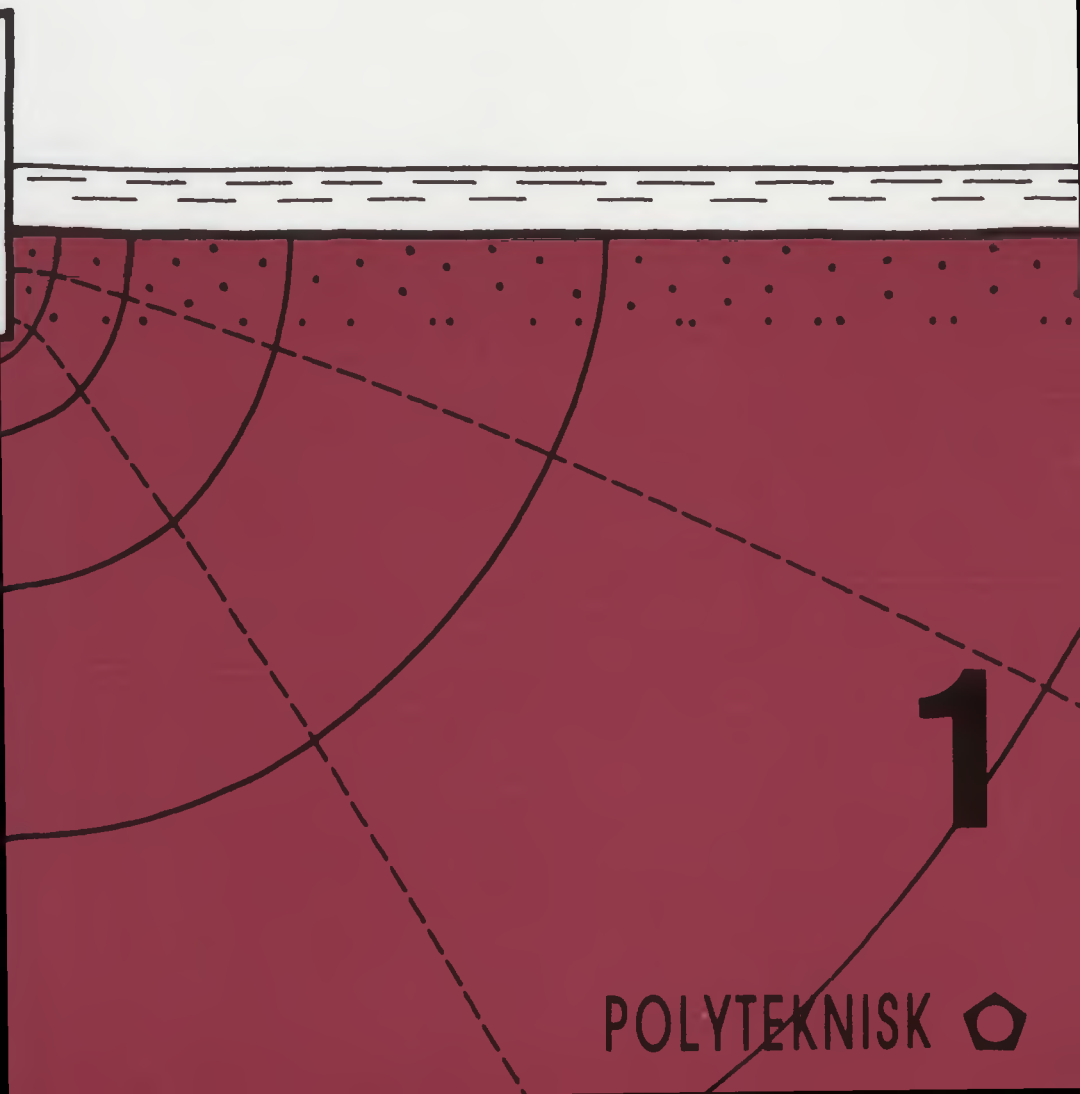


lærebog i

5. UDGAVE

GEOTEKNIK

HARREMOËS · KREBS OVESEN · MOUST JACOBSEN



POLYTEKNISK 

Lærebog i GEOTEKNIK

Bind 1

Af Harremoës, Krebs Ovesen og Moust Jacobsen

POLYTEKNISK

POLYTEKNISK



1988
1988
1988
1988
1988

Lærebog i GEOTEKNIK 1

Redigeret af Poul Harremoës, H. Moust Jacobsen og N. Krebs Ovesen

5. udgave, 7. oplag 2003

© 1984, Polyteknisk Forlag, Lyngby, Danmark

Rettelsesblad sidst i bogen © Armtoft, Bagge og Fuglsang

Ingen del af denne bog må gengives, lagres i et søgesystem eller transmitteres i nogen form eller med noget middel, grafisk, elektronisk, mekanisk, fotografisk, indspillet på plade eller bånd, overført til databanker eller på anden måde, uden forlagets skriftlige tilladelse. Enhver kopiering fra denne bog må kun ske efter reglerne i lov om ophavsret af 14. juni 1995 med senere ændringer.

Indledningsvignetterne for de enkelte kapitler er gengivet efter L. Brennecke: Der Grundbau. Kommissions-Verlag von Ernst Toeche, Berlin 1887.

ISBN 87-502-0577-3

Tryk: AKA-Print A/S, Århus

Printed in Denmark 2003

POLYTEKNISK 

Anker Engelunds Vej 1

DK-2800 Lyngby

Telefon: (+45) 7742 4344

Fax: (+45) 7742 4354

e-post: forlag@poly.dtu.dk

hjemmeside: www.polyteknisk.dk

1.1	1.1	1.1	1.1
1.2	1.2	1.2	1.2
1.3	1.3	1.3	1.3
1.4	1.4	1.4	1.4
1.5	1.5	1.5	1.5
1.6	1.6	1.6	1.6
1.7	1.7	1.7	1.7
1.8	1.8	1.8	1.8
1.9	1.9	1.9	1.9
1.10	1.10	1.10	1.10
1.11	1.11	1.11	1.11
1.12	1.12	1.12	1.12
1.13	1.13	1.13	1.13
1.14	1.14	1.14	1.14
1.15	1.15	1.15	1.15
1.16	1.16	1.16	1.16
1.17	1.17	1.17	1.17
1.18	1.18	1.18	1.18
1.19	1.19	1.19	1.19
1.20	1.20	1.20	1.20
1.21	1.21	1.21	1.21
1.22	1.22	1.22	1.22
1.23	1.23	1.23	1.23
1.24	1.24	1.24	1.24
1.25	1.25	1.25	1.25
1.26	1.26	1.26	1.26
1.27	1.27	1.27	1.27
1.28	1.28	1.28	1.28
1.29	1.29	1.29	1.29
1.30	1.30	1.30	1.30
1.31	1.31	1.31	1.31
1.32	1.32	1.32	1.32
1.33	1.33	1.33	1.33
1.34	1.34	1.34	1.34
1.35	1.35	1.35	1.35
1.36	1.36	1.36	1.36
1.37	1.37	1.37	1.37
1.38	1.38	1.38	1.38
1.39	1.39	1.39	1.39
1.40	1.40	1.40	1.40
1.41	1.41	1.41	1.41
1.42	1.42	1.42	1.42
1.43	1.43	1.43	1.43
1.44	1.44	1.44	1.44
1.45	1.45	1.45	1.45
1.46	1.46	1.46	1.46
1.47	1.47	1.47	1.47
1.48	1.48	1.48	1.48
1.49	1.49	1.49	1.49
1.50	1.50	1.50	1.50
1.51	1.51	1.51	1.51
1.52	1.52	1.52	1.52
1.53	1.53	1.53	1.53
1.54	1.54	1.54	1.54
1.55	1.55	1.55	1.55
1.56	1.56	1.56	1.56
1.57	1.57	1.57	1.57
1.58	1.58	1.58	1.58
1.59	1.59	1.59	1.59
1.60	1.60	1.60	1.60
1.61	1.61	1.61	1.61
1.62	1.62	1.62	1.62
1.63	1.63	1.63	1.63
1.64	1.64	1.64	1.64
1.65	1.65	1.65	1.65
1.66	1.66	1.66	1.66
1.67	1.67	1.67	1.67
1.68	1.68	1.68	1.68
1.69	1.69	1.69	1.69
1.70	1.70	1.70	1.70
1.71	1.71	1.71	1.71
1.72	1.72	1.72	1.72
1.73	1.73	1.73	1.73
1.74	1.74	1.74	1.74
1.75	1.75	1.75	1.75
1.76	1.76	1.76	1.76
1.77	1.77	1.77	1.77
1.78	1.78	1.78	1.78
1.79	1.79	1.79	1.79
1.80	1.80	1.80	1.80
1.81	1.81	1.81	1.81
1.82	1.82	1.82	1.82
1.83	1.83	1.83	1.83
1.84	1.84	1.84	1.84
1.85	1.85	1.85	1.85
1.86	1.86	1.86	1.86
1.87	1.87	1.87	1.87
1.88	1.88	1.88	1.88
1.89	1.89	1.89	1.89
1.90	1.90	1.90	1.90
1.91	1.91	1.91	1.91
1.92	1.92	1.92	1.92
1.93	1.93	1.93	1.93
1.94	1.94	1.94	1.94
1.95	1.95	1.95	1.95
1.96	1.96	1.96	1.96
1.97	1.97	1.97	1.97
1.98	1.98	1.98	1.98
1.99	1.99	1.99	1.99
2.00	2.00	2.00	2.00

Denne lærebog i Geoteknik er skrevet til brug ved undervisningen i den teoretiske del af faget Fundering ved akademiingeniøruddannelsen.

Formålet med bogen er at give læserne forståelse af geoteknikkens grundlæggende principper. Bogen er ikke tænkt at skulle tjene som dimensioneringsvejledning eller som geoteknisk håndbog, hvorfor hensigten med de angivne eksempler og håndbogsstof er at give indlevelse i stoffet.

Anvendelsen af de angivne beregningsmetoder og -principper er belyst i N. Krebs Ovesens: *Eksempler i Geoteknik og Opgaver i Geoteknik*.

Bogen er skrevet så den kan anvendes sammen med Dansk Ingeniørfor- enings Norm for Fundering, DS 415.

Bogen er af praktiske hensyn delt i to bind. Begge bind er forsynet med indholdsfortegnelse, emneregister og symbolfortegnelse for hele bogen samt med en fortegnelse over faglitteratur.

I nærværende 5. udgave er i forhold til 4. udgave rettet enkelte trykfejl.

Ved udarbejdelsen har Akademiingeniør Gunnar Bagge, M.Sc. og akade- miingeniør Leif Fuglsang, M.Sc. ydet væsentlige og selvstændige bidrag. Tegningerne er udført af Helge Bardram og Grethe Wrangel, skrivning af Lis Topholm og Birte Torstveit og omslag af Peter Mogensen. Vi takker vore medarbejdere for deres dygtige arbejde og store interesse. Desuden takker vi Polyteknisk Forlag for et godt samarbejde.

Bind 1

1	Indledning		
	1.1	Fundering og Geoteknik	side 1.1
	1.2	Definition af jord	1.2
	1.3	Geoteknikkens problemer	1.3
	1.4	Geoteknikkens arbejdsmetode	1.5
2	Grundlæggende begreber		
	2.1	Trefasesystemet	2.1
	2.2	Jordens korn	2.1
	2.3	Jordens porer	2.5
	2.4	Konsistensgrænser	2.10
	2.5	Jordartsbeskrivelse	2.12
3	Geostatik		
	3.1	Effektive spændinger og poretryk	3.1
	3.2	Kapillaritet	3.10
	3.3	Hviletryk	3.16
4	Plane strømninger		
	4.1	Darcy's lov	4.1
	4.2	Permeabilitetskoefficienten	4.6
	4.3	Løftning	4.8
	4.4	Potentialstrømninger	4.15
	4.5	Strømnet	4.19
	4.6	Singulære punkter	4.29
	4.7	Frit vandspejl	4.39
5	Specielle strømningsproblemer		
	5.1	Grundvandsækning	5.1
	5.2	Jordlegemers ligevægt ved strømning	5.14
	5.3	Quasi-stationære strømninger	5.27
6	Jordlags sammentrykkelighed		
	6.1	Grundlæggende betragtninger	6.1
	6.2	Normalkonsolideret ler	6.2
	6.3	Stærkt forkonsolideret ler	6.7
	6.4	Lettere forkonsolideret ler	6.9
	6.5	Sandlags sammentrykkelighed	6.11
	6.6	Laboratorieforsøg	6.12
	6.7	Konsolideringsteori	6.16
7	Fundamenters sætning		
	7.1	Grundbegreber	7.1
	7.2	Trykspredning	7.2
	7.3	Fundament på tykt lerlag	7.9
	7.4	Fundament på tyndt lerlag	7.18
	7.5	Den konventionelle sætningsberegning	7.19
	7.6	Sætningernes tidsforløb	7.23
	7.7	Fundamenter på sand	7.25
	7.8	Tilladelig sætning	7.28
	7.9	Sætningsgivende belastning	7.31
	7.10	Beregning af specielle tilfælde	7.32
8	Jords styrke		
	8.1	Grundbegreber	8.1
	8.2	Brudbetingelser for jord	8.5
	8.3	Måling af jords styrke	8.8
	8.4	Sands styrkeegenskaber	8.14
	8.5	Lers styrkeegenskaber	8.18
	8.6	Lers udrændede forskydningsstyrke	8.22
	8.7	Kort- og langtidsstabilitet	8.27
	8.8	Specielle styrkeproblemer	8.32

Bind 2

9	Plasticitetsteori for jord		
	9.1 Grundbegreber	side	9.1
	9.2 Brudfigurer		9.5
	9.3 Kinematiske og statiske krav til brudfigurer		9.11
	9.4 Kötter's ligning		9.17
	9.5 Indre kræfter i cirkulære og rette brudlinier		9.19
	9.6 Randbetingelser		9.24
	9.7 Ligevægtsmetoden		9.29
	9.8 Ekstremmetoden		9.32
	9.9 Ligevægtsmetoden kontra ekstremmetoden		9.35
	9.10 Plasticitetsteoriens praktiske anvendelse		9.47
10	Stabilitet		
	10.1 Grundbegreber		10.1
	10.2 Ekstremmetoden		10.3
	10.3 Strimmelmetoden		10.11
	10.4 Virkning af vandtryk		10.16
11	Jordtryk		
	11.1 Grundbegreber		11.1
	11.2 Coulomb's jordtryksteori		11.5
	11.3 Brinch Hansen's jordtryksteori		11.13
	11.4 Generelle dimensioneringsproblemer		11.35
12	Jordtryk på spunsvægge		
	12.1 Grundbegreber		12.1
	12.2 Frie spunsvægge		12.3
	12.3 Brinch Hansen's metode for forankrede spunsvægge		12.6
	12.4 Andre metoder for forankrede spunsvægge		12.20
	12.5 Afstivede spunsvægge		12.27
13	Specielle jordtryks- og stabilitetsproblemer		
	13.1 Ankerplader		13.1
	13.2 Ankerlængder		13.9
	13.3 Cellefangedæmninger		13.10
14	Fundamenters bæreevne		
	14.1 Grundbegreber		14.1
	14.2 Terzaghi's bæreevneformel		14.1
	14.3 Bæreevnefaktorerne		14.4
	14.4 Generel bæreevneformel		14.12
	14.5 Generelle dimensioneringsproblemer		14.15
	14.6 Støttemure		14.20
15	Enkeltpæles bæreevne		
	15.1 Grundbegreber		15.1
	15.2 Geostatisk beregning		15.2
	15.3 Prøveramning		15.8
	15.4 Belastningsforsøg		15.11
	15.5 Gruppevirkning		15.13
16	Pæleværker		
	16.1 Grundbegreber		16.1
	16.2 Culmann's tilnærmede metode		16.4
	16.3 Nøkkentved's metode		16.9
	16.4 Vandepitte's metode		16.20
	16.5 Elastisk-plastisk tilstand		16.29

Symbolfortegnelse, fortegnelse over faglitteratur og emneregister for hele værket findes baget i begge bind.

I. Indledning

KAPITEL 1

1.1. Indledning og grundlæggende

Denne bog er en gennemgang af de forskellige typer af bygninger, der er opført i Danmark, og som er bygget af træ. Den er en del af en større serie af bøger, der er udgivet af Forlaget. Den er en del af en større serie af bøger, der er udgivet af Forlaget. Den er en del af en større serie af bøger, der er udgivet af Forlaget.

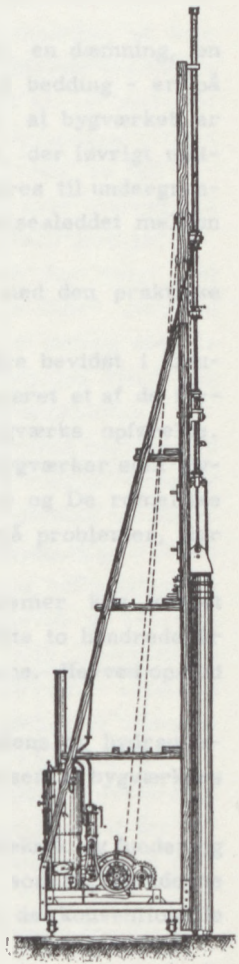
Denne bog er en gennemgang af de forskellige typer af bygninger, der er opført i Danmark, og som er bygget af træ. Den er en del af en større serie af bøger, der er udgivet af Forlaget.

Denne bog er en gennemgang af de forskellige typer af bygninger, der er opført i Danmark, og som er bygget af træ. Den er en del af en større serie af bøger, der er udgivet af Forlaget. Den er en del af en større serie af bøger, der er udgivet af Forlaget.

Denne bog er en gennemgang af de forskellige typer af bygninger, der er opført i Danmark, og som er bygget af træ. Den er en del af en større serie af bøger, der er udgivet af Forlaget.

Denne bog er en gennemgang af de forskellige typer af bygninger, der er opført i Danmark, og som er bygget af træ. Den er en del af en større serie af bøger, der er udgivet af Forlaget.

Denne bog er en gennemgang af de forskellige typer af bygninger, der er opført i Danmark, og som er bygget af træ. Den er en del af en større serie af bøger, der er udgivet af Forlaget.



1. Indledning

1.1 Fundering og geoteknik

Ethvert bygværk - hvad enten det er et hus, en bro, en dæmning, en kajkonstruktion, en vejbelægning eller endog et skib på bedding - er på den ene eller anden måde funderet. Herved forstår vi, at bygværket er udformet således, at bygværkets egenvægt og de kræfter, der iøvrigt måtte påvirke bygværket, på en hensigtsmæssig måde overføres til undergrunden. Et bygværks fundamentering bliver således forbindelsesleddet mellem bygværket og undergrunden.

Inden for faget fundering beskæftiger man sig med den praktiske udformning og udførelse af bygværkers fundamentering.

Faget fundering har været udøvet mere eller mindre bevidst i årtusinder. Fra tidlig tid har valget af en egnet fundering været et af de første og vigtigste problemer ved et hvilket som helst bygværks opførelse. Når man erindrer sig størrelsen af sådanne historiske bygværker som Pyramiderne, Babylons Templer, Den store kinesiske Mur og De romerske Veje og Akvædukter, ser man, at det ikke har været små problemer, der har optaget fortidens ingeniører.

I tidligere tider har løsningen af funderingsproblemer kun kunnet baseres på erfaring og tradition. Først indenfor de sidste to hundrede år er man begyndt ad teoretisk vej at nærme sig problemerne. Herved opstod den ingeniørvidenskab, vi i dag benævner geoteknik.

Geoteknikken omhandler anvendelsen af mekanikkens og hydraulikkens love ved udformningen, dimensioneringen og udførelsen af bygværkers fundamentering.

Sammenfattende kan man sige, at fagområderne geoteknik og fundering forholder sig til byggematerialet jord på samme måde, som fagområderne anvendt mekanik og konstruktionslære forholder sig til de konventionelle byggematerialer beton, stål, træ, m.v.

1.2 Definition af jord

Betegnelsen jord dækker, anvendt inden for geoteknikken, et meget bredere område af materialer end den samme betegnelse anvendt af lægmænd eller af agronomer og geologer.

Fra geologien ved vi, at undergrunden stort set kan inddeles i tre hovedgrupper af bjergarter: de metamorfe, de magmatiske og de sedimentære bjergarter. De metamorfe og magmatiske bjergarter er alle faste og sammenkrystaliserede, og udgør det, man i daglig tale, kalder "fjeld". Disse bjergarter giver som regel overordentligt gode funderingsmuligheder selv for meget store og tunge bygværker. Anderledes stiller det sig med de sedimentære bjergarter. Disse er opstået som resultat af de geologiske processer, der foregår i den yderste del af jordskorpen. Karakteristisk for de sedimentære bjergarter er det således, at de ofte er af løs, relativ usammenhængende natur.

Det er kun i de tilfælde, hvor undergrunden består af sedimentære bjergarter, man anvender betegnelsen geoteknik.

Såfremt undergrunden består af metamorfe eller magmatiske bjergarter, taler man ikke om geoteknik, men derimod om hvad man på engelsk betegner "rock mechanics". Denne sidstnævnte ingeniørvidenskab er der af gode grunde meget ringe brug for her i landet, og vi har da heller ingen dansk betegnelse for den.

I almindelig geoteknisk sprogbrug vil man sædvanligvis ikke benytte betegnelsen sedimentære bjergarter, men blot betegnelsen jord. Denne betegnelse dækker stort set over de geologiske betegnelser: mekaniske og organiske sedimenter. Vi kan inden for geoteknikken definere begrebet jord enten som sammenhobet materiale, hvis enkelte bestanddele er dannet ved mekanisk eller kemisk disintegration af fast fjeld, og som er blevet transporteret og derefter aflejret hovedsagelig af vand, vind og is (mekaniske sedimenter), eller som materiale, der - inden det indgik i det geologiske kredsløb - har været led i det biologiske kredsløb, d. v. s. plante- og dyrerester (organiske sedimenter).

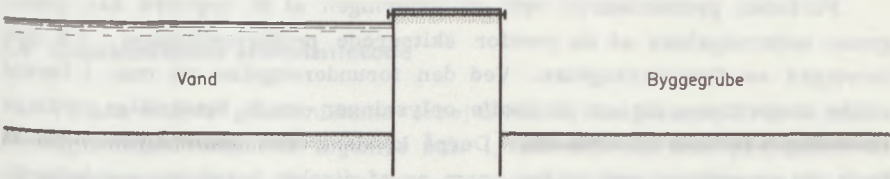
På baggrund heraf er det klart, at byggematerialet jord vil optræde med overordentlig varierende egenskaber. Disse egenskaber vil ikke alene variere fra aflejring til aflejring, men der kan indenfor den samme aflejring findes partier med overordentligt varierende egenskaber.

1.3 Geoteknikkens problemer

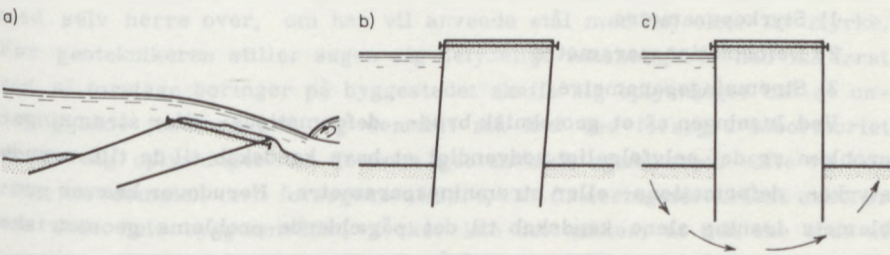
De hovedgrupper af problemer, man beskæftiger sig med inden for geoteknikken, skal i det følgende illustreres ved et simpelt eksempel: Som vist på figur 1.1 betragtes en såkaldt dobbelt spunsvægsgædæmning, der består af to spunsvægge, som foroven er indbyrdes forankrede, og hvis mellemrum er fyldt med jord. Af figuren fremgår det, hvordan fagedæmningen har til opgave at tilbageholde vand på konstruktionens ene side, således at der kan foretages tørlæggelse på den anden side. Den dobbelte spunsvægsgædæmning kan for eksempel, som det er vist på figur 1.1, benyttes til indfatning for en tørlagt byggegrube, som skal etableres på et vanddækket areal.

De problemer, man ved projektering af en dobbelt spunsvægsgædæmning bliver stillet overfor, kan opdeles i tre hovedgrupper:

- 1) Brudproblemer
- 2) Deformationsproblemer
- 3) Strømningsproblemer



Figur 1.1 Dobbelt spunsvægsgædæmning anvendt som byggegrubeindfatning.



Figur 1.2 a) Brudproblem, b) deformationsproblem og c) strømningsproblem for dobbelt spunsvægsgædæmning.

De tre hovedgrupper af problemer, der iøvrigt er karakteristiske for en hvilken som helst geoteknisk konstruktion, er søgt illustreret på figur 1. 2.

Dæmningens brudproblemer knytter sig - populært udtrykt - til at undersøge "om dæmningen vælter eller går i stykker". Udtrykt geoteknisk undersøger man dæmningens stabilitet. Brudundersøgelsen foregår i brudstadiet, d. v. s. i den tilstand, hvor dæmningen er lige på nippet til at vælte, og kan f. eks. have til hensigt at bestemme, hvor bred dæmningen skal være, for at stabiliteten er i orden.

Dæmningens deformationsproblemer knytter sig - igen populært udtrykt - til at undersøge, "om dæmningen vil komme til at hælde for meget". Ved deformationsundersøgelsen bestemmer man, om de deformationer, dæmningen undergår i brugstilstanden, vil gøre den uegnet til sit formål.

Dæmningens strømningsproblemer knytter sig til undersøgelsen af, hvor stor en vandmængde, der gennem jordlagene under dæmningen kan strømme ind i byggegruben. Hvis en dæmning funderes på meget permeable lag af grus og sten, vil der under dæmningen meget let kunne strømme sådanne vandmængder, at dæmningen i praksis vil være ubrugelig, til trods for at både stabilitets- og deformationsundersøgelsen har givet tilfredsstillende resultat.

Forinden geoteknikeren ved projekteringen af et bygværk kan påbegynde undersøgelsen af de ovenfor skitserede problemstillinger, må der foretages en forundersøgelse. Ved den forundersøgelse vil man i første række koncentrere sig om at skaffe oplysninger om de forskellige jordlags placering i forhold til hinanden. Derpå koncentrerer undersøgelsen om at finde de egenskaber ved jorden, som er af direkte betydning ved behandlingen af de tre hovedgrupper af geotekniske problemer. Disse egenskaber vil i overensstemmelse med de tre hovedgrupper af problemer kunne opdeles på følgende måde:

- 1) Styrkeparametre
- 2) Deformationsparametre
- 3) Strømningsparametre

Ved løsningen af et geoteknisk brud-, deformations- eller strømningsproblem er det selvfølgelig nødvendigt at have kendskab til de tilsvarende styrke-, deformations- eller strømningsparametre. Herudover kræver problemets løsning alene kendskab til det pågældende problems geometriske parametre samt eventuelt til de indgående materialers rumvægte.

Den forsøgsmæssige bestemmelse af en given jordarts styrke-, deformations- og strømningsparametre er relativ kostbar. Som følge heraf be-

tjener man sig ofte ved en geoteknisk forundersøgelse af et væld af andre parametre - de såkaldte klassifikationsegenskaber.

Klassifikationsegenskaberne kan bestemmes relativt billigt ved forsøg, og de kan - anvendt af en erfaren geotekniker - være et yderst værdifuldt hjælpemiddel til en mere eller mindre skønsmæssig vurdering af en given jordarts styrke-, deformations- og strømningsparametre. Det må imidlertid understreges, at bestemmelsen af klassifikationsegenskaberne ikke udgør noget mål i sig selv. Klassifikationsegenskaberne tjener alene til vurdering af de optrædende jordarters styrke-, deformations- og strømningsparametre, i de tilfælde hvor en direkte bestemmelse af disse parametre er fundet for bekostelig.

Den ovenfor foretagne tredeling af de geotekniske problemer må ikke forlede læseren til at tro, at tredelingen kan opretholdes rigoristisk ved problemernes løsning.

Således vil strømningen under ovennævnte dæmning i høj grad have indflydelse på dæmningens stabilitet. Dæmningens deformationer i brugstilstanden kan ændre de geometriske forhold og dermed dens stabilitet, og dæmningens vægt på jordlaget kan med tiden ændre jordens styrke.

1.4 Geoteknikkens arbejdsmetode

Vi kan belyse geoteknikkens arbejdsmetode ved eksempelvis at sammenligne den situation en ingeniør står i, såfremt han skal projektere en stålkonstruktion, med den situation en ingeniør står i, såfremt han skal projektere funderingen for en bropille. For statikeren gælder det, at han på forhånd meget nøje kender sit konstruktionsmateriale: han kan ved meget enkle forsøg finde f.eks. stålets styrkeegenskaber, og han er tilmed selv herre over, om han vil anvende stål med høj eller lav styrke. For geoteknikeren stiller sagen sig betydeligt vanskeligere: han må først ved at foretage borer på byggestedet skaffe sig oplysninger om de underliggende jordlags art, og dernæst må han ved forsøg i laboratoriet skaffe sig oplysninger om jordens geotekniske egenskaber. Ofte vil borerne sammen med forsøgene afsløre, at funderingsforholdene ikke er ens over hele byggeområdet, f.eks. kan det tænkes, at den ene ende af bropillen vil blive funderet på relativt faste jordlag, mens den anden ende vil blive funderet på relativt bløde jordlag med dertil hørende risiko for differenssætninger.

Alt i alt vil vi således indse, at geoteknikeren er i en betydelig vanskeligere situation end statikeren: Den sidstnævnte vil som regel straks kunne begynde at foretage beregning af sit bygværks nødvendige dimensioner, medens den førstnævnte må gennem ofte meget omfattende og kostbare mark- og laboratorieundersøgelser for at finde frem til egenskaberne ved den jord, der indgår i bygværket. Vi kan sammenfattende sige, at hvor problemerne i en stor del af de klassiske bygningsingeniørfag knytter sig til beregningen af et bygværks nødvendige dimensioner, så vil problemerne i geoteknikken knytte sig ikke alene til beregningen af bygværkets nødvendige dimensioner, men tillige i høj grad til bestemmelsen af de parametre, der skal lægges til grund for beregningen.

Af de fremførte betragtninger fremgår det, at den rolle, geoteknikken spiller for faget fundering, er ret forskellig fra eksempelvis den rolle, den anvendte mekanik spiller for faget bærende konstruktioner. Ved dimensioneringen af en stål- eller betonkonstruktion vil den anvendte mekanik således på et tidligt stadium af projekteringen give relativt sikre oplysninger om konstruktionens opførsel. Dette skyldes, at de foretagne beregninger bygger på relativt pålidelige data. I modsætning hertil vil geoteknikken kun give en arbejdshypotese, hvilket skyldes, at kendskabet til de pågældende jordarters egenskaber ofte er ufuldstændigt.

Til trods herfor vil den arbejdshypotese, som geoteknikken kan give os, set fra et praktisk synspunkt, ofte være lige så værdifuld som de teorier, der anvendes indenfor andre af bygningsingeniørens fagområder. Hvis geoteknikeren er opmærksom på de usikkerheder, der er involveret i problemets beregningsforudsætninger, vil han være i stand til at imødesee de forskelle, der måtte opstå mellem virkeligheden og hans egen forestilling om situationen. Kendskabet til disse forskelle gør det muligt for ham på forhånd at planlægge de observationer, som skal gøres under udførelsen af bygværket med henblik på at tilpasse dimensioneringen til de virkelige forhold.

Ved hjælp af den skitserede arbejdsmetode er geoteknikeren uden større risiko i stand til at løse praktiske funderingsproblemer på grundlag af lavere sikkerhedsfaktorer end de, som sædvanligvis anvendes indenfor andre af bygningsingeniørens fagområder - eksempelvis indenfor beregningen af jernbetonkonstruktioner. Som følge heraf kan den praktiske værdi af en grundig geoteknisk viden ikke understreges stærkt nok. Skønt man indenfor geoteknikken kun beskæftiger sig med ideale materialer under ideale geologiske forhold, rummer geoteknikken alligevel nøglen til en fornuftig løsning af de ofte meget komplekse funderingsproblemer.

KAPITEL 2



NOTATER

... (faded text) ...

... (faded text) ...

... (faded text) ...

... (faded text) ...

KAPITEL 2

2. Grundlegende Begriffe

2.1. Instrumente

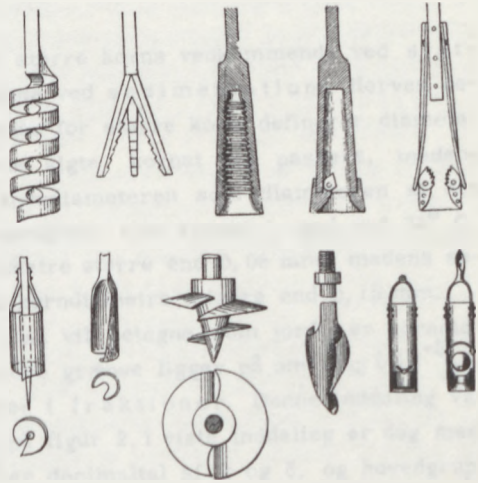
Die folgende Tabelle zeigt die Namen der Instrumente, die in der Tabelle 2.1.1. aufgeführt sind. Die Tabelle ist in zwei Spalten unterteilt. Die linke Spalte enthält die Namen der Instrumente, die die rechte Spalte die Abbildungen der Instrumente. Die Tabelle ist in zwei Spalten unterteilt. Die linke Spalte enthält die Namen der Instrumente, die die rechte Spalte die Abbildungen der Instrumente.

Die Tabelle ist in zwei Spalten unterteilt. Die linke Spalte enthält die Namen der Instrumente, die die rechte Spalte die Abbildungen der Instrumente. Die Tabelle ist in zwei Spalten unterteilt. Die linke Spalte enthält die Namen der Instrumente, die die rechte Spalte die Abbildungen der Instrumente.

2.2. Zeichnung

2.2.1. Grundriss

Die Grundriss-Zeichnung zeigt die Form der Instrumente in der Draufsicht. Die Zeichnung ist in zwei Spalten unterteilt. Die linke Spalte zeigt die Grundriss-Zeichnungen der Instrumente, die die rechte Spalte die Abbildungen der Instrumente. Die Zeichnung ist in zwei Spalten unterteilt. Die linke Spalte zeigt die Grundriss-Zeichnungen der Instrumente, die die rechte Spalte die Abbildungen der Instrumente.



2. Grundlæggende begreber

2.1 Trefasesystemet

Et vilkårligt jordlegeme består maksimalt af tre komponenter: tørstof (korn), vand og luft. Vand- og luftvolumen kaldes tilsammen jordens porevolumen. Dette kan være såvel vandfyldt som vandfrit, og jordlegemet består i så fald kun af to komponenter, hvoraf tørstoffet altid er den ene.

De tre komponenters varierende relative mængde og egenskaber giver sig udtryk i jordarternes forskellige geotekniske egenskaber og skal derfor i det følgende omtales nøjere.

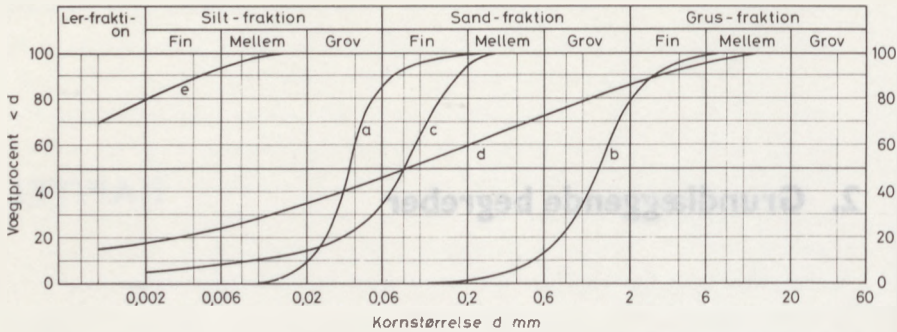
2.2 Jordens korn

KORNSTØRRELSE

Kornstørrelsen bestemmes for større korns vedkommende ved sigtning, for mindre korns vedkommende ved sedimentation. Herved defineres kornets "diameter", idet man for større korn definerer diameteren som maskevidden i den fineste sigte, kornet kan passere, medens man for mindre korn definerer korndiameteren som diameteren af den kugle, der har samme synkningshastighed, som kornet i vand ved 25° C. Sigteanalysen anvendes ved korndiameter større end 0,06 mm, medens sedimentationsanalysen anvendes ved korndiameter mindre end 0,15 mm.

Den øvre grænse for hvad man vil betegne som jord, er korndiameter på 200 mm, medens den nedre grænse ligger på omkring $2 \cdot 10^{-5}$ mm.

Kornene inddeles efter diameter i fraktioner. Denne inddeling varierer landene imellem, men den på figur 2.1 viste inddeling er dog mest udbredt. Fraktionsgrænserne er her decimaltal af 2 og 6, og hovedgrup-



a. Grovsilt, b. Grusholdigt groft sand, c. Finsandrig silt, d. Sandet moræner, e. Siltholdigt, fedt ler

Figur 2.1 Fraktionsinddeling og eksempler på kornkurver.

perne er ler, silt, sand og grus. Korn større end 60 mm kaldes sten.

Kornstørrelsen er f. eks. bestemmende for en jordarts vandgennemtrængelighed, som udtrykkes ved en permeabilitetskoefficient. Desuden har de forskellige fraktioner stærkt varierende styrke- og deformationsegenskaber.

KORNFORM

Kornformen spiller en væsentlig rolle for jordarternes geotekniske egenskaber.

Betragter man korn af silt, sand og grus, har disse for det meste en udstrækning af samme størrelsesorden i alle tre dimensioner. Kornene betegnes efter kanternes udseende som skarpkantede, kantede, afrundede eller runde. Lerkorn derimod er almindeligvis skælformede, undertiden også stavformede eller nåleformede. For lers plasticitet spiller de skælformede korn en afgørende rolle, idet disse består af bestemte mineraler, som medfører, at der virker særlige elektro-kemiske kræfter imellem kornene.

MINERALOGI

De foran nævnte kornformer skyldes de pågældende mineralers krystalformer, som her skal omtales.

De skælformede korns udseende er en følge af lermineralernes lag-gitterstruktur, hvorimod de kompakte større korn består af mineraler med rumgitterstruktur.

De vigtigste lermineraller er glimmer, kaolinit og montmorillonit, som alle danner flade krystaller. Lerminerallerne har evne til at binde kationer til sig og til at udbytte allerede bundne kationer med nye kationer. Der skal ikke her gøres nærmere rede for disse forhold, hvoraf en gennemgang findes hos T. W. Lambe (1953). Glimmer og kaolit har en meget streng krystalstruktur, hvorimod montmorillonit ikke er så bundet af sin krystalform, idet ionbindingerne mellem gitterplanerne for dette mineral er ret svage. Foruden det til kornoverfladen ved adsorption bundne vand kan montmorillonit derfor optage vandmolekyllag mellem krystalfladerne, hvorved jordarten ekspanderer. Dette vil ofte resultere i deformationer, som giver eventuelle bygværker yderst uheldige påvirkninger. Hos alle de ovenfor nævnte mineraler er der tale om laggitterstruktur.

De vigtigste mineraler med rumgitterstruktur er kvarts, kalksten og feldspat.

Den mineralske sammensætning er afgørende for kornmaterialets densitet (massetæthed) ρ_s (kg/m^3) og dermed rumvægt (specifik tyngde) γ_s (kN/m^3), idet man som bekendt har: $\gamma_s = g \cdot \rho_s$, hvor g er tyngdens acceleration. Ofte karakteriseres kornmaterialet i masse- og vægtmæssig henseende ved den relative densitet (eller relative rumvægt):

$$d_s = \frac{\rho_s}{\rho_w} = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} \quad 2.1$$

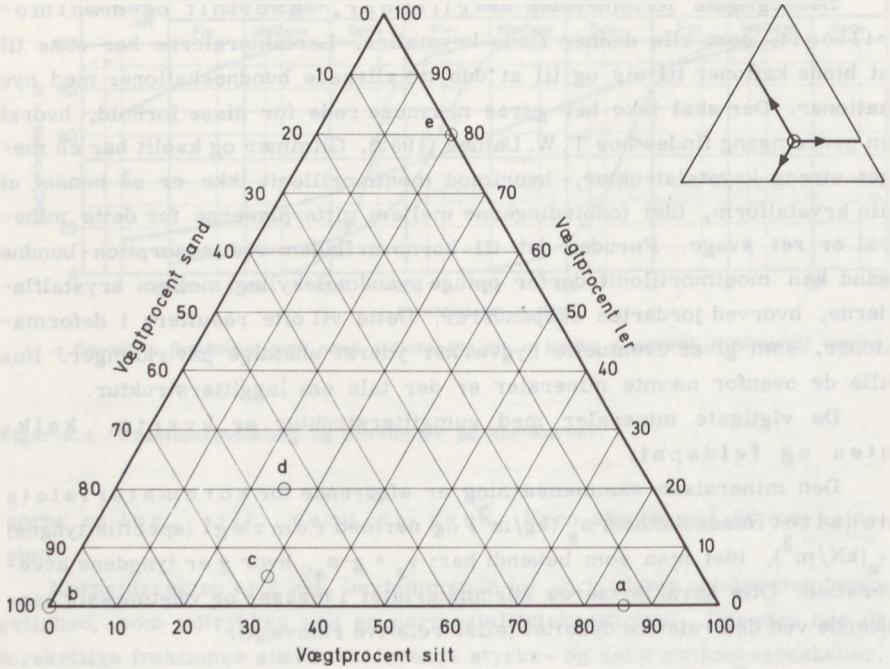
hvor ρ_w og γ_w er referencestoffet vands densitet henholdsvis rumvægt. d_s er således en dimensionsløs størrelse; den bestemmes ved pyknometerforsøg.

Den relative densitet kan for jordarter uden organisk indhold regnes at variere fra 2,65 for rent kvartssand til 2,85 for visse lermineraller. For jordarter indeholdende særlig tunge eller lette mineraler kan d_s antage værdier uden for dette område. Indhold af organisk stof kan reducere d_s helt ned til 1,0.

KORNFORDELING

Ved bestemmelsen af kornstørrelsen ved sigtning og sedimentation findes samtidigt kornenes fordeling i de forskellige fraktioner. To former for grafisk afbildning af kornfordelingen skal omtales her:

Den almindeligste afbildning er kornkurven, som vist på figur 2.1. Ordinaten angiver efter tørvægt, hvor mange procent af kornene, der er mindre end den på abscisseaksen afsatte korndiameter. Kornkurven er altså en sumkurve. Mest hensigtsmæssigt er det at benytte aritmetrisk inddeling af ordinataksen og logaritmisk inddeling af abscisseaksen.



Figur 2.2 Kornfordeling afbildet i trekantdiagram.

For at karakterisere kornkurvens forløb taler man om gradering og sortering. Et talmæssigt udtryk for graderingen haves i uensformighedstallet:

$$U = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad 2.2$$

hvor d_{60} og d_{10} betegner henholdsvis 60%- og 10%-fraktilen. En jordart med $U > 5$ kaldes velgraderet (kurve d på figur 2.1), mens $U < 2,5$ angiver en vel-sorteret jordart (kurve a).

Den anden grafiske afbildning af kornfordelingen, som her skal omtales, er trekantdiagrammet, som er vist på figur 2.2. Der er her anvendt en ligesidet trekant, på hvis sider ler-, silt- og sandfraktionerne er angivet. Ler-, silt- og sandindholdet i jordarten er udtrykt i procent af den totale tørvægt og afsat fra den tilsvarende side i trekanten, hvorved en jordarts kornfordeling afbildes ved et punkt. Diagrammets brug er

illustreret til højre på figur 2.2. De på figur 2.1 viste kornkurver er til sammenligning indtegnet på figur 2.2.

Det er ved den på figur 2.2 viste grafiske afbildning kun muligt at afbilde tre hovedfraktioner som f.eks. ler-, silt- og sandfraktionerne. Ønskes et mere detaljeret billede, kan hver af de valgte tre hovedfraktioner afbildes i selvstændigt trekantdiagram.

Kornkurven og trekantdiagrammet har især værdi for sand- og siltfraktionernes vedkommende, idet det for lerfraktionen gælder, at den mineralogiske opbygning betyder mere end kornstørrelsen for de geotekniske egenskaber.

2.3 Jordens porer

PORETAL OG PORØSITET

Begreberne poretal og porøsitet angiver een og samme egenskab ved jorden, nemlig porevolumenets relative størrelse.

Poretallet e defineres som:

$$e = \frac{\text{porevolumen}}{\text{kornvolumen}}$$

Porøsiteten n defineres som:

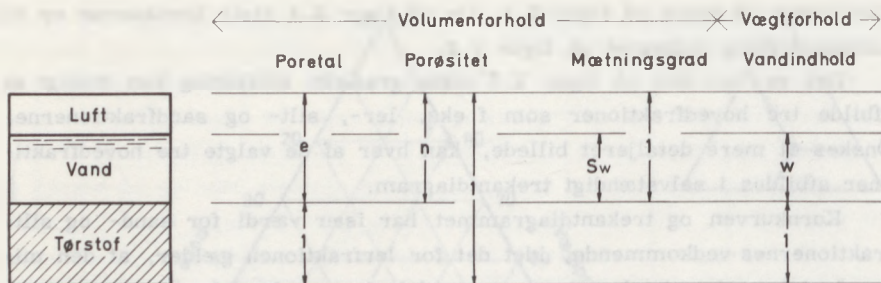
$$n = \frac{\text{porevolumen}}{\text{totalvolumen}}$$

Af figur 2.3, som illustrerer jordens trefasesystem, fås følgende relationer mellem e og n :

$$n = \frac{e}{1 + e} \quad \text{og} \quad e = \frac{n}{1 - n} \quad 2.3$$

Poretallet er det hyppigst angivne karakteristikum af de to. Dette skyldes, at poretallet angiver porevolumen i forhold til kornene, som er den med hensyn til vægt og rumfang konstante bestanddel. Poretallet bestemmes ved vejning af et bestemt volumen af en prøve, som er ovntørret ved 105°C i 24 timer.

Rent sand har som oftest poretal mellem 0,35 og 0,8 for henholdsvis den tætteste og den løseste lejring, mens de fleste lerarter kan have poretal op til 1,5. Iøvrigt kan poretallet variere mellem meget vide grænser, fra ned mod 0,01 for lerskifer, glimmerskifer og gnejs, og op til 10 for meget fede lerarter.



Figur 2.3 Grundlæggende definitioner for trefasesystemet.

Til karakterisering af jordarterne sand og grus har man indført begrebet den relative lejringstæthed, som er defineret ved:

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} \quad 2.4$$

hvor e_{\max} og e_{\min} er poretallet for jordartens mindste henholdsvis største lejringstæthed bestemt ved standardiserede metoder. e_{\max} bestemmes således som poretallet for den lejring, som fremkommer, når det tørrede sand gennem en tragt falder med en bestemt og konstant højde, medens e_{\min} bestemmes som poretallet for den komprimerede lejring, man får, når sandet i en cylinder indstemples efter en standardiseret procedure.

I_D er et tal, som vokser fra 0 til 1, når lejringstætheden varierer fra den løseste til den fasteste.

VANDINDHOLD

Jordens vandindhold defineres som vægtforholdet:

$$w = \frac{\text{vandvægt}}{\text{kornvægt}}$$

og angives i procent.

Ligesom poretallet er vandindholdet en hensigtsmæssig angivelse, idet vandindholdet sætter vandvægten i forhold til den faste bestanddel, kornene, hvis vægt og rumfang ikke ændres hverken ved udtørring eller ved sammentrykning. Vandindholdet beregnes som vægttabet i procent af tørstof ved ovntørring til konstant vægt ved 105°C .

Vandindholdet for naturligt forekommende jordarter kan ligge mellem nul og flere hundrede procent. Herhjemme finder man de største vandindhold i tørv og dynd.

MÆTNINGSGRAD

Som nævnt foran er jordens porer undertiden kun delvis vandfyldte. Man udtrykker dette ved mætningsgraden:

$$S_w = \frac{\text{vandvolumen}}{\text{porevolumen}}$$

Mætningsgraden er altså et tal mellem 0 og 1. Er mætningsgraden lig 1, er jordarten vandmættet.

RUMVÆGT

Ved en jordarts rumvægt forstås vægten pr. rumenhed. Indenfor geoteknikken udtrykkes rumvægten oftest i kN/m^3 .

Rumvægten kan variere fra kun lidt over 10 kN/m^3 for jordarter med stort vandindhold op til 25 kN/m^3 for jordarter med meget små poretal. Kornskelettet er i det sidste tilfælde så kompakt, at rumvægten nærmer sig den rene stenrumvægt.

For nøje at tilkendegive, hvad rumvægten omfatter, benyttes i nærværende lærebog følgende indices, som er almindeligt anerkendte:

- γ betegner generelt jords rumvægt
- γ_d betegner tør jords rumvægt ($S_w = 0$)
- γ_m betegner vandmættet jords rumvægt ($S_w = 1,0$)
- γ_w betegner vands rumvægt
- γ_s betegner kornenes rumvægt
- γ' betegner for vandmættet jord den for opdrift reducerede rumvægt. Denne rumvægt kaldes reduceret rumvægt, og omtales nærmere i kapitel 3.
- $\bar{\gamma}$ betegner rumvægten for jord, korrigeret for en lodret strømning. Denne rumvægt kaldes effektiv rumvægt og omtales nærmere i kapitel 4. Hvis strømning ikke forekommer, er $\bar{\gamma} = \gamma'$.

Vands rumvægt γ_w kan i de fleste problemer indenfor geoteknikken med tilstrækkelig nøjagtighed regnes lig 10 kN/m^3 . Der skal dog gøres opmærksom på, at denne tilnærmelse i det enkelte tilfælde bør vurderes, idet f.eks. et stort saltindhold i vandet let kan forøge rumvægten betydeligt. I

Beregning baseret på poretal			
Fase	Volumen	Rumvægt	Vægt
Luft	$e(1-S_w)$	0	0
Vand	eS_w	γ_w	$eS_w\gamma_w$
Korn	1	$d_s\gamma_w$	$d_s\gamma_w$
Ialt	$1+e$	γ	$(d_s+eS_w)\gamma_w$

Beregning baseret på vandindhold			
Fase	Vægt	Rumvægt	Volumen
Luft	0	0	$\frac{w}{\gamma_w} \frac{1-S_w}{S_w}$
Vand	w	γ_w	$\frac{w}{\gamma_w}$
Korn	1	$d_s\gamma_w$	$\frac{1}{d_s\gamma_w}$
Ialt	$1+w$	γ	$\frac{1}{\gamma_w} \left(\frac{1}{d_s} + \frac{w}{S_w} \right)$

Figur 2.4 Beregning af jords rumvægt.

det følgende regnes $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$. Størrelsen γ_w må aldrig udelades af formler, da den ikke er dimensionsløs.

Undertiden ønsker man at beregne jordens rumvægt på grundlag af de tre fasers volumener og vægte. Til denne beregning er de på figur 2.4 viste skemaer velegnede.

Skemaerne, som er baseret på den grundlæggende relation: Rumvægt \times volumen = vægt, giver en oversigt over de i det foregående indførte definitioner. Går man vandret ind i skemaerne fås relationen: Rumvægt \times volumen = vægt for den enkelte fase. Summeres lodret fås rumvægt, volumen og dette volumens vægt for trefasesystemet jord.

Af skemaerne fås:

$$\gamma = \frac{d_s + eS_w}{1+e} \gamma_w \quad 2.5$$

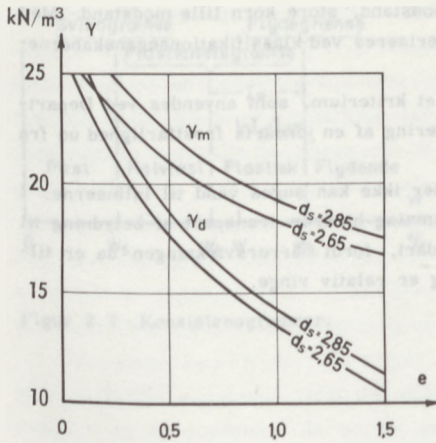
$$\gamma = \frac{(1+w)S_w d_s}{w d_s + S_w} \gamma_w = \frac{1+w}{1+e} d_s \gamma_w \quad 2.6$$

Den sidste omskrivning fås af $eS_w\gamma_w = w d_s \gamma_w$.

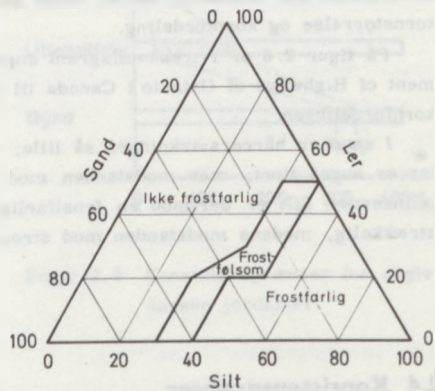
På figur 2.5 er formel 2.5 afbildet for $S_w = 1,0$ og $S_w = 0$ og almindelig forekommende værdier af d_s .

EKSEMPEL 2.1

Klassifikationsegenskaberne fører som foran nævnt ikke direkte til en jordarts styrke-, deformations- og strømningsparametre, men angiver størrelser, hvorefter disse parametre afhænger. Parametrene er i modsætning til klassifikationsegenskaberne de



Figur 2.5 Sammenhængen mellem poretal og rumvægtene γ_m og γ_d .



Figur 2.6 Kriterium for frostfarlighed, D. o. H., Ontario, Canada.

størrelser, som indgår i de endelige geotekniske beregninger. Man kan imidlertid ofte på grundlag af kendskab til klassifikationsegenskaberne udtale sig om størrelsesordenen af de nævnte parametre uden at udføre dyre forsøg.

Som eksempel på en sådan anvendelse af de simple klassifikationsegenskaber skal her omtales forholdene vedrørende en jordarts frostfarlighed.

Når man taler om frostfare i forbindelse med en jordart, tænkes på de skader, jorden ved sine af nedfrysning forårsagede deformationer kan påføre et bygværk: Dels kan der ske hævnng af fundamenter og vejbelægninger ved frysningen, dels kan jorden opblødes ved optøningen. Frostfaren hidrører først og fremmest fra tendensen til dannelse af islinser i jordlegemet. Det skadevoldende herved er ikke blot vandets volumenforøgelse under isdannelse, men især islinsernes evne til på uklarlagt vis at suge vand til sig og herved vokse til flere centimeters tykkelse.

For at frostfare kan opstå, må den pågældende jordart have vand i sine porer samt være beliggende i mindre dybde under jordoverfladen end 1,2 m, som herhjemme er frostens største nedtrængningsdybde. Er disse omstændigheder opfyldt, vil faren alene afhænge af jordartens opbygning.

De egenskaber, som her kommer på tale, angår kornskelettets evne til at transportere vand til islinsernes forøgelse. Hårrørvirkning i jordskelettets porer befordrer vandets transport op mod islinserne, medens jordskelettets modstand mod strømmende vand vil hæmme vandets transport.

Hårrørvirkningen afhænger af porernes størrelse, som igen afhænger af kornstørrelsen. Små korn giver stor hårrørvirkning, medens store korn giver lille virkning. Modstanden mod strømmende vand afhænger også af porernes størrelse og der-

med af kornstørrelsen. Små korn giver stor modstand, store korn lille modstand. Med tilnærmelse kan frostfaren derfor alene karakteriseres ved klassifikationsegenskaberne: kornstørrelse og kornfordeling.

På figur 2.6 er i trekantdiagram angivet et kriterium, som anvendes ved Department of Highways of Ontario i Canada til vurdering af en jordarts frostfarlighed ud fra kornfordelingen.

I sand er hårrørvirkningen så lille, at der ikke kan suges vand til islinserne. I ler er suget stort, men modstanden mod strømning hindrer transport af betydning til islinserne. Silt er derimod en frostfarlig jordart, fordi hårrørvirkningen da er tilstrækkelig, medens modstanden mod strømning er relativ ringe.

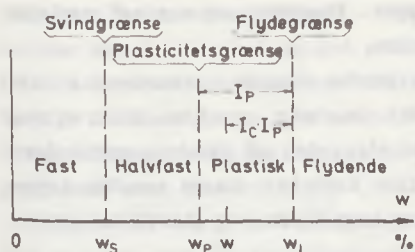
2.4 Konsistensgrænser

For sand og grus kan man, som tidligere omtalt, angive en lejrings relative tæthed. For ler og silt kan dette imidlertid ikke gøres entydigt, og man benytter derfor her vandindholdet til at karakterisere tilstanden. I det følgende skal omtales de for en lerart karakteristiske værdier af vandindholdet.

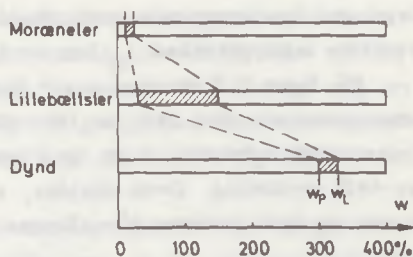
Når en lerart aflejres i naturen, fås til begyndelse en meget vandrig masse. Hvis leret forstyrres i denne tilstand, vil det meget let blive flydende. Efterhånden som lagtykkelsen tiltager, bliver lerarten mere kompakt og mister sin evne til at flyde, idet en del af vandet presses ud. Denne vandudpresning hidrører fra en konsolideringsproces, som er forårsaget af vægten af det overliggende ler. Ved et vist vandindhold, flydegrænsen w_L overgår leret fra flydende til plastisk konsistens. Denne tilstand er karakteristisk derved, at leret ved tryk deformeres og fastholder den deformerede tilstand, når trykket fjernes.

Ved yderligere vandudpresning forårsaget af belastning eller ved fordampning vil vandindholdet igen formindskes, og lerets formbarhed bliver større, indtil det ved plasticitetsgrænsen w_P går over fra plastisk til halvfast konsistens. Ved vandindhold under plasticitetsgrænsen kan leret let sprække, og det er normalt lige under plasticitetsgrænsen vandmættet og mørkegråt eller -brunt.

Ved fortsat reduktion af vandindholdet nås svindgrænsen w_S . For ler, hvis vandindhold ligger på eller under svindgrænsen, vil en eventuel reduktion af vandindholdet ikke medføre nogen yderligere volumenreduktion, idet porerne efterhånden tømmes for vand, mens leret skifter farve til lysegråt eller -brunt. Under svindgrænsen kan leret anses for at være



Figur 2.7 Konsistensgrænser.



Figur 2.8 Konsistensgrænser for nogle danske jordarter.

et fast stof. Er fordampningen maksimal, har man til sidst kun det hygroskopisk bundne vand langs kornenes overflader tilbage.

Flyde- og plasticitetsgrænserne er vigtige karakteristika for en lerart. De defineres i praksis ved standardiserede laboratorieforsøg. Flydegrænsen bestemmes således efter en procedure, der er indført af A. Casagrande (1932), ifølge hvilken leret anbringes i en skål, hvorefter der med en særlig spatel laves en 8 mm dyb fure i leret. Skålen gives nu en række slag ved fald fra 10 mm højde, og man definerer flydegrænsen som det vandindhold, leret netop skal have, for at 12 mm af furen lukker sig, når skålen gives ialt 25 slag. Plasticitetsgrænsen, som også benævnes udrulningsgrænsen, defineres som det vandindhold, hvor jordarten med hånden netop lader sig udrulle til 3 mm tykke tråde uden at knække.

De forskellige konsistensgrænser er illustreret på figur 2.7. Differencen $w_L - w_P$ kaldes plasticitetsindekset I_P . Plasticitetsindekset er 0 for alle sandjordarter, forsvindende lille for grovsilt og kun nogle få procent for finsilt. Derimod ligger det over 8% selv i meget sandet ler og over 100% i vore fedeste lerarter.

Som betegnelse for jordens relative vandindhold har man indført konsistensindekset:

$$I_C = \frac{w_L - w}{I_P}$$

2.7

Konsistensindekset er bl. a. et udtryk for jordens styrke- og deformationsegenskaber, idet disse afhænger af, hvor i intervallet $w_P - w_L$ det i

lejringen forekommende vandindhold w ligger. Begrebet er analogt med den relative lejringsstæthed I_D for sandjordarter.

På figur 2.8 er vist nogle karakteristiske danske jordarters konsistensgrænser. Det ses, at ikke alene det plastiske områdes udstrækning (plasticitetsindekset), men også områdets placering på vandprocentsskalaen er vidt forskellig. Dette skyldes, at de fine korn har størst vandbindings-eвне, og fede lerarter får således relativt høje flyde- og plasticitetsgrænser.

2.5 Jordartsbeskrivelse

De i det foregående definerede egenskaber vedrørende jordens mikrostruktur lader sig alle bestemme talmæssigt ved simple laboratorieforsøg. Imidlertid kan man med den geotekniske viden, man i dag er i besiddelse af, ikke af disse grundlæggende egenskaber aflede de for den praktiske geoteknik vigtige styrke-, deformations- og strømningsparametre. For at få tilstrækkelig gode oplysninger om disse parametre må man ofte ty til dyre forsøgsmetoder, som kun er aktuelle i forbindelse med opførelsen af store bygværker.

I forbindelse med opførelsen af mindre bygværker må man i stedet for ty til simple forsøg og iagttagelser og ad den vej søge at nå frem til en kvalitativ beskrivelse af en jordarts egenskaber. De begreber, som må omtales, for at man kan give denne beskrivelse, er følgende:

- 1) Kornstørrelser
- 2) Farve og lugt
- 3) Inhomogenitet
- 4) Jordartsbetegnelser

KORNSTØRRELSER

Den bedste bestemmelse af kornkurven fås som tidligere omtalt ved sigtning og opslemning, men ofte har man brug for at danne sig et indtryk af kornstørrelserne uden først at behøve at udføre forsøg.

Sten-, grus- og sandfraktionerne kan skelnes med det blotte øje og tydeligt føles med fingrene. Det fineste sand føles mellem tænderne som en knasen.

Grovsilt har karakter af pudder eller mel; den er fløjlslødg og knaser ganske let mellem tænderne. Den besidder kun i nogen grad den

såkaldte "harmonikastruktur", som viser sig, ved at en pølse af vådt materiale kan trækkes ud og ind som en blød elastik. Denne struktur opstår, fordi adhæsionen mellem kornene er ringe, og vandet kan bevæge sig ret hurtigt i siltens porer. Et andet kendetegn er grovsiltens karakter af støv i tør tilstand. Således tørrer våd grovsilt på hånden hurtigt og kan let gnides af som støvfrit mel.

Finsilt har i mere udpræget grad samtlige grovsiltens egenskaber. For den særegne "harmonikastruktur" gælder her, at det ved sammentrykning varer noget, inden vandet fremtræder på overfladen, og finsilten beholder indtil da sin karakteristiske matte kulør.

Den rene lerfraktion udgør i tør tilstand en hård masse, som vanskeligt lader sig ridse med en negl. Den har i fugtig tilstand blankt skærebred og er formbar og meget klæbende. Harmonikastruktur eksisterer ikke, og fraktionen er i det hele let at kende.

FARVE OG LUGT

For den kvalitative bedømmelse af jordarter er endvidere farve og lugt af betydning.

De jordarter, der indeholder organisk stof, er oftest brune, sortgrå eller sorte. Forvitrede jordarter er grågule, gul- eller rødbrune. I daglig tale kaldes forvitret ler ofte røddler og uforvitret ler blåler.

Overlejres en jordart af dynd, bliver dens farve særpræget grønlig-grå, og jordarten kan let forveksles med uforvitret jord, som har næsten samme grå farve. Stort kalkindhold giver jordarten en hvidgrå farve.

Tør v og dynd har stort indhold af organisk stof. Sådanne jordarter er lettere end normalt, og er for geoteknikken farlige jordarter, idet et endog ringe indhold af organisk stof har stor indflydelse på en jordarts egenskaber. Til denne farlige jordartsklasse hører også jordarter, som indeholder gytje. Denne substans, som hovedsagelig består af mikroorganismers ekskrementer, har ikke altid dyndets farve og lugt, men giver jordarten en lignende, lav rumvægt.

INHOMOGENITETER

For en jordarts geotekniske egenskaber er graden af homogenitet af stor betydning, idet den afgør, om man kan regne de karakteristika, man iøvrigt har fundet frem til, for repræsentative for den pågældende jordart.

De faktorer, som gør jorden inhomogen, er indhold af fremmede bestanddele, revner og sprækker samt lagdeling.

Indhold af skaller og planterester er ofte udtryk for, at jordarten er ganske ung d. v. s. næppe tidligere overlejret eller på anden måde belastet, hvilket, som vi senere skal se, er af stor betydning for jordens deformations- og styrkeegenskaber.

Med hensyn til stenindhold stammer kalk og flint fra de danske kalkaflejringer, kvarts og glimmer fra den danske tertiære dybgrund, hvorimod granit, gnejs og andre skandinaviske bjergarter er transporteret hertil af isen. De nævnte indhold er derfor tegn på, at lagene stammer fra istiden eller tiden derefter.

Revner og sprækker er endvidere afgørende for jordens styrke, idet brud efter disse linier let opstår.

Konstatering af eventuelle laggrænser er vigtig, fordi de geotekniske egenskaber kan ændres brat ved en laggrænse.

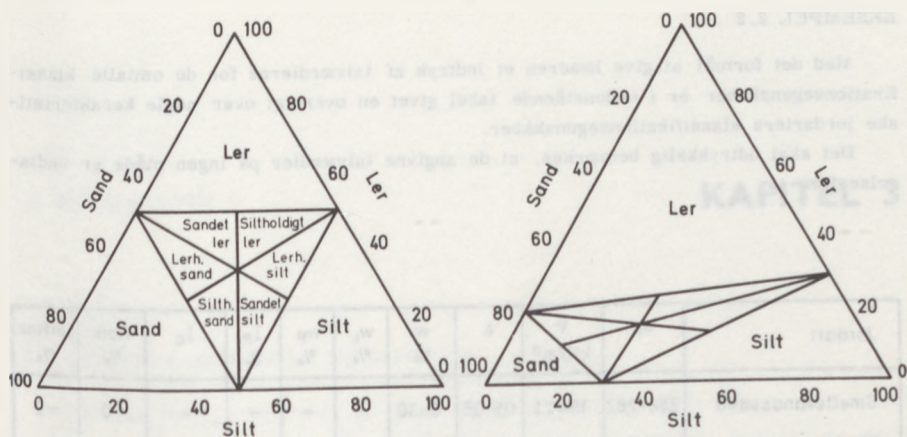
Når talen er om inhomogenitet, må også omtales det særlige fænomen, der betegnes som "sprækket ler". Dette er ler fra Tertiær-tiden, som i tidens løb har udviklet visse brudflader - såkaldte sprækker - som har større vandindhold og dermed mindre styrke end den øvrige lersubstans. Fænomenet forekommer i septarieler og lillebæltler og vil blive nærmere omtalt i afsnit 8. 5.

Da der i jord altid er tale om korn af forskellig størrelse, er begrebet homogenitet naturligvis relativt. Således vil man betegne moræneler indeholdende alle fraktioner fra sten til ler som inhomogent, med mindre de enkelte fraktioner er ganske jævnt fordelt, i hvilket tilfælde man må kalde lejringen homogen.

JORDARTSBETEGNELSER

Ved enhver jordartsbedømmelse må man frem for alt huske på, at selv den bedst sorterede aflejring aldrig har alle sine korn liggende indenfor een fraktion. Dertil kommer, at lerfraktionen har større betydning for jordartens geotekniske egenskaber end det procentvise lerindhold angiver. Endvidere kan lerfraktionens kornfordeling ikke bestemmes af kornkurven, som kun angiver den samlede fraktion af korn mindre end 0,002 mm, hvilket medfører, at samme lerprocent kan give jordarten vidt forskellige fysiske egenskaber.

Det er bl. a. af sidstnævnte grund, at man ikke kan fastsætte grænsen mellem sand- og lerjordarter ved en bestemt lerprocent. Man har derfor valgt at lade formbarheden (plasticiteten) hos den fugtige jordart være afgørende for betegnelsen, idet man vil kalde jordarten for ler, såfremt den er formbar indenfor et vist vandprocentom-



Figur 2.9 Teoretisk og realistisk skitseret inddeling i jordartsbetegnelser.

råde. Dette område varierer meget i omfang og beliggenhed på vandprocentsskalaen fra magre til fede lerarter, hvilket bl. a. fremgår af figur 2.8.

Man vil således betegne en jordart med kun 15% lerfraktion og 50% sandfraktion som en lerart (sandet moræneler), da den vil være i besiddelse af den nævnte formbarhed.

På lignende måde vil en jordart indeholdende 65% af fraktionen fint sand og kun 30% siltfraktion være at benævne silt, da den har udpræget harmonikastruktur.

Andre jordartsbetegnelser som leret grus og siltholdigt sand forklarer sig selv, men det må fremhæves, at det ofte kan være vanskeligt at afgøre, om man f.eks. skal kalde en prøve meget sandet moræneler eller lerrigt morænesand. Især for moræneaflejringer (flade kornkurver) kan det være vanskeligt at angive den rigtige betegnelse, og det må igen erindres, at jo mere finkornet en fraktion er, jo mindre behøver dens procenttal at være for at influere på jordens egenskaber.

Dette forhold er yderligere illustreret på figur 2.9, hvor trekantdiagrammet fra figur 2.2 er taget i anvendelse til angivelse af de forskellige jordartsbetegnelser. Til venstre er vist en inddeling af diagrammet efter det teoretiske princip, at den rigest repræsenterede fraktion navngiver jordarten. Til højre er derimod skitseret en inddeling, som stemmer overens med de betegnelser, man i realiteten vil benytte; jævnfør de omtalte eksempler på ler- og siltjorder.

EKSEMPEL 2.2

Med det formål at give læseren et indtryk af talværdierne for de omtalte klassifikationsegenskaber er i nedenstående tabel givet en oversigt over nogle karakteristiske jordarters klassifikationsegenskaber.

Det skal udtrykkelig bemærkes, at de angivne talværdier på ingen måde er undtagelsesfri.

Jordart	d_s	γ kN/m ³	e	w %	w_L %	w_P %	I_P %	I_C	Kalk %	Lerfrak. %
Smeltevandssand	2,64-2,67	18-21	0,5-0,8	0-30	-	-	-	-	~0	~0
Morænesand	2,65-2,7	22-23	0,2-0,4	0-15	-	-	-	-	0-25	<10-15
Færøsk basaltsand	3,0-3,5	21-27	0,5-0,8	0-25	-	-	-	-	~0	~0
Moræneler	2,67-2,73	21-23	0,3-0,5	10-16	16-27	10-14	6-13	0,6-1,3	10-20*	20-25
Smeltevandsler	2,67-2,73	20-22	0,5-0,7	17-25	23-35	12-18	11-17	0,7-1,1		20-30
Yoldialer	2,7-2,75	19-20	0,8-1,0	28-30	45-65	20-25	25-40	0,6-0,8		30-70
Septarieler	2,75-2,85	19-19,5	1,0-1,2	34-44	70-110	20-40	50-70	0,95-1,05	10-40	60-80
Lillebæltsler	2,78-2,82	18-19	1,1-1,3	35-45	80-300	38-48	40-250	0,95-1,05	0-30	70-90
Norsk kvikler	2,65-2,75	18-19,5	1,0-1,3	32-45	21-35	16-22	5-13	+2--1		40-65
Dynd	1,3-2,5	10-15	1-8	50-300	-	-	-	-	-	0-30
Skrivekridt	2,69-2,72	19-20	0,8-1,0	25-37	-	-	-	-	97-100	~0

* Kalkmoræne dog < 60%

Litteratur

REFERENCER

- Casagrande, A. (1932): Research on the Atterberg Limits of Soils, Public Roads, Vol. 13, No. 8, Oct. 1932.
- Lambe, T.W. (1953): The Structure of Inorganic Soil, Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., Oct. 1953, Paper 315.

2.1. Etiskele spændinger og pres

Etiskele spændinger og pres er de kræfter, som opstår i et legeme, når det er udsat for ydre kræfter. Disse kræfter kan være tyngdekraften, som virker nedad, og reaktionskræfterne, som virker opad. Etiskele spændinger og pres er vigtige i forbindelse med konstruktion af bygninger og andre konstruktioner, da de kan påvirke konstruktionens styrke og stabilitet.

Etiskele spændinger og pres kan beregnes ved hjælp af Newtons love og de love, der gælder for væsker og gasser. I forbindelse med konstruktion af bygninger og andre konstruktioner er det vigtigt at tage hensyn til etiskele spændinger og pres, da de kan påvirke konstruktionens styrke og stabilitet. Etiskele spændinger og pres kan også påvirke konstruktionens udseende og funktion.

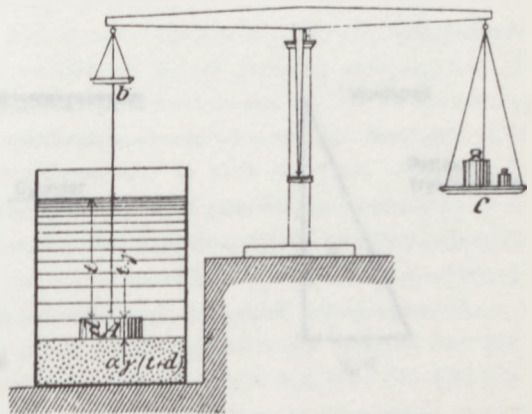


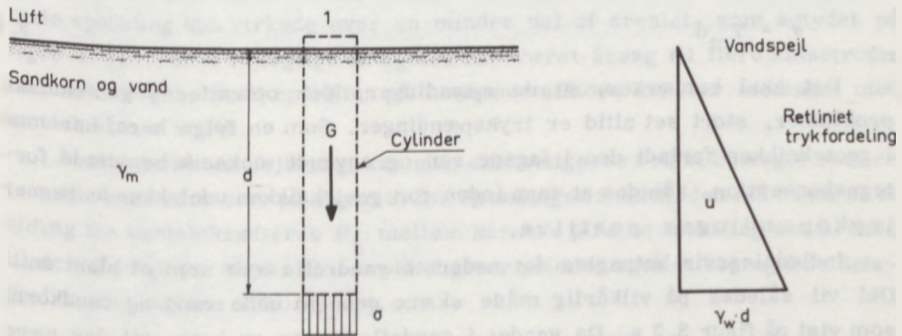
Fig. 1. Etiskele spændinger og pres i væsker og gasser.

3. Geostatik

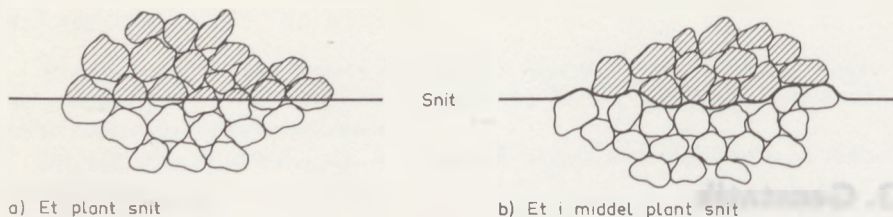
3.1 Effektive spændinger og poretryk

Geostatikken omfatter de dele af geoteknikken, som behandler jords evne til at optage kræfter fra bygværker. For geostatiske problemer spiller spændingsbegrebet en væsentlig rolle - ligesom inden for al anden statik. Da jord ikke er et homogent materiale, kræves en særlig behandling af begrebet spænding for at få forståelsen af de specielle egenskaber, som er karakteristiske for jord.

Lad os betragte en sandaflejring af uendelig vandret udstrækning, som vist på figur 3.1. Vandspejlet er sammenfaldende med overfladen af det vandmættede sand, og den gennemsnitlige rumvægt af sand-vand-blandingen er overalt γ_m . I denne aflejring lægges et snit, hvis lodrette begrænsning er en cylinder med tværsnitsarealet 1. Øverste vandrette snitflade ligger over jordoverfladen, medens nederste vandrette snitflade ligger dybden d under overfladen. Kræfterne på denne cylinder skal være i ligevægt.



Figur 3.1 Snit i aflejring af uendelig vandret udstrækning.



Figur 3.2 Vandrette snit i jordmasse.

I øverste snitflade virker et tryk svarende til vægten af den overliggende atmosfære; men i geotekniske beregninger - ligesom i hydrauliske beregninger - regnes atmosfæretrykket lig nul, og alle andre tryk eller spændinger måles herudfra. Sandaflejringen er af uendelig vandret udstrækning, og denne symmetri medfører, at summen af alle de kræfter, der virker på cylinderens lodrette begrænsning, er nul. Tilsammen påvirkes alt indenfor snittet af tyngdekraften:

$$G = \gamma_m d \cdot l$$

Til at holde ligevægt hermed forekommer kun kræfterne i det nederste vandrette snit. Disse kan opfattes som en jævnt fordelt spænding σ over arealet. Denne spænding, som kaldes den totale spænding, er defineret ved:

$$G = \sigma \cdot l$$

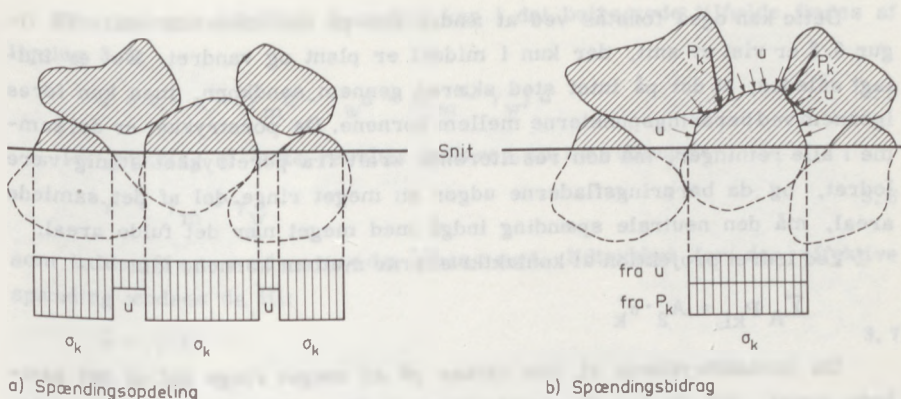
hvoraf fås:

$$\sigma = \gamma_m d$$

3.1

Det skal bemærkes, at de spændinger, der optræder i geotekniske problemer, stort set altid er trykspændinger. Som en følge heraf har man i geoteknikken forladt den i fagene ren og anvendt mekanik benyttede fortegnskonvention, således at man inden for geoteknikken udelukkende regner trykspændinger positive.

Indledningsvis betragtes det nederste vandrette snit som et plant snit. Det vil således på vilkårlig måde skære gennem både vand og sandkorn, som vist på figur 3.2 a. Da vandet i sandaflejringen er i ro, vil der være lineær sammenhæng mellem vandtryk u , som i geoteknikken benævnes den



a) Spændingsopdeling

b) Spændingsbidrag

Figur 3.3 Spændinger i et kornmateriale.

neutrale spænding eller poretrykket, og dybden d under vandspejlet:

$$u = \gamma_w d \tag{3.2}$$

Man kunne fristes til at opdele den totale spænding i et vandtryk u og et tryk σ_k i eller mellem kornene, som illustreret på figur 3.3a:

$$1 \cdot \sigma = A_1 u + A_2 \sigma_k \tag{3.3}$$

hvor A_1 og A_2 er de delarealer, hvorover henholdsvis u og σ_k virker ($A_1 + A_2 = 1$). Spørgsmålet er nu, hvor store disse delarealer er, og herover gerådede de lærde i hidsig debat for årtier tilbage. Hæfter man sig ved, at snittet er plant, kunne man fristes til at tro, at den neutrale spænding kun virkede over en mindre del af arealet, som antydnet på figur 3.3a. Denne fejlagtige antagelse har været årsag til flere katastrofer med dæmninger, fordi opdriften på fundamentsfladen kun var medtaget med en del af sin værdi.

At antagelsen er fejlagtig, kan man anskueliggøre ved at betragte et korn i snitfladen, som vist på figur 3.3b. Spændingen i snitfladen må bestå af et bidrag fra kontaktkræfterne P_k mellem kornene plus en spænding u svarende til det alsidige poretryk. Poretrykket giver således også et bidrag i de delarealer, der dækkes af korn, d. v. s.

$$1 \cdot \sigma = (A_1 + A_2) u + A_2 \sigma_k$$

Dette kan også forstås ved at ændre lidt på det vandrette snit. På figur 3.2 er vist et snit, der kun i middel er plant og vandret. Det er indlagt således, at det på intet sted skærer gennem sandkorn, men kun føres igennem ved berøringspunkterne mellem kornene. Da poretrykket er det samme i alle retninger, må den resulterende kraft fra poretrykket stadig være lodret, og da berøringsfladerne udgør en meget ringe del af det samlede areal, må den neutrale spænding indgå med meget nær det fulde areal.

Ved lodret projektion af kontaktkræfterne mellem kornene fås:

$$\sum_A P_{kL} = A_2 \cdot \sigma'_k$$

Da kontaktrykkene σ'_k kun virker på en meget ringe del af det samlede areal, må de antage meget store værdier. Kontaktareal og kontaktryk er begreber, som det har vist sig meget upraktisk at arbejde med. Forudsættes kornene små i forhold til udsnittets areal, vil antallet af berøringspunkter være meget stort, hvorfor man kan opfatte alle kontaktrykkene som en jævnt fordelt spænding $\bar{\sigma}$ over hele arealet. Denne spænding, som kaldes den effektive spænding, er defineret ved:

$$A_2 \sigma'_k = 1 \cdot \bar{\sigma}$$

og ligning 3.3 kan da skrives:

$$\sigma = u + \bar{\sigma}$$

3. 4

eller udtrykt med ord: Den totale spænding er lig summen af den neutrale og den effektive spænding.

Det kan måske undre, at denne relation skulle være så fundamental, når det betænkes, at to af leddene (σ og u) let kan beregnes (ligningerne 3.1 og 3.2), samt at det sidste led ($\bar{\sigma}$) er en abstrakt størrelse. Relationens fundamentale betydning skyldes imidlertid, at den effektive spænding er af største betydning for såvel jordens styrke som for dens deformationer. Dette er eftervist både ved forsøg og i praksis.

I ovenstående er udelukkende benyttet en mekanisk model, nemlig sandkorn, der alene påvirker hinanden i berøringsfladerne. Denne model strækker ikke til, når der er tale om de meget små korn, hvoraf ler er opbygget. I ler overføres kræfter ikke alene ved berøring, men også ved massetiltrækning, elektrisk frastødning og flere andre måder, hvis natur i det væsentlige er ukendt idag. Til trods herfor har det i praksis vist sig, at ligning 3.4 også gælder for ler.

Den lodrette effektive spænding kan i det betragtede tilfælde findes af ligning 3.4:

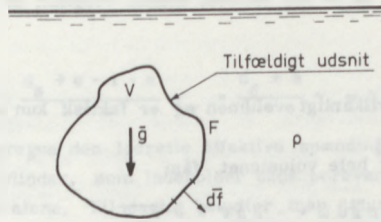
$$\bar{\sigma} = \sigma - u = \gamma_m d - \gamma_w d = (\gamma_m - \gamma_w) d \quad 3.5$$

På grundlag af dette resultat indføres en ny rumvægt:

$$\gamma' = \gamma_m - \gamma_w \quad 3.6$$

som kaldes den reducerede rumvægt. Udtrykket for den effektive spænding ændres da til:

$$\bar{\sigma} = \gamma' d \quad 3.7$$



Figur 3.4 Tilfældigt udsnit i vandmasse.

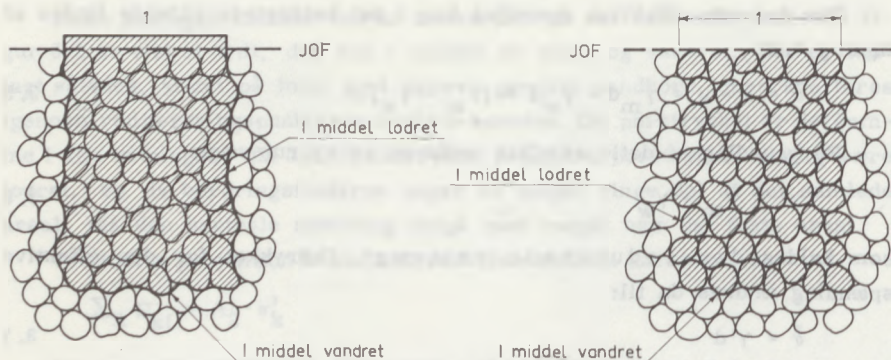
Ovenfor er den reducerede rumvægt indført som en ren beregningsmæssig størrelse. Det er imidlertid muligt at udlede denne størrelse selvstændigt, hvilket illustrerer både dens fysiske berettigelse og dens navn, som kan fortolkes som den for opdrift reducerede rumvægt.

Vi betragter et vilkårligt volumen af en stillestående vandmasse i jordens tyngdefelt, som vist på figur 3.4. Ligevægtsligningen for dette volumen kan skrives:

$$-\int_F u \, d\vec{f} + \int_V \rho \, \bar{g} \, d\omega = 0 \quad 3.8$$

hvor

- u er trykket på et lille fladeelement,
- $d\vec{f}$ er en vektor, der udtrykker det lille fladeelements størrelse ($d\vec{f}$ defineres positivt væk fra fladen F , ligesom i hydraulikken),
- F er hele volumenets overflade,
- ρ er densiteten af vandet,
- \bar{g} er tyngdens acceleration
- $d\omega$ er et lille volumen og
- V er volumenet.



Figur 3.5 Ligevægt af jordskelettet alene.

Ligningen gælder for et vilkårligt volumen og er faktisk kun en kompliceret måde at skrive Archimedes' lov på.

Da \bar{g} er konstant over hele volumenet, fås:

$$\int_F u (-d\vec{f}) = - \int_V \rho \bar{g} d\omega = - \rho \bar{g} V = - \bar{\gamma}_w V \quad 3.9$$

Ligningen siger da, at man kan erstatte summen af alle tryk på overfladen med en opadrettet kraft, hvis størrelse uanset volumenets form er $\bar{\gamma}_w V$.

I stedet for som før at betragte ligevægten af en cylinder, hvori både porevandet og sandkornene er indeholdt, og hvor man derfor anvender den gennemsnitlige rumvægt γ_m , kan man betragte ligevægten af jordskelettet alene. Dette er illustreret på figur 3.5. Til venstre ses den tidligere omtalte cylinder, som indeholder både sandkorn og vand. Til højre er med skravering angivet, hvad der ligger indenfor det nu betragtede volumen - nemlig jordskelettet. Det nye snit følger sandkornenes overflade og går fra korn til korn i berøringspunkterne. Også dette volumen skal være i ligevægt. Udsnittet påvirkes af følgende kræfter:

$$\text{Tyngdekraften} : d_s \gamma_w V$$

hvor V er volumenet af jordskelettet alene,

$$\text{Vandtrykket} : \int_F u d\vec{f}$$

som påvirker samtlige sandkorn på overfladen, samt

$$\text{Kontakttrykket} : A_2 \sigma'_k$$

som er kontakttrykket mellem skraverede og ikke-skraverede korn, idet kontakttrykket mellem skraverede korn er indre kræfter i udsnittet.

Som før medfører symmetrien, at resultanten af kræfterne på snittets lodrette begrænsning er nul.

I lodret projektion bliver ligevægtsligningen:

$$d_s \gamma_w V - \int_F udf_1 - A_2 \sigma_k' = 0 \quad 3.10$$

Andet led kan ifølge Archimedes' lov erstattes med $\gamma_w V$, medens tredje led kan opfattes som en jævnt fordelt effektiv spænding $\bar{\sigma}$. Man får da:

$$d_s \gamma_w V - \gamma_w V - 1 \cdot \bar{\sigma} = 0 \quad 3.11$$

Volumenet af jordskelettet er:

$$V = \frac{1}{1+e} 1 \cdot d$$

og 3.11 kan da skrives:

$$\bar{\sigma} = \frac{d_s - 1}{1+e} \gamma_w d$$

hvilket er identisk med de tidligere fundne formler for $\bar{\sigma}$ og γ' :

$$\bar{\sigma} = \gamma' d$$

$$\gamma' = \frac{d_s - 1}{1+e} \gamma_w = \frac{d_s + e - 1 - e}{1+e} \gamma_w = \frac{d_s + e}{1+e} \gamma_w - \gamma_w = \gamma_m - \gamma_w$$

Man kan således beregne den lodrette effektive spænding i jorden ved at betragte ligevægten af enten en cylinder, som indeholder både porevandet og sandkorn, eller ved at betragte jordskelettet alene. Til daglig benytter man naturligvis ikke disse komplerede betragtningmåder, men benytter enten ligning 3.4 direkte eller bruger γ' som en ren regnestørrelse. I tilfælde, hvor det er vanskeligt at få oversigt over spændingsforholdene i jorden, vil man dog med fordel kunne vende tilbage til disse mere fundamentale betragtningmåder.

Det er i det foregående forudsat, at grundvandspejlet er sammenfaldende med jordoverfladen. Hvis vandspejlet står højere end jordoverfladen, som vist på figur 3.6, kan man anlægge helt analoge betragtninger.

Anvendes ligning 3.4 fås således:

Den totale spænding $\sigma = \gamma_w d_1 + \gamma_m d$

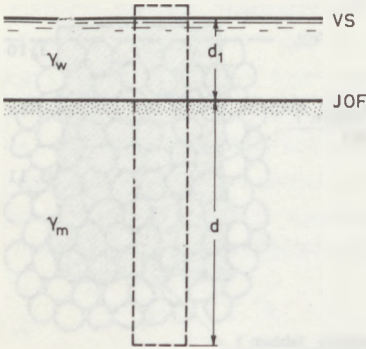
Den neutrale spænding $u = \frac{\gamma_w (d_1 + d)}$

Den effektive spænding $\bar{\sigma} = \sigma - u$

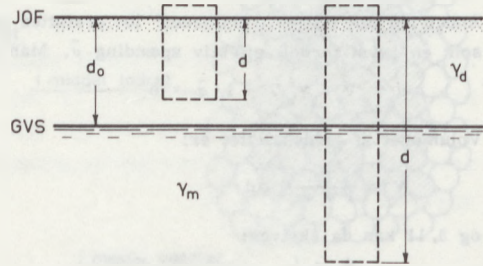
Benyttes den reducerede rumvægt, fås direkte:

$$\bar{\sigma} = \gamma' d$$

Resultatet er identisk med 3.5 og 3.7, hvilket viser, at vandstandsændringer over jordoverfladen ikke ændrer den effektive spænding i jorden. Dette gælder derimod ikke for vandstandsændringer, hvor vandspejlet ligger under jordoverfladen.



Figur 3.6 Vandspejl over jordoverfladen.



Figur 3.7 Tør jord over grundvandspejlet.

Lad os dernæst forudsætte, at jorden over vandspejlet er helt fri for vand. Det er da klart, at jorden over et vist snit, se figur 3.7, bæres alene af kontaktrykket mellem kornene. Med bibeholdelse af definitionen for effektiv spænding giver dette:

$$\sigma = \bar{\sigma} = \gamma_d d \quad d < d_0$$

hvor γ_d er jordens tørre rumvægt.

Forlænges snittet under vandspejlet, vil ligning 3.4 give:

$$\text{Den totale spænding} \quad \sigma = \gamma_d d_0 + \gamma_m (d - d_0)$$

$$\text{Den neutrale spænding} \quad u = \frac{\gamma_w (d - d_0)}{1}$$

$$\text{Den effektive spænding} \quad \bar{\sigma} = \sigma - u$$

medens anvendelse af den reducerede rumvægt direkte giver:

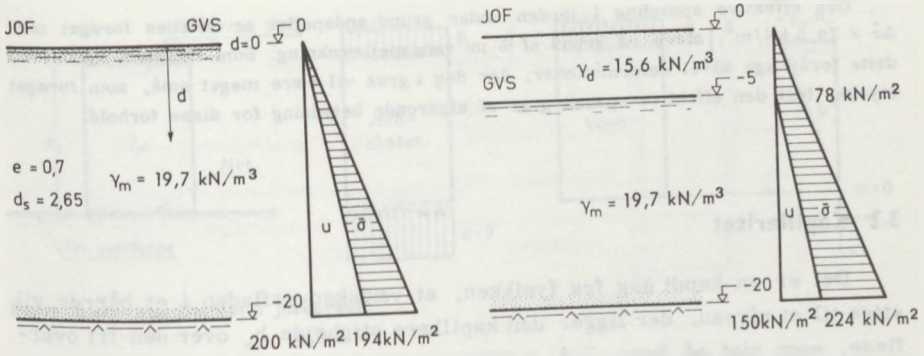
$$\bar{\sigma} = \gamma_d d_0 + \gamma' (d - d_0) \quad d > d_0$$

EKSEMPEL 3.1

Til venstre på figur 3.8 er vist en grusaflejring på klippe. Den relative densitet er $d_g = 2,65$ og poretallet er $e = 0,70$. Grundvandspejlet er sammenfaldende med jordoverfladen. For hele laget fås følgende rumvægte:

$$\gamma_m = \frac{2,65 + 0,70 \cdot 1,0}{1,0 + 0,70} \cdot 10 = 19,7 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma' = 19,7 - 10,0 = 9,7 \text{ kN/m}^3$$



Figur 3.8 Grundvandssænkning i sand.

Den lodrette spænding i jorden kan nu beregnes i ethvert niveau på grundlag af de ovenfor beskrevne metoder:

Den totale spænding	$\sigma = \gamma_m d = 19,7 d$
Den neutrale spænding	$u = \gamma_w d = 10,0 d$
Den effektive spænding	$\bar{\sigma} = \sigma - u$
	$\bar{\sigma} = 9,7 d \text{ (kN/m}^2\text{)}$

På figuren er spændingsfordelingen optegnet efter almindelig praksis. Fremgangsmåden er helt analog med beregningen: Den totale spændingsvariation optegnes, poretryksvariationen optegnes og subtraktionen illustreres ved vandret skravering af differencen, som er den effektive spænding.

Vi tænker os nu, at grundvandspejlet sænkes 5 m, uden at der fastholdes vand mellem kornene over vandspejlet. Man får da for zonen over vandspejlet:

$$\gamma_d = \frac{2,65+0}{1,0+0,70} \cdot 10 = 15,6 \text{ kN/m}^3$$

På samme måde som ovenfor findes spændingsvariationen:

Over GVS:	Den totale spænding	$\sigma = 15,6 d$
	Den neutrale spænding	$u = 0$
	Den effektive spænding	$\bar{\sigma} = \sigma - u$
		$\bar{\sigma} = 15,6 d \text{ (kN/m}^2\text{)}$
Under GVS:	Den totale spænding	$\sigma = 15,6 \cdot 5,0 + 19,7 (d - 5,0)$
	Den neutrale spænding	$u = 10,0 (d - 5,0)$
	Den effektive spænding	$\bar{\sigma} = \sigma - u$
		$\bar{\sigma} = 29,5 + 9,7 d \text{ (kN/m}^2\text{)}$

Den ændrede spændingsvariation ses til højre på figur 3.8.

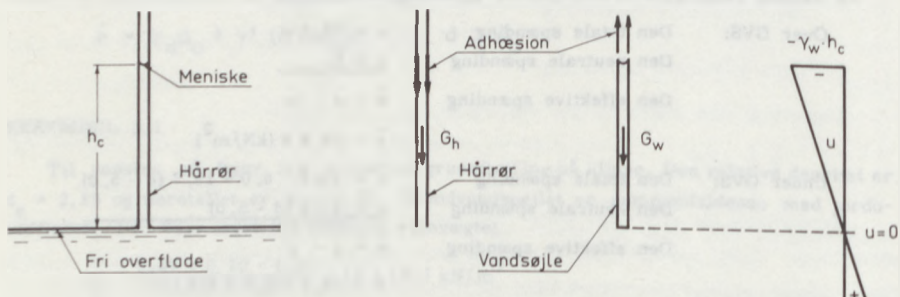
Den effektive spænding i jorden under grundvandspejlet er således forøget med $\Delta\bar{\sigma} = 29,5 \text{ kN/m}^2$; alene på grund af 5 m vandspejlsenkning. Som tidligere omtalt vil dette forårsage såvel deformationer, der dog i grus vil være meget små, som forøget styrke, idet den effektive spænding er af afgørende betydning for disse forhold.

3.2 Kapillaritet

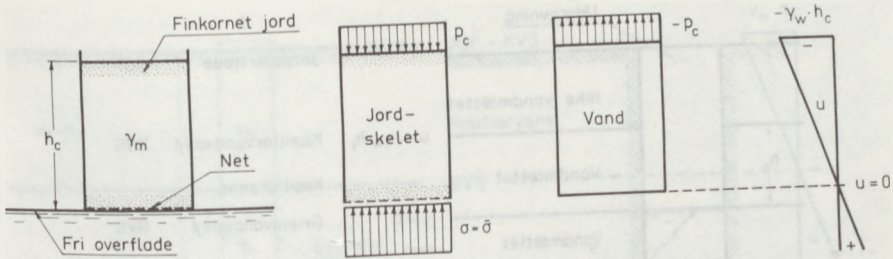
Det er en kendt sag fra fysikken, at vædskeoverfladen i et hårrør vil stige til et niveau, der ligger den kapillære stighøjde h_c over den fri overflade, som vist på figur 3.9. I niveau med den fri overflade vil vædskestrykket være nul (lig med atmosfæretrykket), hvorfor vægten G_w af vædskesøjlen alene må bæres af adhæsionen mellem menisken og rørvæggen. Da vandet i hårrøret er stillestående, vil der være retliniet trykfordeling. Dette indses ved at betragte den lodrette projektion af kræfterne på vandsøjlen mellem et snit i den fri overflade og et vilkårligt andet snit. Trykfordelingen er vist på figur 3.9 til højre. Vandsøjlen bæres af adhæsionen mellem menisken og rørvæggen, hvorfor hårrøret i niveau med menisken påvirkes nedad af en kraft, der er lig med egenvægten af vædskesøjlen G_w . Desuden påvirkes røret af tyngdekraften G_h .

I tilstrækkeligt finkornede materialer vil man finde analoge fænomener, fordi de fine porer danner et indviklet system af indbyrdes forbundne hårrør.

Figur 3.10 viser et tilsvarende forsøg med en vandmættet prøve af ler eller silt. Prøvens højde er netop lig den kapillære stighøjde h_c . Og så i dette tilfælde vil der være retliniet trykfordeling, som vist på figu-



Figur 3.9 Kapillaritet i hårrør.

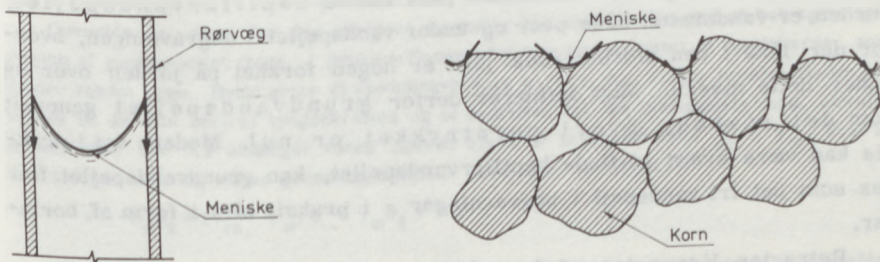


Figur 3.10 Kapillaritet i jordprøve.

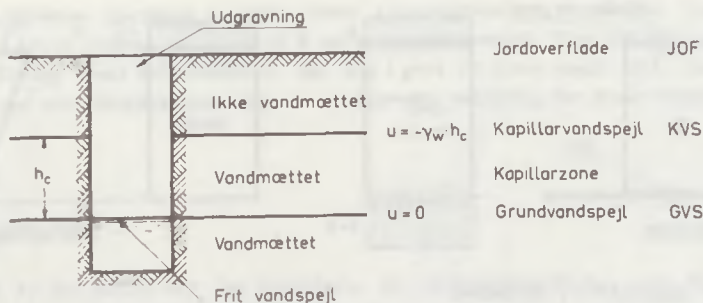
ren til højre. Vandet i porerne holdes oppe af menisker i jordoverfladen, som vist på figur 3.11, og disse påvirker jordskelettet med kræfter, som over et større areal kan sættes lig en nedadrettet overfladespænding. Denne kaldes den kapillære overfladespænding p_c . Benyttes de i sidste afsnit opstillede definitioner for spændinger, fås ved jordprøvens nedre ende:

Den totale spænding	$\sigma = \gamma_m h_c$
Den neutrale spænding	$u = 0$
Den effektive spænding	$\bar{\sigma} = \sigma - u$
	$\bar{\sigma} = \gamma_m h_c$

hvilket betyder, at vægten af såvel vand som jord bæres af den effektive spænding mellem kornene. Dette skyldes, at poretrykket er nul i dette niveau.



Figur 3.11 Menisker i hårrør og i jordoverflade.



Figur 3.12 Definitioner af vandspejl.

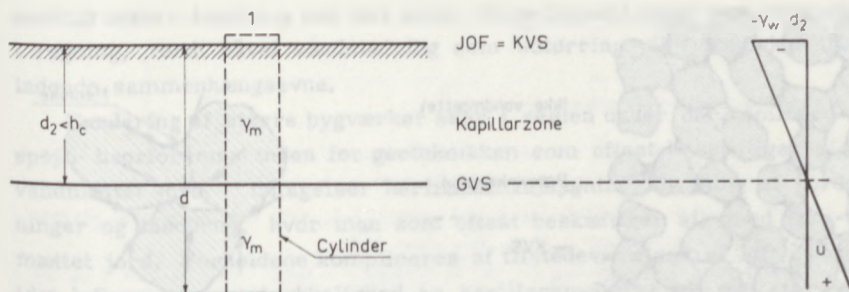
Ved prøvens øvre endeflade fås:

Den totale spænding	$\sigma = 0$
Den neutrale spænding	$u = -\gamma_w h_c$
Den effektive spænding	$\bar{\sigma} = \sigma - u$
	$\bar{\sigma} = +\gamma_w h_c$

Heraf fremgår, at der er effektive spændinger i jorden umiddelbart under jordoverfladen. Dette skyldes den kapillære overfladespænding, som presser de øverste korn nedad.

Figur 3.12 viser en udgravning i ler med den kapillære stighøjde h_c . I udgravningen vil fremkomme et frit vandspejl, som er karakteriseret ved, at poretrykket er nul, $u = 0$. Jorden er vandmættet helt op til de øverste menisker. Over disse findes også luft i porerne. Skillefladen mellem vandmættet og ikke-vandmættet jord kaldes kapillarvandspejlet. Jorden er vandmættet både over og under vandspejlet i udgravningen, hvorfor der ikke i den uforstyrrede jord er nogen forskel på jorden over og under dette niveau. Man definerer derfor grundvandspejlet generelt som det niveau, hvori poretrykket er nul. Medens det i praksis kan være svært at finde kapillarvandspejlet, kan grundvandspejlet findes som det fri vandspejl i udgravninger - i praksis ofte i form af boringer.

Betragtes ligevægten af den på figur 3.13 viste cylinder med tværsnitsareal 1, fås:



Figur 3.13 Snit i jord med kapillaritet.

Den totale spænding	$\sigma = \gamma_m d$
Den neutrale spænding	$u = \frac{\gamma_w (d - d_2)}{d}$
Den effektive spænding	$\bar{\sigma} = \sigma - u$
	$\bar{\sigma} = \gamma_w d_2 + d (\gamma_m - \gamma_w)$
	$\bar{\sigma} = \gamma_w d_2 + \gamma' d$

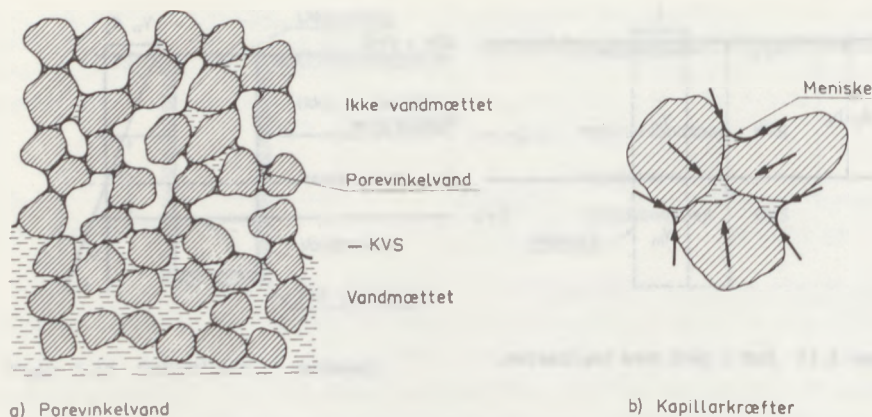
hvor γ' er den reducerede rumvægt og $p_c = \gamma_w d_2$ er den kapillære overfladespænding. Dette udtryk for den effektive spænding gælder uanset størrelsen af d - altså også i kapillarzonen.

Der er ved denne betragtning ikke ændret ved de i sidste afsnit definerede spændingsbegreber. Den totale spænding er vægten pr. arealenhed af alt over det betragtede snit; medens den effektive spænding er et udtryk for størrelsen af kontaktrykket mellem kornene.

Ovenstående udtryk for den effektive spænding kan også findes ved at betragte ligevægten af jordskelettet alene. I jordoverfladen påvirkes jordskelettet af meniskerne, som holder vandet oppe. Dette giver et spændingsbidrag $p_c = \gamma_w d_2$. Under jordoverfladen påvirkes de enkelte korn af tyngdekraften og af opdriften fra det omliggende vand. Jævnfør Archimedes' lov 3.9 afhænger denne opdrift alene af trykgradienten $\frac{du}{dd} = \gamma_w$ som er den samme over og under grundvandspejlet. Heraf fås umiddelbart:

$$\bar{\sigma} = \gamma_w d_2 + (\gamma_m - \gamma_w) d = \gamma_w d_2 + \gamma' d$$

Fra fysikken vides, at den kapillære stighøjde er omvendt proportional med hårrørets diameter. For jord gælder på tilsvarende måde, at den



Figur 3.14 Den ikke vandmættede zone.

kapillære stighøjde er omvendt proportional med porestørrelsen, som igen er en funktion af kornstørrelse og poretal. Man har ved forsøg fundet følgende relation:

$$h_c d_{10}^e = \text{konstant}$$

hvor d_{10} er kornstørrelsen for 10% gennemfald, og e er poretalet.

Konstanten afhænger af graderingen, kornformen, m.m. og kan variere mellem 0,1 og 0,5 cm^2 . Dette giver for fine lerarter meget store værdier af h_c (op til flere hundrede meter). At vandet kan hæves højere end ca. 10 m, som svarer til atmosfæretrykket, skyldes lers specielle opbygning og har ret beset ikke noget med kapillaritet at gøre. Dog kan man i geostatikken regne formelt, som om vand kan tåle negative tryk uden begrænsning.

Over det kapillære vandspejl er jorden ikke vandmættet og består derfor af tre faser - sandkorn, vand og luft. Vandet fastholdes omkring sandkornenes berøringspunkter ved hjælp af kapillarkræfter. Dette vand kaldes porevinkelvand. Overgangen mellem kapillarzonen og porevinkelvandszonen er illustreret på figur 3.14. Overfladespændingen i meniskerne vil søge at presse kornene yderligere sammen, hvorved kontaktrykket og dermed den effektive spænding forøges i jorden over kapillarvandspejlet. Forøgelsen af den effektive spænding er årsag til en tilsyneladende sammenhængsevne, hvilket er forklaringen på, at fugtigt sand kan stå med væ-

sentligt større hældning end tørt sand. Dette forhold tager man normalt ikke i regning, fordi såvel vandmætning som udtørring vil fjerne den tilsyneladende sammenhængsevne.

Fundering af større bygværker sker i reglen under det kapillære vandspejl, hvorfor man inden for geoteknikken som oftest beskæftiger sig med vandmættet jord. Undtagelser herfra er vejbygning, bygning af jorddæmninger og landbrug, hvor man som oftest beskæftiger sig med ikke-vandmættet jord. Forholdene kompliceres af tilstedeværelsen af luft i porerne, idet luftens sammentrykkelighed og kapillarkræfterne vil øve stor indflydelse på spændingerne i jorden. Angående disse forhold henvises til speciallitteraturen.

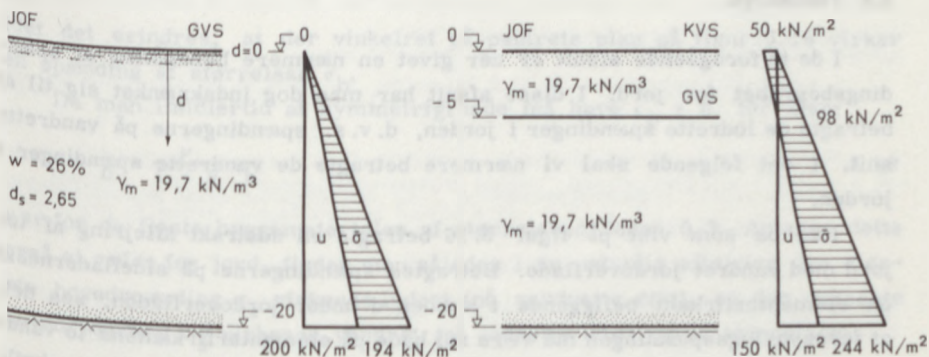
Som det vil fremgå af dette kapitel, er det af fundamental betydning for forståelsen af jordens statik, at man for vandmættet jord kan opdele den totale spænding i en effektiv spænding, som er et udtryk for kornenes kontaktryk og et poretryk, som er trykket i det omgivende vand. Det udtrykkes ved ligningen:

$$\sigma = \bar{\sigma} + u$$

som kun er udledt for spændingerne på vandrette snit. Ligningen gælder imidlertid helt generelt - altså for spændinger i enhver retning.

EKSEMPEL 3.2

På figur 3.15 er vist en leraflejring på klippe. Vandspejlet er sammenfaldende med jordoverfladen. Den relative densitet er $d_s = 2,65$ og vandindholdet er $w = 26\%$, hvoraf fås:



Figur 3.15 Grundvandssænkning i ler.

$$\gamma_m = \frac{1 + 0,26}{\frac{1}{2,65} + \frac{0,26}{1,00}} \cdot 10,0 = 19,7 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma' = 19,7 - 10,0 = 9,7 \text{ kN/m}^3$$

Lerets rumvægt er således den samme som rumvægten af det sand, som indgik i eksempel 3.1. For grundvandspejlet sammenfaldende med jordoverfladen må spændingsfordelingen da være identisk med fordelingen i eksempel 3.1, som det fremgår af diagrammerne til venstre på dels figur 3.15 og dels figur 3.8.

Forskelle i spændingsfordeling for de to jordarter - sand i eksempel 3.1 og ler i eksempel 3.2 - fremkommer først, når grundvandspejlet sænkes. Antages lerets kapillære stighøjde at være større end 5 m, fås følgende spændingsfordeling efter en sænkning af grundvandspejlet til kote - 5,0:

Den totale spænding	$\sigma = 19,7 d$
Den neutrale spænding	$u = 10,0 (d - 5,0)$
Den effektive spænding	$\bar{\sigma} = \sigma - u$
	$\bar{\sigma} = 50 + 9,7 d \text{ (kN/m}^2\text{)}$

hvor $p_c = 50 \text{ kN/m}^2$ er den kapillære overfladespænding. Spændingsfordelingen er optegnet til højre på figur 3.15.

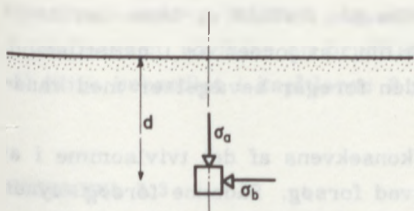
Grundvandssænkningen har forøget den effektive spænding i hele aflejringen med 50 kN/m^2 . Den effektive spænding i jorden er den samme, hvad enten grundvandspejlet sænkes 5 m eller overfladen belastes med en jævnt fordelt belastning på 50 kN/m^2 med uændret beligenhed af grundvandspejlet.

Forudsættes det, at jordskelettet deformeres elastisk efter følgende relation $\Delta \bar{\sigma} = K \epsilon$, kan jordoverfladens sætning δ beregnes. Antages $K = 10000 \text{ kN/m}^2$, fås $\delta = \frac{20 \cdot 50}{10000} = 0,1 \text{ m}$. Deformationsproblemer vil blive nærmere behandlet i kapitel 6.

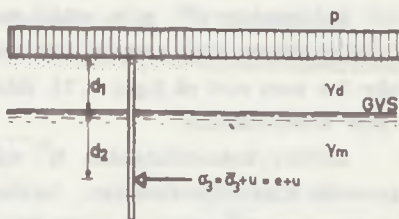
3.3 Hviletryk

I de to foregående afsnit er der givet en nærmere behandling af spændingsbegrebet for jord. I disse afsnit har man dog indskrænket sig til at betragte de lodrette spændinger i jorden, d. v. s. spændingerne på vandrette snit. I det følgende skal vi nærmere betragte de vandrette spændinger i jorden.

Lad os som vist på figur 3.16 betragte en udstrakt aflejring af tør jord med vandret jordoverflade. Betragtes spændingerne på sidefladerne af en elementarfirkant beliggende i dybden d under jordoverfladen, ses det, at forskydningspændingen må være nul både på elementarfirkantens to vandrette sideflader og på dens to lodrette sideflader. Det skyldes, at en hvilken som helst lodret linie ned gennem jorden vil være en symmetrilinie



Figur 3.16 Spændingerne i en jordaflejring med vandret jordoverflade.



Figur 3.17 Hviletryk på en lodret, ubevægelig væg.

for spændinger og deformationer i jordmassen. Som konsekvens af, at forskydningsspændingerne på jordlegemets sideflader er nul, er jordens lodrette og vandrette spændinger åbenbart hovedspændingerne.

Størrelsen af de lodrette hovedspændinger vil kunne beregnes efter de i de to foregående afsnit givne principper.

Beregningen af de vandrette hovedspændingers størrelse vil vi indledningsvis basere på elasticitetsteorien, idet vi dog ved bedømmelsen af resultatet af beregningerne må tage i betragtning, at jord næppe vil kunne betragtes som et ideal-elastisk materiale.

Lad os benævne den lodrette hovedspænding σ_a og den vandrette hovedspænding σ_b . Lad os endvidere antage, at jordens elasticitetskoefficient er E , og Poisson's forhold er ν . Fra elasticitetsteorien haves for jordlegemets deformation i vandret retning:

$$\epsilon_b = \frac{1}{E} [\sigma_b - \nu (\sigma_a + \sigma_b)] \quad 3.12$$

idet det er indres, at der vinkelret på papirets plan på figur 3.16 virker en spænding af størrelsen σ_b .

Da man imidlertid af symmetri Grunde må have $\epsilon_b = 0$, får man:

$$\sigma_b = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma_a \quad 3.13$$

er for de fleste byggematerialer af størrelsesordenen 0,3. Antages dette også at gælde for jord, finder man således i en naturlig aflejring den største hovedspænding σ_1 virkende lodret (på vandrette snit), og den mindste hovedspænding σ_3 virkende vandret (på lodrette snit) og af størrelsen:

$$\sigma_3 = \sigma_1 K^0 \quad 3.14$$

Konstanten K^0 , som afhænger af Poisson's forhold ν , benævnes hviletrykskoefficienten, idet man taler om, at jorden er i hviletilstand, når der som vist på figur 3.16 ikke i jorden foregår bevægelser med vandrette komponenter.

Hviletrykskoefficienten K^0 må som konsekvens af det tvivlsomme i at anvende elasticitetsteorien, bestemmes ved forsøg. Sådanne forsøg synes at vise, at K^0 rent empirisk kan udtrykkes som:

$$K^0 = 1 - \sin \bar{\varphi}_{tr} \quad 3.15$$

hvor $\bar{\varphi}_{tr}$ er en for den pågældende jordart karakteristisk størrelse, som benævnes den triaksialt målte, effektive friktionsvinkel. Størrelsen vil blive nærmere omtalt i kapitel 8. Da $\bar{\varphi}_{tr}$ for de fleste jordarter antager værdier mellem 20° og 40° , vil K^0 tilsvarende antage værdier mellem 0,4 og 0,7.

Formel 3.15 gælder ikke for forbelastede lerarter (nærmere omtalt i kapitel 6), hvor værdien af K^0 kan overstige 1.

Vi har ovenfor kun betragtet tør jord. Såfremt der er tale om vandmættet jord, må vi erindre, at vandtrykket i et givet punkt af jorden er ens i alle retninger. Formel 3.14 gælder følgelig kun for de effektive spændinger, således at man for henholdsvis den vandrette effektive spænding og den vandrette totale spænding i en jordmasse i hviletilstanden kan skrive:

$$\bar{\sigma}_3 = \bar{\sigma}_1 K^0 \quad 3.16$$

$$\sigma_3 = \bar{\sigma}_3 + u = \bar{\sigma}_1 K^0 + u \quad 3.17$$

Anbringes der i en jordmasse som vist på figur 3.17 en lodret, ubevægelig væg på en sådan måde, at aflejringen ikke forstyrres, vil trykket mellem væggen og jordmassen i henhold til de på figur 3.17 benyttede betegnelser, kunne beregnes af formel 3.17:

$$\sigma_3 = \bar{\sigma}_3 + u = [p + \gamma_d d_1 + (\gamma_m - \gamma_w) d_2] K^0 + \gamma_w d_2 \quad 3.18$$

Størrelsen $\bar{\sigma}_3$ kaldes normalt jordtrykket på væggen i hviletilstanden; den betegnes med bogstavsymbolet e^0 , og den angiver altså kontaktrykket mellem jordens korn og væggen. Størrelsen u kaldes vandtrykket på væggen.

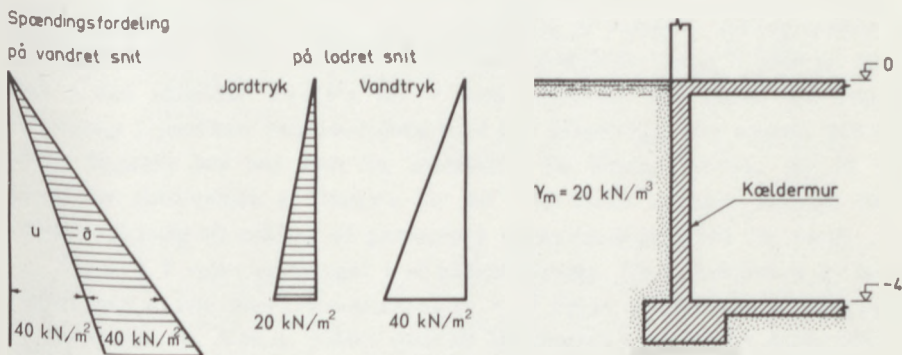
Hviletrykket virker i praksis kun på konstruktioner, som er ueftergivelige. Eksempler på sådanne konstruktioner er: Støttemure på klippe samt lukkede tunnel- og ledningstværsnit.

Hviletryk har man kun, såfremt de konstruktioner, der afgrænser jordmassen, er absolut ubevægelige. Såsnart der sker bevægelse af konstruk-

tionerne, ændres trykket, og sker der en tilpas stor bevægelse, kan der i jordmassen udvikles en brudtilstand. De problemer, der herved opstår, vil blive behandlet i kapitlerne 8 til 16.

EKSEMPEL 3.3

På figur 3.18 er vist en 4 m høj kældermur. Muren er bagfyldt med sand med den mættede rumvægt $\gamma_m = 20 \text{ kN/m}^3$ og den triaksialt målte, effektive friktionsvinkel $\bar{\varphi}_{tr} = 30^\circ$. Grundvandspejlet antages at være sammenfaldende med jordoverfladen.



Figur 3.18 Hviletryk på ubevægelig kældermur.

Vi vil beregne det maksimale moment i muren. Antages kældermuren ubevægelig, vil den være påvirket af hviletryk. Af formel 3.15 fås hviletrykkoefficienten:

$$K^0 = 1 - \sin 30^\circ = 0,5$$

Herefter findes spændingsfordelingen i jorden. Eksempelvis fås i kote - 4 for spændingen på muren (lodret snit) af formel 3.18:

$$\bar{\sigma}_3 + u = [0 + 0 + (20 - 10) \cdot 4,0] \cdot 0,5 + 10 \cdot 4,0 = 20 + 40 = 60 \text{ kN/m}^2$$

Spændingsfordelingen er i øvrigt vist på figur 3.18. Såfremt der ses bort fra murens indspænding, fås følgende maksimale moment:

$$M_{\max} = 0,064 (\bar{\sigma}_3 + u) l^2 = 0,064 \cdot 60 \cdot 4,0^2 = 61,4 \text{ kNm/m.}$$

NOTATER

I forbindelse med de tidligere undersøgelser er det blevet konstateret, at der er en sammenhæng mellem den gennemsnitlige årlige nedbør og den gennemsnitlige årlige temperatur. Denne sammenhæng er vist i figur 3.1, hvor der er tegnet en regressionslinje gennem de enkelte punkter. Denne regressionslinje kan bruges til at estimerer den gennemsnitlige årlige nedbør ud fra den gennemsnitlige årlige temperatur og omvendt.



Figur 3.1. Regressionslinje for nedbør og temperatur.

Denne regressionslinje er vist i figur 3.1. Den er tegnet gennem de enkelte punkter, og den viser en positiv sammenhæng mellem nedbør og temperatur. Denne regressionslinje kan bruges til at estimerer den gennemsnitlige årlige nedbør ud fra den gennemsnitlige årlige temperatur og omvendt.

$$y = 18.2x + 100$$

hvor y er den gennemsnitlige årlige nedbør (mm) og x er den gennemsnitlige årlige temperatur (°C). Denne regressionslinje kan bruges til at estimerer den gennemsnitlige årlige nedbør ud fra den gennemsnitlige årlige temperatur og omvendt.

Denne regressionslinje er vist i figur 3.1. Den er tegnet gennem de enkelte punkter, og den viser en positiv sammenhæng mellem nedbør og temperatur. Denne regressionslinje kan bruges til at estimerer den gennemsnitlige årlige nedbør ud fra den gennemsnitlige årlige temperatur og omvendt.

3. Plans stromofloget

KAPITEL 4

4.1. Styring

Styring er den del af anlægget, der sikrer, at vandet altid kommer til den rette placering og i den rette mængde. Dette gøres ved hjælp af rør og ventiler, der er placeret i forskellige dele af anlægget. Styringssystemet er opdelt i forskellige zoner, og hver zone har sin egen styring. Dette sikrer, at vandet altid kommer til den rette placering og i den rette mængde. Styringssystemet er opdelt i forskellige zoner, og hver zone har sin egen styring. Dette sikrer, at vandet altid kommer til den rette placering og i den rette mængde.

Styringssystemet er opdelt i forskellige zoner, og hver zone har sin egen styring. Dette sikrer, at vandet altid kommer til den rette placering og i den rette mængde. Styringssystemet er opdelt i forskellige zoner, og hver zone har sin egen styring. Dette sikrer, at vandet altid kommer til den rette placering og i den rette mængde.

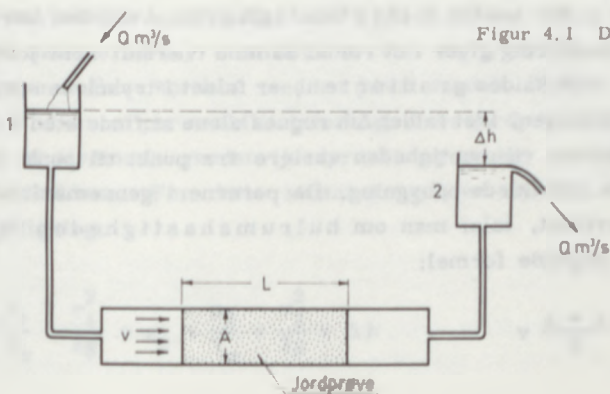


4. Plane strømninger

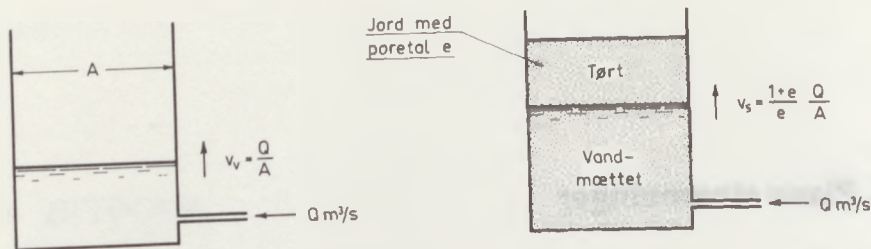
4.1 Darcy's lov

Omkring midten af det nittende århundrede udførte den franske ingeniør Darcy forsøg med sandfiltre til rensning af vandet i springvandene i Dijon, Frankrig. På grundlag af forsøgene opstillede Darcy i 1856 en formel - den såkaldte Darcy's lov - hvis betydning for læren om vands strømning i jord kan sammenlignes med den betydning, den næsten 200 år ældre Hooke's lov har haft for statikken. De simple forsøg, der lå til grund for tilblivelsen af Darcy's lov er i det store og hele analoge med moderne forsøg til måling af jordarters gennemtrængelighed for vand.

Figur 4.1 viser princippet i et sådant forsøg. De to beholdere er forbundet med et rør med tværsnitsarealet A . I røret er placeret en jordprøve af længden L . Ved at tilføre vand til beholderen 1 og ved at holde vandspejlet i beholderen 2 i konstant niveau ved hjælp af en overfaldsanordning fremkaldes under forsøget en stabil tilstand, hvor der til en given vandtilførsel - og dermed vandføring gennem jordprøven - svarer en be-



Figur 4.1 Darcy's forsøg.



Figur 4.2 Vandspejls bevægelsehastighed.

stemt niveauforskel Δh på vandspejlene i de to beholdere. Det viser sig ved forsøgene, at der er direkte proportionalitet mellem vandføring Q og niveauforskel Δh , samt at vandføringen er direkte proportional med jordprøvens areal og omvendt proportional med jordprøvens længde.

Dette er af Darcy udtrykt i formelen:

$$Q = kA \frac{\Delta h}{L} \quad 4.1$$

hvor k er en konstant, der kaldes permeabilitetskoefficienten. Det betydningsfulde ved Darcy's opdagelse var, at vandspejlens beliggenhed kun har betydning ved deres højdeforskel Δh . Denne højdeforskel kaldes også forskellen i trykniveau.

Den ligning, der i dag kaldes Darcy's lov, er en variant af formel 4.1:

$$v = ki \quad 4.2$$

hvor $v = \frac{Q}{A}$, der kaldes filterhastigheden, er den hastighed, som den samme vandføring giver i et rør af samme tværsnit som jordprøven, og hvor $i = \frac{\Delta h}{L}$, som kaldes gradienten, er faldet i trykniveau pr. længdeenhed i strømretningen, idet faldet Δh regnes alene at finde sted i jordprøven.

Inde i prøven vil hastigheden variere fra punkt til punkt på grund af jordskelettets udviklede opbygning. Da porerne i gennemsnit udgør en vis del af hele arealet, taler man om hulrumshastigheden v_g , som defineres ved følgende formel:

$$v_g = \frac{1+e}{e} v$$

Hulrumshastigheden, som altid er større end filterhastigheden, har betydning for vandspejlsbevægelser i jord. Figur 4.2 illustrerer dette forhold. Såvel det tomme kar til venstre som det jordfyldte kar til højre tilføres pr. tidsenhed vandmængden Q . Ifølge kontinuitetsligningen må vandspejlet i karet til venstre hæves med hastigheden $v_v = Q/A$. I karret til højre er en del af volumenet i forvejen optaget af jordskelettet og kun den resterende del af volumenet står til rådighed for opfyldning med vand. Ifølge definitionen på poretallet er forholdet mellem porevolumenet og totalvolumenet lig $\frac{e}{1+e}$, hvorfor kontinuitetsligningen giver:

$$\frac{e}{1+e} A v_v = Q$$

hvor vandspejlshastigheden v_v er identisk med hulrumshastigheden v_g .

Såfremt jorden i forvejen er delvis vandfyldt med mætningsgraden S_w , forøges vandspejlets bevægelsehastighed yderligere, idet man får:

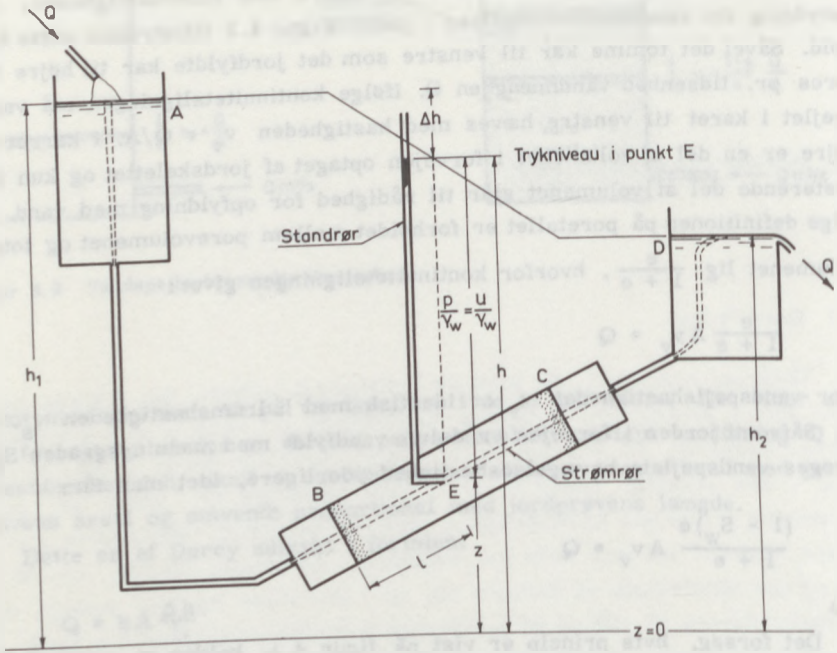
$$\frac{(1 - S_w)e}{1+e} A v_v = Q$$

Det forsøg, hvis princip er vist på figur 4.1, kaldes et permeabilitetsforsøg, fordi formålet er at bestemme den parameter - permeabilitetskoefficienten - der karakteriserer en given jordprøves vandgennemtrængelighed. I forsøget optræder den simpleste form for strømning i jord - nemlig parallelstrømning, som er et eendimensionalt fænomen. Ligesom ved definitionen af effektive spændinger er dette en idealisering af de faktiske forhold, idet jorden forudsættes at være homogen. Vandets hastighed antages at være den samme i størrelse og retning i ethvert punkt af jorden. Bortset fra de sjældne tilfælde, hvor det måtte være af interesse at betragte de udviklede strømforhold i porerne, er denne idealisering rimelig - på samme måde, som det har vist sig rimeligt at ækvivalere kontaktrykkene mellem kornene med en jævnt fordelt effektiv spænding.

Figur 4.3 viser et permeabilitetsforsøg, hvor jordprøven ligger skråt. Vi betragter et strømrør gennem jordprøven og tænker os dette ført helt op i begge beholdere. For dette strømrør gælder den fra hydraulikken kendte energiligning:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma_w} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma_w} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h \quad 4.3$$

Figur 4.3 Parallelstrømning.



I denne ligning indgår:

- p/γ_w som er trykhøjden,
- z som er den geometriske højde (målt positiv opad fra et vilkårligt valgt udgangsniveau),
- $v^2/2g$ som er hastighedshøjden og
- Δh som er energitabet mellem to vilkårligt valgte snit betegnet med indices 1 og 2.

Den hastighed, hvormed vandet strømmer gennem jordprøven, er så ringe, at man helt kan se bort fra hastighedshøjden $v^2/2g$, hvorved ligning 4.3 reduceres til:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma_w} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma_w} + \Delta h$$

Leddene $z + \frac{p}{\gamma_w}$ kaldes trykniveauet. Da energitabet Δh udtrykker de ikke-konservative kræfters arbejde, kan energiligningen fortolkes således, at enhver strømning vil foregå fra punkter med større trykniveau til punk-

ter med mindre trykniveau. Det forudsættes herved, at vandet ikke tilføres energi, hvilket er rimeligt for strømninger i jord. En strømning kan således foregå mod både stigende og faldende tryk, men kun mod faldende trykniveau.

I stillestående vand er trykniveauet uafhængigt af dybden, fordi en ændring Δz af den geometriske højde modsvares af en tilsvarende ændring i tryk, $\Delta p = \gamma_w \Delta z$. Man taler da om hydrostatisk trykfordeling.

I den venstre beholder (strækning A-B) på figur 4. 3 vil trykniveauet være konstant lig h_1 , og i den højre beholder (C-D) konstant lig h_2 . I et givet punkt E i jordprøven vil poretrykket u være identisk med det ovenfor omtalte vandtryk p, hvoraf fås:

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w}$$

4. 4

hvor: $h_1 > h > h_2$. Ligning 4.4 udtrykker da:

Trykniveauet er lig summen af den geometriske højde og trykhøjden, som svarer til poretrykket i det betragtede punkt.

Udgangsniveauet ($z = 0$) kan som tidligere nævnt vælges vilkårligt, fordi kun forskellen i trykniveau indgår i problemet. En mere anskuelig forestilling om trykniveau kan opnås ved følgende betragtning:

I et standrør placeret med forbindelse til porevandet i punkt E, vil vandspejlet stå i et niveau, der ligger afstanden h over udgangsniveauet. Dette skyldes, at der er hydrostatisk trykfordeling i standrøret. Trykniveauet er da det samme i punkt E og ved vandoverfladen i standrøret, hvor $u = 0$, og hvor den geometriske højde altså er lig trykniveauet h .

Helt generelt gælder derfor:

Trykniveauet i et givet punkt er det niveau, hvortil vandet vil stige i et standrør, der er forbundet med porevandet i punktet.

Såfremt udgangsniveauet for trykniveauet af praktiske grunde vælges sammenfaldende med planum, kan et trykniveau for eksempel angives ved koten til vandspejlet i standrøret.

4.2 Permeabilitetskoefficienten

Den form, hvori Darcy's lov almindeligvis anvendes, formel 4.1 og 4.2, lider af den mangel, at permeabilitetskoefficienten k ikke alene afhænger af jordprøvens egenskaber, men også af egenskaberne ved den væske, der gennemstrømmer prøven. Da strømmingen i porerne er laminær, må modstanden mod strømmingen være proportional med vandets viskositet η . I formel 4.1 burde desuden indgå vandets rumvægt sammen med Δh , således at formlen skulle lyde:

$$Q = KA \frac{\gamma_w \Delta h}{\eta L} \quad \text{eller} \quad k = K \frac{\gamma_w}{\eta}$$

hvor konstanten K udelukkende afhænger af det givne jordskelets geometriske egenskaber, og er uafhængig af den strømmende væskes egenskaber. Da man i praksis kun har at gøre med vand, og da k i reglen vil være behæftet med stor usikkerhed, bliver afhængigheden af $\frac{\gamma_w}{\eta} = \frac{g}{\nu}$ oftest negligeret. Man skal dog være forsigtig hermed, når resultatet af laboratorieforsøg overføres til strømminger i naturen: Ved 7°C er vandets kinematiske viskositet ν således ca. 40% større end ved 20°C .

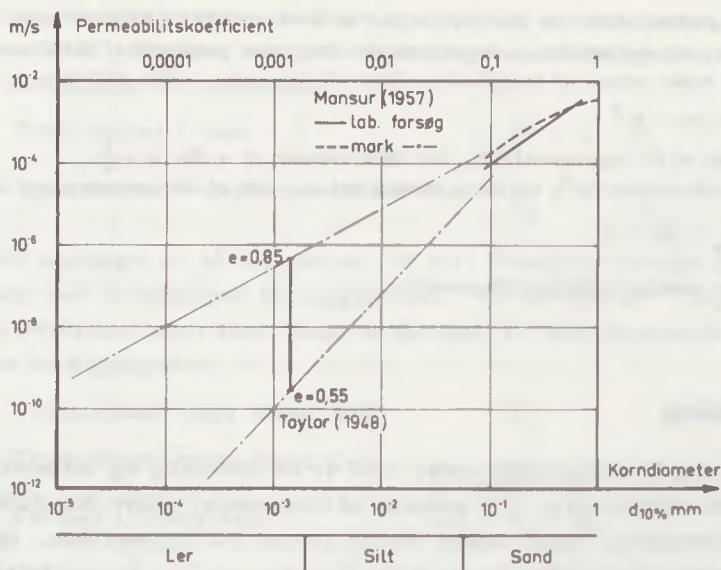
Permeabiliteten afhænger først og fremmest af kornstørrelsen. Dette er illustreret på figur 4.4. Den fuldt optrukne og den punkterede linie viser resultatet af en forsøgrække med sand, medens den lodrette linie viser forsøg med en lerart, hvis poretal varieredes mellem 0,55 og 0,85. De stiplede linier illustrerer de vide grænser, indenfor hvilke permeabiliteten kan variere.

Som det fremgår af figuren, må man ved en forsøgsmæssig bestemmelse af permeabiliteten for en given jordart koncentrere sig om at bestemme permeabilitetskoefficientens størrelsesorden - og ikke om at bestemme eventuelle decimaler på koefficienten.

For en given jordart afhænger permeabiliteten naturligt nok af lejringstætheden. For sand har man fundet:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{(1 + e_1) e_1^2}{(1 + e_2) e_2^2}$$

hvor k_1 og k_2 er permeabiliteten ved poretallene e_1 og e_2 . Da sands poretal kan variere indenfor grænserne $0,35 < e < 0,8$ vil forholdet mellem største og mindste permeabilitet sjældent blive større end ca. 5. For ler er forholdene mere komplicerede, og en pålidelig afhængighed af lej-



Figur 4.4 Permeabilitetens afhængighed af kornstørrelsen.

ringstæthed er derfor ikke fundet, men forholdet mellem største og mindste permeabilitet for en given lerart kan ligge på værdier højere end 1000, faldende med voksende kornstørrelse. Da man af ler kan opnå intakte prøver, hvorpå permeabilitetsforsøg kan udføres, har en sådan afhængighed af lejringstæthed ikke samme interesse som for sand, hvis naturlige poretal må søges genskabt i laboratoriet.

Permeabilitetsforsøg indeholder ret væsentlige fejlkilder. Under prøveoptagning forstyrres prøven og strukturen ændres. For sands vedkommende kan dette afhjælpes ved at foretage forsøg med flere poretal og korrigerer efter ovenstående formel. Dette lader sig ikke gøre med ler, som vil få en mindre permeabilitet i de områder, der forstyrres og her ved lejres tættere. I velgraderede prøver vil der være tendens til udvaskning af de fine korn, hvilket medfører stigende permeabilitet. Endelig indeholder vandet i laboratoriet en vis mængde luft, i modsætning til grundvandet. Denne luft kan samle sig til blærer i prøven, hvorved forsøgsresultaterne kan behæftes med alvorlige fejl.

Gyldighedsområdet for Darcy's lov har en øvre grænse. Ved store korn og store hastigheder vil modstanden mod strømmingen ikke være proportional med hastigheden, men med anden potens af hastigheden. Generelt kan loven derfor skrives:

$$i = av + bv^2$$

som påvist af F. Engelund (1953). For små værdier af v fås $a = \frac{1}{k}$.

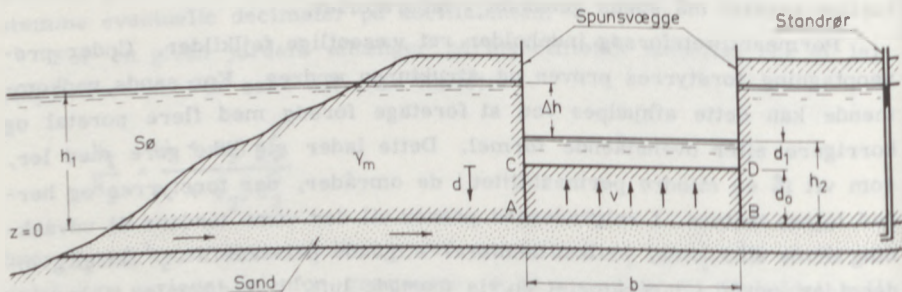
Turbulensleddet (bv^2) vil være mindre end ca. 10% af det laminære led (av), når:

$$R_e = \frac{vd}{\nu} < 4$$

hvor d er sandets middelkorndiameter.

4.3 Løftning

Støbning af fundamenter under vand er en besværlig og bekostelig proces, som helst undgås. Ved støbning af fundamenter under det uforstyrrede grundvandspejl søges vandet derfor fjernet fra byggegruben, og en af de simpleste former for strømming, som man støder på i praksis, hænger sammen med denne problemstilling. Figur 4.5 viser et eksempel på forholdene før støbning. Et mindre permeabelt lerlag gennemskæres i en vis dybde af et meget permeabelt sandlag, der står i direkte forbindelse med en sø. Vi tænker os, at jorden mellem de nedrammede spunsvægge er udgravet vådt, d. v. s. at vandspejlet i byggegruben under udgravningen står i samme niveau som vandspejlet i søen. Når udgravningen har nået linien C-D, indledes udpumpningen af vandet fra byggegruben. Ved sænkningen af vandspejlet etableres en forskel i trykniveau, hvilket forårsager en



Figur 4.5 Løftning i en byggegrube.

strømning fra søen gennem sandlaget og lodret op gennem jorden indenfor firkanten ABDC. Benyttes oversiden af sandlaget som udgangsniveau ($z = 0$) fås af definitionen for trykniveau:

$$\text{Trykniveauet i søen} \quad \frac{u}{\gamma_w} + z = h_1$$

$$\text{Trykniveauet i vandet over linien C-D} \quad \frac{u}{\gamma_w} + z = h_2$$

Hvis sandlaget er så permeabelt, at det i forhold til lerlaget ikke yder modstand mod strømningen til byggegruben, vil der overalt i laget være samme trykniveau som i søen. Dette er på figur 4.5 antydnet med standrøret til højre for byggegruben.

$$\text{Trykniveauet langs linien A-B} \quad h_1$$

$$\text{Trykniveauet langs linien C-D} \quad h_2$$

$$\text{Forskel i trykniveau} \quad \Delta h = h_1 - h_2$$

Darcy's lov kan nu anvendes på strømningen indenfor firkanten ABDC, fordi der er tale om en parallelstrømning, d.v.s. eendimensional strømning, ligesom i Darcy's forsøg:

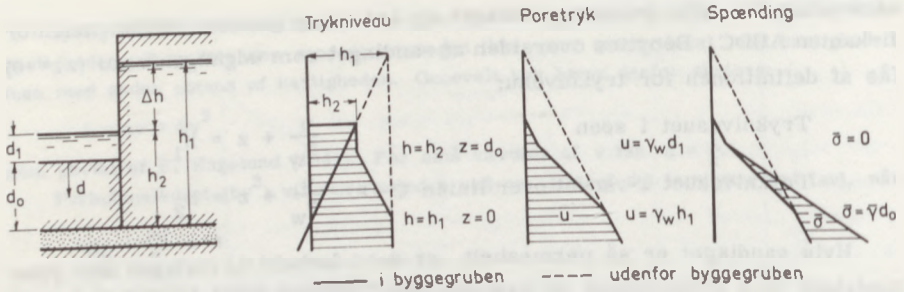
$$v = ki = k \frac{\Delta h}{d_0}$$

$$q = kb \frac{\Delta h}{d_0}$$

Det fundne q , som er vandføringen pr. løbende m af byggegruben, lægges til grund for dimensioneringen af pumpeanlægget, som skal holde byggegruben tør.

Figur 4.6 giver et mere detaljeret billede af forholdene i og udenfor byggegruben. Udenfor byggegruben er der hydrostatisk trykfordeling, fordi vandet er stillestående. Trykniveauet er h_1 , som vist med punkteret linie. Den tilsvarende poretryksfordeling er også vist punkteret. Indenfor byggegruben er der hydrostatisk trykfordeling med trykniveauet h_2 i det stillestående vand. Strømningen op gennem lerlaget er en parallelstrømning i homogen jord, hvorfor trykniveauet varierer retliniet fra h_1 til h_2 . Såfremt d angiver dybden under byggegrubens bund, fås følgende udtryk for trykniveauerne i lerlaget:

$$h = h_2 + \frac{d}{d_0} \Delta h \quad \left\{ \begin{array}{l} d = 0 \quad h = h_2 \\ d = d_0 \quad h = h_2 + \Delta h = h_1 \end{array} \right.$$



Figur 4.6 Detaljer af eendimensional strømning i byggegrube.

Indsættes dette i udtrykket 4.4 for trykniveau, fås følgende udtryk for poretryksfordelingen:

$$u = \gamma_w (h - z) = \gamma_w \left[h_2 + \frac{d}{d_0} \Delta h - (d_0 - d) \right]$$

$$u = \gamma_w (d_1 + d + di) \quad \begin{cases} d = 0 & u = \gamma_w d_1 \\ d = d_0 & u = \gamma_w h_1 \end{cases}$$

Dette giver, som man kunne have forudset, også en retliniet poretryksfordeling, som vist til højre på figur 4.6. Hældningen afviger blot fra hældningen af den hydrostatiske fordeling.

Med en kendt rumvægt af jorden og en kendt poretryksfordeling kan de effektive spændinger i jorden findes.

I den vilkårlige dybde d fås:

Den totale spænding $\sigma = \gamma_w d_1 + \gamma_m d$

Den neutrale spænding $u = \gamma_w (d_1 + d + di)$

Den effektive spænding $\bar{\sigma} = \sigma - u$

hvilket giver $\bar{\sigma} = (\gamma_m - \gamma_w - \gamma_w i) d = (\gamma' - \gamma_w i) d$

Rumvægten γ_m udtrykker vægten af såvel vand som jord, og benyttes ved beregningen af den totale spænding. For stillestående vand indførtes i kapitel 3 den reducerede rumvægt γ' , som tager hensyn til vandets opdrift på kornene, og som benyttes ved beregningen af den effektive spænding i stillestående vand. For at beregne den effektive spænding i et jord-

legeme, hvorigennem der strømmer vand, må rumvægten korrigeres for de kræfter, hvormed strømningen påvirker jordskelettet. Ved brug af ligningen: $\sigma = \bar{\sigma} + u$, fandtes ovenfor følgende udtryk for den effektive spænding:

$$\bar{\sigma} = (\gamma' - \gamma_w i) d$$

Dette lægges til grund for definition af den effektive rumvægt:

$$\bar{\gamma} = \gamma' \pm \gamma_w i \quad 4.5$$

hvor øverste fortegn gælder for en lodret nedadrettet strømning, medens nederste fortegn gælder for en lodret opadrettet strømning.

Ved udledelsen af såvel γ' som $\bar{\gamma}$ er grundligningen: $\sigma = \bar{\sigma} + u$ benyttet som udgangspunkt, og rumvægtene er indført som rene regnestørrelser. Bag udledelsen ligger dog et fysisk fænomen - nemlig Archimedes lov, som påvist for γ' i kapitel 3. Det påvist her, at vægten af jordskelettet alene kan udtrykkes ved:

$$\gamma' = \gamma_m - \gamma_w$$

hvor γ_w var trykgradienten $\frac{du}{dd}$ i stillestående vand. Denne regel gælder helt generelt. For ovenstående eksempel fandtes således for poretryksfordelingen i leret under byggegruben følgende udtryk:

$$u = \gamma_w (d_1 + d + di)$$

hvoraf fås:

$$\frac{du}{dd} = \gamma_w + \gamma_w i$$

Udtrykket for den effektive rumvægt fås direkte ved at fradrage trykgradienten:

$$\bar{\gamma} = \gamma_m - (\gamma_w + \gamma_w i) = \gamma' - \gamma_w i$$

Den effektive rumvægt er udtryk for vægten af jordskelettet, når der er reduceret for den af strømningen forøgede opdrift.

Størrelsen $\gamma_w i$, som kaldes strømkraften, angiver størrelsen af de kræfter, hvormed strømningen påvirker jordskelettet indenfor et enhedsvolumen. For lodret parallelstrømning er strømkraften udtryk for ændringen i den opdrift, hvormed stillestående vand påvirker jordskelettet. Nedadrettet strømning formindsker opdriften, medens opadrettet strømning forøger opdriften. Forøgelsen kan blive så stor, at opdriften på det enkelte korn bliver lig kornets egenvægt. Dette svarer til, at kontaktryk-

kene og dermed den effektive spænding bliver nul:

$$\bar{\sigma} = (\gamma' - \gamma_w i) d = 0$$

Den gradient, som er nødvendig for at opnå dette fænomen, kaldes den kritiske gradient:

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

4.6

Når der ikke længere er kontakt mellem kornene, betyder dette for sands og silts vedkommende, at jorden opfører sig som en væske med rumvægten γ_m . I praksis vil dette fænomen, som kaldes løftning (eller populært kviksand), ikke optræde så udtalt som antydnet, fordi dette kræver en helt homogen aflejring. Det vil forekomme i de punkter af byggegruben, hvor gradienten på grund af inhomogeniteter er størst. Her vil kunne iagttages en erosion i sandets overflade, hvor sandkornene kan løftes fri af de øvrige korn og føres bort af strømmen. I disse punkter vil der desuden være en alvorlig risiko for at jorden svigter, hvis den belastes. Det katastrofale, ved at løftning optræder i bunden af en byggegrube, er åbenbart. Der kan dog ikke være hold i den gamle myte, om at kviksand kan suge mennesker ned, idet en opdrift på ca. 20 kN/m^3 er rigeligt til at forhindre en drukneulykke.

I det foregående er skildret løftning af et jordlag lige under jordoverfladen. Der kan naturligvis også foregå løftning, hvor flere jordlag overlejrer hinanden. Generelt kan siges, at løftning indtræder såfremt de effektive spændinger i jorden bliver negative. I sand vil fænomenet vise sig ved, at sandet opfører sig som en væske. I ler vil hele laget blive løftet, fordi der dannes en vandfyldt lomme under laget.

Det skal endelig understreges, at den vandmængde, der løber til byggegruben, er proportional med permeabiliteten af jorden i byggegrubens bund, medens gradienten i jorden er uafhængig af permeabiliteten. Den tilstrømmende vandmængde har principielt intet at gøre med faren for løftning. Der kan nævnes flere eksempler på byggegruber, hvor vandtilstrømningen var ringe, men hvor vandførende lag under byggegruben alligevel forårsagede løftning.

EKSEMPEL 4.1

Vi betragter det på figur 4.5 viste eksempel. Sandlagets overside er i kote - 7 og udgravningens bund før pumpningens påbegyndelse i kote - 3. Den totale rumvægt af leret er $\gamma_m = 21 \text{ kN/m}^3$.

Hvor meget kan vandet sænkes i byggegruben, såfremt søens vandspejl står i kote + 3?

Man finder:

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{21 - 10}{10} = 1,1 = \frac{\Delta h}{d_o}$$

$$\Delta h = i_c d_o = 1,1 \cdot 4,0 = 4,4 \text{ m}$$

Når vandspejlet er sænket til kote - 1,4 vil faren for løftning følgelig være overhængende.

Hvor stor er sikkerheden mod løftning, når vandspejlet i byggegruben er sammenfaldende med bunden, og når søens vandspejl står i kote 0?

Hvis vi definerer sikkerheden, som forholdet mellem den kritiske og den virkeligt optrædende gradient, fås:

$$i = \frac{\Delta h}{d_o} = \frac{3,0}{4,0} = 0,75$$

$$f_1 = \frac{i_c}{i} = \frac{1,1}{0,75} = 1,47$$

For $f_1 = 1$ fås $i = i_c$, hvilket vil give løftning.

Sikkerheden kan imidlertid også defineres, som forholdet mellem de stabiliserende og de løftende kræfter i linien A-B:

$$\text{Løftende} \quad u = 70 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Stabiliserende} \quad \sigma = 4,0 \cdot 21 = 84 \text{ kN/m}^2$$

$$f_2 = \frac{\sigma}{u} = \frac{8,4}{7,0} = 1,20$$

For $f_2 = 1$ fås $\sigma = u$, hvilket giver $\bar{\sigma} = 0$. Løftning indtræder således netop, når $f_2 = 1$.

Til trods for at begge betragtninger er i overensstemmelse med gængs definition af begrebet sikkerhed, er resultaterne afgørende forskellige. Denne tvetydighed i begrebet sikkerhed er desværre almen ved beregning af jordlegemers stabilitet. f_1 er beregnet på grundlag af effektive spændinger, medens f_2 er beregnet på grundlag af totale spændinger. Forskellen skyldes, at poretrykket u er medtaget i tæller og nævner ved beregningen af f_2 , men ikke ved beregningen af f_1 :

$$f_1 = \frac{i_c}{i} = \frac{(\gamma_m - \gamma_w) d_o}{\gamma_w \Delta h}$$

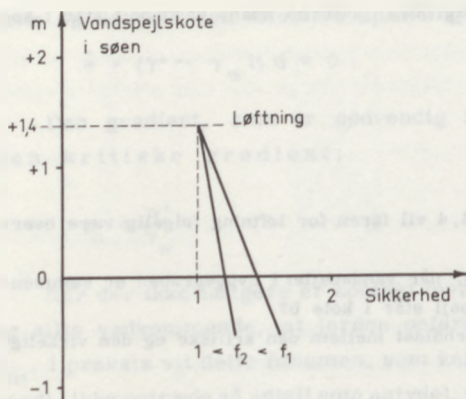
Lægges $u = \gamma_w (d_o + d_1)$ til i tæller og nævner, fås:

$$\frac{(\gamma_m - \gamma_w) d_o + \gamma_w (d_o + d_1)}{\gamma_w \Delta h + \gamma_w (d_o + d_1)} = \frac{\gamma_m d_o + \gamma_w d_1}{\gamma_w h_1} = \frac{\sigma}{u} = f_2$$

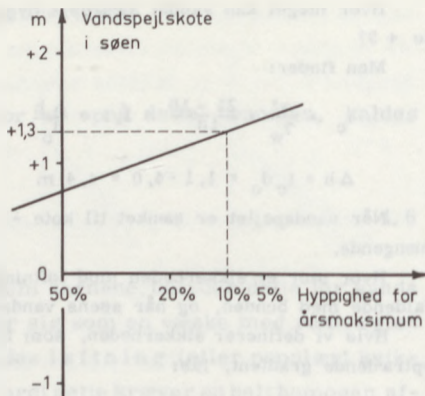
Heraf fås følgende lovmæssighed:

$$f_1 > f_2 > 1; \quad f_1 = f_2 = 1; \quad f_1 < f_2 < 1$$

Dette er illustreret på figur 4.7, hvor sikkerheden(-erne) er optegnet som funktion af vandspejlets beliggenhed i søen.



Figur 4.7 Sikkerhed mod løftning.



Figur 4.8 Hyppighedskurve for vand-spejlets årsmaksimum.

For at undgå denne tvetydighed kunne følgende generelle definition anvendes: "Sandsynligheden for brud skal være mindre end 5% i konstruktionens forventede levetid". Det tvetydige sikkerhedsbegreb er erstattet af et entydigt krav til sandsynlighed for brud.

Figur 4.8 viser en statistik, som er nødvendig for at løse problemet efter dette krav. Figuren viser den akkumulerede hyppighed for årsmaksimum af vandstand i søen. Af kurven fremgår, at der er 50% sandsynlighed for, at vandspejlet et givet år stiger højere end kote + 0,7. Dette sker således hvert andet år, medens vandspejlet hvert tiende år stiger højere end kote + 1,3. Såfremt støbningen i byggegruben forventes at vare i 0,5 år, vil der da være $0,5 \cdot 0,10 \sim 5\%$'s sandsynlighed for, at vandet stiger højere end kote + 1,3 i den forventede levetid; 1/2 år. Kriteriet er da overholdt for den skitserede problemstilling, fordi vandet skal stige fra kote 0 til kote + 1,4 for at forårsage løftning.

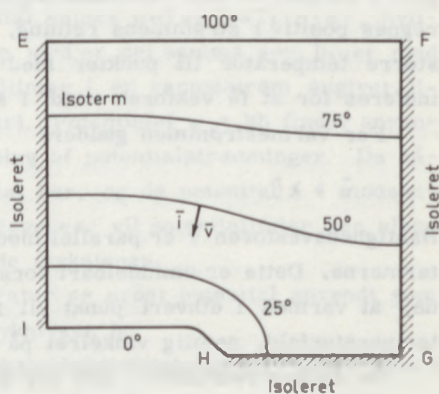
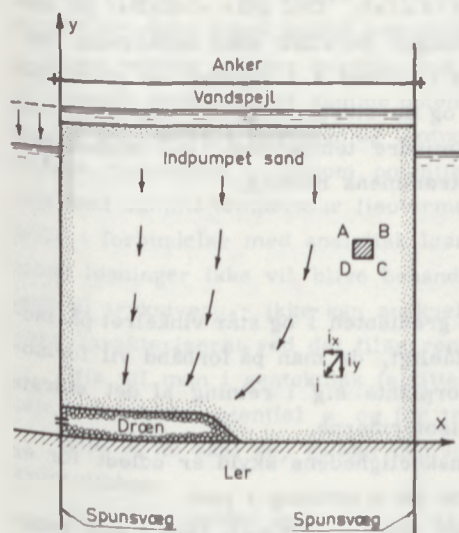
4.4 Potentialstrømninger

Det er de færreste strømningproblemer, som med rimelighed kan forenkles til et eendimensionalt problem. Selvom enhver strømning naturligvis er tredimensional, kan de fleste dog forenkles til plane problemer, som i de fleste tilfælde kan løses teoretisk.

Figur 4.9 viser en dobbelt spunsvæg af stor udstrækning vinkelret på papirets plan. Før opfyldningen med sand er fuldendt, falder det frie vand-

spejl pludseligt. Herved opstår en forskel i trykniveau lig vandspejlsforskellen, som driver vandet ned gennem sandlaget til drænet i et forsøg på at udligne forskellen. På grund af drænets skæve placering kan der ikke være tale om parallelstrømning, men om en strømning i to dimensioner, hvor vandets bevægelsesretning i planen er forskellig fra punkt til punkt.

Som vi senere skal se, falder denne strømning ind under begrebet potentialstrømning. Potentialteori er en matematisk disciplin, som dækker mange andre fysiske fænomener: Strømning af ideale væsker, elektriske og magnetiske strømfelter og varmestrømninger. For bedre at forstå begreberne trykniveau og gradient, vil vi betragte en strømning af varme



Figur 4.10 Analogi med varmestrømning.

Figur 4.9 Plan strømning i fangedæmning.

gennem en metalplade af samme form som strømningsområdet imellem den dobbelte spunsvæg og med tilsvarende grænsebetingelser.

Figur 4.10 viser en sådan metalplade. Hele kanten E-F er opvarmet til 100°C , medens kanten H-I holdes på 0°C . Kanterne E-I og F-G-H samt forside og bagside er isoleret, således at varme ikke kan passere. Det er

muligt på denne plade at finde en kontinuert kurve, hvor temperaturen er konstant (f. eks. lig 75°). Denne kurve kaldes en isotherm. På figuren er vist 5 isotermer, 2 grænseisotermer (0° og 100°) og 3 indre isotermer (25° , 50° og 75°). Af sådanne isotermer findes der uendelig mange, svarende til en hvilken som helst inddeling af temperaturen.

Ved gradienten i en given retning forstås temperaturfaldet pr. længdeenhed i denne retning:

$$i_s = - \frac{\partial T}{\partial s} \quad 4.7$$

Til et vilkårligt punkt P indenfor området hører således en i_s svarende til enhver retning udfra punktet. Hele skaren af i_s 'er er komponenter af en vektor \vec{i} , som for et givet punkt ligger fast i forhold til områdets geometri. Denne vektor kaldes gradienten. Den står vinkelret på isotermerne, fordi komponenten på retningen parallelt med isotermens tangent i punktet er nul. Minusfortegnet i formel 4.7 skyldes, at gradienten regnes positiv i strømmens retning, og da strømmen går fra punkter med større temperatur til punkter med mindre temperatur, må minustegnet indføres for at få vektoren vendt i strømmens retning.

For varmestrømmen gælder:

$$\vec{v} = \lambda \vec{i}$$

Hastighedsvektoren \vec{v} er parallel med gradienten \vec{i} og står vinkelret på isotermerne. Dette er umiddelbart forståeligt, da man på forhånd vil formode, at varmen i ethvert punkt vil forplante sig i retning af det største temperaturfald, nemlig vinkelret på isotermerne.

De fundne resultater, der for anskuelighedens skyld er udledt for en varmestrømning, kan anvendes direkte på strømning i jord.

Under forudsætning af at jorden er såvel homogen (ens i alle punkter) som isotrop (ens i alle retninger), gælder Darcy's lov i næsten uændret form:

$$\vec{v} = k \vec{i}$$

4.8

hvor k som før er permeabilitetskoefficienten. I følge forudsætning er k ens i alle punkter og i alle retninger (homogen og isotrop jord), og k er derfor en skalar af bestemt størrelse knyttet til ethvert punkt indenfor området - i modsætning til \vec{v} og \vec{i} , som er vektorer.

\vec{v} er en vektor, som angiver væskedelens hastighed og bevægelsesretning i et givet punkt.

Gradienten \bar{i} bestemmes entydigt ved sine komponenter på to akseretninger:

$$i_x = - \frac{\partial h}{\partial x} \qquad i_y = - \frac{\partial h}{\partial y}$$

hvor h er trykniveauet, som indgår helt analogt med temperaturen T i det foran beskrevne.

Indsættes Darcy's lov i udtrykket for gradientens komponenter, fås:

$$v_x = - \frac{\partial kh}{\partial x} = - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \qquad v_y = - \frac{\partial kh}{\partial y} = - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \qquad 4.9$$

Størrelsen $\varphi = kh$ kaldes potentialet, hvorved forstås en til ethvert punkt i området (også kaldet potentialfeltet) knyttet skalar, hvis afledede i en given retning angiver hastighedens komponent i retningen. Linier i feltet gennem punkter med samme potential kaldes potentiallinier, hvilket for strømning i homogen og isotrop jord er det samme som linier med samme trykniveau - ligesom potentiallinier i en varmem strøm angiver linier med samme temperatur (isotermer). Potentialet $\varphi = kh$ finder anvendelse i forbindelse med analytisk løsning af potentialstrømninger. Da sådanne løsninger ikke vil blive behandlet her, og da potential - i modsætning til trykniveau - ikke kan anskueliggøres, vil potentiallinier her alene være karakteriseret ved det tilsvarende trykniveau.

Oftentimes vil man i geoteknisk faglitteratur se ordet potential anvendt som udtryk for både potential φ og for trykniveau h .

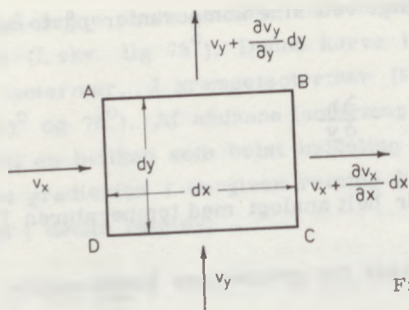
Som vi nu skal se, gælder den lokale kontinuitetsligning ganske som i hydraulikken.

Hvis både vandet og jorden er usammentrykkelig, skal den vandmængde, der løber ind i et vilkårligt element, være lig den vandmængde, der løber ud. Dette kan udtrykkes matematisk ved at betragte elementet ABCD i figur 4.11, udskåret af for eksempel strømningen i figur 4.9:

$$+ v_x dy + v_y dx - (v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx) dy - (v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy) dx = 0$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \qquad 4.10$$

hvilket er den lokale kontinuitetsligning.



Figur 4.11 Den lokale kontinuitetsligning.

Indsættes ligningerne 4.9 fås:

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad 4.11$$

Dette er Laplace's ligning, som har entydige løsninger for alle strømningssområder, når grænsebetingelserne er givne. Fra matematikken vides desuden, at løsningen entydigt bestemmer een og kun een værdi af h i ethvert punkt indenfor strømningssområdet. Forbindes alle punkter med samme trykniveau h , fås en kontinuert og differentiabel (glat) kurve mellem områdets grænser. I henhold til det ovenfor nævnte er denne kurve netop en potentiallinje. Såvel gradienten som hastighedsvektoren i et givet punkt står vinkelret på potentiallinjen gennem punktet. Ved en strømlinie forstås en kurve, der i alle punkter har hastighedsvektoren til tangent. En strømlinie har da også gradienten til tangent, og derfor må potentiallinjer og strømmlinier altid stå vinkelret på hinanden indenfor strømningssområdet.

Området mellem to strømmlinier kaldes en strømkanal. En strømkanal vil have samme vandføring i hele sin udstrækning, hvilket betyder, at to strømmlinier aldrig kan skære hinanden. Da potentiallinjerne altid står vinkelret på strømmlinjerne, kan to potentiallinjer heller ikke skære hinanden.

Når grænsebetingelserne er kendt, vil Laplace's ligning have entydige løsninger. En analytisk løsning vil dog i reglen være både omstændelig og vanskelig at finde ved almindelige geotekniske strømningssproblemer. Det var derfor skelsættende, da østrigeren Forchheimer i 1917 kunne fremlægge en grafisk løsning: strømnettet, der hurtigt løser de fleste praktiske strømningssproblemer.

4.5 Strømnet

Vi betragter en strømkanal med vandføringen Δq . Denne vandføring er konstant i hele strømkanalens udstrækning. Strømkanalen tænkes opdelt i tre potentiallinier, der står vinkelret på strømlinierne, som vist på figur 4.12. Forudsættes det, at de to forskelle i trykniveau er lige store, fås af Darcy's lov:

$$v = ki$$

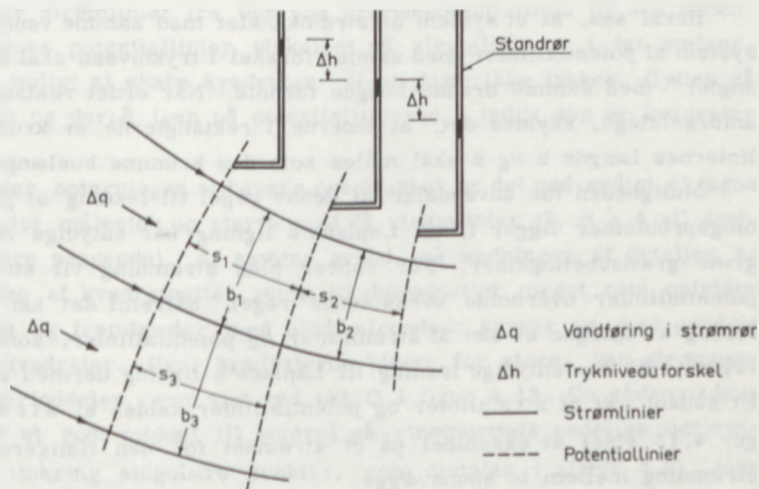
$$\frac{\Delta q}{b_1} = k \frac{\Delta h}{s_1} \quad \frac{\Delta q}{b_2} = k \frac{\Delta h}{s_2}$$

hvilket giver:

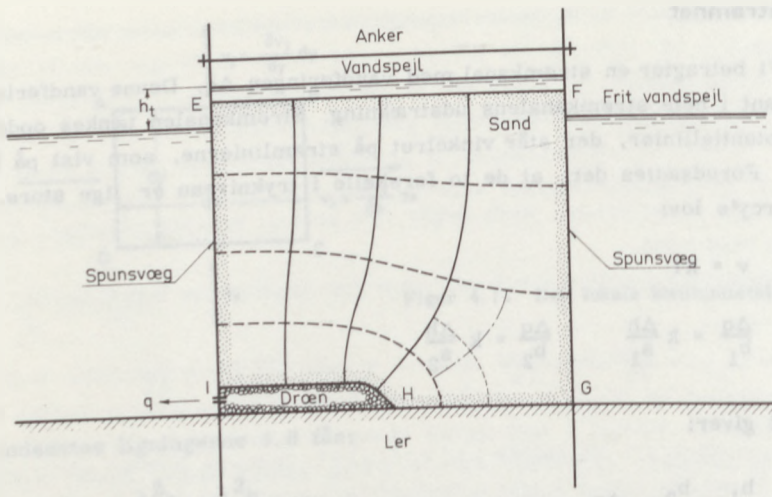
$$\frac{b_1}{s_1} = \frac{b_2}{s_2} = \frac{\Delta q}{\Delta h k}$$

Betragtes endnu en strømkanal med vandføring Δq fås:

$$\frac{\Delta q}{b_3} = k \frac{\Delta h}{s_3}$$



Figur 4.12 Strømnettets princip.



Figur 4.13 Eksempel på strømnet.

eller

$$\frac{b}{s} = \frac{b_3}{s_3} = \frac{b_2}{s_2} = \frac{b_1}{s_1} = \frac{\Delta q}{\Delta h k} = \text{en konstant} \quad 4.12$$

Heraf ses, at et system af strømkanaler med samme vandføring og et system af potentiellinier med samme forskel i trykniveau skal danne "rektangler" med samme bredde-længde forhold. Når ordet rektangel sættes i anførselstegn, skyldes det, at siderne i rektanglerne er krumme. Midtliniernes længde b og s skal måles som den krumme buelængde.

Muligheden for anvendelse af denne regel til løsning af plane strømningproblemer ligger i, at Laplace's ligning har entydige løsninger for givne grænsebetingelser. For enhver plan strømning vil strømli­n­ier og potentiellinier overholde ovenstående regel. Såfremt det kan lykkes ved forsøg at optegne et sæt af strømli­n­ier og potentiellinier, som overholder reglen, vil den entydige løsning til Laplace's ligning dermed være fundet. Et sådant sæt af strømli­n­ier og potentiellinier kaldes et strømnet. Fi­gur 4.13 viser et eksempel på et strømnet for den tidligere betragtede strømning mellem to spuns­vægge.

Da man står frit med hensyn til valget af bredde-længde forhold, vælges dette så vidt muligt som 1 : 1, hvorved fås krumme kvadrater. Be-

tingelsen om, at midtliniernes længde skal være den samme indenfor et kvadrat, kan da let kontrolleres uden måling. Til optegningen af strømnettet på figur 4.13 er udelukkende valgt kvadrater. Hvorvidt betingelsen, om at strømmlinier og potentiallinier skal stå vinkelret på hinanden, er opfyldt, vurderes også let uden måling.

Et strømnet er bestemt af grænsebetingelserne, ligesom løsningen til Laplace's ligning er bestemt af grænsebetingelserne. Disse fastlægger på forhånd normalt to grænsestrømmlinier og to grænsepotentiallinier, som danner udgangspunkt for optegningen af strømnettet. På figur 4.13 er grænsebetingelserne:

EF	}	grænsepotentiallinier
HI		
FGH	}	grænsestrømmlinier
EI		

Disse grænsestrømmlinier og grænsepotentiallinier adskiller sig kun fra de øvrige strømmlinier og potentiallinier ved at være givet på forhånd. De indgår i strømnettet på lige fod med de øvrige strømmlinier og potentiallinier, som skal danne rektangler (kvadrater) med og stå vinkelret på grænselinierne.

Optegningen af ethvert strømnet starter med fastlæggelse af grænsestrømmlinier og grænsepotentiallinier. Almindeligvis fortsættes med optegning af et par strømmlinier fra den ene grænsepotentiallinie til den anden. Derpå indtegnes potentiallinier vinkelret på strømmlinierne i det omfang, som det er muligt at skabe kvadrater. Hvor dette ikke lykkes, flyttes på strømmlinierne og derpå igen på potentiallinierne - indtil der er kvadrater overalt.

For under optegningen at bevare overblikket er det nødvendigt at tegne i passende stor målestok og starte med få strømmlinier (2, 3 à 4 vil sædvanligvis være passende). Af samme grund må ændringer af detaljer og underinddeling af kvadratnettet vente til hovednettet meget nær opfylder betingelserne og fremtræder med blødt afrundede kurver og med gradvis varierende kvadrater. Hvor kvadraterne bliver for store, kan strømnettet altid underinddeles, som vist ved pkt. G i figur 4.13. En sådan underinddeling er et godt middel til kontrol på strømnettets endelige udformning (især omkring singulære punkter, som omtales i afsnit 4.6), men vil, hvis den anvendes på et tidligt stadie af optegningen, tilsløre strømnettets karakteristiske træk.

Til optegning af et strømnet kræves

1. Kendskab til grænsebetingelserne:
 - a. grænser mod frit vand er potentiallinier
 - b. grænser mod impermeable lag er strømmlinier
2. Kendskab til de indre betingelser:
 - a. strømmlinier og potentiallinier skal stå vinkelret på hinanden
 - b. strømmlinier og potentiallinier skal danne rektangler (kvadrater)
3. Kendskab til forholdene omkring singulære punkter.

For at kunne tegne strømnettet på overkommelig tid kræves desuden en vis erfaring, og selv da vil optegning af et nøjagtigt strømnet kunne kræve ret lang tid. Ofte kan man dog slække på kravet til nøjagtigheden, fordi et strømnet, der knapt opfylder punkt 2, kan give oplysninger, der kun afviger lidt fra det rigtige. Det må dog understreges, at punkt 1: grænsebetingelserne, skal være strengt overholdt, for at strømnettet overhovedet kan give relevante oplysninger.

Af et korrekt tegnet strømnet kan man få alle ønskede oplysninger.

Gradienten blev i afsnit 4.4 fundet til:

$$i = - \frac{\partial h}{\partial s}$$

hvor s måles langs en strømlinie. Som god tilnærmelse hertil kan anvendes:

$$i = \frac{\Delta h}{s}$$

hvor Δh er den numeriske forskel i trykniveau mellem to potentiallinier, og s er afstanden mellem dem, målt langs en strømlinie, i er en vektor parallel med strømlinierne.

Den samlede vandføring for en strømning, der er begrænset af to strømmlinier og to potentiallinier, kan beregnes på følgende måde:

Vi betragter et vilkårligt kvadrat i strømnettet på figur 4.13. Den samlede forskel i trykniveau h_t er opdelt i n_h lige store fald i trykniveau. Forskellen i trykniveau mellem to nabopotentiallinier er:

$$\Delta h = \frac{1}{n_h} h_t$$

Anvendes Darcy's lov på omtalte kvadrat, fås:

$$v = ki = k \frac{1}{n_h} \frac{h_t}{s}$$

hvor s er afstanden mellem to nabopotentiallinier. Den vandmængde, der passerer mellem de to strømmlinier, fås af:

$$\Delta q = v s$$

hvor s er bredden af strømkanalen i det betragtede kvadrat. Da strømnettet er opbygget af kvadrater, vil de to s 'er være lige store. Vandføringen er den samme i alle strømkanaler. Er antallet af strømkanaler n_q , fås da:

$$q = n_q \Delta q = n_q v s = n_q k \frac{1}{n_h} \frac{h_t}{s} s$$

$$q = k h_t \frac{n_q}{n_h}$$

4.13

Vandføringen q er den vandmængde, der gennemstrømmer området pr. sekund og pr. m vinkelret på papirets plan.

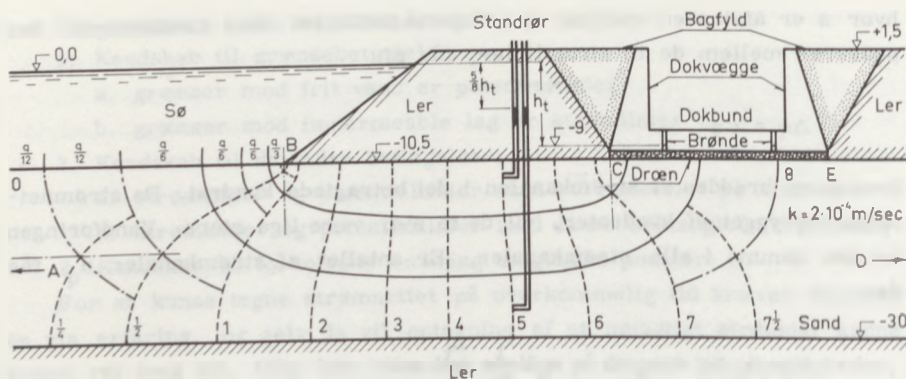
Poretrykket, der har betydning for spændinger i jord, for vandtryk på vægge og for opdrift på understrømmede konstruktioner, kan findes i ethvert punkt af strømnettet. Af udtrykket 4.4 for trykniveauet fås:

$$u = \gamma_w (h - z)$$

hvor h kan findes af potentiallinierne. $\frac{u}{\gamma_w}$ er lig med afstanden fra punktet op til trykniveauet. Beregning vil fremgå af eksempel 4.3 og 4.4. Som omtalt i afsnit 4.3 er variationen i trykniveau og dermed poretrykket i et givet punkt uafhængig af jordens permeabilitet.

EKSEMPEL 4.2

Figur 4.14 viser en dok beliggende i umiddelbar nærhed af en sø med vandspejl i kote 0. Mellem dokken og søen findes et lerlag, der i denne forbindelse kan ansees for impermeabelt. Søbunden i kote - 10,5 består derimod af et sandlag, som står i direkte forbindelse med drænet under dokken. Sandlaget begrænses i kote - 30 af endnu en leraflejring. For at mindske opdriften på dokken pumpes fra brøndene, således at vandspejlet i disse holdes konstant i kote - 9,0. Der vil derfor foregå en strømning fra søen til drænet gennem det permeable sandlag. Søbunden og drænet er grænsepotentiallinier, medens laggrænserne mellem sand og ler er grænsestrømmlinier.



Figur 4.14 Strømning til dokbund.

BC	} grænsestrømlinier
ADE	
AB	} grænsepotentiallinier
CE	

På figuren er vist et strømnet bestående af tre hele strømkanaler og otte hele trykniveauspring. Som vist kan strømnettet underinddeles i halve eller kvarte strømkanaler og trykniveauspring for at kontrollere strømnettet, hvor det måtte være nødvendigt. Over søbunden er på figuren vist den del af vandføringen, der passerer hver af de viste strømkanaler. De specielle forhold, der gør sig gældende omkring skæringspunkterne mellem grænsestrømlinier og grænsepotentiallinier, er belyst i afsnit 4.6; Singulære punkter.

Da strømningssområdet begrænses af to potentiallinier og to strømlinier, kan formel 4.13 anvendes til at finde vandføringen:

$$q = kh_t \frac{n_a}{n_h} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m/sek} \cdot 9 \text{ m} \cdot \frac{3}{8} = 6,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sek} \cdot \text{m}$$

Der skal pumpes $2,4 \text{ m}^3$ i timen pr. løbende meter af dokken for at holde vandpejlet i brøndene 9 m under vandpejlet i søen.

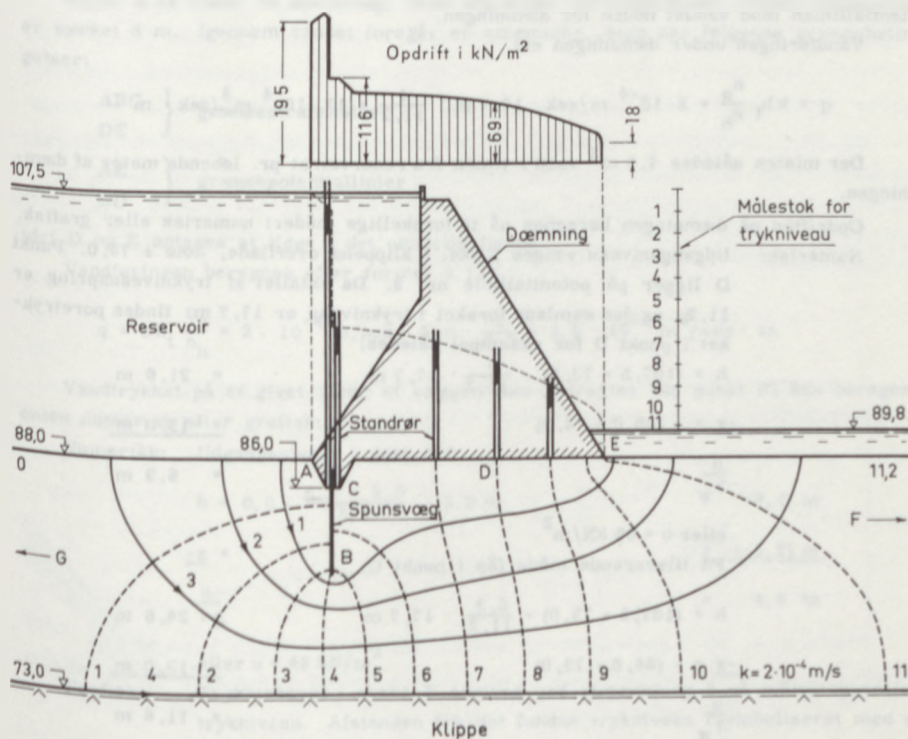
Ved optegning af et strømnet er det ikke altid muligt udelukkende at benytte sig af kvadrater. I en enkelt strømkanal eller et enkelt trykniveauspring må man derfor vende tilbage til anvendelse af rektangler. En sådan strømkanal skal da bestå af rektangler med samme bredde-længdeforhold i hele sin udstrækning, hvilket også gælder et tilsvarende trykniveauspring. Brudne strømkanaler eller trykniveauspring placeres mest

praktisk op mod en grænsestrømlinie eller en grænsepotentiallinie. Det beror på tilfældigheder i strømningsområdets geometri, om et strømnet kan opbygges udelukkende af kvadrater; men et strømnet kan altid indrettes således, at der kun forekommer enten een strømkanal eller eet trykniveauspring, som består af rektangler. Det vil i reglen bedst kunne betale sig ved starten af strømnettet at lægge sig fast på et helt antal af enten strømkanaler eller trykniveauspring.

Ved beregning af vandføringen, formel 4.13, vil antallet af strømkanaler eller trykniveauspring blive brudne tal, fordi strømkanalen eller trykniveauspringet indgår i n med sit bredde-længde forhold.

EKSEMPEL 4.3

En dæmning med fundamentsfladen i kote 88,0 står på et sandlag, som fra kote 73,0 underlejres af impermeabel klippe. For at formindske opdriften på dæmningen er

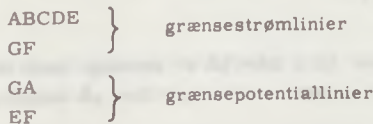


Figur 4.15 Strømning under dæmning.

der fra tætningsgrøften nedrammet en spunsvæg. Reservoirets vandspejl står i kote 107,5, medens nedstrøms vandspejl står i kote 89,8. Den samlede forskel i trykniveau, der driver vandet gennem sandlaget, er da:

$$h_t = 107,5 - 89,8 = 17,7 \text{ m}$$

Sandoverfladen mod såvel vandet i reservoiret, som mod vandet nedenfor dæmningen er grænsepotentiallinier. Øvre grænsestrømlinie starter ved tætningsgrøftens forkant A, fører ned langs forsiden af spunsvæggen til spidsen B og op langs bagsiden til tætningsgrøften C, hvorefter den følger fundamentsfladen til dæmningens bagkant E. Nedre grænsestrømlinie er klippens overflade. Skæringspunktet mellem nedre grænsestrømlinie og de to grænsepotentiallinier regnes at ligge i det uendelig fjerne (se afsnit 4.6).



Figur 4.15 viser et strømnet, hvori der indgår eet trykniveauspring med rektangler. Bredde-længdeforholdet er 0,2 for trykniveauspringet fra potentiallinie 11 til potentiallinien mod vandet neden for dæmningen.

Vandføringen under dæmningen er:

$$q = kh_t \frac{n_q}{n_h} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m/sek} \cdot 17,7 \text{ m} \cdot \frac{4}{11,2} = 13 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sek} \cdot \text{m}$$

Der mistes således $4,5 \text{ m}^3$ vand i timen fra reservoiret pr. løbende meter af dæmningen.

Opdriften på dæmningen beregnes på to forskellige måder: numerisk eller grafisk.

Numerisk: Udgangsniveau vælges f.eks. i klippens overflade, kote + 73,0. Punkt D ligger på potentiallinie nr. 8. Da antallet af trykniveauspring er 11,2, og den samlede forskel i trykniveau er 17,7 m, findes poretrykket i punkt D for eksempel således:

$$h = (107,5 - 73,0) - \frac{8}{11,2} \cdot 17,7 \text{ m} = 21,9 \text{ m}$$

$$\underline{-z} = - (88,0 - 73,0) = \underline{-15,0 \text{ m}}$$

$$\frac{u}{\gamma_w} = 6,9 \text{ m}$$

$$\text{eller } u = 69 \text{ kN/m}^2.$$

På tilsvarende måde fås i punkt C:

$$h = (107,5 - 73,0) - \frac{6,3}{11,2} \cdot 17,7 \text{ m} = 24,6 \text{ m}$$

$$\underline{-z} = - (86,0 - 73,0) = \underline{-13,0 \text{ m}}$$

$$\frac{u}{\gamma_w} = 11,6 \text{ m}$$

$$\text{eller } u = 116 \text{ kN/m}^2$$

Ved at foretage denne udregning for flere punkter på dæmningens underside fås en opdriftsfordeling som vist på figur 4.15 øverst.

Grafisk: Ønskes vandtrykket bestemt i flere punkter indenfor strømningssområdet, foretages afsætningerne lettest ved hjælp af en målestok for trykniveau. En sådan fås ved at opdele og nummerere hele trykniveauforskellen h_t i overensstemmelse med antallet af trykniveauspring. Vandtrykket i et givet punkt (i m VS) fås derefter som afstanden fra punktet og op til den trykniveauinddeling, der har samme nummer som den potentiallinje, der går gennem punktet.

Variationen i trykniveau er vist punkteret på figuren og er symboliseret ved 5 standrør. Opdriften i m VS fås ved at måle afstanden fra punkter på dæmningens underside op til trykniveauet.

Ændres permeabiliteten til $k = 2 \cdot 10^{-2}$ m/sek, forandres vandføringen fra 4,5 til 450 m³/time pr. løbende meter, hvilket antagelig vil gøre dæmningen urentabel på grund af for stort vandtab fra reservoiret, men dæmningens konstruktive udformning ændres ikke, fordi opdriften på dæmningen er uændret.

EKSEMPEL 4.4

Figur 4.16 viser en spunsvæg, som afgrænser en byggegrube, hvori vandspejlet er sænket 5 m. Igennem sandet foregår en strømning, som har følgende grænsebetingelser:

ABC	}	grænsestrømlinier
DE		
AE	}	grænsepotentiallinier
CD		

Idet D og E antages at ligge i det uendelig fjerne.

Vandføringen beregnes efter formel 4.13:

$$q = kh_t \frac{n}{h} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m/sek} \cdot 5 \text{ m} \cdot \frac{3}{6,3} = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sek} \cdot \text{m}$$

Vandtrykket på et givet punkt af væggen (her betragtes kun punkt F) kan beregnes enten numerisk eller grafisk:

Numerisk: Udgangsniveau i kote 0,0.

$$h = 0,0 - \frac{6,3 - 2,0}{6,3} \cdot 5,0 \text{ m} = -3,4 \text{ m}$$

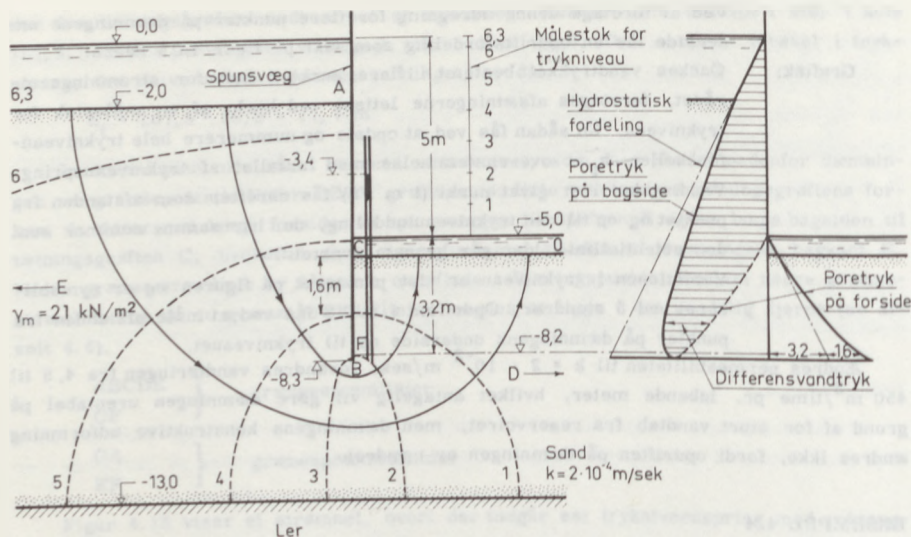
$$-z = \underline{\underline{-(-0,2) \text{ m}}}$$

$$\frac{u}{\gamma_w} = 4,8 \text{ m}$$

eller $u = 48 \text{ kN/m}^2$.

Grafisk: Trykniveauet i punkt F angives ved afmærkning 2 på målestokken for trykniveau. Afstanden fra det fundne trykniveau (symboliseret med et standrør på figur 4.16) til punkt F angiver trykket:

$$4,8 \text{ m VS eller } 48 \text{ kN/m}^2$$



Figur 4.16 Strømning under spunsvæg.

Trykvariationen på for- og bagside er vist fuldt optrukket på figur 4.16. Differensvandtrykket på væggen som helhed er vist skraveret.

Den opadrettede vandstrøm på væggens forside kan forårsage løftning. Den største risiko for negative effektive spændinger optræder i punkt F, umiddelbart til højre for væggens spids. Her er den totale lodrette spænding:

$$\sigma = 0,5 \cdot 10 + 2,7 \cdot 21 = 61,7 \text{ kN/m}^2$$

Da poretrykket kun er 48 kN/m², er der rigelig sikkerhed mod løftning.

Strømningen vil ændre jordens effektive rumvægt på begge sider af spunsvæggen.

$$\bar{\gamma} = \gamma' \pm i \gamma_w$$

hvor

$$\gamma' = \gamma_m - \gamma_w = 21 - 10 = 11 \text{ kN/m}^3$$

Eksempelvis fås i gennemsnit for øverste halvdel af væggens bagside:

$$i = \frac{\Delta h}{s} = \frac{5}{6,3} \frac{(6,3 - 5)}{3,15} = 0,34$$

$$\bar{\gamma} = 11,0 + 0,34 \cdot 10 = 14,4 \text{ kN/m}^3$$

For nederste halvdel fås:

$$i = \frac{\Delta h}{s} = \frac{5}{6,3} \frac{(5 - 2,7)}{3,15} = 0,58$$

$$\bar{\gamma} = 11,0 + 0,58 \cdot 10 = 16,8 \text{ kN/m}^3$$

For væggens forside (rammedybde 2,9 m) fås i gennemsnit:

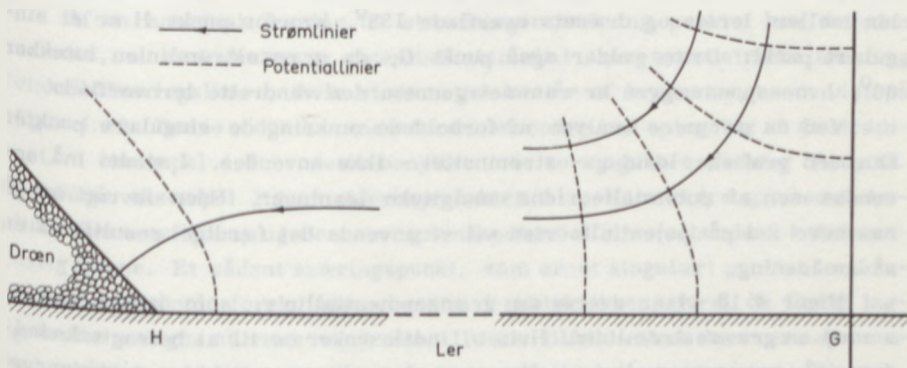
$$i = \frac{\Delta h}{s} = \frac{5}{6,3} \frac{(2,7 - 0)}{2,9} = 0,74$$

$$\bar{\gamma} = 11,0 - 0,74 \cdot 10 = 3,6 \text{ kN/m}^3$$

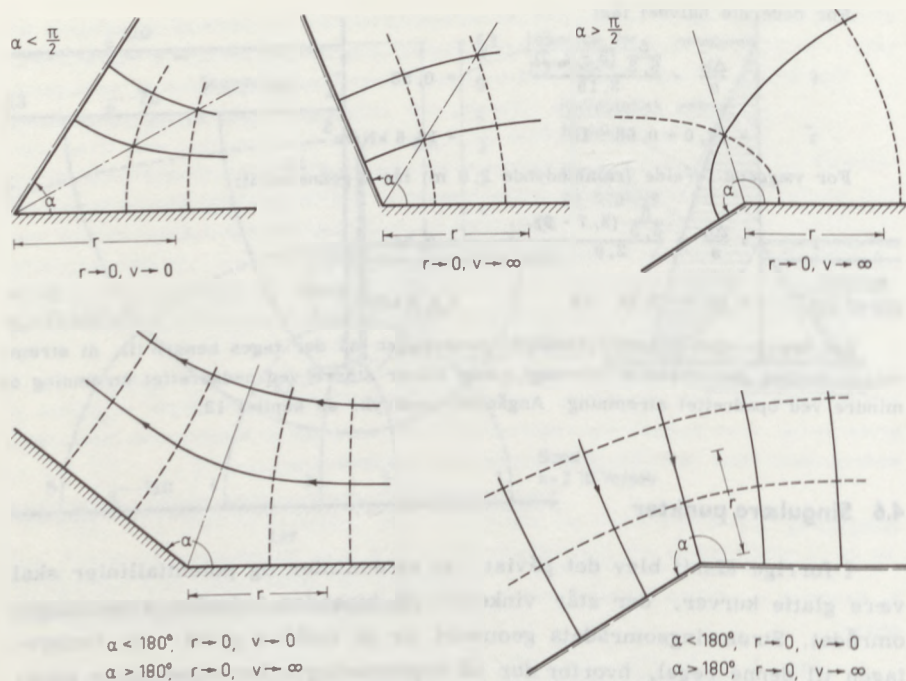
Ved beregningen af jordtrykket på spunsvæggen må der tages hensyn til, at strømmingen ændrer den effektive rumvægt, som bliver større ved nedadrettet strømning og mindre ved opadrettet strømning. Angående jordtryk, se kapitel 12.

4.6 Singulære punkter

I forrige afsnit blev det påvist, at strømmlinier og potentiallinier skal være glatte kurver, der står vinkelret på hinanden indenfor strømningsområdet. Strømningsområdets geometri er på forhånd givet uden hensyntagen til denne regel, hvorfor der på begrænsningen kan forekomme punkter, hvori betingelsen ikke er overholdt. Dette er tilfældet, hvor der er knæk på en grænsestrømlinie eller en grænsepotentiallinie, eller hvor en grænsestrømlinie og en grænsepotentiallinie mødes under en vinkel forskellig fra 90° . Hvor dette forekommer, taler man om singulære punkter.



Figur 4.17 Eksempler på singulære punkter.



Figur 4.18 Strømhastighed i singulære punkter.

Figur 4.17 viser to detaljer af den på figur 4.13 viste strømning indenfor en dobbelt spunsvæg med et skævt placeret dræn. I punkt H er vinklen mellem lerets og drænets overflade 135° , hvorfor punkt H er et singulært punkt. Dette gælder også punkt G, da grænsestrømlinien knækker 90° , hvor spunsvæggen er rammet gennem den vandrette leroverflade.

Ved en nærmere analyse af forholdene omkring de singulære punkter kan den grafiske løsning - strømnettet - ikke anvendes. I stedet må anvendes een af potentialteoriens analytiske løsninger. Uden iøvrigt at gå nærmere ind på potentialteorien vil vi anvende det færdige resultat af en sådan løsning.

Figur 4.18 viser øverst en grænsepotentiallinie, som danner vinklen α med en grænsestrømlinie. Hvis vi indskrænker os til at betragte forholdene på grænsestrømlinien, kan man vise, at variationen i trykniveauet kan skrives på følgende måde:

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{\pi}{2\alpha}} \quad 4.14$$

hvor h og h_0 er trykniveauet i afstanden r og r_0 fra skæringspunktet. Gradienten i et vilkårligt punkt er forskellen i trykniveau pr. længdeenhed i strømretningen, hvoraf fås:

$$i_r = \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{h_0}{r_0} \frac{\pi}{2\alpha} r^{\left(\frac{\pi}{2\alpha} - 1\right)} = C r^{\left(\frac{\pi}{2\alpha} - 1\right)}$$

hvor konstanten C er uafhængig af r . Ved hjælp af Darcy's lov fås følgende hastighedsfordeling på grænsestrømlinien:

$$v_r = k i_r = C' r^{\left(\frac{\pi}{2\alpha} - 1\right)}$$

Hastigheden i selve det singulære punkt fås ved at lade r gå mod nul. Resultatet af denne grænseovergang er:

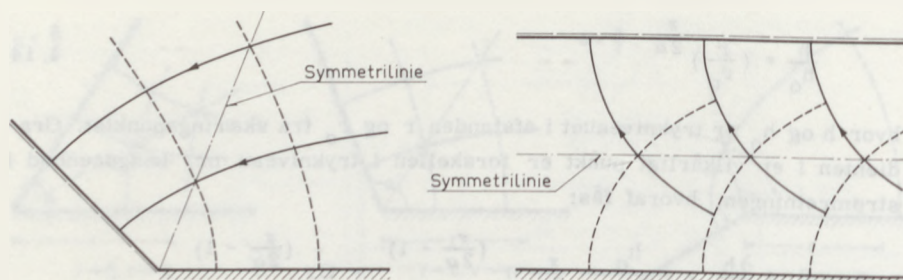
$$v_r \rightarrow 0 \text{ for } 0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$v_r \rightarrow \infty \text{ for } \frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$$

Tilfældet $\frac{\pi}{2\alpha} - 1 = 0$ d. v. s. $\alpha = \frac{\pi}{2}$, svarer til at grænsepotentiallinien står vinkelret på grænsestrømlinien. Kun i dette tilfælde vil punktet ikke være singulært. v_r kan da antage enhver værdi forskellig fra nul, fordi r^0 er identisk lig med 1 for enhver værdi af r .

Resultatet er illustreret øverst på figur 4.18.

Af en analytisk løsning til strømmingen omkring punktet kan desuden udledes, at strømlinier og potentiallinier skal være symmetriske omkring vinkelhalveringslinien, hvis strømnettet består af kvadrater, som vist på figur 4.19. Denne viden kan med fordel anvendes ved optegning af et strømnæt. I eksempel 4.2 er dette benyttet i de to singulære punkter B og C. I samme eksempel ligger skæringspunktet A mellem nedre grænsestrømlinie (leroverfladen) og den ene grænsepotentiallinie (søbunden) i det uendelig fjerne. Et sådant skæringspunkt, som er et singulært punkt, der svarer til α lig nul, forekommer hyppigt i geoteknikken, fordi de fleste laggrænser antages at være vandrette. I dette tilfælde skal der være symmetri omkring midtlinien imellem de to parallelle laggrænser, som illustreret på figur 4.19 og som vist i eksempel 4.2.



Figur 4.19 Symmetri ved singulære punkter.

Knæk på en grænsestrømlinie eller en grænsepotentiallinie kan behandles helt analogt. På figur 4.18 er nederst vist to singulære punkter af denne type. Analytisk kan man vise, at trykniveauerne langs grænsestrømlinien til venstre og trykniveauerne langs strømlinien gennem det singulære punkt til højre kan skrives analogt med formel 4.14:

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{\pi}{\alpha}} \quad 4.15$$

Symbolerne er uændrede. Differentieres med hensyn til r og anvendes Darcy's lov fås:

$$v_r = C' r^{\left(\frac{\pi}{\alpha} - 1\right)}$$

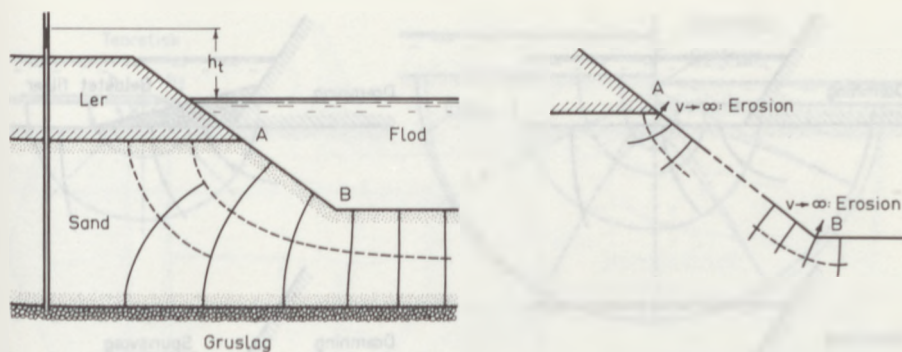
Grænseovergang til det singulære punkt ($r \rightarrow 0$) giver:

$$\begin{aligned} v_r &\rightarrow 0 && \text{for } 0 < \alpha < \pi \\ v_r &\rightarrow \infty && \text{for } \pi < \alpha \leq 2\pi \end{aligned}$$

α lig π svarer til, at der ikke er noget knæk og derfor heller ikke noget singulært punkt.

For ethvert singulært punkt kan de ovenfor fundne resultater sammenfattes således:

Hvis strømlinierne eller potentiallinierne bøjer væk fra det singulære punkt, vil hastigheden i punktet være nul. Bøjer de hen mod punktet, vil hastigheden gå mod uendelig.



Figur 4.20 Erosion i singulære punkter.

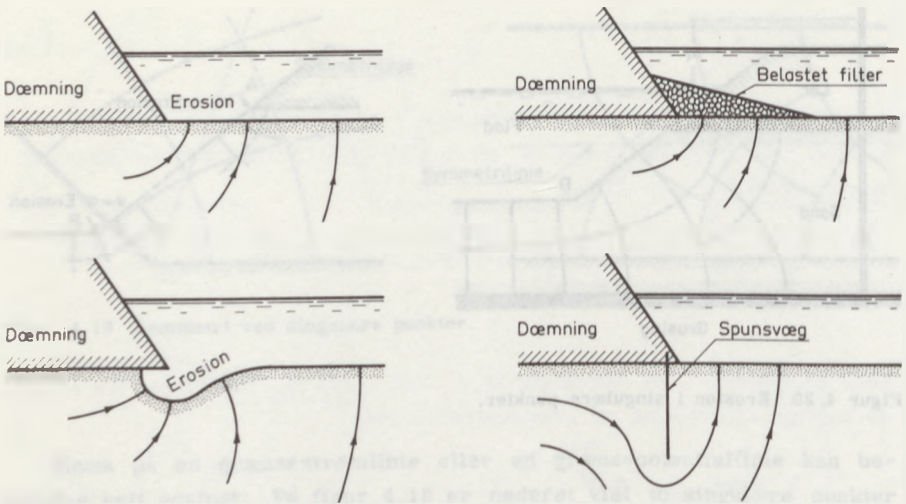
Som allerede fremhævet kan singulære punkter kun forekomme på begrænsningerne af strømningsområdet.

At hastigheden i et singulært punkt kan blive nul, strider ikke med den fysiske virkelighed, men uendelig stor hastighed vil naturligvis ikke optræde i virkeligheden. En af grundene hertil er, at de skarpe knæk, der arbejdes med i teorien, sjældent vil forekomme i praksis.

På figur 4.20 er vist et eksempel. Vandet i gruslaget har et højere trykniveau, for eksempel fordi vandstanden i floden lige er faldet. Strømningen resulterer i hastighedskoncentrationer i punkterne A og B. Forudsætter vi, at disse fra starten virkelig havde skarpe knæk, vil de store hastigheder betyde, at sandkornene eroderes bort af strømkraften, således at knækkene afrundes.

I visse tilfælde kan en sådan erosion være farlig. Figur 4.21 viser strømningen omkring foden af en dæmning. Hvis erosionen ikke imødegås, for eksempel med et belastet filter eller en spunsvæg, kan fænomenet blive farligt for dæmningens stabilitet. I værste fald kan erosionen udvikle sig til et fænomen, der på engelsk kaldes: Piping. Dette består i, at den strækning, som vandet tilbagelægger i jorden, forkortes ved erosionen, hvorved middelgradienten for hele strømningsområdet øges. Herved forøges erosionen med accelererende virkning. Resultatet er en kanal, som underminerer dæmningen. Erosion foran spunsvæggen i figur 4.16 kan ligeledes medføre piping.

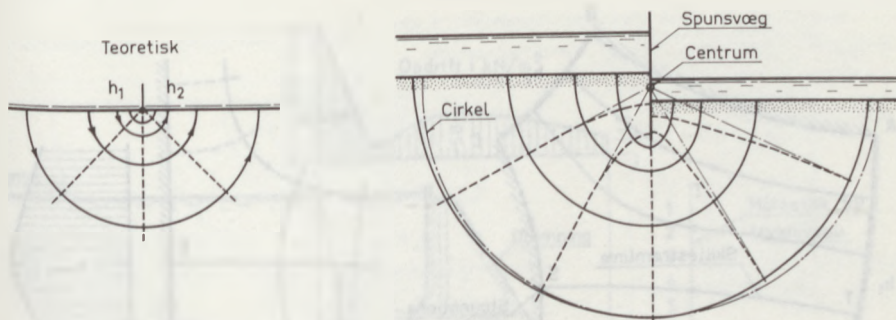
Ved foden af en spunsvæg vender grænsestrømlinien fra at være lodret nedadrettet til at være lodret opadrettet, svarende til $\alpha = 2\pi$. I det-



Figur 4.21 Erosion og "Piping"

te tilfælde kan erosion ikke ændre begrænsningens geometri. Når der alligevel ikke forekommer uendelig store hastigheder, skyldes dette, at Darcy's lov kun er gyldig, så længe strømmingen er laminær. Omkring spunsvægsfoden dannes en mindre zone, hvori strømmingen er turbulent. Hertil kommer, at forudsætningen, om at jorden er homogen, ikke længere vil være opfyldt i denne zone, fordi sandkornene er af samme størrelsesorden som begrænsningens geometri (spunsvæggens spids). Den turbulente zones indflydelse på det øvrige strømbillede er så ringe, at man kan se bort derfra.

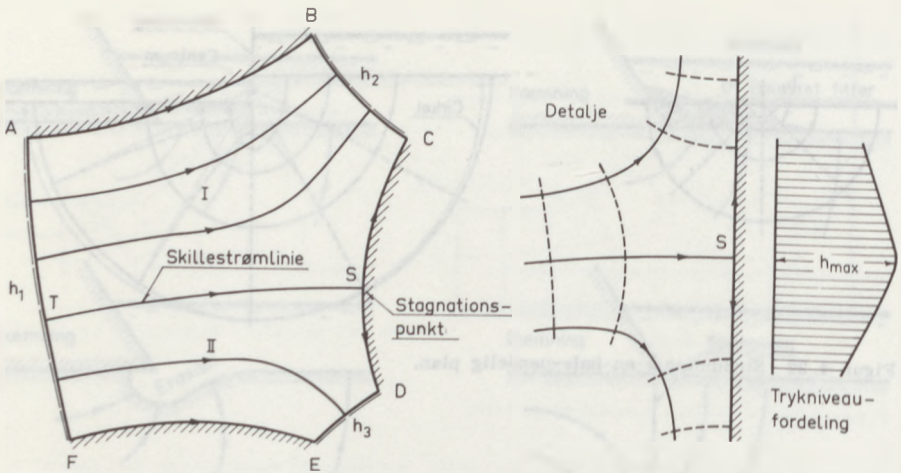
Singularitet kan endvidere optræde i forbindelse med strømming i et lag, hvis nedre begrænsning ikke kendes og derfor tænkes placeret uendeligt dybt. Heller ikke i dette tilfælde rækker den grafiske løsning til, og en tilnærmet grænsebetingelse må formuleres ved hjælp af kendte analytiske løsninger. Figur 4.22 viser til venstre et konstrueret eksempel på en strømming, hvis analytiske løsning er særlig simpel. To vandreservoirer af uendelig udstrækning og med forskellig vandstand adskilles af en tynd væg, som netop rører jordoverfladen. Grænsepotentiallinierne er jordoverfladen på henholdsvis venstre og højre side af væggen. Grænsestrømlinierne repræsenteres af henholdsvis væggens spids og af det uendelig fjerne. Analytisk kan det vises, at strømnettet består af potentialli-



Figur 4.22 Strømning i en halv-uendelig plan.

nier, som stråler radiært ud fra væggen spids og af strømmlinier, som danner cirkler med centrum i væggen spids. Kvadraternes størrelse stiger proportionalt med afstanden. Dette konstruerede eksempel er en hjælp til at formulere en grænsebetingelse for den mere realistiske strømning under en spunsvæg, som er rammet ned i et lag af meget stor mægtighed som vist til højre på figur 4.22. Indflydelsen fra rammedybden vil formindskes, når man går bort fra spunsvæggen, hvorfor strømmlinierne vil nærme sig til cirkler og potentiallinierne til rette linier. Disse linier og cirkler er vist stiplede på figuren. De er en hjælp ved optegningen af det virkelige strømnet, som på figuren er optegnet med fuld og punkteret linie.

Ved en dobbeltstrømning forstås en strømning, der kan opdeles i to enkeltstrømninger. Figur 4.23 viser en idealiseret dobbeltstrømning. Den er karakteriseret ved at være begrænset af tre potentiallinier og tre strømmlinier. Hvis trykniveauet h_1 er større end $h_2 = h_3$, vil der foregå en strømning fra h_1 mod både h_2 og h_3 . Hele strømningen kan opdeles i I: strømningen fra h_1 mod h_2 og II: strømningen fra h_1 mod h_3 . Begge disse strømningsområder er begrænset af to grænsepotentiallinier og to grænsestrømmlinier, idet skillelinien mellem I og II nødvendigvis må være en strømlinie. Denne skillestrømlinies placering er på forhånd ukendt, men det kan vises, at den er entydigt bestemt, hvorfor den vil kunne findes ved optegning af et strømnet i lighed med de øvrige strømmlinier. Optegningen af et strømnet for en dobbeltstrømning vanskeliggøres væsentligt af ukendskab til skillestrømlinies placering. I praksis vil h_2 i reglen være lig h_3 , således at antallet af trykniveauspring i strømnettet skal være det samme fra h_1 til h_2 som fra h_1 til h_3 .

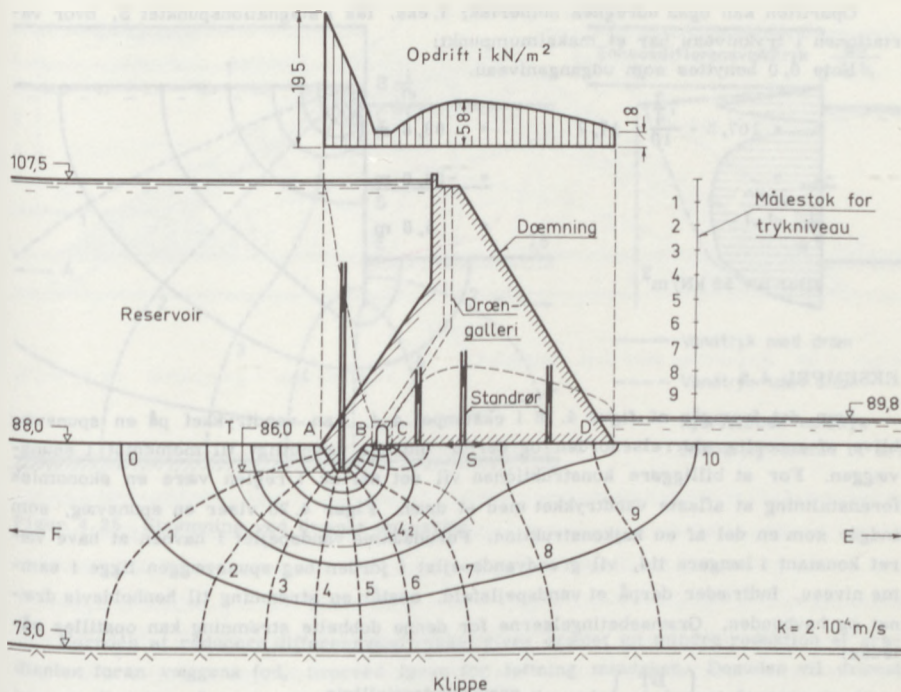


Figur 4.23 Principskitse af dobbelt strømning.

Skillestrømlinien T-S på figuren mødes med grænsestrømlinien C-D et sted mellem C og D. Det kan bevises, at de to strømninger står vinkelret på hinanden i punkt S. Det singulære punkt S kaldes et stagnationspunkt. For strømning I består den ene grænsestrømlinie af linierne T-S-C og for II af T-S-D, som danner et knæk på 90° i S. For et sådant knæk er det tidligere vist, at hastigheden i punktet er nul, deraf navnet: Stagnationspunkt. Da hastighedsvektorerne på grænsestrømlinien C-D alle peger væk fra stagnationspunktet, må fordelingen af trykniveau på C-D have maksimum i S, som vist på figur 4.23.

EKSEMPEL 4.5

Figur 4.24 viser den samme dæmning, som den der er omtalt i eksempel 4.3. I stedet for at reducere opdriften ved hjælp af en spunsvæg nedrammet fra tætningsgrøften, installeres et drængalleri lige bag tætningsgrøften. Vandspejlet inde i galleriet står i samme niveau, som vandspejlet nedenfor dæmningen. Fra reservoirbunden strømmer vandet både til drængalleriet og til jordoverfladen neden for dæmningen. Reservoirbunden A-F er en potentiallinie. Drænet B-C og jordoverfladen E-F neden for dæmningen er potentiallinier med samme trykniveau. Klippeoverfladen E-F er en strømlinie ligesom tætningsgrøften A-B. Dæmningens underside C-D er en strømlinie, hvor alle hastighedsvektorerne vender bort fra stagnationspunktet S. Skillestrømlinien T-S, hvis placering er fundet ved optegning af strømnettet, deler strømningsområdet i to strømninger A-B-C-S-T-A og F-T-S-D-E-F. For hver af disse to strømninger fås følgende vandføring:



Figur 4.24 Dæmning med drængalleri.

Strømning til drængalleri:

$$q_1 = kh_t \frac{n_g}{n_h} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 17,7 \cdot \frac{4,5}{10} = 16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sek} \cdot \text{m}$$

Strømning til jordoverfladen neden for dæmningen:

$$q_2 = kh_t \frac{n_g}{n_h} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 17,7 \cdot \frac{7-4,5}{10} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sek} \cdot \text{m}$$

Den samlede strømning under dæmningen forårsager et vandtab fra reservoiret på:

$$q = 9 \text{ m}^3/\text{time pr. løbende meter dæmning.}$$

Ligesom i eksempel 4.3 er variationen i trykniveau langs dæmnings underside vist med en punkteret linie og symboliseret ved standrør.

Opdriften findes lettest ved at måle fra dæmnings underside til trykniveauet, hvilket direkte giver størrelsen:

$$\frac{u}{\gamma_w} = h - z$$

Opdriften kan også udregnes numerisk; f. eks. fås i stagnationspunktet S, hvor variationen i trykniveau har et maksimumpunkt:

Kote 0,0 benyttes som udgangsniveau.

$$h = 107,5 - \frac{7\frac{3}{4}}{10} \cdot 17,7 = 93,8 \text{ m}$$

$$\underline{-z} = \underline{-88,0 \text{ m}}$$

$$\frac{u}{\gamma_w} = 5,8 \text{ m}$$

$$\text{eller } u = 58 \text{ kN/m}^2.$$

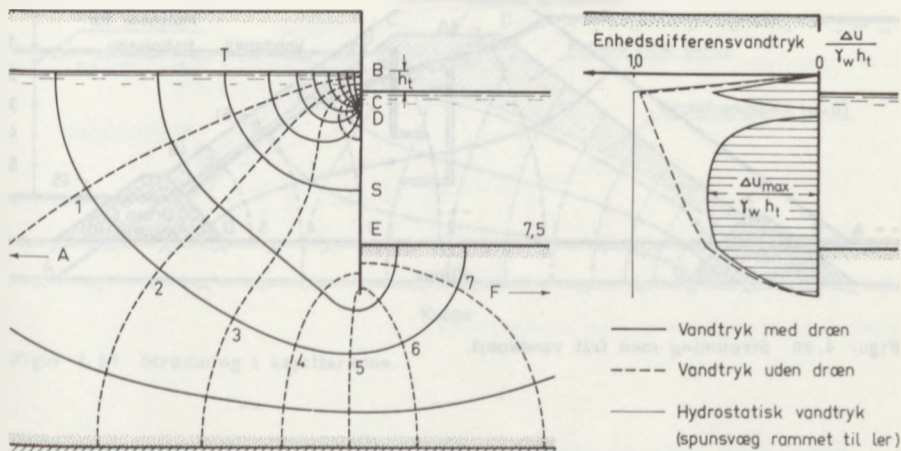
EKSEMPEL 4.6

Som det fremgår af figur 4.16 i eksempel 4.4, kan vandtrykket på en spunsvæg blive af anseelig størrelsesorden og derfor bidrage væsentligt til momentet i spunsvæggen. For at billiggøre konstruktionen vil det derfor i reglen være en økonomisk foranstaltning at aflaste vandtrykket med et dræn. Figur 4.25 viser en spunsvæg, som indgår som en del af en kajkonstruktion. Forudsættes vandspejlet i havnen at have været konstant i længere tid, vil grundvandspejlet i jorden bag spunsvæggen ligge i samme niveau. Indtræder derpå et vandspejlsfald, opstår en strømning til henholdsvis drænet og havbunden. Grænsebetingelserne for denne dobbelte strømning kan opstilles således:

Strømning I:	$\left. \begin{array}{l} \text{BT} \\ \text{CD} \end{array} \right\}$	grænsepotentiallinie
		grænsestrømlinie
	$\left. \begin{array}{l} \text{BC} \\ \text{SD} \end{array} \right\}$	skillestrømlinie = fælles grænsestrømlinie
Strømning II:	$\left. \begin{array}{l} \text{SE} \\ \text{AF} \end{array} \right\}$	grænsestrømlinie
		grænsepotentiallinie
	$\left. \begin{array}{l} \text{AT} \\ \text{EF} \end{array} \right\}$	

Drænets begrænsning CD er tilnærmet med en cirkel for at lette optegningen af strømnettet. Optegningen sker ved forsøg; men foruden de sædvanlige indre betingelser kræves, at antallet af trykniveauspring er det samme for de to delstrømme. Et strømnet, som isøvrigt tilfredsstiller de indre betingelser, men som ikke har samme antal trykniveauspring, må justeres ved nye forsøg, indtil også denne betingelse er overholdt.

Vandtrykket på begge sider af spunsvæggen findes på sædvanlig måde enten ved numerisk beregning eller grafisk. Til højre på figuren er differensvandtrykket vist skraveret. Desuden er differensvandtrykket for den samme væg uden dræn indtegnet med punkteret linie. Arealforskellen mellem de to differensvandtryk svarer til reduktionen i vandtrykkets samlede kraftpåvirkning af væggen. For den viste spunsvæg er reduktionen ca. 40%.



Figur 4.25 Strømning ved drænet spunsvæg.

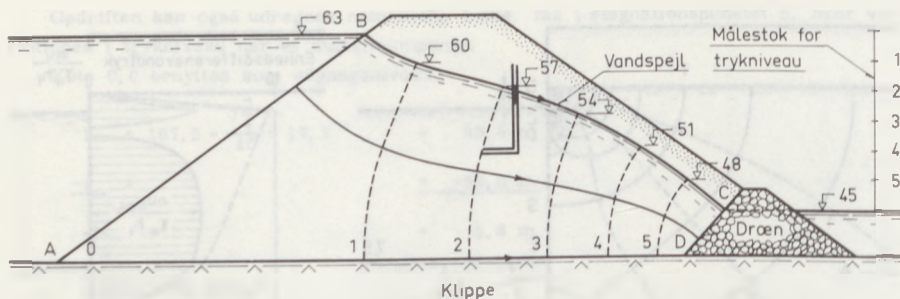
Foruden at reducere differensvandtrykket giver drænet en mindre reduktion af gradienten foran væggenes fod, hvorved faren for løftning mindskes. Desuden vil drænet have indflydelse på jordtrykket på væggen: Ved indlæggelse af drænet forøges gradienten på strækningen mellem grundvandspejlet og drænet, medens den på resten af væggenes bagside reduceres væsentligt. Såfremt afstanden mellem grundvandspejlet og drænet er lille i forhold til hele væggenes højde, vil forøgelsen af den effektive rumvægt her kun betyde lidt i forhold til formindskelsen på resten af væggenes bagside. Resultatet er, at det samlede jordtryk på væggenes bagside formindskes ved indlæggelse af et dræn. Langs forsiden vil den effektive rumvægt - og dermed jordens evne til at optage trykket fra væggen - forøges lidt.

Det indlagte dræn betyder således ikke alene en væsentlig reduktion af det dimensionsgivende vandtryk, men også en reduktion af de dimensionsgivende jordtryk.

4.7 Frit vandspejl

På figur 4.26 er vist en homogen jorddæmning placeret på impermeabel klippe. Ved dæmningens fod er indlagt et dræn, der står i forbindelse med undervandet. På dæmningens opstrøms side er vandet stuvet $h_t = 63 - 45 = 18$ m op over nedstrøms vandspejl.

Vandspejlsforskellen afstedkommer en strømning gennem dæmningen. På figur 4.26 er optegnet strømnettet for denne strømning. Grænsebetin-



Figur 4.26 Strømning med frit vandspejl.

gelserne for strømningsområdet adskiller sig ikke fra de tidligere omtalte for de tre siders vedkommende: AB og CD er grænsepotentiallinier, og AD er en grænsestrømlinie. Begrænsningen BC er imidlertid med vor nuværende viden ukendt, hvad angår såvel placering som grænsebetingelse.

Først vil vi betragte det tilfælde, hvor dæmningsmaterialet er så groft, at den kapillære stighøjde kan negligeres. Strømningsområdets øvre begrænsning BC må da være grundvandspejlet, hvorover jorden er tør eller fugtig, og hvorunder jorden er vandmættet. Grundvandspejlet er karakteriseret ved, at poretrykket er nul, hvilket giver den søgte grænsebetingelse:

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w} = z$$

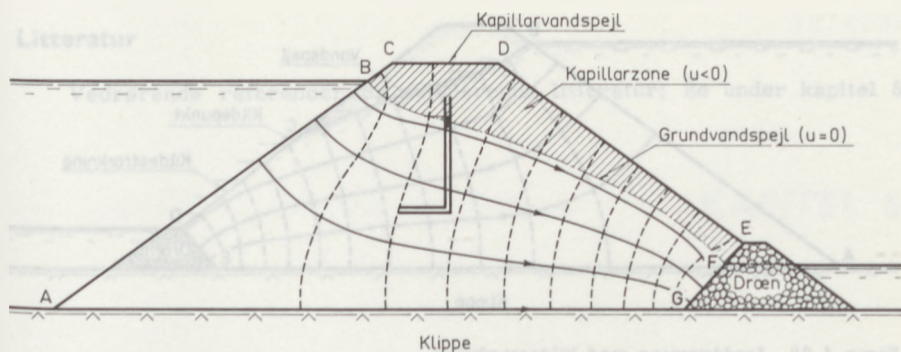
eller:

$$\Delta h = \Delta z$$

4.16

Heraf udledes, at to nabopotentiallinier med forskellen i trykniveau Δh skal skære grundvandspejlet således, at den lodrette afstand mellem skæringspunkterne er $\Delta z = \Delta h$.

Hvis strømningen ikke ændrer sig med tiden, må det desuden gælde, at grundvandspejlet er den øvre grænsestrømlinie. Grundvandspejlet kan nemlig kun være uforandret med tiden, såfremt hastighedsvektoren i et vilkårligt punkt i vandspejlslinien er parallel med denne. Potentiallinierne skal altså stå vinkelret på grundvandspejlet.



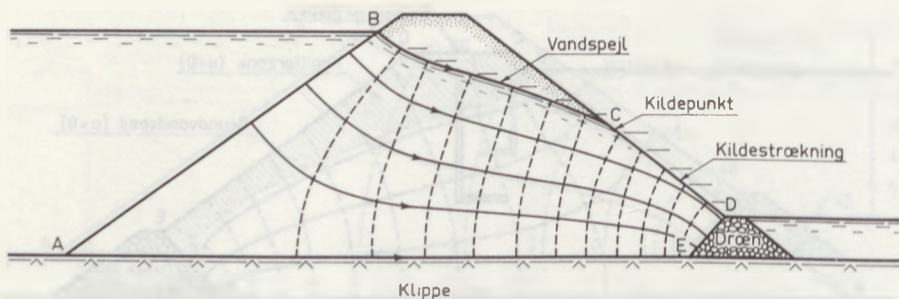
Figur 4.27 Strømning i kapillarzone.

Grundvandspejlets beliggenhed bestemmes entydigt af, at potentiallinierne skal stå vinkelret på grundvandspejlet, samt at forskellen i trykniveau skal være lig den geometriske højdeforskel.

Optegningen af strømnettet startes med at skønne grundvandspejlets beliggenhed, hvorefter strømnettet kan optegnes som sædvanligt. Derpå kontrolleres, om den lodrette afstand mellem potentialliniernes skæringspunkter med grundvandspejlet overalt svarer til det valgte trykniveauspring. Hvis dette ikke er tilfældet ændres på grundvandspejlets beliggenhed og dermed på strømnettet, indtil betingelsen er opfyldt.

Det fremgår af ovenstående, at det manuelle arbejde med optegningen af strømnettet er forøget væsentligt ved det manglende kendskab til vandspejlets beliggenhed. Det er tidligere omtalt, at et løst optegnet strømnet vil kunne give oplysninger, der kun afviger lidt fra det rigtige, idet grænsebetingelserne dog skal være strengt overholdt, for at strømnettet kan give relevante oplysninger. For strømninger med frit vandspejl gælder det, at overholdelsen af grænsebetingelsen er nøje forbundet med selve strømnettet, hvoraf fremgår, at nøjagtighedskravet til strømnettet er forøget.

Derefter vil vi, som vist på figur 4.27, se på det tilfælde, hvor dæmningsmaterialet har en stor kapillær stighøjde. Vandet vil da suges helt op til dæmningsens overflade, således at hele dæmningen er vandmættet. Strømningen vil derfor foregå over hele dæmningstværsnittet - også i kapillarzonen over grundvandspejlet, hvor poretrykket er negativt. BCDE og AG er da grænsestrømlinier, mens AB og GF er grænsepotentiallinier, og tilfældet falder ind under de i afsnit 4.5 omtalte strømninger med kendte begrænsninger. Det bemærkes, at grundvandspejlet i dette tilfælde ikke er en strømlinie.



Figur 4.28 Jorddæmning med kildestrækning.

Figur 4.28 viser en dæmning, hvis dræn er for lille eller hvis nedstrøms skråning er for stejl. Som ovenfor er AB en grænsepotentiallinie, medens klippens overside AE er en grænsestrømlinie i hele udstrækning. For en stationær strømning må BC være en grænsestrømlinie. Kildestrækningen CD, hvor vandet løber ud af dæmningen, adskiller sig fra de øvrige begrænsninger ved hverken at være en strømlinie eller en potentiallinie; men da poretrykket i overfladen her er nul, må også for kildestrækningen gælde, at den lodrette afstand mellem potentialliniernes skæringspunkt med vandspejlet (her overfladen) skal være lig trykniveauspringet. Da vandet på kildestrækningen løber ud af dæmningen, skal potentiallinierne derimod ikke stå vinkelret på overfladen, som ikke er en strømlinie.

Forekomsten af en kildestrækning ved foden af en dæmning er yderst farlig for stabiliteten og bør altid undgås. Grunden hertil er, at hastighedsvektoren og dermed gradienten har en komponent vinkelret på jordoverfladen, hvorved de enkelte korn kan løftes fri af overfladen. Der er således en betydelig fare for erosion, som kan udvikle sig til "piping", hvis der ikke foretages afværgende foranstaltninger. Ved spærredæmninger vil der i reglen være sørget for et effektivt dræningsarrangement til imødegåelse af erosion, men for diger og udgravninger gælder det, at udgifterne forbundet med en tilstrækkelig tilbundsgående geoteknisk forundersøgelse og en effektiv beskyttelse ofte er for store i forhold til den udgift en eventuel erosion vil belaste bygværket med. Blandt andet som følge heraf kræves ved katastrofebelastning af diger en stadig inspektion af disse, medens man i udgravninger altid må være forberedt på at skulle imødegå erosion.

Litteratur

Vedrørende referencer og supplerende litteratur: Se under kapitel 5.

KAPITEL 5



NOTATER



Figur 1.18: Schnitt durch ein Dachstuhl

Das Dachstuhl ist ein Holztragwerk, das die Lasten des Daches auf die Mauerwerkswände überträgt. Es besteht aus einem System von Sparren, Stielen und Stützen. Die Sparren sind die horizontalen Träger, die die Dachziegel tragen. Die Stiele sind die vertikalen Träger, die die Sparren unterstützen. Die Stützen sind die vertikalen Träger, die die Stiele unterstützen. Das Dachstuhl ist ein wichtiges Element der Dachkonstruktion, das die Stabilität und Sicherheit des Gebäudes gewährleistet.

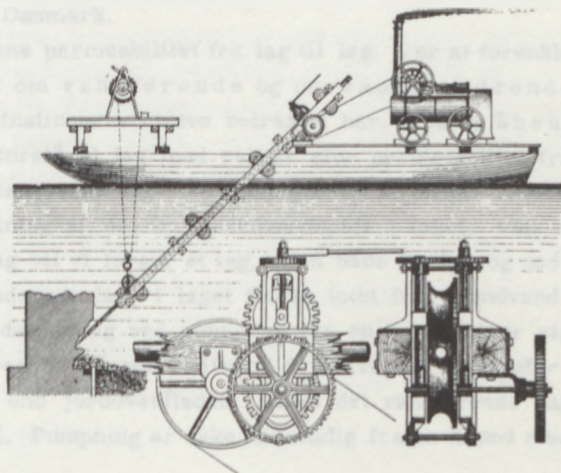
Die Konstruktion des Dachstuhls ist von der Form des Daches und der Art der Lasten abhängig. Bei einem Giebelstuhl sind die Sparren an den Giebelenden durch Stiele verbunden. Bei einem Halbstuhl sind die Sparren an den Giebelenden durch Stützen verbunden. Die Stiele sind durch Stützen an den Mauerwerkswänden abgestützt. Die Sparren sind durch Stiele an den Mauerwerkswänden abgestützt. Die Stiele sind durch Stützen an den Mauerwerkswänden abgestützt. Die Sparren sind durch Stiele an den Mauerwerkswänden abgestützt.

5. Specielle strømningsproblemer

KAPITEL 5

5.1 Grundbænkning

En grundbænkning er en kunstig konstruktion, der anvendes til at forhindre jordens perkolering af vand og dermed sikre grundvandsressourcen. Dette kan være nødvendigt i områder, hvor vandet er forurenet eller hvor der er risiko for saltvandsindtrængning. Grundbænkninger kan opbygges på forskellige måder, herunder ved hjælp af jord, sten eller beton. De kan også være udstyret med filterlag og andre tekniske løsninger for at sikre, at vandet bliver renset og holdt tilbage. Grundbænkninger er især vigtige i områder med højt vandindhold og i nærheden af vandløb eller søer. De kan også anvendes til at forhindre vandets udvaskning af næringsstoffer og pesticider i grundvandet. Grundbænkninger er en vigtig del af vandforvaltningen og kan bidrage til at sikre et bævar vandressource til fremtiden.

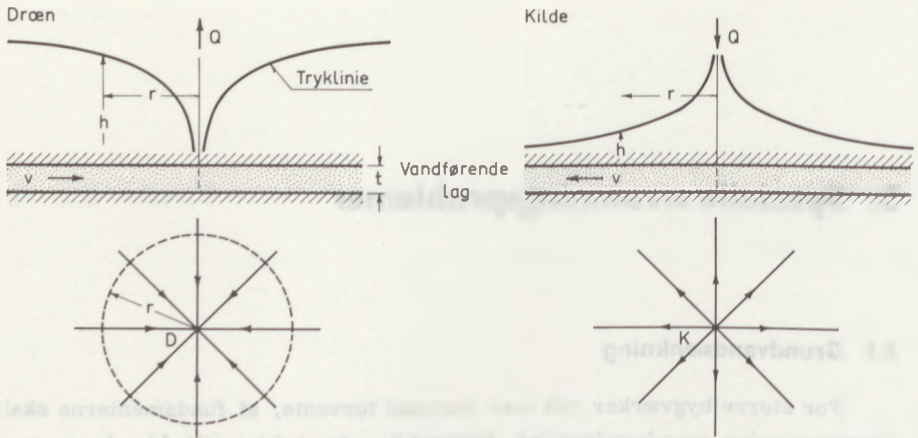


5. Specielle strømningsproblemer

5.1 Grundvandsenkning

For større bygværker må man normalt forvente, at fundamenterne skal placeres under grundvandspejlet. Bortset fra de sjældne tilfælde, hvor man vælger at udgrave vådt og støbe under vand, må det anses for en forudsætning for en tilfredsstillende gennemførelse af funderingsarbejdet, at vandet på betryggende måde holdes borte fra byggegruben. Dette opnås ved at foretage en sænkning af grundvandspejlet, hvorved fundamentsudgravningen kan foregå i jord over grundvandspejlet. Grundvandsenkningen udføres i næsten alle tilfælde ved pumpning fra gravede eller borede brønde. Undertiden udføres bygværker, under hvilke der foretages permanent grundvandsenkning for at reducere opdriften på det færdige bygværk. Den permanente pumpning i hele bygværkets levetid er en billigere løsning end at dimensionere for den fulde opdrift. Drænede dokker er et eksempel herpå. Vandtilstrømning til brønde forekommer desuden i forbindelse med vandforsyning, når denne baseres på grundvand, som det er tilfældet med det meste vandforsyning i Danmark.

I naturen veksler jordens permeabilitet fra lag til lag. For at forenkle problemstillingen taler man om vandførende og om vandstandsende lag. Kun de enkleste kombinationer vil blive betragtet her. Ved et åbent vandførende lag vil vi forstå et lag med relativ stor permeabilitet fra jordoverfladen til et vandstandsende lag. Strømningen til en brønd i dette lag viser sig ved en sænkning af det fri grundvandspejl i laget. Ved et lukket vandførende lag vil vi forstå et lag, som både opadtil og nedadtil afgrænses af vandstandsende lag. I laget findes intet frit grundvandspejl, hvorfor en grundvandsenkning ved pumpning fra en brønd viser sig ved en sænkning af trykniveauet i laget. Såfremt trykniveauet i det uforstyrrede lag ligger højere end jordoverfladen, siges det vandførende lag at have et spændt vandspejl. Pumpning er ikke nødvendig fra en brønd med



Figur 5.1 Trykniveau omkring plane kilder og dræn.

forbindelse til et sådant lag, fordi det højere trykniveau vil presse vand op gennem brønden. Fænomenet kaldes en artesisk brønd efter den franske provins Artois, hvor artesiske brønde hyppigt forekommer.

Den stationære strøm til en brønd, som er placeret i et homogent og isotropt lag af stor udstrækning, er rotationssymmetrisk om brønden. For strømmen i et lukket vandførende lag gælder desuden, at strømmingen er plan. I dette tilfælde kan problemet derfor løses ved optegning af et sædvanligt strømnet, men en analytisk løsning vil i de fleste tilfælde føre både lettere og elegantere til løsningen, som det vil fremgå af det følgende.

Ved et plant dræn forstås en todimensional strømning, som er rotationssymmetrisk om en linie vinkelret på det plane lag. Langs denne linie tænkes fjernet $q \text{ m}^3/\text{s}$ pr. meter, således at den totale vandføring ud af laget er $Q = qt \text{ m}^3/\text{s}$, hvor t er lagtykkelsen, som angivet på figur 5.1. Såfremt der er stationære forhold, må en til Q svarende vandmængde passere ethvert cirkulært snit i afstanden r fra drænet;

$$Q = -v2\pi r t \quad 5.1$$

Hastigheden v , som defineres positiv i radiusvektors retning, kan også udtrykkes ved Darcy's lov:

$$v = ki = -k \frac{dh}{dr}$$

I forbindelse med formel 5.1 fås da:

$$\frac{dh}{dr} = \frac{Q}{2\pi krt}$$

eller

$$h = \frac{Q}{2\pi kt} \ln r + \text{konstant} \quad 5.2$$

En plan kilde er karakteriseret ved, at det vandførende lag tilføres $Q \text{ m}^3/\text{s}$ - i modsætning til drænet, fra hvilket der fjernes $Q \text{ m}^3/\text{s}$. For en plan kilde fås af kontinuitetsligningen følgende udtryk, som er analogt med formel 5.2:

$$h = -\frac{Q}{2\pi kt} \ln r + \text{konstant} \quad 5.3$$

Sammenhængen mellem h og r er illustreret på figur 5.1 for både kilde og dræn. For trykniveauet gælder følgende:

For dræn: $h \rightarrow +\infty$ for $r \rightarrow \infty$

$h \rightarrow -\infty$ for $r \rightarrow 0$

For kilde: $h \rightarrow -\infty$ for $r \rightarrow \infty$

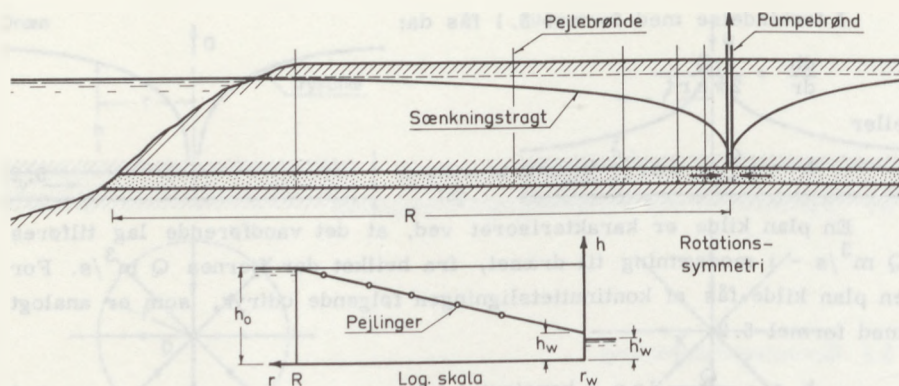
$h \rightarrow +\infty$ for $r \rightarrow 0$

I virkeligheden pumpes fra en brønd af endelig udstrækning. Forudsættes at strømmingen ikke påføres ekstra energitab ved brønden, kan konstanten bestemmes på grundlag af grænsebetingelsen: $h = h_w$ for $r = r_w$, hvor h_w er trykniveauet ved brøndvæggen og r_w er brøndens radius. For et dræn fås:

$$h - h_w = \frac{Q}{2\pi kt} \ln \frac{r}{r_w} \quad 5.4$$

For givne parametre: Q , k , t og r_w kan trykniveauet i laget bestemmes i forhold til trykniveauet i brønden, men en bestemmelse af trykniveauet i brønden kan kun opnås ved endnu en grænsebetingelse. Som det fremgår af formel 5.4 går h imod uendelig for r gående mod uendelig. I en given afstand fra brønden medfører pumpningen således en hævnning af det oprindelige trykniveau, hvilket er absurd. Urimeligheden skyldes, at forudsætningen om stationære forhold ikke kan opretholdes i et lag af uendelig udstrækning, hvor en pumpning må føre til en stadig formindskelse af trykniveauet. For at opnå stationære forhold må der i en given afstand R fra brønden være mulighed for vandtilstrømning til laget. Dette vil i praksis sige en sø med konstant trykniveau h_0 :

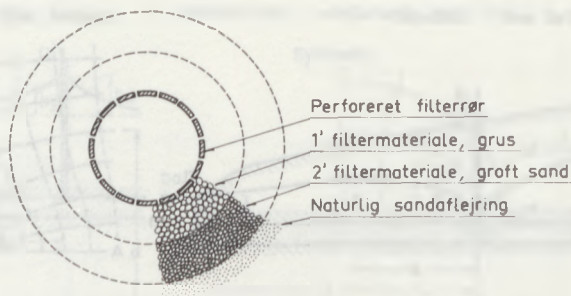
$$h_0 - h_w = \frac{Q}{2\pi kt} \ln \frac{R}{r_w} \quad 5.5$$



Figur 5.2 Prøvepumpning med pejlebrønde.

På dette grundlag kan variationen i trykniveau - også kaldet sænkningstragten - findes for en given pumpning. Omvendt kan permeabiliteten af laget findes ved en given pumpning og en observeret sænkning. I så fald taler man om en prøvepumpning. Det kan være vanskeligt at bestemme R , fordi kravet om rotationssymmetri aldrig vil være opfyldt i praksis. Vanskeligheden skal dog ikke tillægges for stor betydning, fordi \ln -funktionen vokser stadig langsommere for voksende R . Derimod skal forudsætningen om stationære forhold undersøges grundigt, fordi etablering af stationære forhold ofte kræver længere tid end ønskeligt i praksis.

Et eksempel på en grundvandsenkning er vist på figur 5.2. For at eftervise funktionssammenhængen og for at eftervise, at forholdene er blevet stationære, er der placeret pejlebrønde, hvori vandspejlets niveau registreres. Pejlebrøndene bør placeres med stadig større indbyrdes afstand på grund af \ln -funktionen. Afsættes de observerede trykniveauer i en enkelt logaritmisk afbildning, skal punkterne i henhold til formel 5.5 ligge på en ret linie, som vist på figur 5.2. I praksis viser det sig, at denne linie altid skærer $r = r_w$ over det i pumpebrønden observerede vandspejl h_w' . Forskellen $h_w - h_w'$, som kaldes filtertabet, er et ekstra tab ved overgangen fra den omgivende jord til det frie vandspejl i brønden. For at undgå udvaskning af jorden omkring brønden må det perforerede brøndrør - kaldet filterrøret - omgives af materialer med aftagende kornstørrelse, som vist på figur 5.3. I det viste filter sker der ekstra energitab, som teorien for plane dræn ikke har taget hensyn til.



Figur 5.3 Filterrør.

Superpositionsprincippet giver den ovenfor fundne løsning for en enkelt brønd langt større anvendelsesmuligheder end til blot at løse problemet med rotationssymmetrisk strømning til et dræn. Den fundamentale bevægelsesligning for vands strømning i jord fandtes i afsnit 4.4 at være Laplace-ligningen. Denne ligning er lineær, hvilket betyder, at superpositionsloven kan anvendes; Såfremt to sæt funktioner hver for sig er løsninger til Laplace-ligningen, vil også deres sum være en løsning. Komplicerede strømme kan derfor undertiden opdeles i simple, hvorpå den komplicerede løsning findes ved simpel addition. Den eneste begrænsning er, at de simple løsninger efter additionen strengt skal overholde grænsebetingelserne for det komplicerede problem. Superpositionsprincippets anvendelighed vil fremgå af nedenstående eksempel.

EKSEMPEL 5.1

En flod, som tænkes at forløbe retliniet, begrænses af vandstandsende jordlag, bortset fra et lag, hvis øvre laggrænse ligger afstanden h_0 under vandspejlet i floden, og hvis lagtykkelse er t , som vist på figur 5.4. Fra baglandet foregår en stadig strøm af grundvand til floden gennem det vandførende lag. I afstanden L fra floden tænkes foretaget vandindvinding fra en brønd med radius r_w . Hvor meget kan der pumpes fra brønden, uden at der pumpes flodvand op af brønden?

Løsningen fås ved superposition af den uforstyrrede grundvandstrøm og en grundvandsænkning.

Variationen i trykniveau for den uforstyrrede parallelstrøm kan udtrykkes ved:

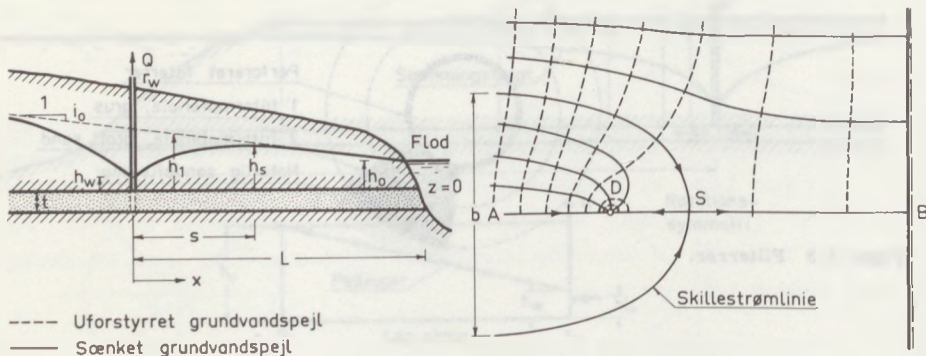
$$h_1 = h_0 + i_0 (L - x)$$

hvor i_0 er gradienten i den uforstyrrede strøm. Den tilsvarende hastighed kan udtrykkes ved Darcy's lov:

$$v_1 = k i_0$$

Lodret snit i flodbred

Vandret snit i vandførende lag



Figur 5.4 Grundvandsækning i lukket vandførende lag.

For grundvandsækningen gælder det, at den skal overholde grænsebetingelsen ved flodbredden, hvor trykniveauet skal være konstant, samt grænsebetingelsen uendelig langt fra brønden, hvor virkningen skal være nul. Disse betingelser opfyldes ikke af den hidtil beskrevne rotationssymmetriske strømning til et dræn, men opnås let ved kombination af et dræn og en kilde, som vist på figur 5.5.

Placeres et dræn, hvorfra der pumpes Q (m^3/s), og en kilde, hvortil der føres Q (m^3/s), i et lag af uendelig udstrækning, kan den resulterende strøm fås ved superposition af løsningen for henholdsvis drænet og kilden:

$$h_2 = h_D + h_K = \frac{1}{2\pi} \frac{Q}{kt} \left[\ln \frac{r_D}{r_w} - \ln \frac{r_K}{r_w} \right]$$

$$h_2 = \frac{1}{2\pi} \frac{Q}{kt} \ln \frac{r_D}{r_K}$$

5.6

hvor D står for dræn og K for kilde.

Det fremgår af denne løsning, at for $r_D = r_K$ fås $h_2 = 0$. Midtnormalen til forbindelseslinjen er således en potentiellinie. Desuden gælder det, at for store afstande fra drænet og kilden vil $h_2 \rightarrow 0$, svarende til at virkningen bliver forsvindende med afstanden. De i det foregående stillede krav er således tilfredsstillet, såfremt vi alene betragter løsningen på drænets side af midtnormalen.

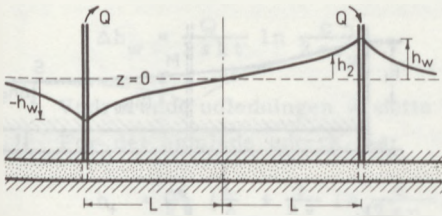
Den samlede løsning bliver da:

$$h = h_1 + h_2 = h_0 + i_0 (L - x) + \frac{1}{2\pi} \frac{Q}{kt} \ln \frac{r_D}{r_K}$$

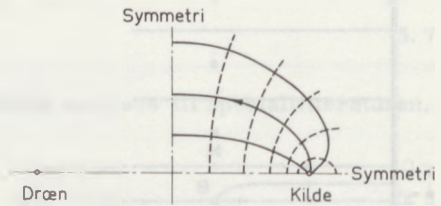
Betragtes alene variationen i trykniveau langs linie ADSB på figur 5.4 fås:

$$h = h_0 + i_0 (L - x) + \frac{1}{2\pi} \frac{Q}{kt} \ln \frac{|x|}{2L - x}$$

Lodret snit gennem dræn og kilde



Vandret snit i vandførende lag



Figur 5.5 Superposition ved spejling.

Denne funktion er optegnet til venstre på figuren, medens strømnettet for den plane strømning er vist til højre. En del af strømmingen indfanges af brønden og hindres i at nå floden. Den bredde b , hvori vandet indfanges, fås ved en simpel kontinuitetsbetragtning:

$$Q = v_1 bt$$

På linien DSB er S et stagnationspunkt, hvor vandet til venstre for punktet strømmer mod brønden og til højre mod floden. Punktets placering ($x = s$) bestemmes af, at hastigheden skal være nul, hvilket er det samme som, at hastigheden fra grundvandsænkningen alene skal være modsat og numerisk lig den uforstyrrede hastighed. Stagnationspunktet er også karakteriseret ved, at trykniveauet har et maksimum:

$$-k \frac{dh}{dx} = v_1 + v_2 = v_1 - \frac{1}{2\pi} \frac{Q}{t} \frac{2L}{(2L-x)x} = 0$$

Løsningen til denne andengrads ligning er:

$$s = L \left[1 \left(\mp \right) \sqrt{1 - \frac{1}{\pi} \frac{Q}{Ltv_1}} \right]$$

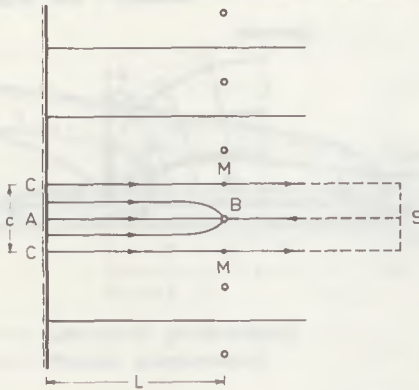
For $Q \rightarrow 0$ fås $s \rightarrow 0$, svarende til, at stagnationspunktet rykker mod brønden. Den modsatte grænse $s = L$ giver svaret på det stillede spørgsmål: Hvor meget kan der pumpes, uden at der kommer flodvand til brønden?

$$Q = \pi Ltv_1$$

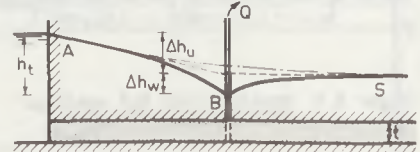
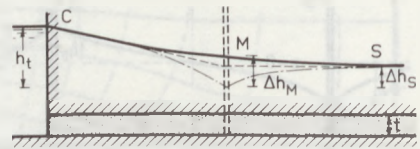
For denne pumpning fra brønden vil stagnationspunktet netop være sammenfaldende med flodbredden, og en forøgelse vil betyde, at flodvand strømmer til brønden, fordi hastigheden fra grundvandsænkningen alene vil være større end den uforstyrrede hastighed på hele strækningen DB.

Ved grundvandsænkninger omkring bygværker eller udgravninger etableres sænkningen i reglen ved hjælp af flere brønde, som placeres i et

Plan af brøndrække



Lodret snit CMS midt mellem brønde



Lodret snit ABS gennem brønd

Figur 5.6 Strømnet og trykniveau ved strømning til brøndrække.

mønster omkring bygværket eller udgravningen. Også i dette tilfælde kan superpositionsprincippet finde anvendelse ved at summere bidraget fra hver brønd, men i praksis fås en tilstrækkelig god tilnærmelse ved at opdele sænkningen af trykniveauet i et bidrag fra strømningen henimod brøndrækken som helhed og et bidrag fra strømningen i umiddelbar nærhed af brønden.

Figur 5.6 viser en brøndrække i afstanden L fra en flod og med en indbyrdes afstand c mellem brøndene. Af symmetri Grunde kan strømningen opdeles i områder, hvor vandet alene strømmer til samme brønd. Af figuren fremgår, at der over en lang strækning er tale om en parallelstrømning mod brøndrækken. På denne del af strømningen har brøndenes indbyrdes afstand ringe betydning. Fra løsningen af strømningen til en enkelt brønd vides desuden, at trykniveauet aftager logaritmisk mod brønden, hvorfor langt den væsentligste del af tabet sker i umiddelbar nærhed af brønden. Det er derfor fristende at opdele i et bidrag fra parallelstrømningen og et bidrag fra strømningens koncentration omkring brøndrøret. Det første bidrag kan let beregnes ved at forudsætte brøndrækken erstattet med en grøft:

$$v = ki \quad \text{eller} \quad \Delta h_u = L \frac{Q}{kct}$$

hvor Δh_u er bidraget fra parallelstrømningen, når Q er pumpningen pr. brønd.

For bidraget fra brøndene kan angives følgende generelle udtryk:

$$\Delta h_w = \frac{Q}{2\pi kt} \ln \frac{c}{2\pi r_w} \quad 5.7$$

Vedrørende udledningen af dette udtryk henvises til speciallitteraturen.

For det samlede udtryk fås:

$$h_t = \frac{Q}{kt} \left(\frac{L}{c} + \frac{1}{2\pi} \ln \frac{c}{2\pi r_w} \right) \quad 5.8$$

For en given geometri og en given pumpning kan vandstanden i brøndene bestemmes af formel 5.8.

Det største trykniveau på linien gennem brøndene fås i punktet M, midt mellem to brønde. For forskellen i trykniveau mellem B og M er fundet følgende udtryk:

$$\Delta h_M = \frac{Q}{2\pi kt} \ln \frac{c}{\pi r_w} \quad 5.9$$

For punktet S gælder tilsvarende:

$$\Delta h_S = \Delta h_w = \frac{Q}{2\pi kt} \ln \frac{c}{2\pi r_w} \quad 5.10$$

S er et stagnationspunkt, hvis afstand fra brøndrækken skal være stor. I praksis gælder formlen med god tilnærmelse, når blot afstanden BS er større end $\frac{1}{2} c$.

Bestemmelse af trykniveauet i punkterne M og S vil være af betydning ved vurdering af et givet brøndsystems egnethed til at afværge løftning i udgravninger, som det vil fremgå af nedenstående eksempel.

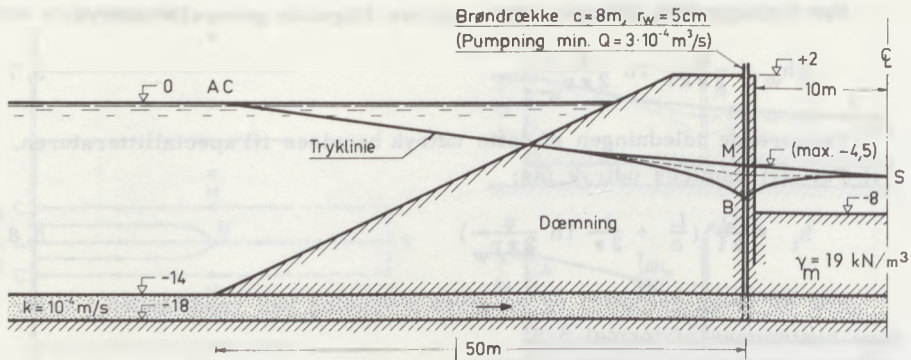
EKSEMPEL 5.2

Nedkørslen til en tunnel under en flod kan etableres ved først at bygge en dæmning et stykke ud i floden, hvorefter tunnelnedkørslen udgraves i dæmningen. Figur 5.7 viser et tilfælde, hvor dæmningen er placeret på et 4 m tykt vandførende lag. Strømning til byggegruben gennem dette lag og op i byggegruben kan forårsage løftning, idet:

$$i_{\text{usænket}} = \frac{\Delta h}{L} = \frac{8}{6} = 1,3 > i_c = \frac{\gamma_m - \gamma_w}{\gamma_w} = 0,9$$

Der skal derfor foretages en grundvandsænkning.

For at have tilstrækkelig sikkerhed mod løftning vælges det kriterium, at løftning netop må forekomme, når poretrykkene multipliceres med en faktor 1,2. Regnes trykniveauet ud fra kote 0, skal der stilles følgende krav til trykniveau h i det vandførende lag under byggegruben:



Figur 5.7 Grundvandsenkning omkring udgravning til tunnelnedkørsel.

Poretryk i vandførende lags overside

$$u = [h - (-14)] \cdot 10 \text{ kN/m}^2$$

Poretryk i byggegrubens bund

$$u = 0 \text{ kN/m}^2$$

Differensporetryk

$$\Delta u = (h + 14) \cdot 10 \text{ kN/m}^2$$

Løftningskriterium: $(h + 14) \cdot 10 \cdot 1,2 \leq 6 \cdot 19$

$$h \leq -4,5 \text{ m}$$

Grundvandsenkningen skal følgelig etableres således, at trykniveauet i det vandførende lag intet sted under byggegruben ligger højere end kote - 4,5.

Højeste trykniveau inden for byggegruben fås midt mellem to brønde. Anvendes symbolerne for forskel i trykniveau fra figur 5.6, kan kriteriet formuleres således:

$$0 - \Delta h_u - \Delta h_w + \Delta h_M \leq -4,5$$

$$\Delta h_u = \frac{L}{kct} Q = \frac{50}{10^{-4} \cdot 8 \cdot 4} Q = 1,56 \cdot 10^4 Q$$

$$\Delta h_w = \frac{Q}{2\pi kt} \ln \frac{c}{2\pi r_w} = \frac{\ln \frac{8}{2\pi \cdot 0,05}}{2\pi \cdot 10^{-4} \cdot 4} Q = \frac{0,13 \cdot 10^4 Q}{1,69 \cdot 10^4 Q}$$

$$-\Delta h_M = -\frac{Q}{2\pi kt} \ln \frac{c}{\pi r_w} = -\frac{\ln \frac{8}{\pi \cdot 0,05}}{2\pi \cdot 10^{-4} \cdot 4} Q = -0,16 \cdot 10^4 Q$$

$$\Delta h_u + \Delta h_w - \Delta h_M = 1,53 \cdot 10^4 Q \geq 4,5$$

$$Q \geq 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

Der skal således pumpes mindst ca. 1 m³/h pr. brønd for at opnå tilstrækkelig sikkerhed mod løftning. Da der er stor usikkerhed på bestemmelsen af k og dermed

følgende usikkerhed på den beregnede pumpning, fås kontrol på sikkerheden mod løftning ved at kræve vandspejlet i pumpebrønden sænket under kote:

$$h_w \leq -4,5 \cdot \frac{1,69}{1,53} = -5,0$$

Hertil kommer dog filtretabet i selve brønden. Da dette ikke kendes med større sikkerhed, fås den bedste kontrol ved vandspejlsmålinger i pejlebrønde, som placeres midt mellem pumpebrønderne.

Teorien for grundvandsænkninger med frit vandspejl kompliceres af, at der skal tages hensyn til den ændring af geometrien, som grundvandspejlets sænkning forårsager. Den rotationssymmetriske sænkningstragt omkring brønden er vist på figur 5.8. Potentiallinierne skal stå vinkelret på oversiden af det vandstandsede lag, fordi dette er en strømlinie. Da strømmingen forudsættes at være stationær, skal potentiallinierne også stå vinkelret på vandspejlet, som vist punkteret på figuren. Forudsættes potentiallinierne i stedet at være lodrette, som vist med stiplede linie på figuren, opnås en væsentlig lettelse af den analytiske løsning. Tilnærmelsen giver løsninger så nær den eksakte, at man oftest kan se bort fra forskellen.

Placeres udgangsniveaet i det vandstandsede lags overside, vil den højde, hvori vandet strømmer, være lig trykniveaet. Af kontinuitetsligningen fås da:

$$Q = -2\pi r h v$$

hvor hastigheden som før regnes positiv i radiusvektors retning. Darcy's lov giver:

$$v = ki = -k \frac{dh}{dr}$$

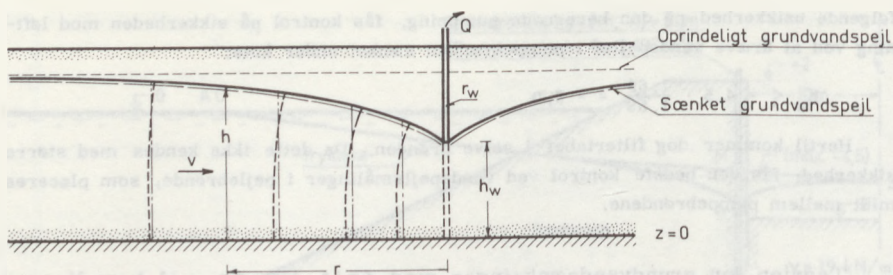
$$Q = 2\pi r h k \frac{dh}{dr} = \pi r k \frac{dh^2}{dr}$$

$$h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln r + \text{konstant}$$

Af en sammenligning med formel 5.2 for grundvandsænkning i et lukket vandførende lag ses, at på venstre side er h blot erstattet af h^2 . Indføres grænsebetingelsen: $h = h_w$ for $r = r_w$, fås analogt med formel 5.4:

$$h^2 - h_w^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{r_w} \quad 5.11$$

For en given pumpning Q kan variationen i trykniveau findes, men formelen er urimelig, fordi $h \rightarrow \infty$ for $r \rightarrow \infty$, ligesom det var tilfældet med



Figur 5.8 Grundvandsenkning med frit vandspejl.

formel 5.4 for grundvandsenkning i lukkede vandførende lag. For frit vandspejl er det derfor også nødvendigt at kende trykniveauet i en given afstand R fra brønden, for at strømmingen kan forudsættes at være stationær:

$$h_0^2 - h_w^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r_w} \quad 5.12$$

Heraf fås sammenhængen mellem pumpning og vandspejlsenkningen i brønden, når der ses bort fra filtretabet.

Forskellen mellem løsningerne for grundvandsenkninger i åbent og lukket vandførende lag er blot, at trykniveauet indgår i anden potens i tilfælde med åbent lag, medens det kun indgår i første potens i tilfælde med lukket lag. Det kan påvises, at de metoder (superposition, spejling og ekstratab), som er omtalt for lukket lag, også gælder for åbent lag, når der superponeres i h^2 i stedet for i h .

EKSEMPEL 5.3

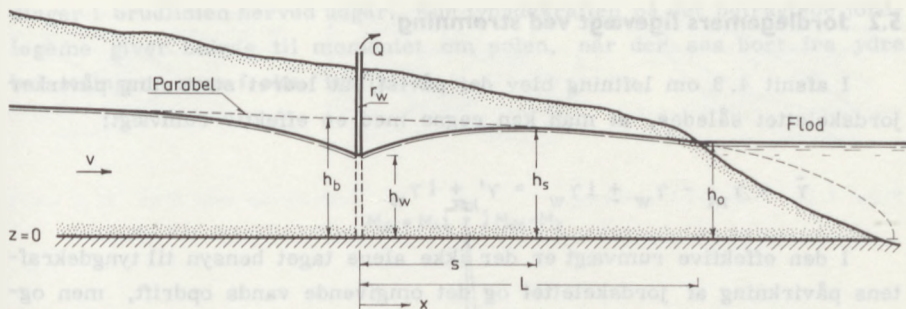
Helt analogt med eksempel 5.1 kan man finde den øvre grænse for pumpning af rent grundvand fra en brønd i afstanden L fra en retliniet flod, til hvilken der løber en strøm af grundvand med frit vandspejl, som vist på figur 5.9. For den uforstyrrede grundvandstrøm gælder under forudsætning af stationære forhold:

$$v h_1 = -k h_1 \left(-\frac{dh_1}{dx} \right) = \frac{1}{2} k \frac{dh_1^2}{dx} = \text{konstant}$$

hvoraf fås:

$$h_1^2 = \text{konstant} \cdot \frac{2}{k} x + \text{konstant}$$

Konstanterne bestemmes ved at sætte:



Figur 5.9 Grundvandsænkning i åbent vandførende lag.

$$h_1 = h_o \quad \text{for } x = L$$

$$h_1 = h_b \quad \text{for } x = 0$$

hvor trykniveauerne h_o og h_b gælder ved henholdsvis floden og ved brønden, som vist på figur 5.9. Dette giver:

$$h_1^2 - h_b^2 = (h_o^2 - h_b^2) \frac{x}{L}$$

hvilket er en parabel med vandret hovedakse i oversiden af det vandstandsende lag og toppunktet for $x > L$.

Superposition af strømmingen fra en kilde med strømmingen til et dræn giver analogt med formel 5.6:

$$h^2 = \frac{1}{\pi} \frac{Q}{k} \ln \frac{r_D}{r_K}$$

Den samlede løsning for linien gennem brønden og vinkelret på floden er da:

$$h^2 = h_b^2 + h_o^2 = h_b^2 + (h_o^2 - h_b^2) \frac{x}{L} + \frac{1}{\pi} \frac{Q}{k} \ln \frac{x}{2L - x}$$

Stagnationspunktet ($x = s$) er det sted, hvor hastigheden er nul, eller hvor trykniveauet har maksimum:

$$s = L \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\pi k} \frac{2}{h_b^2 - h_o^2}} \right)$$

Stagnationspunktet vil netop falde i flodbredden for vandføringen:

$$Q = \frac{1}{2} \pi k (h_b^2 - h_o^2)$$

hvilket er den maksimale pumpning, for hvilken det oppumpede vand ikke er forurenet med flodvand.

5.2 Jordlegemers ligevægt ved strømning

I afsnit 4.3 om løftning blev det påvist, at lodret strømning påvirker jordskelettet således, at man kan regne med en effektiv rumvægt:

$$\bar{\gamma} = \gamma_m - \gamma_w + i\gamma_w = \gamma' + i\gamma_w$$

I den effektive rumvægt er der ikke alene taget hensyn til tyngdekraftens påvirkning af jordskelettet og det omgivende vands opdrift, men også til de kræfter, hvormed strømningen påvirker jordskelettet.

Størrelsen $i\gamma_w$, som kaldes strømkraften, er den kraft, hvormed strømningen påvirker jordskelettet indenfor en volumenenhed. Kraften er ensrettet med vektoren \bar{i} . Disse kræfter har betydning for ligevægten af jordlegemer, som påvist i afsnittet om løftning. Dette gælder ikke kun lodrette strømninger, som det vil fremgå af det følgende.

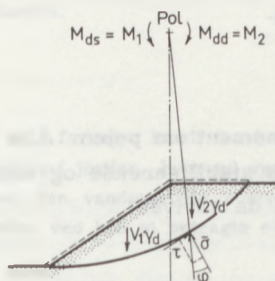
Ved enhver undersøgelse af et legemes ligevægt må legemet afgrænses, og alle de kræfter, hvormed omgivelserne påvirker legemet, må påføres som ydre kræfter i snitfladerne. Foruden af disse ydre kræfter påvirkes legemet af tyngdekraften.

En af de simpleste former for ligevægtsanalyse i geoteknikken er undersøgelse af skråningers stabilitet, d.v.s. undersøgelse af skråningers evne til at blive stående. En sådan stabilitetsanalyse vil indledningsvis blive anvendt som eksempel på strømningens betydning for jordlegemers ligevægt.

STABILITET OG STRØMNING

På figur 5.10 er vist en skråning i tørt sand. I en sådan skråning kan der opstå et skred, såfremt der i jorden udvikles en brudlinie, der forløber fra en højereliggende til en lavereliggende jordoverflade. Når man skal undersøge, om der er fare for skred i en given skråning, betragtes ligevægten af det jordlegeme, der afgrænses af jordoverfladen (vist punkteret) og af en mulig brudlinie. For brudlinien gælder, at de effektive resulterende spændinger danner en kendt vinkel φ - den såkaldte friktionsvinkel - med normalen til brudlinien. Såfremt brudlinien antages at have form som en logaritmisk spiral med stigningsvinkel lig sandets friktionsvinkel, vil alle de resulterende effektive spændinger i brudlinien gå gennem spiralens pol. Faren for skred langs den betragtede brudlinie kan derfor undersøges ved at tage moment om spiralens pol af alle de kræfter, der påvirker det betragtede jordlegeme, idet de ukendte effektive spæn-

dingen i brudlinien herved udgår. Kun tyngdekraften på det betragtede jordlegeme giver bidrag til momentet om polen, når der ses bort fra ydre belastninger, som f. eks. trafiklast.



Figur 5.10 Stabilitetsanalyse i tørt sand.

For at bedømme faren for skred opstilles for det betragtede jordlegeme det såkaldte stabilitetsforhold, hvorved forstås forholdet mellem momentet af stabiliserende og drivende kræfter. I henhold til figur 5.10 fås:

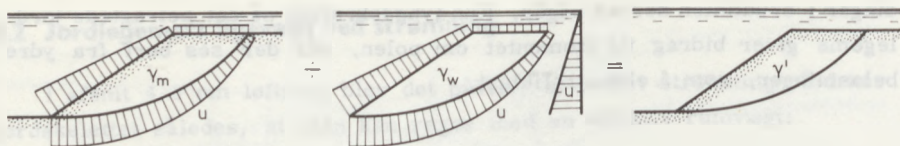
$$f = \frac{M_{ds}}{M_{dd}} \quad 5.13$$

hvor første index refererer til den tørre rumvægt, og andet index refererer til stabiliserende og drivende momenter. Når $f > 1$ er der ikke fare for skred langs den betragtede brudlinie.

Vedrørende stabilitetsanalyse henvises iøvrigt til kapitel 10.

Vi skal i det følgende se, hvordan den beskrevne stabilitetsanalyse kan anvendes til undersøgelse af stabiliteten af skråninger, der er helt eller delvis beliggende under et vandspejl, og hvor der i vandet eventuelt kan foregå en strømning.

Hvis skrånningen er undersøisk, som vist til venstre på figur 5.11, må der ved stabilitetsanalysen tages hensyn til poretrykkene i snitfladerne. Det betragtede jordlegeme vælges således, at det afgrænses af jordens overflade og brudlinien. Rumvægten af legemet er den mættede rumvægt γ_m . For at finde ligevægten må vi erstatte omgivelserne med de spændinger, der virker i snitfladerne. De effektive spændinger i brudlinien gi-



Figur 5.11 Undersøisk skråning.

ver som omtalt ikke noget moment om polen. Alle poretrykkene langs snitfladerne giver derimod både stabiliserende og væltende momenter om polen. Stabilitetsforholdet kan da skrives:

$$f = \frac{M_{ms} + M_{us}}{M_{md} + M_{ud}} \quad 5.14$$

hvor m refererer til den mættede rumvægt og u til poretrykket.

Poretrykkene kan være besværlige at tage i regning, hvorfor en væsentlig forenkling kan opnås ved følgende betragtning. En hvilken som helst kombination af kræfter i ligevægt kan lægges til eller trækkes fra uden at påvirke ligevægten af det betragtede legeme. På figuren er i midten vist et vandlegeme kongruent med jordlegemet. Langs snitfladen virker de samme poretryk som på jordlegemet til venstre. Disse poretryk i en hydrostatisk fordeling holder ligevægt med tyngdekraften på vandvolumenet $V\gamma_w$. Ved at fradrage alle disse kræfter i ligevægt opnås, at alle poretryk går ud, medens rumvægten reduceres til:

$$\gamma' = \gamma_m - \gamma_w$$

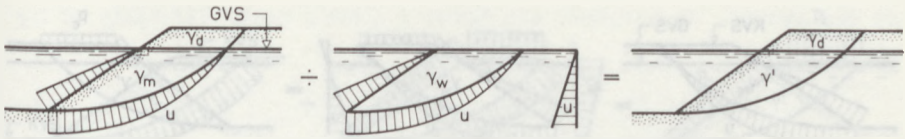
som vist til højre på figuren.

Stabilitetsforholdet bliver da:

$$f = \frac{M'_s}{M'_d} \quad 5.15$$

hvor $'$ refererer til den reducerede rumvægt. Stabilitetsforholdet er uændret i forhold til den samme skråning i tørt sand.

Som omtalt med petit i kapitel 3 kan man betragte et jordlegeme ved enten at se på både vandet og jorden i forening eller ved at se på jordskelettet alene. Formel 5.14 bygger på en betragtning af vand og jord i forening indenfor det betragtede jordlegeme, og formel 5.15 opnås ved en simpel regneoperation for hele jordlegemet (fratrækning



Figur 5.12 Jord uden kapillaritet.

af kræfter i ligevægt). Det er i forvejen kendt fra kapitel 3, at denne regneoperation også gælder for det enkelte korn i jorden, hvorved vandets opdrift ækivaleres med en volumenkraft, som reducerer den vandmættede rumvægt til $\gamma' = \gamma_m - \gamma_w$. Formel 5.15 kan således findes direkte ved kun at betragte stabiliteten af jordskelettet indenfor det betragtede legeme.

Hvis vandstanden falder, således at en del af skråningen ligger over vandspejlet, må vi betragte to tilfælde: Jord uden kapillaritet og jord med kapillaritet.

Hvis jorden er uden kapillaritet, kan jorden over vandspejlet eksempelvis regnes for tør, svarende til γ_d . Under vandspejlet er rumvægten γ_m , og på denne del af jordlegemet virker poretryk i hydrostatisk fordeling. Figur 5.12 viser alle de kræfter, der påvirker legemet. Heraf findes stabilitetsforholdet:

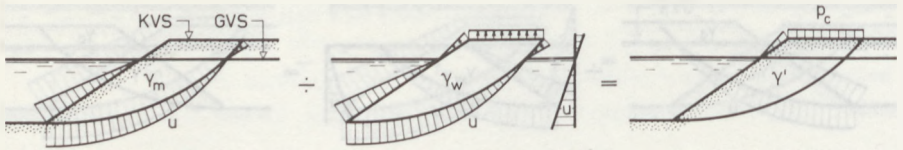
$$f = \frac{M_{ds} + M_{ms} + M_{us}}{M_{dd} + M_{md} + M_{ud}} \quad 5.16$$

Som før kan man fradrage kræfter i ligevægt uden at påvirke ligevægten af det betragtede legeme. I midten ses et vandlegeme i ligevægt, idet det hydrostatisk fordelte vandtryk holder ligevægt med tyngdekraften på vandlegemet. Fradrages disse kræfter udgår alle poretryk, og rumvægten under vand reduceres til γ' . Stabilitetsforholdet forenkles da til:

$$f = \frac{M_{ds} + M'_s}{M_{dd} + M'_d} \quad 5.17$$

I tilfælde af jord med kapillaritet vil jorden være vandmættet helt op til overfladen. Rumvægten er da γ_m overalt. Figur 5.13 viser alle de kræfter, der påvirker jordlegemet. Stabilitetsforholdet er:

$$f = \frac{M_{ms} + M_{us}}{M_{md} + M_{ud}} \quad 5.18$$



Figur 5.13 Jord med kapillaritet.

Som før kan man fradrage kræfterne på et vandlegeme i ligevægt. Da rumvægten af den vandmættede jord er den samme overalt, vil det være mest praktisk at fradrage kræfterne på et vandlegeme, som er helt kongruent med jordlegemet. En del af det betragtede vandlegeme ligger over grundvandspejlet, hvorfor poretrykket er negativt over dette niveau, svarende til den hydrostatiske trykfordeling. (På figuren er dette angivet med pile pegende bort fra det betragtede legeme.) Til højre ses resultatet af subtraktionen. Rumvægten for hele legemet reduceres til γ' og alle poretryk på brudlinien går ud. Til gengæld skal der på overfladen regnes med den kapillære overfladespænding p_c . Stabilitetsforholdet bliver da:

$$f = \frac{M'_s + M_{ks}}{M'_d + M_{kd}} \quad 5.19$$

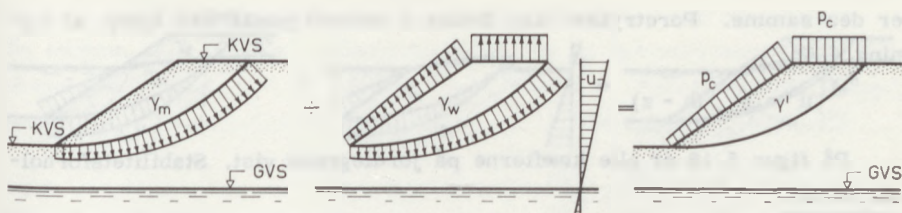
hvor index k refererer til den kapillære overfladespænding.

Sammenlignes dette med stabilitetsforholdet før subtraktionen, ses det, at udtrykket ikke er blevet forenklet, men lettelsen ligger i, at momenterne M_k fra den kapillære overfladespænding beregnes væsentligt lettere end momenterne M_u fra poretrykket.

Et ofte i praksis forekommende tilfælde er en skråning helt over grundvandspejlet. På figur 5.14 er dette vist for jord med så stor kapillaritet, at jorden er vandmættet overalt. Til venstre er der regnet med den vandmættede rumvægt og med poretryk langs brudlinien. Da snittet langs jordoverfladen ligger over jorden, forekommer der ikke poretryk på denne flade. Den kapillære overfladespænding er i dette tilfælde indre kræfter. Stabilitetsforholdet bliver:

$$f = \frac{M_{ms} + M_{us}}{M_{md} + M_{ud}} \quad 5.20$$

hvilket er ganske analogt med det foregående (formel 5.18).



Figur 5.14 Skråning over grundvandspejl.

Som før kan kræfterne på et legeme i ligevægt trækkes fra uden at forstyrre ligevægten. Dette svarer til, at man alene betragter ligevægten af jordskelettet, hvorfor der må regnes med den reducerede rumvægt, medens den kapillære overfladespænding bliver en ydre kraft. Stabilitetsforholdet bliver i lighed med det foregående:

$$f = \frac{M'_s + M_{ks}}{M'_d + M_{kd}} \quad 5.21$$

Såfremt jorden ikke besidder den nødvendige kapillaritet, vil en skråning over grundvandspejlet hverken være vandmættet eller helt tør. Porevinkelvandet giver da jorden en rumvægt, for hvilken det gælder:

$$\gamma_d < \gamma < \gamma_m$$

Hvis man betragter ligevægten af hele jordlegemet, vil kapillarkræfterne i porevinkelvandet være indre kræfter, undtagen i brudlinien. Da disse kapillære kræfter i det væsentlige er ukendte og i hvert fald meget varierende, f.eks. med årstiden, bliver de ikke taget i regning, hvorfor stabilitetsforholdet bliver analogt med det for en tør skråning udregnede forhold.

Hvis der foregår en strømning gennem det betragtede jordlegeme, kompliceres forholdene en del. Til trods for at porevandet ikke er i ro, og der således ikke er hydrostatisk fordeling, kan der som før opnås en fordel (dog mindre afgørende) ved at fradrage kræfterne på et vandlegeme i ligevægt, d. v. s. et vandvolumen i ro med hydrostatisk trykfordeling. Vi må igen opdele i to tilfælde: Jord uden og med kapillaritet.

På figur 5.15 er eksempelvis givet en strømning i en jordart uden kapillaritet. Som beskrevet i afsnit 4.7 skærer potentiallinierne vandspejlet således, at højdeforskellen mellem to naboskæringspunkter overalt

er den samme. Poretrykket kan findes i ethvert punkt ved hjælp af ligning 4.4:

$$u = \gamma_w (h - z)$$

På figur 5.16 er alle kræfterne på jordlegemet vist. Stabilitetsforholdet bliver:

$$f = \frac{M_{ms} + M_{ds} + M_{us}}{M_{md} + M_{dd} + M_{ud}} \quad 5.22$$

Til trods for at vandet ikke er i ro, kan vi fradrage kræfterne på et vandlegeme kongruent med den vandmættede del af jordlegemet. Vandtrykket u_h langs dette vandlegemes begrænsning er hydrostatisk fordelt med nulpunkt i niveau med søens vandspejl. Ved at trække dette tryk fra det virkelige poretryk fås et poreovertryk, der er den del af poretrykket i jorden, som overstiger vandtrykket i samme niveau i søen. Fordelen ved denne subtraktion fremgår af følgende betragtning.

Vælges udgangsniveauet ($z = 0$) i søens vandspejl fås, at vandtrykket i en hydrostatisk fordeling er:

$$u_h = -\gamma_w z$$

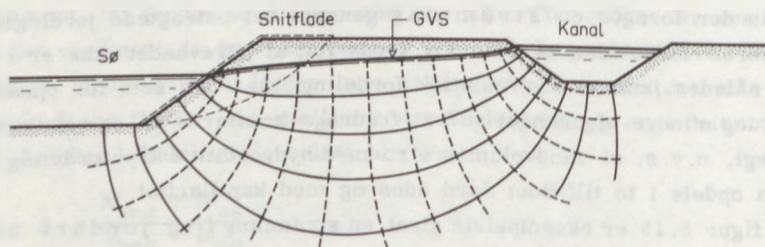
Poretrykket i samme niveau i jorden findes af strømnettet:

$$u = \gamma_w h - \gamma_w z$$

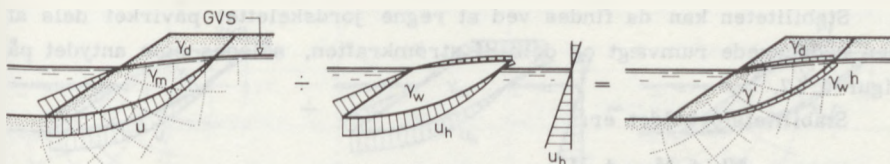
Poreovertrykket bliver da:

$$\Delta u = u - u_h = \gamma_w h$$

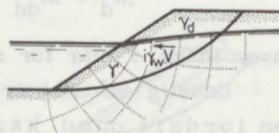
Følgende formel angiver trykniveauet i et vilkårligt punkt indenfor strømningssområdet:



Figur 5.15 Strømning i jord uden kapillaritet.



Figur 5.16 Strømning uden kapillaritet.



Figur 5.17 Strømkrafter.

$$h = \frac{n}{n_t} h_t$$

hvor h er trykniveaueet på den n 'te potentiallinie målt fra søen, h_t er den samlede trykniveauforskel og n_t det samlede antal trykniveauspring. Poreovertrykket på jordlegemet findes således let ved at afsætte trykniveaueet i snitfladernes skæringspunkt med potentiallinierne. Resultatet er vist på figur 5.16 til højre. Stabilitetsforholdet bliver:

$$f = \frac{M'_s + M_{ds} + M_{hs}}{M'_d + M_{dd} + M_{hd}} \quad 5.23$$

hvor index h står for trykniveau.

Når der foregår en strømning i jorden, kan ligevægten af jordlegemet betragtes på en tredje principielt forskellig måde. Senere i dette afsnit vil det blive bevist, at resultanten af poreovertrykket langs en lukket kurve er lig summationen af alle strømkrafterne inden for kurven. Denne sætning kan anskueliggøres ved følgende betragtning.

Betragtes alene vandet inden for snitfladerne, påvirkes dette af en kraft, der er resultanten af poretrykkene, og som er lig resultanten af poreovertrykkene. Da vandet ikke accelereres, må det samtidig påvirkes af en kraft, som er modsat rettet og lig resultanten af alle strømkrafterne på jordskelettet. Stabiliteten af skråningen kan derfor undersøges ved at betragte ligevægten af jordskelettet alene. Kræfterne på jordskelettet består af tyngdekraften plus opdriften fra stillestående vand, hvilket giver den reducerede rumvægt, hvortil kommer de kræfter på jordskelettet, som vandets bevægelse forårsager. For et volumen V , der gennemstrømmes med middelgradienten i , er strømkraften lig $V \gamma_w i$ med samme retning som vektoren \bar{i} .

Stabiliteten kan da findes ved at regne jordskelettet påvirket dels af den reducerede rumvægt og dels af strømkraften, således som antydnet på figur 5.17.

Stabilitetsforholdet er:

$$f = \frac{M'_s + M_{ds} + M_{is}}{M'_d + M_{dd} + M_{id}} \quad 5.24$$

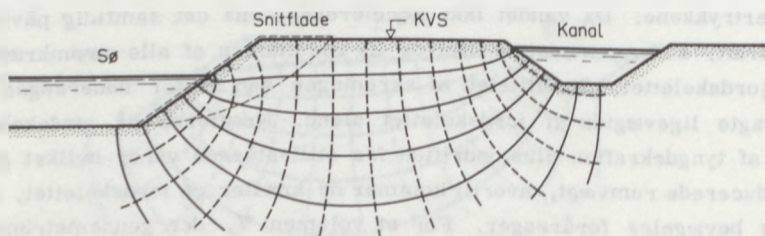
hvor index i står for strømkrafterne.

Endelig må vi betragte det tilfælde, at strømningen foregår gennem en jordart med kapillaritet. Jordoverfladen er da en strømlinie og al jorden er vandmættet. På grundlag af strømnettet (figur 5.18) kan vi som før beregne poretrykket i ethvert punkt på jordlegemets begrænsning. Resultatet er vist på figur 5.19. Stabilitetsforholdet er:

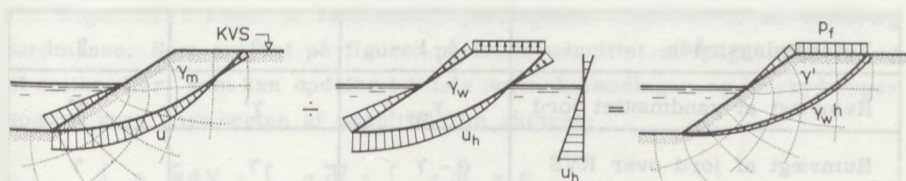
$$f = \frac{M_{ms} + M_{us}}{M_{md} + M_{ud}} \quad 5.25$$

Helt analogt med tidligere kan man fradrage kræfterne på et vandlegeme, der er kongruent med den vandmættede del af jordlegemet. Resultatet fremgår af figuren. Indenfor strømningsområdet, d. v. s. på brudlinjen, er poreovertrykket lig med $\gamma_w h$. I jordoverfladen påføres ved subtraktionen en kapillær overfladespænding af størrelse og fordeling, som om vandet havde været i ro. Denne fiktive overfladespænding p_f består af den virkelige kapillære overfladespænding og poreovertrykket langs overfladen. Dette kan indses på følgende måde. Hvis overfladen ligger højden z_1 over vandspejlet i søen, bliver poretrykket i overfladen ifølge formel 4.4:

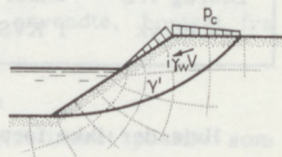
$$p_c = -u = -\gamma_w (h - z_1)$$



Figur 5.18 Strømning i jord med kapillaritet.



Figur 5.19 Strømning med kapillaritet.



Figur 5.20 Strømkrafter og kapillær overfladespænding.

hvilket er lig den virkelige nedadrettede overfladespænding. Lægges hertil poreovertrykket $\gamma_w h$, som også er rettet nedad, fås

$$p_c + \gamma_w h = -\gamma_w (h - z_1) + \gamma_w h = \gamma_w z_1 = p_f$$

Denne relation må dog kun opfattes som en forklaring på den fiktive overfladespænding. For selve beregningen er den ligegyldig, idet p_f ved subtraktion påføres som en regnestørrelse lig γ_w gange overfladens højde over vandspejlet i søen. Stabilitetsforholdet bliver:

$$f = \frac{M'_s + M_{hs} + M_{fs}}{M'_d + M_{hd} + M_{fd}} \quad 5.26$$

hvor index f står for den fiktive overfladebelastning.

Stabilitet kan også beregnes ved alene at betragte jordskelettet. Tyngdekraften og vandets statiske opdrift påvirker jordskelettet med kræfter svarende til den reducerede rumvægt, medens vandets bevægelse påvirker jordskelettet med strømkrafter som tidligere omtalt. Hertil kommer de kræfter, hvormed meniskerne i overfladen, som vist på figur 5.20, påvirker jorden, og som svarer til den virkelige kapillære overfladespænding. Stabilitetsforholdet bliver:

$$f = \frac{M'_s + M_{is} + M_{ks}}{M'_d + M_{id} + M_{kd}} \quad 5.27$$

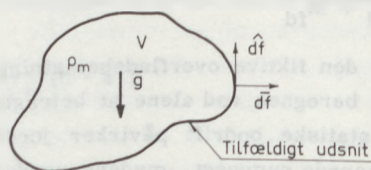
Som det fremgår af de betragtede tilfælde kan stabiliteten af et jordlegeme udregnes med tre forskellige sæt parametre:

Betragtningstype	1	2	3
Rumvægt af vandmættet jord	γ_m	γ'	γ'
Rumvægt af jord over KVS	γ	γ	γ
Bidrag fra vandtryk i KVS	u -	$\gamma_w h$ p_f	$i \gamma_w$ p_c

Hvis der ikke foregår nogen strømning i jorden, vil betragtningstype 2 og 3 være identiske, fordi $i \gamma_w = 0$, $\gamma_w h = 0$ og $p_f = p_c$.

Hvilken af de tre betragtningstyper, der mest praktisk kan anvendes på et givet problem, afhænger af opgavens karakter, men ved stabilitetsanalyser vil den 3. betragtningstype kun være praktisk, hvis man kan skønne en middelgradient for store arealer, hvilket for eksempel er tilfældet, hvor strømmingen er nær ved at være en parallelstrømning.

Til gengæld må det kraftigt understreges, at betragtningstype 1 (mættet rumvægt og poretryk) i de fleste tilfælde vil være den sikreste fremgangsmåde, fordi kræfterne umiddelbart kan forestilles - i modsætning til poreovertryk, kapillær overfladespænding og strømkrafter, som mere er regnestørrelser, og derfor lettere anvendes forkert.



Figur 5.21 Jordlegemers ligevægt.

GENERELT

I det ovenfor omtalte indskrænkede vi os til at betragte jordlegemer af form som en cylinder udskåret af en skråning af uendelig udstrækning. Vi vil nu udvide betragtningerne til at omfatte et plant jordlegeme af vilkårlig form.

Figur 5.21 viser et vandmættet jordlegeme udskåret af en vilkårlig jordmasse. Som antydnet på figuren påvirkes udsnittet af tyngdekraften, og af snitkræfter, som kan opdeles i totale normalspændinger og forskydnings-spændinger. Ligevægten af udsnittet kan skrives:

$$\int_V \rho_m \bar{g} dV - \int_F \sigma \overline{df} - \int_F \tau \hat{df} = 0$$

Symbolerne er identiske med de i afsnit 3.1 anvendte, bortset fra sidste led, hvor

τ er forskydningsspændingen i overfladen
 \hat{df} er tværvektoren til fladevektoren \overline{df} (defineret positiv som vist på figuren).

Da $\rho_m \bar{g} = \bar{\gamma}_m$ er konstant over hele volumet fås:

$$\bar{\gamma}_m V - \int_F \sigma \overline{df} - \int_F \tau \hat{df} = 0$$

Denne ligevægtsligning er overmåde upraktisk, men den kan bringes på en væsentlig mere praktisk form ved at anvende ligningen:

$$\sigma = \bar{\sigma} + u$$

Herved fås:

$$\bar{\gamma}_m V - \int_F u \overline{df} - \int_F \bar{\sigma} \overline{df} - \int_F \tau \hat{df} = 0 \quad 5.28$$

Betragtes ligevægten af et vilkårligt vandmættet jordlegeme, kan man således benytte den totale rumvægt af jorden og i snitfladen regne med det fulde poretryk, samt de effektive spændinger og forskydnings-spændingerne.

Som beskrevet i det foregående vil de to første led være lette at finde. Det væsentligste problem i stabilitetsanalyser og jordtryksproblemer består i at eliminere eller løse de to sidste integraler.

Ofte vil man med fordel kunne anvende ligning 5.28 på en anden form ved at indsætte sammenhængen mellem trykniveau og poretryk:

$$u = \gamma_w h - \gamma_w z$$

hvor h er trykniveauet og z den geometriske højde. Herved fås:

$$\bar{\gamma}_m V + \int_F \gamma_w z \overline{df} - \int_F \gamma_w h \overline{df} - \int_F \bar{\sigma} \overline{df} - \int_F \tau \hat{df} = 0$$

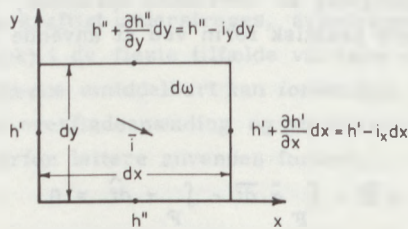
I andet led kan $\gamma_w z$ opfattes som trykket u_h i dybden z under en vandoverflade. Archimedes' lov blev i kapitel 3 formuleret således (formel 3.9):

$$\int_F \gamma_w z \, d\bar{f} = \int_F u_h \, d\bar{f} = - \int_V \rho_w \bar{g} \, d\omega = - \bar{\gamma}_w V$$

Indsættes dette og reduceres med udtrykket for den reducerede rumvægt (formel 3.6), fås:

$$\bar{\gamma}' V - \int_F \gamma_w h \, d\bar{f} - \int_F \bar{\sigma} \, d\bar{f} - \int_F \tau \, d\hat{f} = 0 \quad 5.29$$

Ligevægten af et vandmættet jordlegeme kan således også betragtes ved at anvende den reducerede rumvægt af jorden og i snitfladen regne med poreovertrykket $\gamma_w h$ samt de effektive spændinger og forskydningsspændingerne.



Figur 5.22 Trykniveau og gradient.

Poreovertrykket $\gamma_w h$ skal opfattes som poretrykkets afvigelse fra hydrostatisk trykfordeling og er numerisk lig trykniveauet.

For at vise at man kan betragte ligevægten af et vilkårligt jordlegeme på en tredje måde, vil det være nødvendigt at se på en infinitesimal firkant med kendt trykniveau langs overfladen.

Fig. 5.22 viser en sådan firkant. Da sidelængderne er infinitesimale, er det kun nødvendigt at betragte middeltrykniveauet langs sidelængderne.

Af definitionen på gradient fås:

$$\frac{\partial h'}{\partial x} = - i_x \quad \frac{\partial h''}{\partial y} = - i_y$$

hvor i_x og i_y er gradientens komponenter i x - og y -retningen. Integres over sidelængderne fås for hver komponent:

$$\left[\int_{dF} h \overline{df} \right]_x = -h' dy + (h' - i_x dx) dy = -i_x dx dy$$

$$\left[\int_{dF} h \overline{df} \right]_y = -h'' dx + (h'' - i_y dy) dx = -i_y dx dy$$

Den vektorielle sum af disse komponenter giver:

$$\int_{dF} h \overline{df} = -\bar{i} dx dy = -\bar{i} dw$$

hvor dw er volumenet af det betragtede legeme.

Det kan bevises, at dette også gælder for et vilkårligt endeligt volumen:

$$\int_F h \overline{df} = - \int_V \bar{i} dw$$

Udtrykket er kendt som Gauss' sætning for et vektorfelt.

Indsættes udtrykket i ligevægtsligning 5.29 fås:

$$\bar{\gamma} V + \int_V \gamma_w \bar{i} dw - \int_F \bar{\sigma} \overline{df} - \int_F \tau \hat{df} = 0 \quad 5.30$$

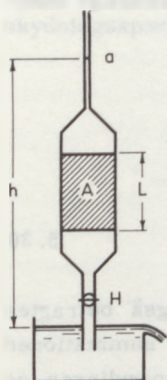
Ligevægten af et vandmættet jordlegeme kan således også betragtes ved at anvende den reducerede rumvægt sammen med summationen af alle gradienterne over legemet, plus de effektive spændinger og forskydningsspændingerne i snitfladen.

Fælles for de tre ligninger 5.28-30 er, at de to første led vil kunne løses med rimelig nøjagtighed til praktiske formål på grundlag af teorierne for geostatik og strømning. For de to sidste led gælder derimod, at løsningen byder på meget store vanskeligheder, som det vil fremgå af afsnittene om brudproblemer.

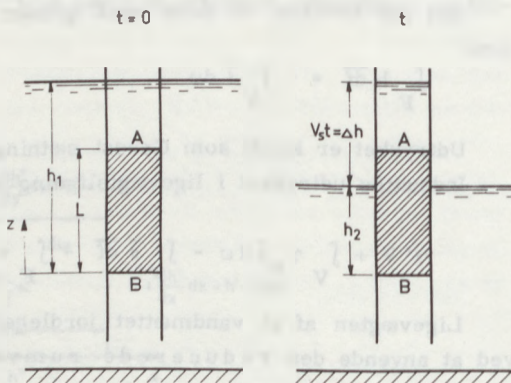
5.3 Quasi-stationære strømninger

At en strømning er stationær vil sige, at hastigheden i ethvert punkt er uafhængig af tiden, hvad angår såvel størrelse som retning. Tiden indgår ikke i problemet, hvorfor alle parametre (hastigheden, vandføringen, trykniveauet og poretrykket) er uafhængige af tiden. Ikke-stationære strøm-

ninger indeholder tiden som parameter, hvilket komplicerer løsningen i væsentlig grad. En særlig gruppe blandt de ikke-stationære strømninger adskiller sig dog ved at være relativt let tilgængelig, fordi strømningen i et øjebliksbillede ikke adskiller sig fra en stationær strømning. Når strømningen således består af på hinanden følgende stationære tilstande, kan man anvende de ligninger og betingelser, som har fundet anvendelse i de foregående afsnit. For stationære strømme anvendte vi bl. a. Darcy's lov ($v = ki$) og kontinuitetsligningen (der skal løbe lige så meget vand ind, som der løber ud). Ikke-stationære strømninger, for hvilke disse to love kan anvendes med god tilnærmelse, kaldes quasi-stationære strømme. Følgende eksempel vil illustrere begrebet.



Figur 5.23 Permeabilitetsforsøg med faldende trykniveau.



Figur 5.24 Vandspejlsænkning med konstant hastighed.

EKSEMPEL 5.4

Til permeabilitetsforsøg, hvor permeabiliteten er lille, er Darcy's forsøgsopstilling kun dårligt egnet, fordi vandføringen vil være ringe og målenøjagtigheden derfor tilsvarende lille. Bedre resultater giver forsøg med faldende trykniveau, hvortil anvendes et apparat som skitseret på figur 5.23.

Før forsøget startes, står vandspejlet i øverste rør højden h_0 over nedre vandspejl. Til tiden $t = 0$ åbnes hanen H, og vandspejlet i øverste rør begynder at falde. Under forudsætning af at strømningen er quasi-stationær, vil vi betragte tilstanden til tiden t , hvor vandspejlsforskellen er faldet til h . Den vandmængde, der pr. sekund passerer prøven, er ifølge kontinuitetsligningen lig den vandmængde, der pr. sekund forlader øverste rør:

$$-\frac{dh}{dt} a = Av \quad \text{hvor: } v = ki = k \frac{h}{L} \quad \text{eller: } \frac{dh}{h} = -\frac{A}{a} \frac{k}{L} dt$$

der integreret fra tiden $t = 0$ ($h = h_0$) giver:

$$\ln \frac{h}{h_0} = - \frac{A}{a} \frac{k}{L} t \quad \text{eller} \quad k = \frac{a}{A} \frac{L}{t} \ln \frac{h_0}{h}$$

Med en række samhörrende værdier af t og h bestemmes k .

Kontinuitetsligningen som anvendt i eksemplet gælder ikke, når der magasineres vand i prøven, f. eks. fordi vandet udvides ved formindskelsen af trykket (negativ magasinering), eller fordi jordprøven kvælder (positiv magasinering). Kontinuitetsligningen uden hensyntagen til magasinering gælder således kun for stationære strømninger og for usammentrykkeligt vand og jord.

Desuden gælder Darcy's lov kun, når trykniveauforskellen mellem prøvens endeflader er lig strømkraften, som stammer fra friktion langs kornenes overflade. Der er således set bort fra, at accelerationerne i ikke-stationære strømninger giver inertikræfter, som bør tages med i betragtning. Strengt taget er en strømning derfor kun quasi-stationær, hvis væsken er masseløs.

Ved anvendelse af en tilnærmet teori bør den ved tilnærmelsen introducerede fejl vurderes. Nedenfor vurderes hver tilnærmelse for sig.

VÆSKE MED MASSE (INERTIKRÆFTER)

For en strømkanal i et område med stationær strømning vil trykniveaudifferencen Δh multipliceret med γ_w udtrykke energitabet pr. volumenenhed vand over strækningen Δs . Pr. vandmasseenhed bliver energitabet $\rho \gamma_w \Delta h = g \Delta h$, svarende til at en vandmasseenhed over strækningen Δs er påvirket af en massekraft af størrelsen $g \frac{\Delta h}{\Delta s} = gi$, orienteret i strømningens retning.

Darcy's lov ($v = ki$) kan herefter omskrives til:

$$\frac{g}{k} v = gi \quad \text{eller} \quad \frac{g}{k} v = -g \frac{\partial h}{\partial s}$$

som direkte udtrykker ligevægten mellem de kræfter, der påvirker en vandmasseenhed. Venstre side angiver friktionskræfterne, medens højre side repræsenterer tryk- og tyngdekræfter.

Betragtes nu en ikke-stationær strømning, vil udtrykkene for friktionskræfter samt tryk- og tyngdekræfter være uforandrede. Hertil kommer nu inertikræfterne, som pr. vandmasseenhed har størrelsen $\frac{dv}{dt}$. Ved anvendelse af Newtons anden lov fås:

$$\frac{dv}{dt} = -g \frac{\partial h}{\partial s} - \frac{g}{k} v$$

Dette er den helt generelle bevægelsesligning for endimensional strømning af usammentrykkelig væske i usammentrykkelig jord.

Inertikræfternes betydning kan vurderes ved betragtning af et specialtilfælde, en sænkning af det ydre vandspejl med konstant hastighed, som illustreret på figur 5.24.

Sænkes det ydre vandspejl med hastigheden V_s , vil gradienten til ethvert tidspunkt kunne udtrykkes ved:

$$\frac{\partial h}{\partial z} = \frac{V_s t}{L}$$

Indsættes dette udtryk i bevægelsesligningen, findes:

$$\frac{dv_z}{dt} = -g \frac{V_s t}{L} - \frac{g}{k} v_z$$

Ved løsning af denne differentialligning findes den eksakte værdi af hastigheden v_z :

$$v_z^{\text{eks.}} = -\frac{V_s k}{L} t + \frac{V_s k^2}{g L} (1 - e^{-\frac{g}{k} t})$$

Hastigheden beregnet uden hensyntagen til inertikræfter bliver:

$$v_z^{\text{tiln.}} = -k \frac{\partial h}{\partial z} = -\frac{V_s k}{L} t$$

Den relative fejl ved det tilnærmede udtryk kan udtrykkes som:

$$f = \left| \frac{v_z^{\text{eks.}} - v_z^{\text{tiln.}}}{v_z} \right| = \frac{k}{g t} (1 - e^{-\frac{g}{k} t}) < \frac{k}{g t}$$

Betragtes et tidsinterval t_0 , i hvilket det ydre vandspejl falder stykket $\Delta h = V_s t_0$, findes:

$$f < \frac{k V_s}{g \Delta h}$$

Man vil med god tilnærmelse kunne anvende Darcy's lov uden hensyntagen til inertikræfter, når

$$f \ll 1 \quad \text{eller} \quad V_s \ll \frac{g}{k} \Delta h \quad 5.31$$

Ugunstigste tilfælde vil være lille vandspejlsforskel og stor permeabilitet. Indsættes f. eks. $\Delta h = 0,1$ m og permeabiliteten for grus $k \sim 10^{-2}$ m/s,

findes:

$$V_s \ll 100 \text{ m/s} ,$$

hvilket altid vil være opfyldt i praksis. Forekomsten af inertikræfter giver således ingen praktisk indskrænkning af den quasi-stationære teoris anvendelsesområde.

SAMMENTRYKKELIG VÆSKE

Kontinuitetsligningen for quasi-stationære strømninger forudsætter, at der intetsteds i strømningsområdet opmagasineres vand. Hvis vandet er sammentrykkeligt, vil dette ikke gælde. Dette forholds betydning vurderes ved betragtning af et specialtilfælde identisk med det foregående, en vandspejlsænkning med konstant hastighed, som illustreret på figur 5.24.

Det gennemsnitlige poretryk i prøven kan for henholdsvis $t = 0$ og $t = t$ udtrykkes som:

$$u_0 \sim \frac{1}{2} (u_A + u_B) = \gamma_w (h_1 - \frac{L}{2})$$

$$u_t \sim \frac{1}{2} (u_A + u_B) = \gamma_w (\frac{1}{2} (h_1 + h_2) - \frac{L}{2})$$

Heraf fremgår tilvæksten i poretryk i tidsintervallet t :

$$\Delta u = -\frac{1}{2} \gamma_w \Delta h$$

Til denne trykændring svarer en (negativ) vandophobning i prøven af størrelsen:

$$\Delta Q = \frac{e}{1+e} L \cdot 1 \cdot \frac{\Delta u}{E} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{e}{1+e} \frac{\gamma_w L \Delta h}{E}$$

idet prøvens areal er antaget lig 1, og E er vandets sammentrykkelighed.

Gennemstrømningen i tiden t uden hensyntagen til ophobningen bliver:

$$Q = k \frac{\frac{1}{2} \Delta h}{L} t$$

idet trykniveauforskellen i tiden t vokser retlinet fra 0 til Δh .

Den relative fejl, der begås ved ikke at tage hensyn til vandets sammentrykkelighed, kan udtrykkes som:

$$f = \left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| = \frac{e}{1+e} \frac{\gamma_w L^2}{k E t} = \frac{e}{1+e} \frac{\gamma_w L^2 V_s}{k E \Delta h} , \quad \text{da } t = \frac{\Delta h}{V_s}$$

For at opnå god tilnærmelse kræves $f \ll 1$ eller:

$$V_s < \frac{1+e}{e} \frac{kE\Delta h}{\gamma_w L^2} \quad 5.32$$

Denne betingelse betyder en vis indskrænkning af de quasi-stationære strømningers anvendelsesområder. Indsættes f.eks. følgende værdier:

$$L = 10 \text{ m}, \quad \Delta h = 1 \text{ m}, \quad e = 0,7 \quad \text{og} \quad E = 2 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

fås følgende betingelser for henholdsvis sand og silt:

$$\text{sand} \quad (k \sim 10^{-3} \text{ m/s}): \quad V_s \ll 5 \text{ m/s}$$

$$\text{silt} \quad (k \sim 10^{-6} \text{ m/s}): \quad V_s \ll 5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

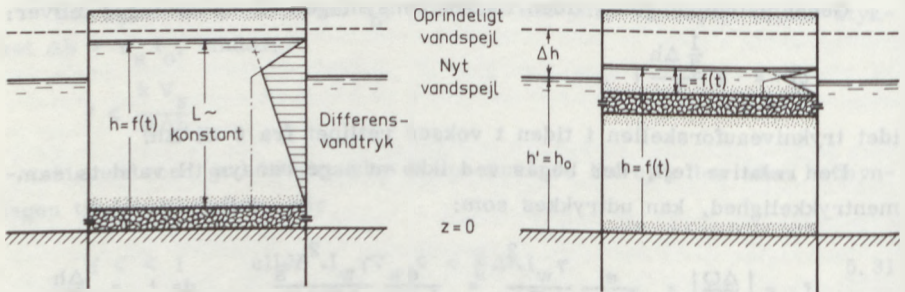
I silt skal vandspejlsændringerne i dette tilfælde være en del mindre end 30 cm/min. for at den quasi-stationære teori med rimelighed kan anvendes. Vandspejlsændringer af denne størrelsesorden kan forekomme, hvorfor teorien bør anvendes med forsigtighed for silt og finere jordarter.

SAMMENTRYKKELEG JORD

Dette vil blive behandlet under afsnittet om konsolidering (afsnit 6.7).

EKSEMPEL 5.5

En quasi-stationær strømning af samme type som i permeabilitetsforsøget finder man indenfor en dobbelt spunsvæg, hvis det frie vandspejl h' falder brat med Δh (figur 5.25). Bevægelsesligningen for grundvandspejlet findes af kontinuitetsligningen: Den vandmængde, der pr. tidsenhed forlader pieren ved drænet, er lig den vandmængde, der



Figur 5.25 Vandspejlsvariation og differensvandtryk i dobbelt spunsvægsgædning med højt og lavt placeret dræn.

pr. tidsenhed tømmes ud af porerne i området mellem vandspejlsniveauerne ved tidsintervallets begyndelse og slutning.

Da h regnes positiv opad fås:

$$-\frac{dh}{dt} = v_s = \frac{1+e}{e} v = \frac{1+e}{e} \frac{k}{L} (h - h_0)$$

Hvis vandspejlsbevægelsen forudsættes lille i forhold til dræningsvejen L , kan differentialligningen løses ved at lade L være en konstant.

$$\frac{dh}{h - h_0} = \frac{1+e}{e} \frac{k}{L} dt \quad \ln \frac{h - h_0}{\Delta h} = - \frac{1+e}{e} \frac{k}{L} t$$

Vandspejlsvariationen er vist til venstre på figur 5.26.

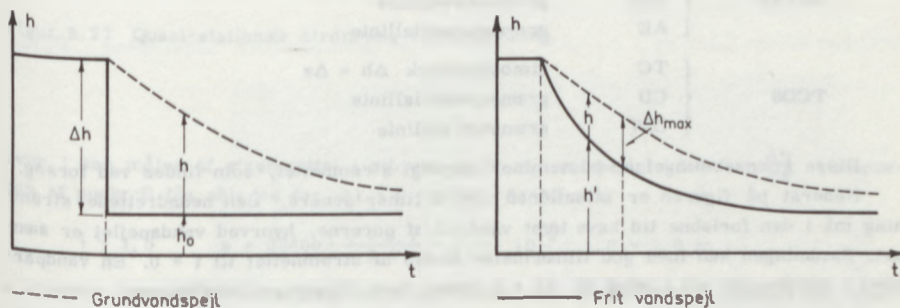
For at kunne regne med quasi-stationær strømning kræves:

$$\frac{dh'}{dt} \ll \begin{cases} \frac{g}{k} \Delta h \\ \frac{k E}{\gamma_w L^2} \frac{1+e}{e} \Delta h \end{cases}$$

Den øverste betingelse vil i praksis altid være opfyldt. Hvis nederste betingelse ikke er overholdt, bevirker vandets udvidelse, at vandtrykket på spunsvæggen bliver større end det, man beregner af en quasi-stationær strømning. En eksakt løsning kræver anvendelse af teorien for ikke-stationære strømme, som vil blive behandlet i afsnit 5.4.

For at faldet i et frit vandspejl kan betragtes som brat, kræves, at vandspejlets faldhastighed $\frac{dh'}{dt}$ er meget større end den hastighed $\frac{dh}{dt}$, hvormed grundvandspejlet falder:

$$\frac{dh'}{dt} \gg \frac{1+e}{e} k \frac{\Delta h}{L}$$



Figur 5.26 Vandspejlsbevægelser omkring pier som funktion af tiden.

Hvis betingelsen ikke er overholdt, bliver de beregnede vandtryk for store, fordi der i bevægelsesligningen ikke er taget hensyn til det frie vandspejls faldhastighed. Såfremt dette tages i betragtning, ændres differentilligningen til:

$$-\frac{dh}{dt} = \frac{1+e}{e} \frac{k}{L} (h - h')$$

hvor $h' = f(t)$ er kendt eller skønnet på grundlag af forholdene på stedet. En analytisk løsning vil i reglen være for vanskelig at finde, men successiv approksimation vil altid kunne give en brugbar løsning. Som skitseret til højre på figur 5.26 opnås største vandspejlsforskel ikke til tiden $t = 0$.

Som antydnet på figur 5.25 vil man opnå en formindskelse af vandtrykket på spunsvæggene, ved at placere drænet så højt som muligt, hvilket i praksis vil sige omkring laveste vandspejl. Den analytiske løsning vil da kompliceres, ved at dræningsvejen L ikke med rimelig tilnærmelse kan anses for at være en konstant, uafhængig af tiden.

De hidtil omtalte eksempler på quasi-stationære strømninger har udelukkende været parallelstrømninger, som forholdsvis let lader sig beregne. Anderledes vanskeligt stiller det sig ved todimensionale strømninger med frit vandspejl. Pludselige variationer af det frie vandspejl kan imidlertid løses ved successiv optegning af strømnethet. Denne metode er dog meget omstændelig og tidsrøvende, hvilket følgende eksempel vil vise.

EKSEMPEL 5.6

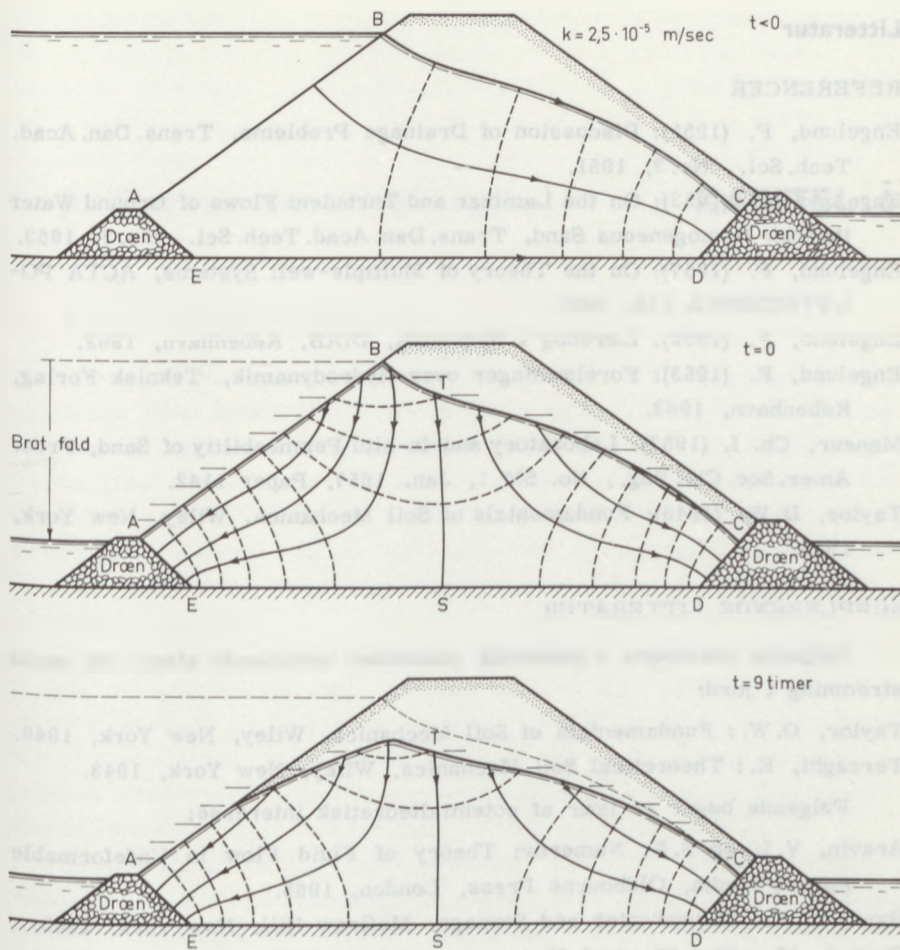
Figur 5.27 viser øverst strømnethet for en stationær strømning gennem en homogen dæmning uden kapillaritet. Til tiden $t = 0$ falder vandspejlet i reservoiret brat, som angivet på midterste billede. Forudsættes strømningen at være quasi-stationær, skifter strømningen øjeblikkeligt til strømnethet midt på figuren. Den fremkomne strømning er en dobbeltstrømning med skillestrømlinien TS. For de to strømningsområder fås følgende grænsebetingelser:

$$\begin{array}{l} \text{ABTSE} \\ \text{TCDS} \end{array} \left\{ \begin{array}{ll} \text{ABT} & \text{atmosfæretryk } \Delta h = \Delta z \\ \text{TSE} & \text{grænsestrømlinie} \\ \text{AE} & \text{grænsepotentiallinie} \\ \text{TC} & \text{atmosfæretryk } \Delta h = \Delta z \\ \text{CD} & \text{grænsepotentiallinie} \\ \text{DST} & \text{grænsestrømlinie} \end{array} \right.$$

Disse grænsebetingelser bestemmer entydigt strømnethet, som findes ved forsøg.

Nederst på figuren er situationen vist 9 timer senere. Den nedadrettede strømning må i den forløbne tid have tømt vand ud af porerne, hvorved vandspejlet er sænket. Sænkningen kan med god tilnærmelse findes af strømnethet til $t = 0$. En vandpartikel i vandspejlet vil i løbet af $\Delta t = 9$ timer have tilbagelagt strækningen

$$s = \Delta t v_g = \Delta t \frac{1+e}{e} v = \Delta t \frac{1+e}{e} k i$$



Figur 5.27 Quasi-stationær strømning i jorddæmning.

hvor i kan måles af strømnettet i ethvert punkt af vandspejlet som $i = \frac{\Delta h}{\Delta s}$. I nærheden af punkt B fås således for $\Delta t = 9$ timer = 32400 sek

$$i \sim 1,0 \quad s = 32400 \cdot \frac{1 + 0,7}{0,7} \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1,0 \sim 2,0 \text{ m}$$

s afsættes i strømliniens retning. Dette gøres for udvalgte punkter af vandspejlet, hvorved fås en ny vandspejlslinie, som danner den geometriske begrænsning for strømnettet. Således kan vandspejlets beliggenhed forfølges ved successiv optegning af strømnettet.

Litteratur

REFERENCER

- Engelund, F. (1951): Discussion of Drainage Problems, Trans. Dan. Acad. Tech. Sci., No. 3, 1951.
- Engelund, F. (1953): On the Laminar and Turbulent Flows of Ground Water through Homogeneous Sand, Trans. Dan. Acad. Tech. Sci., No. 3, 1953.
- Engelund, F. (1957): On the Theory of Multiple-well Systems, ACTA POLYTECHNICA 234, 1957.
- Engelund, F. (1962): Lærebog i Hydraulik, DIAB, København, 1962.
- Engelund, F. (1963): Forelæsninger over Hydrodynamik, Teknisk Forlag, København, 1963.
- Mansur, Ch. I. (1957): Laboratory and In-situ Permeability of Sand, Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., No. SM 1, Jan. 1957, Paper 1142.
- Taylor, D. W. (1948): Fundamentals of Soil Mechanics, Wiley, New York, 1948.

SUPPLERENDE LITTERATUR

Følgende lærebøger i geoteknik indeholder omfattende afsnit om vands strømning i jord:

- Taylor, D. W.: Fundamentals of Soil Mechanics, Wiley, New York, 1948.
- Terzaghi, K.: Theoretical Soil Mechanics, Wiley, New York, 1943.

Følgende bøger er især af potentialteoretisk interesse:

- Aravin, V. I. og S. N. Numerov: Theory of Fluid Flow in Undeformable Porous Media, Oldbourne Press, London, 1965.
- Harr, M. E.: Groundwater and Seepage, McGraw-Hill, New York, 1962.
- Muskat, M.: The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media, McGraw-Hill, New York, 1937.
- Polubarinova-Kochina, P. YA.: Theory of Groundwater Movement, Princeton Univ. Press, Princeton, 1962.

4. Jurizags sammentrykkløst

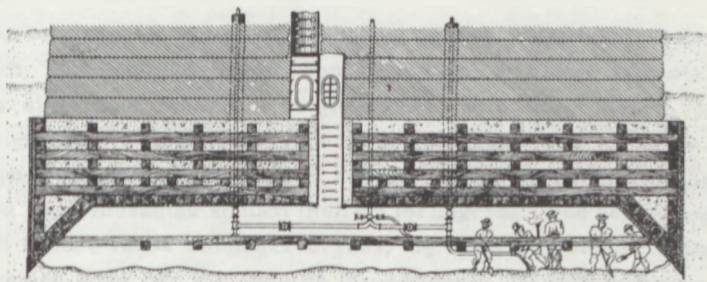
KAPITEL 6

4.1 Overblik over bygningen

Bygningen er en stor, rektangulær bygning, der er opført i mur og træ. Den har en flad tagflade og er opdelt i flere rum. I midten af bygningen er der en høj, smal kamin eller skorsten, der når op til taget. Der er også flere mindre kaminer eller skorstene langs væggene. I den ene ende af bygningen er der en indgang med en dør og en lille port. I den anden ende er der en udgang med en dør og en lille port. I rummene er der forskellige møbler og genstande, der indikerer, at bygningen er beboet. Der er også nogle mennesker, der ses i rummene, og de ser ud til at være i gang med at arbejde eller leve i bygningen.

Bygningen er opført i mur og træ, og den har en flad tagflade. Den er opdelt i flere rum, og der er en høj, smal kamin eller skorsten i midten. Der er også flere mindre kaminer eller skorstene langs væggene. I den ene ende af bygningen er der en indgang med en dør og en lille port. I den anden ende er der en udgang med en dør og en lille port. I rummene er der forskellige møbler og genstande, der indikerer, at bygningen er beboet. Der er også nogle mennesker, der ses i rummene, og de ser ud til at være i gang med at arbejde eller leve i bygningen.

Bygningen er opført i mur og træ, og den har en flad tagflade. Den er opdelt i flere rum, og der er en høj, smal kamin eller skorsten i midten. Der er også flere mindre kaminer eller skorstene langs væggene. I den ene ende af bygningen er der en indgang med en dør og en lille port. I den anden ende er der en udgang med en dør og en lille port. I rummene er der forskellige møbler og genstande, der indikerer, at bygningen er beboet. Der er også nogle mennesker, der ses i rummene, og de ser ud til at være i gang med at arbejde eller leve i bygningen.



6. Jordlags sammentrykkelighed

6.1 Grundlæggende betragtninger

Når bygningers vægt skal overføres til jorden, vil den del af jorden, der ligger lige under fundamentet sammentrykkes og fortrænges til siderne, medens dybere liggende jordlag på grund af trykspredning vil deformeres i mindre grad. Det er naturligvis af stor interesse at kunne forudberegne fundamenters sætning, således at fundamentene kan dimensioneres om, hvis de beregnede sætninger bliver for store. Der er dog også andre faktorer, der kan fremkalde sætninger. Her kan nævnes sænkning af grundvandsspejlet og udlægning af fyldlag.

I dette kapitel vil blive gennemgået det endimensionale tilfælde, hvor et jordlag af begrænset tykkelse, men stor vandret udstrækning belastes eller aflastes over hele det betragtede område. I næste kapitel betragtes sætninger af fundamenter. Fundamenter belaster kun jordoverfladen over et begrænset område og fremkalder derved plane eller triaksiale spændingstilstande i jorden. I begge kapitler betragtes dog kun vandmættet jord.

Sætningerne af jordlag eller fundamenter kan blive overraskende store i forhold til de ofte små spændingsvariationer, der fremkalder dem. Årsagen hertil må søges i jordens struktur. Jord er et kornet materiale, som består af grundelementer, der påføres kræfter ved kontaktryk med andre grundelementer. Grundelementerne i sand og ler opfører sig forskelligt over for ydre påvirkninger.

Lerpartikler er flager med lagdelt opbygning og med elektriske ladninger på overfladen, som kan binde ioner i vandet til denne og binde vandmolekylerne, der er elektriske dipoler, i et gitterværk, som bliver løsere, jo længere vandmolekylerne er fra leroverfladen. Et grundelement i en ler består derfor af en lerflage med en kappe af bundet vand og bundne ioner, og der vil ikke altid være mekanisk kontakt mellem lerflagerne. Ved belastning vil en del af det bundne vands bindinger brydes, og vandet dræne bort. Da selve grundelementet altså her kan undergå forandringer, vil lers deformationer kunne blive store og give betydelige ingeniørmæssige problemer.

Sandkorn består af uelektriske mineraler, og kræfterne overføres fra korn til korn som et kontaktryk. Sammentrykningen af sand skyldes normalt omlejringer af kornene i forhold til hinanden og kun i mindre grad deformationer af det enkelte korn. Sands deformationer er derfor langt mindre end lers; hvor både ler og sand forekommer, kan sandet ofte regnes usammentrykkeligt, uden at dette medfører nævneværdige fejl på beregningsresultatet.

I blandingsjordarter som f. eks. moræneler betyder selv et lille lerindhold, at de opfører sig som lerarter, og man karakteriserer da også i visse tilfælde en blandingsjord med kun 15% lerindhold som en ler.

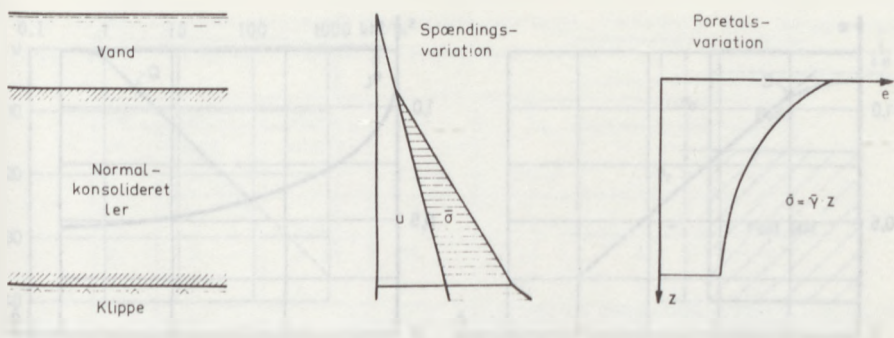
Jordlags sætninger skyldes altid ændringer i trykpåvirkning, nemlig voksende eller aftagende belastning fra overliggende jordlag. I overensstemmelse hermed regnes spændingerne altid positive ved tryk og deformationerne positive ved sammentrykning.

Når et lerlag påføres en udstrakt belastning, bæres denne i første øjeblik af porevandet alene. Det således fremkaldte poreovertryk får vandet til at strømme bort, mens lerlaget synker sammen, indtil poreovertrykket er bortdrænet. Denne proces, der betegnes som lerlagets konsolidering, og som nærmere omtales i afsnit 6.7, vil forsinke sætningerne i forhold til de ydre belastningsvariationer. I sandlag vil konsolideringsprocessen derimod forløbe så hurtigt, at den i praksis ikke vil kunne observeres. Sætninger af sandlag vil derfor følge belastningsvariationerne. Vi vil i første omgang kun betragte de sætninger, der svarer til, at poretrykket er bortdrænet, således at de effektive spændingstilvækster er lig med de totale.

6.2 Normalkonsolideret ler

Det viser sig, at den geologiske belastningshistorie har stor indflydelse på de deformationer, et lerlag vil få for en given påvirkning. Som eksempel vil vi følge en leraflejring op gennem historien, illustreret på figur 6.1.

I en tidligere geologisk periode blev laget opbygget på en havbund med rolige strømningsforhold af sedimenter, der var ført i havet ved erosion af landjorden. De lerpartikler, der netop er aflejret, har en indbyrdes afstand, der afhænger af kræfterne mellem kornene. Dette giver et meget stort vandindhold, der undertiden er højere end flydegrænsen w_L . Efterhånden som der aflejres flere partikler, skal de førstnævnte partikler bære en større



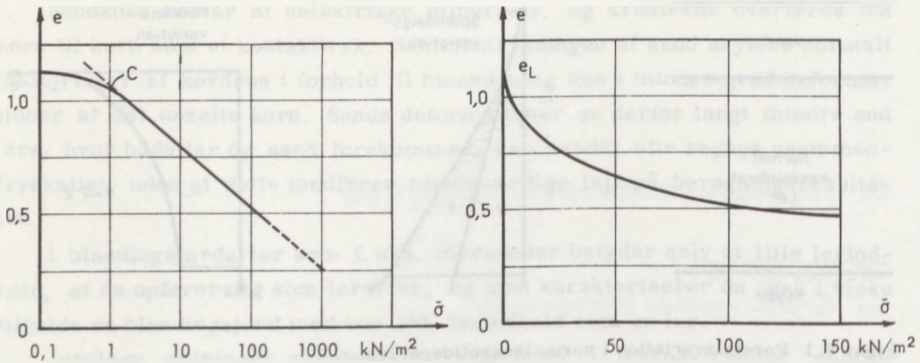
Figur 6.1 Poretalsvariation i normalkonsolideret ler.

vægt, hvorfor afstanden mellem dem mindses. Poretallet vil derfor aftage ned gennem laget. Hvis den geologiske udvikling har været som her beskrevet, altså uden at der har fundet aflastninger eller genbelastninger sted, siges lerlaget at være normalkonsolideret. Som eksempel på sådanne kan nævnes meget unge aflejringer såsom postglaciale lerarter eller nutidige dyndaflejringer. Imidlertid kan ethvert lerlag bringes i en normalkonsolideret tilstand, hvis det udsættes for belastninger, der bringer de effektive spændinger op over de tidligere maksimale spændinger.

Poretallets variation med dybden på grund af de voksende effektive spændinger kan findes i laboratoriet ved at belaste en intakt jordprøve under forhold, der på bedst mulig måde reproducerer naturen. Da lerlagets sætninger er eendimensionale, indsættes en cylindrisk prøve i en kraftig ring, der forhindrer sideudvidelser. Belastningen påføres prøvens plane endeflader, og der bestemmes samhørende værdier af spændinger og tøjninger. Af tøjningerne kan poretallets variation bestemmes og optegnes som funktion af $\bar{\sigma}$. Laboratorieforsøget er beskrevet i afsnit 6.6.

Det viser sig herved, at denne funktion er meget nær retlinet i enkeltlogaritmisk afbildning inden for det spændingsinterval, som har ingenormæssig interesse, således som det også fremgår af figur 6.2. Afbildningen omtales normalt som en $e\text{-}\log\bar{\sigma}$ afbildning, og kurven kaldes for lerets stamkurve. Dekadehældningen af stamkurven kaldes for konsolideringsindeks C og regnes positiv for formindskelse af poretallet. Kendes et talpar ($e_0, \bar{\sigma}_0$) på stamkurven, kan den fremstilles ved ligningen:

$$e_0 - e = C \log \left(\frac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}_0} \right) \quad 6.1$$



Figur 6.2 Arbejdskurver for normalt konsolideret ler.

Konsolideringsindeks C afhænger af lermineralernes opbygning og af de bundne ioner på lerflagerens overflade og må bestemmes eksperimentelt. C varierer fra ca. 0,05 for en sandet ler til ca. 0,5 for en meget fed ler.

Stamkurven kan benyttes til at beregne den ændring af poretalet, der forårsages af en tilvækst af de effektive spændinger og derved ved integration den samlede sætning af hele lerlaget. Hertil benyttes dog mest praktisk en anden afbildning, der ses på figur 6.3. Forsøgets arbejdskurve afbildes i en $\epsilon - \log \bar{\sigma}$ afbildning. Tøjningen ϵ regnes ud fra den tilstand, prøven har ved forsøgets begyndelse, hvor poretalet er e_0 . Af skitsen på figur 6.3 ses, at hvis poretalet under forsøget ændres med Δe , er den tilsvarende tøjning

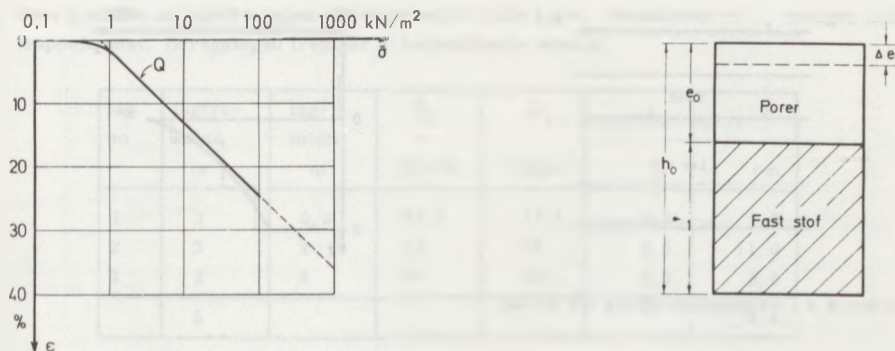
$$\epsilon = \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{-\Delta e}{1+e_0} = \frac{C}{1+e_0} \log \left(\frac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}_0} \right)$$

Formlen omskrives til

$$\epsilon = Q \log \left(\frac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}_0} \right) \quad 6.2$$

hvor Q er dekadehældningen i $\epsilon - \log \bar{\sigma}$ afbildningen. (Tøjningsindeks).

Hvis spændingerne er tilpas små, følger arbejdskurven ikke stamkurven. Det skyldes, at prøven ved optagningen bliver lidt aflastet og ved forsøgets start genbelastet. Prøven i naturen vil derimod følge stamkurven, således at formel 6.2 eller stamkurven altid skal anvendes for normalt konsolideret ler.



Figur 6.3 Arbejdskurve i normalt benyttet afbildning.

Ved en sætningsberegning betragtes et element i dybden z under lagets overflade med tykkelsen dz . Spændingen i jorden antages her at vokse $\Delta\bar{\sigma}$ fra $\bar{\sigma}_f$ til $\bar{\sigma}_e$. Formel 6.2 giver

før spændingsforøgelsen $\epsilon_f = Q \log \left(\frac{\bar{\sigma}_f}{\bar{\sigma}_0} \right)$

efter spændingsforøgelsen $\epsilon_e = Q \log \left(\frac{\bar{\sigma}_e}{\bar{\sigma}_0} \right)$

og dermed $\epsilon_z = \epsilon_e - \epsilon_f = Q \log \left(\frac{\bar{\sigma}_e}{\bar{\sigma}_f} \right)$

$$\epsilon_z = Q \log \left(1 + \frac{\Delta\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}_f} \right) \quad 6.3$$

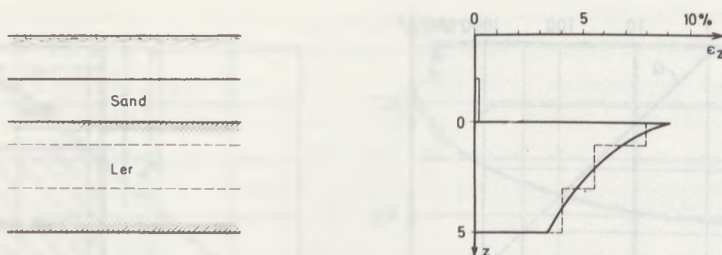
hvor ϵ_z er den lodrette tøjning af det betragtede element.

I stedet for at benytte formlen kan man på kurven aflæse punkterne ($\bar{\sigma}_e$, ϵ_e) og ($\bar{\sigma}_f$, ϵ_f). Kurven tilnærmes i så fald med en ret linie i den logaritmiske afbildning, der om fornødent forlænges bagud til negative værdier af ϵ .

Har lerlaget tykkelsen H , fås den samlede sætning δ ved integration:

$$\delta = \int_0^H \epsilon_z dz = Q \int_0^H \log \left(1 + \frac{\Delta\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}_f} \right) dz \quad 6.4$$

hvor $\bar{\sigma}_f$ er en funktion af z . $\Delta\bar{\sigma}$ vil hyppigt være konstant, men kan dog også variere med dybden. Integrationen vil derfor ofte være vanskelig, og man



Figur 6.4 Sætningsberegning for lerlag.

henvises til at udføre en numerisk integration ved at inddеле lerlaget i en række dellag, således som det fremgår af eksemplet.

EKSEMPEL 6.1

På figur 6.4 er vist en lokalitet med følgende jordbundsforhold:

Et sandlag på 2 m's tykkelse har rumvægten $\gamma_m = 20 \text{ kN/m}^3$ og underliggeres af et normal-konsolideret lerlag af 5 m's tykkelse med en rumvægt $\gamma_m = 19 \text{ kN/m}^3$ og et tøjningsindeks $Q = 30\%$. Under lerlaget følger lag, hvis sætninger kan negligeres. Vanddybden er 2 m.

Der ønskes beregnet, hvor meget lerlaget sætter sig ved indpumpning af sand til vandoverfladen. Sandets rumvægt kan sættes til 20 kN/m^3 .

Denne sætning kan undtagelsesvis beregnes eksakt ud fra de givne oplysninger. Her vises dog ikke alle mellemregninger:

$$\bar{\sigma}_f = 2 \cdot 10 + 9z \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

$$\bar{\sigma}_e = 4 \cdot 10 + 9z \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

Af formel 6.3 fås nu

$$\epsilon_z = Q (\log(40 + 9z) - \log(20 + 9z))$$

ϵ_z er vist til højre på figur 6.4

$$\delta = \int_0^5 \epsilon_z dz = \frac{Q}{9} [(40 + 9z) \log(40 + 9z) - (20 + 9z) \log(20 + 9z) - 2 \log e]_0^5$$

$$\delta = \frac{0,3}{9} [85 \cdot 0,93 - 65 \cdot 0,813 - 40 \cdot 0,602 + 20 \cdot 0,301] = 0,27 \text{ m}$$

Ved numerisk integration inddeles eksempelvis i tre fiktive lag, og spændingsforhol-

dene i midten af laget antages at repræsentere hele laget. Variationen af ϵ_z antages altså trappeformet. Beregningen fremgår af nedenstående skema:

lag no	lagtyk- kelse m	lag- midte m	$\bar{\sigma}_f$ kN/m	$\bar{\sigma}_e$ kN/m	ϵ_z %	δ cm
1	1	0,5	24,5	44,5	7,8	7,8
2	2	2	38	58	5,5	11,0
3	2	4	56	76	4,0	8,0
	5					26,8

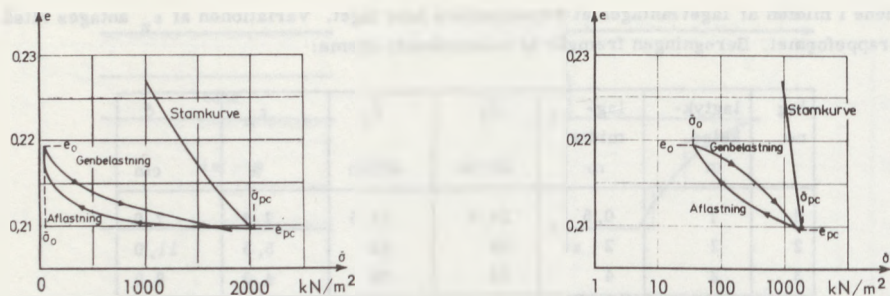
I dette tilfælde kan fornøden nøjagtighed opnås ved blot at inddеле laget i tre lag. Havde vi imidlertid beregnet lagets sætning, da det første sandlag blev aflejret, ville afvigelsen være blevet noget større.

6.3 Stærkt forkonsolideret ler

En lerart kan i en tidligere periode have været underkastet et langt større tryk end vægten af den aktuelle lagserie. Overliggende lag kan være bort-eroderet, eller jorden kan have været belastet af store ismasser i istiden. Da forbelastningstrykket $\bar{\sigma}_{pc}$ i det sidstnævnte tilfælde er større end noget tryk, der senere kan tænkes påført, taler man om stærkt forbelastet ler. Som eksempel på sådanne lerarter kan nævnes de fede tertiære lerarter, såsom lillebæltsler, septarieler og glimmerler eller de sandede morænelerarter.

Et forbelastet lerlags poretal vil have fulgt stamkurven svarende til den største effektive spænding, der har været påført. Herefter indledtes en aflastning, hvorunder poretallet kun blev lidt ændret, således at man i dag i et stærkt forkonsolideret lerlag finder, at poretallet kun i ringe grad varierer med dybden. Under specielle omstændigheder kan de effektive in situ-spændinger dog blive meget små og poretalsændringen betydelig. Det er tilfældet i skrænter eller på lokaliteter, hvor leret kommer i dagen og i regnfulde perioder suger så meget vand, at flydegrænsen igen kan overskrides.

Forholdene fremgår iøvrigt af figur 6.5. Forbelastningsspændingen kaldes $\bar{\sigma}_{pc}$ og in situ spændingen $\bar{\sigma}_0$. Af kurven ses, at hvis spændingerne igen øges i jorden, vil den deformeres efter en genbelastningsgren, der er tydeligt forskellig fra aflastningsgrenen.



Figur 6.5 Arbejdskurver for stærkt forkonsolideret ler.

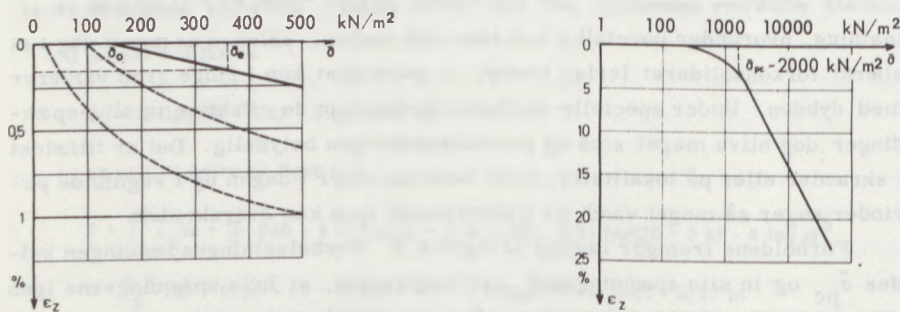
En genbelastningsgren er en krum kurve såvel i enkeltlogaritmisk som i aritmetisk afbildning. Kurvens form afhænger blandt andet af forholdet mellem $\bar{\sigma}_0$ og $\bar{\sigma}_{pc}$, således som det fremgår af figur 6.6. Figuren viser en række genbelastningsgrene for samme jordart med samme forbelastningsspænding, men forskellige in-situ-spændinger $\bar{\sigma}_0$.

En genbelastningsgren tilnærmes dog ofte med en ret linie, hvis hældning K kaldes for konsolideringsmodulen:

$$\epsilon_z = \frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0}{K}$$

6.5

Konsolideringsmodulen øges med voksende in-situ-spændinger $\bar{\sigma}_0$. Leret bliver altså stivere med dybden i den naturlige aflejring.



Figur 6.6 Arbejdskurver til bestemmelse af genbelastningsstøjninger og forbelastning $\bar{\sigma}_{pc}$.

Som det ses af figur 6.6 til venstre er formel 6.5 en god tilnærmelse for den fuldt optrukne kurve, men for mindre værdier af $\bar{\sigma}_0$ opnås en væsentlig større nøjagtighed ved at benytte kurven direkte.

Ved genbelastningerne ud over $\bar{\sigma}_{pc}$ viser det sig, at deformationerne igen følger stamkurven. Dette faktum kan benyttes til en bedømmelse af de effektive tryk, jorden i en tidligere geologisk periode har været underkastet. Figur 6.6 til højre viser en stiv morænelers genbelastningskurve og stamkurve. Man finder, at $\bar{\sigma}_{pc} \sim 2 \text{ MN/m}^2$. Idet man ved, at Grønlands indlandsis er flere kilometer tyk, kan dette tryk, der svarer til vægten af 200 m is, synes lille. Imidlertid har jorden været frosset til stor dybde i de perioder af istiden, hvor isdækket var mægtigst. Kun i afsmeltningsperioden, hvor islaget har været relativt tyndt og klimaet mildere, kan man tænke sig jorden optøet, og porevandet bortdrænet til en nærliggende isrand eller smeltevandstunnel.

De faste danske tertiære lerarter eller moræneler har været underkastet tryk op til 3-5 MN/m^2 . Sætninger af sådanne lerlag følger altid genbelastningskurver.

EKSEMPEL 6.2

Det i eksempel 6.1 angivne 5 m tykke lerlag er i større dybde underlejret af et 8 m tykt morænelerslag med konsolideringsmodulen $K = 80 \text{ MN/m}^2$. Hvor meget sætter dette lag sig?

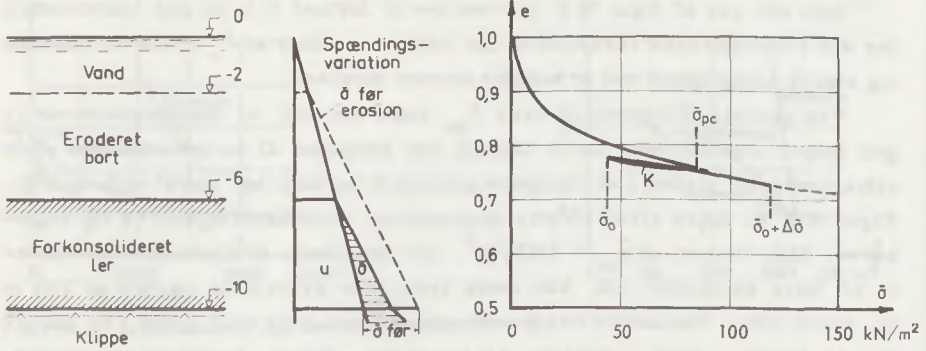
Da spændingstilvæksten er konstant gennem hele laget, giver formel 6.5 direkte:

$$\delta = \int_0^8 \epsilon_z dz = \int_0^8 \frac{\Delta \bar{\sigma}}{K} dz = H \cdot \frac{\Delta \bar{\sigma}}{K} = 800 \cdot \frac{20}{80000} \text{ cm} = 0,2 \text{ cm}$$

Sætningen af laget er 0,2 cm, hvilket er langt mindre end sætningen af det øvre normalkonsoliderede lerlag.

6.4 Lettere forkonsolideret ler

Lettere forkonsoliderede jordarter er meget almindelige. Figur 6.7 viser to stadier af et lerlags historie. Lerlaget blev ved sedimentering opbygget til kote -2, men i den følgende geologiske periode blev de øverste 4 m eroderet bort. I hele lerlaget har spændingerne engang været ca. 40 kN/m^2 større, end de er i dag.



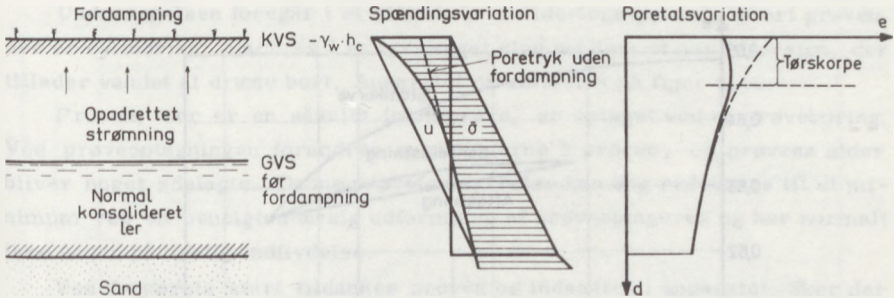
Figur 6.7 Eksempel på geologisk udvikling af ler.

Deformationsforløbet for leret i kote -10 er optegnet til højre på figur 6.7. Ved aflejringen steg spændingen til $\bar{\sigma}_{pc}$, og leret deformeredes langs stamkurven. Derpå aftog spændingen til $\bar{\sigma}_0$, og leret deformeredes efter en aflastningsgren. Foretages en opfyldning, således at spændingen i kote -10 stiger op over $\bar{\sigma}_{pc}$, vil leret først sammentrykkes langs en genbelastningsgren indtil forkonsolideringstrykket $\bar{\sigma}_{pc}$ nås, hvorefter sammentrykningen vil følge stamkurven. Overgangen fra den ene kurve til den anden vil være jævn, som antydnet på figuren. Den herved fremkomne kurve kan naturligvis igen tilnærmes med en ret linie inden for det aktuelle spændingsinterval, og som regel vil denne tilnærmelse være bedre her i overgangsområdet end for rene genbelastningsgrene.

En forkonsolidering vil almindeligvis være af geologisk oprindelse. Foruden det på figur 6.7 viste tilfælde, hvor en del af aflejringen senere er eroderet bort, kan forkonsolideringen opstå ved at vandspejlet i en geologisk periode falder for senere at hæves igen. Laget vil da være forkonsolideret, svarende til en kapillær overfladespænding.

I de øverste meter af en leraflejring, som ellers er normalkonsolideret, vil man ofte observere, at poretalsvariationen ikke følger den forventede kurve, som er stipleet på figur 6.8. Poretallet vil altid være mindre, svarende til en forkonsolidering.

Dette fænomen skyldes normalt, at de øverste lag har været udsat for fordampning, hvorved der er dannet menisker, der frembringer undertryk i porevandet. Ved kraftig fordampning kan de maksimale poreundertryk opstå.



Figur 6.8 Dannelse af tørskorpe

Da de totale spændinger ikke ændres, overføres poreundertrykket efterhånden til lerskelettet som effektive spændinger, og poretalet reduceres i overensstemmelse hermed.

Endelig kan en forkonsolidering være skabt af mennesker ved opfyldning over et større område. Opfyldningen afgraves før byggeperioden, således at en del af bygværkets vægt vil genbelaste jorden, hvorved sætningerne reduceres. Samtidig forøges lerets styrke.

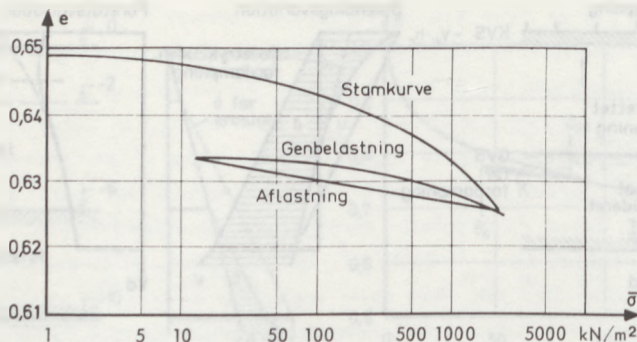
6.5 Sandlags sammentrykkelighed

Sandlag kan være aflejret i strømmende vand eller nær kyster og fremtræder da som et sorteret materiale, altså meget enskornet. Sandlag forekommer også som moræneaflejringer og er da forholdsvis velgraderede.

Sandlags sætninger er langt mindre end lerlags, således som det fremgår af figur 6.9 ved sammenligning med figur 6.2. Figur 6.9 viser en rekonstruktion af et sandlags spændingshistorie i laboratoriet.

Den poretalesændring, der kan fremkaldes af en stor forbelastning, ses at være lille i forhold til det interval, som sandets poretal kan have. Dette illustrerer den store forskel på sand og ler. Mens en leraflejnings poretal primært afhænger af belastningshistorien, afhænger sands poretal først og fremmest af aflejringmåden og kun i mindre grad af belastningshistorien.

En forkonsolideret sandaflejring får dog mindre sætninger end en nor-



Figur 6.9 Arbejdskurve for sandlag.

malkonsolideret sandaflejring, som det fremgår af figur 6.9. Arbejdskurven udviser imidlertid ikke tydeligt knæk ved overgangen mellem genbelastning og nybelastning.

Der er endnu forbundet meget store vanskeligheder med rekonstruktion af sandlags spændingshistorie. En af årsagerne er, at det er særdeles vanskeligt at optage intakte sandprøver, og man afstår normalt fra at forsøge dette. Derfor har de sandprøver man optager af borer eller udgravninger ikke den naturlige lejringsstæthed, og denne må genskabes ved indsættelse af prøverne i laboratorieapparaterne. Sandprøvernes deformationer vil derfor i nogen grad svare til normalkonsoliderede sandlags.

Man ved i dag langt mindre om sandlags deformationer end om lerlags. Når disse problemer endnu ikke er løst, skyldes det naturligvis i høj grad, at sandlags sammentrykning er lille og derfor ofte uden betydning sammenlignet med lerlags sammentrykning.

6.6 Laboratorieforsøg

Fælles for de påvirkninger, der er beskrevet i det foregående er, at de er endimensionale. Deformationen foregår således kun i lodret retning. Undersøgelsen af lers deformationer i en endimensional tilstand danner grundlaget for enhver bedømmelse af sætninger på ler.

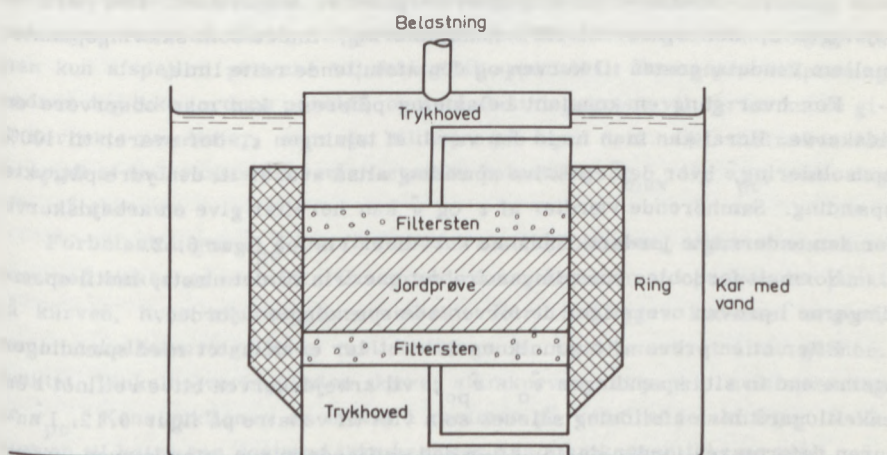
Undersøgelsen foregår i et såkaldt konsolideringsapparat, hvori prøven, der er cylindrisk, placeres i en tykvægget ring mellem et par filtersten, der tillader vandet at dræne bort. Apparatet er skitseret på figur 6.10.

Prøven, der er en såkaldt intaktprøve, er optaget ved en prøveboring. Ved prøveoptagningen forandres spændingerne i prøven, og prøvens sider bliver noget ødelagte. Denne prøveforstyrrelse kan dog reduceres til et minimum ved en hensigtsmæssig udformning af prøveoptageren og har normalt ikke nogen påviselig indflydelse.

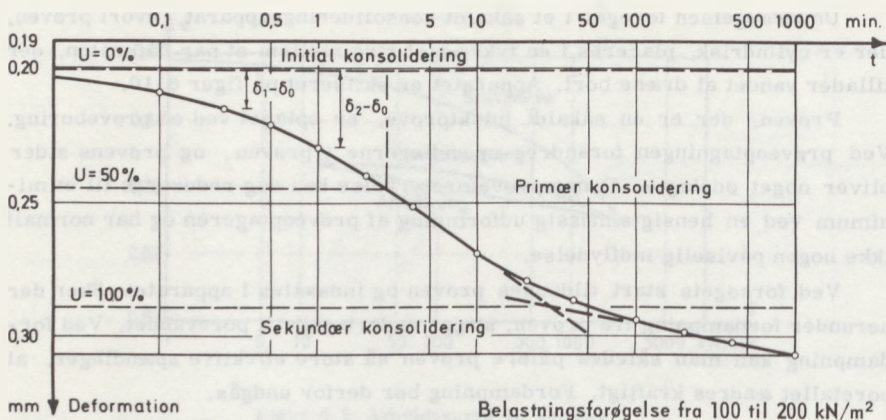
Ved forsøgets start tildannes prøven og indsættes i apparatet. Sker der herunder fordampning fra prøven, stiger undertrykket i porevandet. Ved fordampning kan man således påføre prøven så store effektive spændinger, at poretallet ændres kraftigt. Fordampning bør derfor undgås.

Der tilsættes nu vand, og poreundertrykket i prøven falder. Herved forsvinder de effektive spændinger, og prøven vil søge at udvide sig. Man belaster derfor prøven således, at udvidelsen netop ikke finder sted. Da poretallet ikke har ændret sig, må de effektive spændinger være de samme som før, men da poretrykket nu er nul, må den ydre påtrykte laboratoriebelastning p_w tilnærmelsesvis svare til in situ spændingen.

I forsøgets start påføres en konstant belastning, der normalt er dobbelt så stor som p_w . Herved indledes en konsolideringsproces, som er nærmere omtalt i afsnit 6.7. I første øjeblik bæres belastningen af poreovertrykket alene, som senere gradvis bortdrænes, samtidig med at prøven trykkes



Figur 6.10 Principskitse af konsolideringsapparat.



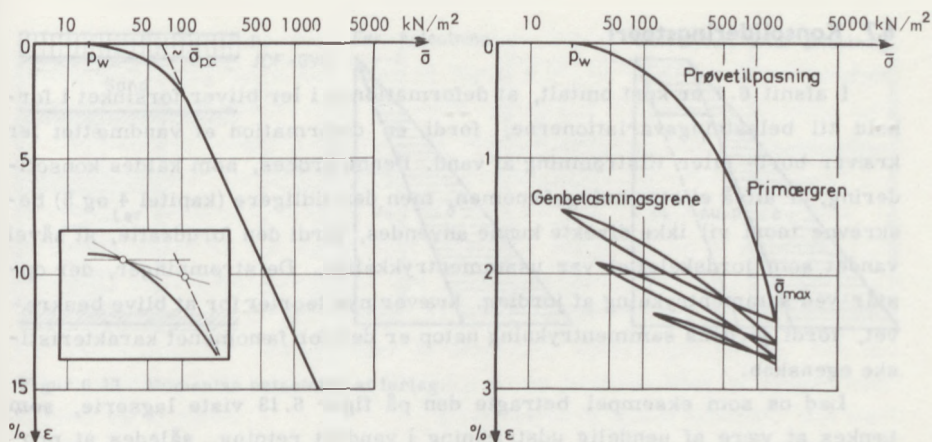
Figur 6.11 Tidskurve for konsolideringsforsøg.

sammen. Konsolideringsprocessen observeres ved at måle sammentrykningen og ved at afbilde samhørende værdier af tiden og sammentrykningen. Kurven kaldes for en tidskurve og vises på figur 6.11 i logaritmisk afbildning. Man vil observere, at sammentrykningen efter nogen tids forløb næsten ophører, svarende til at poreovertrykket er bortdrænet. Den værdi af tøjningen ϵ , der svarer til 100% konsolidering, findes som skæringspunktet mellem vendetangenten til kurven og den afsluttende rette linie.

For hver gang en konstant belastning påføres, kan man observere en tidskurve. Heraf kan man finde den værdi af tøjningen ϵ , der svarer til 100% konsolidering, hvor den effektive spænding altså svarer til den ydre påtrykte spænding. Samhørende værdier af ϵ og $\bar{\sigma}$ kan herefter give en arbejdskurve for den undersøgte jordart. Sådanne kurver er vist på figur 6.12.

Normalt fordobles spændingen fra det ene trin til det næste, indtil spændingerne i prøven overstiger de forventede spændinger i jorden.

Efter at en prøve af normalkonsolideret ler er belastet med spændinger større end in situ spændingen $\bar{\sigma}_0 = \bar{\sigma}_{pc}$, vil arbejdskurven blive retlinet i en enkeltlogaritmisk afbildning således som vist til venstre på figur 6.12. I naturen deformeres jorden derfor efter den retlinede kurve, stamkurven, mens kurvens krumning i starten alene skyldes forstyrrelser ved prøveoptagelsen og prøvetilpasning til apparatet.



Figur 6.12 Målte arbejdskurver for normalt konsolideret og stærkt forkonsolideret ler.

Normalkonsoliderede prøver er så bløde, at de kan tildannes ved at presse ringen, der forinden er forsynet med en æg (se figur 6.10) ned over prøven. Herved opnås ideel tilpasning.

Stærkt forkonsoliderede prøver er så hårde, at de må tildannes først og derefter placeres i ringen. Hvis disse er grovkornede (moræneler) kan tilpasningen være så dårlig, at primærgrenen ikke er en genbelastningsgren, men kun afspejler prøvens tilpasning til apparatet. Denne prøvetilpasning ændrer dog ikke jordens poretal, og genbelastningsgrenene vil derfor kunne give korrekte resultater, som vist til højre på figur 6.12. Det tilstræbes ved forsøget at underkaste prøven en største belastning $\bar{\sigma}_{max}$ lig $\bar{\sigma}_{pc}$, som dog ofte må skønnes.

Forbelastningen $\bar{\sigma}_{pc}$ kan findes ud fra arbejdskurven, såfremt stamkurven med sikkerhed er målt. Casagrande foreslår, at man opsøger det punkt på kurven, hvor krumningen er størst. Heri indlægges kurvens tangent, samt vinkelhalveringslinien mellem tangenten og en vandret linie gennem punktet. Vinkelhalveringslinien skærer stamkurven i et punkt, hvis spænding er $\bar{\sigma}_{pc}$. Konstruktionen er indsat i rammen på venstre del af figur 6.12. Kurven til højre kan derimod ikke benyttes, da stamkurven ikke er målt.

Udover måling af lerlags sammentrykkelighed giver konsolideringsforsøgs tidskurver også mulighed for at bedømme lerets permeabilitet.

6.7 Konsolideringsteori

I afsnit 6.1 er kort omtalt, at deformationer i ler bliver forsinket i forhold til belastningsvariationerne, fordi en deformation af vandmættet ler kræver bort- eller tilstrømning af vand. Denne proces, som kaldes konsolidering, er altså et strømningsfænomen, men den tidligere (kapitel 4 og 5) beskrevne teori vil ikke direkte kunne anvendes, fordi den forudsatte, at såvel vandet som jordskelettet var usammentrykkelige. De strømninger, der opstår ved sammentrykning af jordlag, kræver nye teorier for at blive beskrevet, fordi jordens sammentrykning netop er den for fænomenet karakteristiske egenskab.

Lad os som eksempel betragte den på figur 6.13 viste lagserie, som tænkes at være af uendelig udstrækning i vandret retning, således at problemstillingen indskrænker sig til een dimension. Grundvandspejlet ligger i jordoverfladen, og der er hydrostatisk trykfordeling, svarende til at grundvandet er i ro. Jorden er vandmættet. Til tiden $t = 0$ tænkes overfladen momentant påført en ensformigt fordelt belastning p , som illustreret på figuren. Herved forøges de totale spændinger med $\Delta\sigma = p$, og vi skal nu påvise, at belastningstilvæksten for små værdier af t alene bæres af poretryk i leret, mens lerets effektive spænding forbliver uforandret.

De egenskaber ved jorden, som er af betydning for spændingsfordelingen, er permeabilitet og sammentrykkelighed. Sand og ler kan karakteriseres på følgende måde:

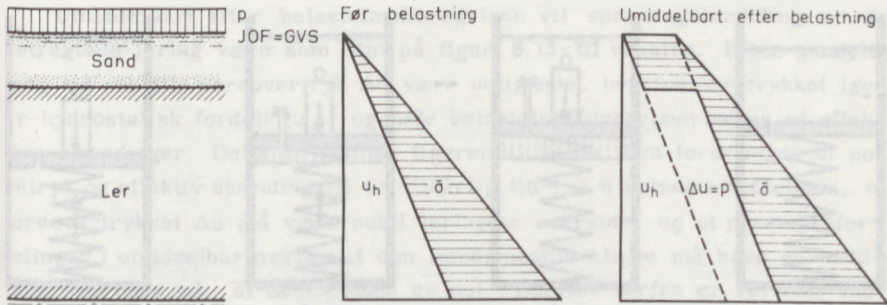
sand	{	stor permeabilitet
		lille sammentrykkelighed
ler	{	lille permeabilitet
		stor sammentrykkelighed

Når et jordlag påføres en belastning, må kornene omlejres for at optage belastningen. Denne sammentrykning af hele jordlaget nødvendiggør en udpresning af et tilsvarende volumen vand, hvorfor der må foregå en strømning ud af laget.

Lers store sammentrykkelighed kræver udpresning af relativt meget vand, men denne udpresning hindres af den lille permeabilitet. For at få ligevægt med belastningen sammentrykkes indledningsvis både jordskelettet og vandet, fordi dette ikke kan undslippe. Vi forudsætter, at jordskelettet og vandet deformeres lineært:

$$\Delta\bar{\sigma} = K\Delta\epsilon_j$$

$$\Delta u = E\Delta\epsilon_v$$



Figur 6.13 Momentan belastning af lerlag.

E er vandets sammentrykkelighedskoefficient, og K er lerets konsolideringsmodul. Deformationen af vand og jordskelettet må være den samme, hvorefter fås:

$$\Delta \bar{\sigma} = \frac{K}{E} \Delta u$$

$$\Delta \sigma = \Delta \bar{\sigma} + \Delta u = p$$

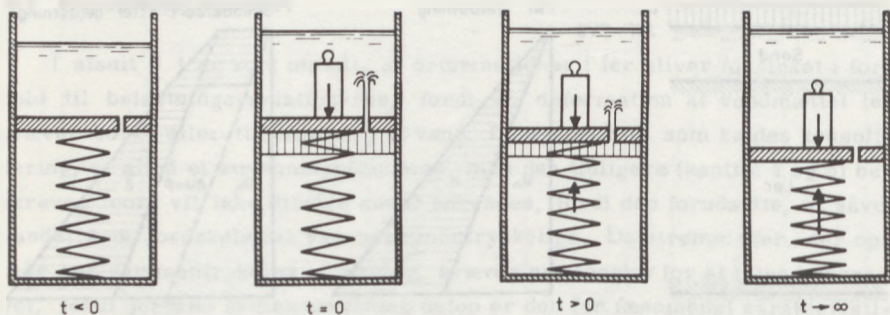
$$\Delta u = \frac{p}{1 + \frac{K}{E}} \approx p, \quad \Delta \bar{\sigma} \approx 0$$

fordi K er af størrelsesordenen $10^3 - 10^5 \text{ kN/m}^2$, mens $E = 2 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$.

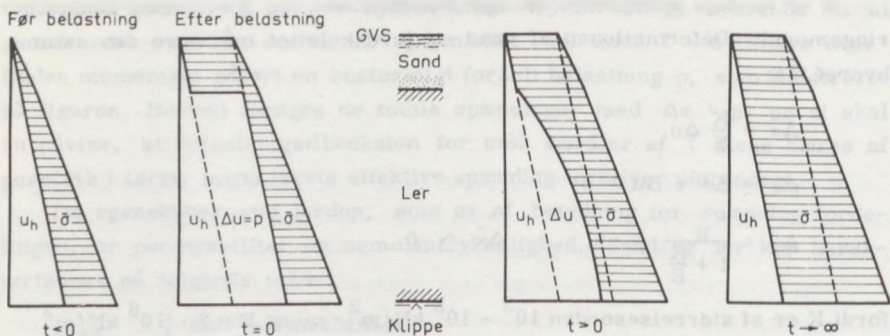
En momentan belastningsforøgelse på ler bæres således udelukkende af en tilsvarende forøgelse af poretrykket i det første øjeblik efter belastningsforøgelsen, medens den effektive spænding forbliver uændret.

For sand gælder, at K er større end for ler, men den er stadig lille i forhold til E, hvorfor en momentan belastningsforøgelse også i sand bæres af en poretryksforøgelse i det første øjeblik. For at optage belastningen alene i jordskelettet kræves dog udpresning af en relativ lille mængde vand, fordi sammentrykkeligheden er mindre. Denne udpresning befordres af sandets store permeabilitet. Strømningen ud af sandet foregår så hurtigt, at man kan anse den for momentan - ligesom belastningsforøgelsen. I praksis kan man derfor regne med, at en belastningsforøgelse på sand øjeblikkeligt optages som effektive spændinger, medens poretrykket forbliver uændret.

Den mekanisme, der ligger bag disse fænomener, illustreres bedst ved et fjederbelastet stempel, som vist på figur 6.14. Til venstre er fje-



Figur 6.14 Mekanisk analogi til konsolidering.



Figur 6.15 Poretrykkets variation med tiden.

deren alene belastet af stemplets reducerede egenvægt, svarende til at der på grund af hullet i stemplet er hydrostatisk trykfordeling i vandet. I midten søger et lod at presse stemplet ned. Hvis fjederkonstanten er lille i forhold til vandets sammentrykkelighed, vil loddets vægt alene bæres af det forøgede tryk i vandet. Dette overtryk forårsager en strømning ud af hullet i stemplet, hvorved stemplet bevæges nedad og en stadig større del af belastningen overtages af fjederen. Efter lang tids forløb vil loddets vægt alene bæres af fjederen, og strømmingen ud gennem hullet vil være ophørt. Ler vil i denne model svare til en blød fjeder og et lille hul, mens sand svarer til en stiv fjeder og et stort hul.

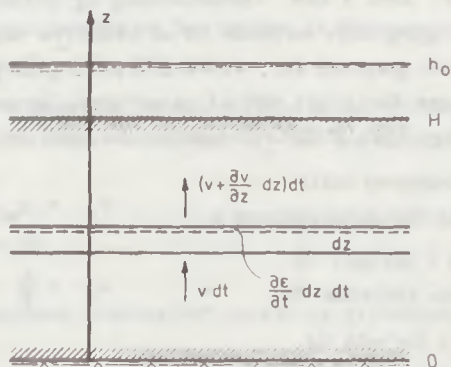
Umiddelbart efter belastningsforøgelsen vil spændingsfordelingen i de betragtede lerlag være som vist på figur 6.15 til venstre. Efter uendelig lang tid vil alle poreovertryk Δu være udlignede, hvorfor poretrykket igen er hydrostatisk fordelt (u_h), og hele belastningsforøgelsen bæres af effektive spændinger. Dette er vist på figuren til højre. Om fordelingen af poretryk og effektiv spænding til en vilkårlig tid $t > 0$ indses umiddelbart, at poreovertrykket Δu må være nul i lerlagets overside, og at poretryksfordelingen i umiddelbar nærhed af den impermeable klippe må have en hældning svarende til, at hastigheden er nul. Bortset herfra er det ikke muligt ved kvalitative betragtninger at bestemme fordelingen bedre, men det ses umiddelbart, at poreovertrykket Δu er en funktion både af højden over klippen og af tiden.

For at bestemme denne funktion betragtes et vilkårligt tyndt lag dz i højden z over klippen, figur 6.16. Da problemstillingen er eendimensional, indgår højden z som eneste geometriske variabel. På grund af jordskelettets deformation vil den mængde vand, der tilføres, være forskellig fra den mængde vand, der føres bort. For et tidsinterval dt fås følgende ændring af vandmængden pr. fladeenhed af strimlen:

$$\left[v + \frac{\partial v}{\partial z} dz - v \right] dt = \frac{\partial v}{\partial z} dz dt$$

Denne formindskelse modsvares af en tilsvarende formindskelse af porevolumenet i strimlen. Pr. fladeenhed er dette volumen:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} dz dt$$



Figur 6.16 Kontinuitetsligningen for eendimensional konsolidering.

Kontinuitetsligningen giver da:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \epsilon}{\partial t}$$

I denne ligning indføres følgende lovmæssigheder:

Deformation: $\bar{\sigma} = K\epsilon$ $\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{1}{K} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t}$

Spændinger: $\sigma = \bar{\sigma} + u$ $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t} = - \frac{\partial u}{\partial t}$

Trykniveau: $h = z + \frac{\dot{u}}{\gamma_w}$ $\frac{\partial u}{\partial t} = \gamma_w \frac{\partial h}{\partial t}$

Strømning: $v = ki = -k \frac{\partial h}{\partial z}$ $\frac{\partial v}{\partial z} = -k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}$

Det er ved differentiationen forudsat, at såvel K som k er uafhængig af z og t.

Indsættes de fire lovmæssigheder i kontinuitetsligningen, fås:

$$-k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{K} (-\gamma_w \frac{\partial h}{\partial t})$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\gamma_w}{kK} \frac{\partial h}{\partial t}$$

6.6

Denne anden ordens partielle differentiaalligning kendes fra flere andre fysiske problemer, som f.eks. varmeledning og diffusion. Da differentiaalligningen første gang blev anvendt til at beskrive varmeledning, kaldes den i matematikken generelt for varmeledningsligningen. I stedet for at løse ligningen for hvert sæt af parametre, som svarer til et givet problem, gøres ligningen dimensionsløs for at opnå en generel løsning:

Trykniveautilvæksten måles i forhold til belastningsforøgelsen p $h_1 = \gamma_w \frac{h - h_0}{p}$

Højden måles i forhold til lagets samlede tykkelse H $z_1 = \frac{z}{H}$

Tiden måles i forhold til et bestemt tidsinterval t' $T = \frac{t}{t'}$

Indsættes disse udtryk i differentiaalligningen, fås:

$$\frac{\partial^2 h_1}{\partial z_1^2} = \frac{\gamma_w H^2}{k K} \frac{1}{t'} \frac{\partial h_1}{\partial T}$$

Ved at sætte

$$\frac{\gamma_w H^2}{k K} \frac{1}{t'} = 1$$

bringes varmeledningssligningen på sin normale form:

$$\frac{\partial^2 h_1}{\partial z_1^2} = \frac{\partial h_1}{\partial T} \tag{6.7}$$

Det tidsinterval t' , i forhold til hvilket tiden måles, indføres derfor bekvemt som:

$$t' = \frac{\gamma_w H^2}{k K}$$

eller

$$T = \frac{k K}{\gamma_w H^2} t \tag{6.8}$$

hvor T kaldes tidsfaktoren. I analogi med terminologien for dimensionsløse tal (f. eks. i hydraulikken: Reynold's tal og Froude's tal) kunne T også benævnes Terzaghi's tal efter konsolideringsteoriens skaber. Fordelen ved den dimensionsløse transformation er, at tidsfunktionen i alle tilfælde kan beskrives ved den dimensionsløse tidsfaktor plus ovenstående formel.

Ved denne fremgangsmåde er der indført et dimensionsløst h_1 , hvis fysiske betydning fremgår af det følgende:

Før belastningen påføres, er der hydrostatisk trykfordeling i lerlaget. Idet det konstante trykniveau benævnes h_0 fås poretrykket i højden z over klippen:

$$u_0 = \gamma_w (h_0 - z)$$

Belastningsforøgelsen fremkalder et større trykniveau h og et forøget poretryk u i laget

$$u = \gamma_w (h - z)$$

Poretrykket kan deles op i det oprindelige tryk u_0 og et poreovertryk Δu . Heraf fås direkte

$$\Delta u = u - u_0 = \gamma_w (h - h_0)$$

Poreovertrykket er altså proportionalt med den forøgelse af det oprindelige trykniveau, der får vandet til at dræne ud af lerlaget under konsolideringsprocessen.

$$h_1 = \gamma_w \frac{(h - h_0)}{p} = \frac{\Delta u}{p}$$

h_1 er således det relative poreovertryk.

Differentialligningen 6.7 angiver strømningens indre betingelser. For at løse ligningen kræves også kendskab til randbetingelserne, som tidligere er omtalt kvalitativt. Kvantitativt fremtræder randbetingelserne som følger:

1. Til tiden $t = 0$ bæres hele belastningsforøgelsen af poreovertrykket:

$$\left. \begin{array}{l} t = 0 \\ 0 < z_1 < 1 \end{array} \right\} \quad \Delta u = p \quad h_1 = \frac{\Delta u}{p} = 1$$

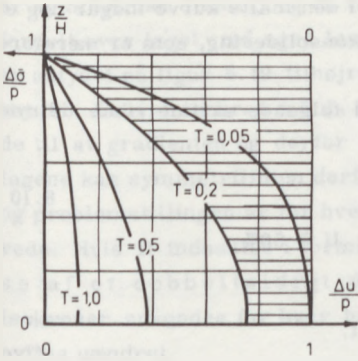
2. Til enhver tid $t > 0$ må poreovertrykket være lig nul i lerlagets over-side:

$$\left. \begin{array}{l} z_1 = 1 \\ t > 0 \end{array} \right\} \quad h = h_0 \quad h_1 = 0$$

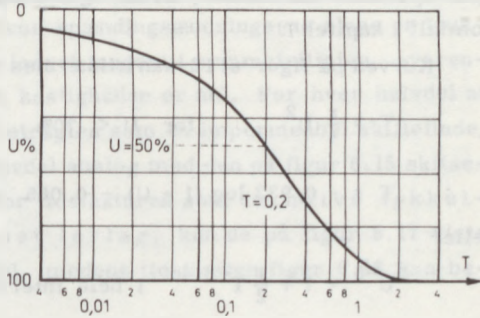
3. Ved grænsen til den impermeable klippe må hastigheden og derfor også gradienten være nul til enhver tid:

$$\left. \begin{array}{l} z_1 = 0 \\ t \geq 0 \end{array} \right\} \quad \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial h_1}{\partial z_1} = 0$$

Differentialligningen er løst en gang for alle for disse randbetingelser. Fordelingen af poreovertrykket i lerlaget er vist på figur 6.17. Kurverne kaldes isokroner, fordi de angiver poreovertrykket til en given tid (udtrykt ved den dimensionsløse tidsfaktor). For $T > 0,1$ kan kurverne med god tilnærmelse antages at være sinusformede (eller parabelformede). Afstanden fra diagrammets venstre akse til en kurve angiver poreovertrykket ($h_1 = \frac{\Delta u}{p}$) i en given højde ($z_1 = \frac{z}{H}$) over klippen og til et givet tidspunkt ($T = (kK/\gamma_w H^2) t$). På tilsvarende måde angiver afstanden fra dia-



Figur 6.17 Fordeling mellem effektiv spændingstilvækst og poreovertryk.



Figur 6.18 Konsolideringens tidsforløb.

grammets højre akse til kurven den del af belastningsforøgelsen, der er overgået til effektive spændinger ($\Delta\bar{\sigma}/p$) i en given højde og til et givet tidspunkt. Dette er for $T = 0,2$ angivet ved skravering.

Ved belastningsforøgelsen p af det betragtede lerlag vil jordoverfladen sætte sig. I første øjeblik vil denne sætning alene hidrøre fra sammen- trykning af vandet, hvilket der kan ses bort fra i denne sammenhæng, da vandets sammentrykkelighedskoefficient E i reglen er betydelig større end K . Derefter vil jordoverfladen sætte sig i takt med forøgelsen af de effektive spændinger.

I det på figur 6.17 viste diagram er arealet af det skraverede område i forhold til hele området:

$$U = \frac{\int_{z_1=0}^1 \frac{\Delta\bar{\sigma}}{p} d \frac{z}{H}}{1} = \frac{\int_{z=0}^H \Delta\bar{\sigma} dz}{pH} = \frac{\int_0^H \frac{\Delta\bar{\sigma}}{K} dz}{\frac{pH}{K}} = \frac{\delta_t}{\delta_\infty} \quad 6.9$$

hvor δ_t angiver den til tiden t opnåede sætning og δ_∞ angiver den samlede sætning, som belastningsforøgelsen forårsager og som efter teorien først opnås efter uendelig lang tid.

U kaldes konsolideringsgraden, og den angiver forholdet mellem sætningen til en given tid og den endelige sætning.

På figur 6.18 er konsolideringsgraden vist som funktion af tidsfaktoren. Denne kurve er principielt identisk med figur 6.11, som er den aktuelle,

målte tidskurve fra et konsolideringsforsøg. I den målte kurve indgår dog et par specielle fænomener, initial og sekundær konsolidering, som er nærmere omtalt i kapitel 7.

Kurven på figur 6.18 kan tilnærmes med følgende aritmetriske udtryk:

$$T = \frac{\pi}{4} U^2 \quad \text{for } U < 70\% \quad 6.10$$

$$T = -0,933 \log(1 - U) - 0,085 \quad \text{for } U > 50\%$$

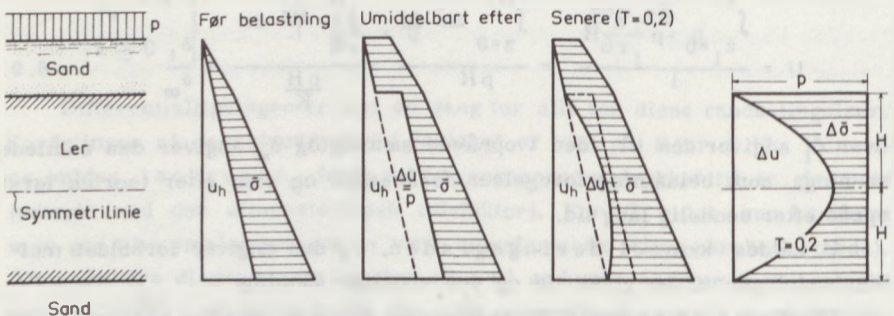
eller

$$U^{-6} = 1 + \frac{1}{2} T^{-3} \quad \text{i hele intervallet.}$$

Som det fremgår af ovenstående, indgår belastningsforøgelsen p ikke i de endelige ligninger. Den tid, et givet lerlag er om at opnå en given konsolideringsgrad, er den samme, hvad enten p er lille eller stor.

For en ensformigt fordelt belastning på et lerlag, som alene er drænet foroven, kan sætningen findes til ethvert tidspunkt efter den momentane belastningsforøgelse på grundlag af denne kurve. Et sådant lerlag siges at være eensidigt drænet.

I stedet betragter vi nu et lerlag, der både foroven og forneden er begrænset af et drænende sandlag. Lerlaget er dobbeltsidigt drænet. Før belastningsforøgelsen og umiddelbart efter vil spændingsfordelingen tage sig ud som for ensidig dræning, som vist på figur 6.15 og 6.19. Grænsebetingelse nr. 3 er ændret til, at poreovertrykket ved lerlagets bund er nul for ethvert $t > 0$. I stedet for at løse differentiaalligningen for den ændrede grænsebetingelse kan resultatet nås ved følgende ræsonnement: Da lerlaget

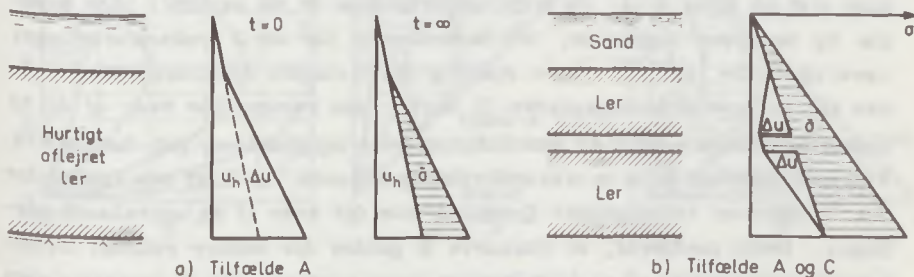


Figur 6.19 Dobbeltsidig dræning.

er symmetrisk drænet, og da tilvæksten i den totale spænding er symmetrisk fordelt over laget, må også løsningen være symmetrisk om midtlinien. Dette er antydnet på figur 6.19 tilhøjre, hvor spændingsændringerne alene er trukket ud. Enhver isokron må da have lodret tangent i symmetrilinien, svarende til at gradienten og derfor også hastigheden er nul. For hver halvdel af lagene kan symmetrilinien derfor betragtes som en impermeabel skilleflade, og problemstillingen er for hver halvdel analog med den på figur 6.15 skitse-rede. Hvis H indsættes i formlen for tidsfaktoren som den halve tykkel-se af et dobbeltsidigt drænet lerlag, kan de på figur 6.17 viste isokroner anvendes for hver halvdel, medens tidskurven figur 6.18 kan be-nyttes uændret.

Ikke enhver forekommende momentan ændring af spændingerne i jorden vil være fordelt ensformigt, som hidtil antaget, men de fleste ændringer kan med god tilnærmelse antages at være retlinet fordelt. Derfor er varmeled-ningsligningen også løst for trekantformet spændingsfordeling. De hertil svarende isokroner er vist på figur 6.21. For den med C betegnede oriente-ring af trekanten har man fundet den med C betegnede tidskurve. På tilsva-rende måde gælder den med A betegnede tidskurve for den modsat orientere-de trekant. Som eksempler på tilfælde i praksis, hvor en sådan trekantfor-mig fordeling af poreovertrykket kan forekomme, kan nævnes et lerlag, som er aflejret så hurtigt, at det alene bæres af poretryk umiddelbart efter af-lejringens afslutning, figur 6.20. Dette lag vil konsolideres for sin egen-vægt, hvorfor poreovertrykket fordeler sig trekantformigt med spidsen opad, tilfælde A .

Hvis grundvandsspejlet sænkes i et enkelt vandførende lag i en lagdelt jord, vil de totale spændinger ikke ændres, men der vil opstå poreovertryk



Figur 6. 20 Trekantfordelte belastninger.

Δu , således som antydtes på figur 6. 20. I det underliggende lerlag vil poreovertrykket være trekantformigt fordelt med spidsen nedad, tilfælde C.

Varmeledning ligningen er en lineær differentiaalligning, hvilket vil sige, at hvis to funktioner hver for sig er en løsning, vil også summen af funktionerne være en løsning.

Denne superpositionslov kan anvendes på en vilkårlig retliniet fordeling, fordi denne kan opdeles i to trekantede, hvortil løsningen kendes. Til en given tid findes isokronen svarende til den retliniede fordeling ved at addere isokronerne karakteriseret ved samme tid i de to tilfælde A og C. I en given højde z fås:

$$\Delta u(z, t) = \left(\frac{\Delta u}{p}\right)_A \cdot p_{ud} + \left(\frac{\Delta u}{p}\right)_C \cdot p_d \quad 6.11$$

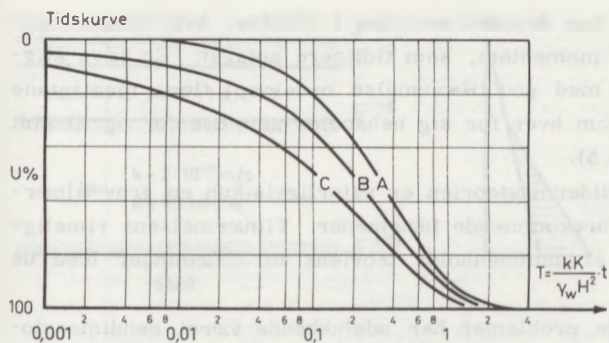
hvor symbolerne fremgår af figur 6. 21. Integreres dette udtryk for et givet t over lerlagets tykkelse, fås følgende udtryk for konsolideringsgraden:

$$(1-U) \frac{H(p_d + p_{ud})}{2} = (1-U_A) \frac{H p_{ud}}{2} + (1-U_C) \frac{H p_d}{2}$$

$$U = \frac{p_d U_C + p_{ud} U_A}{p_d + p_{ud}} \quad 6.12$$

hvilket svarer til lodret interpolation mellem tidskurverne C og A. For $p_d = p_{ud}$ fås det tidligere behandlede tilfælde med ensformig fordeling, hvorfor tidskurve B er middelkurven mellem A og C.

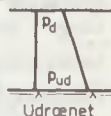
For et dobbeltsidigt drænet lerlag med ensformigt fordelt belastningsforøgelse gælder tidskurven B, som tidligere påvist. Den rektangulære fordeling kan tænkes opstået ved superposition af to trekantfordelinger, som vist på figur 6. 21. Da dræningsforholdene er de samme i både øverste og nederste laggrænse, må isokronerne for de 2 trekantfordelinger være identiske, bortset fra en spejling om lerlagets midtlinie. Til en given tid er konsolideringsgraden U derfor den samme for hver af de to trekantfordelinger, da U er summationen over lagtykkelsen, jvf. formel 6. 9. Ved superposition af de to trekantfordelinger findes, at U er den samme for den fremkomne rektangulære fordeling som for hver af de to trekantfordelinger. Dette medfører, at tidskurve B gælder for enhver retlinet fordelt belastningsforøgelse på et dobbeltsidigt drænet lerlag, når H indsættes som lagets halve tykkelse.



Vilkårlig retliniet fordeling

Enkelt-sided dræning: Drænet

$$U = \frac{P_d U_C + P_{ud} U_A}{P_d + P_{ud}}$$

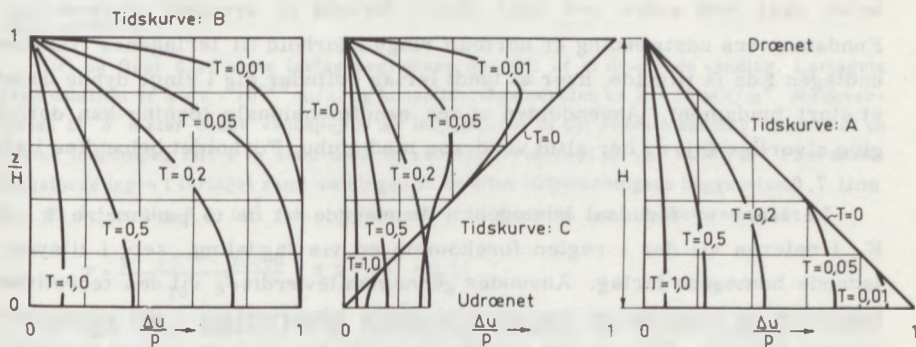


Dobbelt-sided dræning: Drænet

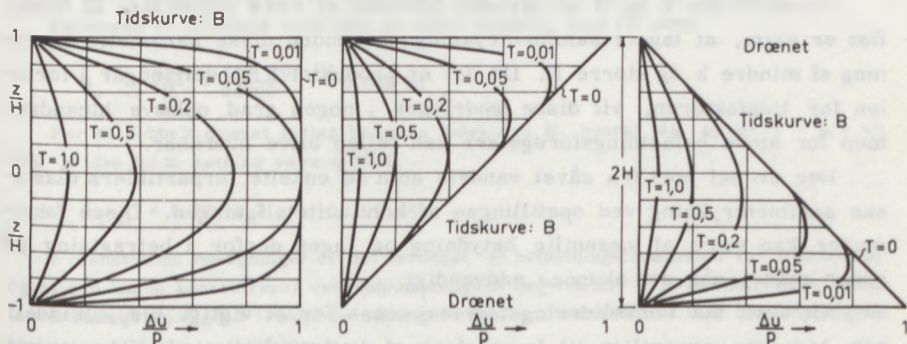
$$U = U_B$$



Poreovertryksfordeling, enkelt-sided dræning



Poreovertryksfordeling, dobbelt-sided dræning



Figur 6.21 Diagrammer for eendimensional konsolidering.

Superpositionsloven kan desuden anvendes i tilfælde, hvor belastningsforøgelsen ikke foregår momentant, som tidligere antaget. En jævn stigning i belastningen kan med god tilnærmelse opdeles i flere momentane belastningsforøgelser, som hver for sig behandles som ovenfor og til slut adderes (se eksempel 6.5).

En teori som konsolideringsteorien er naturligvis kun en grov tilnærmelse til de i naturen forekommende fænomener. Tilnærmelsens rimelighed skal vurderes ved at sammenholde teoriens forudsætninger med de faktiske forhold.

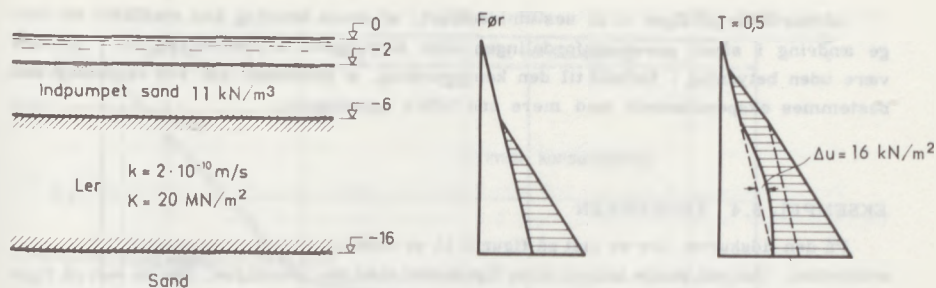
De hidtil behandlede problemer har udelukkende været eendimensionale. Der har kun indgået een geometrisk parameter, nemlig højden z . Belastningsforøgelsen skal foregå over et areal, der er stort nok til, at der kan ses bort fra forstyrrelser fra randen af området. Lerlagets tykkelse skal med andre ord være lille i forhold til arealets udstrækning. Fundamenters udstrækning er normalt ringe i forhold til lerlagens tykkelse, undtagen i de få tilfælde, hvor et tyndt lerlag befinder sig i ringe dybde under et stort fundament. Anvendelsen af den eendimensionale løsning kan derfor give alvorlige fejl og bør altid vurderes med omhu. Forholdet behandles i afsnit 7.6.

Lerlaget er forudsat homogent i henseende til de to parametre k og K . I naturen vil der i reglen forekomme en vis lagdeling, selv i tilsyneladende homogene lerlag. Anvendes gennemsnitsværdier, vil den teoretiske tidskurve og isokronerne dog være brugbare tilnærmelser i det eendimensionale tilfælde. Såfremt den eendimensionale konsolideringsteori anvendes på tilfælde, hvor også længde og bredde indgår i problemstillingen, må resultaterne betragtes med nogen skepsis.

Parametrene k og K er desuden forudsat at være uafhængige af tiden. Det er klart, at lagets sammentrykning vil ændre disse parametre i retning af mindre k og større K . Da det er produktet kK , der indgår i formelen for tidsfaktoren, vil disse ændringer i nogen grad ophæve hinanden, men for store belastningsforøgelser kan fejlen blive mærkbar.

Der er set bort fra såvel vandets som de enkelte lerpartiklers elastiske sammentrykning ved opstillingen af kontinuitetsligningen. Disse fænomener kan være af væsentlig betydning og tages derfor i betragtning på anden måde, når det skønnes nødvendigt.

Alt i alt må konsolideringsteorien anses for et vigtigt hjælpemiddel, som bidrager væsentligt til forståelsen af de fænomener, der observeres i virkeligheden, men i det konkrete tilfælde må forudsætningerne nøje vurderes i forhold til de faktiske forhold.



Figur 6.22 Eksempel på eindimensional konsolidering.

EKSEMPEL 6.3

Det på figur 6.22 viste lerlag begrænses nedadtil af et drænende sandlag. Lerlagets permeabilitet er $k = 2 \cdot 10^{-10}$ m/s, og konsolideringsmodulen er $K = 20$ MN/m². Jordoverfladen lå 6 meter under vandspejlet før indpumpning af det øverste sandlag. I løbet af en måned indpumpes ialt 4 m sand med en reduceret rumvægt på $\gamma' = 11$ kN/m³. Find spændingsfordelingen i lerlaget samt sætningen et år efter indpumpningens begyndelse.

Et år er lig $3,2 \cdot 10^7$ sek., hvilket indsat i formlen for tidsfaktoren giver:

$$T = \frac{2 \cdot 10^{-10} \cdot 20000}{10 \cdot 5^2} = 3,2 \cdot 10^7 = 0,5i$$

Af figur 6.21, tidskurve B og rektangulær fordeling, fås poreovertrykket i midten af laget at være:

$$\Delta u = 0,37 p = 0,37 \cdot 44 = 16 \text{ kN/m}^2$$

hvorpå poretryksfordelingen kan indtegnes, som vist på figur 6.22 til højre.

Sætningen af lerlagets overflade vil efter uendelig lang tid være

$$\delta_{\infty} = \frac{pH}{K} = \frac{44 \cdot 10}{20000} = 0,22 \text{ m}$$

For et dobbelt drænet lerlag benyttes tidskurve B, hvoraf fås, at for $T = 0,5$ vil 78% af den fulde sætning være opnået:

$$\delta_{1 \text{ år}} = 0,78 \cdot 2,2 \text{ cm} \sim 1,7 \text{ cm}$$

I ovenstående beregninger er det forudsat, at belastningsforøgelsen var momentan, og at den kunne koncentreres ved indpumpningens begyndelse. For at kontrollere denne forudsætnings gyldighed tænkes belastningsforøgelsen koncentreret ved indpumpningens afslutning. Da bliver tidsfaktoren:

$$T = 0,5 \cdot \frac{11}{12} = 0,46$$

Af kurverne på figur 6.21 ses umiddelbart, at denne ændring kun medfører en ringe ændring i såvel poretryksfordelingen som sætningen. Tilnærmelsen vil i praksis være uden betydning i forhold til den kendsgerning, at produktet kK kun vanskeligt kan bestemmes eksperimentelt med mere end 10%'s nøjagtighed.

EKSEMPEL 6.4 TIDSKURVEN

På den tidskurve, der er vist på figur 6.11 er tiden afsat logaritmisk og deformationen aritmetisk. Herved skulle kurven blive ligedannet med den teoretiske, der er vist på figur 6.18. Forskellen består først og fremmest i, at deformationen ikke hører helt op, når poreovertrykket er forsvundet, men fortsætter logaritmisk afhængig af tiden i den såkaldte sekundære konsolidering, der er et krybningsfænomen. Den sekundære gren erkendes let i denne afbildning.

Hældningen af sekundærgrenen afhænger af jordarten. Visse jordarter med organisk indhold har større sekundær konsolidering end jordarter uden organisk indhold. Desuden afhænger hældningen af spændingsforøgelsens størrelse, spændingens absolutte størrelse og "vibrationsniveauet" i laboratoriet. Krybningen kan blive så stor, at man ikke kan erkende overgangen mellem den primære konsolidering og krybningen. Der er endnu ikke opstillet beregningsmetoder eller teorier, der på tilfredsstillende måde nyttiggør observation af krybningens dekadehældning.

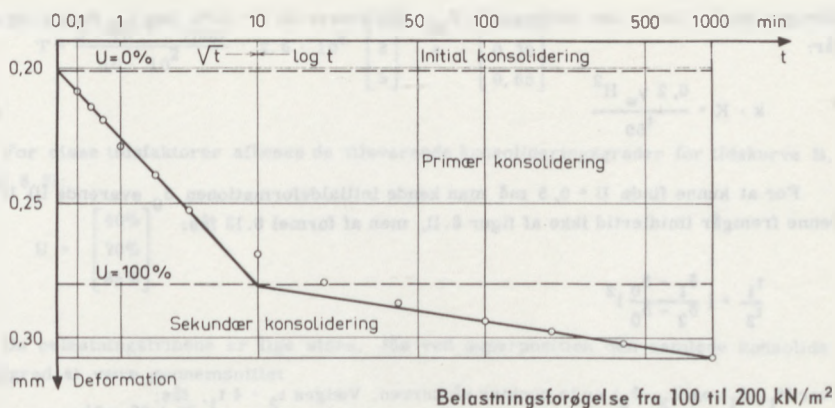
Også ved tidskurvens begyndelse kan der være afvigelser fra den teoretiske kurve, idet det er muligt at måle en vis initialdeformation. Denne skyldes hovedsagelig apparatfejl (deformation af apparatur og indpresning af filtersten i prøve og trykhoveder), samt sammenstrykning af luft i porerne. Første gang en prøve belastes til $\bar{\sigma}_{pc}$ (se primærgrenen på figur 6.12) kan tilpåsning af prøven til apparatets sider ske momentant og give initiale deformationer. Da man ikke har mulighed for at skelne virkningen af apparatfejl og prøvetilpåsning, der jo ikke findes i naturen, fra virkningen af luft i porerne, er det vigtigt at formindske virkningen af fejlene mest muligt. Luft i porerne betyder blot, at en del af de totale spændinger påføres jordskelettet med det samme og ikke under selve konsolideringen. Denne del af initialsætningen bør derfor medregnes i den primære konsolideringssætning.

Tidskurven består i hovedsagen af den primære konsolidering, der skyldes udpresning af vandet i porerne. Af formel 6.10 fås:

$$t/t' = \frac{\pi}{4} (\delta/\delta_{\infty})^2 \quad 6.13$$

hvor t er den aktuelle tids aflæsning, t' er tidsenheden (formel 6.7), δ er den aktuelle deformation og δ_{∞} er deformationen efter endt konsolidering ($U = 100\%$).

Den første del af tidskurven er altså en parabel, den sidste del en logaritmisk funktion, og de to dele er adskilt af en overgangskurve. Afsættes første del af kurven som funktion af \sqrt{t} og sidste del som funktion af $\log t$, og er overgangen mellem de to afbildningers skalaer konstrueret, således at en kurve uden knæk heller ikke får det i denne afbildning, opnås at kurven kan tilnærmes ved to rette linier som vist på figur 6.23. Denne afbildning, der er foreslået af Brinch Hansen (1961), forenkler den videre behandling af tidskurven. Det er naturligvis forudsat, at skæringen mellem de to rette linier ligger i overgangen mellem \sqrt{t} og $\log t$ skalaen. Hvis dette ikke er tilfældet multipliceres t -værdierne med en



Figur 6.23 Tidskurve i \sqrt{t} - $\log t$ afbildning.

faktor. Skæringspunktet mellem de to linjer svarer til $U = 1$ i formel 6.10 og hermed til $T = \frac{\pi}{4}$. Den hertil svarende tid kaldes t_c . Af formel 6.8 findes nu:

$$k \cdot K = \frac{\pi}{4} \gamma_w H^2 \tag{6.14}$$

Af figur 6.23 fremgår $t_c \sim 600$ sec. Da prøven er 2 cm høj og dobbeltsidigt drænet, findes:

$$k \cdot K \approx 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ m/sec} \cdot \text{kN/m}^2$$

Idet belastningsforøgelsen $\Delta\sigma$ på 100 kN/m^2 har givet prøven en deformation på $0,08 \text{ mm}$ eller $0,4\%$ findes konsolideringsmodulen K :

$$K = \frac{100}{0,4} \cdot 100 = 25000 \text{ kN/m}^2$$

Lerets permeabilitetskoefficient bliver da:

$$k \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ m/sec}$$

Før Brinch Hansen havde angivet denne afbildningsmåde, benyttede man her i landet altid afbildninger svarende til figur 6.11. Da denne afbildning stadig benyttes, skal det også omtales, hvordan man finder permeabiliteten ud fra sådanne kurver.

Deformationen svarende til 100% konsolidering δ_{100} findes her som vist på figur 6.11 ved at skære vendetangenten til kurven med den rette linie, der svarer til krybning. Den tilsvarende tid er dog ikke t_c . Af formel 6.8 fås imidlertid også, at $T = 0,2$ for $U = 50\%$.

Har man derfor fundet den deformation δ_{50} , der svarer til $U = 50\%$, kan t_{50} findes, og man får:

$$k \cdot K = \frac{0,2 \gamma_w H^2}{t_{50}} \quad 6.15$$

For at kunne finde $U = 0,5$ må man kende initialdeformationen δ_0 svarende til $U = 0$. Denne fremgår imidlertid ikke af figur 6.11, men af formel 6.13 fås:

$$\frac{t_1}{t_2} = \left(\frac{\delta_1 - \delta_0}{\delta_2 - \delta_0} \right)^2$$

hvor (t_1, δ_1) og (t_2, δ_2) er to punkter på kurven. Vælges $t_2 = 4 t_1$, fås:

$$2(\delta_1 - \delta_0) = (\delta_2 - \delta_0)$$

eller:

$$\delta_0 = 2\delta_1 - \delta_2$$

og herefter:

$$\delta_{50} = \frac{1}{2}(\delta_{\infty} - \delta_0)$$

Denne metode stemmer ikke helt overens med den førstnævnte, men afvigelsen er ubetydelig.

Den permeabilitetskoefficient, der findes i laboratoriet, svarer til en temperatur, der er højere end gennemsnitstemperaturen i naturen, og den burde derfor korrigeres for ændringer i vandets viskositet, således som nævnt i afsnit 4.2. Den her beskrevne metode til bestemmelse af lers permeabilitet er dog ikke så nøjagtig, at korrektion kan siges at være nødvendig.

EKSEMPEL 6.5

Et 10 m tykt lerlag overlejres af et 5 m tykt sandlag, som skal bortgraves. Grundvandspejlet er sammenfaldende med lerets overflade. Lerets permeabilitet er $k = 5 \cdot 10^{-8}$ m/s, og konsolideringsmodulen for aflastning er $K = 1000 \text{ kN/m}^2$. Sandets rumvægt er $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$. Udgravningen forventes at vare $\frac{1}{2}$ år. Hvormed skal der graves dybere for at opnå det rigtige niveau efter endt konsolidering?

Udgravningen forudsættes at forløbe efter en trappekurve: $\frac{1}{3}$ efter 1 md., $\frac{1}{3}$ efter 3 md. og $\frac{1}{3}$ efter 5 md., som vist på figur 6.24.

For hvert belastningsstrin udregnes en tidsfaktor:

$$T = \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 1000}{10 \cdot 10^{-2}} \cdot 2,6 \cdot 10^6 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,13 \\ 0,39 \\ 0,65 \end{bmatrix}$$

For disse tidsfaktorer aflæses de tilsvarende konsolideringsgrader for tidskurve B, figur 6.21:

$$U = \begin{bmatrix} 40\% \\ 70\% \\ 85\% \end{bmatrix}$$

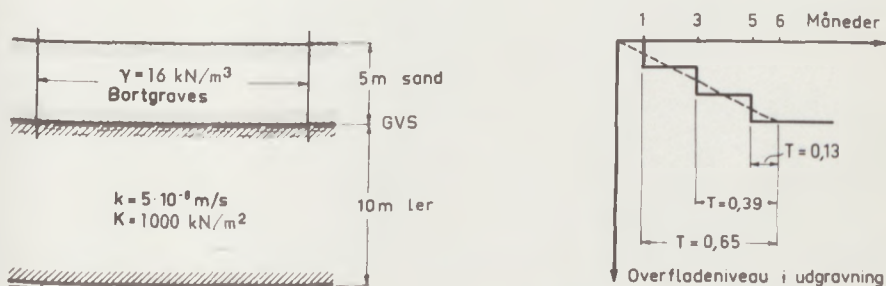
Da belastningstrinene er lige store, fås ved superposition den samlede konsolideringsgrad at være gennemsnittet

$$U = \frac{40 + 70 + 85}{3} = 65\%$$

Den samlede hævnung bliver:

$$\delta_{\infty} = \frac{pH}{K} = \frac{5 \cdot 16 \cdot 10}{1000} = 0,8 \text{ m}$$

Efter endt udgravning vil 65% af denne hævnung være gennemført. Den nødvendige yderligere udgravning andrager da $0,35 \cdot 80 \text{ cm} \sim 30 \text{ cm}$.



Figur 6.24 Tidsmæssigt varierende belastning.

Litteratur

Vedrørende referencer og supplerende litteratur: Se under kapitel 7.

NOTATER

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

...

...

...



...

NOTATER

KAPITEL 7



NOTATER

NOTATER

7. Fundamentarsamling

KAPITEL 7

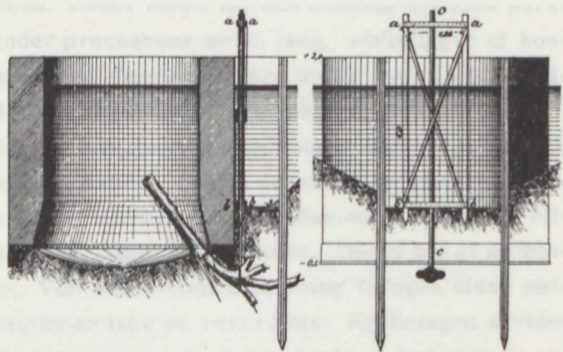
7.1 Grundgraben

Grundgraben ist ein wichtiger Bestandteil der Fundamentierung eines Bauwerks. Er dient dazu, das Fundament vor dem Versinken in den Boden zu schützen und gleichzeitig die Fundamentierung zu erleichtern. Die Fundamentierung erfolgt durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben.

Die Fundamentierung erfolgt durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben. Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt. Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt. Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt.

Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt. Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt. Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt.

Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt. Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt. Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt.



Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt. Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt. Die Fundamente werden durch das Einbringen von Fundamenten in den Grundgraben hergestellt.

7. Fundamenters sætning

7.1 Grundbegreber

Fundamenters sætning er et plant eller tredimensionalt problem, fordi et bygværks udstrækning er begrænset. De mest markante forskelle mellem det eendimensionale sætningsproblem, der blev gennemgået i kapitel 6, og det flerdimensionale sætningsproblem, som skal behandles her, er følgende:

Spændingstilvæksterne fra bygningens vægt spredes ned gennem jordlagene og bliver betydningsløse i stor dybde. Herved fremkaldes tøjninger, der er koncentreret oppe under fundamentet. På grund af spændingsspredningen forekommer også tøjninger i vandret retning. Der er en øvre grænse for belastningen på fundamentet, der kaldes for dets bæreevne. Overskrides denne, vil fundamentet synke, idet jorden fortrænges og skyder op ved siden af fundamentet. Et jordlag kan derimod bære vilkårlig belastning af stor udstrækning, fordi sidebevægelser ikke kan finde sted.

Ved dimensioneringen af et bygværks fundament må man sikre sig, at der er den fornødne sikkerhed mod bæreevnebrud (se kapitel 14), men da mange bygninger er meget sætningsfølsomme, er det tillige væsentligt ved beregning at eftervise, at sætningerne ikke overskrider det tilladelige.

Når et fundament belastes, vil det øjeblikkelig sætte sig, idet jorden deformerer sig med konstant volumen. Under denne initiale sætning udvikles poreovertryk, der bortdrænes under processens anden fase, udviklingen af konsolideringssætninger. Konsolideringsfasen kan være meget kort som i sandlag eller vare i adskillige år, hvis fundamentet står på fedt ler.

Det viser sig imidlertid, at fundamentets sætninger ikke ophører helt, men fortsætter i hele bygningens levetid, omend sætningshastigheden efterhånden bliver temmelig lille. Er belastningen på fundamentet konstant, bliver sætningerne logaritmisk lineært afhængige af tiden. Denne del af sætningerne er krybnings-sætninger. Ved varierende belastning forøges disse sætninger, fordi jordens deformationer ikke er reversible. Krybningen skyldes spændingsomlejring mellem kornene og afhænger stærkt af bygværkets totalsikkerhed F . Det er endnu ikke muligt at beregne krybnings-sætninger.

Et fundaments sætning kan således opdeles i:

1. Initial sætning δ_i
2. Konsolideringssætning δ_c
3. Krybningssætning δ_s

Idet der ses bort fra krybningen, benævnes summen af de to andre "den totale sætning".

$$\delta_t = \delta_i + \delta_c \quad 7.1$$

I det følgende gennemgås de metoder, der kan anvendes til beregning af sætninger af fundamenter på ler. Fundamenter på sand omtales i afsnit 7.7.

En korrekt beregning af fundamenters sætning kræver et nøje kendskab til sammenhængen mellem spændinger og deformationer, der på særdeles indviklet måde afhænger af en lang række faktorer (kornfordeling, den geologiske belastningshistorie, jordens styrke, spændingsniveauet og dræningsbetingelserne). Det har endnu ikke været muligt at opstille et formelsæt, der på rimelig måde beskriver disse faktorerers indflydelse på jordens deformationer. Man kan derfor kun beregne sætninger med en vis tilnærmelse og må så kontrollere beregningerne ved sætningsobservationer på bygværker.

Det antages først, at jorden er et ideal-elastisk materiale, og på dette grundlag beregnes trykfordelingen i jorden. Man indskrænker sig normalt til at betragte tillægsspændinger fra bygværket i centerlinien under dette, idet man her har spændingstilstande, der kan reproduceres i laboratoriet. På grundlag af tillægsspændingerne beregnes jordens deformationer, idet man anvender de arbejdskurver, der er fremkommet ved laboratorieforsøg. Herefter kan sætningen findes ved integration langs centerlinien:

$$\delta = \int_0^H \epsilon_z dz \quad 7.2$$

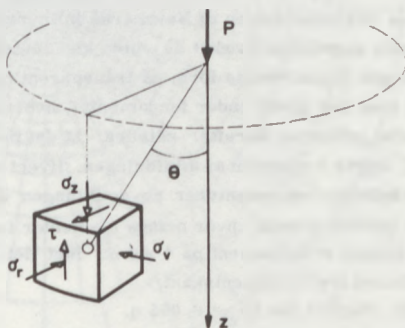
hvor H er tykkelsen af det sætningsgivende lag, og ϵ_z er enhedsdeformationen i dybden z under fundamentet.

7.2 Trykspredning

I det følgende gennemgås den første fase af enhver sætningsberegning, hvor der på elasticitetsteoretisk grundlag beregnes de spændingstilvækster,

som fremkaldes i et materiale ved at belaste en begrænset del af dets overflade.

Det grundlæggende tilfælde er en enkeltkraft, der virker vinkelret på overfladen af et uendeligt halvrum, der er udfyldt af et homogent, lineærelastisk og isotropt materiale. Dette tilfælde blev først opstillet og løst af M. J. Boussinesq (1885). Resultatet fremgår af nedenstående ligninger, hvor symbolerne refererer til figur 7.1:



Figur 7.1 Spændinger under jordoverflade fra lodret enkeltkraft.

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2} \cos^5 \theta \quad 7.3$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi z^2} \left[3 \cos^3 \theta \sin^2 \theta - (1 - 2\nu) \frac{\cos^2 \theta}{1 + \cos \theta} \right] \quad 7.4$$

$$\sigma_v = -(1 - 2\nu) \frac{P}{2\pi z^2} \left[\cos^3 \theta - \frac{\cos^2 \theta}{1 + \cos \theta} \right] \quad 7.5$$

$$\tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi z^2} \cos^4 \theta \sin \theta \quad 7.6$$

Det ses, at spændingerne er uafhængige af elasticitetsmodulen, og kun de vandrette spændinger σ_r og σ_v afhænger af Poisson's forhold ν . De således fremkaldte spændinger forøger de geostatistiske spændinger og kaldes derfor i det følgende for spændingstilvækster.

Idet man nu forudsætter, at et fundament er helt glat og bøjeligt, kan virkningen af en vilkårlig lodret belastning på dette fundament findes i et vilkårligt punkt i det elastiske materiale ved integration. Ved numeriske metoder og brug af datamaskiner kan man uden vanskelighed finde tillægsspændinger fremkaldt af vilkårlige belastninger. Der er også udarbejdet specielle influenskort af N. M. Newmark (1942), der som vist i det følgende gør det muligt at finde spændingstilvæksten et vilkårligt sted i jorden fremkaldt af en vilkårlig belastning.

En jævnt fordelt belastning q på et fundament af vilkårlig form fremkalder spændinger i jorden, der kan beregnes ved anvendelsen af Newmarks influenskort. På figur 7.2 ses et influenskort for den lodrette spændingstilvækst $\Delta\sigma_z$, som kan bestemmes på følgende måde: Man begynder med at optegne fundamentets form på transparent papir i en sådan skala, at stykket z netop bliver lig med den dybde under fundamentet, hvori spændingstilvæksten ønskes bestemt. Fundamentet placeres herefter således, at det punkt, hvori spændingstilvæksten skal bestemmes, ligger i centrum af afbildningen. Hvert af de små elementer begrænset af radier og cirkelbuer repræsenterer nu spændingen $0,001 q$ i det betragtede punkt, og $\Delta\sigma_z$ bestemmes let ved at tælle, hvor mange elementer fundamentet dækker.

På influenskortet er indlagt et fundament på 4×4 m, idet det ønskes at bestemme $\Delta\sigma_z$ i 2 m's dybde og 2 m's afstand fra fundamentskant.

Antal elementer er 55. Herved fås $\Delta\sigma_z = 0,055 q$.

Andre eksempler er vist i eksempel 7.7.

Der er i tidens løb opstillet elasticitetsteoretiske udtryk for forskellige belastningstilfælde, hvoraf der her blot skal refereres de mest anvendelige.

Forudsættes et slapt fundament at være belastet med en ensformig fordelt belastning, vil denne overføres direkte til jordens overflade. Ved integration findes den lodrette tillægsspænding under midten af et slapt stribefundament at være:

$$\Delta\sigma_z = \frac{p}{\pi} (\theta + \sin \theta) \quad 7.7$$

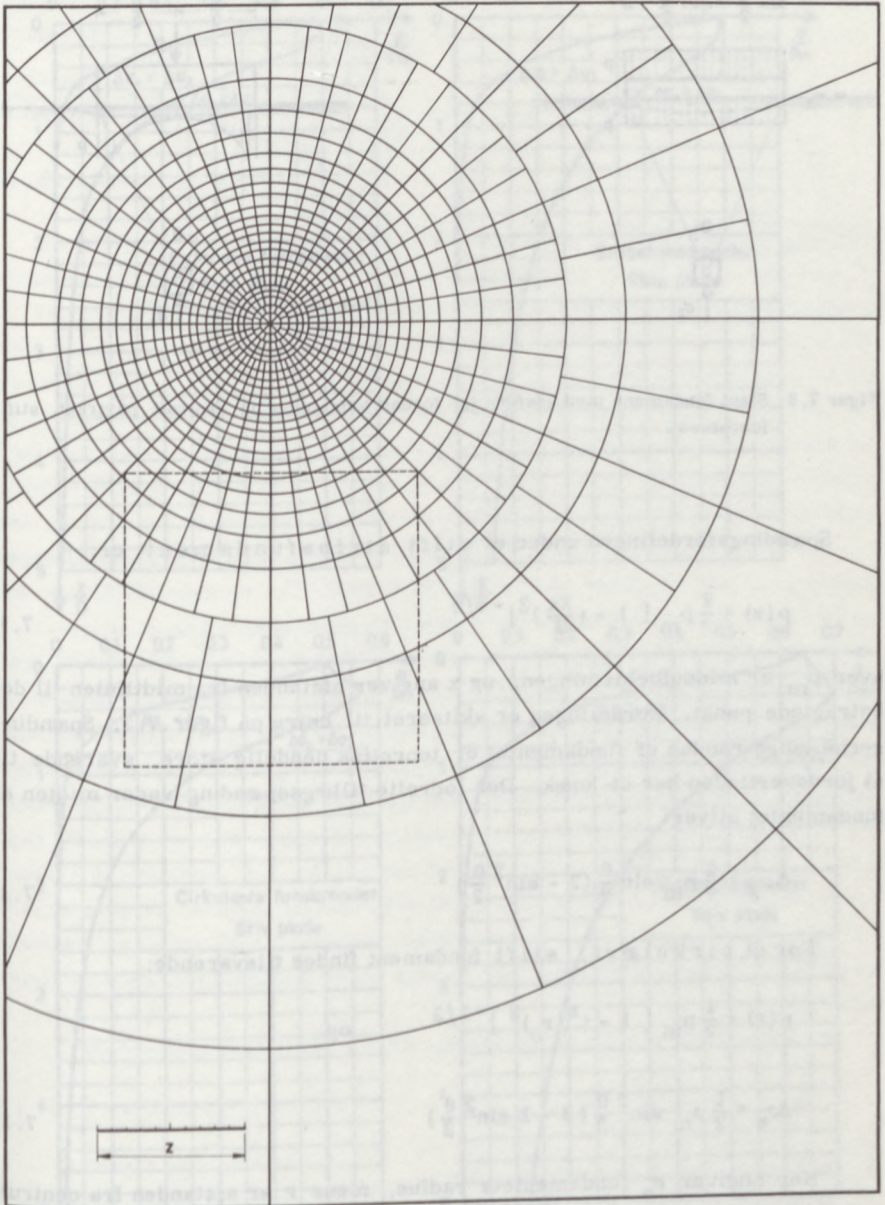
hvor de anvendte symboler fremgår af figur 7.3.

For et cirkulært, slapt fundament findes tilsvarende:

$$\Delta\sigma_z = p \left(1 - \cos^3 \frac{\theta}{2}\right) \quad 7.8$$

Sætningen af jordoverfladen er, som antydte til venstre på figur 7.3, størst på midten. Middelsætningen udgør ca. 85% af maksimalsætningen.

Forudsættes fundamentet helt stift fordeles trykket ud gennem fundamentsklodsen, og fordelingen af trykket på jordoverfladen findes af den betingelse, at de fremkaldte sætninger skal være ens under hele fundamentet.



Figur 7.2 Spændingsinfluenstekort for lodret spændingstilvækst $\Delta\sigma_z$.



Figur 7.3 Slapt fundament med ensformigt fordelt belastning og centralt påvirket, stift fundament.

Spændingsfordelingen under et stift stribefundament er:

$$p(x) = \frac{2}{\pi} p_m \left[1 - \left(\frac{2x}{B} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad 7.9$$

hvor p_m er middelbelastningen, og x angiver afstanden fra midtlinjen til det betragtede punkt. Fordelingen er skitseret til højre på figur 7.3. Spændingerne langs randen af fundamentet er teoretisk uendelig store, svarende til at jordoverfladen har et knæk. Den lodrette tillægsspænding under midten af fundamentet bliver:

$$\Delta\sigma_z = \frac{2}{\pi} p_m \sin \frac{\theta}{2} (2 - \sin^2 \frac{\theta}{2}) \quad 7.10$$

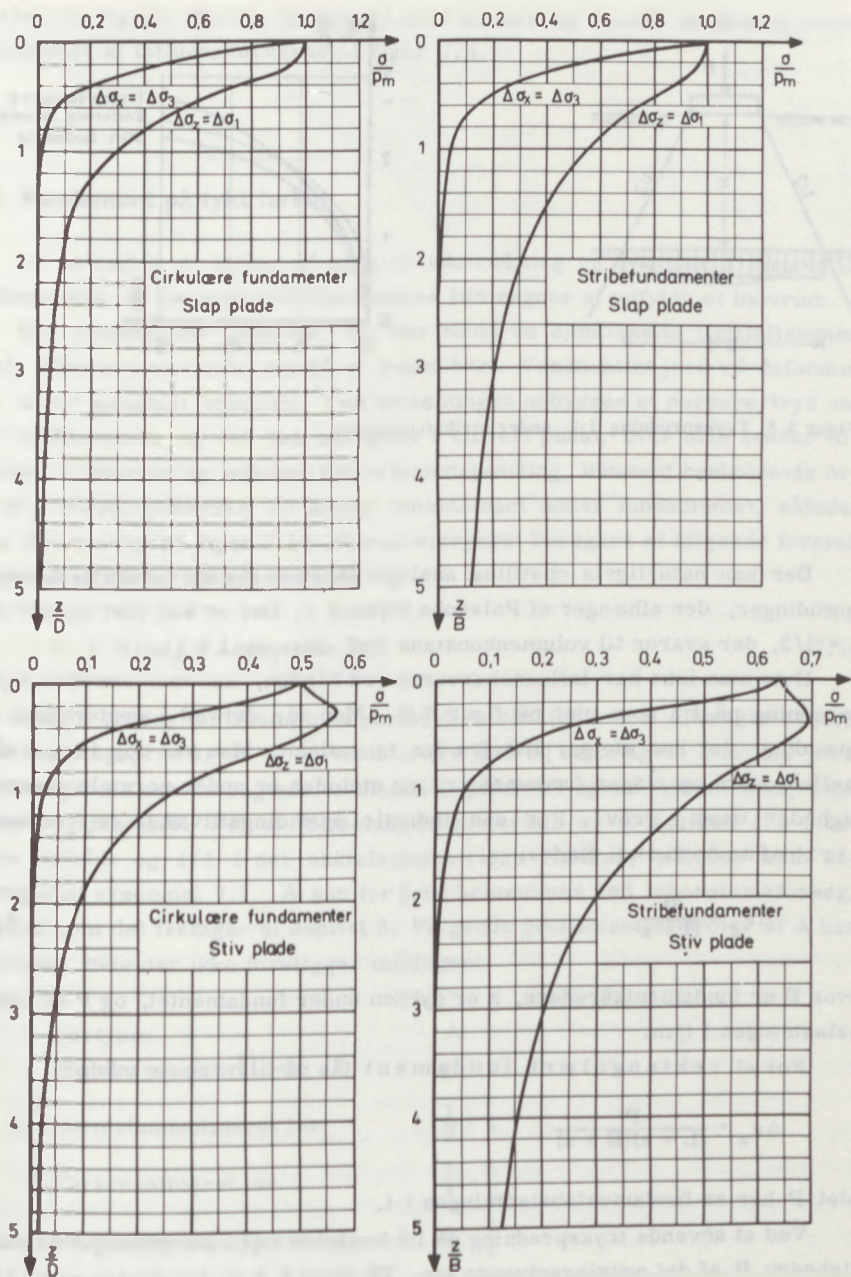
For et cirkulært, stift fundament findes tilsvarende:

$$p(r) = \frac{1}{2} p_m \left[1 - (r/r_0)^2 \right]^{-1/2} \quad \text{og} \quad 7.11$$

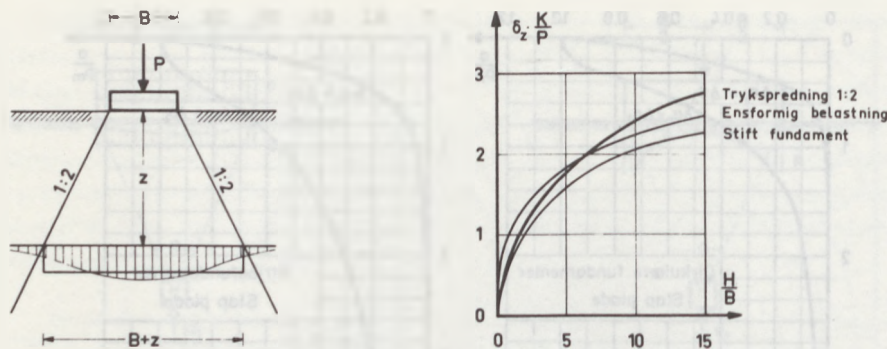
$$\Delta\sigma_z = \frac{1}{2} p_m \sin^2 \frac{\theta}{2} (3 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2})$$

Her angiver r_0 fundamentets radius, mens r er afstanden fra centrum til det betragtede punkt.

Formlerne 7.7, 7.8, 7.10 og 7.11 er på figur 7.4 optegnet som influenskurver, der angiver den lodrette spændingstilvækst som funktion af dybden i dimensionsløs afbildning.



Figur 7.4 Influenslinier for spændingstilvækster i fundamentets centerlinie.



Figur 7.5 Trykspredning 1:2 under stribefundament.

Der kan naturligvis opstilles analoge formler for de vandrette tillægs-spændinger, der afhænger af Poissons forhold ν . Der er kun vist kurver for $\nu = 1/2$, der svarer til volumenkonstans (jvf. eksempel 7.1).

Hvis man ikke har influenskurverne ved hånden, kan man anvende trykspredning på 1:2 som vist på figur 7.5. Man får derved i centerlinien en spænding, der kun afviger lidt fra den teoretiske. Man kan dog ikke skelne mellem stive og slappe fundamenter, og metoden er under normale omstændigheder unødigt grov. For den lodrette spændingstilvækst $\Delta\sigma_z$ under et stribefundament findes:

$$\Delta\sigma_z \approx \frac{P}{B+z} \quad 7.12$$

hvor B er fundamentsbredden, z er dybden under fundamentet, og P er liniebelastningen i t/m.

For et rektangulært fundament fås på tilsvarende måde:

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{(L+z)(B+z)} \quad 7.13$$

idet P her er fundamentsbelastningen i t.

Ved at anvende trykspredning på 1:2 begås en fejl, der afhænger af mægtigheden H af det sætningsgivende lag. På figur 7.5 er for fundamenter i dimensionsløs afbildning vist den således beregnede sætning i forhold til de sætninger, der på elasticitetsteoretisk grundlag kan beregnes for et stift

fundament, og for et slapt fundament med ensformigt fordelt belastning under anvendelse af influenskurverne på figur 7.4.

7.3 Fundament på tykt lerlag

Vi betragter et lerlag af så stor udstrækning og tykkelse i forhold til fundamentet, at det med god tilnærmelse kan regnes at udfylde et halvrum.

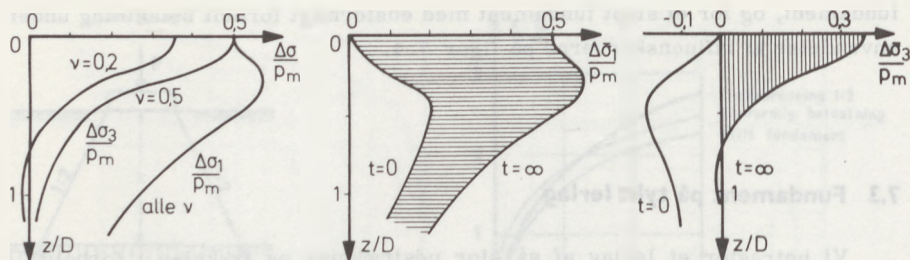
Når fundamentet belastes, vil der finde en øjeblikkelig (initial)sætning sted, uden at porevandet kan nå at dræne bort. Vandmættet jord vil deformeres under konstant volumen. Ved belastningen opbygges et poreovertryk under fundamentet, og det kan beregnes i ethvert punkt, hvor man kender tilvæksten i største og mindste totale hovedspænding, benævnt henholdsvis $\Delta\sigma_1$ og $\Delta\sigma_3$. Poreovertrykket er størst umiddelbart under fundamentet, således som det er vist på figur 7.17. Poreovertrykket beregnes af følgende formel, der er opstillet af Skempton i 1954:

$$\Delta u = B(\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)) \quad 7.14$$

A og B kaldes for Skemptions poretrykskoefficienter. B afhænger af jordens mætningsgrad og er 1 for vandmættet jord og naturligvis 0 for tør jord. A afhænger af det betragtede fundaments geometri og af jordarten og dens belastningshistorie. For et idealelastisk materiale er A lig med 1/2 i det plane tilfælde og 1/3 i det aksialsymmetriske tilfælde, således som det fremgår af eksempel 7.1. A kan for jord bestemmes ved laboratorieforsøg, således som det fremgår af kapitel 8. Følgende gennemsnitsværdier af A kan anvendes, hvis der ikke foreligger målinger:

Lertype:	A:
Meget sensitivt ^{x)} ler:	> 1
Normalkonsolideret ler:	$\frac{1}{2} - 1$
Forkonsolideret ler:	$\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$
Stærkt forkonsolideret ler:	$0 - \frac{1}{4}$

^{x)} Lers sensitivitet defineres i afsnit 8.5.



Figur 7.6 Spændingsvariation i centerlinien under stift, cirkulært fundament.

Hvis man betragter jorden inklusive porevandet som et idealelastisk materiale påvirket af totale spændinger, svarer den initiale eller udrænedede tilstand til $\nu = 1/2$, da jorden deformeres volumenkonstant (se eksempel 7.1). Ved hjælp af influensdiagrammer som for eksempel figur 7.4 kan man da finde de totale spændingstilvækster $\Delta\sigma_1$ og $\Delta\sigma_3$ i fundamentets lodrette midterlinje.

Herefter kan de initiale, effektive spændingstilvækster beregnes af formel 7.14:

$$\Delta\bar{\sigma}_1 = \Delta\sigma_1 - \Delta u = (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)(1 - A)$$

7.15

$$\Delta\bar{\sigma}_3 = \Delta\sigma_3 - \Delta u = -A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

Det ses, at medens der er tale om en reel tilvækst i lodrette effektive spændinger, falder de vandrette effektive spændinger. Under konsolideringsprocessen bliver de effektive spændingstilvækster lig med de totale spændingstilvækster. Samtidig aftager ν fra $1/2$ til en lavere værdi, der dog er større end 0. Den lodrette spændingstilvækst er uafhængig heraf, jfr. formel 7.3, men den vandrette spændingstilvækst falder. Forholdene er skildret i figur 7.6. Yderst til venstre er optegnet spændingstilvæksterne under en stiv cirkulær plade. Kurverne genkendes fra figur 7.4, men her er også vist $\Delta\sigma_3$ svarende til $\nu = 0,2$. De to øvrige figurer viser de initiale effektive spændingstilvækster, når $A = 1/2$, samt spændingstilvæksterne i den drænedede tilstand for et materiale med $\nu = 0,2$. Til tiden $t = 0$ er jorden påført effektive spændinger i lodret retning, men aflastet effektivt i vandret retning. Spændingsændringerne har fremkaldt initialsætninger. I konsolideringsperio-

den vokser de lodrette effektive spændinger yderligere, medens en stor del af det vandrette spændingsforløb er en genbelastning. Da af- og genbelastninger giver tøjninger, der er små i forhold til nybelastninger, gjorde Skempton og Bjerrum i 1957 den antagelse, at indflydelsen af konsolideringsprocessens vandrette tøjninger er negligibel. Man fik herved for første gang en mulighed for at gennemføre en sætningsberegning, der var i rimelig overensstemmelse med de fysiske forhold.



EKSEMPEL 7.1

Betragtes kornskelletet som et idealelastisk materiale, kan Hookes lov opstilles for hovedspændingsretningerne:

$$\Delta \epsilon_1 = \frac{1}{E} (\Delta \bar{\sigma}_1 - \nu (\Delta \bar{\sigma}_2 + \Delta \bar{\sigma}_3))$$

og analogt for retning 2 og 3, hvor E og ν er kornskelletets egenskaber. Ligningerne angår de tillægsdeformationer $\Delta \epsilon_i$, der fås ved en effektiv spændingsforøgelse i jorden.

I den udrænedede tilstand er volumenændringen nul. Man får heraf:

$$\Delta \epsilon_v = \Delta \epsilon_1 + \Delta \epsilon_2 + \Delta \epsilon_3 = \frac{1-2\nu}{E} (\Delta \bar{\sigma}_1 + \Delta \bar{\sigma}_2 + \Delta \bar{\sigma}_3) = 0$$

Normalt er kornskelletets ν forskellig fra $1/2$, og summen af de effektive spændingstilvækster må derfor være nul. I det aksialsymmetriske tilfælde er $\Delta \bar{\sigma}_2 = \Delta \bar{\sigma}_3$ og $\Delta \epsilon_2 = \Delta \epsilon_3$.

Poreovertrykket Δu kan findes:

$$\Delta \bar{\sigma}_1 + 2 \Delta \bar{\sigma}_3 = \Delta \sigma_1 + 2 \Delta \sigma_3 - 3 \Delta u = 0$$

$$\Delta u = \Delta \sigma_3 + 1/3 (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)$$

A er således lig $1/3$ i det aksialsymmetriske tilfælde.

I det plane tilfælde er $\Delta \epsilon_2 = 0$, og heraf fås:

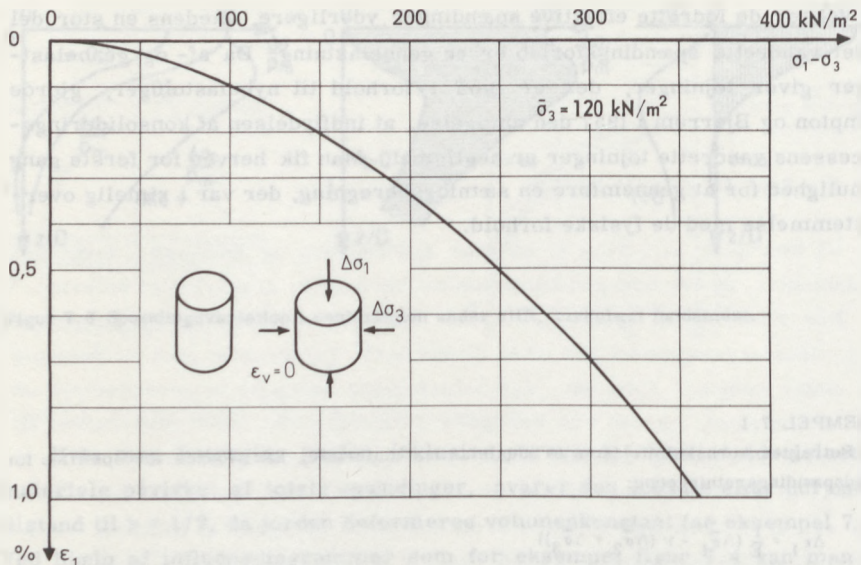
$$\Delta \bar{\sigma}_2 = \nu (\Delta \bar{\sigma}_1 + \Delta \bar{\sigma}_3)$$

Det kan herefter indses, at $A = 1/2$ i dette tilfælde.

Betragtes derimod jorden inklusive vand som et idealelastisk materiale, fås analogt i det udrænedede tilfælde:

$$\Delta \epsilon_v = \Delta \epsilon_1 + \Delta \epsilon_2 + \Delta \epsilon_3 = \frac{1-2\nu_u}{E_u} (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3) = 0$$

Da summen af de totale spændingstilvækster ikke kan være nul, er $\nu_u = 1/2$.



Figur 7.7 Arbejdskurve for udrænet triaxialforsøg.

INITIALSÆTNINGER

Ved beregning af den initiale sætning benyttes arbejdskurver fra et udrænet laboratorieforsøg, hvor sideudvidelse er mulig. Forsøget, der kaldes et udrænet triaxialforsøg, er nærmere omtalt i kapitel 8. Det ses af formel 7.14 og 7.15, at tilvæksten i sidetrykket $\Delta\sigma_3$ optages af poretrykket og kun differensstrykket $\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3$ fremkalder effektive spændinger. Resultatet af et udrænet triaxialforsøg afbildes derfor bedst i et $\epsilon_1 - (\sigma_1 - \sigma_3)$ diagram, som vist på figur 7.7.

Ved beregning af initialsætningen skal man således udelukkende tage hensyn til differensspændingen $\Delta(\sigma_1 - \sigma_3)$, der findes af kurverne på figur 7.4 (eller på analog måde), idet ν sættes til $1/2$.

Det er vigtigt, at den prøve, der benyttes ved forsøget, er konsolideret ved et tryk, der er meget nær in situ spændingen, da deformationerne afhænger af dette tryk. Ved beregning af initialsætninger for større bygværker, hvor det er nødvendigt at tage også dybere liggende jordlag med i regning, kan forskellen i in situ spændinger blive så betydelig, at det er nødvendigt, at benytte arbejdskurver fra flere forsøg med forskellige konsolideringstryk.

Ved at benytte arbejdskurven for en axialsymmetrisk prøve på fundamenter, der er langstrakte, tages der ikke hensyn til den mellemste hoved-

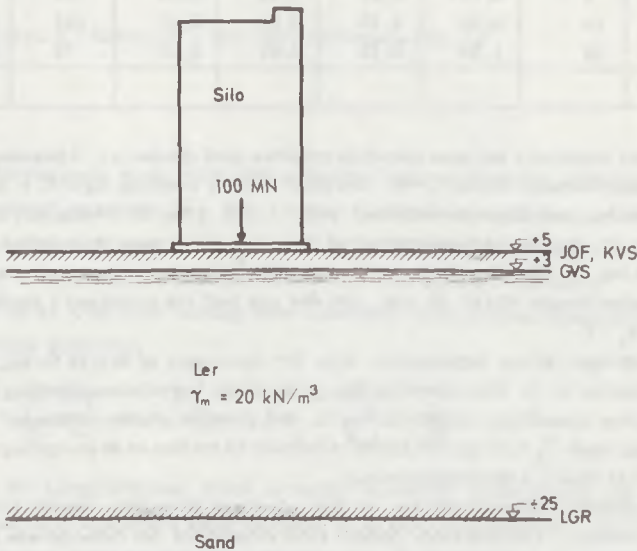
spændings indflydelse. Man kan korrigere for dette ved at anvende en formfaktor for sætningen. Hvis formfaktoren vælges til:

$$s_i = \frac{1}{4} \left(3 + \frac{B}{L} \right) \quad 7.16$$

hvorved sætningen kan findes af:

$$\delta_i = \sum s_i \varepsilon H \quad 7.17$$

fås teoretisk overensstemmelse med det plane og det axialsymmetriske tilfælde.



Figur 7.8 Silo funderet på ler.

EKSEMPEL 7.2

Figur 7.8 viser en bygning, som skal opføres ved glideforskalling på en lokalitet med homogene, tertiære leraflejringer, der er 30 m tykke og underlejret af sand. Grundvandsspejlet findes to meter under leroverfladen.

Bygværket opføres så hurtigt, at man kan negligere de konsolideringssætninger, der finder sted i byggeperioden.

Bygningen, der vejer 100 MN, står på et stift, kvadratisk fundament med sidelinen 15 m. Dette fundament tilnærmes med et cirkulært fundament med samme areal, hvis diameter bliver 16,9 m. Middeltrykket på fundamentspladen er $p_m = 445 \text{ kN/m}^2$.

Til brug for en beregning af de initiale sætninger er udført et forsøg, hvis arbejdskurve er vist på figur 7.7.

Sætningsberegningen foregår bedst på skemaform. De angivne spændinger er de totale spændinger, svarende til en udrænet tilstand.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
lagtykkelse m	lagmidte z m	z/D	spændinger for $p_m = 1$			$\Delta(\sigma_1 - \sigma_3)$ for $p_m =$ 445 kN/m ²	ϵ %	δ mm
			$\Delta\sigma_1$	$\Delta\sigma_3$	$\Delta(\sigma_1 - \sigma_3)$			
2	1	0,06	0,51	0,48	0,03	13	0,01	0,2
4	4	0,24	0,56	0,33	0,23	102	0,10	4,0
8	10	0,59	0,45	0,08	0,37	165	0,24	19,2
16	22	1,30	0,18	0,01	0,17	76	0,06	9,6
30								33

Der er benyttet 4 lag med voksende tykkelse med dybden (1). Afstanden fra lagmidte til fundamentsunderkant findes (2-3). Herefter (4-5-6) benyttes figur 7.4 til at finde influenstillene for spændingstilvæksterne, idet $\nu = 1/2$. Efter at tilvæksten i differenspænding er fundet (7), benyttes arbejdskurven på figur 7.7 til at finde de relative deformationer af de fiktive lag (8). Herefter findes sætningen ved summation af de enkelte lags sætninger (9).

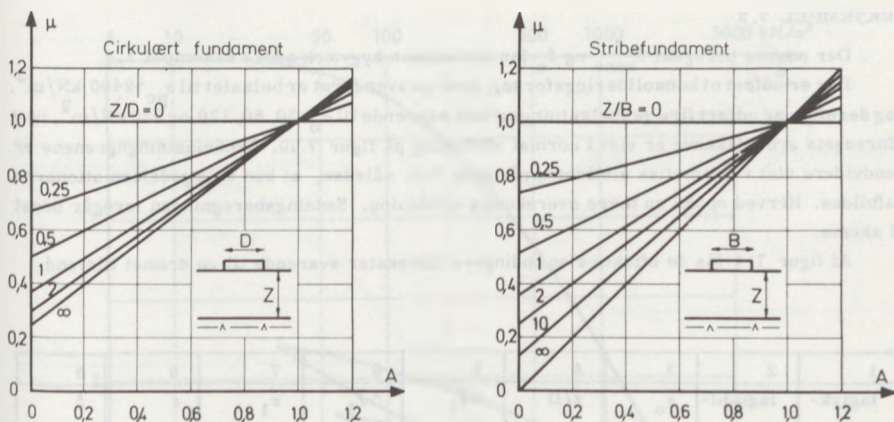
Initialsætningen bliver 33 mm, idet der ses bort fra sætninger i sandet, og idet formfaktoren $s_1 = 1$.

Beregningen bliver nøjagtigere, hvis der foreligger så mange forsøg, at det er muligt at tage hensyn til in situ spændingerne. Forsøgets begyndelsesspænding $\bar{\sigma}_3$ svarer her til den effektive spænding i midten af lag 3, der giver de største sætninger. Man burde have haft forsøg med $\bar{\sigma}_3 \sim 36$ og 240 kN/m^2 svarende til midten af de øvrige lag og benyttet disse kurver til at finde ϵ i de respektive lag.

Beregningsforudsætningen er, at der i leret er en isotrop spændingstilstand, før bygværket placeres. Tilnærmelsen gælder med rimelighed for forbelastede jordarter. I normalkonsoliderede aflejringer er $\bar{\sigma}_3 = (1 - \sin\phi)\bar{\sigma}_1$ (se formel 3.15), og det tilsvarende udrænedet triaxialforsøg bør konsolideres under sådanne betingelser.

KONSOLIDERINGSSÆTNINGER

Under konsolideringsprocessen antages de vandrette tøjninger altså at være negligeble. Denne tilnærmelses umiddelbare fordel er den, at man kan beregne de efterfølgende konsolideringssætninger på basis af den lodrette spændingstilvækst alene, samt konsolideringsforsøg, hvor sideudvidelsen er forhindret.



Figur 7.9 Faktoren μ i Skempton - Bjerrums sætningsberegning.

Tidligere beregnede man altid den såkaldte konventionelle sætning δ_{konv} , der fremkom ved at anvende $\Delta\bar{\sigma}_1$ for $t = \infty$ i forbindelse med konsolideringsforsøg, således som det vises i eksempel 7.3. Man tog altså ikke hensyn til, at en del af $\Delta\bar{\sigma}_1$ overføres til kornskelettet ved den initiale sætning.

Betragter vi et Z m tykt lerlag med konstant konsolideringsmodul K , fås den konventionelle sætning:

$$\delta_{konv} = \int_0^Z \frac{\Delta\bar{\sigma}_1}{K} dz = \frac{p_m \cdot D}{K} \int_0^{Z/D} \frac{\Delta\bar{\sigma}_1}{p_m} d \frac{z}{D}$$

Sætningen er proportional med arealet mellem z/D -aksen og kurven $\Delta\bar{\sigma}_1/p_m$ på figur 7.6 midtfor. Den sætning δ_c , der fremkaldes, når $\Delta\bar{\sigma}_1$ under konsolideringen ændres fra $t = 0$ -kurven til $t = \infty$ -kurven, er proportional med det skraverede areal og udgør en bestemt del af δ_{konv} for en given værdi af A og en given relativ tykkelse af det sætningsgivende lag Z/D . Man kan følgelig skrive:

$$\delta_c = \mu \delta_{konv} \tag{7.18}$$

Koefficienten μ fremgår af figur 7.9.

TOTALE SÆTNINGER

Når den initiale sætning samt konsolideringssætningen er beregnet, findes:

$$\delta_t = \delta_i + \delta_c$$

EKSEMPEL 7.3

Der ønskes beregnet δ_{konv} og δ_c for det samme bygværk som i eksempel 7.2.

Der er udført et konsolideringsforsøg, hvor prøven først er belastet til $\sigma_{pc} \sim 2400 \text{ kN/m}^2$, og derefter er udført fire genbelastningsgrene svarende til $\bar{\sigma}_o = 30, 60, 120$ og 240 kN/m^2 , idet forsøgets arbejdskurve er vist i normal afbildning på figur 7.10. Genbelastningsgrenene er endvidere vist i aritmetisk afbildning på figur 7.11 således, at kun tillægsdeformationerne afbildes. Herved opnås en mere overskuelig afbildning. Sætningsberegningen foregår bedst i skema.

Af figur 7.4 fås de effektive spændingers tilvækster svarende til en drænet tilstand.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
lagtykkelse m	lagmidte z m	$\bar{\sigma}_o$ kN/m ²	z/D	$\Delta\bar{\sigma}_1$ for p = 1	$\Delta\bar{\sigma}_1$ kN/m ²	$\bar{\sigma}_1$ kN/m ²	ϵ %	δ mm
2	1	30	0,06	0,51	227	257	0,34	6,8
4	4	60	0,24	0,56	250	310	0,24	9,6
8	10	120	0,59	0,45	200	320	0,13	10,4
16	22	240	1,30	0,18	80	320	0,03	4,8
30								31,6 ~ 32

Der er benyttet fire lag med voksende tykkelse med dybden (1). Lagmidte findes (2) og in situ spændingen her bestemmes (3). Efter at lagmidstens relative dybde er fundet (4), findes influenstallet (5) af figur 7.4, og spændingstilvæksten $\Delta\bar{\sigma}_1$ til $t = \infty$ bestemmes (6). Spændingen efter bygværkets opførelse (7) anvendes nu i forbindelse med den tilsvarende laboratoriekurve til at finde den relative lodrette sammentrykning af laget (8). Man finder således den konventionelle δ_{konv} til 32 mm.

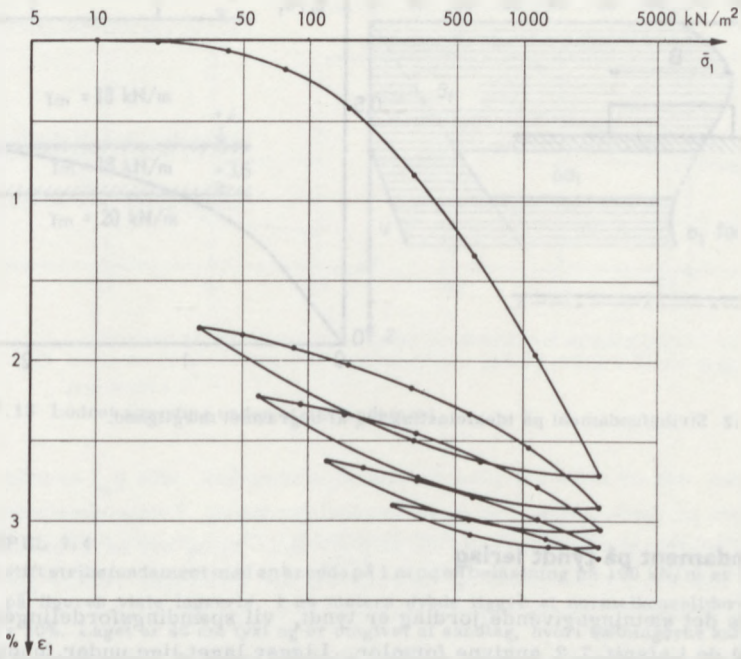
Skemptions poretrykkoefficient A bestemmes til ca. 0,3 og figur 7.9 giver nu, idet $Z/D = 30/16,9 = 1,78$:

$$\mu = 0,5$$

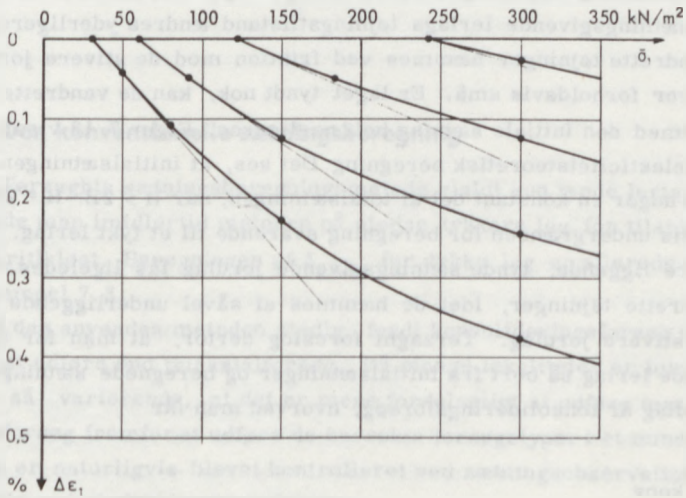
Den totale sætning er da:

$$\delta_t = \delta_1 + \mu\delta_{\text{konv}} = 33 + 0,5 \cdot 32 = 49 \text{ mm}$$

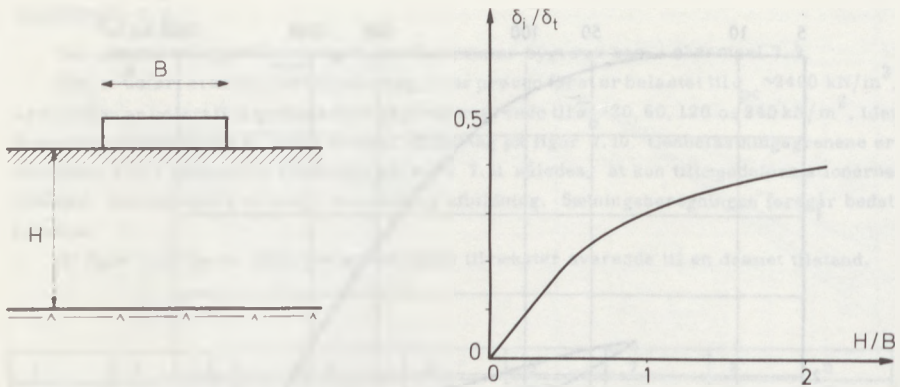
Metoden er afprøvet i adskillige tilfælde og giver rimelige resultater ved normale belastningsforhold.



Figur 7.10 Konsolideringsforsøg på tertiært ler.



Figur 7.11 Konsolideringsforsøgets genbelastningsgrens.



Figur 7.12 Stribefundament på idealelastisk lag af begrænset mægtighed.

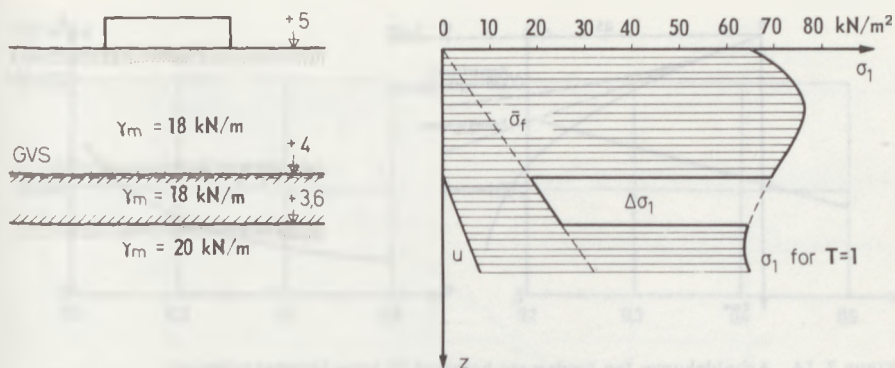
7.4 Fundament på tyndt lerlag

Hvis det sætninggivende jordlag er tyndt, vil spændingsfordelingen ikke svare til de i afsnit 7.2 angivne formler. Ligger laget lige under fundamentet, vil spændingerne blive større end beregnet heraf, medens de vil blive mindre, hvis det sætninggivende lag ligger i nogen dybde under fundamentet. Man henvises dog til at søge nærmere oplysninger i speciallitteraturen.

Et tyndt sætninggivende lerlags tøjningstilstand ændres yderligere, idet lagets vandrette tøjninger hæmmes ved friktion mod de stivere jordlag og derved bliver forholdsvis små. Er laget tyndt nok, kan de vandrette tøjninger og dermed den initiale sætning helt negligeres. Figur 7.12 viser resultatet af en elasticitetsteoretisk beregning. Det ses, at initialsætningen tilnærmelsesvis udgør en konstant del af totalsætningen, når $H > 2B$. $H = 2B$ er derfor i praksis undergrænsen for beregning svarende til et tykt lerlag.

Ved dybere liggende, tynde sætninggivende jordlag fås ligeledes relativt små vandrette tøjninger, idet de hæmmes af såvel underliggende som overliggende stivere jordlag. Terzaghi foreslog derfor, at man for tynde sætninggivende lerlag så bort fra initialsætninger og beregnede sætningerne alene på grundlag af konsolideringsforsøg, hvorved man får

$$\delta_t = \delta_{\text{konv}}$$



Figur 7.13 Lodret spænding under stribefundament.

EKSEMPEL 7.4.

Et stift stribefundament med en bredde på 1 m og en belastning på 100 kN/m er funderet på den på figuren viste lagserie. I en meters dybde ligger et normalkonsolideret lag med $Q = 30\%$. Laget er 40 cm tykt og er omgivet af sandlag, hvori sætningerne kan antages at være betydningsløse. Da lagets vandrette tøjninger hæmmes af sandlagene, fås af formel 7.19, idet $\Delta\sigma_1$ findes af figur 7.4:

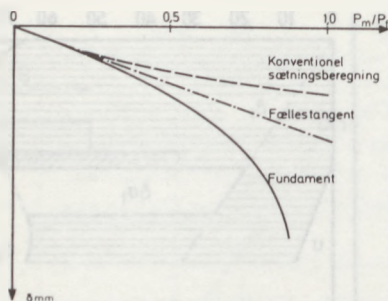
$$\delta_s = \delta_{\text{konv}} = H \cdot Q \log\left(1 + \frac{\Delta\sigma_1}{\sigma_f}\right) = 0,4 \cdot 0,30 \cdot \log\left(1 + \frac{46}{196}\right) = 0,06 \text{ m}$$

7.5 Den konventionelle sætningsberegning

Terzaghis sætningsberegningsmetode gjaldt kun tynde lerlag. Senere benyttede man imidlertid metoden på stedse tykkere lag for tilsidst at anvende den kritiskløst. Beregningen af δ_{konv} for tykke lag er allerede demonstreret i eksempel 7.3.

I dag anvendes metoden stadig, fordi konsolideringsforsøg er langt billigere at udføre end triaksialforsøg. På mange lokaliteter er jordbundsforholdene så varierende, at det er mere fordelagtigt at udføre mange konsolideringsforsøg fremfor at udføre de korrekte forsøgstyper i et mindre antal. Metoden er naturligvis blevet kontrolleret ved sætningsobservationer og i nogle tilfælde ved pladebelastningsforsøg.

På figur 7.14 ses en sammenligning mellem beregnede sætninger, og



Figur 7.14 Arbejdskurve for fundament belastet til brud (drænet tilstand).

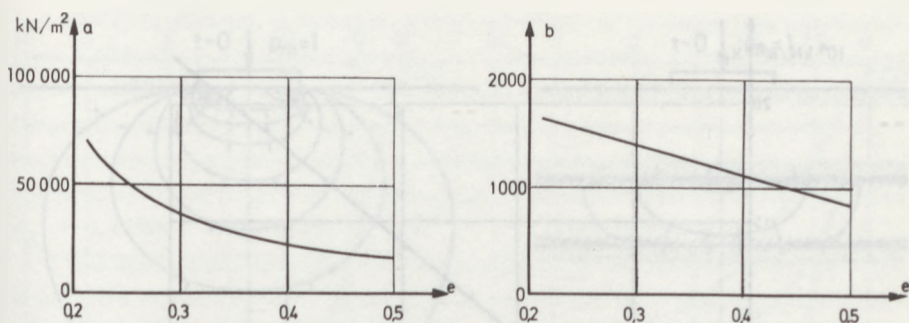
sætninger, der er målt ved pladeforsøg på moræneler, idet p_m er middelbelastningen på fundamentet, og p_f er brudbelastningen. Totalsikkerheden F er normalt større end 4, svarende til at $p_m < 0,25 p_f$ og her er overensstemmelsen mellem de beregnede og de observerede sætninger relativ god. Ved den konventionelle metode beregnes således i praksis sætninger, der er lidt mindre end de totale sætninger, afhængigt af bygværkets totalsikkerhed.

TANGENTMETODEN

Grundlaget for denne metode er den iagttagelse, der er gjort om forholdet mellem den konventionelle metodes sætninger og sætningsobservationer, således som det fremgår af figur 7.14. Det ses her, at den konventionelle metode næsten er korrekt for meget små belastninger på fundamentet. De to kurver har fælles begyndelsestangent.

Hvis man derfor anvender arbejdskurvens begyndelsestangent i sætningsberegningen i stedet for den opad konkave kurve, fås bedre overensstemmelse mellem beregnede og observerede sætninger. Skal en arbejdskurve fra et konsolideringsforsøg (f. eks. figur 7.11) anvendes til sætningsberegning, bestemmes blot begyndelsestangentens hældning K_t . Denne anvendes derefter i stedet for at benytte arbejdskurven. Tangentmetoden er således endnu mere empirisk end den konventionelle metode, men giver bedre resultater end denne og tillader en statistisk bearbejdelse af forsøgsmaterialet på simpel måde. Til lægsspændingen findes på samme måde som ved en konventionel sætningsberegning.

Metodens brugbarhed er endnu kun eftervist for forbelastede jordarter.



Figur 7.15 Variationen af deformationsparametrene a og b i formel 7.20 for mager moræner.

Hvis man har et stort forsøgsmateriale, skal man af hver genbelastningsgren kun uddrage to tal, nemlig K_t og den spænding $\bar{\sigma}_u$, hvortil prøven er aflastet. Det viser sig, at K_t kan udtrykkes som en lineær funktion af $\bar{\sigma}_u$:

$$K_t = a + b \cdot \bar{\sigma}_u \quad 7.20$$

En statistisk bearbejdelse af et forsøgsmateriale består altså i at finde den bedste rette linie, der beskriver de foreliggende forsøgsresultater. Værdierne a og b varierer for en given jordart med poretallet. Variationen for en almindelig dansk mager moræner er vist på figur 7.15.

EKSEMPEL 7.5

Der ønskes beregnet de totale sætninger af det samme bygværk som i eksempel 7.2, på grundlag af tre konsolideringsforsøg med ialt 9 genbelastningsgrene. Det ene konsolideringsforsøg er vist på figur 7.11.

Af figur 7.11 kan bestemmes hver genbelastningsgrens begyndelsestangenthældning K_t , og på analog måde behandles de andre forsøg. K_t kan afbildes som en funktion af $\bar{\sigma}_u$.

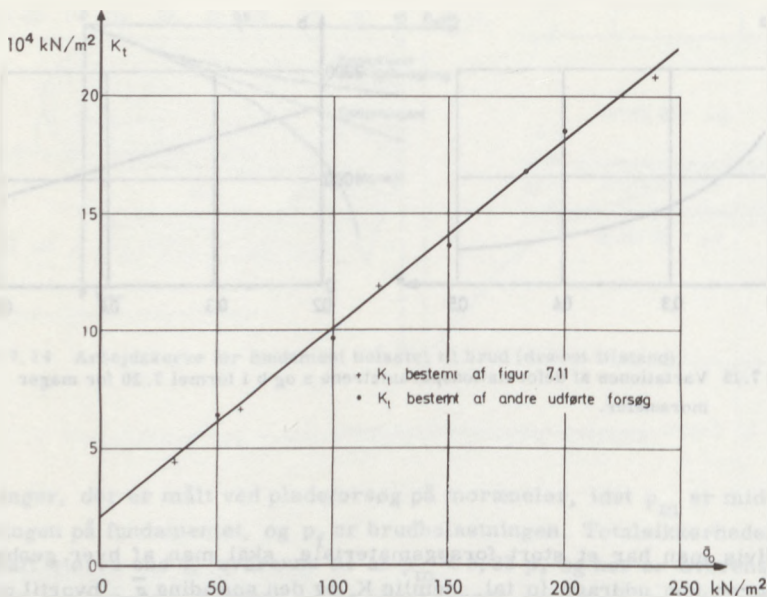
Jordlaget er aflastet fra $\bar{\sigma}_{pc}$ til in situ spændingen $\bar{\sigma}_o$. Denne belastningshistorie er rekonstrueret i laboratoriet ved at belaste prøven til $\bar{\sigma}_{max} \sim \bar{\sigma}_{pc}$ og aflaste prøven til $\bar{\sigma}_o$. Det $\bar{\sigma}_u$, der skal anvendes ved sætningsberegningen, er da lig med $\bar{\sigma}_o$.

K_t afbildes som funktion af $\bar{\sigma}_o$, som vist på figur 7.16.

Man finder:

$$K_t = 20000 + 800 \cdot \bar{\sigma}_o \quad (\text{kN/m}^2)$$

I skemaform fås:



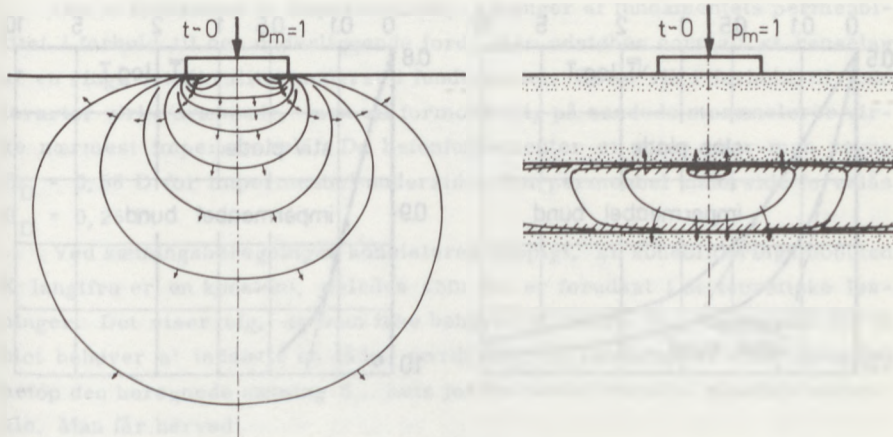
Figur 7.16 Eksempel på statistisk bearbejdelse af begyndelsestangentens hældning.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
lagtyk- kelse m	lagmid- te z m	$\bar{\sigma}_0$ kN/m ²	z/D	$\Delta\bar{\sigma}_1$ for p = 1	$\Delta\bar{\sigma}_1$ kN/m ²	K_t kN/m ²	ϵ %	δ mm
2	1	30	0,06	0,51	227	44000	0,52	10,4
4	4	60	0,24	0,56	250	68000	0,37	14,8
8	10	120	0,59	0,45	200	116000	0,17	13,6
16	22	240	1,30	0,18	80	212000	0,04	6,4
30								45,2 ~ 45

Beregningen er analog med den i eksempel 7.3 foretagne, blot findes ϵ af:

$$\epsilon = \frac{\Delta\bar{\sigma}_1}{K_t}$$

Resultatet af beregningerne ses at være $\delta_t = 45$ mm, hvilket vil stemme bedre overens med en observeret sætning end den konventionelt beregnede sætning.



Figur 7.17 Iso-barer for poretryk under stiv plade.

7.6 Sætningernes tidsforløb

Under konsolideringsfasen bortdrænes de poreovertryk, der er udviklet samtidig med initialsætningerne og som kan beregnes af formel 7.14. Den initiale fordeling af poretrykket kan fremstilles grafisk ved optegning af isobarer, således som vist på figur 7.17. Bortstrømningen af vand vil foregå vinkelret på kurverne, og hastigheden vil være proportional med gradienten (Darcys lov). Dræningen bliver altså to- eller tredimensional.

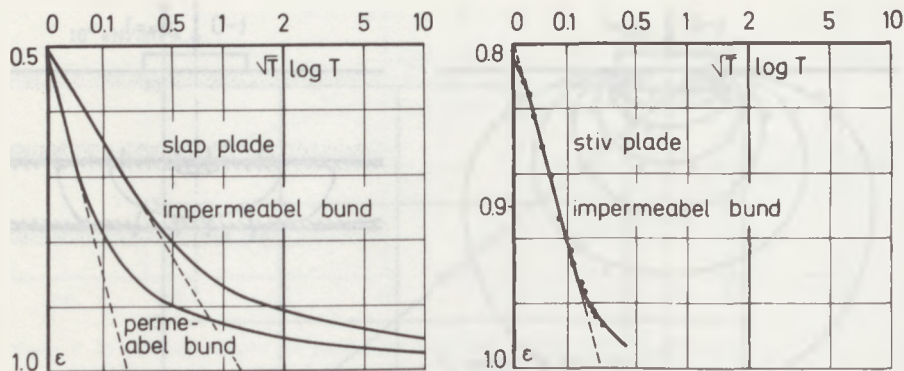
Poreovertrykket afhænger af tiden t og stedet (x , y , z), og er som tidligere vist proportional med tilvæksten i trykniveau h . Den styrende differentiaalligning er analog med formel 6.6:

$$\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} = \frac{\gamma_w}{k \cdot K} \frac{\delta h}{\delta t} \quad 7.21$$

såfremt det kan forudsættes, at jorden i det betragtede rum er homogen og isotrop.

Randbetingelserne til denne ligning er

1. Den initiale fordeling af poreovertrykket (f. eks. figur 7.17)
2. Dræningsbetingelser (permeable eller impermeable grænser)
3. Deformationsbetingelse ved jordoverfladen. Den forekommer ikke, hvis fundamentet er helt slapt.



Figur 7.18 Tidskurver for sætning af cirkulært fundament.

Løsningen af ligningen vil i de fleste tilfælde være lettest at gennemføre ved numeriske metoder (EDB).

Her skal nævnes løsninger for fundamenter på oversiden af et uendeligt halvrum. Man må derefter skønne, om et givet tilfælde kan tilnærmes denne løsning eller den eendimensionale løsning, eller om der opnås bedre tilnærmelse ved interpolation.

Det er lykkedes at gennemføre en analytisk beregning af et simpelt tilfælde, nemlig en slap, cirkulær plade med diameter D (de Josselin de Jong 1957). Tidskurverne for permeabel underside og impermeabel underside er vist på figur 7.18.

Det ses, at disse kurver stort set ligner de tidligere fundne tidskurver. Som en tilnærmelse kan man derfor regne med, at kurveformen er den samme, men at sammenhængen mellem T og t er en anden. Det vil sige, at figur 6.18 antages at give det korrekte tidsforløb, når der i formlen for tidsfaktoren i stedet for H indsættes en ækvivalent drænvej H_D . H_D fås direkte af de teoretiske tidskurver for fundamenterne. I øjeblikket kendes kun få løsninger på disse problemer. Nogle kendte løsninger er:

Slap, cirkulær plade, impermeabel $H_D = 1,24 D$

Slap, cirkulær plade, permeabel $H_D = 0,50 D$

Stiv, cirkulær plade, impermeabel $H_D = 0,56 D$

Om et fundament er impermeabelt, afhænger af fundamentets permeabilitet i forhold til den underliggende jord. Der udstøbes normalt et renselag af en ringe betonkvalitet underst i fundamentet. Dette vil i forhold til fedele arter virke drænende, men vil formodentlig på sandede morænelerer virke nærmest impermeabelt. Da betonfundamenter er stive, bør man regne $H_D = 0,56 D$ for impermeabel underside. For permeabel underside foreslås $H_D = 0,25 D$.

Ved sætningsberegninger konstateres hyppigt, at konsolideringsmodulen K langt fra er en konstant, således som det er forudsat i de teoretiske løsninger. Det viser sig, at man ikke behøver at ændre H_D , og at man for K blot behøver at indsætte en sådan værdi K_D , at fundamentet ville have fået netop den beregnede sætning δ_t , hvis jorden havde været et elastisk materiale. Man får herved

$$K_D = \frac{\pi}{4} \cdot p_m \cdot \frac{D}{\delta_t}$$

For tidsfaktoren skal man således benytte en med 6.8 analog formel

$$T = \frac{k \cdot K_D}{\gamma_w H_D^2} t \quad 7.22$$

Beregningen af sætningers tidsforløb har altid været temmelig problematisk, og man har måttet acceptere store afvigelser mellem det forventede og det observerede tidsforløb. De tidsforløb, der er beregnet på den ovenfor anførte måde, kan være dobbelt så langsomme eller dobbelt så hurtige som observerede tidsforløb. Det er dog ikke så afgørende, om konsolideringstiden beregnes helt korrekt. Ofte ønsker man blot at vide, om sætningerne forløber i byggeperioden, om de ophører efter få års forløb eller i bygningslevetid.

7.7 Fundamenter på sand

Et fundament på sand vil få de totale sætninger i takt med belastningen, da sandet er meget permeabelt. Sætningerne fremkaldes hovedsagelig af forskydningspændinger, der får sandkornene til at skride og rulle på hinanden, medens de volumentøjninger, der fremkaldes af alsidige påvirkninger, næsten er uden betydning.

Hvis man søger at beregne sætninger på sand ved hjælp af konsolideringsforsøg tages forskydningsdeformationerne kun i ringe omfang i betragtning, og de beregnede sætninger bliver derfor alt for små. Som et eksempel herpå kan nævnes, at en olietank på Asnæs med en diameter på 56 m funderet på 13 m sand og underlejret af meget fast moræneler ved første belastning satte sig 43 mm, mens en konventionel sætningsberegning gav en sætning på 11 mm.

Ved beregning af sætninger på sand antager man derfor normalt, at alene forskydningsdeformationerne er afgørende for sætningerne, medmindre forsøgsmaterialet er stort nok til at fastslå volumenformindskelsens indflydelse, hvilket normalt ikke er muligt.

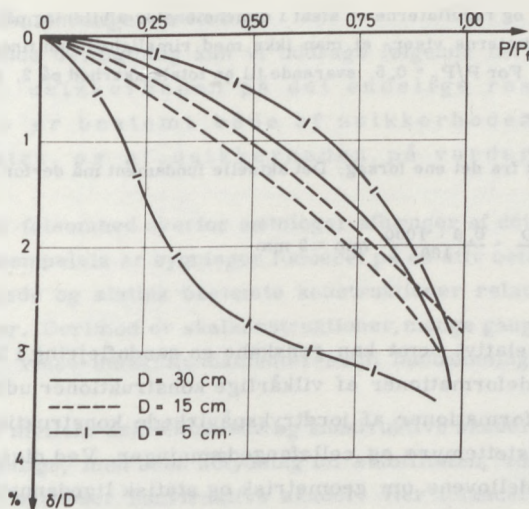
Medens der for ler kan udføres relevante laboratorieforsøg til bestemmelse af fundamenters sætning, er dette vanskeligt for sand. Dels er sandprøvens overflade meget ru, og det giver store forsøgmæssige problemer. Dels har ν , der er forskellig fra 1/2 i den drænedede tilstand, indflydelse på den vandrette spændingstilvækst $\Delta\bar{\sigma}_3$. Ved forsøg viser ν sig at være en funktion af spændingstilstanden. Sætningen må i så fald beregnes med en fastsat værdi af ν , der må kontrolleres, når spændingstilstanden er beregnet. Da såvel beregningsgrundlaget som de forsøgmæssige problemer således vanskeliggør sætningsberegningen, bør andre metoder anvendes.

En bestemmelse af sammenhængen mellem et fundaments sætning og belastning på sand fås bedst og billigst ved udførelse af modelforsøg på cirkulære plader i marken. Sandaflejringen kan dog genskabes i laboratoriet og skal da have samme poretal som den naturlige aflejring. Modelforsøgene udføres bedst på plader med diametre mellem 5 og 30 cm, der placeres på en afrettet sandoverflade lige over grundvandsspejlet, således at sandet er vandmættet og uden kapillarspændinger. Det må her bemærkes, at selv tilsyneladende tørt sand indeholder porevinkelvand, som forandrer sandets egenskaber. Belastningen kan påføres trinvis (med lodder) eller kontinuerligt (med donkraft). Optegningerne af forsøgsresultaterne sker således, at funktionen:

$$\frac{\delta}{D} = f\left(\frac{P}{P_f}\right)$$

fastlægges.

Funktionen vil ikke være helt uafhængig af pladediameter og overfladebelastning. Afhængigheden kan i visse tilfælde bestemmes ved et tilstrækkeligt stort forsøgsantal. Herefter extrapoleres til det aktuelle bygværk.



Figur 7.19 Eksempel på resultater af pladeforsøg på sand.

Da det er nødvendigt at bestemme brudbelastningen for hver plade før optegning af forsøgsresultater, får man iøvrigt samtidig materiale til at bedømme brudbæreevnen af det projekterede fundament.

Udføres belastningen trinvis, kan man observere, at sætningerne ikke ophører helt, idet spændingsomlejring i sandet giver krybning. Krybningsobservationer kan benyttes til beregning af bygværkets krybningssætninger for så vidt bygværkets totale belastning på fundamentet er næsten konstant.

Ved varierende belastninger, kan krybningssætningerne blive betydelige og udgøre op mod halvdelen af de samlede sætninger. Krybningen kan blive endnu større under maskinfundamenter og udnyttes iøvrigt ved komprimering af sand ved hjælp af vibrering. Selv en kortvarig belastningsændring overføres nemlig fuldstændig til de effektive spændinger i sand, medens en leraflejring er beskyttet mod den fulde virkning af de hurtige belastningsvariationer af de derved fremkaldte poreover- og undertryk.

EKSEMPEL 7.6

Et bygværk skal funderes på sand. Totalsikkerheden mod brud er udregnet til 2, og fundamentets dimensioner er $1 \times 15 \text{ m}^2$. Fundamentet regnes helt stift. Der er udført plade-

forsøg i marken, og resultaterne er afsat i dimensionsløs afbildning på figur 7.19.

Forsøgsresultaterne viser, at man ikke med rimelighed kan finde nogen afhængighed af diameteren. For $P/P_f = 0,5$, svarende til en totalsikkerhed på 2, findes i middel:

$$\delta/D = 0,9\%$$

idet der ses bort fra det ene forsøg. Det aktuelle fundament må derfor forventes at få sætningen:

$$\delta = \frac{0,9 \cdot D}{100} = \frac{0,9 \cdot 1000}{100} \text{ mm} = 9 \text{ mm}$$

Da man relativt nemt kan genskabe en sandaflejring i laboratoriet, kan man beregne deformationer af vilkårlige konstruktioner ud fra modelforsøg, altså også deformationer af jordtrykspåvirkede konstruktioner som spuns-vægge, vinkelstøttemure og cellefangedæmninger. Ved disse forsøg må man overholde modellovene om geometrisk og statisk lighedannedhed i så stor udstrækning som overhovedet muligt. Således skal alle længder i model og virkelighed have samme forhold, men det er ikke muligt at ændre sandkornets diameter. Man har altså her en såkaldt skalaeffekt.

Det er dog for omfattende at trænge dybere ind i disse problemer, hvorfor der henvises til speciallitteraturen.

Modelforsøg kan naturligvis også benyttes til bestemmelse af sætningen af fundamenter på ler, og giver da langt sikrere grundlag for en sætningsberegning end laboratorieforsøg alene. Da de er meget kostbare sammenlignet med laboratorieforsøg, udføres de sjældent.

7.8 Tilladelig sætning

Ved hjælp af de ovenfor gennemgåede beregningsprincipper kan man udregne de sætninger, et givet bygværk må forventes at ville få. Ved beregning eller ved skøn kan man desuden fastsætte vurderingsgrundlaget, d. v. s. fastsætte, hvor store sætninger, bygværket kan tåle. Ved at sammenholde beregningsresultatet med dette vurderingsgrundlag fås sætningsundersøgelsens egentlige resultat, som viser, hvorvidt funderingskonstruktionen kan accepteres i sætningsmæssig henseende.

Som vi har set, er en sætningsberegning behæftet med store usikkerheder. Bestemmelsen af en tilladelig sætning vil imidlertid normalt være behæftet med en endnu større usikkerhed, som derfor bliver afgørende for u-

sikkerheden på den endelige vurdering.

Af ovenstående betragtning kan vi uddrage følgende læresætning, som gælder generelt: usikkerheden på det endelige resultat af en undersøgelse er bestemt både af usikkerheden på beregningsresultatet og af usikkerheden på vurderingsgrundlaget.

Et bygværks følsomhed overfor sætninger afhænger af dets konstruktive udformning. Eksempelvis er bygninger funderet på en stiv betonplade, tanke med slap bundplade og statisk bestemte konstruktioner relativt ufølsomme overfor sætninger. Derimod er skalkonstruktioner, mange gange statisk ubestemte rammer, visse maskinfundamenter samt buedæmninger meget sætningsfølsomme.

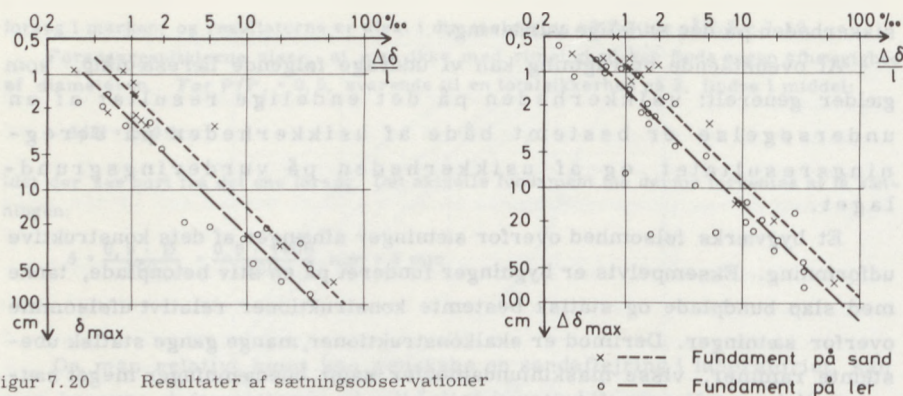
Man skelner mellem arkitektoniske og konstruktive skader. Arkitektoniske skader er synlige, men uden betydning for stabiliteten, som først bliver kritisk, når der optræder konstruktive skader. Her i landet vil man søge helt at undgå skader, men nogle steder i udlandet kan man være nødt til at tolerere arkitektoniske skader.

Det er umiddelbart klart, at ens sætninger over hele fundamentsplanen ikke direkte berører bygningen, men nok de forskellige rør og ledninger, der fører frem til den. Egentlige skader opstår først, når fundamentsplanen p. g. a. differenssætninger hælder eller krummer. I problemstillingen indgår følgende parametre.

δ_{\max}	den maksimale sætning
$(\Delta\delta)_{\max}$	den maksimale differenssætning, altså
	$\delta_{\max} - \delta_{\min}$
$(\Delta\delta/l)_{\max}$	Den maksimale hældning af fundamentsfladen
	(idet l betegner afstanden mellem to nabofundamenter)

Som nævnt er det især når fundamentsfladen hælder eller krummer, at skader kan opstå. Hvis man helt vil undgå revner i udfyldningsmurværk, har det vist sig, at $(\Delta\delta/l)_{\max}$ skal være mindre end 2 o/oo. Egentlige skader i bærende murværk og rammekonstruktioner opstår dog først, når $(\Delta\delta/l)_{\max}$ overstiger 3-4 o/oo. Specielt for høje bygninger og tårne er det vigtigt at undgå synlige hældninger. Grænsen ligger også her på 3-4 o/oo. Til sammenligning kan nævnes, at det skæve tårn i Pisa hælder ca. 100 o/oo.

Disse grænser er baseret på praktiske observationer, hvoraf man altså kan konkludere, at $(\Delta\delta/l)_{\max}$ normalt ikke må overstige ca. 3,5 o/oo. Almindeligt forekommende byggeri er imidlertid så kompliceret m. h. t. sta-



Figur 7.20 Resultater af sætningsobservationer

tisk virkemåde, at det kun sjældent er muligt at foretage en egentlig beregning af $(\Delta\delta/l)_{\max}$ for et aktuelt bygværk. Man må derfor ty til statistisk-empiriske metoder, baseret på observationer af aktuelle bygværker.

Figur 7.20 viser resultaterne af et stort antal omhyggeligt udførte sætningsobservationer. Trods stor spredning kan man, som påvist af Skempton og MacDonald (1956), angive en nogenlunde entydig sammenhæng mellem $(\Delta\delta/l)_{\max}$ og henholdsvis δ_{\max} og $(\Delta\delta)_{\max}$. Man finder:

$$\begin{aligned} \text{For enkeltfundamenter på ler: } \delta_{\max} &= 2500 \cdot (\Delta\delta/l)_{\max} \text{ (cm)} \\ \text{på sand: } \delta_{\max} &= 1500 \cdot (\Delta\delta/l)_{\max} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

For pladefundamenter er faktorerne ca. 25 % højere.

$$\begin{aligned} \text{Ved fundering på ler: } (\Delta\delta)_{\max} &= 1400 (\Delta\delta/l)_{\max} \text{ (cm)} \\ \text{på sand: } (\Delta\delta)_{\max} &= 900 (\Delta\delta/l)_{\max} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Her er det ikke muligt at skelne mellem enkelt- og pladefundamenter.

Da $(\Delta\delta/l)$ som tidligere omtalt ikke bør overstige 3,5 o/oo kan øvre grænser for δ_{\max} og $(\Delta\delta)_{\max}$ fastlægges ud fra de fundne relationer, idet der som foreslået af Skempton og MacDonald regnes med en sikkerhed på henholdsvis 1,5 og 1,25. Man finder:

1. Den tilladelige maksimalsætning af enkeltfundamenter er 4 cm i sand og 6 cm i ler. For pladefundamenter fås tilsvarende 6 cm i sand og 10 cm i ler.
2. Den største tilladelige sætningsdifferens for enkeltfundamenter og pladefundamenter er 2,5 cm i sand og 4 cm i ler.

Disse simple kriterier kan anvendes for almindeligt forekommende erhvervs- og boligbyggeri, idet man dog stedse bør erindre, at metoden er empirisk og baseret på et begrænset statistisk materiale. Større bygværker (f. eks. broer, tørdokker) vil derfor oftest kræve yderligere undersøgelser.

Specielt bør tidens indflydelse vurderes. Står fundamentet på ler, kan sætningen udvikles over lange perioder, og der er mulighed for, at konstruktionen kan tilpasse sig nogle af sætningerne ved krybning i betonen. En lignende indflydelse har store sekundære sætninger, der kan skyldes store vandindhold i jorden eller vekslende, sæsonmæssigt bestemte påvirkninger på fundamenter på sand. Pælefunderede bygninger og bygninger på sand med hovedsagelig hvilende belastning må derimod påregnes at være særlig sætningsfølsomme, da sætningerne foregår hurtigt.

7.9 Sætningsgivende belastning

Da man ved en sætningsberegning søger at bestemme den virkeligt forekommende sætning, regner man altid med de aktuelle værdier af belastninger og deformationsparametre, altså uden brug af partialkoefficienter.

Den sætningsgivende belastning består af:

1. den hvilende belastning, der især stammer fra konstruktionens egenvægt.
2. en del af den bevægelige belastning, der er gulv-, trafik-, sne- og vindbelastninger samt dynamiske påvirkninger.

Ved beregning af initialsætninger, der forløber uden vandudpresning, må man regne med den største belastning, der kan forekomme.

Ved beregning af konsolideringssætninger bør man derimod foruden egenvægt regne med en middelværdi af den bevægelige belastning, hvis denne varierer hurtigt i forhold til fundamentets konsolideringstid, men med en største værdi, ifald variationen er langsom i forhold til konsolideringstiden.

Pakhuse og siloer vil som oftest have en bevægelig belastning, der er sæsonpræget eller afhænger af konjunktursvingninger. Denne belastning vil være fuldt sætningsgivende.

Broer, skorstene og maskinfundamenter vil være underkastet hastigt vekslende påvirkninger af trafik, vind eller rystelser fra maskiner. Disse påvirkninger medtages derfor kun i initialdeformationer. Ved trafikpåvirkninger kan indføres et stødtillæg. Virkningen af rystelser er vanskeligt at tage i regning og kræver normalt modelforsøg.

Da initialsætningerne udgør en stor del af de samlede sætninger, bør man næsten altid regne omtrent halvdelen af den bevægelige belastning for sætningsgivende.

Andre faktorer kan fremkalde sætninger af bygværker. Her skal nævnes

udlægning af fyld, grundvandsænkninger, udtøringer af jordoverfladen eller fordampning fra træer, hvis rødder strækker sig ind under bygværket.

7.10 Beregning af specielle tilfælde

De sætningsberegningemetoder, der er gennemgået i de tidligere afsnit dækker de fleste i normal praksis forekommende opgaver. I det følgende gennemgås beregningen af fundamenters sætninger i mere specielle tilfælde.

Ved store fundamenter på ler (pladefundering) er man nødt til at tage hensyn til jordens voksende stivhed med dybden, fordi denne påvirker reaktionsfordelingen under fundamentet og dermed spændingsfordelingen i jorden.

Ved bøjelige fundamenter på ler er reaktionsfordelingen afhængig af fundamentets nedbøjning. Opgaven består i dette tilfælde i at finde en sådan reaktionsfordeling, at fundamentet og jordoverfladen betraget hver for sig får de samme deformationer.

Beregningen af store og bøjelige fundamenters sætning indeholder begge de forannævnte problemer, hvilket dog ikke yderligere komplicerer den væsentligt.

Beregningemetoderne er numeriske, og der anvendes en reaktionsfordeling, der kan variere trinvis eller trekantformet.

Ved beregning af reaktionsfordelinger på sand må man benytte den såkaldte ballasttalteori.

For en korrekt dimensionering af fundamentsklodsen er det af stor betydning at kunne beregne en så korrekt reaktionsfordeling som muligt.

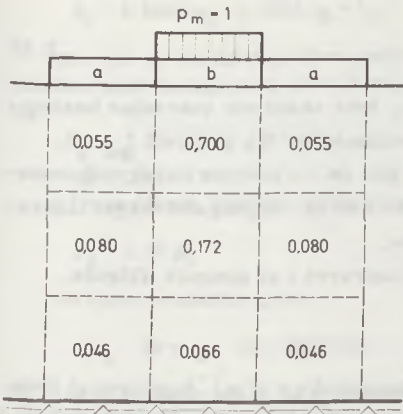
TRINVIS VARIATION AF REAKTIONSFORDELING

Denne metode anvendes især ved beregning af sætninger af meget store fundamenter. Siloer er som oftest pladefunderet, og et sådant fundament kan nå en størrelse på 1000-2000 m².

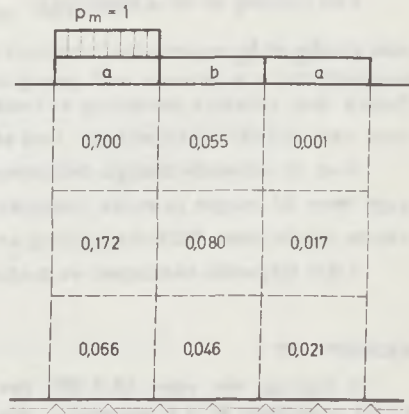
For et fundament på en given lokalitet ønskes altså beregnet en reaktionsfordeling, således at fundamentet betraget for sig og belastet med denne reaktionsfordeling får samme deformationer som jordens overflade belastet med samme reaktionsfordeling, idet der tages hensyn til jordens voksende stivhed med dybden.

En numerisk beregning indledes med at inddele fundamentet i enkelte dele.

For fundamentet betraget for sig kan man udregne en række influenstal



Figur 7. 21 Eksempel på influenstal for symmetrisk belastning.



Figur 7. 22 Eksempel på influenstal for asymmetrisk belastning.

for nedbøjningen f_m i midten af del m. Kaldes nedbøjning af del m fremkaldt af en enhedsbelastning på del n for F_{mn} , fås den samlede nedbøjning af fundamentsdel m af:

$$f_m = \sum_{n=1}^s F_{mn} p_n \tag{7. 23}$$

idet p_n er belastningen på fundamentsdel n.

Derefter betragtes sætningen af jordoverfladen for sig, idet der benyttes den samme inddeling som før. Overfladens sætning beregnes i enkeltdelens centerlinie, idet den lodrette spændingstilvækst her bestemmes ved anvendelse af formler eller Newmark's influenskort. Deformationerne beregnes på grundlag af konsolideringsforsøg, da der ikke er nogen mening i at forfine beregningen, idet den indeholder den yderligere simplifikation, at den lodrette spændingstilvækst betragtes som en hovedspænding svarende til spændingsforholdene i centerlinien af det belastede areal. De således beregnede sætninger er influenstal og benævnes I_{mn} efter samme princip som før. Den samlede sætning af fundamentsdel m beregnes af:

$$\delta_m = \sum_{n=1}^s I_{mn} p_n \tag{7. 24}$$

Ved løsning af de s ligninger:

$$\delta_m = f_m \quad 7.25$$

findes den relative fordeling af reaktionen, hvis absolutte størrelse bestemmes ved en lodret projektion. Ved stive fundamenter fås specielt $f_m = 0$.

Ved at anvende mange delelementer, kan denne metode beregningsmæssigt føre til meget præcise resultater, men den er til gengæld meget tidsrøvende medmindre EDB-beregning anvendes.

I det følgende eksempel er metoden illustreret i et simpelt tilfælde.

EKSEMPEL 7.7

En bygning, der vejer 19,2 MN, har et fundament på $4 \times 12 \text{ m}^2$. Bygningen er funderet på overfladen af 12 m moræneler, der er underlejret af kalkklippe. Grundvandet står i niveau med leroverfladen. Moræneleret har en rumvægt γ_m på 20 kN/m^3 og konsolideringsmodulen:

$$K = 20000 + 1000 \cdot \bar{\sigma}_0$$

Sætningen ønskes beregnet, idet der tages hensyn til den med dybden voksende stivhed.

En første gennemregning med få lag og fundamentsdele vises her. Jorden inddeles i tre del søjler på $4 \times 4 \text{ m}^2$. Af symmetrigrunde er de to ens. Influensstallene svarende til lagmidte beregnes nu ved hjælp af Newmark's influenskort, der er vist på figur 7.2.

På del b anbringes en enhedslast, og spændingstilvæksten findes herefter midt i hvert lag i hver søjle. Spændingstilvæksterne i øverste lag findes af figur 7.2, hvor fundamentet er indtegnet i korrekt målestok. På lignende måde findes de øvrige spændingstilvækster (figur 7.21).

Herefter anbringes en enhedslast på del a og proceduren gentages. Det bliver i dette tilfælde de samme tal, der anvendes, blot i en anden orden (figur 7.22).

Konsolideringsmodulen midt i lagene bliver:

$$\begin{aligned} \text{Lag no 1:} & \quad K = 20000 + 1000 \cdot 20 = 40000 \text{ kN/m}^2 \\ \text{Lag no 2:} & \quad K = 20000 + 1000 \cdot 60 = 80000 \text{ kN/m}^2 \\ \text{Lag no 3:} & \quad K = 20000 + 1000 \cdot 100 = 120000 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

Sætningen af del a kan nu findes i mm:

$$\begin{aligned} \delta_a &= \frac{4000}{40000}((0,700 + 0,001) p_a + 0,055 p_b) + \\ & \quad \frac{4000}{80000}((0,172 + 0,017) p_a + 0,080 p_b) + \\ & \quad \frac{4000}{120000}((0,066 + 0,021) p_a + 0,046 p_b) = \\ & \quad 0,0825 p_a + 0,0110 p_b = I_{aa} \cdot p_a + I_{ba} \cdot p_b \quad (\text{mm}) \end{aligned}$$

På analog måde fås:

$$\delta_b = 0,0220 p_a + 0,0808 p_b = I_{ab} \cdot p_a + I_{bb} \cdot p_b \quad (\text{mm})$$

Man har nu beregnet jordens sætning som funktion af belastningen på de enkelte dele. Herefter skal fundamentets stivhed tages i betragtning. Ved uendelig stift fundament fås:

$$\delta_a = \delta_b$$

Af ovenstående ligninger findes herefter:

$$p_a = 1,15 p_b$$

En lodret projektion giver:

$$2 p_a \cdot 16 + p_b \cdot 16 = 19200 \text{ kN}$$

og af de to ligninger kan p_a og p_b bestemmes:

$$p_a = 420 \text{ kN/m}^2 \text{ og } p_b = 360 \text{ kN/m}^2$$

Sætningen fås nu direkte:

$$\delta_a = 0,0825 \cdot 420 + 0,0110 \cdot 360 = 34,6 + 4,0 = 38,6 \text{ mm}$$

Er fundamentet bøjeligt må fundamentets deformation tages i regning. Opgaven indskrænkes i dette eksempel til at finde differencen mellem δ_a og δ_b :

$$\delta_a - \delta_b = f$$

f findes som funktion af p_a og p_b ved kendte statiske metoder. De videre beregninger er herefter analoge.

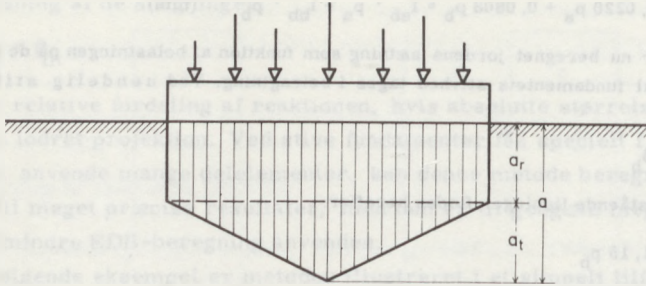
TREKANTFORMET REAKTIONSFORDELING

Den trekantformede reaktionsfordeling udgør et alternativ til den trinvis varierende reaktionsfordeling og benyttes eksempelvis ved tørdokbunde. Metoden kan ikke forfines så meget som den førnævnte metode, men giver formentlig lige så gode resultater som denne, hvis der anvendes færre end 5 jævnt belastede delfundamenter.

Beregningerne indledes med at man skønner en reaktionsfordeling, som vist på figur 7.23. Det centrale reaktionstryk a kan benyttes som parameter, idet a_t og a_r derefter bestemmes ved lodret projektion.

Man beregner nu sætningerne under kanten og under midten af fundamentet og bestemmer herved differenssætningen Δ . Idet fundamentsklodsen betragtes for sig, udregnes den tilsvarende udbøjning F . Hvis trykfordelingen er skønnet rigtigt, er $F = \Delta$, ellers forsøges med en ny reaktionsfordeling.

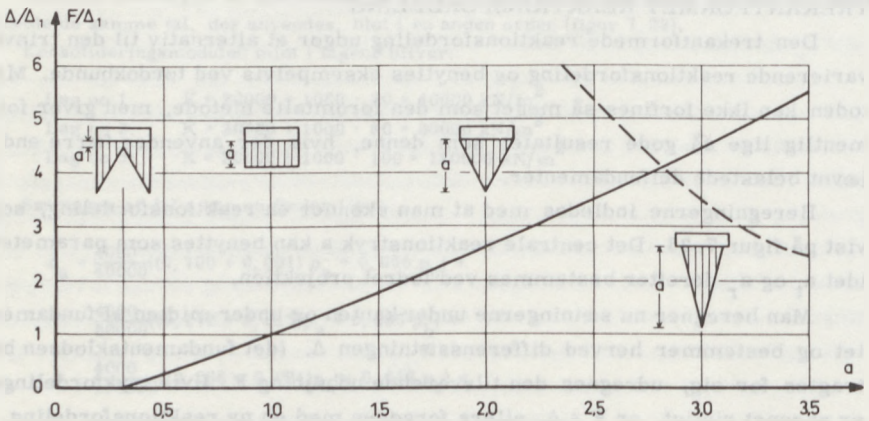
I praksis er det lettest at beregne sætningerne for flere reaktionsfordelinger samtidig, således at man kan optegne variationen af Δ med a . Resulta-



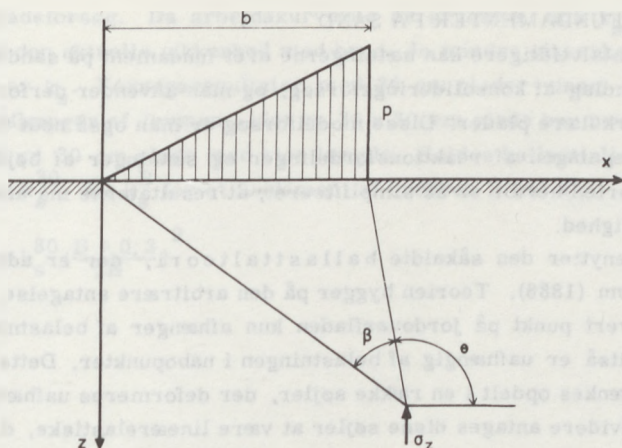
Figur 7.23 Sammensat reaktionsfordeling.

tet af en sådan beregning for et sribefundament med bredden 1 m belastet med 1 t/m på ler med konstant konsolideringsmodul er vist på figur 7.24 med fuldt optrukket streg. Differenssætningerne Δ er vist i forhold til differenssætningen Δ_1 ved jævnt fordelt reaktion ($a_t = 0$). Det ses, at et stift fundament svarer til $a = 0,3$. Δ kan blive negativ for visse belastningskombinationer på fundamentet, men det er ikke vist her.

Ved beregning af tillægsspændingerne i jorden benyttes bedst følgende



Figur 7.24 Differenssætningens afhængighed af reaktionsfordelingen



Figur 7.25 Trekantformet trykfordeling på jordoverflade.

formel for det lodrette tryk under en langstrakt, trekantformet belastning:

$$\Delta\sigma_z = \frac{p}{\pi} \left(\frac{x}{b} \beta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \quad 7.26$$

hvor symbolerne fremgår af figur 7.25. Alle trekantformede belastninger kan beregnes ved gentagen brug af formlen.

Ved beregning af deformationerne i jorden og sætningen af jordoverfladen benyttes resultater fra konsolideringsforsøg, og en sådan beregning svarer derfor til det drænedede tilfælde. Ønsker man at beregne differenssætninger på udrænet ler, kan man gøre den ekstra tilnærmelse, at de udrænedede deformationer udgør en bestemt del af de drænedede deformationer og finde dette forhold ved en beregning i fundamentets centerlinie, idet σ_z her er en hovedspænding.

Udbøjningen F bestemmes ved at belaste fundamentsklodsen med de valgte reaktionsfordelinger og de givne ydre belastninger. F afhænger af den skønnede reaktionsfordeling, den givne ydre belastning og fundamentets bøjelighed. Er fundamentets konstruktion givet, kan F bestemmes som funktion af a . På figur 7.24 er med stiplede streg vist en sådan kurve for et meget slapt fundament.

Skæringspunktet mellem de to kurver svarer til $F = \Delta$, og giver derfor den korrekte reaktionsfordeling.

BØJELIGE FUNDAMENTER PÅ SAND

Som omtalt tidligere kan sætningerne af et fundament på sand ikke beregnes på grundlag af konsolideringsforsøg, og man anvender derfor modelforsøg med cirkulære plader. Disse modelforsøg er man også nødt til at anvende ved beregningen af reaktionsfordelinger og sætninger af bøjelige fundamenter. Teorien herfor er så simplificeret, at resultaterne må anvendes med stor forsigtighed.

Man benytter den såkaldte ballasttalteori, der er udviklet af H. Zimmermann (1888). Teorien bygger på den arbitrære antagelse, at sætningen af ethvert punkt på jordoverfladen kun afhænger af belastningen i dette punkt og altså er uafhængig af belastningen i nabopunkter. Dette svarer til, at jorden tænkes opdelt i en række søjler, der deformeres uafhængigt af hinanden. Endvidere antages disse søjler at være lineærelastiske, d. v. s. at der er proportionalitet mellem belastningen i et punkt på jordoverfladen og sætningen af dette punkt:

$$p = k_s \cdot \delta \quad 7.27$$

hvor k_s er det såkaldte ballasttal.

Denne teori er så forenklet, at man finder, at reaktionsfordelingen under et stift, centralt belastet fundament er ensformig. En mere korrekt spændingsfordeling er vist på figur 7.3.

Der er i litteraturen angivet mange eksempler på teoretisk korrekte løsninger ud fra ballasttalteorien. For en elastisk bjælke med belastningen q fås således differentialligningen for nedbøjningen $z = f(x)$.

$$q - p = q - k_s z = EI z'''' \quad 7.28$$

idet:

$$z'' = \frac{M}{EI}$$

og I er bjælkens inertimoment pr. m bredde.

Løsningen af denne ligning kan findes i speciallitteraturen.

Ved bestemmelse af snitkræfterne i fundamentet har værdien af k_s ikke stor betydning. For en lang bjælke med bredden b påvirket af en enkeltkraft P kan man således finde maksimalmomentet:

$$M = \frac{P}{4} \sqrt[4]{\frac{4 EI}{k_s \cdot b}} \quad 7.29$$

Hvis k_s angives to gange for stor, bliver M kun ca. 1,2 gange for lille.

Da sands deformationer kun vanskeligt lader sig beregne, bestemmes

k_s udfra pladeforsøg. Da arbejdskurverne er krumme, må k_s fastlægges svarende til den aktuelle sikkerhed mod brud. Jo mindre sikkerheden er, desto mindre er k_s . Forsøgsresultater med 30 cm plader viser, at k_s kun i ringe grad afhænger af formen, idet en 30 x 30 cm plade har næsten samme sætning som en 30 cm plade med stor længde. Kaldes ballasttallet for en 30 cm plade for k_s^{30} , fås k_s^B for et fundament af bredden B (m) af:

$$k_s^B = k_s^{30} \left(\frac{B + 0,3}{2B} \right)^2 \quad 7.30$$

Litteratur

REFERENCER

- Boussinesq, J. (1885): Application des Potentiels a l'Etude de l'Equilibre et du Mouvement des Solides Elastiques, Gauthier-Villard, Paris 1885.
- Burmister, D.M. (1943): General Theory of Stresses and Displacement in Layered Systems. Journal of Appl. Phys., Vol 16, No. 5, New York 1943.
- Hansen, J. Brinch (1961): A Model Law for Simultaneous Primary and Secondary Consolidation. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 13, 1961.
- Jacobsen, M. (1970): New Oedometer and New Triaxial Apparatus for Firm Soils. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 27, 1970.
- Jacobsen, M. (1970): Strength and Deformation Properties of Preconsolidated Moraine Clay. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 27, 1970.
- Kezdi, A. (1958): Beiträge zur Berechnung der Spannungsverteilung im Boden. Der Bauingenieur, No. 33, p. 54, 1958.
- Newmark, N.M. (1942): Numerical Procedures for Computing Deflections, Moments and Buckling Loads, Transactions, Am. Soc. Civ. Eng., Vol. 108, paper 1161, 1942.
- Skempton, A.W. and Bjerrum, L. (1957): A Contribution to the Settlement Analysis of Foundations on Clay. Géotechnique, Vol. 7, p. 168, Dec. 1957.
- Skempton, A.W. and MacDonald, D.H. (1956): The Allowable Settlement of Buildings; Proceedings, Inst. of Civ. Eng., Vol. 5 no. 3, 1956.
- Zimmermann, H. (1888): Die Berechnung des Eisenbahn Oberbaues, W. Ernst und Sohn, Berlin, 1888.

NOTATER

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

... ..

B. Jerdi wyka

KAPITEL 8

B.1. Gwallygryfen

Yn gyfnewid y cerbydau a'u gweithgareddau, mae'r cerbydau a'u gweithgareddau yn cael eu hysbysu'n ddiwydd. Mae'r cerbydau a'u gweithgareddau yn cael eu hysbysu'n ddiwydd.

Yn gyfnewid y cerbydau a'u gweithgareddau, mae'r cerbydau a'u gweithgareddau yn cael eu hysbysu'n ddiwydd. Mae'r cerbydau a'u gweithgareddau yn cael eu hysbysu'n ddiwydd.

Yn gyfnewid y cerbydau a'u gweithgareddau, mae'r cerbydau a'u gweithgareddau yn cael eu hysbysu'n ddiwydd. Mae'r cerbydau a'u gweithgareddau yn cael eu hysbysu'n ddiwydd.

Yn gyfnewid y cerbydau a'u gweithgareddau, mae'r cerbydau a'u gweithgareddau yn cael eu hysbysu'n ddiwydd. Mae'r cerbydau a'u gweithgareddau yn cael eu hysbysu'n ddiwydd.

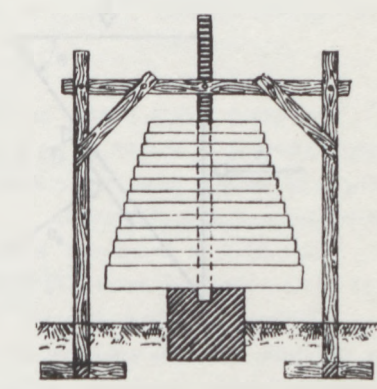


Fig. 8.1. Diagram of the mechanical assembly shown in the drawing.

8. Jords styrke

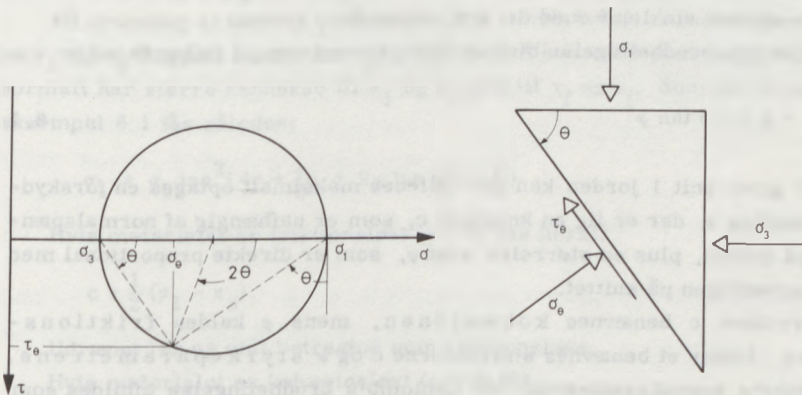
8.1 Grundbegreber

Allerede i 1776 udviklede den franske ingeniør C. A. Coulomb en brudbetingelse for jord. Det lykkedes dog ikke Coulomb at give sin brudbetingelse nogen matematisk formulering.

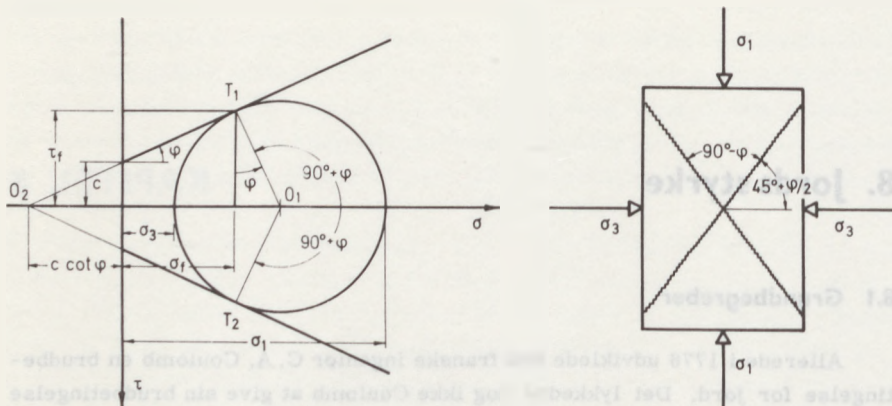
Først i 1882 opstillede den tyske ingeniør O. Mohr den brudbetingelse, vi i dag anvender under betegnelsen Coulomb's brudbetingelse. Mohr's matematiske formulering af denne skete i forbindelse med udviklingen af de såkaldte Mohr'ske cirkler for spændings- og deformationstilstanden i et punkt.

Til venstre på figur 8.1 er vist Mohr's cirkel for spændingstilstanden i et givet punkt af en jordmasse. Omkring det betragtede punkt har vi udkåret et lille element af form som en retvinklet trekant, således som vist til højre på figur 8.1. Vi vil betragte problemet som todimensionalt, hvilket medfører, at vi ser bort fra alle spændinger vinkelret på papirets plan.

Som fastslået i kapitel 3, regner vi indenfor geoteknikken normalspændingen σ positiv som tryk. Endvidere regnes forskydningsspændingen τ som



Figur 8.1 Mohr's cirkel for spændingerne i et punkt.



Figur 8.2 Coulomb's brudbetingelse fremstillet i et Mohr's diagram.

vist til højre på figur 8.1 positiv, når positivt σ ved 90° 's drejning mod uret får τ 's retning.

Udledelsen af Mohr's spændingscirkel forudsættes kendt og skal derfor ikke omtales her. Af figur 8.1 fremgår det, at spændingstilstanden i et punkt er kendt, når blot man kender størrelsen af de to hovedspændinger σ_1 og σ_3 samt retningen af hovedsnittene. Endvidere fremgår det, hvordan man finder den normalspænding σ_θ og den forskydningsspænding τ_θ , der virker på et snit, der danner vinklen θ med det snit, hvorpå σ_1 virker.

Coulomb's brudbetingelse blev af Mohr formuleret på følgende måde:

$$\tau \leq c + \sigma \tan \varphi$$

8.1

I et givet snit i jorden kan der således maksimalt optages en forskydningsspænding τ , der er lig en konstant c , som er uafhængig af normalspændingen på snittet, plus en størrelse $\sigma \tan \varphi$, som er direkte proportional med normalspændingen på snittet.

Størrelsen c benævnes kohæsionen, mens φ kaldes friktionsvinklen. Under et benævnes størrelserne c og φ styrkeparametrene.

I Mohr's spændingsdiagram vil Coulomb's brudbetingelse afbildes som en ret linie, således som vist til venstre på figur 8.2. Den rette linie vil på τ -aksen afskære stykket c , og den vil med σ -aksen danne vinklen φ . Såfremt

den cirkel, der svarer til spændingerne i et givet punkt, netop rører den rette linie, der repræsenterer Coulomb's brudbetingelse, vil der herske brudtilstand i jorden i det pågældende punkt. Såfremt cirklen og den rette linie går fri af hinanden, vil der ikke herske brudtilstand i jorden i det pågældende punkt. Ifølge Coulomb's brudbetingelse kan cirklen og den rette linie aldrig komme til at skære hinanden.

Når der i et givet punkt af en jordmasse hersker brudtilstand, går der gennem punktet visse retninger - de såkaldte brudsnit - i hvilke brudbetingelsen netop er opfyldt. Brudsnittenes retninger svarer til tangentpunkterne T_1 og T_2 på figur 8.2. På brudsnittene virker brudspændingerne σ_f og τ_f , hvor størrelsen τ_f også benævnes forskydningsstyrken.

Af Mohr's cirkel fremgår det, at de to brudsnitretninger, der i brudtilstanden går gennem et givet punkt af en jordmasse, danner vinklen $90^\circ \pm \varphi$ med hinanden. Det fremgår endvidere, at de to hovedspændingsretninger vil falde sammen med brudsnitretningernes vinkelhalveringslinier, således at den største hovedspænding halverer den spidse vinkel mellem brudlinierne. Dette er anskueliggjort til højre på figur 8.2, der viser de to brudsnit, der opstår i en jordprøve, som er ført til brud ved, at dens modstående sideflader to og to er underkastet de to hovedspændinger σ_1 og σ_3 .

De i Coulomb's brudbetingelse indgående spændinger σ og τ er brudspændingerne på brudfladen, hvorfor formel 8.1 også kan skrives:

$$\tau_f = c + \sigma_f \tan \varphi \quad 8.2$$

Anvendelsen af denne ligning indebærer, at det er ligegyldigt i hvilken orden belastningen påføres. τ_f forbliver den samme.

På grundlag af Mohr's cirkler kan 8.2 omskrives, så hovedspændingerne σ_1 og σ_3 indgår i stedet for τ_f og σ_f , hvilket kan være ønskeligt, fordi man normalt har større kendskab til σ_1 og σ_3 end til τ_f og σ_f . Som det fremgår af eksempel 8.1 fås således:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2(45 + \frac{\varphi}{2}) + 2c \tan(45 + \frac{\varphi}{2}) \quad 8.3$$

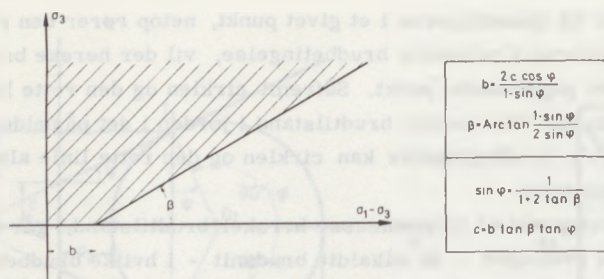
Hvis materialet er friktionsløst ($\varphi = 0$) fås heraf:

$$c = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad 8.4$$

Udrænet ler og stål betragtes som friktionsløse.

Hvis materialet er kohæsionsløst ($c = 0$) fås:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2(45 + \frac{\varphi}{2}) \quad 8.5$$



Figur 8.3 Coulomb's brudbetingelse fremstillet i et $(\sigma_1 - \sigma_3, \sigma_3)$ -koordinatsystem.

Styrkeparametrene måles i laboratoriet, som beskrevet i afsnit 8.3-8.5. Forsøgenes resultater fremstilles fordelagtigst i et koordinatsystem, hvor $\sigma_1 - \sigma_3$ er abscisse, og σ_3 er ordinat, således som vist på figur 8.3. Enhver spændingstilstand afbildes i dette koordinatsystem som et punkt. Brudtilstanden afbildes som en ret linie, således som udledt i eksempel 8.1. Beskrives en spændingstilstand ved et punkt som er beliggende i det skraverede vinkelrum på figur 8.3, er der ikke brudtilstand i den betragtede jordmasse, mens der netop er brud, såfremt punktet ligger på den rette linie.

EKSEMPEL 8.1

Ved hjælp af Mohr's cirkel kan brudbetingelsen (8.2) omskrives, således at σ_1 og σ_3 indgår i stedet for τ_f og σ_f .

Idet cirkelens radius er $\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$, abscissen til centrum $\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$, og afstanden fra O_2 til begyndelsespunktet er $c \cot \varphi$, fås ved at betragte trekant $T_1O_1O_2$ i figur 8.2:

$$\sin \varphi = \frac{T_1O_1}{O_1O_2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 + \sigma_3) + 2c \cot \varphi}$$

eller:

$$\sigma_3 (1 + \sin \varphi) + 2c \cos \varphi = \sigma_1 (1 - \sin \varphi) \quad 8.6$$

Ved anvendelse af trigonometri fås nu formel 8.3:

$$\sigma_3 = \sigma_1 \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} - 2c \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} = \sigma_1 \tan^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \tan \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right)$$

Forsøgsresultater afbildes ofte således som vist på figur 8.3. Coulomb's brudbetingelse fremstilles af en ret linie med hældningen β , der afskærer stykket b på $\sigma_1 - \sigma_3$ -aksen.

Ved at fratrække $\sigma_3(1 - \sin \varphi)$ på begge sider af lighedstegnet i formel 8.6 fås:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_3 \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} + \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

8.2 Brudbetingelser for jord

For de fleste byggematerialer såsom stål, træ, beton eller murværk udgør kohæsiionsleddet en så væsentlig del af styrken, at man ser bort fra en eventuel indre friktion i materialet. Brudstyrken opgives som et eller flere tal, der er uafhængige af de ydre påvirkningers størrelse. Jord adskiller sig herfra, da kohæsiionsleddet ofte kun udgør en forsvindende del af den samlede brudstyrke. Det er altså nødvendigt at indføre friktionsbidraget for på rimelig måde at kunne beregne sikkerheden mod brud i jord.

Idet vi i det følgende udelukkende betragter vandmættet jord, fordeler de totale spændinger sig som kontaktryk mellem kornene og porevandstryk:

$$\sigma = \bar{\sigma} + u$$

Da stillestående vand ikke kan overføre forskydningskræfter, må Coulombs brudbetingelse principielt skrives:

$$\tau_f = c + \bar{\sigma}_f \tan \varphi \quad 8.8$$

c og φ må findes ved forsøg, da de varierer fra jordart til jordart. For samme jordart afhænger c og φ af en række faktorer, hvoraf de vigtigste er jordens spændingshistorie, spændingsniveauet og tøjningernes størrelse.

I 1937 antog Hvorslev, at c og φ for en given jordart kun afhang af pore-tallet. Formel 8.8 kan herefter omskrives til:

$$\tau_f = c_r + \bar{\sigma}_f \tan \varphi_r \quad 8.9$$

hvor c_r og φ_r benævnes de virkelige styrkeparametre. Hvorslev antog, at φ_r var konstant, medens c_r kunne skrives

$$c_r = k \exp(-e/B) \quad 8.10$$

hvor k og B er karakteristiske størrelser for en given jordart.

Hvorslevs antagelse kan dog ikke benyttes for sand, hvor φ afhænger af poretalet.

Det er imidlertid vanskeligt at udføre forsøg med forskellige værdier af $\bar{\sigma}$ uden samtidig at ændre poretalet og det bliver derved vanskeligt at bestemme Hvorslevs styrkeparametre (formel 8.9). Man opskriver i stedet den effektive brudbetingelse:

$$\tau_f = \bar{c} + \bar{\sigma}_f \tan \bar{\varphi} \quad 8.11$$

der gælder for varierende poretal. Denne formel er langt lettere at anvende i praksis end 8.9. \bar{c} og $\bar{\varphi}$ benævnes de effektive styrkeparametre, idet de benyttes i forbindelse med de effektive spændinger. Formlen er særlig anvendelig for sand og for drænedede tilstande i ler. Poretrykket skal nemlig være kendt, således at de effektive spændinger kan beregnes. Den drænedede tilstand kaldes også for langtidstilstanden.

NORMALKONSOLIDERET LER.

I en normalkonsolideret ler er der en logaritmisk sammenhæng mellem poretalet e og den effektive belastning $\bar{\sigma}$, således som det fremgår af formel 6.1 eller figur 8.4. Hvorslevs antagelse, der er angivet i formel 8.9, giver en lignende afhængighed mellem e og c_r , således som vist på midterste afbildning i figur 8.4. De to linier viser sig med god tilnærmelse at have samme hældning, og man har altså

$$\log \bar{\sigma} - \log c_r = \text{konst.} \quad \text{eller} \quad c_r = H \cdot \bar{\sigma} \quad 8.12$$

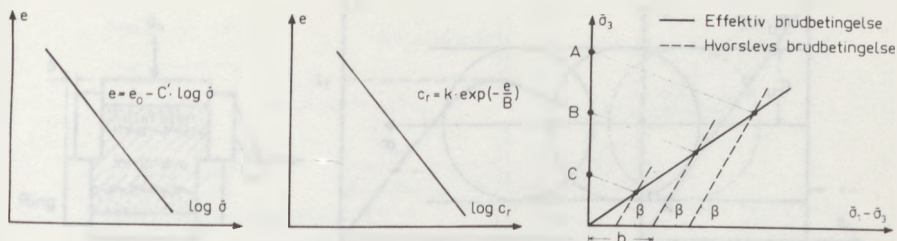
hvor H er en konstant for en given lerart. Der er altså proportionalitet mellem den virkelige kohæsion og den effektive spænding.

Indsættes formel 8.12 i Hvorslevs brudbetingelse (formel 8.9) fås:

$$\tau_f = c_r + \bar{\sigma} \tan \varphi_r = \bar{\sigma} (\tan \varphi_r + H) = \bar{\sigma} \tan \bar{\varphi} \quad 8.13$$

idet konstanten $\tan \varphi_r + H$ sættes lig med $\tan \bar{\varphi}$. Formlen viser, at den effektive kohæsion er nul for normalkonsolideret ler.

Dette forhold er yderligere illustreret på figur 8.4 til højre. Der ses tre forsøg med begyndelsestilstandene A, B og C svarende til tre forskellige poretal. Brudtilstandene er vist punkteret. Ved tynd streg ses spændingsforløbet under forsøgene, der er udført med konstant poretal. De tre brudpunkter ligger på en ret linie gennem nulpunktet, da $\bar{c} = 0$.



Figur 8.4 Normalkonsolideret lers styrkeforhold.

FORKONSOLIDERET LER.

I en forkonsolideret leraflejring varierer poretalet kun lidt med $\bar{\sigma}$, således som det fremgår af figur 6.5. Antages poretalesændringen at være betydningsløs, bliver den effektive brudbetingelse lig med Hvorslevs brudbetingelse. I praksis er der altid en lille forskel mellem de to udtryk, men man ser umiddelbart, at forbelastet ler altid har en effektiv kohæsion.

LER I KORTTIDSTILSTANDEN:

I visse tilfælde kender man ikke fordelingen mellem de effektive og de neutrale spændinger. Dette er ofte tilfældet i den såkaldte korttidstilstand, der er udrænet, og som optræder lige efter en belastningsændring.

Man opstiller i dette tilfælde brudbetingelsen med totale spændinger:

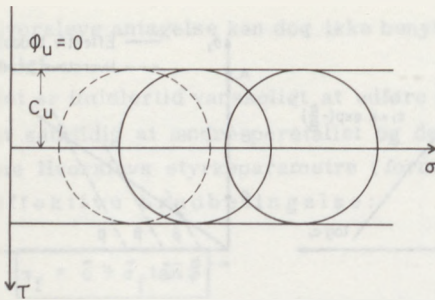
$$\tau_f = c_u + \sigma_f \tan \varphi_u$$

hvor index u markerer den udrænedede tilstand. Formlen kan forenkles for vandmættet jord.

Vi forestiller os en vandmættet prøve, der er påført de totale spændinger σ_1 og σ_3 , men poretrykket u er ukendt. Man kan derfor tilsyneladende ikke anvende Hvorslevs brudbetingelse (formel 8.9). Ganske vist er c_r og φ_r konstante, fordi poretalet ikke ændres i den udrænedede tilstand, men man kender ikke de effektive spændinger.

Spændingerne kan imidlertid opdeles i et alsidigt virkende tryk σ_3 og en differensspænding $\sigma_1 - \sigma_3$, der kan betragtes hver for sig.

Det ses umiddelbart, at den effektive og totale differensspænding er ens



Figur 8.5 Mohrs cirkler for udrænet brud i ler.

og uafhængig af poretrykket u :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\bar{\sigma}_1 + u) - (\bar{\sigma}_3 + u) = \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3$$

En variation i det alsidige tryk σ_3 med konstant $\sigma_1 - \sigma_3$ overføres ifølge Skemptions poretryksformel 7.14 som en variation i u , således at det effektive tryk $\bar{\sigma}_3$ ikke påvirkes af det totale alsidige tryk σ_3 .

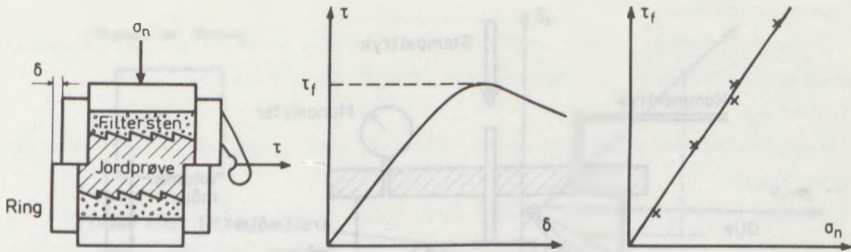
Under brudforsøget forløber de effektive spændinger derfor uafhængigt af de ydre, totale spændinger og i brud får τ_f derfor en bestemt værdi, der er uafhængig af de totale spændinger. Figur 8.5 viser de Mohrske cirkler for bruttilstande med samme poretal. Cirklerne for totale spændinger er fuldt optrukne, mens de fælles effektive spændinger er angivet ved en stiplet cirkel. Man får således:

$$\tau_f = c_u = 1/2(\sigma_1 - \sigma_3) \quad 8.14$$

c_u kaldes den udrænedede forskydningsstyrke og omtales i afsnit 8.6.

8.3 Måling af jords styrke

Måling af jords styrke i laboratoriet foretages i to forskellige apparat-typer, den såkaldte simple skæreboks og triaxialapparatet. Skæreboksen be-tragtes her i landet som forældet, men finder endnu anvendelse i udlandet. Triaxialapparatet er det bedste apparat, vi i dag kan benytte til undersøgelse af jords styrkeforhold.



Figur 8.6 Skæreboxforsøg.

SKÆREBOXAPPARATET

På figur 8.4 ses en såkaldt skærebox. Prøven er indesluttet i en ring eller kasse mellem to filtersten ligesom i et konsolideringsapparat og kan belastes lodret med en "normalkraft". Ringen er skåret over, således at man ved at bevæge den øvre del i forhold til den nedre del får "skåret" prøven over i to dele langs en bestemt flade.

Den maximale trækraft giver forskydningspændingen i brud τ_f , og ved gentagne forsøg med andre værdier af σ_n kan optegnes et diagram som vist til højre på figur 8.4, hvor forsøgsresultaterne tilnærmelsesvis ligger på en ret linie. Liniens hældning antages almindeligvis at svare til $\tan \phi$.

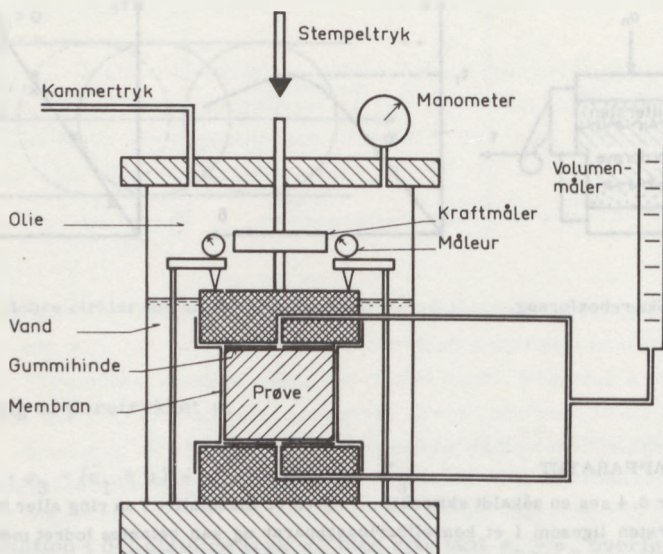
Fortolkningen af skæreboxforsøget er imidlertid mere kompliceret, således som angivet af Bent Hansen (1961).

Fejlmulighederne er isvrigt talrige (blandt andet kendes ikke den vandrette normalspænding), og man har derfor i de fleste lande forladt denne forsøgstype.

TRIAXIALAPPARATET

Der findes flere typer triaxialapparater, og i det følgende vil blive gennemgået den type, der i dag må anses for den bedste.

Den jordprøve, hvis styrke ønskes bestemt, tildannes således, at den bliver cylindrisk med en diameter, der er lig med prøvehøjden. I apparatet, der er vist på figur 8.7, står prøven lodret og er indesluttet i en tæt gummimembran. På prøvens ender er anbragt trykhoveder, der er gjort næsten helt glatte ($\mu < 0,02$) ved hjælp af siliconesmurte gummihinder, hvorved prøven under et forsøg kan bevare sin cylindriske form omtrent til brud. Gennem et filtersystem står prøvens porevand i forbindelse med en burette, hvorpå volumændringer kan aflæses. Højdeændringer måles med måleure.



Figur 8.7 Principskitse af triaxialapparat.

Det er normalt let at tildele og anbringe en lerprøve i et sådant apparat. Det er imidlertid også muligt at fremstille en cylindrisk sandprøve i en form og holde prøven sammen under opstillingen ved hjælp af et lille undertryk. Triaxialapparatet kan altså benyttes både til sand- og lerprøver.

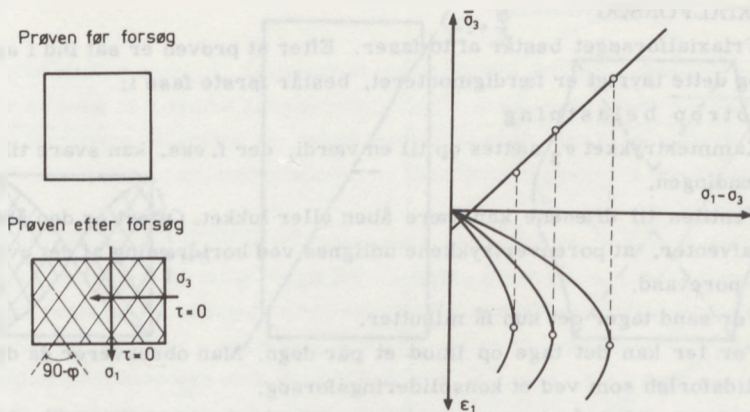
Prøven er anbragt i et cirkulært kammer med plexiglasvæg. Kammeret er fyldt med en vædske, der kan sættes under tryk og give prøven en alsidig påvirkning (en såkaldt isotrop påvirkning). Trykket kan aflæses på et manometer.

Herudover kan prøven belastes i lodret retning gennem et stempel, der er ført ned gennem kammerets topdæksel. Med en kraftmåler anbragt i selve trykkammeret måles den lodrette belastning på prøven.

Den lodrette spænding vil altid være den største hovedspænding σ_1 , og kammertrykket den mindste hovedspænding σ_3 .

Da kammertrykket påvirker prøven i såvel vandret som lodret retning, svarer stempeltrykket til $\sigma_1 - \sigma_3$.

Under forsøg aflæses samhörørende værdier af følgende størrelser:



Figur 8.8 Resultater af brudforsøg i triaxialapparat.

- σ_3 kammertrykket
- u poretrykket i prøven
- $\sigma_1 - \sigma_3$ stempeltrykket
- ϵ_1 prøvens lodrette tøjning
- ϵ_v volumenændringen

Ved et brudforsøg belastes prøven med en voksende stempelkraft, mens kammertrykket normalt holdes konstant. Forsøget kan give en arbejdskurve som vist i nederste diagram til højre på figur 8.8, og under forsøget vil prøven deformeres som en cylinder. I nogle tilfælde bliver prøven dog tøndefor­met.

Hvis prøven forbliver cylindrisk, er deformationstilstanden ensformig, og dermed er det sandsynligt, at spændingstilstanden også er det. De målte størrelser repræsenterer følgelig værdier, der gælder for hver lille del af jordprøven. Den på figur 8.7 viste udformning af triaxialapparatet kan derfor også benyttes til et studium af jords deformationsegenskaber.

Det er dog en forudsætning for prøvens ensformige spændingstilstand, at såvel trykhoveder som membran ikke kan overføre forskydnings­spændinger. Kun i dette tilfælde kan prøvens begrænsninger være hovedsnit, således at grænsebetingelserne er opfyldt.

Udføres flere forsøg med forskellige kammertryk, og afbildes brudvær­dierne som funktion af kammertrykkene, som vist i øverste diagram til højre i figur 8.8, fås en afbildning, hvoraf friktionsvinkel og kohæsion kan bestem­mes i henhold til figur 8.3.

TRIAXIALFORSØG

Triaxialforsøget består af to faser. Efter at prøven er sat ind i apparatet, og dette iøvrigt er færdigmonteret, består første fase i:

1. Isotrop belastning

Kammertrykket σ_3 sættes op til en værdi, der f. eks. kan svare til in situ spændingen.

Ventilen til drænene kan være åben eller lukket. Oftest er den åben, og man afventer, at poreovertrykkene udlignes ved bortdræning af det overskydende porevand.

For sand tager det kun få minutter.

For ler kan det tage op imod et par døgn. Man observerer da dræningens tidsforløb som ved et konsolideringsforsøg.

Anden fase består i:

2. Brudforsøg

Stempeltrykket $\sigma_1 - \sigma_3$ påføres prøven med konstant stempelhastighed, og alt efter hvor stor denne hastighed er, eller om drænet er åbent eller lukket, taler man udrænede eller drænede forsøg.

Fase 1 kan altså være konsolideret eller ukonsolideret, og fase 2 kan være drænet eller udrænet.

De ialt 4 forskellige forsøgstyper benævnes med et bogstav pr. fase og mulighederne er:

Type 1. CD Fase 1: konsolideret

Fase 2: drænet

Type 2. CU Fase 1: konsolideret

Fase 2: udrænet

Type 3. UU Fase 1: ukonsolideret

Fase 2: udrænet

(Type 4. UD Fase 1: ukonsolideret

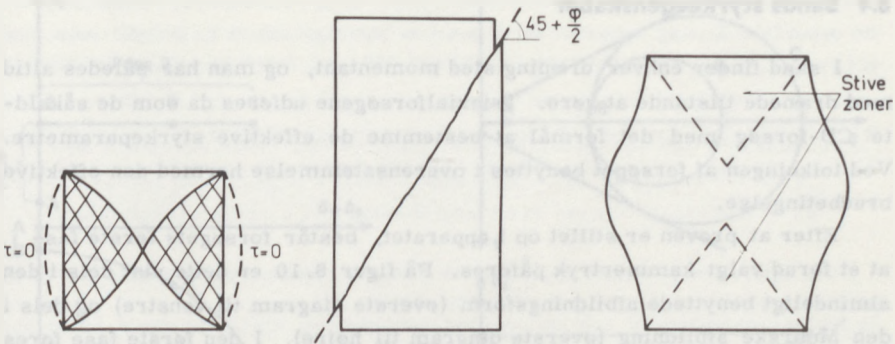
Fase 2: drænet)

Type 4 er ikke mulig, da fase 1 konsoliderer under fase 2.

Det må nævnes, at faserne kan udføres temporerede, således at tilstanden hverken er drænet eller udrænet. Dette udnyttes dog normalt ikke.

NORMAL UDFORMNING AF TRIAXIALAPPARATET.

De fleste triaxialapparater anvender endnu prøver med dobbelt så stor højde som diameter og med ru trykhoveder for enderne af prøven. Denne prøvemethode vil i de fleste tilfælde give for små styrkeparametre, selvom afvigelserne ikke altid er af væsentlig betydning. Derimod kan deformations-



Figur 8.9 U hensigtsmæssige brudformer.

målingen kun anvendes til at optegne en arbejdskurve, men de målte deformationer svarer ikke til ensformige tilstande og kan derfor ikke tolkes. Normalt anvendes et sådant triaxialapparat da også kun til bedømmelse af jords styrke.

Der er to hovedårsager til de omtalte fejl.

Den første er, at filterstenene delvis forhindrer prøvedvidelsen. Prøvens endeflader påføres en forskydningskraft, og spændingstilstanden bliver ikke homogen. Hvis prøven har samme dimensioner som tidligere, fås brudlinier, der er krumme, og en del af prøven kommer slet ikke i brud, således som vist til venstre på figur 8.9.

Den anden fejlmulighed indføres ved at anvende for stor prøvehøjde, således som vist midtfor på figur 8.9. Herved tillades udviklingen af en enkelt brudflade eller smal brudzone, hvor alle deformationer foregår, mens de tilstødende dele af prøven forbliver intakte. Hvis man f. eks. søger at holde det gennemsnitlige vandindhold i prøven konstant ved at lukke drænene, betyder det blot, at vandet kan bevæge sig fra nogle dele af prøven til andre. Som vi senere skal se, udvider forbelastede lerarter sig under brud. Herved suges vand ind i brudfladen fra de omliggende dele, og styrken falder. I denne type forsøg kan styrkeparametrene derfor undervurderes ved udrænedede forsøg, hvor drænene er lukkede. De målte brudværdier kan i sådanne tilfælde falde helt til en trediedel af de korrekte.

Hvis lerprøven er normalkonsolideret, kan prøven dog også få det til højre på figur 8.9 skitserede udseende. Her er fejlene ikke nær så store.

8.4 Sands styrkeegenskaber

I sand finder enhver dræning sted momentant, og man har således altid med drænedede tilstande at gøre. Triaxialforsøgene udføres da som de såkaldte CD-forsøg med det formål at bestemme de effektive styrkeparametre. Ved tolkningen af forsøget benyttes i overensstemmelse hermed den effektive brudbetingelse.

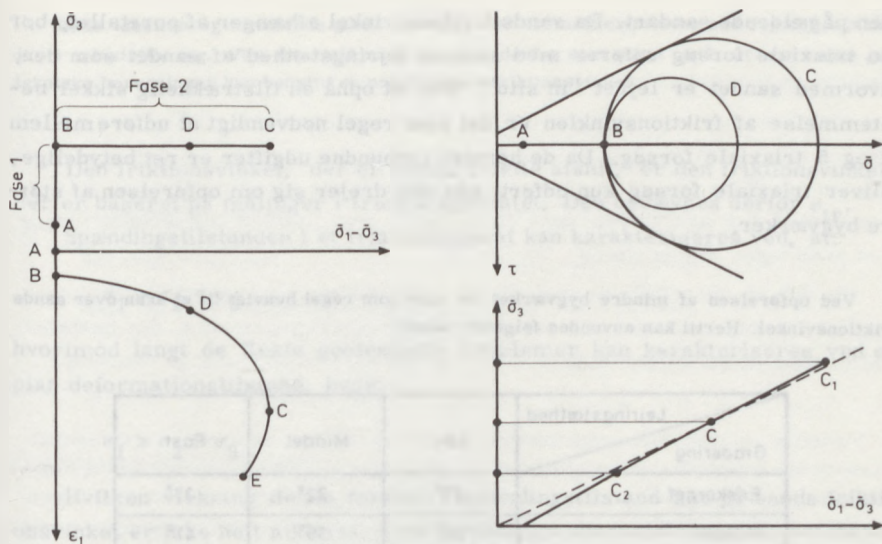
Efter at prøven er stillet op i apparatet, består forsøgets første fase i, at et forud valgt kammertryk påføres. På figur 8.10 er dette vist dels i den almindeligt benyttede afbildningsform (øverste diagram til venstre) og dels i den Mohrske afbildning (øverste diagram til højre). I den første fase føres prøven fra punkt A til punkt B. Punkt A falder ikke sammen med nulpunktet, fordi prøven under opstillingen holdes sammen af et lille undertryk i prøven. Tilstand B er i Mohr's diagram kun et punkt, fordi påvirkningen er alsidig.

Herefter udføres forsøgets anden fase i form af et drænet brudforsøg. Med fastholdt kammertryk øges stempeltrykket med konstant hastighed af stemplet, hvorved prøven føres fra tilstand B til C over D. τ forøges, indtil Mohr's cirkel netop berører brudtangente. Herefter indtræder en svækkelse af prøven til punkt E, således som det fremgår af forsøgets arbejdskurve nederst til venstre på figur 8.10.

Punkt C repræsenterer brudtilstanden. Forsøget kan nu gentages med andre værdier af kammertrykket. Afbildes brudværdierne $(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3)_f$ som funktion af de respektive kammertryk $\bar{\sigma}_3$, således som vist nederst til højre på figur 8.10, skal disse punkter ligge på en ret linie ifølge Coulombs brudbetingelse. Af afbildningen findes \bar{c} og $\bar{\varphi}$ ifølge formlerne på figur 8.3.

Det har ved forsøg i de gængse triaxialapparater vist sig, at man næsten altid finder en kohæsion, der er større end nul, men som dog er temmelig lille. Kohæsionen viser sig at afhænge af lejringsstæthed, således at en løs lejrings kan fremtræde som et rent friktionsmateriale ($\bar{c} = 0$), mens faste lejring kan have en effektiv kohæsion på op mod 10 kN/m^2 . Nyere undersøgelser med store sandprøver synes at vise, at kohæsionen er en skalaeffekt og må påregnes at være meget mindre i praksis. Man har dog altid ved resultaternes udnyttelse i geotekniske beregninger set bort fra den målte kohæsion og dermed for visse lejringsstætheder eventuelt opnået en lille ekstra sikkerhed.

Funderingsnormerne tillader at forhøje friktionsvinklen lidt, hvis man sætter $\bar{c} = 0$. Det vil sige, at man ved tolkningen af en forsøgsserie lader den rette linie, der repræsenterer brudbetingelsen, gå gennem nulpunktet (den punkterede linie i nederste diagram til højre på figur 8.10).



Figur 8.10 Resultater af triaxialforsøg med sand.

Sand betragtes altså normalt som et rent friktionsmateriale.

Hvis man med samme sandsort udfører forsøgsserier med forskellige poretal, vil man se, at jo tættere lejringen er, desto større bliver friktionsvinklen. For sand og grus kan dette udtrykkes ved den såkaldte Kerisel's formel:

$$e \tan \varphi = C \tag{8.15}$$

hvor C er en karakteristisk konstant for den pågældende sandart. C antager normalt værdier mellem 0,4 og 0,5.

Sammenlignes forsøgsserier med forskellige sandsorter vil man bemærke, at graderingen spiller en stor rolle. Et mål for graderingen er det såkaldte uensformighedstal U. Jo større dette tal er, desto større er forskellen på de enkelte korns diametre, og jo tættere kan lejringen derfor blive.

Også kornform og kornstørrelse antages almindeligvis at have nogen indflydelse, selv om dette ikke er så udtalt.

Ved opførelse af større bygværker på sandaflejninger bør sandets friktionsvinkel principielt altid bestemmes ved udførelse af triaxiale forsøg med

den pågældende sandart. Da sands friktionsvinkel afhænger af poretallet, bør de triaxiale forsøg udføres med samme lejringstæthed af sandet som den, hvormed sandet er lejret "in situ". For at opnå en tilstrækkelig sikker bestemmelse af friktionsvinklen er det som regel nødvendigt at udføre mellem 3 og 5 triaxiale forsøg. Da de hermed forbundne udgifter er ret betydelige, bliver triaxiale forsøg kun udført, når der drejer sig om opførelsen af større bygværker.

Ved opførelsen af mindre bygværker er man som regel henvist til et skøn over sands friktionsvinkel. Hertil kan anvendes følgende tabel:

Lejringstæthed		Gradering		
		Løs	Middel	Fast
Enskornet		27°	32°	37°
Middel		29°	35°	41°
Uensornet		30°	37°	44°
Tillæg for :				
Fint grus :		1°		
Groft grus :		2°		
Fradrag for :				
Afrundede korn :		3°		
Meget runde korn :		5°		

På det i skemaet angivne grundlag bør der aldrig regnes med friktionsvinkler større end 45°.

Har man i laboratoriet undersøgt sandets klassifikationsegenskaber, altså uensformighedstallet U samt den relative lejringstæthed I_D , kan man anvende følgende formel, der er opstillet på grundlag af funderingsnormerne:

$$\varphi_{tr} = 30^\circ - 3/U + (14 - 4/U)I_D \quad 8.16$$

Udtrykket gælder for ret skarpe korn. For afrundede korn fratrækkes 3°.

φ_{tr} afhænger altså af uensformighedstallet U og den relative lejringstæthed I_D . Uensformighedstallet repræsenterer imidlertid det interval, poretallet kan ligge i. Jo større uensformighedstal desto mindre er det maksimale og minimale poretal. Den relative lejringstæthed angiver, hvor i intervallet det naturlige e ligger. Det er derfor nærliggende at opstille en skønformel, der indeholder e istedet for U og I_D . e bør altid bestemmes for en sand, medens U og I_D må betegnes som ekstra undersøgelser.

Det viser sig, at der kan opstilles en formel, der ligner formel 8.15 og passer lige så godt med en række triaxialforsøg som formel 8.16 gør:

$$\sqrt{e} \tan \varphi_{tr} = 0,56 \quad 8.17$$

Både tabellen og formlerne giver værdier, der normalt er mindre end de, der kan måles i triaxialforsøg. Ved triaxialforsøg kan man derfor som regel opnå, at man i sine geotekniske beregninger kan benytte en noget højere friktionsvinkel.

Den friktionsvinkel, der er omtalt i dette afsnit, er den friktionsvinkel, der er baseret på målinger i triaxialapparatet. Den benævnes derfor φ_{tr} .

Spændingstilstanden i et triaxialapparat kan karakteriseres ved, at:

$$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$$

hvorimod langt de fleste geotekniske problemer kan karakteriseres ved en plan deformationstilstand, hvor:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Hvilken virkning denne forskel i spændingstilstand har på sands friktionsvinkel er ikke helt afklaret, men forskellige overvejelser, som refereres i afsnit 8.8, har ført til, at man har indført en plan friktionsvinkel φ_{pl} , der benyttes ved praktiske plane problemer:

$$\varphi_{pl} = 1,1 \varphi_{tr} \quad 8.18$$

Såvel formlen 8.15 som tabellen giver φ_{tr} , således at man ved næsten alle geotekniske problemer må benytte formel 8.18 for at finde φ_{pl} .

Tidligere satte man ofte sands friktionsvinkel lig dets skræntvinkel. Da skræntvinklen for tørt og vandmættet sand nogenlunde svarer til friktionsvinklen i løs lejrning, mens samtidig skræntvinklen for fugtigt sand kan blive meget større, er dette helt misvisende. Det var endvidere tidligere almindeligt at regne friktionsvinklen mindre for vandmættet sand end for tørt sand med samme lejringsæthed. Dette er ligeledes misvisende, idet nyere forsøg har vist, at vandets tilstedeværelse i porerne på ingen måde har nogen "smørende" virkning på friktionen mellem sandkornene.

De effektive spændingers betydning for forskydningsstyrken er tidligere fremhævet. Har man at gøre med tørt sand, opstår der ingen problemer, da de totale og de effektive spændinger er lige store. I fugtigt (men ikke vandmættet) sand er der på grund af kapillar-spændingerne undertryk i porevandet, således at de effektive spændinger er større end de totale spændinger. Som følge heraf vil fugtigt sand besidde en større forskydningsstyrke end tørt sand, hvilket bl.a. giver sig udtryk i, at fugtigt sand i modsætning til tørt sand kan stå med en vis lodret skrænthøjde. I vandmættet sand må man som bekendt kende poretrykket for at kunne beregne de effektive spændinger og dermed forskydningsstyrken. Som tidligere omtalt er der dog normalt ingen vanskeligheder forbundet hermed, da sandet på grund af dets relativt store permeabilitet udligner trykniveauforskelle så hurtigt, at kun et drænet brud kan blive aktuelt.

8.5 Lers styrkeegenskaber

DRÆNEDE BRUDFORSØG

Man kan som vist på figur 8.11 med lerprøver udføre CD-forsøg på samme måde som med sandprøver, blot med den forskel, at forsøgene må udføres særdeles langsomt, for at poretrykkene kan nå at bortdræne. Et CD-forsøg med ler kan derfor tage flere uger, hvorimod et tilsvarende forsøg med sand tager et par timer.

Da det er de effektive spændinger, der måles, og poretallets variation indgår i forsøgsresultatet, er det de effektive styrkeparametre, der bestemmes (svarende til formel 8.11).

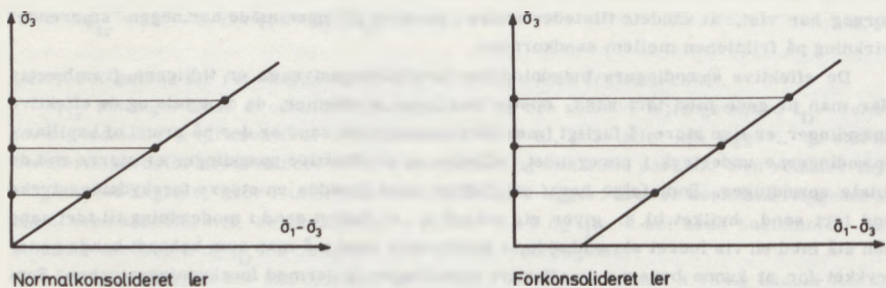
I praksis er styrkeforholdene ikke helt så simple som teorien foregiver. De normalkonsoliderede lerarter er ofte meget svage og de tillægsspændinger, der kan tillades fremkaldt af en konstruktion, er ganske små. For små spændingsniveauer er styrkeparametrene c og φ ikke hensigtsmæssige, og man får således ganske overraskende resultater for meget dyndede prøver (f. eks. $\varphi = 40^\circ$ for en dyndet tørvejord med et vandindhold på 100-200%). For meget dyndede jordarter er det dog altid konstruktionens deformationer, der er dimensionsgivende.

Som eksempel på styrkeparametre for normalkonsoliderede lerarter af en vis styrke fås:

Postglacialt ler, siltrigt med $w = 50\%$: $\bar{\varphi} = 27^\circ$, $\bar{c} \sim 5 \text{ kN/m}^2$ og $c_v = 50 \text{ kN/m}^2$

Senglacialt ler, ret fedt med $w = 25\%$: $\bar{\varphi} = 25^\circ$, $\bar{c} \sim 0$ og $c_v = 150 \text{ kN/m}^2$

Betydningen af c_v fremgår af afsnit 8.6.



Figur 8.11 Resultater af CD-forsøg med ler.

En forsøgsserie på en forkonsolideret ler ses til højre på figur 8.11. Den effektive kohæsion er så stor, at den yder et væsentligt bidrag til jordtryk og til bæreevnen af fundamenter. I det følgende gives nogle eksempler på styrkeparametre for forkonsoliderede lerarter:

Stærkt forkonsolideret moræneler:	$\bar{\varphi} = 33^{\circ}$	$\bar{c} = 70 \text{ kN/m}^2$
Lillebæltsler (tertiær):	$\bar{\varphi} = 16^{\circ}$	$\bar{c} = 40 \text{ kN/m}^2$
Septarieler (tertiær):	$\bar{\varphi} = 17^{\circ}$	$\bar{c} = 60 \text{ kN/m}^2$
Slapt, let forkonsolideret moræneler:	$\bar{\varphi} = 30^{\circ}$	$\bar{c} = 10 \text{ kN/m}^2$

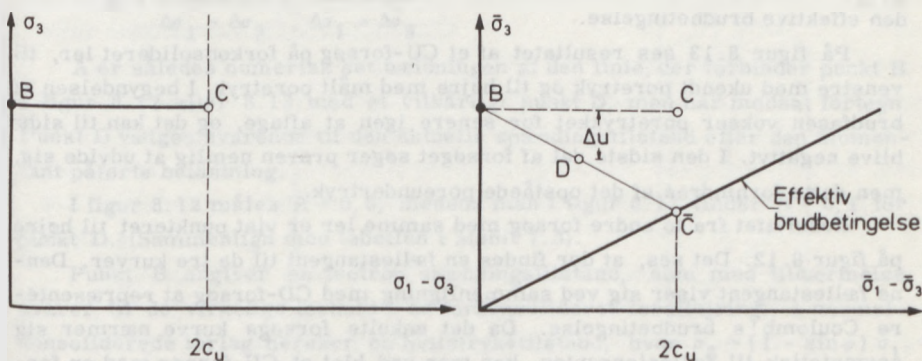
Septarieler og lillebæltsler er sprækkende lerarter, som nærmere omtalt i afsnit 8.6. Dette er grunden til den lave friktionsvinkel.

UDRÆNEDE BRUDFORSØG

På lerprøver udføres normalt CU-forsøg, altså forsøg, hvor anden fase er udrænet. Herved opnås en væsentlig nedsættelse af forsøgets varighed, og et sådant forsøg kan udføres på et døgn.

I anden fase er drænen lukkede, og forsøgshastigheden kan derfor være stor, afhængig af den ønskede målenøjagtighed. De målte påvirkninger på prøven giver de totale spændinger, og da de effektive spændinger er ukendte, anvendes den totale brudbetingelse (formel 8.14).

På figur 8.12 ses resultatet af et forsøg med normalkonsolideret ler. Første fase er en isotrop konsolidering under en alsidig spænding (punkt B), som normalt søges sat til middelværdien af de lodrette og vandrette in situ



Figur 8.12 CU-forsøg med normalkonsolideret ler.

spændinger. Anden fase er det udrænedede brudforsøg, der giver brudværdien $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ (punkt C). Ifølge den totale brudbetingelse er $(\sigma_1 - \sigma_3)_f = 2c_u$.

Sammenligner man denne værdi med brudværdien i CD-forsøg med samme kammertryk, vil man for visse lerarter finde, at CU-forsøgene giver de største brudværdier, for andre lerarter kan det modsatte observeres. Det afhænger af de poretryk, der er udviklet i brudtilstanden i CU-forsøget. For normalkonsoliderede lerarter vil der i brud udvikles poreovertryk, men for forkonsolideret ler vil der normalt opstå et poreundertryk.

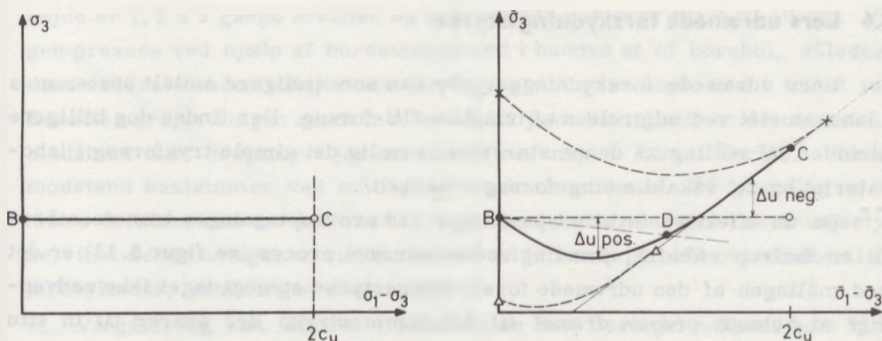
Ønsker man at måle poretrykket under forsøget, må man åbne drænene, men hindre vandet i at løbe ud af prøven, altså holde volumenet konstant. Volumenmåleren må da være et kapillarrør, der kan registrere meget små ændringer. Hvis man derefter sætter et så stort modtryk på kapillarrørets anden ende, at der netop ikke foregår vandbevægelser i dette, må trykkene i hele røret være ens. Poretrykket er da lig med modtrykket, der kan måles under hele forsøget.

En anden måde at finde det effektive kammertryk på består i, at vandoverfladen i kapillarrøret holdes konstant ved at variere kammertrykket σ_3 . Da porevandet er i ro, må trykket i dette være lig med atmosfæretrykket, altså er $u = 0$, og det målte kammertryk er lig det effektive kammertryk. Denne forsøgstype, der kaldes $CU_{u=0}$ -forsøg, anvendes næsten altid her i landet, men er i mange lande helt ukendt.

På figur 8.12 er til højre optegnet resultaterne af det samme forsøg som vist til venstre, men da u nu kendes i ethvert punkt, kan man optegne det effektive spændingsforløb. Brudpunktet \bar{C} ligger nu på den linie, der svarer til den effektive brudbetingelse.

På figur 8.13 ses resultatet af et CU-forsøg på forkonsolideret ler, til venstre med ukendt poretryk og til højre med målt poretryk. I begyndelsen af brudfasen vokser poretrykket for senere igen at aftage, og det kan til sidst blive negativt. I den sidste del af forsøget søger prøven nemlig at udvide sig, men dette forhindres af det opståede poreundertryk.

Resultatet fra to andre forsøg med samme ler er vist punkteret til højre på figur 8.12. Det ses, at der findes en fællestangent til de tre kurver. Denne fællestangent viser sig ved sammenligning med CD-forsøg at repræsentere Coulomb's brudbetingelse. Da det enkelte forsøgs kurve nærmer sig asymptotisk til fællestangenten, kan man ved blot et CU-forsøg med en forkonsolideret ler få en ide om de effektive styrkeparametres størrelse.



Figur 8.13 CU-forsøg med forkonsolideret ler.

MÅLING AF SKEMPTONS PORETRYKSKOEFFICIENT

I afsnit 7.3 blev Skemptions poretryksligning anvendt til at finde poreovertrykket i vandmættet ler i den udrænedede tilstand:

$$\Delta u = \Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)$$

I et CU-forsøg kan man måle A. Forsøgets første fase er en isotrop konsolidering. I den anden fase påføres prøven spændingstilvæksterne $\Delta \sigma_1$ og $\Delta \sigma_3$, og poreovertrykket kan måles. Se f. eks. figur 8.12 og 8.13. Da alle i formlerne indgående størrelse måles, fås:

$$A = \frac{\Delta u - \Delta \sigma_3}{\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3} = \frac{-\Delta \bar{\sigma}_3}{\Delta \bar{\sigma}_1 - \Delta \bar{\sigma}_3} \tag{8.19}$$

A er således numerisk set hældningen af den linie, der forbinder punkt B i figur 8.12 eller 8.13 med et vilkårligt punkt D, men har modsat fortegn. Punkt D vælges svarende til den aktuelle spændingstilstand efter den momentant påførte belastning.

I figur 8.12 måles $A = 0,5$, medens man i figur 8.13 finder $A = 0,1$ for punkt D. (Sammenlign med tabellen i afsnit 7.3).

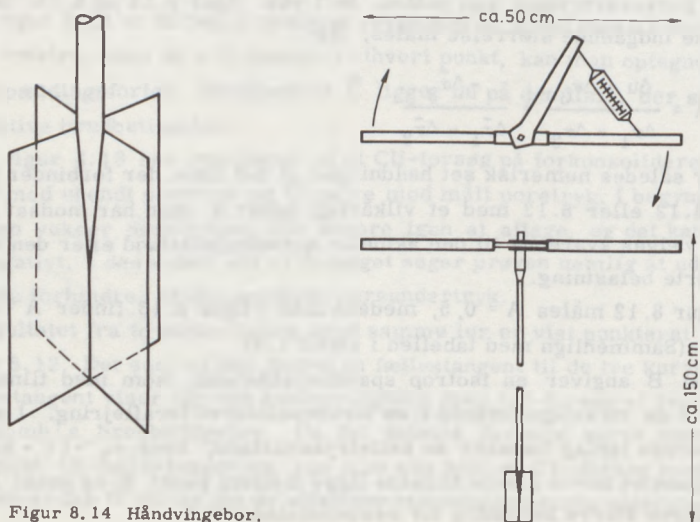
Punkt B angiver en isotrop spændingstilstand, som med tilnærmelse svarer til de virkelige forhold i en forkonsolideret leraflejring. I normal-konsoliderede lerlag hersker en hviletrykstilstand, hvor $\bar{\sigma}_3 \sim (1 - \sin \varphi) \bar{\sigma}_1$. Udgangspunktet burde i dette tilfælde ligge mellem punkt B og punkt D, men det har ingen større betydning for bestemmelsen af A.

8.6 Lers udrænedede forskydningsstyrke

Lers udrænedede forskydningsstyrke kan som tidligere omtalt bestemmes i laboratoriet ved udførelsen af triaxiale CU-forsøg. Der findes dog billigere metoder til måling af denne størrelse, nemlig det simple trykforsøg i laboratoriet og det såkaldte vingeforsøg i marken.

Da de effektive in situ spændinger ved prøveoptagningen transformeres til en isotrop effektiv spænding ved en udrænet proces (se figur 6. 11) er det ved målingen af den udrænedede forskydningsstyrke strengt taget ikke nødvendigt at belaste prøven drænet til det kammertryk, der svarer til in situ spændingen. Hvis man derfor ønsker at bestemme den udrænedede forskydningsstyrke, kan man udføre et såkaldt UU-forsøg. Hertil benyttes normalt ikke et triaxialapparat, da prøven ikke skal påføres sidetryk eller drænes. Man anvender et simpelt trykapparat, hvori prøven indsættes med påsat membran for at forhindre volumenændringer eller udtørring. Prøven trykkes til brud, hvorved man måler den dobbelte udrænedede forskydningsstyrke.

I almindelighed bestemmes den udrænedede forskydningsstyrke imidlertid ved udførelse af vingeforsøg i forbindelse med geotekniske borer. Vingen består som vist på figur 8. 14 af to lodrette, korsstillede plader, som er svejst til enden af en borestang. Her i landet anvendes normalt vinger, hvis



Figur 8. 14 Håndvingebor.

højde er 1,5 a 2 gange bredden og hvis bredde varierer fra 4 til 10 cm. Vingen presses ved hjælp af borestangen ned i bunden af et borehul, således at dens nederste ende trænger mindst 2 gange vingens højde ned i intakt jord. Derefter drejes vingen rundt med en sådan jævn hastighed, at den maksimale modstand mod drejning i jorden nås efter knap 1 minuts forløb. Jordens modstand bestemmes ved måling af torsionsmomentet. På grundlag af det målte torsionsmoment kan man beregne jordens udrænedede forskydningsstyrke, idet denne antages at virke med sin fulde værdi på hele overfladen af den jordcylinder, som vingen drejer løs.

Vingeforsøg kan foruden i forbindelse med boreriger udføres som håndvingeforsøg, således som illustreret på figur 8.14. Håndvingeforsøg kan eksempelvis udføres i bunden af fundamentsudgravninger for at bestemme den intakte styrke af det ler, hvorpå det pågældende byggeri skal funderes.

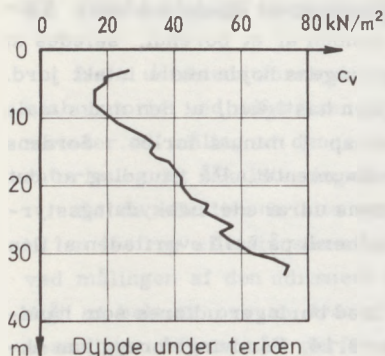
Den udrænedede forskydningsstyrke bestemt ved vingeforsøg benævnes ofte vingestyrken og betegnes med c_v . Svarende hertil betegnes den udrænedede forskydningsstyrke bestemt ved CU-forsøg med c_u .

Der findes endelig en tredje metode til bestemmelse af c_u , der er noget dyrere at anvende, men som til gengæld er næsten helt fejlfri, og som derfor tjener til kontrol af de andre metoder. Denne metode bygger på modelforsøg på cirkulære plader, der støbes fast på en omhyggeligt afrenset leroverflade og trykkes til brud. Som det senere skal omtales i kap.14 måles herved en brudværdi, der er $6c_u$. Det har vist sig, at de forskellige metoder ved omhyggeligt udførte forsøg højst afviger 10%. Det vil sige, at de forstyrrelser, der stammer fra prøveoptagning eller nedramning af vinge, ikke har nogen særlig betydning.

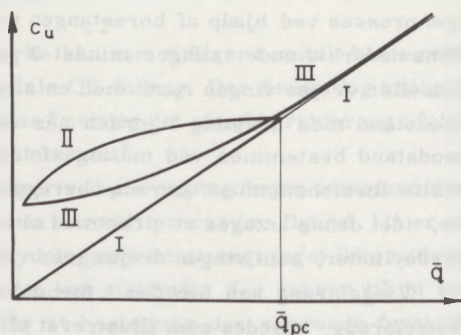
Af figur 8.12 ses, at den udrænedede forskydningsstyrke for en normal-konsolideret leraflejring vokser proportionalt med den effektive spænding eller med dybden.

Forholdet er illustreret på figur 8.15, der viser resultaterne af vingeforsøg foretaget i en aflejring af typisk normalkonsolideret ler ved Göteborg. Af forsøgsresultaterne fremgår det, at der tydeligvis er proportionalitet mellem den udrænedede forskydningsstyrke og dybden. Afvigelsen fra den lineære variation med dybden i den øverste zone skyldes udtørring eller forvitring.

Sammenhængen mellem den udrænedede forskydningsstyrke og den effektive spænding er yderligere belyst på figur 8.16 som kaldes lerets styrkediagram, og hvor man som funktion af den effektive spænding har afsat den udrænedede forskydningsstyrke. Den rette linie I, som kaldes stamkurven, idet den gælder for normalkonsolideret ler, kan udtrykkes ved ligningen:



Figur 8.15 Resultater af vingeforsøg med ler fra Göteborg.



Figur 8.16 Lers styrkediagram.

$$c_{nc} = a_{nc} \bar{q} \quad 0,1 < a_{nc} < 0,5 \quad 8.20$$

hvor c_{nc} er den udrænedede forskydningsstyrke af normalkonsolideret ler, mens a_{nc} er en dimensionsløs koefficient, kaldet styrkekoefficienten. De viste grænser for a_{nc} er ikke undtagelsesfri.

Styrkediagrammet på figur 8.16 er i stor udstrækning analogt med konsolideringsdiagrammet på figur 6.4. Der er naturligvis også en vis sammenhæng mellem de to diagrammer, idet den udrænedede forskydningsstyrke må følge variationen af poretrykket i konsolideringsdiagrammet, eftersom forskydningsstyrken afhænger af, hvor meget lerpartiklerne er presset sammen.

SPRÆKKET LER

Ved "sprækket ler" forstår man ler, hvori der fra naturens hånd forekommer visse "spalteflader" eller "sprækker", langs hvilke leret relativt let vil kunne åbne sig. Sprækker i ler har ikke nogen bestemt orientering, men går uregelmæssigt i alle retninger, dannende "klumper", hvis udstrækning måles i mm eller cm. Sprækker forekommer kun i forkonsolideret ler. Man har i øjeblikket den opfattelse, at sprækkernes opståen skyldes lerets forbelastning, eventuelt i forbindelse med visse kolloidkemiske processer.

Får sprækket ler lejlighed til at opsuge vand - eksempelvis ved at sprækkerne under lerets belastning åbner sig en smule - udblødes leret omkring sprækkerne. Herved mister leret i selve sprækkerne en ikke ringe del af sin styrke.

Hvis et bygværk placeres på en aflejring af sprækket ler, vil der under bygværket kunne udvikle sig et system af brudlinier, der stort set følger lerets sprækkesystem. Bygværkets stabilitetsberegning bør følgelig baseres på forskydningsstyrken af leret langs sprækkefladerne. Konsekvensen er, at dimensioneringen af bygværker på sprækket ler altid bør foretages på grundlag af udrænedede forskydningsstyrker målt i triaxiale CU-forsøg eller ved pladeforsøg i marken, idet brudfladen i disse forsøg vil kunne udvikle sig frit, d. v. s. følge sprækkerne ligesom i naturen.

Hvis vi i sprækket ler udfører et vingeforsøg, vil bruddet ske langs en tvangsflade, som i stor udstrækning vil skære igennem det intakte ler. Det har således vist sig, at vingeforsøg i sprækket ler giver værdier c_v af den udrænedede forskydningsstyrke, som er 3 til 4 gange så store som den værdi c_u , der findes ved CU-forsøg eller pladebelastningsforsøg.

Såfremt man derfor ved stabilitetsundersøgelsen af et bygværk opført på sprækket ler ser sig nødsaget til at basere beregningerne på udrænedede forskydningsstyrker bestemt ved vingeforsøg, bør disse styrker multipliceres med faktoren 0,25.

Som eksempler på typiske danske sprækkede lerarter kan nævnes lillebæltsler og Skive septarieler.

OMRØRT LER

De ovenfor anførte betragtninger har udelukkende drejet sig om den udrænedede forskydningsstyrke af intakt ler. Såfremt en lermasse æltes, sker der normalt en betydelig reduktion af lerets udrænedede forskydningsstyrke. Til karakterisering af denne reduktion indføres begrebet sensitivitet S_t , som er defineret ved forholdet:

$$S_t = \frac{c_{\text{intakt}}}{c_{\text{æltet}}} \quad 8.21$$

Når S_t antager værdier mellem 1 og 2, taler man om lav sensitivitet, mellem 2 og 4 om middel sensitivitet og fra 4 til 8 om høj sensitivitet. Sen-

sitiviteten måles i forbindelse med udførelse af vingeforsøg, idet man efter at have bestemt den intakte forskydningsstyrke c_v drejer vingen 10 fulde omdrejninger, hvorefter forsøget gentages. Herved får man bestemt den æltede forskydningsstyrke c'_v og kan nu beregne sensitiviteten som $S_t = c_v/c'_v$.

Såfremt leret efter æltningen atter lades i ro, vil det med tiden kunne genvinde en væsentlig del af sin styrke. Dette fænomen, som kaldes regeneration, beror på den egenskab hos leret - den såkaldte thixotropi -, at der kan ske vekslende opbygning og nedbrydning af elektrokemiske forbindelser.

Begreberne sensitivitet og regeneration har stor praktisk betydning i forbindelse med ramning af pæle i ler, hvorfor der i afsnit 15.2 skal gives en nærmere redegørelse for disse forhold.

Et indtryk af størrelsesordenen af den udrænede forskydningsstyrke for nogle karakteristiske danske jordarter i vandmættet tilstand kan fås af nedenstående tabel. De angivne grænser må ikke betragtes som undtagelsesfri.

Ved målinger med vingeboret har man en øvre målelig grænse for c_v , givet af styrken af selve vingen. Denne maksimumsværdi er i øjeblikket 700 kN/m^2 , men ved pladeforsøg eller CU-forsøg kan måles endnu højere forskydningsstyrker.

Alm. moræneler	$150 < c_u < \text{maximum}$
Blødt moræneler	$50 < c_u < 150 \text{ kN/m}^2$
Lillebæltsler	$150 < c_v < \text{maximum}$
-- sprækket	$50 < c_u < 400 \text{ kN/m}^2$
Yoldialer	$150 < c_u < 250 \text{ kN/m}^2$
Marint dynd	$5 < c_u$

DELVIS VANDMÆTTET LER

Medens alle naturlige leraflejringer er vandmættede, kan fyld være delvis vandmættet. Her i landet kendes det mest som komprimeret morænelersfyld, i udlandet optræder fyld i forbindelse med dæmningsbyggeri, hvor det kan være et stort problem at fastlægge fyldens styrke. Delvis vandmættet lers udrænede forskydningsstyrke afhænger af den totale spænding, således at der må defineres en udrænnet friktionsvinkel φ_u , der er forskellig fra nul. Det vil dog føre for vidt at gå nærmere i detaljer her, hvorfor der henvises til speciallitteraturen.

8.7 Kort- og langtidstabilitet

BRUDANALYSEMETODER

De forsøgstyper, der er gennemgået foran i dette kapitel, fastlægger de styrkeparametre, der er nødvendige for at kunne dimensionere geotekniske konstruktioner eller bestemme sikkerheden mod brud i jorden. Beregningsmetoderne for forskellige konstruktioner gennemgås i bind 2, og her skal blot redegøres for de styrkeparametre og analysemetoder, der kan anvendes.

I laboratoriet kan de effektive styrkeparametre \bar{c} og $\bar{\varphi}$ bestemmes ved drænedede forsøg eller ved udrænedede forsøg med målt poretryk. Den effektive brudbetingelse (formel 8.11) kan derefter anvendes til beregning af forskydningsstyrken τ_f , når de effektive spændinger er kendte. En brudundersøgelse, der udføres på dette grundlag kaldes en $\bar{c}\bar{\varphi}$ analyse eller effektivspænding analyse.

I vandmættet silt eller ler kan opstå en udrænet tilstand, hvor poretryk og dermed de effektive spændinger ikke kendes, således at en $\bar{c}\bar{\varphi}$ analyse ikke kan gennemføres. I dette tilfælde kan brudundersøgelsen foretages efter en anden metode, der alene baserer sig på kendskabet til de totale spændinger. Ved udrænedede laboratorieforsøg (eller vingeforsøg) bestemmes de udrænedede styrkeparametre c_u og $\varphi_u = 0$, og ifølge den totale brudbetingelse (formel 8.14) er $\tau_f = c_u$. En undersøgelse foretaget på dette grundlag kaldes en $\varphi=0$ analyse eller totalspænding analyse.

Såfremt poretrykkene måles, kan der også i en udrænet tilstand gennemføres en $\bar{c}\bar{\varphi}$ analyse. De to analysemetoder er blot passende midler til ud fra hvert sit sæt af styrkeparametre at vurdere et og samme brudproblem. I begge tilfælde er forskydningsstyrken τ_f direkte afhængig af de effektive spændingers størrelse, og derfor vil begge metoder også give en sikkerhed mod brud på 1,0, hvis der er brudtilstand i en geoteknisk konstruktion. For sikkerheder større end 1,0 vil de to metoder imidlertid ikke give samme resultat, idet de målte poretryk i $\bar{c}\bar{\varphi}$ analysen da svarer til den aktuelle belastningstilstand i stedet for til brudtilstanden.

$\bar{c}\bar{\varphi}$ analysen er en generelt anvendelig metode. Den er især værdifuld, fordi den direkte viser poretrykkenes betydning for udviklingen i stabiliteten, hvilket ikke gælder $\varphi=0$ analysen. Dens anvendelse i praksis er imidlertid begrænset til tilfælde, hvor poretrykkene er kendt eller kan skønnes med rimelig nøjagtighed.

$\varphi=0$ analysen er mere simpel at udføre. Dens anvendelsesområde er dog begrænset til udrænedede tilstande i vandmættet jord. Dette betyder, at den kun

kan anvendes ved analyse af forholdene umiddelbart efter belastning eller aflastning.

Det skal understreges, at brudanalyser normalt intet udtrykker om de deformationer i jorden, som er nødvendige for at mobilisere de forudsatte styrkeparametre.

KORT- OG LANGTIDSSTABILITET

For at afgøre, hvilket tidspunkt der er mest kritisk for brudstabiliteten af en geoteknisk konstruktion, er det nødvendigt at have kendskab til udviklingen i de parametre, som kontrollerer stabiliteten. Det er i den forbindelse afgørende, hvorledes belastningen på jorden og jordens forskydningsstyrke τ_f ændres med tiden. Forskydningsstyrkens udvikling afhænger af ændringerne i poretrykkene i jorden.

Viser det sig, at tilstanden under eller umiddelbart efter konstruktionens opførelse er mest kritisk, siger man, at korttidsstabiliteten er afgørende. Er forholdene længe efter konstruktionens færdiggørelse derimod mere kritiske, siger man, at langtidsstabiliteten er afgørende.

Sand og grus dræner så hurtigt, at der ved belastning aldrig opstår poreovertryk af betydning. Det er således tilstrækkeligt at undersøge langtidsstabiliteten.

I siltrige aflejringer kan der eventuelt opstå et poreovertryk i takt med belastningsforøgelsen. Da forholdet mellem korttids- og langtidsstabiliteten normalt ikke er kendt, må man ofte gennemføre begge analyser.

I ler optræder ændringer i poretryk i takt med ændringer i belastning. Ved en belastningsændring ændres poretrykket i ethvert punkt i henhold til Skemptions poretryksligning (formel 7.14):

$$\Delta u = \Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) = \Delta u_a + \Delta u_d$$

Formlen gælder for vandmættet jord umiddelbart efter en belastning eller aflastning. I løbet af den efterfølgende konsolideringsperiode ændres poretrykket efterhånden til en stationær værdi.

Som følge af disse ændringer i poretryk og dermed forskydningsstyrken τ_f , vil forholdene umiddelbart efter og længe efter konstruktionens opførelse være forskellige, og man kan ikke generelt fastslå, om kort- eller langtids-

stabiliteten er mest kritisk for en geoteknisk konstruktion i ler. Principielt bør man derfor undersøge begge tilstande.

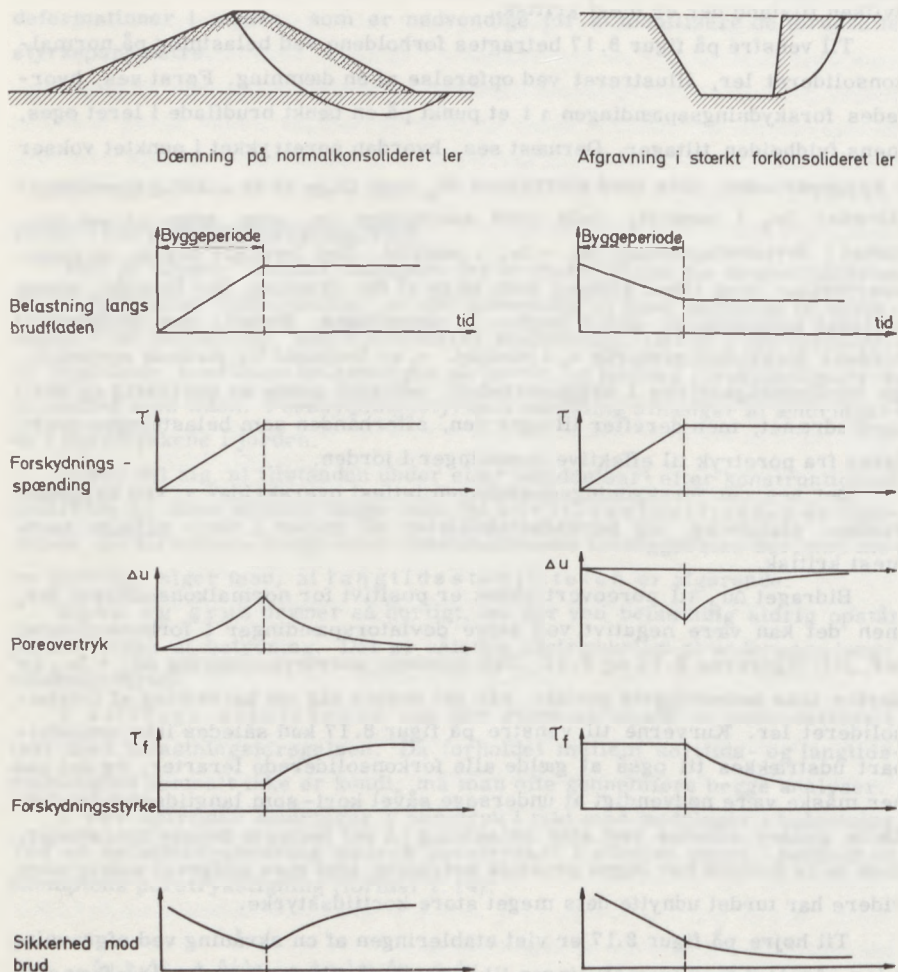
Det kan dog, som det vil fremgå nedenfor, i en række tilfælde forudsiges hvilken tilstand der er mest kritisk.

Til venstre på figur 8.17 betragtes forholdene ved belastning på normal-konsolideret ler, illustreret ved opførelse af en dæmning. Først ses, hvorledes forskydningsspændingen τ i et punkt på en tænkt brudflade i leret øges, mens fyldhøjden tiltager. Dernæst ses, hvordan poretrykket i punktet vokser i byggeperioden: dels med størrelsen Δu_a som følge af en alsidig spændings-tilvækst $\Delta \sigma_3$ i punktet; dels med størrelsen Δu_d som følge af en tilvækst i deviatorspænding $\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3$ i punktet. Det fremgår tillige, at poreovertrykket med tiden aftager som følge af den dræning, der foregår, mens lerlaget konsoliderer under vægten af dæmningen. Endelig ses ændringen i jordens forskydningsstyrke τ_f i punktet. τ_f er konstant lig jordens oprindelige forskydningsstyrke i byggeperioden, såfremt denne er kortvarig og dermed udrænet, men derefter tiltager den, efterhånden som belastningen overføres fra poretryk til effektive spændinger i jorden.

Det ses, at forskydningsspændingen lettest overskrider τ_f ved byggeperiodens afslutning, og korttidsstabiliteten vil derfor i dette tilfælde være mest kritisk.

Bidraget Δu_d til poreovertrykket er positivt for normalkonsolideret ler, men det kan være negativt ved store deviatorspændinger i forkonsolideret ler, jvf. figurerne 8.12 og 8.13. Den samlede poretryksændring $\Delta u_a + \Delta u_d$ er derfor ikke nødvendigvis positiv, når det drejer sig om belastning af forkonsolideret ler. Kurverne til venstre på figur 8.17 kan således ikke umiddelbart udstrækkes til også at gælde alle forkonsoliderede lerarter, og det kan her måske være nødvendigt at undersøge såvel kort- som langtidsstabiliteten. Dette gælder således ved stor belastning på det fasteste danske moræneler, men dette forhold har ingen praktisk betydning, idet man alligevel aldrig uden videre har turdet udnytte dets meget store korttidsstyrke.

Til højre på figur 8.17 er vist etableringen af en skråning ved afgravning i ler. Analogt med fremstillingen til venstre på figuren ses det tidsafhængige forløb af forskydningsspænding τ , poreovertryk Δu og forskydningsstyrke τ_f i et punkt på en tænkt brudflade i jorden. Det fremgår, at poretrykket aftager i afgravningsperioden for derefter at tiltage under den efterfølgende konsolideringsproces, indtil stationære forhold nås. Dette gælder, såfremt den samlede poretryksændring $\Delta u_a + \Delta u_d$ er negativ, men ligesom ved belastning kan det godt forekomme, at de to bidrag Δu_a og Δu_d har forskelligt fortegn. I langt de fleste tilfælde vil Δu_a dog være dominerende (og negativ). Derfor vil



Figur 8.17 Brudsikkerhedens variation med tiden

	Belastning		Aflastning
Konstruktion			
Kritisk tilstand	Korttid		Langtid
Analyse - metode	$\varphi=0$ analyse	$\bar{c}, \bar{\varphi}$ -analyse med målte poretryk	$\bar{c}, \bar{\varphi}$ -analyse

Figur 8.18 Kritiske tilstande for forskellige konstruktioner

forskydningsspændingen lettest overskride τ_f efter konsolideringsperiodens afslutning, og det er kun nødvendigt at undersøge langtidsstabiliteten i dette tilfælde.

Nogle konstruktioner fremkalder i visse dele af jorden aflastninger i andre dele belastninger, og for disse bør såvel korttids- som langtidsstabiliteten undersøges. Dette gælder f. eks. forankrede spunsvægge og andre byggegrubeindfatninger.

Korttidsstabiliteten af en geoteknisk konstruktion i ler eller silt kan som nævnt undersøges enten ved en $\varphi=0$ analyse eller ved en $\bar{c}, \bar{\varphi}$ analyse. $\varphi=0$ analysen er mest benyttet, fordi den regningsmæssigt er mest enkel, men i tilfælde, hvor der udføres kontrolmålinger af poretrykkene under opførelsen af bygværket som f. eks. ved dæmningsbyggeri er $\bar{c}, \bar{\varphi}$ analysen at foretrække.

Langtidsstabiliteten undersøges altid ved en $\bar{c}, \bar{\varphi}$ analyse på grundlag af stationære poretryk.

På figur 8.18 er for en række geotekniske konstruktioner på vandmættet ler givet en oversigt over de tidspunkter, som normalt vil være mest kritiske for konstruktionernes brudstabilitet. Den mest hensigtsmæssige analysemetode er tillige angivet i det enkelte tilfælde. En mere detaljeret behandling af brudanalyser for forskellige konstruktioner er givet af Bishop og Bjerrum (1960).

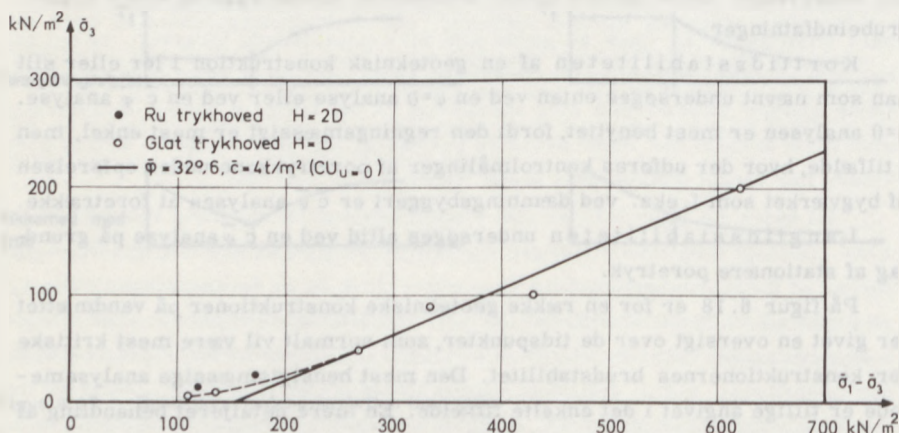
8.8 Specielle styrkeproblemer

SPÆNDINGSNIVEAUETS INDFLYDELSE

Ved tolkning af triaxialforsøg med kohæsive jordarter ($\bar{c} \neq 0$) med små spændingsniveauer viser det sig ofte, at Coulombs brudbetingelse egentlig er for simpelt opbygget til at kunne beskrive brudtilstanden korrekt.

På figur 8.19 ses resultaterne af 8 CD-forsøg med en moræneler. Den indlagte linie angiver brudværdierne fundet ved et antal $CU_{u=0}$ -forsøg med $\sigma_3 > 50 \text{ kN/m}^2$. Denne linie svarer til, at $\bar{\varphi} = 32,6$ og $\bar{c} = 40 \text{ kN/m}^2$. Det ses tydeligt, at for små værdier af kammertrykket er brudværdierne mindre end svarende til Coulombs brudbetingelse. Den korrekte brudbetingelse må derfor give en kurve, der er opad konkav, således som den punkterede linie viser.

Helt det samme fænomen kan observeres for sand, hvis der i forsøgs-serien måles en kohæsion \bar{c} . Dette er illustreret midt for på figur 8.20, hvor der gennem punkter svarende til resultater fra fire forsøg er indlagt en krum kurve, der med tilnærmelse går gennem koordinatsystemets nulpunkt. Indtil for få år siden ville disse fire forsøgsresultater altid være blevet tolket som vist til venstre på figur 8.20 og den målte kohæsion \bar{c} tilskrevet apparatfejl og sat lig nul ved dimensioneringen. Men siden de Beer i 1963 erkendte, at punkternes indbyrdes beliggenhed ikke skyldtes forsøgsspredning, men måtte være en egenskab ved jorden, har man været klar over, at styrkeegenska-



Figur 8.19 Resultater af CD-forsøg med moræneler.

ber afhang af spændingsniveauet, og at de Mohr'ske cirkler altså ikke har en fællestangent men en krum indhyldningskurve.

Af figur 8.20 fremgår det eksempelvis, at det betragtede sand for $\sigma_3=0$ har $\bar{c}=0$ og $\bar{\varphi}=41,9$, mens det for $\bar{\sigma}_3=350 \text{ kN/m}^2$ har $\bar{c}=41 \text{ kN/m}^2$ og $\bar{\varphi}=33,4$. For den føromtalte moræneler er ændringen af styrkeparametrene endnu mere udtalt. Af figur 8.19 fremgår det, at for $\bar{\sigma}_3=0$ er $\bar{c}=0$ og $\bar{\varphi}=90^\circ$.

Disse resultater viser egentlig, at der muligvis for jord kunne opstilles en bedre brudbetingelse end Coulombs. Når man alligevel holder fast ved denne brudbetingelse, skyldes det, at man i praksis næsten altid har spændinger, der er så store, at Coulombs brudbetingelse er en udmærket tilnærmelse. Kun for ekstreme spændingsniveauer vil det være nødvendigt at tage ændringer i de effektive styrkeparametre med i regning.

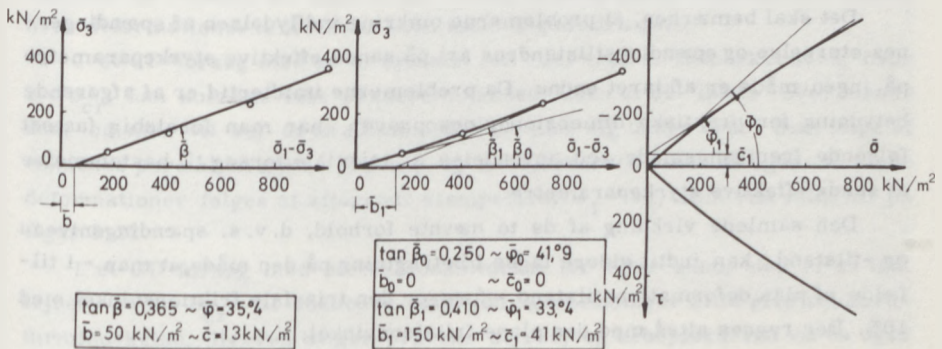
SPÆNDINGSTILSTANDENS INDFLYDELSE

Ved triaxialforsøg i laboratoriet er spændings- og deformationstilstandene aksialsymmetriske på en sådan måde, at:

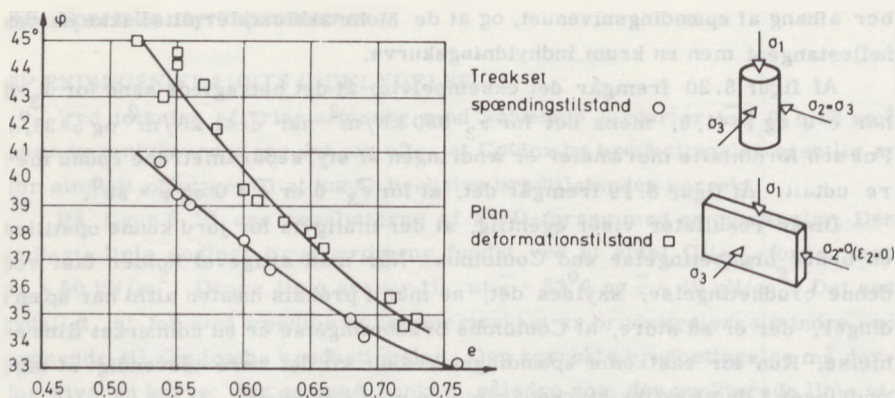
$$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \quad \text{og} \quad \epsilon_1 > \epsilon_2 = \epsilon_3$$

hvorimod langt de fleste geotekniske problemer kan karakteriseres ved en plan deformationstilstand, hvor:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad \text{og} \quad \epsilon_1 > \epsilon_2 = 0 > \epsilon_3$$



Figur 8.20 Resultater af fire triaxiale forsøg med sand.



Figur 8.21 Spændingstilstandens indflydelse på sands friktionsvinkel.

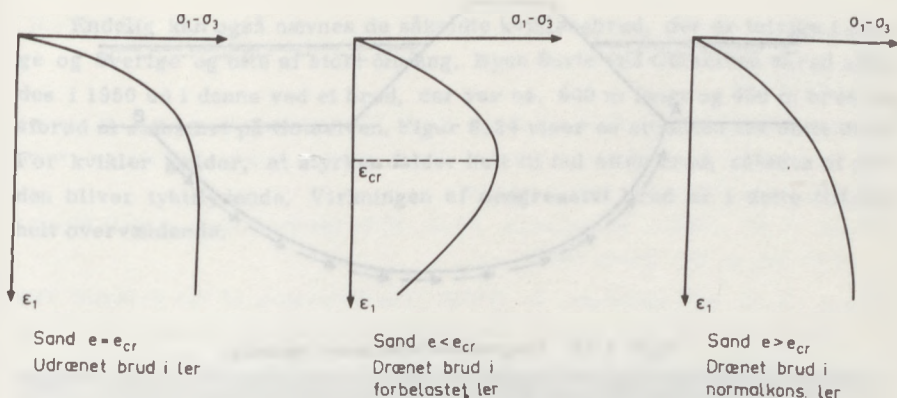
Det har tidligere været antaget, at man kunne se bort fra den mellemste hovedspændings indflydelse på styrkeparametrene, men nyere undersøgelser foretaget af bl. a. Bishop (1961) tyder dog på, at dette ikke er tilladeligt.

Figur 8.21 viser således resultatet af en række forsøg med sand, foretaget dels som konventionelle triaksiale trykforsøg og dels som en art triaksiale trykforsøg i en opstilling, hvor den mellemste hovedspænding blev målt under betingelse af, at der i den mellemste hovedspændingsretning ikke skete længdeændringer. Af figur 8.21 fremgår det, at der er en tydelig forskel på resultaterne af de to typer af forsøg. Størst er forskellen for de faste lejninger, hvor den beløber sig til 4° .

Det skal bemærkes, at problemerne omkring indflydelsen af spændingerne størrelse og spændingstilstandens art på sands effektive styrkeparametre på ingen måde er afklaret endnu. Da problemerne imidlertid er af afgørende betydning for praktiske dimensioneringsopgaver, har man foreløbig fastsat følgende fremgangsmåde ved anvendelse af triaksiale forsøg til bestemmelse af sands effektive styrkeparametre.

Den samlede virkning af de to nævnte forhold, d. v. s. spændingsniveau og -tilstand, kan indtil videre tages i betragtning på den måde, at man i tilfælde af plan deformationstilstand - forøger den triaksiale friktionsvinkel med 10%. Der regnes altså med den plane friktionsvinkel:

$$\varphi_{pl} = 1,1 \varphi_{tr}$$



Figur 8.22 Forskellige former for arbejdskurver.

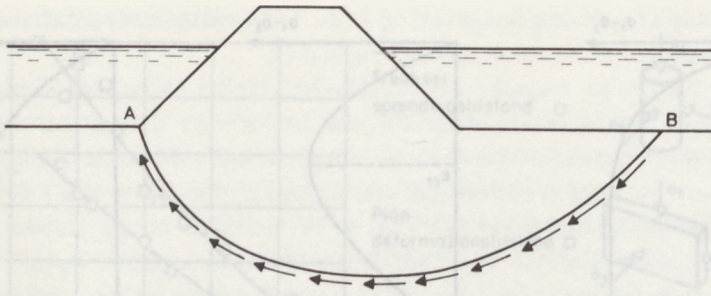
STABILITET I BRUD

I laboratoriet tilstræbes, at bruddet forløber ensformigt over prøven. I naturen forløber bruddet imidlertid sjældent ensformigt, men har en langt mere kompliceret struktur. For at belyse denne forskel er det nødvendigt at se nøjere på arbejdskurverne for laboratorieforsøgene.

Vi betragter først et forsøg uden volumenændringer i brudtilstanden. Det kan eksempelvis være et udrænet forsøg med en ler, men kan også være et forsøg med en sand med et ganske bestemt poretal, der er karakteristisk for den givne sandsort, og som kaldes det kritiske poretal e_{cr} . Forsøget, der kan ses til venstre på figur 8.22, viser at en plastisk tilstand kan opnås, hvor deformationerne forløber uden spændingsændringer.

I et CD-forsøg med en forbelastet ler eller med en tætpakket sand, hvor $e < e_{cr}$, kan kornene ikke passere hinanden, uden at de "løftes" over hinanden, og man vil se, at en sådan prøve udvider sig under brud. Som følge af voksende poretal svækkes prøven, og arbejdskurven viser da også, at store deformationer følges af aftagende stempelkraft $\sigma_1 - \sigma_3$, som vist midt for på figur 8.22.

I et CD-forsøg med normalkonsolideret ler eller sand, der er så løst lejret, at $e > e_{cr}$, vil voksende forskydningsspændinger altid give volumenformindskelse. Herved stiger prøvens styrke, og arbejdskurven vil da også vise langsomt voksende stempelkraft $\sigma_1 - \sigma_3$ selv for store deformationer, således som det ses til højre på figur 8.22.



Figur 8.23 Progressivt brud under dæmning.

På figur 8.23 ses en stærkt forenklet brudfigur i naturen. Man tænker sig, at dæmningens vægt fremkalder en smal gennemgående brudzone i jorden.

Hvis jorden er volumenkonstant i brudtilstanden opnås i ethvert punkt, det τ_f , som kan aflæses af forsøgets arbejdskurve til venstre på figur 8.22, og det er indlysende, at forsøgsværdien er repræsentativ for det, der sker i naturen.

Hvis jorden derimod udvider sig i brudtilstanden, kan man tænke sig, at et brud starter i en lokal svaghed ved punkt A. Efter en vis deformation τ_{cr} (se figur 8.22 midtfor), svækkes jorden her, og andre dele af jorden må overtage noget af belastningen. På denne måde kan hele bruddet efterhånden blive udviklet. Forskydningskraften vil i punkt B netop svare til de styrker, der er fundet i laboratoriet, men i den øvrige del af brudfiguren være relativt mindre og i punkt A være relativt mindst. Et progressivt brud er i virkeligheden dimensionsgivende for konstruktionen, men er meget kompliceret at gennemregne. Normalt kan man dog med god tilnærmelse se bort fra denne mulighed.

I meget løse finkornede sandsorter kan der optræde de såkaldte kviksandsbrud. Poretallet skal være større end e_{cr} . Begynder bruddet i punkt A igen, vil sandet søge at formindske sit volumen og sender derved porevand ud i de omliggende dele. Er sandsorten så finkornet, at dræningen tager tid, opstår der poreovertryk i de omliggende sandmasser. I dette område formindskes de effektive spændinger, og sandets forskydningsstyrke τ_f reduceres. I store dele af sandmassen kan der opstå et kviksandskred af betragteligt omfang. Ved den 66 m høje Fort Peck dæmning i USA skred en sandmasse på 4 mill. m³ bort på denne måde.

Endelig kan også nævnes de såkaldte kviklersbrud, der er talrige i Norge og Sverige og ofte af stort omfang. Byen Surte ved Götaelven skred således i 1950 ud i denne ved et brud, der var ca. 600 m langt og 400 m bredt og afbrød al skibsfart på Götaelven. Figur 8.24 viser en situation fra dette brud. For kvikler gælder, at styrken falder helt til nul efter brud, således at jorden bliver tyktflydende. Virkningen af progressivt brud er i dette tilfælde helt overvældende.



Figur 8.24 Huse i Surte efter kviklersskredet i 1950.

Litteratur

REFERENCER

- De Beer, E. (1965): Influence of the Mean Normal Stress on the Shearing Strength of Sand. Proc. 6. Intern. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng. Vol. I, p. 165-169, Montreal 1965.
- Bishop, A.W. (1961): Discussion, Proc. Fifth Intern. Conf. on Soil Mech., Vol. III, p. 97, Paris 1961.
- Bishop, A.W. and Bjerrum, L. (1960): The Relevance of the Triaxial Test to the Solution of Stability Problems. Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils. Amer. Soc. Civ. Eng., Colorado, 1960.
- Christensen, N. H. (1966): Skøen af sands friktionsvinkel. Geoteknisk Institut, Internt memo, 1966, 2.
- Coulomb, C. A. (1776): Essai sur une Application des Règles des Maximis et Minimis à quelques Problèmes de Statique, Mémoire Académie Royale des Science, Vol. 7, Paris, 1776.
- Hansen, B. (1961): Shear Box Tests on Sand. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 13, 1961.
- Hvorslev, M. J. (1937): Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden. Ing. vid. Skrift. A45, København 1937.
- Jacobsen, M. (1970): New Oedometer and New Triaxial Apparatus for Firm Soils. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 27, 1970.
- Jacobsen, M. (1970): Strength and Deformation Properties of Preconsolidated Moraine Clay. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 27, 1970.
- Mohr, O. (1882): Über die Darstellung des Spannungszustandes und des Deformationszustandes eines Körper-Elements, Zivilingenieur 1882.

SUPPLERENDE LITTERATUR

Der findes en meget omfangsrig litteratur omhandlende jords styrke. Følgende to kongresberetninger giver et vist indtryk af den nuværende viden om emnet:

Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, Amer. Soc. Civ. Eng., Colorado, 1960.

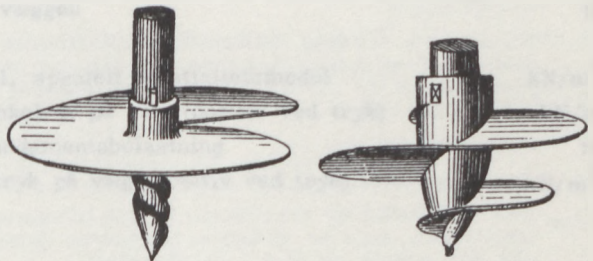
Proceedings of the Geotechnical Conference on Shear Strength Properties of Natural Soils and Rocks, Oslo 1967.

NOTATER

APPENDIX



APPENDIX



Symbolfortegnelse

Den følgende symbol- og indeksevenne fortegnelse giver en oversigt over de vigtigste af de i bogen anvendte symboler og indekser.

Symboler og indekser, som kun er benyttet i ringe udstrækning, vil være defineret, hvor de anvendes.

A	Areal, eksempelvis af fundamentsflade	m^2 eller m^2/m
A	Træk i forankring	kN eller kN/m
A_m	Areal af pæleoverflade	m^2
A_p	Areal af pælespids	m^2
a	Adhæsion (positiv, når den virker opad på væggen)	kN eller kN/m
B	Bredde, eksempelvis af fundamentsflade	m
b	Lodret enheds-bæreevne af fundament	kN/m^2
C	Konsolideringsindeks	
c	Kohæsion (i plasticitetsteoretiske formler positiv ved passivt tryk), specielt tilsyneladende kohæsion	kN/m^2
\bar{c}	Effektiv kohæsion	kN/m^2
c_u	Udrænet forskydningsstyrke	kN/m^2
c_v	Forskydningsstyrke målt ved vingeforsøg	kN/m^2
D	Dybde, eksempelvis af fundamentsflade	m
d	Korndiameter	mm
d	Dybde under jordoverflade, specielt til et punkt af en væg og da målt langs væggen	m
d_s	Relativ densitet	
E	Deformationsmodul, specielt elasticitetsmodul	kN/m^2
E	Totalt jordtryk vinkelret på væg (positiv ved tryk)	kN/m
e	Excentricitet af fundamentsbelastning	m
e	Enhedsnormaljordtryk på væg (positiv ved tryk)	kN/m^2
e	Poretal	
F	Totalsikkerhed	

F	Totalt jordtryk parallelt med væg (positivt, når det virker opad på væggen)	kN/m
f	Enhedstangentjordtryk på væg (positivt, når det virker opad på væggen)	kN/m ²
f	Partialkoefficient	
f	Stabilitetsforhold	
G	Egenvægt (tyngde) af eksempelvis jordlegeme eller bygværk	kN eller kN/m
G _r	Vægt af ramslag	kN
H	Faldhøjde af ramslag	m
H	Horisontal kraft, specielt vandret belastningskomponent på fundamentsflade	kN eller kN/m
H	Højde eller lagtykkelse, specielt dræningsvej ved ensidigt drænet lerlag	m
h	Højde specielt af en væg (målt langs væggen)	m
h	Trykniveau	m
h _c	Kapillær stighøjde	m
h _t	Trykniveauforskel	m
I _C	Konsistensindeks	
I _D	Relativ lejringstæthed	
I _P	Plasticitetsindeks	%
i	Gradient	
i	Hældningsfaktor for fundament	
i _c	Kritisk gradient	
K	Jordtrykskoefficient	
K	Konsolideringsmodul	kN/m ²
K ^o	Hviletrykskoefficient	
k	Længde af korde i brudcirkel	m
k	Permeabilitetskoefficient	m/s
k _s	Ballasttal	kN/m ³
L	Længde, eksempelvis af fundamentsflade	m
L _p	Pælelængde	m
M	Kraftmoment	kNm eller kNm/m
M	Moment om kordens midtpunkt af resultanten af spændingerne i en brudcirkel (positiv, når det svarer til momentet af en positiv forskydningspænding i en konkav brudcirkel).	kNm eller kNm/m
m	Materialfaktor for pæl	
N	Bæreevnefaktor	
N	Den komponent af resultanten af spændingerne i en brudcirkel, som er vinkelret på korden (positiv, når den svarer til tryk i brudcirklen)	kN eller kN/m

n	Porøsitet	
n_h	Antal trykniveauspring i strømnets	
n_q	Antal strømkanaler i strømnets	
P	Pælekraft	kN
P	Total belastning eller nyttelast, eksempelvis på fundamentsflade	kN eller kN/m
p	Enhedsbelastning, specielt nyttelast	kN/m ²
Q	Dekadehældning (tøjningsindeks)	
Q_m	Overflademodstand på pæl	kN
Q_p	Spidsmodstand på pæl	kN
Q	Vandmængde pr. tidsenhed	m ³ /s
Q	Ydre kraft	kN eller kN/m
q	Lodret tryk fra overliggende jordlag, kapillærtryk, nyttelast m. v.	kN/m ²
q	Vandmængde pr. tids- og længdeenhed	m ³ /s/m
R	Kraftresultant	kN eller kN/m
r	Radius eller radiusvektor, specielt radiær afstand	m
r	Regenerationsfaktor for pæl	
S	Nedsynkning af pæl ved ramning	m
S_t	Sensitivitet	
S_w	Mætningsgrad	%
s	Buelængde eksempelvis af strømlinie eller brudlinie	m
s	Formfaktor for fundament eller pæl	
T	Den komponent af resultanten af spændingerne i en brudcirkel, som er parallel med korden (positiv, når den svarer til passivt tryk i brudcirklen)	kN eller kN/m
T	Tidsfaktor	
t	Lagtykkelse	m
t	Resulterende spænding i brudlinie exclusive poretryk og kohæsion	kN/m ²
t	Tid	s
U	Konsolideringsgrad	%
U	Uensformighedstal	
u	Porevandstryk eller neutral spænding (tryk positiv)	kN/m ²
V	Vertikal kraft, specielt lodret belastningskomponent på fundamentsflade	kN eller kN/m
v	Hastighed, specielt filterhastighed	m/s
v	Vinkel, specielt mellem brudlinie og vandret (positiv når brudlinie stiger bort fra væg eller fundament)	
v_s	Hulrumshastighed	m/s
w	Vandindhold	%

w_L	Vandindhold ved flydegrænsen	%
w_P	Vandindhold ved plasticitetsgrænsen	%
w_S	Vandindhold ved svindgrænsen	%
z	Geometrisk højde (positiv opad) specielt dybde under jordoverfladen (positiv nedad)	m
z_j	Afstand fra fod af væg til trykspring (positiv opad)	m
z_r	Afstand fra fod af væg til omdrejningspunkt (positiv opad)	m
z_p	Afstand fra fod af væg til jordtryksresultant (positiv opad)	m
α	Halve centervinkel i brudcirkel (positiv for en opad konkav cirkel)	
α	Indfaldsvinkel for strømlinie	
α	Pæleakses hældning med lodret (positiv med uret)	
β	Vinkel mellem jordoverflade og vandret (positiv, når jordoverfladen stiger bort fra væg eller fundament)	
γ	Deviation (positiv ved drejning med uret)	
γ	Rumvægt (specifik tyngde)	kN/m ³
γ'	Rumvægt reduceret for opdrift (reduceret rumvægt)	kN/m ³
$\bar{\gamma}$	Rumvægt reduceret for opdrift og strømkræfter (effektiv rumvægt)	kN/m ³
γ_d	Rumvægt af tør jord	kN/m ³
γ_m	Rumvægt af vandmættet jord	kN/m ³
γ_s	Rumvægt af kornmateriale	kN/m ³
γ_w	Rumvægt af vand	kN/m ³
δ	Lodret sætning eksempelvis af fundament eller pæl	m
δ	Vægfriktionsvinkel (positiv, når den svarer til opadvirkende jordtryk på væggen)	
ϵ	Tøjning (positiv ved forkortelse)	
ξ	Relativ afstand fra fod af væg til jordtryksresultant (positiv opad)	
η	Effektivitetsfaktor ved ramning	
μ	Faktor i Skempton-Bjerrums sætningsberegning	
ν	Poisson's forhold	
ξ	Relativ afstand fra fod af væg til trykspring (positiv opad)	
ρ	Relativ afstand fra fod af væg til omdrejningspunkt (positiv opad)	
σ	Normalspænding (tryk positiv)	kN/m ²
$\bar{\sigma}$	Effektiv normalspænding (tryk positiv)	kN/m ²
τ	Forskydningsspænding (positiv, når positivt σ ved 90 ^o 's drejning mod uret får τ 's retning)	kN/m ²
ϕ	Friktionsvinkel (i plasticitetsteoretiske formler positiv ved passivt tryk), specielt tilsyneladende friktionsvinkel	

$\bar{\varphi}$	Effektiv friktionsvinkel
φ_{pl}	Plan friktionsvinkel for sand
φ_{tr}	Triaksial målt friktionsvinkel for sand
ω	Vinkel mellem korde i brudcirkel og vandret (positiv, når korden stiger bort fra væg eller fundament)
a	som indeks foroven angiver et aktivt jordtryk
c	som indeks fornedden angiver et kohæsiions-bidrag
d	som indeks fornedden angiver et drivende bidrag
m	som indeks fornedden angiver pælekappe
nc	som indeks fornedden angiver normalkonsolideret jord
p	som indeks foroven angiver et passivt jordtryk
p	som indeks fornedden angiver et nyttelast-bidrag
p	som indeks fornedden angiver pælespids
pc	som indeks fornedden angiver forkonsolideret jord
r	som indeks foroven angiver en ru væg
r	som indeks fornedden angiver en regningsmæssig værdi
s	som indeks foroven angiver en glat væg
s	som indeks fornedden angiver et stabiliserende bidrag
x	som indeks foroven angiver en vægdel over et trykspring
y	som indeks foroven angiver en vægdel under et trykspring
γ	som indeks fornedden angiver et egenvægts-bidrag
-	en vandret streg over et symbol angiver en effektiv størrelse
JOF	betyder jordoverflade
GVS	betyder grundvandspejl
KVS	betyder kapillarvandspejl

Fortegnelse over faglitteratur

Blandt de "klassiske" lærebøger i geoteknik og fundering kan nævnes følgende, som stadig kan læses med stort udbytte:

Lundgren, H. og J. Brinch Hansen: Geoteknik, Teknisk Forlag, København, 1958 (tysk udgave: Hauptprobleme der Bodenmechanik, Springer Verlag, Berlin, 1961).

Taylor, D.W.: Fundamentals of Soil Mechanics, John Wiley, New York, 1948.

Terzaghi, K. and R.B. Peck: Theoretical Soil Mechanics, John Wiley, New York, 1947.

Tschebotarioff, G.P.: Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures, McGraw-Hill, New York, 1951 og 1973.

Blandt de nyere lærebøger kan nævnes:

Atkinson, J.H. og P.L. Bransby: The Mechanics of Soil, an introduction to critical state soil mechanics, McGraw-Hill, London, 1978.

Hansbo, S.: Jordmateriallära, Almqvist og Wiksell, Stockholm, 1975.

Hansbo, S.: Grundläggning av byggnade och maskinfundament, Chalmers tekniska Högskola, Göteborg, 1981.

Hansen, Bent: Geoteknik og Fundering, del 1 og 2, Laboratoriet for Fundering, Danmarks tekniske Højskole, 1978.

Harr, M.E.: Foundations of Theoretical Soil Mechanics, McGraw-Hill, New York, 1966.

Harr, M.E.: Mechanics of Particulate Media, A Probabilistic Approach, McGraw-Hill, New York, 1977.

Janbu, N.: Grunnlag i Geoteknikk, Tapir, 1970.

Lambe, T.W. and Whitmann, R.V.: Soil Mechanics, John Wiley and Sons, New York, 1969.

Leonards, G.A.: Foundation Engineering, McGraw-Hill, New York, 1962.

Mitchell, J.K.: Fundamentals of Soil Behaviour, John Wiley, New York, 1976.

Schofield, A.N. and Wroth, C.P.: Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, New York, 1968.

Szechy, K. : Der Grundbau, Springer Verlag, Berlin, 1965.

Teng, W. C. : Foundation Design, Prentice Hall, New Jersey, 1962.

Winterkorn, H. F. og Hsai-Yang Fang: Foundation Engineering Handbook, van Nostrand Reinhold, New York, 1975.

Alle de nævnte bøger indeholder fyldige litteraturfortegnelser.

Af geotekniske fagtidsskrifter kan nævnes:

"Geotechnique" udgivet af The Institution of Civil Engineers, Great George Street, Westminster SW1 P 3AA, London.

"Journal of Geotechnical Engineering" udgivet af The American Society of Civil Engineers, 345 East 47th Street, New York, N. Y. 10017.

"Ground Engineering" udgivet af Foundation Publications Ltd., 16 Arcade Chambers, High Street, Brentwood, Essex CM14 4AH, England.

Der har i årenes løb været afholdt en lang række geotekniske konferencer, fra hvilke der har været udsendt skriftlige kongresberetninger - på engelsk benævnt "proceedings", på fransk "comptes rendus". Ca. hvert 4. år afholdes en verdensomspændende geoteknisk konference af "The International Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering". Sådanne konferencer med udsendelse af "proceedings" har været afholdt:

1936 i Cambridge, Mass., USA

1948 i Rotterdam,

1953 i Zürich,

1957 i London,

1961 i Paris,

1965 i Montreal,

1969 i Mexico City,

1973 i Moskva,

1977 i Tokyo samt

1981 i Stockholm.

Europæiske geotekniske konferencer har været afholdt:

1954 i Stockholm om Stabilitet,

1958 i Bruxelles om Jordtryk,

1963 i Wiesbaden om Sætning,

1967 i Oslo om Forskydningsstyrke,

1971 i Madrid om Jordtryk,

1975 i Wien om Pæle,

1979 i Brighton om Dimensioneringsproblemer samt

1983 i Helsinki om forstærkning af jord.

Fra en lang række geotekniske forskningsinstitutioner verden over udsendes bulletiner, meddelelser, afhandlinger m.v. Specielt skal her nævnes de bulletiner, som udsendes af:

Geoteknisk Institut, Maglebjergvej 1, 2800 Lyngby.

Norges Geotekniske Institut, Postboks 40, Tåsen, Oslo 8.

Statens Geotekniske Institut, 581 01 Linköping

Det danske Geoteknisk Institut har et specialbibliotek for geoteknisk faglitteratur.

Geoteknisk Forening afholder møder 5-10 gange om året med foredrag af udenlandske og danske geoteknikere. Foreningens adresse er: Geoteknisk Forening, Maglebjergvej 1, 2800 Lyngby.

En geoteknisk ordbog, "LEXICON", på 8 sprog (engelsk, fransk, tysk, italiensk, portugisisk, russisk, spansk og svensk) er udgivet af den internationale geotekniske forening, som kan kontaktes gennem den danske geotekniske forening.

Emneregister

- A
- A-brud 9.8 13.13
 - a-brud 9.9
 - Adhæsion 9.26 11.4
 - Afgravning 10.2
 - Aflastning 12.26
 - Aflastningsgren 6.8
 - Aflastningsplade 12.18
 - Afstivet spunsvæg 12.77
 - beregningsmetode 12.29
 - moment i 12.30
 - Afstivninger, en række 12.21
 - flere rækker 12.21
 - Aktivt jordtryk 11.3 11.7
 - 12.22 12.25
 - Aktuel brudbæreevne 15.10
 - Analyse, effektiv spænding 8.27
 - $c\varphi$ - 8.27
 - $\varphi=0$ - 8.27
 - Anker 12.6
 - Ankerkraft 12.21 12.25
 - Ankerkraftens angrebspunkt 13.6
 - Ankerlængde 13.9
 - Ankermodstand 13.5
 - Ankerplade 13.01
 - dimensionering af 13.7
 - endelig længde og reduceret højde 13.6
 - grundtilfældet 13.2
 - Ankertræk 12.9 12.11 12.13
- Arbejdskurve
- for ler 6.4 6.5 6.8 6.15
 - for pæl 15.19
 - for pæle 16.29
 - for sandlag 6.12
- Areal, effektivt 14.15
- Artesisk brønd 5.2
- B
- Ballasttal 7.38
 - Belastning, momentan 6.17
 - regningsmæssig 14.18
 - sætningsgivende 7.31
 - trekantfordelt 6.25
 - Belastningsforsøg på pæl 15.1 15.11
 - Beregningsmetode for afstivet spunsvæg 12.29
 - Bevægeligt pæleværk 16.2
 - Bevægelsesligning 5.30
 - Bjælke-substitutionsmetode 12.23
 - Blivende nedsynkning af pæl 15.8
 - 15.12
 - Blåler 2.13
 - Boussinesq's ligninger 7.3
 - Bredde, effektiv 14.14
 - Brinch Hansen's jordtryksteori 11.13
 - Brud, kombineret 9.9 9.44 11.16 11.21
 - konkavt (A) 9.8 13.13
 - konvekst (X) 9.8 13.12
 - linie- 9.7 9.20 9.41 11.16 11.21
 - Prandtl- (P) 9.8

- progressivt 8.36
 Rankine- (R) 9.8
 retlinet (s) 9.8
 zone- 9.7 9.40 11.16 11.17
 Brudbelastning 9.54
 Brudbetingelse
 Coulomb's 8.2 8.4 9.4 9.26
 effektive 8.6
 totale 8.7 8.8
 virkelige 8.5
 Brudcirkel 9.7 9.13 9.22 9.30
 Brudfigur 9.6 11.17 11.20 13.9
 13.13 14.10
 Brudlast for pæl, definition 15.12
 Brudlinie 9.6 9.18
 af vilkårlig form 10.11
 ret 9.23 11.5
 sammensat 10.10
 Brudmåde 12.7 12.13 16.21
 valg af 16.24
 Brudsnit 8.2
 Brudstadium, nominelt 9.54
 virkeligt 9.3
 Brudteori 9.2
 Brudzone 9.7
 Brugsjordtryk 12.30
 Brugsstadiet 9.3
 Brugstilstand 11.3
 Bæreevne, aktuel 15.10
 drænet 14.15
 dynamisk 15.10
 effektiv 14.16
 fundament 9.52 14.1
 pæle 15.1
 reduceret 14.17
 støttemur 14.20
 udrænet 14.17
 Bæreevnefaktorer 9.52 14.4 14.10
 Bæreevnefaktorerens variation med
 friktionsvinklen 14.11
 Bæreevneformel 14.3
 generel 14.12 14.20
 Bøjningsmomentdiagram 12.23
 C
 CD-forsøg 8.12 8.14 8.18
 Cellefangedæmning 13.10
 på jord 13.12
 på fjeld 13.15
 Centralt belastet fundament 14.13
 Cirkulær brudlinie 9.20
 Coulomb's brudbetingelse 8.2 8.4
 9.4 9.26
 Coulomb's jordtryksteori 11.5 11.10
 CU-forsøg 8.12 8.19 8.21
 Culmann's grafiske konstruktion 11.12
 Culmann's tilnærmede metode 16.4
 c ϕ analyse 8.27
 D
 Danske rammeformel 15.9
 Darcy's lov 4.1 5.28 5.29
 Deformationstilstand, plan 9.5
 Dekadehældning 6.4
 Delvis vandmættet jord 8.26
 Diagrammer for eendimensional
 konsolidering 6.27
 Differensvandtryk 5.32
 Differenssætninger 7.29 7.35
 Dilation 9.5
 Dimensionering af ankerplade 13.7
 af fundamenter 14.18
 af pæleværk i henholdsvis
 brugstilstand 16.4 16.9
 brudtilstand 16.20
 Direkte fundering 14.1
 Dobbelt-sidede dræning 6.24

- Dobbelt spunsvæg 12.2
 Dobbeltstrømning 4.35
 Drejningspunkt 16.21
 Drænet forskydningsstyrke 8.14
 Drænet forsøg 8.12
 Dræning, dobbeltsidig 6.24
 ensidig 6.24
 Dybdefaktor 14.14
 Dybtliggende fundament 14.13
 Dynamisk bæreevne af pæl 15.10
 Dynd 2.13
- E**
- Effektiv bredde 14.14
 Effektiv brudbetingelse 8.6
 Effektiv dybde 14.14
 Effektiv forskydningsstyrke 8.6
 ler 8.18
 sand 8.14
 Effektiv friktionsvinkel 8.6
 Effektiv kohæsion 8.6
 Effektiv længde 14.15
 Effektiv rumvægt 4.11 14.15
 Effektiv spænding 3.4 3.15
 analyse 8.27
 Effektive styrkeparametre 8.6
 ler 8.18
 sand 8.14
 Effektive værdier 14.14
 Effektivitetsfaktor ved
 ramning 15.8
 Effektivt areal 14.15
 Ekscentrisk belastet fundament 14.14
 Ekstra rammedybde 12.12
 Ekstremalprincip 9.16
 Ekstremmetoden 9.32 9.35 10.3
 10.16 13.13
 Elasticitetskoefficient 3.17
 Elasticitetsmodul 12.26 15.9
- Elasticitetsteori 9.2
 Elastisk nedsynkning af pæl 15.12
 Elastisk-plastisk tilstand 16.29
 Elastisk sammentrykning af pæl 15.9
 Elastisk tilstand 16.30
 Elastisk zone 9.7
 Endimensionale sætninger 6.1
 Enhedsjordtryk 11.4 11.11 11.22
 Enhedsnormaljordtryk for afstivet
 spunsvæg
 for ler 12.30
 for sand 12.29
 Enkeltpæles bæreevne 15.1
 Ensidig dræning 6.24
 Erosion 4.33 4.42
- F**
- f-brud 9.10
 Fiktiv overfladespænding 5.22
 Filterhastighed 4.2
 Filtertab 5.4
 Fixed-Earth Support metoden 12.22
 Fleksibilitetstal for spunsvæg 12.26
 Flydecharnier 12.6 12.9 12.11
 Flydegrænse 2.10
 Flydning i anker 12.14
 Forankret spunsvæg 12.6
 Forbelastning 6.7 6.9
 Fordeling af fundamentstryk 7.6 7.32
 7.35 14.2 14.5 14.6 14.8 14.10
 Fordeling af jordtryk 11.2 11.11
 11.21 11.23 11.34
 Forkonsolideret ler 6.7 6.9 8.7
 Formfaktor 14.13 15.5
 Forskydningspænding 8.1 9.21
 Forskydningsstyrke 8.2
 effektiv 8.6
 intakt 8.25
 ler, drænet 8.18

- ler, udrænet 8.8 8.20 8.22
 sand 8.14
 virkelig 8.5
 æltet 8.25
 Fraktioner 2.1
 "Free-Earth Support" metoden 12.21
 12.26 12.27
 Friktion, negativ 15.6
 Friktionsvinkel 8.2
 effektiv 8.6
 korrigeret 8.17 8.34
 sand 8.14 8.34
 virkelig 8.5
 udrænet 8.7
 Fri spunsvæg 12.3
 Frit vandspejl 4.39 5.11
 Frostfare 2.9
 Fundament
 centralt belastet 14.13
 dybtliggende 14.13
 ekscentrisk belastet 14.14
 enkelt 14.1
 kvadratisk 14.1
 på ler 7.9 7.18 14.17
 på sand 7.25 14.15
 rektangulært 14.1
 spændingsfordeling under 7.4
 stribe 14.1
 Fundamenters bæreevne 9.52 14.1
 Fundamentslast 14.18
 Fundering, direkte 14.1
 pæle- 15.1
 Funderingsproblem 10.1
 Fysisk betingelse 9.1

 G
 Genbelastningsgren 6.8
 Generel bæreevneformel 14.12
 Generelle jordtryksformler 11.16
 Gennemstrømning 5.31
 Geometrisk betingelse 9.1
 Geostatisk beregning for pæl
 15.1 15.2
 Glat væg 9.26 11.5 12.22 12.28
 Glidestabilitet 14.20
 Gradering 2.4 8.16
 Gradient 4.2 4.16 4.22 5.30
 kritisk 4.12
 Grafisk integration 12.23 12.24
 Grafisk konstruktion, Culmann's 11.12
 Gravitationsmur 14.21
 Grundvand, stillestående 9.49 11.35
 strømmende 9.50 11.35
 Grundvandspejl 3.12
 frit 5.11
 Grundvandsænkning 5.1
 Grundvandsænkning med frit vandspejl
 5.11
 Gruppevirkning 15.13
 Grus-fraktion 2.2 2.12
 Grænsepotentiallinie 4.21
 Grænsestrømlinie 4.21
 Gytje 2.13

 H
 Harmonikastruktur 2.13
 Hulrumshastighed 4.2
 Hvilejordtryk 11.8
 Hviletilstand 10.1
 Hviletryk 3.17 11.2
 Hviletrykskoefficient 3.18 11.8
 Hydrostatisk trykfordeling 3.1
 Hældningsfaktor 14.14
 Håndvingebor 8.22
 Håndvingeforsøg 8.23

 I
 Ikke-stationær strømning 5.28

- Indre spændinger i brudcirkel 9.22 ved liniebrud og kombineret
- Indre spændinger i ret brudlinie 9.23 brud 11.26-11.36
- Indspænding i jorden 12.5 foran ankerplade 13.3
- Indspændt spunsvæg 12.4 Jordtrykskomposanter 9.26 11.4
- Inertikraft 5.29 Jordtryksproblem 10.1
- Influenskort, Newmarks 7.5 Jordtryksteori, Coulomb's 11.5
- Influenslinier for spændingstilvækster Brinch Hansen's 11.13
under fundament 7.7
- Inhomogen jord 2.13 K
- Initial konsolidering 6.14 6.31 Kapillaritet 3.10 5.22
- Initialsætning 7.2 7.12 7.18 Kapillarvandspejl 3.12
- Intakt forskydningsstyrke 8.25 Kapillær overfladespænding 3.11
5.23
- Intakt prøve 6.13
- Islinser 2.9 Kapillær stighøjde 3.10 3.14
- Isokroner 6.22 6.23 6.27 Kerisel's formel 8.15
- J Kildepunkt 4.42
- Janbu's korrektionsfaktor 10.14 Kildestrækning 4.42
- Jordartsbeskrivelse 2.12 Kinematisk krav 9.12
- Jordartsbetegnelser 2.14 Kinematisk mulig 12.7 14.5 16.21
- Jordtryk 11.1 Kinematisk mulige brudmåder 16.26
- aktivt 11.3 11.7 Kohæsion 8.2
- aktuelt 11.36 effektiv 8.6
- enheds- 11.11 virkelig 8.5
- negativt 11.11 11.36 Kohæsiionspæl 15.2
- passivt 11.3 11.5 Kombineret brud 9.9 9.44 11.16
11.21
- på spunsvæg 12.1 Konkavt brud (A) 9.8 13.13
- regningsmæssigt 11.37 Konsistensgrænser 2.10
- tangentielt 11.25 bestemmelse af 2.11
- totalt 11.11 Konsistensindeks 2.11
- Jordtryksapparat 11.1 Konsolideret forsøg 8.12
- Jordtryksdiagram 11.19 Konsolidering
- 11.26-11.36 initial 6.14 6.31
- Jordtryksfordeling 11.2 11.11 primær 6.14 6.31
- 11.23 11.34 12.30 sekundær 6.14 6.31
- Jordtryksformler, generelle 11.16 Konsolideringsapparat 6.13
- Jordtryksforsøg 11.1 Konsolideringsforsøg 6.12
- Jordtrykskoefficienter ved zonebrud Konsolideringsgrad 6.23 6.27
11.18

- Konsolideringsindex 6.3
 Konsolideringsmodul 6.8
 Konsolideringssætning 6.16
 7.2 7.14
 Konsolideringsteori 6.16
 Kontakttryk 3.3
 Konvekst brud (X) 9.8 13.12
 Konventionel sætningsberegning
 7.15 7.19
 Korndiameter 2.1
 Kornform 2.2 8.16
 Kornkurve 2.3
 Kornstørrelse 2.1 2.13 8.16
 Korrektionsfaktor, Janbus 10.14
 Korrigeret friktionsvinkel 8.17
 8.34
 Korttidsbæreevne 14.4 14.16
 Korttidsstabilitet 8.28 8.31
 10.9 10.13 10.15
 Kritisk gradient 4.12
 Kritisk poretal 8.35
 Kritisk spiral 10.5 13.10
 Krybningsætning 7.1
 Kvadratisk fundament 14.1
 Kvikler 8.37
 Kviksand 4.12
 Kviksandsskred 8.36
 Kötter's ligning 9.17 9.20
- L
- Lagdeling 11.34
 Lagdelt jord 10.11 11.34
 Laggrænser 9.48
 Langtidsbæreevne 14.18
 Langtidsstabilitet 8.28 8.31
 10.9 10.13 10.15
 Laplace's ligning 4.18
 Ler-fraktion 2.2 2.13
- Lers effektive styrkeparametre
 8.6 8.18
 Lers forskydningsstyrke
 drænet 8.18
 udrænet 8.20 8.22
 Lers styrkediagram 8.24
 Lettere forkonsolideret ler 6.9
 Ligevægtsmetoden 9.29 9.35
 Liniebrud 9.7 9.20 9.41
 11.16 11.21
 beregning af 11.21
 Logaritmisk spiral 9.32 10.3
 Lokalt brud i pæleværk
 16.14 16.20 16.30
 Længde, effektiv 14.15
 Løftning 4.8 4.12
- M
- Masseløs væske 5.29
 Material faktor 15.5
 Mineralogi 2.2
 Modelforsøg
 spunsvægsfangedæmning 9.10
 ankerplader i række 13.6
 Modholdspæle 15.11
 Mohr's cirkel for deformationer
 9.14
 Mohr's cirkel for spændinger 8.1
 Momentan belastning af ler 6.16
 Moment i afstivet spunsvæg 12.30
 Momentreduktionsforholdet 12.26
 Moræneler 2.15 15.4
 Morænesand 2.15
 Mætningsgrad 2.7
- N
- Naturlig skråning 10.2
 Nedadrettet overflademodstand 15.6

- Nedadrettet strømning 4.11
- Nedsynkning af pæl
- blivende 15.8 15.12
 - elastisk 15.12
 - total 15.12
 - ved ramning 15.8
- Negativ overflademodstand 15.6
- Negativ rotation 11.15
- Negativt jordtryk 11.11
- Neutral spænding 3.3
- Newmarks influenskort 7.5
- Normal jordtryk 13.5
- Normalkonsolideret ler 6.2 8.6
- Nødvendig ankerlængde 13.10
- Nødvendig rammedybde 12.8
- Nøkkentved's metode 16.9
- O
- Omrørt ler 8.25
- Opadrettet strømning 4.11
- Opdrift 3.5 4.25 4.37
- Opfyldning 10.2
- Organiske jordarter 2.13
- Overfladebelastning 14.1
- Overflademodstand 15.2 15.4
- nedadrettet 15.6
- P
- P-brud 9.8
- Parallelstrømning 9.51
- Partialkoefficient 11.36 15.10
- 16.21
- Partialkoefficientsystem 9.54
- Passivt jordtryk 11.3 11.5 12.22
- Permeabilitetsforsøg 4.3
- Permeabilitetskoefficient 4.2 4.6
- 6.15
- Piping 4.33 4.42
- Pladebelastningsforsøg på sand
- 7.27
- Plan deformationstilstand 9.5
- Plant pæleværk 16.1
- Plasticitetsgrænse 2.10
- Plasticitetsindeks 2.11
- Plasticitetsteori 9.2
- praktisk anvendelse 9.47
- Plastisk instabilitet 16.32
- Plastisk tilstand 16.3
- Plastisk zone 9.7
- Poissons forhold 3.17
- Poreovertryk 5.20 6.18 6.22
- Poreovertryksfordeling 6.27
- Poretal 2.5
- kritisk 8.35
 - variation med dybden 6.3 6.8
- Poretryk 3.3 3.15 4.23
- Poretrykskoefficienter 7.9 8.21
- Porevinkelvand 3.14
- Porevolumen 2.1
- Porøsitet 2.5
- Positiv rotation 11.15
- Potentiale 4.17
- Potentialfald 4.22
- Potentiallinie 4.17
- Potentialstrømning 4.15
- Prandtl-brud (P) 9.8
- Primær konsolidering 6.14 6.31
- Progressivt brud 8.36
- Prøve, intakt 6.13
- Prøvebelastning af pæl 15.11
- Prøvepumpning 5.4
- Prøveramning 15.1 15.8 15.10
- Pæle 15.1
- arbejdskurve 16.19
 - brudbæreevne 15.1
 - brudlast 15.12
 - gruppевirkning 15.13

- iler 15.4 15.5 15.10 15.13
- i sand 15.3 15.5 15.10 15.13
- kohæsions 15.2
- nedsynkning 15.8 15.12
- spidsbærende 15.2
- Pæleafstand 15.14
- Pæleform 15.1
- Pælegruppe 15.13
- Pælelængde 15.9
- Pælemateriale 15.1
- Pæleværk 16.1
- bevægeligt 16.2
- brudmåde 16.21
- dimensionering af 16.4 16.9 16.20
- lokalt brud 16.14 16.20
- statisk bestemt 16.2 16.4
- statisk ubestemt 16.3
- totalt brud 16.20
- Pæleværks karakteristiske kræfter 16.10
- Q
- Quasi-stationær strømning 5.28
- R
- Rammedybde, ekstra 12.12
- nødvendig 12.8
- Rammeformel 15.8
- Weisbach's 15.9
- dendanske 15.9
- Ramning, effektivitetsfaktor ved 15.8
- prøve- 15.1 15.8 15.10
- Ramslagets faldhøjde 15.8
- Ramslagets vægt 15.8
- Randbetingelser 9.24
- Randbetingelse ved jordoverflade 9.24
- Randbetingelse ved væg 9.26
- Rankine-brud (R) 9.8 11.10
- R-brud 9.8 11.10
- Reaktionsfordeling 7.6
- trinvis variation 7.32
- trekantformet 7.36
- efter ballasttal 7.38
- Reduceret rumvægt 3.5
- Regeneration 8.26
- Regenerationsfaktor 15.5 15.12
- Regningsmæssig bæreevne 14.19 15.10
- Regningsmæssig fundamentsbelastning 14.18
- Regningsmæssigt brudstadium 9.54 11.37 14.18
- Rektangulært fundament 14.1
- Relativ densitet 2.3
- Relativ lejringstæthed 2.6
- Resultant af spændinger i brudcirkel 9.22
- Ret brudlinie 9.23 11.5
- Revner 2.13
- Rotation, negativ 11.15
- positiv 11.15
- Rowe's metode 12.26
- Ru væg 9.26 11.5
- Rumvægt 2.7
- effektiv 4.11 14.15
- reduceret 3.5
- Røddler 2.13
- S
- S-brud 9.8
- Sammensat brudlinie 10.10
- Sammentrykkelighedskoefficient vand 6.17
- Sammentrykkelig væske 5.31
- Sammentrykning af pæl
- dynamisk 15.9
- elastisk 15.9

- Sand-fraktion 2.2 2.12
- Sands friktionsvinkel 8.14
8.34
- Sedimentation 2.1
- Sekundær konsolidering 6.14 6.31
- Sensitivitet 8.25
- Sigtning 2.1
- Sikkerhed mod løftning 4.12
- Sikkerhed ved jordtryksberegning
11.36
- Sikkerhedsfaktorer 9.51
- Silt 2.2 2.12
- Silt-fraktion 2.2 2.12
- Singulært punkt 4.29
- Skempton-Bjerrums sætnings-
beregning 7.11
- Skemptions poretrykskoefficienter 7.9
- Skillelinie mellem zoner 9.7
- Skillestrømlinie 4.35
- Skred 10.1
kviksands- 8.36
- Skræntvinkel 8.17
- Skråning, naturlig 10.2
- Skærebøksapparat 8.9
- Skærebøksforsøg 8.9
- Spidsbærende pæl 15.2
- Spidsmodstand 15.2 15.3 15.12
- Spiral, logaritmisk 9.32 10.3
- Sprækket ler 8.24
- Spunsvæg 12.1
afstivet 12.27
fleksibilitetstal 12.26
forankret 12.6 12.20
fri 12.3
indspændt 12.4
- Spunsvægge, dobbelte 12.2
- Spunsvægsberegning med et
flydecharnier 12.9
- Spunsvægsberegning med to flyde-
charnierer 12.11
- Spunsvægsberegning uden flydecharnier 12.8
- Spænding
effektiv 3.4 3.15
fordeling under fundament 7.4
neutral 3.3
tilladelig 9.54
total 3.2 3.15
- Stabilitet 10.8
korttids- 8.28 8.31 10.9 10.13
10.15
langtids- 8.28 8.31 10.13 10.14
10.15
- Stabilitet af skråning 5.14
- Stabilitet af skråning med
strømning 5.19
- Stabilitet og strømning 5.14
- Stabilitetsanalyse 10.5 13.10
- Stabilitetsforhold 5.15 10.5
10.13 13.10
- Stabilitetsproblem 10.1 10.2
- Stagnationspunkt 4.36
- Stamkurve 6.3
- Stationær strømning 5.27
- Statisk bestemt pæleværk 16.2 16.4
- Statisk betingelse 9.1
- Statisk bærevne af pæl 15.10
- Statisk korrekt vinkel 9.25 9.27
- Statisk krav 9.16
- Statisk mulig 12.7 14.6 16.21
- Statisk ubestemt pæleværk 16.3
- Stillestående grundvand 9.49 11.35
- Stribefundament 14.1
- Strimmelmetoden 10.11 10.18
- Strømkanal 4.18
- Strømkraften 4.11 5.21 9.50
- Strømlinie 4.18
- Strømmende grundvand 9.50 11.35

- Strømnet 4.20
 Strømning
 ikke-stationær 5.28
 nedadrettet 4.11
 opadrettet 4.11
 quasi-stationær 5.28
 stationær 5.27
 Styrkediagram
 lers 8.24
 Styrkecoefficient 8.24
 Styrkeparametre 8.2
 effektive 8.6
 udrænede 8.7
 virkelige 8.5
 Stærkt forkonsolideret ler 6.7
 Støttemur 14.21
 Svindgrænse 2.10
 Sætninger
 differens- 7.29 7.36
 endimensionale 6.1
 fundament på sand 7.25 7.30
 fundament på tykt lerlag 7.9
 fundament på tyndt lerlag 7.18
 initial- 7.2 7.12 7.18
 konsoliderings- 6.16 7.2 7.14
 konventionelle 7.15 7.19
 Skempton-Bjerrums metode 7.11
 specielle tilfælde 7.32
 tangentmetoden 7.20
 tilladelige 7.28
 tidsforløb 6.16 7.23
 totale 7.2 7.15
 Sætningsgivende belastning 7.31
 T
 Tangentialjordtryk 11.25 13.5
 Tangentmetoden 7.20
 Terzaghi's bæreevneformel 14.1
 Terzaghi's tal 5.42
 Thixotropi 8.26
 Tidsfaktor 6.21
 Tidskurve 6.27
 Tilladelige spændinger 9.54
 Tilladelige sætninger 7.28
 Todimensional strømning 5.34
 Total brudbetingelse 8.7 8.8
 Total nedsynkning af pæl 15.12
 Total spænding 3.2 3.15 8.6
 analyse 8.27
 Totalsikkerhed 9.55 10.8 10.15
 Total sætning 7.2 7.15
 Totalt brud af pæleværk 16.20 16.30
 Totalt jordtryk 11.11
 Trefasesystemet 2.1
 Trekantdiagram 2.4
 Trekantfordelt belastning 5.45
 Triaxialapparat 8.9
 Triaxiale forsøgstyper 8.12
 Tryk i afstivning 12.30
 Trykfordeling 11.21 11.23 11.34
 14.18
 Trykniveau 4.4 4.5
 Trykniveauforskel 4.22
 Trykomejring 12.8
 Trykspredning 7.2
 Trykspredning 1:2 7.8
 Trykspring 11.21 11.35
 Tschobotarioff's metode 12.24
 Tøjningsindeks 6.4
 Tørv 2.13
 U
 Udbøjningslinie for væg 12.23
 Udrænede styrkeparametre 8.7
 Udrænet forskydningsstyrke 8.8
 8.22
 Udrænet forsøg 8.12
 Uensformighedstal 2.4

- Ukonsolideret forsøg 8.12 Væske
 Usammentrykkelig jord 5.29 5.32 masseløs 5.29
 Usammentrykkelig væske 5.29 med masse 5.29
 UU-forsøg 8.12 8.22 sammentrykkelig 5.31
 usammentrykkelig 5.29

 V-W w-brud 9.9
 Valg af brudmåde 12.13 16.24
 Vandepitte's metode 16.20 X
 Vandførende lag 5.1 X-brud 9.8 13.12
 Vandføring 4.22
 Vandindhold 2.6 Z-Æ
 Vandindhold Zonebrud 9.7 9.40 11.16 11.17
 ved flydegrænse 2.10 Ækvivalent rektangel 14.15
 ved plasticitetsgrænse 2.10 Æltet forskydningsstyrke 8.25
 ved svindgrænse 2.10
 Vandstandsede lag 5.1 Ø
 Vandtryk 10.16 11.35 $\varphi=0$ analyse 8.27
 Varmeledning ligningen 6.20
 Velgraderet 2.4
 Velsorteret 2.4
 Vilkår lig for met brudlinie 10.11
 Vinge bor 8.22
 Vingeforsøg 8.22
 Vingestyrke 8.23
 Virkelig brudbetingelse 8.5
 Virkelige styrkeparametre 8.5
 Virkelig friktionsvinkel 8.5
 Virkelig kohæsion 8.5
 Virkeligt brud stadium 9.3
 Virkning af grundvand 14.15
 Virkning af vandtryk 10.16 11.35
 Væg
 glat 9.26 11.5
 med flydecharnier 12.9 12.11
 uden flydecharnier 12.8
 ru 9.26 11.5
 Vægfriktionsvinkel 9.26 11.4

DANMARKS TEKNISKE UNIVERSITET

Institut for Anvendt Bygge- og Miljøteknik

Rettelsesblad til Lærebog i GEOTEKNIK 1, 5.udgave, 7. Oplag 2003.

- side 4.26: linie 13 fra neden: Udgangsniveau vælges f.eks. i klippens overflade, kote + 73,0. ændres til: **Udgangsniveau i kote 0,0**
- side 4.26: linie 9 fra neden: (107,5 - 73,0) ændres til: **107,5** og 21,9 ændres til: **94,9**
- side 4.26: linie 8 fra neden: - (88,0 - 73,0) ændres til: **- 88,0** og -15,0 ændres til: **- 88,0**
- side 4.26: linie 4 fra neden: (107,5 - 73,0) ændres til: **107,5** og 24,6 ændres til: **97,6**
- side 4.26: linie 3 fra neden: - (86,0 - 73,0) ændres til: **- 86,0** og -13,0 ændres til: **- 86,0**
- side 6.5: linie 3 og 4 fra neden: H ændres til: **Z** (3 steder)
- side 6.6: linie 3 fra neden: - 2 log e ændres til: $\frac{20}{\ln 10}$
- side 6.6: linie 2 fra neden: 0,929 ændres til: **1,929**
0,813 ændres til: **1,813**
0,602 ændres til: **1,602**
0,301 ændres til: **1,301**
- side 6.9: linie 9 fra neden: H ændres til: **Z**
- side 6.25: linie 15 fra oven: trekantformet spændingsfordeling ændres til: **trekantformede spændingstilvækster**
- side 6.25: linie 16 - 19 fra oven: For den med.....orienterede trekant. ændres til:
For en trekantformet fordeling med spidsen mod det drænende lag findes tidskurve A, mens der for en trekantformet fordeling med spidsen mod det udrænende lag findes tidskurve C.
- side 6.25: linie 19 fra oven: eksempler ændres til: **eksempel**
sådan trekantformig ændres til: **trekantformet**
- side 6.25: linie 22 fra oven: figur 6.20. ændres til: **figur 6.20 til venstre.**
- side 6.25: linie 23 og 24 fra oven: trekantformigt med spidsen opad, tilfælde A. ændres til:
trekantformet med spidsen mod den drænende overflade, tidskurve A.
- side 6.25 og 6.26: linie 25 fra oven: Hvis grundvandsspejlet.....nedad, tilfælde C.: udgår
- side 6.25: figur 6.20 til venstre: a) Tilfælde A ændres til: **Tidskurve A**
- side 6.25: figur 6.20 til højre: b) Tilfælde A og C ændres til: **Tidskurve B**
- side 6.26: linie 9 fra oven: tilfælde A og C. ændres til: **trekanttilfælde.**
- side 6.26: linie 10 fra oven: I en given højde z fås: ændres til:
For et enkeltsidigt drænet lerlag fås:
- side 6.26: linie 17 og 18 fra oven: fordeling, hvorfor.....mellem A og C.: ændres til:
fordeling, som således er middelkurven mellem A og C. Dette tilfælde er benævnt tidskurve B på figur 6.21.

side 6.26: Som nyt afsnit indsættes nederst på siden:

Et eksempel herpå er vist på figur 6.20 til højre. Her sænkes grundvandsspejlet i et enkelt vandførende lag i en lagdelt jord. De totale spændinger ændres ikke, men der opstår de viste trekantformede poreovertryk.

side 6.29: linie 15 fra neden: = 3,2 ændres til: **· 3,2**

side 6.29: linie 9 fra neden: pH ændres til: $\Delta \bar{\sigma} \cdot Z$

side 6.32: linie 5 fra neden: " efter 16 udgår

side 6.33: linie 9 fra oven: pH ændres til: $\Delta \bar{\sigma} \cdot Z$

side 7.2: linie 5 og 6 fra neden: H ændres til: **Z**

side 7.8: figur 7.5 til højre: H ændres til: **Z**

side 7.8: linie 8 fra neden: t/m ændres til: **kN/m**

linie 4 fra neden: t ændres til: **kN**

linie 3 fra neden: H ændres til: **Z**

side 7.13: linie 5 fra oven: H ændres til: **Z**

side 7.16: skemaet søjle 8: ϵ ændres til: $\Delta \epsilon$

side 7.18: figur 7.18 til venstre og højre: H ændres til: **Z**

linie 8 fra neden: H ændres til: **Z** (2 steder)

side 7.19: figur 7.13 til venstre: $\gamma_m = 18 \text{ kN/m}$ ændres til: **$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$** (øverste lag)
 $\gamma_m = 18 \text{ kN/m}$ ændres til: **$\gamma_m = 18 \text{ kN/m}^3$** (lerlaget)
 $\gamma_m = 20 \text{ kN/m}$ ændres til: **$\gamma_m = 20 \text{ kN/m}^3$** (nederste lag)

linie 13 fra neden: H ændres til: **Z** og 196 ændres til: **19,6**

side 7.36: linie 2 fra oven: t/m ændres til: **kN/m**

side 8.8: formel 8.14: $(\sigma_1 - \sigma_3)$ ændres til: **$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$**

side 8.12: linie 17 fra oven: udrænedede eller drænedede forsøg. ændres til:
drænedede eller udrænedede forsøg.

side 8.16: linie 11 fra neden: 14 ændres til: **15**

side 8.32: linie 3 fra oven: med kohæsive jordarter ($\bar{\sigma} | 0$): udgår

figur 8.19: 4 t/m^2 ændres til: **40 kN/m^2**

APPENDIX

Symbolliste ændres som for **GEOTEKNIK 2.**

Lyngby den 6. januar 1999

Ole Amtoft

Gunnar Bagge

Leif Fuglsang