nogen entydig sammenhæng mellem den dynamiske og den statiske bæreevne. Det må derfor konkluderes, at enhver rammeformel principielt er uanvendelig for pæle med spidsen i ler. Her er geostatisk beregning bedre.

Det skal dog med det samme tilføjes, at fast, dansk moræneler synes at danne en undtagelse, idet man her plejer at finde brugelige resultater ved anvendelse af f. eks. den danske rammeformel, når pælen rammes til fuld bæreevne.

Ved ramning af en pæl med spidsen i sand må der forventes væsentlig mindre forskelle mellem de dynamiske og de statiske overflade- og spidsmodstande, ligesom disse forskelle tildels må ophæve hinanden. Det viser sig da også erfaringsmæssigt, at de bedste rammeformler giver brugelige resultater for pæle med spidsen i sand. Dette vil normalt være en bedre bestemmelse end geostatisk beregning.

Af det anførte vil det ses, at det vil være uforsvarligt at anvende en rammeformel, før man ved boringer eller på anden måde har sikret sig, at i hvert fald pælens spids står i sand.

Skal resultaterne af en prøveramning (i sand) anvendes til at bestemme bæreevnen for pæle af andre dimensioner end den rammede pæls, må dette foregå ved, at man anvender 5.41.4 og 5.41.7 (med talkoefficient 0,45 i stedet for 0,3) på den prøverammede pæl og herved bestemmer det virkelige  $N_q$ , der så kan benyttes til beregning af andre pæles bæreevne.

#### 5.43 Belastningsforsøg

Det sikreste middel til at bestemme en pæls bæreevne er naturligvis en prøvebelastning, hvorved man måler pælehovedets bevægelser  $\delta$  ved forskellige belastninger  $P$ . Da jorden næsten aldrig er homogen, må såvel prøvebelastninger som prøveramninger foretages med pæle i fuld længde. Der skal for prøvepælen føres fuldstændige rammelister, og den bør anbringes i umiddelbar nærhed af en boring, så man kender jordbundsforholdene langs pælen.

Belastningen kan påføres enten i form af vægte, gennem et vægtstangsarrangement eller ved udnyttelse af et modhold, som oftest i form af pæle. Da disses optrækningsmodstand normalt er væsentlig mindre end prøvepælens nedtrykningsmodstand, skal der anvendes mindst 2 og som regel 4 modholdspæle, til hvilke belastningen overføres gennem et system af stålbjælker. Modholdspælene skal stå i en vis afstand (mindst 1 m) fra prøvepælen, og er de af beton, skal deres armering kunne optage trækkræfterne. Arrangementet bør iøvrigt udformes således, at man også kan trække i prøvepælen, idet man da trykker på modholdspælene.

Tryk- eller trækkræften bør i reglen overføres til prøvepælen gennem en hydraulisk presse, på hvis manometer man til enhver tid kan aflæse belastningens størrelse. Pælehovedets bevægelser måles ved hjælp af to måleure, der er anbragt symmetrisk om pæleaksen på en ubevægelig målebøjle. Hvis denne understøttes på bærepæle, skal disse stå i en betydelig afstand (mindst 2 m) fra prøve- og modholdspælene.

Belastningen påføres trinvis, f. eks. svarende til 25, 50, 60, 70, 80, 90 og 100 % af den forventede brudlast, og derefter om fornødent videre med 10 % spring, indtil den virkelige brudlast nås. I hvert belastningstrin måles nedsynkningen i logaritmiske tidsintervaller, f. eks. efter 1, 2, 4, 8, 15, 30 og 60 minutters forløb, idet man samtidig tilstræber at holde belastningen konstant ved pumpning i pressen. Når nedsynkningshastigheden er blevet mindre end f. eks. 0,2 mm pr. time, kan man gå videre til næste belastningstrin.

Efter hvert eller hvertandet belastningstrin aflaster man pælen ved at lade presstrykket synke til nul, og måler derefter pælehovedets hævnings på samme måde som ved belastning. Når hævningshastigheden er blevet mindre end f. eks. 0,2 mm pr. time, går man videre til næste belastningstrin.

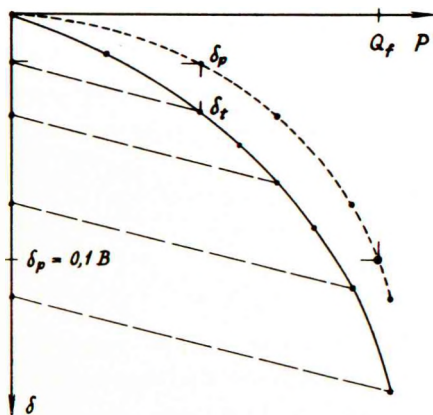


Fig. 5.43. A:  
Arbejdskurver for pæl.

På denne måde bestemmer man i det enkelte belastningstrin både den totale nedsynkning  $\delta_t$  og den elastiske nedsynkning  $\delta_e$  (der er lig hævnings ved aflastning). Differensen mellem disse angiver den blivende nedsynkning  $\delta_p$ .

Pælens brudlast  $Q_f$  kan defineres på mange forskellige måder, og de fleste af de eksisterende definitioner er ret tilfældigt valgt. I Danmark har man valgt at definere pælens brudlast som den belastning, ved hvilken pælehovedets blivende nedsynkning andrager 10 % af mindste tværmål i pælens midtærtværsnit. Hvis pælekraften forinden når et maksimum, og derefter aftager (trykket i pressen kan ikke holdes), be-

tragtes dog dette maksimum som pælens brudlast.

Når belastningsarrangementet er således indrettet, at man både kan tryk- og trækbelaste prøvepælen, bør begge disse forsøg udføres for herved at bestemme overflade- og spidsmodstandene separat. Ved et trækforsøg bestemmes naturligvis alene overflademodstanden, og hvis denne forudsættes at være uforandret i trykforsøget, fås spidsmodstanden som differensen mellem de to forsøgsresultater. Den nævnte forudsætning er sikkert nogenlunde rigtig i ler, men næppe i sand, hvor spidsmodstanden derfor måles noget for stor på denne måde.

Med en prøvepæl i sand foretager man først et trækforsøg, hvoraf man ved sammenligning med 5.41.7 kan beregne den virkelige værdi af talkoefficienten til  $\bar{q}_m A_m$ . Umiddelbart derefter udføres et trykforsøg, og idet differensen forudsættes at svare til spidsmodstanden, finder man af 5.41.4 den virkelige værdi af  $N_q$ . Anvendes de således fundne størrelser direkte til geostatisk beregning af andre pæles brudbæreevne, kan man finde deres nominelle bæreevne ved at dividere med en partialkoefficient  $f_b = 1,6$  (svarende til en totalsikkerhed  $F_b = 2,0$ ).

Den samme partialkoefficient  $f_b = 1,6$  kan også anvendes, når man bestemmer andre pæles bæreevne ved hjælp af den danske rammeformel, forudsat at denne bliver korrigeret således, at den giver det korrekte resultat for den prøvebelastede pæl. Dette vil sige, at man i rammeformlen skal operere med en empirisk partialkoefficient  $f_d$ , bestemt ved

$$\frac{\eta H G_r}{S + \frac{1}{2} S_0} \cdot \frac{1}{f_d} = \frac{Q}{1,6} \quad 5.43.1$$

hvor man skal indsætte resultaterne for prøvepælen for at finde  $f_d$ . Når  $f_d$  er bestemt, kan man let finde den nedsynkning  $S$  pr. slag, man skal ned på for at opnå en ønsket nominal bæreevne  $Q_n$

$$S = \frac{\eta H G_r}{Q_n f_d} - \frac{1}{2} S_0 \quad 5.43.2$$

Med en prøvepæl i ler foretager man så hurtigt som muligt efter ramningen et trækforsøg, hvoraf man ved hjælp af 5.41.8 (og de f.eks. ved vingeforsøg bestemte forskydningsstyrker  $c$ ) kan beregne regenerationsfaktoren  $r$  på det pågældende tidspunkt, idet  $m$  og  $s$  antages bekendte. Umiddelbart derefter udføres et trykforsøg, og idet differensen forudsættes at svare til spidsmodstanden, finder man af 5.41.5 den virkelige værdi af talkoefficienten til  $c A_p$ .

Imidlertid er regenerationsfaktoren i ler jo en funktion af tiden, og der må derfor på et eller flere senere tidspunkter (f.eks.  $\frac{1}{2}$ , 1, 2 og 4 måneder efter pælens ramning) udføres nye trykforsøg til bestemmelse af  $r$  som en funktion af tiden, hvorved spidsmodstanden forudsættes uændret. Når disse resultater afsættes i et diagram

med logaritmisk tidsskala, kan man til en vis grad ekstrapolere til tidspunktet for pælens belastning i bygværket, men det må erindres, at  $r$  ikke vedbliver at vokse, men når en grænseværdi, der kan være væsentlig lavere end 1.

Anvendes de fundne resultater direkte til geostatisk beregning af andre pæles brud-bæreevne, kan man finde deres nominelle bæreevne ved at dividere med en partialkoefficient  $f_b = 1,6$  (svarende til en totalsikkerhed  $F_b = 2,0$ ). Rammeformler kan, som tidligere nævnt, ikke anvendes for pæle i ler. Sådanne pæle skal heller ikke (som pæle i sand) rammes, til nedsynkningen pr. slag er kommet under en vis grænse, men simpelthen til pælene har nået den foreskrevne dybde.

#### 5.44 Gruppevirkning

Det ovenfor anførte refererer sig principielt til bæreevnen af en enkeltpæl, fjernt fra alle andre pæle. I praksis anvendes pæle dog oftest i grupper med relativt små pæleafstande, og i så fald viser det sig, at gruppens bæreevne i reglen ikke er identisk med enkeltpælens bæreevne multipliceret med pæleantallet.

For pæle med spidserne i sand er det let at indse, at gruppevirkningen altid må føre til forøget bæreevne. Dette skyldes bl. a., at den effektive belastning i pælespidens niveau vil forøges på grund af de friktionskræfter, der overføres fra nabo-pælenes sider til jorden mellem pælene. Den pågældende forøgelse er dog vanskelig at beregne, og man tager den derfor normalt ikke i betragtning, undtagen som en ekstra sikkerhed af ukendt størrelse.

For pæle med spidserne i ler fører gruppevirkningen derimod i reglen til en formindsket bæreevne. Man kan få et begreb om forholdet ved at betragte hele pælegruppen, inklusive jorden mellem pælene, som én stor "pæl". En sådan vil naturligvis have en meget betydelig spidsmodstand, men for at udvikle denne vil der også kræves en ret stor nedsynkning (proportional med pælegruppens bredde), som det overliggende bygværk kun sjældent kan tåle.

Regner man derfor for en sikkerheds skyld ikke med nogen forøgelse af spidsmodstanden i ler, skal overflademodstanden åbenbart være den samme for pælegruppen som for enkeltpælene, hvis man ikke vil have nedsat bæreevne. Dette krav er ensbetydende med at forlange, at den ydre perimeter af et tværsnit i pælegruppen mindst skal være lig med summen af de enkelte pæletværsnits perimetre. For en kvadratisk pælegruppe med  $n^2$  pæle vil man f. eks. finde, at den frie afstand mellem de enkelte pæle mindst skal være  $n$  gange den enkelte pæls tværmål.

Nyere forsøg med pælegrupper (Whitaker 1957) synes iøvrigt at vise, at man selv ved overholdelse af den angivne regel ikke opnår fuld bæreevne. Navnlige for centerafstande under 2 gange pælens tværmål synker bæreevnen stærkt, men for centeraf-

stande over 3 gange tværmålet kan der påregnes en udnyttelsesgrad på 70 - 90 %.

#### 5.45 Pæleværker

Skal et pæleværk alene optage lodrette kræfter, behøver det kun at bestå af lod-pæle; men skal også vandrette kræfter kunne optages, må det indeholde skråpæle i en eller flere retninger. Et plant pæleværk med 3 pælerækker, der ikke skærer hinanden i samme punkt, er statisk bestemt, idet den ydre kraft blot kan opløses efter de 3 pæleretninger.

Beregningen af de kræfter, der opstår i de enkelte pæle, når et statisk ubestemt pæleværk påvirkes af et givet kraftsystem, kan baseres enten på elasticitetsteorien eller på plasticitetsteorien.

Den bedste elasticitetsteoretiske metode er angivet af Chr. Nøkkentved (1924). Den forudsætter et fuldstændig stift fundament (overbygning), til hvilket de enkelte pæle er fastgjort ved charnierer, ligesom pælespidserne forudsættes fastholdt i jorden ved charnierer. Pælekræften i en vilkårlig pæl er da alene bestemt ved pæleaksens forkortelse, der er en bekendt funktion af de 3 (i det rumlige tilfælde 6) bevægelseskomponenter for fundamentet. Til bestemmelse af disse ubekendte haves de 3 (henholdsvis 6) statiske ligevægtsligninger for fundamentet. Nøkkentved har iøvrigt udvidet metoden til også at omfatte pæle, der er indspændt foroven eller forenden.

Ligesom den enkelte pæl nutildags dimensioneres i et nominelt brudstadium, bør man gøre det samme for et pæleværk, og man må da anvende en plasticitetsteoretisk metode, f. eks. som udviklet af D. Vandepitte (1953). Princippet kan lettest forklares på følgende måde.

Et givet, plant pæleværk tænkes påvirket af en ydre kraft i en given virkelinie. Når kraften begynder med at være nul og derefter vokser, vil i begyndelsen ingen pæl være i brudtilstanden. Ved en vis værdi af kraften når imidlertid en pælerække sin brudlast, og i henhold til elasticitetsteorien skulle pæleværkets bæreevne hermed være udtømt. Faktisk kan man dog udmærket forøge kraften yderligere, idet der blot sker det, at den til brud påvirkede pælerække holder sin belastning konstant, medens de øvrige pælerækkers belastning stiger. Efterhånden kommer flere og flere pælerækker i brudtilstanden, men man kan blive ved at forøge kraften, sålænge i det mindste 3 pælerækker, der ikke skærer hinanden i et punkt, endnu ikke har nået brudtilstanden.

Først når den trediesidste pælerække når brudtilstanden, vil pæleværkets bæreevne være fuldstændig udtømt. Forsøger man herefter at forøge kraften yderligere, vil der nemlig ske det, at fundamentet drejer sig om skæringspunktet mellem de to

pælerækker, der endnu ikke har nået brudtilstanden. I specielle tilfælde kan fundamentet dreje sig om et punkt, der kun ligger på én pælerække (eller ikke på nogen); der er da kun den ene (eller ingen) pælerække tilbage, som ikke har nået brudtilstanden.

Pæleværkets brudtilstand kaldes kinematisk mulig, når alle pælerækker til den ene side for et bestemt punkt (fundamentets drejningspunkt) er fuldt udnyttet til tryk, medens alle pælerækker til den anden side for punktet er fuldt udnyttet til træk. Pælerækker, der går gennem punktet, behøver derimod ikke at være fuldt udnyttet. Denne kinematiske betingelse må være opfyldt, hvis pælekræfterne skal svare til en drejning af et stift fundament.

Pæleværkets brudtilstand kaldes statisk mulig, hvis en ydre kraft i den givne virkelinie kan holde fuldstændig ligevægt med et sæt pælekræfter, som alle svarer til enten tryk- eller træk-brudbelastningen for de pågældende pælerækker, med eventuel undtagelse af et antal pælerækker, der alle går gennem et punkt. Kræfterne i sidstnævnte pælerækker skal ligge mellem tryk- og træk-brudbelastningen.

Som påvist af Vandepitte har et givet pæleværk for en given kraftlinie kun én kinematisk og statisk mulig brudtilstand, hvortil svarer én bestemt værdi  $P$  af den ydre kraft, der betegnes som pæleværkets brud-bæreevne.

For at bestemme bæreevnen for et givet, plant pæleværk med en given kraftlinie kan man gå frem på følgende måde.

Man begynder med at undersøge, om alle fuldt udnyttede pælerækker kan være påvirket til tryk. Dette kræver åbenbart, at fundamentets drejningspunkt, der normalt vil være skæringspunktet mellem de to pælerækker, der ikke er fuldt udnyttede, må ligge enten tilvenstre eller tilhøjre for samlige andre pælerækker. I eksemplet på fig. 5.45. A opfyldes denne betingelse af skæringspunkterne mellem række 1 og 2, 1 og 5, 2 og 3 samt 3, 4 og 5. En del af disse kan dog straks udskydes ved hjælp af følgende betragtning.

Den opadrettede resultant  $Q_r$  af tryk-brudbelastningerne  $Q_c$  i samlige pælerækker skærer virkelinien for den ydre kraft  $P$  i et punkt  $A$ . I

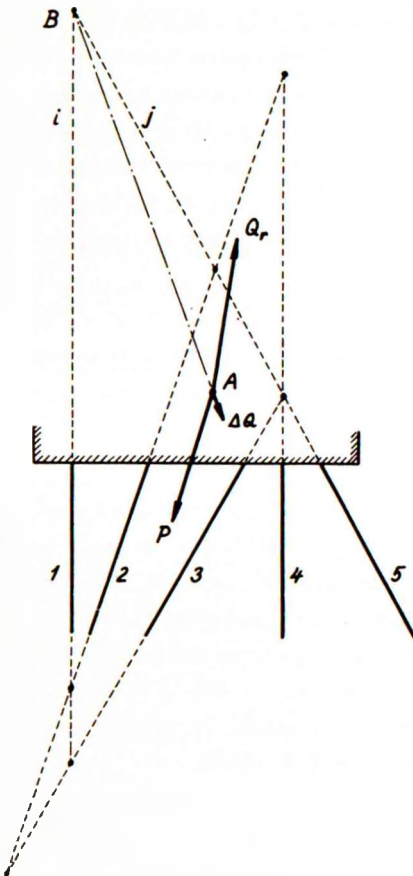


Fig. 5.45. A:  
Pæleværk i brudtilstand.

de to pælerækker, der ikke er i brudtilstand, virker ifølge forudsætningen kræfter  $Q_i - \Delta Q_i$  og  $Q_j - \Delta Q_j$ , hvor  $Q_i$  og  $Q_j$  er tryk-brudbelastningerne i de pågældende pælerækker, medens  $\Delta Q_i$  og  $\Delta Q_j$  begge må være positive.

Resultanten  $\Delta Q$  af fradragskræfterne  $\Delta Q_i$  og  $\Delta Q_j$  skal følgelig være nedadrettet og må gå gennem skæringspunktet B for pælerækkerne i og j, samt falde i den spidse vinkel mellem disse; men den må også gå gennem A, da den skal holde ligevægt med kræfterne P og  $Q_r$ . Man kan derfor udskyde ethvert drejningspunkt B som statisk umuligt, for hvilket forbindelseslinien til punkt A falder uden for den spidse vinkel mellem de to betragtede pælerækker. I eksemplet på fig. 5.45. A finder man således, at kun skæringspunkterne mellem række 1 og 5, samt 2 og 3 er statisk mulige. Den sidste af disse to muligheder må iøvrigt også udskydes, da der her til ligevægt ville kræves en opadrettet kraft  $\Delta Q$ .

For at bestemme  $\Delta Q_i$  og  $\Delta Q_j$  opløses resultanten -  $Q_r$  efter linien AB og den ydre krafts retning. Den i linien AB faldende komponent  $\Delta Q$  opløses igen efter pæleretningerne i og j og giver herved  $\Delta Q_i$  og  $\Delta Q_j$ . Den fundne løsning er statisk mulig, hvis både  $\Delta Q_i$  og  $\Delta Q_j$  er nedadrettede, og hvis de begge er mindre end den numeriske sum af tryk- og træk-brudbelastningen ( $Q_c + Q_t$ ) for de pågældende rækker. Hvis desuden alle de andre pæle ligger til samme side for B, er løsningen også kinematisk mulig. Komponent P i den ydre krafts virkelinie angiver da pælegruppens brud-bæreevne.

Hvis man ved at gå frem på den angivne måde kommer til det resultat, at der ingen statisk og kinematisk mulig brudtilstand eksisterer, betyder dette, at mindst én pælerække må være påvirket til fuld udnyttelse af sin træk-brudbelastning  $Q_t$ . Dette vil iøvrigt være den række, for hvilken man har fundet et  $\Delta Q_i$  større end den numeriske sum af tryk- og træk-brudbelastningerne ( $Q_c + Q_t$ ). Man sammensætter da det tidligere fundne  $Q_r$  med en nedadrettet kraft ( $Q_c + Q_t$ ) i træk-pælerækken, og prøver nu med den nye resultant at finde en statisk og kinematisk mulig løsning. Er dette heller ikke gørligt, må man successivt antage flere og flere pælerækker påvirket til deres træk-brudbelastninger, indtil man finder en mulig løsning.

Ved plasticitetsteoretisk beregning af pæleværker skal man som sædvanlig operere i det nominelle brudstadium, hvilket vil sige, at de ydre belastninger skal multipliceres med deres partialkoefficienter, ligesom pælens brud-bæreevner ved tryk eller træk skal divideres med deres partialkoefficienter (belastningsforsøg eller rammeformel), henholdsvis beregnes ud fra jordens nominelle styrkeparametre (geostatisk beregning). Pæleværket er tilstrækkelig stabilt, når den nominelle belastning er lig med eller mindre end den nominelle bæreevne (for samme virkelinie).

Den beskrevne plasticitetsteoretiske beregning af et pæleværk bestemmer naturligvis på bedst mulig måde sikkerheden mod brud af pæleværket som helhed. Som sædvanlig får man derimod ikke ad denne vej noget at vide om pæleværkets deformationer ved normal belastning, og ønsker man at bestemme disse, findes der næppe

nogen bedre metode end Nøkkentved's. Det er klart, at der kan kræves ret betydelige bevægelser af overbygningen for at bringe pæleværket i den forudsatte brudtilstand, og selv om man altid må have en vis sikkerhed mod brud, kan det dog tænkes, at deformationerne bliver større end tilladeligt for den pågældende overbygning. Metoden må derfor ikke anvendes ukritisk.

Ved dimensionering af et plant pæleværk for en given nominel belastning er der til at begynde med et meget stort antal variable, idet hverken pæleanordningen, de enkelte pæles dimensioner, eller pæleafstandene i de enkelte rækker er fastlagt. Kun 3 ubekendte størrelser kan bestemmes ved beregningen, idet man til disposition kun har de 3 statiske ligevægtsligninger for fundamentet. Man må derfor begynde med på skøn at vælge et pæleværk, hvori alle de nævnte størrelser er fastlagt på nær 3, og det er da klart, at det fremkomne pæleværks økonomi vil afhænge stærkt af det trufne valg.

Pælelængderne vil i reglen være givne, idet en rimelig bæreevne normalt først opnås i en bestemt dybde. Pælelængden bestemmer inden for ret snævre grænser pæleværværdierne, idet pælen på den ene side ikke må være slankere, end at den kan tåle både transport, ophejsning og ramning, og på den anden side ikke må være for tung for rambukken eller i forhold til ramslagets vægt.

Pæleanordningen i planen må fastlægges på skøn i forhold til beliggenheden af kraftresultanterne i de forskellige belastningstilfælde. Om muligt bør hovedparten af pælene anbringes med samme hældning som den største resultant, men af hensyn til ramningen bør pælehældningen kun undtagelsesvis overskride 1:3. Har resultanterne større hældning, må der tillige anordnes en anden (mindre) gruppe pæle med maksimalhældning den modsatte vej, så der i princippet dannes en "pælebuk" af to grupper skræpæle. "Tyngdepunktsakserne" for de to grupper bør skære hinanden på den største resultant, der opløses efter grupperetningerne for at give en omtrentlig bestemmelse af pæleantallene i de to grupper. Kan resultantens beliggenhed variere meget, så grupperne skal kunne optage betydelige momenter, bør deres "inertiomomenter" gøres så store som muligt, eventuelt kan der anordnes særlige lodpælerækker i pælegruppens ydersider til optagelse af momenterne.

Pæleafstandene i de enkelte rækker vil man i reglen af praktiske grunde afpasse således, at de enten er ens eller står i simple forhold til hinanden. Ofte gøres f. eks. afstandene i en trækpælerække dobbelt så store som i en trykpælerække.



## 5. 5 STABILITET

Et geoteknisk stabilitetsproblem foreligger, når der kan være fare for et så dybtgående skred, at hele bygværker kan blive ført med af de jordmasser, der kommer i bevægelse. Mere præcist formuleret taler man om et stabilitetsproblem, når den brudlinie, der begrænser skredet nedadtil, forløber fra en jordoverflade til en anden, eller fra en væg til en anden. Forløber brudlinien derimod fra en jordoverflade til en væg (henholdsvis et fundament), taler man om et jordtryksproblem (henholdsvis et bæreevneproblem).

I princippet er der intet i vejen for at behandle stabilitetsproblemer ved hjælp af den generelle ligevægtsmetode, men regningerne bliver ret komplicerede. I praksis anvender man derfor den langt simplere ekstremmetode, der for stabilitetsproblemer (men ikke ved jordtryk og bæreevne) normalt giver tilstrækkelig nøjagtige resultater.

Den rene ekstremmetode kan kun anvendes på forholdsvis simple tilfælde (homogen, evt. lagdelt jord, cirkulære eller spiralformede brudlinier). I mere komplicerede tilfælde (inhomogen jord, brudlinier af vilkårlig form) må man i stedet anvende den såkaldte strimmelmetode, som dog er en del besværligere og ikke så nøjagtig.

Hvis det drejer sig om at dimensionere en konstruktion, indfører man straks de fornødne partialkoefficienter (afsnit 5.18) og skal da blot give konstruktionen sådanne dimensioner, at ligevægtsbetingelserne er opfyldt i det nominelle brudstadium.

Skal man undersøge stabiliteten af et eksisterende (eller projekteret) bygværk med givne dimensioner, kan man på samme måde beregne, om stabiliteten i det nominelle brudstadium er i orden. Ofte ønsker man bygværkets "sikkerhed" angivet ved et enkelt tal, der da defineres som  $F = f_c = f_\varphi$ , idet alle andre partialkoefficienter samtidig sættes lig 1.  $F$  kaldes "totalsikkerheden" mod skred.

Hvis en naturlig skråning skrider, uden at der er foretaget noget kunstigt indgreb i dens ligevægtstilstand, må der være tale om et langtidsfænomen. Totalsikkerheden mod skred kan derfor kun undersøges ved en  $c\varphi$ -analyse med effektive spændinger (Kjærnsli 1956). De hertil svarende styrkeparametre  $\bar{c}$  og  $\bar{\varphi}$  bestemmes ved triaksialforsøg med optagne prøver, men poretrykkene  $u$  kan strengt taget kun bestemmes ved måling i marken, fortrinsvis over en periode på mindst et år, da der kan forekomme betydelige sæsonmæssige variationer.

Ved en kunstig opfyldning på sandbund vil der sjældent være fare for skred i sandbunden; men det kan undersøges ved en  $c\varphi$ -analyse. På lerbund må stabiliteten derimod altid undersøges; først og fremmest korttids-stabiliteten ( $\varphi = 0$  - analyse), men

for stærkt forkonsolideret ler også langtids-stabiliteten ( $c\phi$ -analyse med effektive parametre og skønnede poretryk).

Ved en udgravning i sandbund over grundvandspejlet skal man blot sørge for, at skråningsvinklen er mindre end den nominelle friktionsvinkel. Under grundvandspejlet må stabiliteten derimod undersøges med hensyntagen til strømkrafterne. I lerbund vil det altid være nødvendigt at undersøge såvel korttids-stabiliteten ( $\phi = 0$ -analyse) som langtids-stabiliteten ( $c\phi$ -analyse).

### 5.51 Ekstremmetoden

Ekstremmetoden er allerede beskrevet i afsnit 5.14, men kun for det specielle tilfælde  $\phi = 0$ . I det følgende skal det generelle tilfælde  $\phi \neq 0$  betragtes.

Princippet i ekstremmetoden er at opstille én ligevægtsbetingelse for jorden over en brudlinie af en sådan form, at de ubekendte spændingskomponenter i brudlinien ikke kommer til at indgå i ligevægtsbetingelsen. Dette er i homogen jord muligt, når brudlinien er en til jordens friktionsvinkel svarende logaritmisk spiral (Rendulic 1935 og 1940), i specielle tilfælde en cirkel (Fellenius 1927) eller en ret linie (Coulomb 1776). I lagdelt jord kan man undertiden anvende en kombination af disse kurver (Brinch Hansen 1953).

Den nævnte ligevægtsbetingelse er momentligningen om spiralens pol. Af denne ligning findes den ubekendte statiske størrelse (f. eks. jordtrykket, fundamentstrykket eller totalsikkerheden) som en funktion af brudliniens geometriske parametre. Man må herefter, i reglen ved at prøve sig frem, finde den såkaldte kritiske brudlinie, hvortil svarer en ekstrem værdi (max. eller min.) af den ubekendte. Denne ekstreme værdi er den søgte.

I det generelle tilfælde  $\phi \neq 0$  tilnærmes brudlinien ved en logaritmisk spiral med en stigningsvinkel lig jordens friktionsvinkel  $\phi$ . En sådan spiral har den polære ligning

$$r = r_0 e^{(v-v_0) \tan \phi} \quad 5.51.1$$

og dens vigtigste geometriske egenskab er, at radiusvektor  $r$  i ethvert punkt danner vinklen  $\phi$  med normalen.  $v$  er tangentens vinkel med vandret.

I stedet for spændingerne  $\sigma$  og  $\tau$  i et brudsnit kan man, ifølge Coulomb's lov og Mohr's cirkel, regne med en forskydningsspænding  $c$  og en spænding  $t = \sigma \sec \phi$ , der danner vinklen  $\phi$  med snittets normal. I en spiralformet brudlinie med ligningen 5.51.1 vil åbenbart alle spændingerne  $t$  være rettet mod polen og derfor ikke give noget moment om denne. Tilbage bliver da kun forskydningsspændingerne  $c$ , hvis samlede moment om polen kan vises at være

$$M_c = \frac{1}{2} (r_1^2 - r_2^2) c \cot \varphi$$

5. 51. 2

hvor  $r_1$  er længste og  $r_2$  korteste radiusvektor i spiralen.

Metoden kan iøvrigt belyses nærmere ved det på fig. 5. 51. A viste eksempel (en skrånning med et sribefundament på toppen).

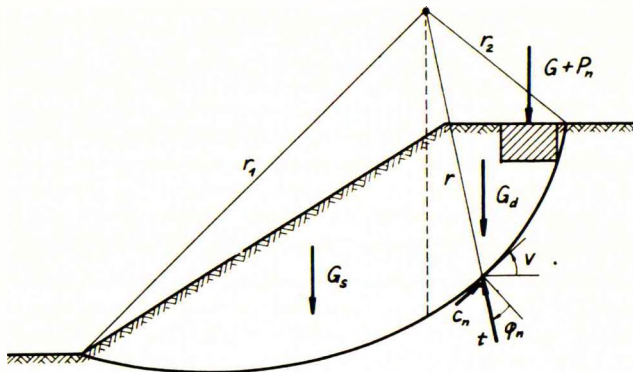


Fig. 5. 51. A: Ekstremmetoden for  $\varphi \neq 0$ .

Som forklaret i afsnit 5. 18, betragter man i beregningen det nominelle brudstadium. Da man sætter  $f_g = 1, 0$ , bliver de nominelle egenvægte  $G_n$  lig de virkelige; derimod fås de nominelle bevægelige belastninger  $P_n$  af de virkelige ved multiplikation med partialkoefficienten  $f_p$ . Jordens nominelle styrkeparametre  $c_n$  og  $\varphi_n$  er defineret ved 5. 18. 6-7, og den anvendte spiral skal svare til den nominelle friktionsvinkel  $\varphi_n$ .

Der indlægges nu en vilkårlig (men sandsynlig) spiral til nærmere undersøgelse. I det angivne eksempel skal den antagelig både gå gennem skrånningens fodpunkt og fundamentets bagkant. Ved en lodret linie gennem spiralens pol deles jordvægten op i en stabiliserende del  $G_s$  og en drivende del  $G_d$ . Ved at tage momenterne af alle de på jordlegemet over brudlinien virkende kræfter om spiralens pol, kan man bestemme det såkaldte stabilitetsforhold mellem de stabiliserende og de drivende momenter

$$f = \frac{M_s}{M_d} = \frac{M_{G_s} + M_c}{M_{G_d} + M_G + M_P} \quad 5. 51. 3$$

Derefter prøver man med andre positioner af spiralen og finder hver gang en bestemt værdi af  $f$ . Den spiral, der giver det mindste stabilitetsforhold, kaldes den kritiske, og såfremt man finder

$$\min. f \geq 1 \quad 5. 51. 4$$

har konstruktionen (mindst) den fornødne sikkerhed. Det må bemærkes, at  $\min. f$  ikke er noget direkte udtryk for sikkerheden, der jo allerede er indført indirekte ved hjælp af partialkoefficienterne.

Ønsker man at bestemme totalsikkerheden for en given konstruktion ved hjælp af den her beskrevne rene ekstremmetode, kan dette ske på følgende måde. Man skønner en værdi af  $F_1 = f_c = f_\varphi$  og anvender hertil svarende spiraler, idet man samtidig sætter alle andre partialkoefficienter lig 1; herved findes et vist min.  $f_1$ . Man gennemfører derefter den samme beregning med en anden værdi  $F_2$  (andre spiraler) og finder et dertil svarende min.  $f_2$ . Ved en simpel extra- eller interpolation kan man da bestemme den virkelige værdi af  $F$  som den, hvortil der svarer et min.  $f = 1$ .

Den beskrevne c $\varphi$ -analyse med spiralformede brudlinier kan anvendes ved stabilitetsundersøgelser i sand ( $c = 0$ ) samt ved undersøgelse af langtidsstabiliteten i ler ( $\bar{c}$  og  $\bar{\varphi}$ ), men den forudsætter, at  $\varphi$  kan regnes konstant.

I det specielle tilfælde  $\varphi = 0$  bliver den logaritmiske spiral til en cirkel, og metoden betegnes da som en  $\varphi = 0$ -analyse. Den er som tidligere nævnt kun anvendelig ved undersøgelse af korttidsstabiliteten i vandmættet ler. For  $c$  skal man her indstille lerets udrænedede forskydningsstyrke, men denne kan godt variere langs brudlinien.

Når forudsætningerne for  $\varphi = 0$ -analysens anvendelse er opfyldt, synes den at være nærmest forbløffende nøjagtig. Skempton og Golder (1948) har således undersøgt en række skred i engelske lerarter, idet de bestemte forskydningsstyrkerne ved simple trykforsøg. De fandt herved totalsikkerheder mellem 0,90 og 1,15, medens den faktiske værdi naturligvis har været 1, da skreddet fandt sted. En lignende undersøgelse er foretaget i Sverige af Cadling og Odenstad (1950), der dog bestemte forskydningsstyrkerne ved vingeforsøg. De fandt herved totalsikkerheder mellem 0,85 og 1,16.

Når man har lagdelt jord med forskellige friktionsvinkler i de enkelte lag, kan en simpel ekstremanalyse ikke udføres ved hjælp af brudlinier, der kun består af én spiral eller én cirkel. Man kan imidlertid ofte klare problemet ved at anvende brudlinier, der er sammensat af spiraler med en fælles pol og således, at hver enkelt spiral svarer til den nominelle friktionsvinkel i det pågældende lag (Brinch Hansen 1953). Herved opnår man, at ingen af de ubekendte indre kræfter i brudliniens forskellige dele kommer til at indgå i momentligningen om den fælles pol.

Som eksempel kan betragtes den på fig. 5.51. B viste kajkonstruktion (C&N-kaj), der er bygget på en naturlig lerbund og senere bagfyldt med sand. Korttidsstabiliteten skal undersøges.

Man betragter en brudlinie sammensat af en cirkel i leret ( $\varphi = 0$ ) og en spiral i sandet ( $\sim \varphi_n$ ). Stabilitetsforholdet bliver

$$f = \frac{M_s}{M_d} = \frac{M_{Gs} + M_c}{M_{Gd} + M_P}$$

5. 51. 5

hvorved nyttelasten på kajarealet naturligvis kun anbringes til højre for en lodret linie gennem polen. Den kritiske brudlinie er karakteriseret ved min.  $f$ , og såfremt dette er større end 1, har konstruktionen (mindst) den fornødne sikkerhed.

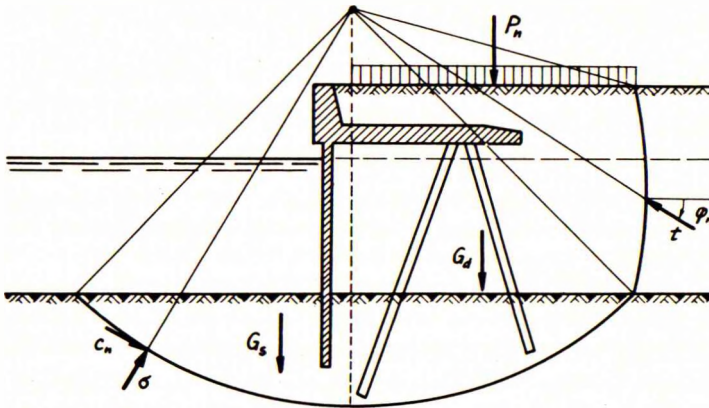


Fig. 5.51. B: Ekstremmetoden ved lagdelt jord.

Den foreslåede sammensatte brudlinie har knæk (svarende til  $\Delta\varphi_n$ ) ved laggrænserne og er derfor strengt taget kinematisk umulig. Imidlertid kan den betragtes som en tilnærmelse til den virkelige og vil derfor formodentlig alligevel give brugbare resultater, når brudlinien ser nogenlunde sandsynlig ud. Metoden svigter der imod helt, når brudlinien i et eller andet lag møder en laggrænse under så spids en vinkel ( $< \Delta\varphi_n$ ), at dens fortsættelse i det følgende lag overhovedet ikke kan optegnes. Man må da anvende strimmelmetoden (afsnit 5.52).

Med hensyn til virkningerne af vandtryk i en stabilitetsanalyse (se f. eks. fig. 5.51. B) henvises til afsnit 5.16.

Man kan herefter se helt væk fra ydre og indre vandtryk, når der regnes med reduceret rumvægt  $\gamma'$  for jorden under grundvandspejlet og i den eventuelle kapillære zone, samt med de ved 5.16.4 bestemte normalspændinger i kapillarzonens begrænsningsflader.

I tilfælde af strømmende grundvand må man konstruere et strømnet, og skal da i stabilitetsberegningen medtage de ved 5.16.5 bestemte strømkrafter på jorden over brudlinien. Imidlertid får man af potentialligningen 1.23.2

$$u = -z\gamma_w + h\gamma_w \quad 5.51.6$$

Første led på højre side er det hydrostatiske vandtryk, som man kan lade ude af betragtning, når man regner med reduceret rumvægt  $\gamma'$ . Andet led angiver potenti-  
altrykkene, som på en lukket kurve giver en resultant, der er identisk med resultatanten af strømkrafterne på jorden indenfor kurven. I stedet for strømkrafterne på den

vandmættede del af jorden over brudlinien kan man derfor på hele dette områdes kon- tur regne med normalspændinger af størrelsen  $h\gamma_w$ , hvilket er simplere end at be- regne strømkrafterne. I en eventuel kapillarzones begrænsningsflader skal der reg- nes både med kapillartryk ( $h_c\gamma_w$ ) og potentialtryk ( $h\gamma_w$ ); tilsammen giver de normal- spændingen  $z\gamma_w$ , hvor  $z$  er højden over potentialniveauet 0.

### 5.52 Strimmelmetoden

Den i det foregående afsnit beskrevne rene ekstremmetode kan i simplere tilfælde anvendes både ved en  $\varphi = 0$  - analyse (med cirkulære brudlinier) og ved en  $c\varphi$ -analy- se (med spiralformede brudlinier).

Hvis  $\varphi$  varierer (lagdelt eller inhomogen jord), bliver metoden dog let upraktisk eller eventuelt helt umulig. Den kan naturligvis slet ikke anvendes til at undersøge brudlinier af andre former end de omtalte spiraler ( $\varphi \neq 0$ ) og cirkler ( $\varphi = 0$ ). I så- danne tilfælde anvender man i stedet strimmelmetoden.

Princippet i strimmelmetoden er, at man opdeler jordlegemet over brudlinien i en række lodrette strimler. Som oftest antager man, at de indre kræfter i strimlens to lodrette sider ophæver hinanden, og man kan da ved en projektligning beregne normaltrykket på brudlinien under strimlen. Dette normaltryk bestemmer ved hjælp af Coulomb's lov forskydningsstyrken i brudlinien, og man kan herefter beregne to- talsikkerheden ved en ligevægtsbetingelse for det samlede jordlegeme. Ligesom i ekstremmetoden bestemmes den kritiske brudlinie ved den betingelse, at den skal svare til minimum af totalsikkerhed. Strimmelmetoden er altså i og for sig også en ekstremmetode.

Ved den nærmere udformning af strimmelmetoden kan man betragte en brudlinie af vilkårlig form (fig. 5.52. A). Jordlegemet over brudlinien opdeles i lodrette strim- ler med en i reglen konstant bredde  $\Delta x$  og en effektiv lodret belastning  $\Delta V$ . En even- tuel vandret kraft på jordlegemet kaldes  $H$ . Endelig betegner  $v$  brudliniens vinkel med vandret (regnet med fortegn).

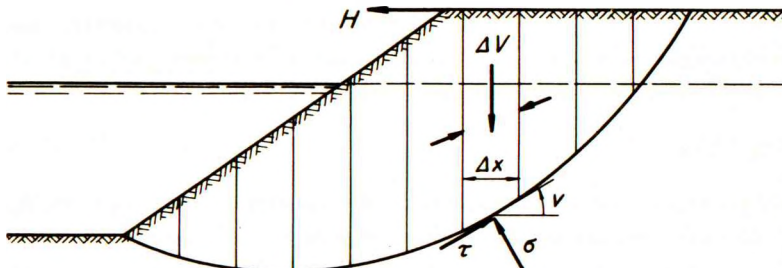


Fig. 5.52. A: Strimmelmetoden.

På strimlens underside virker en total normalspænding  $\sigma$  og en forskydningsspænding  $\tau$ . Sidstnævnte kan, når totalsikkerheden er  $F$ , bestemmes ved hjælp af Coulomb's lov for effektive spændinger

$$\tau = (\bar{c} + (\sigma - u) \tan \bar{\varphi}) : F \quad 5. 52. 1$$

I den "klassiske" strimmelmetode bestemte man  $\sigma$  ved projektion af  $\Delta V$  på  $\sigma$ 's retning, idet kræfterne i strimlens lodrette sider antoges at ophæve hinanden. Dette viste sig imidlertid at medføre ret betydelige fejl, omend i reglen på den sikre side.

Bishop (1954) viste, at man kan få langt nøjagtigere resultater ved at projicere strimmelkræfterne på en lodret linie. Når man også her antager, at kræfterne i strimlens lodrette sider ophæver hinanden, får man

$$(\sigma \cos v + \tau \sin v) \Delta x \sec v - \Delta V = 0 \quad 5. 52. 2$$

Af 5. 52. 2 og 1 fås følgende udtryk for spændingerne i brudlinien

$$\sigma = \Delta V : \Delta x - \tau \tan v \quad 5. 52. 3$$

$$\tau = \frac{\bar{c} + (\Delta V : \Delta x - u) \tan \bar{\varphi}}{F + \tan \bar{\varphi} \tan v} \quad 5. 52. 4$$

Bishop bestemte totalsikkerheden  $F$  ved at tage momenterne af alle de på jordlegemet over brudlinien virkende kræfter om et "gennemsnitligt centrum" for brudlinien, d. v. s. centret for en enkelt cirkel, der slutter sig så nær som muligt til brudlinien.

En simplere og antagelig næsten lige så nøjagtig bestemmelse fås ved at projicere alle de nævnte kræfter på en vandret linie (Janbu 1954)

$$H + \Sigma (\sigma \sin v - \tau \cos v) \Delta x \sec v = 0 \quad 5. 52. 5$$

Ved indsættelse af 5. 52. 3 fås heraf

$$\Sigma \tau (1 + \tan^2 v) \Delta x = H + \Sigma \Delta V \tan v \quad 5. 52. 6$$

og endelig ved hjælp af 5. 52. 4 den endelige formel

$$F = \frac{\sum \left[ (\Delta V - u \Delta x) \tan \bar{\varphi} + \bar{c} \Delta x \right] \frac{1 + \tan^2 v}{1 + \frac{1}{F} \tan \bar{\varphi} \tan v}}{H + \Sigma \Delta V \tan v} \quad 5. 52. 7$$

Da  $F$  indgår både på højre og venstre side af ovenstående ligning, må den bestemmes ved iteration. Som en første tilnærmelse kan man sætte  $F = 1$  på højre side. Konvergens er iøvrigt meget hurtig.

Findes der ikke noget ydre, frit vandspejl, skal man for  $u$  indsætte de virkelige porevandstryk i brudlinien, og samtidig skal strimmelbelastningerne  $\Delta V$  beregnes med fuld rumvægt ( $\gamma$ ) af jorden. Findes der et ydre, frit vandspejl som i fig. 5. 52. A,

skal man under det ydre vandspejls niveau regne med reduceret rumvægt ( $\gamma'$ ) og for u indsætte overtrykkene (potentialerne); over det ydre vandspejls niveau regnes derimod med fuld rumvægt og de virkelige porevandstryk.

Som i den rene ekstremmetode må man prøve sig frem med forskellige brudlinier, indtil man finder den kritiske, d. v. s. den, der giver min. F.

Metoden kan også anvendes til en beregning med totale spændinger ( $\varphi = 0$  - analyse). Man skal da sætte  $\bar{\varphi} = 0$  og  $u = 0$ , medens man for  $\bar{c}$  skal indsætte jordens udrænnede forskydningsstyrke. Dette giver

$$F = \frac{\sum c(1+\tan^2 v) \Delta x}{H + \sum \Delta V \tan v} \quad 5.52.8$$

Det er naturligvis kun ved ikke-cirkulære brudlinier, at man vil anvende 5.52.8; for cirkulære brudlinier er den rene ekstremmetode både simplere og nøjagtigere.

Vil man anvende strimmelmetoden sammen med partialkoefficienter, må man forlange, at

$$\tau \leq \bar{c}_n + (\sigma - u) \tan \bar{\varphi}_n \quad 5.52.9$$

Ligningerne 5.52.2-3 er stadig gyldige, når  $\Delta V$  erstattes med  $\Delta V_n$ . Man får da

$$\tau \leq \frac{\bar{c}_n + (\Delta V_n : \Delta x - u) \tan \bar{\varphi}_n}{1 + \tan \bar{\varphi}_n \tan v} \quad 5.52.10$$

Ligningerne 5.52.5-6 er også gyldige her. Når man indsætter den ved 5.52.10 (med lighedstegn) bestemte værdi af  $\tau$  i venstre side af 5.52.6, og dividerer med højre side, får man stabilitetsforholdet

$$f = \frac{\sum \left[ (\Delta V_n - u \Delta x) \tan \bar{\varphi}_n + \bar{c}_n \Delta x \right] \frac{1 + \tan^2 v}{1 + \tan \bar{\varphi}_n \tan v}}{H_n + \sum \Delta V_n \tan v} \quad 5.52.11$$

Man skal da som sædvanlig opsøge den brudlinie, der giver min. f, og hvis dette er større end 1, har konstruktionen (mindst) den fornødne sikkerhed. Det vil bemærkes, at man her ikke behøver at anvende iteration, men til gengæld får man heller ikke at vide, hvor stor den faktiske sikkerhed er.

### 5.53 Cellefangedæmninger

En cellefangedæmning består af en sammenhængende række stålindfattede, jordfyldte celler. Cellernes grundrids kan have forskellige former; middelbredden kaldes b, cellehøjden h. Fangedæmningen vil i reglen være påvirket af en vandret ydre



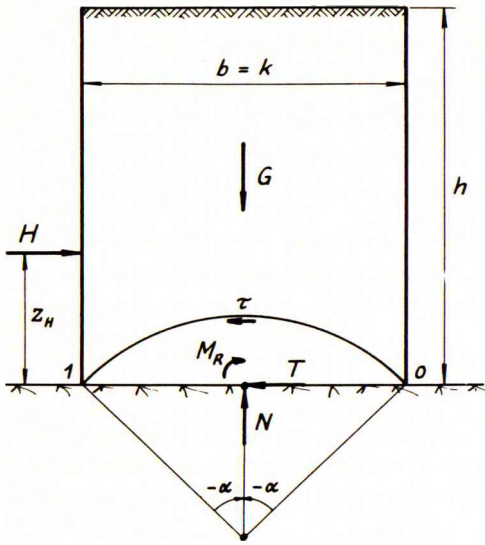


Fig. 5.53.A: Ligevægtsberegning af cellefangedæmning på klippe.

kraft  $H$ , stammende fra jordtryk, vandtryk eller bølgetryk. Stabilitetsproblemet kan med god tilnærmelse betragtes som plant.

Hvis man har en cellefangedæmning på klippebund (fig. 5.53.A), er den simpleste, kinematisk mulige brudfigur et konvekst liniebrud. I brudtilstanden drejer den over brudcirklen liggende jordmasse (vægt  $G$ ) sig som et stift legeme om cirkelns centrum. Stålvæggene, der udføres af plane spunsjern, følger med i denne bevægelse, idet der dog samtidig dels sker glidning i nogle af låsene og dels glidninger mellem vægge og jordfyld.

For dette simple stabilitetsproblem kan man relativt let udføre en beregning efter ligevægtsmetoden (Brinch Hansen 1953). Man skal blot opstille de 3 ligevægtsligninger for jorden (incl. væggene) over brudcirklen

$$N = G \quad T = H \quad M_R = -H z_H \quad 5.53.1-3$$

Når klippeoverfladen er vandret, har man  $\omega = 0$ ; desuden er  $k = b$ . Udtrykkene 5.13.19-21 for  $N$ ,  $T$  og  $M_R$ , samt et til 5.24.3 svarende udtryk for  $G$ , kan da indsættes i 5.53.1-3, som herved giver følgende ligninger, hvori  $\gamma_m$  betegner middel-rumvægten for hele fyldmassen, medens  $\bar{\gamma}$  er den effektive rumvægt i fyldens nederste del (langs brudlinien)

$$\bar{\gamma} b^2 N^Y + \tau_0 b N^Z - c b \cot \varphi = \gamma_m b h + \bar{\gamma} b^2 N_0^Y \quad 5.53.4$$

$$\bar{\gamma} b^2 T^Y + \tau_0 b T^Z = H \quad 5.53.5$$

$$\bar{\gamma} b^3 M^Y + \tau_0 b^2 M^Z = -H z_H \quad 5.53.6$$

I intet af brudliniens endepunkter 0 og 1 kan der angives en randbetingelse til bestemmelse af spændingen;  $\tau_0$  må derfor betragtes som en af problemets ubekendte. De to andre er brudcirkelns halve centervinkel  $\alpha$  (negativ) og den nødvendige middelbredde  $b$ , medens størrelserne  $h$ ,  $H$  og  $z_H$  må betragtes som bekendte.

Af 5.53.4-5 kan  $\tau_0$  elimineres, hvilket giver

$$\bar{\gamma} (T^Z (N_0^Y - N^Y) + T^Y N^Z) b^2 + T^Z (\gamma_m h + c \cot \varphi) b - H N^Z = 0 \quad 5.53.7$$

Da cirklen er konveks, skal  $\alpha$  regnes negativ, og da  $\tau$  virker i retningen fra punkt 0 mod punkt 1, skal  $c$  og  $\varphi$  regnes positive. Man skønner nu en værdi af  $\alpha$  og beregner det tilsvarende  $b$  af 5.53.7. Dernæst findes det tilsvarende  $\tau_0$  af 5.53.5, og det kontrolleres tilsidst, om 5.53.6 er tilfredsstillende. Hvis ikke, må man skønne en anden værdi af  $\alpha$  og regne om, indtil det passer. I hele beregningen skal der naturligvis regnes med de nominelle størrelser  $c_n$ ,  $\varphi_n$  og  $H_n$  (afsnit 5.18).

Den foretagne beregning bestemmer stabiliteten af cellefangedæmningen som helhed, men er ikke i stand til at oplyse noget om størrelsen af jordtrykkene på de enkelte vægge.

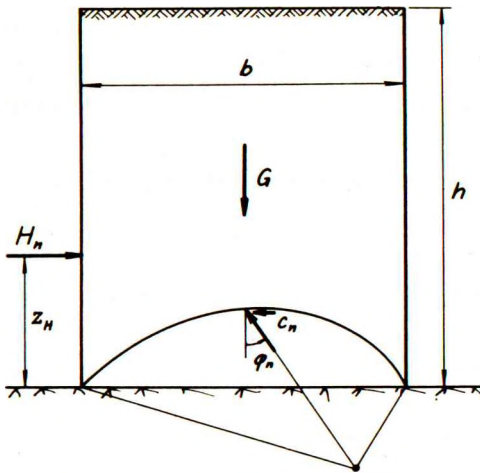


Fig. 5.53. B: Ekstremberegning af cellefangedæmning på klippe.

stabiliteten i orden. Man må naturligvis i ekstremmetoden arbejde med et skønnet  $b$  og ændre dette, hvis stabiliteten enten er for ringe eller unødvendig stor.

Det vil bemærkes, at man i begge ovenstående beregninger har set bort fra friktionen eller adhæsionen mellem cellernes tværvægge og den del af fylden (under brudlinjen), som ikke bevæger sig. Dette betyder en lille ekstra sikkerhed, som ikke findes ved dobbelte spunsvægskonstruktioner (to parallelle vægge, forankret mod hinanden), for hvilke iøvrigt den samme stabilitetsanalyse kan anvendes. En noget større fejl, men ligeledes på den sikre side, fremkommer derved, at man har set bort fra de stabiliserende kræfter, hvormed klippen påvirker spunsvæggens fod på den mindst belastede side af cellefangedæmningen.

Cellefangedæmninger (og dobbelte spunsvægge) kan også bygges på anden jordbund end klippe, men i så fald må spunsvæggene rammes et stykke ned i jorden. Jo dybere de rammes ned, jo smallere kan fangedæmningen gøres.

For en cellefangedæmning, hvis vægge er rammet ned i sand, og som er påvirket

Cellefangedæmningen i fig. 5.53. A kan iøvrigt beregnes endnu simplere ved hjælp af ekstremmetoden (Brinch Hansen 1952). Man skal da blot tilnærme brudlinjen ved en logaritmisk spiral, svarende til den nominelle friktionsvinkel  $\varphi_n$  (fig. 5.53. B). Stabilitetsforholdet bliver da

$$f = \frac{M_s}{M_d} = \frac{M_G + M_c}{M_H} \quad 5.53.8$$

hvor momenterne tages om spiralens pol. Der skal naturligvis regnes med de nominelle størrelser  $c_n$  og  $H_n$ . Da der kun er en enkelt uendelighed af mulige spiraler, er det let at finde den kritiske, og hvis det hertil svarende min.  $f$  er større end 1, er

af et ensidigt vandtryk, vil det ofte være risikoen for vandgennembrud (erosion) under konstruktionen, der bliver afgørende for valget af hoveddimensioner. Dette er et strømingsproblem.

Hvor en sådan risiko ikke findes, er stabilitetshensynet afgørende, og en analyse kan da principielt udføres ved de samme metoder som for en cellefangedæmning på klippe. Blot må man naturligvis her medtage de på konstruktionernes udvendige sider virkende aktive og passive jordtryk. Det er i reglen simplest at anvende ekstremmetoden.

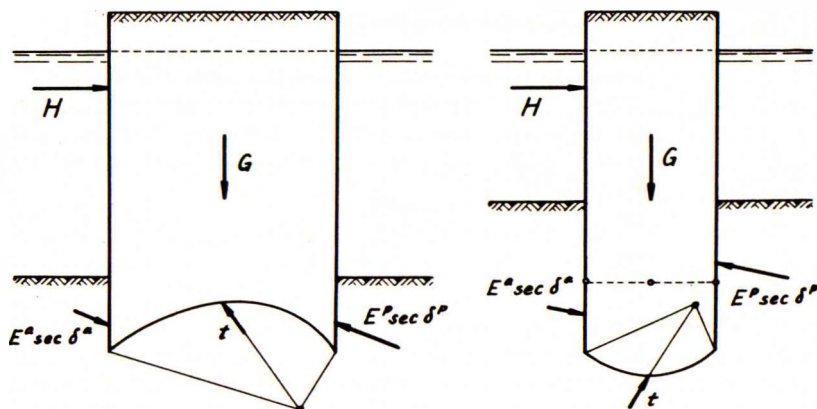


Fig. 5.53.C: Cellefangedæmninger i sand.

Når forholdet mellem rammedybde og middelbredde er lille, bliver den kritiske brudlinie konveks som vist på fig. 5.53.C til venstre. Ved større forhold bliver den konkav som vist til højre. Stabilitetsforholdet bliver i begge tilfælde

$$f = \frac{M_s}{M_d} = \frac{M_G + M_{E^p}}{M_H + M_{E^a}} \quad 5.53.9$$

idet dog placeringen af jordtrykkenes momenter i tæller eller nævner må afhænge af, om de i det betragtede tilfælde bliver stabiliserende eller drivende.

Den eneste beregningsmæssige forskel mellem de to tilfælde er, at jordtrykkene ved den konvekse brudlinie er uafhængige af drejningspunktets nøjagtige beliggenhed, medens de ved den konkave brudlinie afhænger af dette punkts beliggenhed (centret for den cirkulære brudlinie, der i ekstremmetoden approksimeres ved en spiral). Egenvægten  $G$  af jorden over brudlinien skal naturligvis beregnes med reduceret rumvægt  $\gamma'$  af jorden under vandspejlet.

Modelforsøg med cellefangedæmninger er udført af Krebs Ovesen (1958), der også har forsøgt at forfine beregningerne, bl. a. ved at betragte brudlinien som en deformationskarakteristik i stedet for en spændingskarakteristik.

## 5.54 Ankerlængder

Bestemmelsen af den nødvendige afstand mellem en forankret spunsvæg og dens ankerplader er i virkeligheden et stabilitetsproblem, der kan behandles på lignende måde som for en cellefangedæmning.

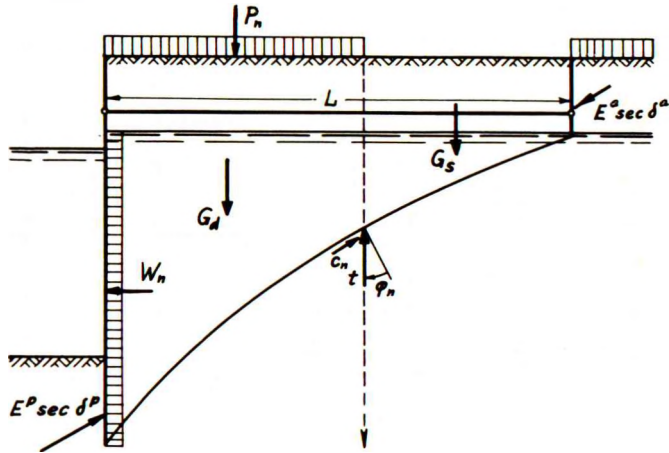


Fig. 5.54. A: Bestemmelse af ankerlængde.

Med en skønnet ankerlængde foretages stabilitetsanalysen efter ekstremmetoden. Der indlægges en i reglen konveks, spiralformet brudlinie mellem spunsvæggens fod og ankerpladens fod (fig. 5.54.A). Spiralens stigningsvinkel skal som sædvanlig være lig den nominelle friktionsvinkel  $\varphi_n$  for fylden, idet man betragter det nominelle brudstadium.

En lodret linie gennem spiralens pol deler jordvægten i en stabiliserende del  $G_s$  og en drivende del  $G_d$ . Nyttelasten  $P_n$  anbringes naturligvis kun, hvor den virker drivende, altså tilvenstre for polen og bag ankerpladen. På ankerpladens bagside virker et aktivt jordtryk, og på spunsvæggens forside et passivt jordtryk; disse kan begge på forhånd beregnes, idet drejningspunktet for begge ligger under fodpunktet. Såfremt spunsvæggen er udsat for et differens-vandtryk  $W_n$ , skal dette medtages som en drivende belastning. Ved at tage samtlige kræfters moment om spiralens pol finder man stabilitetsforholdet

$$f = \frac{M_s}{M_d} = \frac{M_{G_s} + M_{E^p} + M_c}{M_{G_d} + M_{E^a} + M_P + M_W} \quad 5.54.1$$

Ved forsøg med forskellige spiraler findes den kritiske som den, der giver min. f. For den valgte ankerlængde  $L_1$  findes således et bestemt min.  $f_1$ . Man gennem-

fører derefter en tilsvarende beregning med en anden ankerlængde  $L_2$ , og finder det hertil svarende min.  $f_2$ . Man kan da ved en simpel extra- eller interpolation finde den netop nødvendige ankerlængde  $L$  som den, hvortil der svarer et min.  $f = 1$ .

### 5.55 Stabiliserende pæle

Hvis den konstruktion, hvis stabilitet man skal undersøge, er funderet på pæle, kan man ikke altid regne med, at den kritiske brudlinie går helt neden om pælene. Det vil tværtimod ofte forekomme, at den gennemskærer en eller flere pælerækker (fig. 5.55. A). I så fald vil disse pæle give et bidrag til de stabiliserende momenter. I virkeligheden er der tale om to forskellige bidrag:

- 1) En aksial virkning, som skyldes, at den bevægelige jordmasse vil forsøge at trykke nogle pæle (de, hvis akser passerer højre om centret) ned i den underliggende jord, medens den forsøger at trække andre pæle (de, hvis akser passerer venstre om centret) op af den underliggende jord (Fellenius 1936).
- 2) En transversal virkning, som skyldes, at pælene fungerer som en art dyb-ler, der vanskeliggør den relative bevægelse af de to jordmasser langs brudlinien (Brinch Hansen 1948).

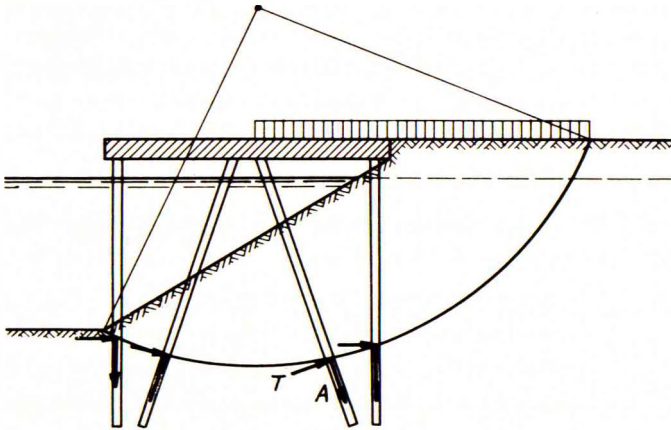


Fig. 5.55. A: Stabiliserende pæle i ler.

Som eksempel betragtes den på fig. 5.55. A viste kajkonstruktion på pæle i ler. For undersøgelse af korttidsstabiliteten ved en  $\varphi = 0$  - analyse er der indlagt en skønet brudcirkel, der gennemskærer pælene.

Den aksiale virkning af en pælerække tages i betragtning ved anbringelse af en stabiliserende kraft  $A$  i pæleaksens retning. Under forudsætning af, at hele belastningen på pæleværket er medregnet i de kræfter, der virker på den bevægelige jordmasse,

vil kraften  $A$  kunne sættes lig den mindste af følgende tre værdier:

- Den kraft, som fremkalder trykbrud (i pæle, der trykkes ned), henholdsvis trækbrud (i pæle, der trækkes op) i selve pælematerialet.
- Nedtrykningsmodstanden, henholdsvis optrækningsmodstanden, for den del af pælen, der ligger uden for brudlinien.
- Overflademodstanden for den del af pælen, der ligger inden for brudlinien, plus (for pæle, der trykkes ned) henholdsvis minus (for pæle, der trækkes op) belastningen fra overbygningen på pælen. Bliver kraften  $A$  i sidste tilfælde negativ (antistabiliserende), skal den medtages som sådan.

For at kunne beregne den transversale virkning må man først bestemme modstanden mod en pæl, der bevæger sig sideværts gennem leret i betydelig dybde. Denne modstand kan i hvert fald ikke være mindre end svarende til bæreevnen af et dybtliggende vandret fundament. For  $\varphi = 0$  (udrænnet brud i vandmættet ler) er  $N_c \sim 5$  og max.  $d_c = 1,5$  (5.33.3), hvorfor modstanden pr. længdeenhed af en pæl med tværmål  $d$  vinkelret på bevægelsesretningen mindst må være

$$p = 7,5cd \quad 5.55.1$$

For sand er max.  $d_q = 2,5$  (5.33.4), medens den effektive vandrette spænding er  $K^0$  gange den lodrette. Modstanden pr. længdeenhed må derfor mindst være

$$p = 2,5N_q K^0 \bar{q} d \quad 5.55.2$$

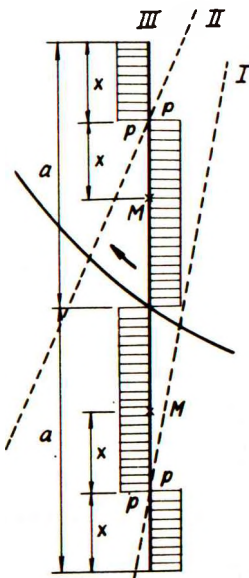


Fig. 5.55. B:

Kræfter på pæledybel.

hvor  $\bar{q}$  er den effektive lodrette spænding i brudliniens dybde, medens  $K^0$  er hviletryksfaktoren ( $\sim 0,5$ ) og  $N_q$  er den tidligere omtalte bæreevnefaktor, der kan findes af den fuldt optrukne kurve på fig. 5.31. D.

Man kan nu betragte en tænkt pæledybel (fig. 5.55. B) af længden  $a$  på hver side af brudlinien. Før bevægelsen befandt dyblen sig i stilling I, og hvis den var fulgt med den bevægelige jordmasse, ville den være kommet i stilling II. I realiteten vil den indtage stilling III, forudsat at den ikke brækker inden. Når bevægelsen er blevet tilstrækkelig stor, vil dyblen være påvirket af de viste belastninger, der alle har den ved 5.55.1 eller 2 angivne størrelse  $p$  pr. længdeenhed.

Som følge af antimetrien må resultanten  $T$  af de transversale kræfter på dyblens ene halvdel gå gennem dyblens midtpunkt, hvor momentet skal være nul. Ved at tage momenterne af kræfterne på dyblens ene halvdel om dette punkt finder man

$$x = 0,293 a$$

5.55.3

Herefter har man

$$T = p(a-2x) = 0,414 \text{ pa} \quad 5.55.4$$

Største moment optræder i afstanden  $2x$  fra dyblens ende, idet transversalkraften her er nul; det bliver

$$M = px^2 = 0,086 \text{ pa}^2 \quad 5.55.5$$

Ved elimination af  $a$  mellem 5.55.4 og 5 fås

$$T = \sqrt{2pM} \quad 5.55.6$$

Da virkningen af en pæl må være mindst lige så stor som virkningen af en kortere pæledybel, kan man tage den transversale virkning af en pælerække i betragtning ved anbringelse af en stabiliserende kraft  $T$  vinkelret på pæleaksen, hvor denne skærer brudlinien. Kraften  $T$  vil kunne sættes lig den mindste af følgende tre værdier:

- a) Den kraft, som fremkalder forskydningsbrud i selve pælematerialet.
- b) Den ved 5.55.4 bestemte værdi med  $a$  lig den mindste af de længder, hvori brudlinien deler den nedrammede del af pælen.
- c) Den ved 5.55.6 bestemte værdi med  $M$  lig pælens brudmoment.

Der regnes naturligvis, både hvad aksial og transversal virkning angår, i den nomi-  
nelle brudtilstand.

Ved anvendelse af den udviklede teori forudsættes det, at alle pælerækker, som skæres af brudlinien, yder deres maksimale modstand samtidig. I virkeligheden sker der ofte et progressivt brud, hvorved den ene pælerække knækker efter den anden, således at man ikke på én gang får den samlede modstand i virksomhed. Det kan derfor undertiden være på den usikre side at bruge den her udviklede metode.

## B E T E G N E L S E R

(Indeksfortegnelse p.273)

A	Poretrykskoefficient.	
A	Træk i forankring eller tryk i afstivning.	t eller t/m
A	Areal, f. eks. af fundamentsflade.	m <sup>2</sup> eller m <sup>2</sup> /m
A <sub>m</sub>	Areal af pæleoverflade.	m <sup>2</sup>
A <sub>p</sub>	Areal af pælespids.	m <sup>2</sup>
a	Adhæsion (positiv, når den virker opad på væggen).	t/m <sup>2</sup>
a	Styrkekoeficient.	
B	Poretrykskoefficient.	
B	Bredde, f. eks. af fundamentsflade.	m
b	Bredde, f. eks. af cellefangedæmning.	m
b	Lodret enheds-bæreevne af fundament.	t/m <sup>2</sup>
C	Konstant.	
C	Konsolideringsindeks.	
C <sub>u</sub>	Uensformighedstal.	
c	Kohæsion (i plasticitetsteoretiske formler positiv ved passivt tryk).	t/m <sup>2</sup>
c	Udrænet forskydningsstyrke af vandmættet jord.	t/m <sup>2</sup>
c <sub>v</sub>	Forskydningsstyrke målt ved vingeforsøg (intakt).	t/m <sup>2</sup>
c' <sub>v</sub>	Forskydningsstyrke målt ved vingeforsøg (omrørt).	t/m <sup>2</sup>
D	Dybde, f. eks. af fundamentsflade.	m
D <sub>r</sub>	Relativ lejringstæthed.	
d	Korndiameter.	mm
d	Diameter af cirkulært fundament.	m
d	Dybde, specielt til et punkt af en væg (målt langs væggen).	m
d	Dybdefaktor for fundament.	
d <sub>s</sub>	Kornvægtfylde.	
E	Energi.	tm eller tm/m
E	Elasticitetsmodul eller deformationsmodul.	t/m <sup>2</sup>
E	Totalt jordtryk vinkelret på væg (tryk positivt).	t/m
e	Poretal.	



e	Enheds-jordtryk vinkelret på væg (tryk positivt).	$t/m^2$
e	Ekscentricitet af fundamentstryk.	m
F	Totalsikkerhed.	
F	Totalt jordtryk parallelt med væg (positivt, når det virker opad på væggen).	$t/m$
f	Enheds-jordtryk parallelt med væg (positivt, når det virker opad på væggen).	$t/m^2$
f	Partialkoefficient.	
f	Stabilitetsforhold.	
G	Forskydningsmodul.	$t/m^2$
G	Total egenvægt, f. eks. af jordlegeme.	t eller $t/m$
$G_p$	Vægt af pæl.	t
$G_r$	Vægt af ramslag.	t
$G_w$	Effektiv egenvægt af væg eller ankerplade.	$t/m$
g	Tyngdens acceleration.	$m/s^2$
g	Enhedsbelastning fra egenvægt.	$t/m^2$
H	Horisontal kraft.	t eller $t/m$
H	Højde eller lagtykkelse, f. eks. af ensidigt drænet lerlag.	m
H	Faldhøjde ved ramning.	m
h	Højde, tykkelse eller dybde, specielt af en væg (målt langs væggen).	m
h	Potentiale.	m
$h_c$	Kapillær stighøjde.	m
I	Inertimoment.	$m^4$ eller $m^4/m$
$I_C$	Konsistensindeks.	
$I_P$	Plasticitetsindeks.	%
i	Gradient.	
i	Hældningsfaktor for fundament.	
J	Total strømkraft.	$t/m$
j	Enheds-strømkraft.	$t/m^3$
K	Jordtrykskoefficient.	
K	Konsolideringsmodul.	$t/m^2$
k	Permeabilitetskoefficient.	$m/s$
k	Længde af korde i brudcirkel.	m
$k_s$	Ballasttal.	$t/m^3$
L	Længde, specielt af fundamentsflade.	m
$L_p$	Pælelængde.	m
M	Moment.	tm eller $tm/m$
m	Materialfaktor for pæl.	
N	Bæreevnefaktor.	
N	Komponent af resultanten R vinkelret på korden k (positiv, når den svarer til tryk i brudlinien).	$t/m$

n	Porøsitet.	%
n	Antal.	
P	Total belastning, f. eks. på jordoverflade eller fundament.	t eller t/m
p	Enhedsbelastning eller nyttelast.	t/m <sup>2</sup>
Q	Vandmængde pr. tidsenhed.	m <sup>3</sup> / s
Q	Total lodret bæreevne af fundament eller pæl.	t eller t/m
Q <sub>m</sub>	Overflademodstand på pæl.	t
Q <sub>p</sub>	Spidsmodstand på pæl.	t
q	Vandmængde pr. tids- og længdeenhed.	m <sup>3</sup> / s/m
q	Lodret tryk fra overliggende jordlag, kapillartryk, nyttelast etc.	t/m <sup>2</sup>
q̄ <sub>o</sub>	Lodret effektivt tryk in situ.	t/m <sup>2</sup>
q̄ <sub>pc</sub>	Forkonsolideringstryk.	t/m <sup>2</sup>
R	Resultant af spændinger i brudcirkel.	t/m
R	Sonderingsmodstand.	
R	Rækkevidde af grundvandsenkning.	m
r	Radius eller radiusvektor.	m
r	Regenerationsfaktor for pæl.	
S	Nedsynkning af pæl ved ramning.	m
S <sub>t</sub>	Sensitivitet.	
S <sub>w</sub>	Mætningsgrad.	%
s	Buelængde, f. eks. af brudlinie eller strømlinie.	m
s	Formfaktor for fundament eller pæl.	
T	Temperaturen.	°C
T	Tidsfaktor.	
T	Komponent af resultanten R parallel med korden k (positiv, når den svarer til passivt tryk i brudlinien).	t/m
T <sub>s</sub>	Overfladespænding.	g/cm
t	Tiden.	s
t	Resulterende spænding i brudlinie (excl. c og u).	t/m <sup>2</sup>
U	Konsolideringsgrad.	%
u	Porevandstryk eller neutral spænding (tryk positivt).	t/m <sup>2</sup>
u	Bevægelseskomponent.	m
V	Vertikal kraft (positiv nedad).	t eller t/m
v	Hastighed, specielt filterhastighed.	m/s
v	Vinkel, specielt mellem brudlinie og vandret (positiv, når brudlinien stiger bort fra væggen).	
v	Vindtryk.	t/m <sup>2</sup>
W	Totalt vandtryk.	t eller t/m
w	Enheds-vandtryk.	t/m <sup>2</sup>
w	Naturligt vandindhold.	%
w <sub>L</sub>	Flydegrænse.	%

$w_P$	Plasticitetsgrænse.	%
$w_S$	Svindgrænse.	%
$x$	Vandret koordinat eller afstand.	m
$y$	Vandret eller lodret koordinat.	m
$z$	Lodret koordinat, dybde eller afstand (positiv nedad).	m
$z$	Geometrisk højde (positiv opad).	m
$z_j$	Afstand fra fod af væg til trykspring (positiv opad).	m
$z_p$	Afstand fra fod af væg til trykresultant (positiv opad).	m
$z_r$	Afstand fra fod af væg til drejningspunkt (positiv opad).	m
$\alpha$	Halve centervinkel i brudcirkel (positiv for en opad konkav cirkel).	
$\alpha$	Indfaldsvinkel for strømlinie.	
$\beta$	Vinkel mellem jordoverflade og vandret (positiv, når jordoverfladen stiger bort fra væggen).	
$\gamma$	Rumvægt af jord.	t/m <sup>3</sup>
$\gamma'$	Rumvægt reduceret for opdrift.	t/m <sup>3</sup>
$\gamma''$	Rumvægt reduceret for opdrift og strømkræfter.	t/m <sup>3</sup>
$\gamma_d$	Rumvægt af tør jord.	t/m <sup>3</sup>
$\gamma_m$	Rumvægt af vandmættet jord.	t/m <sup>3</sup>
$\gamma_w$	Rumvægt af vand.	t/m <sup>3</sup>
$\delta$	Vægfriktionsvinkel (positiv, når den svarer til opadvirkende jordtryk på væggen).	
$\delta$	Lodret sætning eller vandret bevægelse.	m
$\epsilon$	Specifik længde- eller vinkelændring (forkortelse positiv).	
$\zeta$	Relativ afstand fra fod af væg til trykresultant (positiv opad).	
$\eta$	Effektivitetsfaktor ved ramning.	
$\theta$	Vinkel mellem væg og lodret (positiv, når jorden er overhængende).	
$\theta$	Vinkel mellem radiusvektor og lodret.	
$\kappa$	Kohæsions-koefficient.	
$\mu$	Poisson's tal.	
$\gamma$	Kinematisk viskositet.	m <sup>2</sup> /s
$\gamma$	Dilatationsvinkel (positiv ved volumenformindskelse).	
$\xi$	Relativ afstand fra fod af væg til trykspring (positiv opad).	
$\rho$	Relativ afstand fra fod af væg til drejningspunkt (positiv opad).	
$\sigma$	Normalspænding (tryk positivt).	t/m <sup>2</sup>
$\bar{\sigma}$	Effektiv normalspænding (tryk positivt).	t/m <sup>2</sup>
$\tau$	Forskydningsspænding.	t/m <sup>2</sup>
$\varphi$	Friktionsvinkel (i plasticitetsteoretiske formler positiv ved passivt tryk).	
$\psi$	arc tan (2 tan $\varphi$ ).	
$\omega$	Vinkel mellem korden k og vandret (positiv, når korden stiger bort fra væggen).	
$\omega$	Vinkel mellem grænseflade og vandret.	

- a som indeks foroven angiver et aktivt jordtryk.  
a som indeks fornedden angiver den virkelige tilstand.  
c som indeks fornedden angiver i reglen et kohæsions-bidrag.  
c som indeks fornedden angiver undertiden en konsolideringssætning.  
cr som indeks fornedden angiver en kritisk størrelse.  
f som indeks fornedden angiver det virkelige brudstadium.  
i som indeks fornedden angiver en initialsætning.  
n som indeks fornedden angiver det nominelle brudstadium.  
nc som indeks fornedden angiver normalt-konsolideret jord.  
o som indeks foroven angiver i reglen et hviletryk.  
o som indeks foroven angiver undertiden en til  $\varphi = 0$  svarende værdi.  
p som indeks foroven angiver et passivt jordtryk.  
p som indeks fornedden angiver i reglen et nyttelast-bidrag.  
pc som indeks fornedden angiver forkonsolideret jord.  
q som indeks fornedden angiver et bidrag fra overliggende jordlags vægt.  
r som indeks foroven angiver en fuldstændig ru væg.  
r som indeks fornedden angiver i reglen en virkelig værdi.  
s som indeks foroven angiver en fuldstændig glat væg.  
s som indeks fornedden angiver en sekundær sætning.  
x som indeks foroven angiver vægdelen over et trykspring.  
y som indeks foroven angiver vægdelen under et trykspring.  
z som indeks foroven angiver et zonebrud.  
y som indeks fornedden angiver et egenvægts-bidrag.

- En vandret streg over et symbol angiver en effektiv størrelse.

GVS betyder grundvandspejl.

KVS betyder kapillarvandspejl.

## LITTERATUR

- Akroyd, T.N.W. (1957): Laboratory testing in soil engineering. Soil Mechanics Ltd., London 1957.
- Bishop, A.W. (1954): The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. Proc. Conf. Stability, Vol. I, p. 1, Stockholm 1954. Géotechnique, March 1955, Vol. V, p. 7.
- Bishop, A.W. & Henkel, D.J. (1957): The measurement of soil properties in the triaxial test. Arnold, London 1957.
- Bjerrum, L. (1954): Theoretical and experimental investigations on the shear strength of soils. Norges Geotekniske Institutt, Publ. No. 5, Oslo 1954.
- Bjerrum, L. (1954): Stability of natural slopes in quick clay. Proc. Conf. Stability, Vol. II, p. 16, Stockholm 1954.
- Bjerrum, L. (1954): Geotechnical properties of Norwegian marine clays. Géotechnique, June 1954, Vol. IV, p. 49.
- Bjerrum, L. & Kjærnsli, B. (1957): Analysis of the stability of some Norwegian natural clay slopes. Géotechnique, March 1957, Vol. VII, p. 1. (NGI Publ. 24).
- Boussinesq, J. (1885): Application des potentiels a l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Gauthier-Villars, Paris 1885.
- Cadling, L. & Odenstad, S. (1950): The vane borer. Royal Swedish Geotechnical Institute, Proc. No. 2, Stockholm 1950.
- Cambefort, H. (1953): La force portante des groupes de pieux. Proc. Third Int. Conf. Soil Mech., Vol. II, p. 22, Zürich 1953.
- Casagrande, A. & Wilson, S.D. (1951): Effect of rate of loading on strength of clays and shales at constant water content. Géotechnique, June 1951. Vol. II, p. 251.
- Chen, Liang-Sheng (1948): An investigation of stress-strain and strength characteristics of cohesionless soils by triaxial compression tests. Proc. Sec. Int. Conf. Soil Mech., Vol. V, p. 35, Rotterdam 1948.
- Coulomb, C.A. (1776): Essai sur une application des règles des maximis et minimis a quelques problèmes de statique. Memoires Academie Royale des Sciences, Vol. 7, Paris 1776.
- Dansk Ingeniørforening (1952): Normer for bygningskonstruktioner. Fundering og jordtryk. Teknisk Forlag; København 1952.
- Drucker, D.C. & Prager, W. (1951): Soil mechanics and plastic analysis or limit design. Office of Naval Research, Technical Report No. 64, Providence, Nov. 1951.
- Engelund, Frank (1953): On the laminar and turbulent flows of ground water through homogeneous sand. Trans. Dan. Acad. Techn. Sc. No. 3, København 1953.
- Engelund, Frank (1957): On the theory of multiple-well systems. Acta Polytechnica 234, København 1957.

- Fellenius, B. (1936): Om beräkning av jordtryck mot spånter vid kohesionära jordarter. Teknisk Tidskrift 1936, Häfte 9, Stockholm.
- Fellenius, W. (1927): Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion und unter Annahme kreiszylindrischer Gleitflächen. Ernst, Berlin 1927.
- Golder, H. Q. & Skipp, B. O. (1957): The buckling of piles in soft clay. Proc. Fourth Int. Conf. Soil Mech., Vol. II, p. 35, London 1957.
- Forchheimer, P. (1914): Hydraulik. Teubner, Leipzig 1914.
- Fox, E. N. (1948): The mean elastic settlement of a uniformly loaded area at a depth below the ground surface. Proc. Sec. Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, p. 129, Rotterdam 1948.
- Fröhlich, O. K. (1934): Druckverteilung im Baugrunde. Springer, Wien 1934.
- Gray, H. (1936): Stress distribution in elastic solids. Proc. Int. Conf. Soil Mech., Vol. II, p. 157, Harvard 1936.
- Hansbo, S. (1957): A new approach to the determination of the shear strength of clay by the fall-cone test. Royal Swedish Geotechnical Institute, Proc. No. 14, Stockholm 1957.
- Hansen, Bent (1958): Line ruptures regarded as narrow rupture zones. Basic equations based on kinematic considerations. Proc. Conf. Earth Pressure Problems, Vol. I, p. 39, Bryssel 1958.
- Hansen, J. Brinch (1946): Development of the C&N wharf type. Christiani & Nielsen Bulletin No. 56, København 1946.
- Hansen, J. Brinch (1948): The stabilizing effect of piles in clay. CN-Post No. 3, Nov. 1948.
- Hansen, J. Brinch & Gibson, R. E. (1949): Undrained shear strengths of anisotropically consolidated clays. Géotechnique, June 1949, Vol. I, p. 189.
- Hansen, J. Brinch (1951): Simple statical computation of permissible pileloads. CN-Post No. 13, May 1951.
- Hansen, J. Brinch (1952): A general plasticity theory for clay. Géotechnique, Dec. 1952, Vol. III, p. 154.
- Hansen, J. Brinch (1953): Earth pressure calculation. Teknisk Forlag, København 1953.
- Hansen, J. Brinch (1953): Geotekniske stabilitetsproblemer. Ingeniøren, 12. sept. 1953, p. 667.
- Hansen, J. Brinch (1954): Brudberegning af jordtrykspåvirkede konstruktioner. Bygningsstatistiske Meddelelser 1954, No. 1, p. 1.
- Hansen, J. Brinch (1955): Simpel beregning af fundamenterens bæreevne. Ingeniøren, 22. jan. 1955, p. 95.
- Hansen, J. Brinch (1956): Brudstadiéberegning og partialsikkerheder i geoteknikken. Ingeniøren, 11. maj 1956, p. 382. (Geoteknisk Institut, Bulletin No. 1).
- Hansen, J. Brinch (1957): Jordbundsundersøgelser for boligbyggeri. Boligselskabernes Aarbog 1957.
- Hansen, J. Brinch (1957): Calculation of settlements by means of pore pressure coefficients. Acta Polytechnica 235, København 1957.
- Hansen, J. Brinch (1957): The internal forces in a circle of rupture. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 2.
- Hansen, J. Brinch (1958): Om jordarternes forskydningsstyrker, korttids- og langtidsstabilitet. Ingeniøren, 15. juni 1958, p. 394. (Geoteknisk Institut, Bull. No. 3)
- Hayashi, K. (1921): Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage. Springer, Berlin 1921.

- Hessner, J. & Lundgren, H. (1952): Rationel dimensionering af fundamenter på sand. *Ingeniøren*, 3. maj 1952, p. 303.
- Hill, R. (1950): *The mathematical theory of plasticity*. Oxford 1950.
- Hvorslev, M. Juul (1937): *Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden*. Ing. vid. Skrifter A 45, København 1937.
- Hvorslev, M. Juul (1949): *Subsurface exploration and sampling of soils for civil engineering purposes*. The Engineering Foundation, New York 1949.
- Hvorslev, M. Juul (1951): *Time lag and soil permeability in ground-water observations*. Waterways Exp. Station, Vicksburg, Bull. 36, 1951.
- Janbu, N. (1954): *Application of composite slip surfaces for stability analysis*. Proc. Conf. Stability, Vol. III, p. 43, Stockholm 1954.
- Janbu, N. & Bjerrum, L. & Kjærnsli, B. (1956): *Veiledning ved løsning av fundamenteringsoppgaver*. Norges Geotekniske Institutt, Publ. No. 16, Oslo 1956.
- Kezdi, A. (1958): *Beiträge zur Berechnung der Spannungsverteilung im Boden*. Der Bauingenieur 33, 1958, p. 54.
- Kjærnsli, B. (1956): *Stabilitetsundersøkelse av elvebredden på Bragernes i Drammen*. Norges Geotekniske Institutt, Publ. No. 18, Oslo 1956.
- Knudsen, A. V. (1956): *Beregning af bundpladen i samt dræningsforanstaltninger i forbindelse med tørdokken i Nakskov*. I artikel (Tørdok efter et nyt princip) redigeret af A. J. Moe, *Ingeniøren*, 10. marts 1956, p. 228.
- Krey, H. (1936): *Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes*. Ernst, Berlin 1936.
- Krynine, D. P. & Judd, W. R. (1957): *Principles of engineering geology and geotechnics*. Mc Graw-Hill, New York 1957.
- Kötter, F. (1903): *Die Bestimmung des Druckes an gekrümmten Gleitflächen*. Sitzungsber. Kgl. Preuss. Akad. der Wiss., Berlin 1903.
- Lambe, T. W. (1951): *Soil testing for engineers*. Wiley, New York 1951.
- Lundgren, H. & Mortensen, K. (1953): *Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand*. Proc. Third Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, p. 409, Zürich 1953.
- Lundgren, H. (1957): *Dimensional analysis in soil mechanics*. Acta Polytechnica 237, København 1957.
- Mansur, Ch. I. (1957): *Laboratory and in-situ permeability of sand*. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., J. Soil Mech. and Found. Div., No. SM 1, Jan. 1957, Paper 1142.
- Mertz, E. L. (1955): *De danske jordarter som byggegrund*. Afsnit 1 i "Bygningsfundering", Statens Byggeforskningsinstitut, Anvisning No. 28, Teknisk Forlag, 1955
- Meyerhof, G. G. (1951): *The ultimate bearing capacity of foundations*. Géotechnique, Dec. 1951, Vol. II, p. 301.
- Meyerhof, G. G. (1953): *The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads*. Proc. Third Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, p. 440, Zürich 1953.
- Mogensen, A. F. m. fl. (1948): *Geoteknik*. Foredrag fra kursus i Dansk Ingeniørforening, København 1948.
- Mohr, O. (1882): *Über die Darstellung des Spannungszustandes und des Deformationszustandes eines Körper-Elements*, *Zivilingenieur* 1882.
- Muhs, H. (1957): *Die Prüfung des Baugrundes und der Böden*. Springer, Berlin 1957.
- Newmark, N. M. (1942): *Influence charts for computation of stresses in elastic foundation*. University of Illinois, Eng. Exp. Station, Bulletin Series 338, 1942.
- Nøkkentved, Chr. (1924): *Beregning af pæleværker*. København 1924.

- Ohde, J. (1938): Zur Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung. Die Bautechnik 1938, H. 10/11, 13, 19, 25, 37, 42, 53/54.
- Ovesen, N. Krebs (1958): On the stability of cellular cofferdams on a deep sand stratum. Proc. Conf. Earth Pressure Problems, Vol. II, p. 155, Bryssel 1958.
- Peck, R. B. (1943): Earth pressure measurements in open cuts. Chicago Subway, Trans. ASCE, Vol. 108, 1943.
- Petermann, H. (1953): Schrifttum über Bodenmechanik. Kirschbaum, Bielefeld 1953.
- Polshin, D. E. & Tokar, R. A. (1957): The maximum allowable non-uniform settlement of structures. Proc. Fourth Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, p. 402, London 1957.
- Prager, W. & Hodge, P. G. (1951): Theory of perfectly plastic solids. Wiley, New York 1951.
- Prandtl, L. (1920): Über die Härte plastischer Körper. Nachr. d. Ges. d. Wiss., Göttingen 1920.
- Prandtl, L. (1927): Über die Eindringungsfestigkeit plastischer Baustoffe und die Festigkeit der Schneiden. Zeitschr. f. angew. Math. und Mech., Febr. 1927.
- Rankine, W. J. M. (1857): On the stability of loose earth. Trans. Royal Soc., Vol. 147, London 1857.
- Rasmussen, Th. (1948): Ankerpladers stabilitet. Ingeniøren 1948, No. 4.
- Rendulic, L. (1935): Ein Beitrag zur Bestimmung der Gleitsicherheit. Der Bauingenieur 1935, Heft 19/20.
- Rendulic, L. (1940): Gleitflächen, Prüfflächen und Erddruck. Die Bautechnik 1940, Heft 13/14.
- Rimstad, I. A. (1940): Zur Bemessung des doppelten Spundwandbauwerkes. Ing. vid. Skrifter, No. 4, København 1940.
- Roscoe, K. H. & Schofield, A. N. & Wroth, C. P. (1958): On the yielding of soils. Géotechnique, March 1958, Vol. VIII, p. 22.
- Rosenqvist, I. Th. (1953): Considerations on the sensitivity of Norwegian quick-clays. Géotechnique, March 1953, Vol. III, p. 195.
- Rosenqvist, I. Th. (1955): Investigations in the clay-electrolyte-water system. Norges Geotekniske Institutt, Publ. No. 9, Oslo 1955.
- Rosenqvist, I. Th. (1956): Om korrosjon og korrosjonsbeskyttelse av stålpeler. Norges Geotekniske Institutt, Publ. No. 12, Oslo 1956.
- Rowe, P. W. (1952): Anchored sheet-pile walls. Proc. Inst. Civil Eng., Vol. I, Jan. and Sept. 1952.
- Schröder, H. m. fl. (1955): Grundbau Taschenbuch. Ernst, Berlin 1955.
- Schultze, E. & Muhs, H. (1950): Bodenuntersuchungen für Ingenieurbauten. Springer, Berlin 1950.
- Schultze, E. (1952): Der Widerstand des Baugrundes gegen schräge Sohlpressungen. Die Bautechnik, Dec. 1952, p. 336.
- Schönweller, G. (1945): Fundering. Danmarks Tekniske Højskole, København 1945.
- Skempton, A. W. (1948): The  $\phi = 0$ -analysis of stability and its theoretical basis. Proc. Sec. Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, p. 72, Rotterdam 1948.
- Skempton, A. W. & Golder, H. Q. (1948): Practical examples of the  $\phi = 0$ -analysis of stability of clays. Proc. Sec. Int. Conf. Soil Mech. Vol. II, p. 63, Rotterdam 1948.
- Skempton, A. W. (1951): The bearing capacity of clays. Proc. Build. Res. Congr., London 1951.
- Skempton, A. W. & Northey, R. D. (1952): The sensitivity of clays. Géotechnique, March 1952, Vol. III, p. 30.



- Skempton, A.W. & Yassin, A.A. & Gibson, R.E. (1952): Théorie de la force portante des pieux dans le sable. Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, Mars-Avril 1953, p. 285.
- Skempton, A.W. (1953): The colloidal "activity" of clays. Proc. Third Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, p. 57, Zürich 1953.
- Skempton, A.W. (1954): The pore pressure coefficients A and B. Géotechnique, Dec. 1954, Vol. IV, p. 143.
- Skempton, A.W. & MacDonald, D.H. (1956): The allowable settlements of buildings. Proc. Instn. Civ. Eng., Part III, 5, p. 727.
- Skempton, A.W. & Bjerrum, L. (1957): A contribution to the settlement analysis of foundations on clay. Géotechnique, Dec. 1957, Vol. VII, p. 168.
- Skempton, A.W. & Delory, F.A. (1957): Stability of natural slopes in London clay. Proc. Fourth Int. Conf. Soil Mech., Vol. II, p. 378, London 1957.
- Spilker, A. (1937): Mitteilung über die Messung der Kräfte in einer Baugrubenaussteifung. Die Bautechnik 1937, Heft 1.
- Sørensen, T. & Hansen, B. (1956): Rammeformler for pæle i sand. Bygningsstatistiske Meddelelser 1956, No. 3, p. 121.
- Taylor, D.W. (1948): Fundamentals of soil mechanics. Wiley, New York 1948.
- Terzaghi, K. (1925): Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Deuticke, Wien 1925.
- Terzaghi, K. & Fröhlich, O.K. (1936): Theorie der Setzung von Tonschichten. Deuticke, Wien 1936.
- Terzaghi, K. (1936): A fundamental fallacy in earth pressure computations. J. Boston Soc. Civil Eng., Vol. 23, 1936.
- Terzaghi, K. (1943): Theoretical soil mechanics. Wiley, New York 1943.
- Terzaghi, K. (1944): Stability and stiffness of cellular cofferdams. Proc. ASCE, Sept. 1944.
- Terzaghi, K. & Peck, R.B. (1948): Soil mechanics in engineering practice. Wiley, New York 1948.
- Terzaghi, K. (1955): Evaluation of coefficients of subgrade reaction. Géotechnique, Dec. 1955, Vol. V, p. 297.
- Tomlinson, M.J. (1957): The adhesion of piles driven in clay soils. Proc. Fourth Int. Conf. Soil Mech., Vol. II, p. 66, London 1957.
- Tschebotarioff, G.P. (1948): Large-scale model earth pressure tests on flexible bulkheads. Proc. ASCE, Jan. 1948.
- Tschebotarioff, G.P. (1951): Soil mechanics, foundations and earth structures. Mc Graw-Hill, New York 1951.
- Vandepitte, D. (1953): Het draagvermogen van paalfunderingen. Annales des Travaux Publics de Belgique, Oct. et Dec. 1953, p. 747 et 901.
- Vermeiden, J. (1948): Improved sounding apparatus as developed in Holland since 1936. Proc. Sec. Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, p. 281, Rotterdam 1948.
- Wagner, A.A. (1957): The use of the Unified Soil Classification System by the Bureau of Reclamation. Proc. Fourth Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, p. 125, London 1957.
- Westergaard, H.M. (1926): Stresses in concrete pavements computed by theoretical analysis. Public Roads 7, p. 25, 1926.
- Whitaker, Th. (1957): Experiments with model piles in groups. Géotechnique, Dec. 1957, Vol. VII, p. 147.
- Zimmermann, H. (1888): Die Berechnung des Eisenbahn Oberbaues. Ernst, Berlin 1888.

## SAGSREGISTER

### A

A-brud, 158  
 a-brud, 160  
 Adhæsion, 170  
     negativ, 241  
 Adhæsionspæl, 140  
 Aflastningsgren, 34  
 Aflastningsparablen 209  
 Aflastningsplade, 212, 215  
 Afstivet væg, 216  
 Afstivning, 216  
 Afstivningstryk, nominelle, 218  
 Aksial virkning af pæle, 265  
 Aktivitet, 14  
 Aktivt jordtryk, 184, 186, 219  
 Aktivt tryk i brudlinie, 161  
 Analyse,  $c\phi$ -, 176, 253  
     korttids-, 54, 176, 237, 240, 253  
     langtids-, 53, 176, 236, 239, 253  
     med effektive spændinger, 53, 259  
     med totale spændinger, 256  
      $\phi = 0$ -, 167, 176, 253, 256, 260  
 Anisotrop jord, 15, 29, 91, 97  
 Ankerlængde, nødvendig, 264, 265  
 Ankerplade, 208, 218  
 Ankertræk, nominelt, 211, 218  
 Ankertværsnit, nødvendigt, 211  
 Ankervæg, 218  
 Arbejdskurve, 37  
     for ler, 40  
     for pæl, 246  
     for sand, 39  
 Areal, effektivt, 234  
 Arealforhold, 66  
 Arkitektonisk skade, 143, 144  
 Artesisk strømning, 107

### B

Ballasttal, 147  
     bestemmelse af, 148  
 Beboelseshuse, 143  
 Belastning, gentagen, 43  
     konsoliderende, 177

Belastning, sætningsgivende, 130  
     tilladelig, 222  
     trekantformet, 123  
     vilkårlig, 123  
     under jordoverfladen, 123  
 Belastninger, nominelle, 179  
 Belastningsforsøg, hurtigt, 70  
     langsomt, 70  
     mark-, 69  
     model-, 69  
     på pæl, 238, 245  
     temporeret, 70  
 Belastningssløjfe, 37  
 Beskrivelse, praktisk, 16  
 Betonpæle, 245  
 Betonspunsvæg, 212, 215  
 Bjælke, elastisk, 147  
 Blivende nedsynkning af pæl, 246  
 Borejournal, 66  
 Boreprofil, 66  
 Boreredskaber, 64  
 Boring, 64  
     skylle-, 65  
     tør-, 65  
 Bredde, effektiv, 229  
 Broer, 143  
 Brud, drænet, 176  
     kombineret, 159, 160, 195, 218, 229  
     konkavt (A), 158, 167, 192  
     konvekst (X), 158, 261  
     linie-, 158, 191, 261, 264  
     Prandtl- (P), 159  
     Rankine- (R), 159  
     retliniet (S), 158  
     udrænet, 176  
     zone-, 158, 159, 187, 188, 194  
 Brudbelastning, 132, 178  
 Brudbetingelse, 44, 46, 153, 155, 173, 176  
     Coulomb's, 46, 153, 167  
     effektiv, 46, 173  
     generel, 155  
     Hvorslev's, 45  
     tilsyneladende, 46  
     virkelig, 45  
 Brudcirkel, 158, 163, 167, 192, 261

Brudfigur, 157, 158, 196, 224, 225, 229  
 kritisk, 167, 181, 258  
 Brudflade, 45  
 Brudlast for pæl, definition, 246  
 Brudlinie, 45, 152, 157, 161  
 af vilkårlig form, 258  
 ret, 165, 185  
 sammensat, 256  
 Brudmåde, 181, 206, 209, 218  
 Brudsnit, 154  
 Brudspænding, virkelig, 45  
 Brudstadium, nominelt, 179  
 virkeligt, 151  
 Brudteori, 151, 152  
 Brudzone, 157  
 Brugstilstand, 151  
 Brydning ved laggrænse, 98  
 Byggearbejde, kontrol, 72  
 Byggegrube, 102, 216  
 Bæreevne, dynamisk, 245  
 fundamenter, 222  
 korttids-, 237, 240  
 langtids-, 236, 239  
 nominel, 179, 222, 243, 247  
 pæle, 238  
 virkelig, 243  
 Bæreevne-faktor, empirisk, 228  
 Bæreevne-faktorer, 132, 223, 224, 225, 226, 227  
 Bæreevne-formler, 236  
 Bøjeligt fundament, 147

## C

CBR-forsøg, 88  
 Cellefangedæmning, 260  
 Centralt belastet fundament, 223  
 Christiani's metode, 209  
 Cirkulært fundament, 119  
 Coulomb's brudbetingelse, 46, 153, 167  
 Coulomb's metode, 185, 187, 209  
 $c\varphi$ -analyse, 176, 177, 253

## D

Damhammer, enkeltvirkende, 242, 244  
 Danske Normer, 179, 209  
 Danske rammeformel, 243, 247  
 Darcy's lov, 27, 29  
 Deformation, elastisk, 37, 153  
 fladtryknings-, 37  
 forskydnings-, 36  
 initial, 41  
 irreversibel, 35  
 permanent, 35  
 plastisk, 37, 41  
 reversibel, 35, 40  
 Deformationer, tilladelige, 143, 151  
 Deformationshastighed, 155  
 Deformationshærdning, 43

Deformations-karakteristik, 157  
 Deformationsmodul, 40  
 Deformationstilstand, plan, 121, 153  
 Delvis ru væg, 187  
 Delvis vandmættet ler, 55, 178  
 Differens-vandtryk, 214, 264  
 Dilatation, 50, 138, 156  
 Direkte fundering, 222  
 Dobbelt ekscentricitet, 234  
 Dobbelt hældning, 234  
 Dobbelte spunsvægge, 262  
 Dobbeltsidig dræning, 116  
 Doktværnsnit, 183  
 Drejningspunkt, 181, 184, 191, 195  
 Drænet brud, 176  
 Drænet forsøg, 85  
 Dræning, dobbeltsidig, 116  
 Dupuit's princip, 108  
 Dybdefaktor, 233  
 Dybtliggende fundament, 134, 137, 232  
 Dynamisk bæreevne af pæl, 245  
 Dynamisk påvirkning, 145  
 Dynamisk sondering, 62  
 Dynamisk undersøgelse, 73  
 Dynd, 18  
 Dæmning, 178

## E

Effektiv bredde, 229  
 Effektiv brudbetingelse, 46, 173  
 Effektiv faldhøjde, 244, 245  
 Effektiv forskydningsstyrke, 53  
 Effektiv friktionsvinkel, 46  
 Effektiv kohæsion, 46, 53  
 Effektiv længde, 234  
 Effektiv massekraft, 175  
 Effektiv overfladebelastning, 132  
 Effektiv rumvægt, 20, 27, 101, 174, 206  
 Effektiv vægfriktionsvinkel, 171  
 Effektive forskydningsparametre, 46, 86, 173  
 Effektive spændinger, 19, 20, 173  
 Effektive styrkeparametre, 46, 86, 173  
 Effektivitetsfaktor ved ramning, 242  
 Effektivt areal, 234  
 Egenvægt, 179, 180, 192  
 Ekscentricitet, dobbelt, 234  
 relativ, 229  
 Ekscentricitets-hældnings-faktor, 228  
 Ekscentrisk belastet fundament, 134, 228, 234  
 Ekspansion, 33  
 Ekstra rammedybde, 208, 215  
 Ekstremmet den, 167, 254, 262, 264  
 Elasticitetsmodul, 153  
 Elasticitetsteori, 123, 153  
 Elastisk bjælke, 147  
 Elastisk deformation, 37, 153  
 Elastisk nedsynkning af pæl, 246  
 Elastisk plade, 148

Elastisk zone, 157  
 Endimensional konsolidering, 139  
 Enheds-normaltryk, 188, 196  
 Enheds-tangentialtryk, 189, 196  
 Enkeltvirkende damphammer, 242, 244  
 Erosion, 103, 263  
 Eytelwein's rammeformel, 242, 243

## F

f-brud, 160  
 Faldhammer, 242, 244  
 Faldhøjde, 242  
   effektiv, 244, 245  
 Filter, 30, 97  
 Filterhastighed, 27  
 Filterkriterier, 106  
 Filterstabilitet, 105  
 Filtertab, 110  
 Finmo, 8  
 Fladtrykning, 37  
 Fladtrykingsdeformation, 37  
 Flydecharnier, 160, 197, 210, 212,  
   213, 214  
 Flydegrænse, 13  
   bestemmelse af, 75  
 Forankret spunsvæg, 208  
 Forbelastning, 81, 87  
 Fordampning fra træer, 131  
 Fordeling af fundamentstryk, 223, 224,  
   225, 227, 228, 236  
 Fordeling af jordtryk, 185, 187, 194,  
   196, 205, 211, 217  
 Forkonsolideret ler, 35, 52, 53  
 Forkortelse, specifik, 156  
 Formfaktor, 235, 240  
 Forskydningsdeformation, 36  
 Forskydningsforsøg, 88  
 Forskydningsmodul, 153  
 Forskydningsparametre, effektive, 46,  
   86, 173  
   nominelle, 179  
   tilsyneladende, 46  
   virkelige, 45  
 Forskydningsspænding, 19, 20, 163  
   maksimal, 127, 128  
 Forskydningsstyrke, effektiv, 53  
   intakt, 68  
   ler, 51, 53, 54  
   sand, 47  
   tilsyneladende, 54  
   udrænet, 54, 68, 176  
   virkelig, 51  
   æltet, 68  
 Forvitringsskorpe, 57  
 Fraktioner, 7  
 Fri spunsvæg, 206  
 Fri strømning, 108  
 Friktion, negativ, 241  
 Friktionsjordart, 47

Friktionspæl, 140  
 Friktionsvinkel, 45, 46, 48, 55, 153  
   effektiv, 46  
   tilsyneladende, 46, 55  
   virkelig, 45  
 Frostfare, 31, 32, 77  
 Frostsikker jord, 32  
 Fundament, bøjeligt, 147  
   centralt belastet, 223  
   cirkulært, 119  
   dybtliggende, 134, 137, 232  
   ekscentrisk belastet, 134, 228, 234  
   kvadratisk, 127, 234  
   langstrakt, 121, 223  
   på adhæsiionspæle, 142  
   på ler, 236, 237  
   på sand, 131, 237  
   rektangulært, 129, 234  
   ru, 229, 232  
   skråt belastet, 228  
   stift, 119, 122  
   udgravning ved, 234  
   under jordoverfladen, 232  
 Fundamenters bæreevne, 222  
 Fundamentstryk, 181  
   nominelt, 222  
 Fundering, direkte, 222  
   pæle-, 238  
 Funderingsdybde, frostsikker, 32

## G

Genbelastningsgren, 34  
 General brudbetingelse, 155  
 Gentagen belastning, 43  
 Geoelektrisk sondering, 62  
 Geologiske forhold, 61  
 Geostatisk beregning for pæl, 239, 248  
 Glat væg, 170, 185, 189, 197  
 Glidning, 37, 158, 171, 193, 222, 229,  
   232  
 Glidninger, primære, 38  
   reversible, 39  
   sekundære, 38  
 Gradering, 9  
 Gradient, 26, 30, 175  
   kritisk, 101  
 Grovmo, 8  
 Grundvand, stillestående, 173  
   strømmende, 175, 206, 257  
 Grundvandspejl, 20  
   frit, 96, 99  
 Grundvandsænkning, 107  
   midlertidig, 130  
   permanent, 130  
   prøve-, 71  
 Gruppevirkning, 248  
 Grus-fraktion, 8  
 Grænsehældning, 144  
 Gytje, 18

## H

Harmonikastruktur, 17  
 Hiley's rammeformel, 243  
 Hollandsk sonde, 64, 241  
 Homogen jord, 15  
 Hooke's lov, 153  
 Hviletryk, 33, 179, 180, 182  
 Hviletrykoefficient, ler, 36, 182  
   sand, 33, 182  
 Hurtigt belastningsforsøg, 70  
 Hvorslev's brudbetingelse, 45  
 Hydraulik, 19  
 Hydraulisk instabil jord, 76  
 Hydrostatik, 19  
 Hydrostatisk jordtryk, 219  
 Hysterese, 43  
 Hældning, dobbelt, 234  
   relativ, 229  
 Hældnings-ekscentricitets-faktor, 228  
 Hældningsfaktor, 231  
 Håndvingebor, 72

## I

Ikke-vandmættet ler, 55, 178  
 Indledende undersøgelser, 61  
 Indspænding i jorden, 207, 214, 215  
 Indspændt spunsvæg, 212, 214  
 Industribygning, 143  
 Inhomogen jord, 15, 105  
 Initial deformation, 41  
 Initial konsolidering, 78  
 Initialsætning, 120, 122, 127, 128,  
   130, 135  
 Inspektion, 72  
 Intakt forskydningsstyrke, 68  
 Intakt jord, 15  
 Intakt prøve, 65  
 Irreversibel deformation, 35  
 Islinser, 31  
 Isokroner, 114  
 Isotrop jord, 15, 29, 92

## J

Janbu's rammeformel, 243  
 Jord, anisotrop, 15, 29, 91, 97  
   isotrop, 15, 29, 92  
   lagdelt, 30, 98, 172, 205, 256  
   vægtløs, 224  
 Jordartsbetegnelser, 16  
 Jordartssignaturer, 67  
 Jordtryk, 170, 181, 185  
   aktivt, 184, 186, 219  
   hydrostatisk, 219  
   negativt, 187  
   nominelt, 179, 182  
   passivt, 184, 186, 220  
   tangentielt, 170, 193  
   ved zonebrud, 188

Jordtryksdiagrammer, 197-205  
 Jordtryksfordeling, 185, 187, 194, 196,  
   205, 206, 207, 211, 212, 213, 217  
 Jordtryksformler, generelle, 196  
 Jordtrykoefficienter, 186, 188, 190, 196

## K

Kapillaritet, 21  
   bestemmelse af, 76  
 Kapillarspændinger, 23, 174  
 Kapillartryk, 174, 176, 206  
 Kapillær stighøjde, 22, 174  
 Karakterisering, fuldstændig, 15  
   praktisk, 16  
 Kegleforsøg, 89  
 Kemisk analyse, 89  
 Kildepunkt, 104  
 Kilder, 102  
 Kildestrækning, 104  
 Kinematisk mulig, 158, 181, 250  
 Klassifikation, 15  
 Klassifikationsforsøg, 74  
 Klassifikationssystemer, 18  
 Kohæsion, 45, 46, 51, 53, 55, 153  
   effektiv, 46, 53  
   tilsyneladende, 46, 55  
   virkelig, 45, 51  
 Kombineret brud, 159, 160, 195, 218, 229  
 Komprimeringsforsøg, 88  
 Konkavt brud (A), 158, 167, 192  
 Konvekst brud (X), 158, 261  
 Konsistensgrænser, 13, 18  
   bestemmelse af, 75  
 Konsistensindeks, 14  
 Konsoliderende belastning, 177  
 Konsolideret, drænet forsøg, 85  
 Konsolideret, udrænet forsøg, 86  
 Konsolidering, 33, 112  
   endimensional, 36, 139  
   initial, 78  
   monoaksial, 36, 139  
   primær, 78, 116, 140  
   sekundær, 43, 78, 140  
   tredimensional, 139  
   triaksial, 36  
 Konsoliderings tidsforløb, 139  
 Konsolideringsapparat, 77  
 Konsolideringsdiagram, 34, 35, 82  
   forkonsolideret ler, 79  
   normaltkonsolideret ler, 81  
 Konsolideringsforsøg, 77  
   sand, 39  
   triaksialt, 85  
 Konsolideringsgrad, 115  
 Konsolideringsindeks, 35  
 Konsolideringsmodul, 35  
 Konsolideringssætning, 130, 137  
   konventionel, 120, 122, 127, 128, 133  
 Konstruktiv skade, 143, 144  
 Kontorbygning, 143

Kontrol, 72  
 Konventionel konsolideringssætning,  
 120, 122, 127, 128, 133  
 Konventionel sætningsberegning, 132,  
 134  
 Korndiameter, 7  
 Kornform, 7  
 Kornkurve, 8  
 bestemmelse af, 74  
 Kornstørrelse, 7, 17  
 Kornvægtfylde, 9  
 bestemmelse af, 74  
 Korrosivitet, 73  
 Korttidsanalyse, 54, 176, 237, 240, 253  
 Korttidsbæreevne, 237, 240  
 Korttidsstabilitet, 54, 176, 237, 240,  
 253  
 Kritisk brudfigur, 167, 181, 258  
 Kritisk gradient, 101  
 Kritisk poretal, 50  
 Krybning, 42, 78  
 negativ, 43  
 Kvadratisk fundament, 127, 234  
 Kvikler, 58  
 Kviksand, 102  
 Kviksandsskred, 50  
 Kötter' s ligning, 162, 163, 166

## L

Lagdelt jord, 30, 98, 172, 205, 256  
 Laggrænse, 98, 172  
 Langsomt belastningsforsøg, 70  
 Langstrakt fundament, 121, 223  
 Langtidsanalyse, 53, 176, 236, 239,  
 253  
 Langtidsbæreevne, 236, 239  
 Langtidsstabilitet, 53, 176, 236, 239,  
 253  
 Laplace' ligning, 92  
 Ledningstværsnit, 183  
 Lejringsstæthed, relativ, 10  
 Ler, 16  
 Ler-fraktion, 8  
 Ligevægtsmetoden, 168, 191, 261  
 Liniebelastning, 121  
 Liniebrud, 158, 191, 261, 264  
 beregning af, 191  
 Lodpæle, 249  
 Lodret strømning, 30  
 Logaritmisk spiral, 224, 254, 262, 264  
 Længde, effektiv, 234  
 Længdeændring, 156  
 Løftning, 102

## M

Makrostruktur, 15  
 Maksimal forskydningsspænding, 127,  
 128  
 Maksimal sætning, 144

Maksimal sætningsdifferens, 144  
 Markbelastningsforsøg, 69, 72  
 Maskinfundament, 143, 145  
 Massekraft, effektiv, 175  
 Materialfaktor, 240  
 Materialstyrker, nominelle, 179  
 Mekanisk sondering, 62  
 Middelkorndiameter, 31  
 Middelmodul, 41  
 Midlertidige konstruktioner, 178, 180, 234  
 Mikrostruktur, 15  
 Mineralogisk analyse, 89  
 Mjæla-fraktion, 8  
 Mo-fraktion, 8  
 Modelbelastningsforsøg, 69, 136, 138, 227  
 Modelforsøg, 145  
 cellefangedæmninger, 263  
 sætnings-, 131  
 Modellove, 145  
 Modholdspæle, 246  
 Modstandsmoment, nødvendigt, 208, 211  
 Mohr' s cirkel for deformationer, 155  
 Mohr' s cirkel for spændinger, 44, 154,  
 183  
 Monoaksial konsolidering, 36  
 Monoaksial spændingstilstand, 118  
 Moræneler, 16, 240, 241  
 Måtningsgrad, 10

## N

Naturlig skråning, 178, 253  
 Nedadrettet strømning, 101  
 Nedsynkning af pæl, blivende, 246  
 elastisk, 246  
 total, 246  
 ved ramning, 242, 243  
 Negativ adhæsion, 241  
 Negativ friktion, 241  
 Negativ krybning, 43  
 Negativ overflademodstand, 241  
 Negativ rotation, 184  
 Negativt jordtryk, 187  
 Neutral spænding, 19  
 Nominel bæreevne, 179, 222, 243, 247  
 Nominelle afstivningstryk, 218  
 Nominelle belastninger, 179  
 Nominelle forskydningsparametre, 179  
 Nominelle materialstyrker, 179  
 Nominelle snitkræfter, 223  
 Nominelle styrkeparametre, 179  
 Nominelt ankertræk, 211, 218  
 Nominelt brudstadium, 179, 182  
 Nominelt fundamentstryk, 222  
 Nominelt jordtryk, 179, 182  
 Nominelt vægmoment, 208, 211, 218  
 Normalspænding, 19  
 effektiv, 20  
 Normaltkonsolideret ler, 34, 51, 53, 81  
 Normer, 179, 209, 222  
 Nyttelast, 169, 179, 180, 192

Nødvendig ankerlængde, 265  
 Nødvendig rammedybde, 211  
 Nødvendigt ankertværsnit, 211  
 Nødvendigt modstandsmoment, 208, 211  
 Nøkkentved's metode, 249, 252

## O

Olietank, 148  
 Omrørt prøve, 65  
 Opadrettet strømning, 101  
 Opfyldning, 253  
 Optagning af prøve, 23  
 Organisk indhold, bestemmelse af, 74  
 Organiske jordarter, 18  
 Overfladebelastning, effektiv, 132  
 Overflademodstand, 239, 240, 241, 247  
 negativ, 241  
 Overgangsbetænelser, 98

## P

P-brud, 159  
 Partialkoefficient, empirisk, 247  
 Partialkoefficienter, 152, 179, 243,  
 247, 248, 260  
 Passivt jordtryk, 184, 186, 220  
 Passivt tryk i brudlinie, 161  
 Permanent deformation, 35  
 Permeabilitet, 27  
 vandret, 139  
 Permeabilitetsforsøg, 75  
 Permeabilitetskoefficient, 27, 29, 30  
 bestemmelse af, 75, 79  
 Permeabilitetsmåling, 71  
 Piezometer, 71  
 Plade, elastisk, 148  
 Plan deformationstilstand, 121, 153  
 Plasticitet, 18  
 Plasticitetsgrænse, 13  
 bestemmelse af, 75  
 Plasticitetsindeks, 14  
 Plasticitetsteori, 153, 249  
 Plastisk deformation, 37, 41  
 Plastisk zone, 157  
 Poisson's tal, 153, 182  
 Porer, 9  
 Poretal, 9  
 bestemmelse af, 74  
 kritisk, 50  
 Porettryk, 95  
 varierende, 131  
 Porettryksmåling, 70, 72, 253  
 Porevinkelvand, 23  
 Porøsitet, 9  
 Positiv rotation, 184  
 Potentiale, 25  
 Potentialfald, 26, 30  
 Potentialligningen, 92, 108  
 Potentiallinie, 92  
 brydning af, 99

Potentialtryk, 257  
 Potentielt frostfarlig jord, 32  
 Praktisk trykspredning, 126, 127  
 Prandtl-brud (P), 159  
 Primær konsolidering, 78, 116, 140  
 Primære glidninger, 38  
 Progressivt brud, 267  
 Prøve, intakt, 65  
 omrørt, 65  
 Prøvebelastning af pæl, 69, 179, 180, 238,  
 245  
 Prøvegravning, 67  
 Prøvegrundvandsænkning, 71, 110, 111  
 Prøveoptager, 65  
 Prøveoptagning, 23  
 Prøveramning, 69, 242  
 Pæle, 69, 238  
 adhæsions-, 140  
 aksial virkning, 265  
 arbejdskurve, 246  
 beton-, 245  
 brudlast, 246  
 friktions-, 140  
 i ler, 240, 242, 245, 247, 248  
 i sand, 240, 242, 245, 247, 248  
 nedsynkning ved ramning, 242, 243  
 spidsbærende, 140, 241  
 stabiliserende, 265  
 stål-, 245  
 transversal virkning, 265  
 træ-, 245  
 Pæleafstande, 248  
 Pæleanordning, 252  
 Pælebukke, 208  
 Pæledybel, 266  
 Pæleform, 238  
 Pælegruppe, 140, 248, 249  
 Pælehældning, 252  
 Pælelængde, 252  
 Pælemateriale, 238  
 Pæles bæreevne, 238  
 Pæles sætninger, 140, 241  
 Pæletværsnit, 252  
 Pæleværk, 249  
 dimensionering af, 252

## R

R-brud, 159  
 Rammedybde, ekstra, 208, 215  
 nødvendig, 211  
 Rammeformel, 179, 180, 242, 243, 247  
 den danske, 243, 247  
 Eytelwein's, 242, 243  
 Hiley's, 243  
 Janbu's, 243  
 Rammesonde, 64  
 Ramning, effektivitetsfaktor ved, 242  
 prøve-, 69, 242  
 Ramslagets vægt, 242, 244  
 Randbetænelse, 153, 155, 168, 169

- Randbetingelse ved jordoverflade, 169, 172
- Randbetingelse ved væg, 170, 172
- Rankine-brud (R), 159
- Reduceret rumvægt, 12, 257
- Regeneration, 58
- Regenerationsfaktor, 241, 247
- Rekonsolidering, 87
- Rektangulært fundament, 129, 234
- Relaksation, 43
- Relativ ekscentricitet, 229
- Relativ hældning, 229
- Relativ lejringstæthed, 10
- Resonans, 145
- Resultant af spændinger i brudcirkel, 164, 166
- Resulterende, effektiv spænding, 20
- Resulterende, total spænding, 154
- Ret brudlinie, 165, 185
- Retliniet brud (S), 158
- Reversibel deformation, 35, 40
- Reversible glidninger, 39
- Revner, 15
- Rheologi, 41
- Rotation, negativ, 184
- positiv, 184
- Ru fundament, 229, 232
- Ru væg, 170, 189, 197
- Rumvægt, 11, 75
- effektiv, 20, 27, 101, 174, 175
- reduceret, 12, 257
- Rumvægtsbestemmelse, 73
- Rækkevidde, 110
- S
- S-brud, 158
- s-brud, 160
- S<sub>0</sub>-formlen, 243, 247
- Salttal, 89
- Sammensat brudlinie, 256
- Sammentrykkelighed, 33
- Sand-fraktion, 8
- Sedimentationsanalyse, 74
- Seismisk sondering, 62
- Sekundære glidninger, 38
- Sekundær konsolidering, 43, 78, 140
- Sensitivitet, 58, 68
- Signaturer, borings-, 67
- jordarts-, 67
- sonderings-, 67
- Sikkerhed mod brud, 178
- Sikkerhed mod deformationer, 144
- Sikkerhed mod løftning, 102
- Siloer, 143
- Silt, 177
- Silt-fraktion, 8
- Simpelt trykforsøg, 83
- Singulært punkt, 96, 159
- Skade, arkitektonisk, 143, 144
- konstruktiv, 143, 144
- Skillelinie mellem zoner, 157, 159
- Skred, 59, 253
- kviksands-, 50
- Skræntvinkel, 49
- Skråning, naturlig, 178, 253
- Skråpæle, 249
- Skråt belastet fundament, 228
- Skylleboring, 65
- Snitkræfter, nominelle, 223
- Sonde, hollandsk, 64, 241
- ramme-, 64
- Sondering, 62
- dynamisk, 62
- geoelektrisk, 62
- mekanisk, 62
- seismisk, 62
- Sonderingsdiagram, 63
- Specifik forkortelse, 156
- Spidsbor, 62
- Spidsbærende pæle, 140, 242
- Spidsmodstand, 206, 239, 240, 247
- Spiral, logaritmisk, 224, 254, 262, 264
- Sprækker, 15
- Sprækket ler, 54, 58, 68
- Spunsvæg, beton-, 212, 215
- forankret, 208
- fri, 206
- indspændt, 212, 214
- stål-, 211, 214
- Spunsvægge, dobbelte, 262
- Spænding, effektiv, 19, 173
- neutral, 19
- resulterende effektiv, 20
- resulterende total, 154
- total, 19
- Spændinger, tilladelige, 178
- Spændings-karakteristik, 157
- Spændingsmåling, 73
- Spændingstilstand, monoaksial, 118
- Stabiliserende pæle, 265
- Stabilitet, 253
- korttids-, 54, 176, 237, 240, 253
- langtids-, 53, 176, 236, 239, 253
- Stabilitetsforhold, 255
- Stamkurve, 33, 55
- Startbaner, 148
- Stationær vandbevægelse, 107
- Statisk korrekt vinkel, 169, 171
- Statisk mulig, 158, 181, 250
- Sten-fraktion, 8
- Stift fundament, 119, 122
- Stillestående grundvand, 173
- Stivhed, 124
- Strimmelmetoden, 258
- Strømkanal, 93
- Strømkrafter, 27, 101, 175, 206, 257
- Strømlinie, 93
- brydning af, 99
- Strømmende grundvand, 175, 206, 257
- Strømnet, 94, 96, 98
- Strømmængde, 95, 98



Strømning, artesisk, 107  
 fri, 108  
 lodret, 30, 175, 206  
 nedadrettet, 101, 176, 206  
 opadrettet, 101, 176, 206  
 vandret, 30  
 Styrke-diagram, 55  
 Styrke-koefficienter, 56  
 Styrke-parametre, effektive, 46, 86, 173  
 nominelle, 179  
 tilsyneladende, 46  
 virkelige, 45  
 Stødtillæg, 145  
 Støttemur, 159, 183, 191, 237  
 Stålpæle, 245  
 Stålspunsvæg, 211, 214  
 Svind, 24  
 Svindgrænse, 13, 25  
 Svingningsamplitude, 145  
 Sætning, maksimal, 144  
 Sætninger, pæle, 140, 241  
 Sætningsberegning, 130  
 konventionel, 132, 134  
 ler, 132  
 Sætningsdifferens, maksimal, 144  
 Sætningsgivende belastning, 130  
 Sætningshastighed, 143  
 Sætningslinie, 144  
 Sætningsobservationer, 73

## T

Tangentielt jordtryk, 170, 193  
 Temporet forsøg, 70, 137  
 Thixotropi, 58, 241  
 Tidsfaktor, 114  
 Tidskurve, 78  
 Tilladelig belastning, 222  
 Tilladelige spændinger, 178  
 Tillægskriterium, 106  
 Tillægsspænding, 135  
 Tilsyneladende brudbetingelse, 46  
 Tilsynel. forskydningsparametre, 46  
 Tilsyneladende friktionsvinkel, 46, 55  
 Tilsyneladende forskydningsstyrke, 54  
 Tilsyneladende kohæsion, 46, 55  
 Tilsyneladende styrkeparametre, 46  
 Topografi, 61  
 Total nedsynkning af pæl, 246  
 Total spænding, 19  
 Totalsikkerhed, 244, 247, 248, 253,  
 256, 259  
 Trafik, 145  
 Transversal virkning af pæle, 265  
 Tredimensionel konsolidering, 139  
 Trekantformet belastning, 123  
 Triaksial begyndelsesværdi, 138  
 Triaksial konsolidering, 36  
 Triaksialapparat, 84  
 Triaksiale trykforsøg, 84  
 Triaksialt konsolideringsforsøg, 85

Trykforsøg, simpelt, 83  
 triaksiale, 84  
 Trykspredning, 118  
 praktisk, 126, 127  
 Trykspring, 196  
 Trykstyrke, 37, 83  
 Trækforsøg med pæl, 247  
 Træpæle, 245  
 Tunneltværnsnit, 183  
 Turbulens, 30  
 Tørboring, 65  
 Tørskorpe, 57  
 Tørstyrke, 18  
 Tørv, 18

## U

Udbøjningsmåling, 73  
 Udgravning, 254  
 ved fundament, 234  
 Udrænet brud, 176  
 Udrænet forskydningsstyrke, 54, 68, 176  
 Udrænet forsøg, 85  
 Udrænet forsøg, konsolideret, 86  
 Udrænet forsøg, ukonsolideret, 85  
 Ueftergivelig væg, 183  
 Uensformighedstal, 9  
 Uforstyrret prøve, 80  
 Ukonsolideret forsøg, 85  
 Ukonsolideret, udrænet forsøg, 85  
 Undersøgelser, indledende, 61

## V

Vakuumsforsøg, 88  
 Vandbevægelse, stationær, 107  
 Vandepitte's metode, 249  
 Vandindhold, 11  
 bestemmelse af, 74  
 Vandmættet jord, 10  
 Vandmættet ler, 55  
 Vandret strømning, 30  
 Vandtryk, 173, 179, 180, 206, 214, 218,  
 257, 259  
 Veje, 148  
 Velgraderet, 9  
 Velsorteret, 9  
 Vindtryk, 179, 180  
 Vingebor, 68  
 Vingeforsøg, 66, 68, 89, 241  
 Vinkel-støttemur, 191  
 Vinkelændring, 156  
 Virkelig brudbetingelse, 45  
 Virkelig brudspænding, 45  
 Virkelig bæreevne, 243  
 Virkelig forskydningsstyrke, 51  
 Virkelig friktionsvinkel, 45  
 Virkelig kohæsion, 45, 51  
 Virkelige forskydningsparametre, 45  
 Virkelige styrkeparametre, 45  
 Virkeligt brudstadium, 151

- Volumenkonstans, 157 X  
 Volumenændring, 156  
 Væg, afstivet, 216 X-brud, 158  
   delvis ru, 187  
   glat, 170, 189, 197 Z  
   med flydecharnier, 197, 205, 212, 213, 214 Zone, elastisk, 157  
   uden flydecharnier, 210   plastisk, 157  
   ru, 170, 189, 197 Zonebrud, 158, 159, 187, 188, 194  
   ueftergivelig, 183   beregning af, 194  
 Vægfriktionsvinkel, 170, 218 Æ  
   effektiv, 171  
 Vægmoment, nominelt, 208, 211, 218  
 Vægtløs jord, 224 Æltet forskydningsstyrke, 68, 241  
 Væltning, 222 φ
- W
- w-brud, 160, 161 φ = 0 - analyse, 167, 176, 253, 256, 260  
 Weisbach's rammeformel, 242, 243