

lærebog i

4. udgave

GEOTEKNIK

HARREMOËS · KREBS OVESEN · MOUST JACOBSEN



2

POLYTEKNISK 

Lærebog i GEOTEKNIK

Bind 2

Af Harremoës Krebs Ovesen Moust Jacobsen

POLYTEKNISK 

Lærebog i GEOTEKNIK 2
Redigeret af Poul Harremoës, H. Moust Jacobsen og N.
Krebs Ovesen

4. udgave, 7. oplag 2003

© 1984, Polyteknisk Forlag, Lyngby, Danmark

Rettelsesblad sidst i bogen © Armtoft, Bagge og Fuglsang

Ingen del af denne bog må gengives, lagres i et søgesystem eller transmitteres i nogen form eller med noget middel, grafisk, elektronisk, mekanisk, fotografisk, indspillet på plade eller bånd, overført til databanker eller på anden måde, uden forlagets skriftlige tilladelse. Enhver kopiering fra denne bog må kun ske efter reglerne i lov om ophavsret af 14. juni 1995 med senere ændringer.

Indledningsvignetterne for de enkelte kapitler er gengivet efter L. Brennecke: Der Grundbau. Kommissions-Verlag von Ernst Toeche, Berlin 1887.

ISBN 87-502-0768-7

Tryk: AKA-Print A/S, Århus

Printed in Denmark 2003

POLYTEKNISK 

Anker Engelunds Vej 1
DK-2800 Lyngby
Telefon: (+45) 7742 4344
Fax: (+45) 7742 4354
e-post: Forlag@poly.dtu.dk
hjemmeside: www.polyteknisk.dk

Denne lærebog i Geoteknik er primært skrevet til brug ved undervisningen i den teoretiske del af faget Fundering på Danmarks Ingeniørakademis Bygningsafdelinger i Aalborg og København.

Hovedformålet med bogen er at give læserne en indgående forståelse af geoteknikens grundlæggende principper. Hensigten med de i bogen anvendte eksempler og det i bogen givne håndbogsstof er således at give en større indlevelse i stoffet, idet bogen ikke er tænkt at skulle tjene som dimensioneringsvejledning eller som geoteknisk håndbog.

Anvendelsen af de i bogen angivne beregningsmetoder og -principper er belyst i N. Krebs Ovesens: Eksempler I Geoteknik og Opgaver i Geoteknik.

Bogen er skrevet i tilknytning til "Dansk Ingeniørforenings Norm for Fundering", DS 415, hvis bogstavsymboler i stor udstrækning er benyttet.

Bogen er af praktiske hensyn delt i to bind. Begge bind er forsynet med indholdsfortegnelse, emneregister og symbolfortegnelse for hele bogen samt med en fortegnelse over faglitteratur.

I nærværende 4. udgave er SI-systemet indført, mens der ivotrigt kun er foretaget mindre rettelser.

Ved udarbejdelsen har medvirket: Akademiingeniør Gunnar Bagge, M.Sc. og akademiingeniør Leif Fuglsang, M.Sc. Tegningerne er udført af Helge Bardram og Grethe Wrangel, skrivning af Lis Topholm og Birte Torstveit og omslag af Peter Mogensen. Vi takker vore medarbejdere for deres dygtige arbejde og store interesse. Desuden takker vi Polyteknisk Forlag for et godt samarbejde.

Bind 1

1	Indledning		
	1.1	Fundering og Geoteknik	side 1.1
	1.2	Definition af jord	1.2
	1.3	Geoteknikkens problemer	1.3
	1.4	Geoteknikkens arbejdsmetode	1.5
2	Grundlæggende begreber		
	2.1	Trefasesystemet	2.1
	2.2	Jordens korn	2.1
	2.3	Jordens porer	2.5
	2.4	Konsistensgrænser	2.10
	2.5	Jordartsbeskrivelse	2.12
3	Geostatik		
	3.1	Effektive spændinger og poretryk	3.1
	3.2	Kapillaritet	3.10
	3.3	Hviletryk	3.16
4	Plane strømninger		
	4.1	Darcy's lov	4.1
	4.2	Permeabilitetskoefficienten	4.6
	4.3	Løftning	4.8
	4.4	Potentialstrømninger	4.15
	4.5	Strømnet	4.19
	4.6	Singulære punkter	4.29
	4.7	Frit vandspejl	4.39
5	Specielle strømningsproblemer		
	5.1	Grundvandsænkning	5.1
	5.2	Jordlegemers ligevægt ved strømning	5.14
	5.3	Quasi-stationære strømninger	5.27
6	Jordlags sammentrykkelighed		
	6.1	Grundlæggende betragtninger	6.1
	6.2	Normalkonsolideret ler	6.2
	6.3	Stærkt forkonsolideret ler	6.7
	6.4	Lettere forkonsolideret ler	6.9
	6.5	Sandlags sammentrykkelighed	6.11
	6.6	Laboratorieforsøg	6.12
	6.7	Konsolideringsteori	6.16
7	Fundamenters sætning		
	7.1	Grundbegreber	7.1
	7.2	Trykspredning	7.2
	7.3	Fundament på tykt lerlag	7.9
	7.4	Fundament på tyndt lerlag	7.18
	7.5	Den konventionelle sætningsberegning	7.19
	7.6	Sætningernes tidsforløb	7.23
	7.7	Fundamenter på sand	7.25
	7.8	Tilladelig sætning	7.28
	7.9	Sætningsgivende belastning	7.31
	7.10	Beregning af specielle tilfælde	7.32
8	Jords styrke		
	8.1	Grundbegreber	8.1
	8.2	Brudbetingelser for jord	8.5
	8.3	Måling af jords styrke	8.8
	8.4	Sands styrkeegenskaber	8.14
	8.5	Lers styrkeegenskaber	8.18
	8.6	Lers udrænedede forskydningsstyrke	8.22
	8.7	Kort- og langtidsstabilitet	8.27
	8.8	Specielle styrkeproblemer	8.32

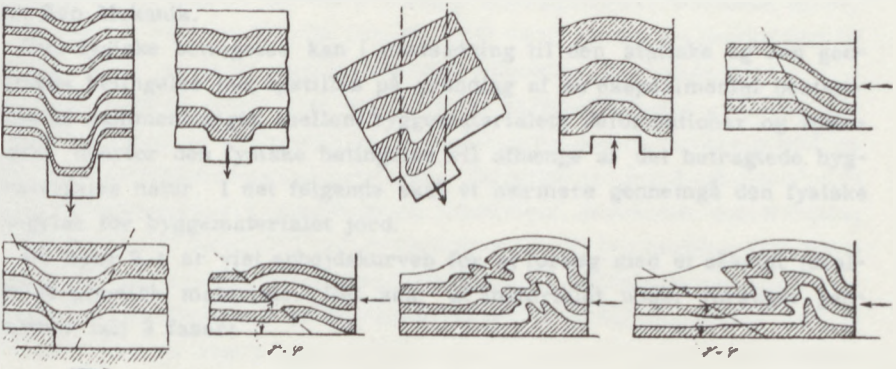
Bind 2

9	Plasticitetsteori for jord		
	9.1 Grundbegreber	side	9.1
	9.2 Brudfigurer		9.5
	9.3 Kinematiske og statiske krav til brudfigurer		9.11
	9.4 Kötter's ligning		9.17
	9.5 Indre kræfter i cirkulære og rette brudlinier		9.19
	9.6 Randbetingelser		9.24
	9.7 Ligevægtsmetoden		9.29
	9.8 Ekstremmetoden		9.32
	9.9 Ligevægtsmetoden kontra ekstremmetoden		9.35
	9.10 Plasticitetsteoriens praktiske anvendelse		9.47
10	Stabilitet		
	10.1 Grundbegreber		10.1
	10.2 Ekstremmetoden		10.3
	10.3 Strimmelmetoden		10.11
	10.4 Virkning af vandtryk		10.16
11	Jordtryk		
	11.1 Grundbegreber		11.1
	11.2 Coulomb's jordtryksteori		11.5
	11.3 Brinch Hansen's jordtryksteori		11.13
	11.4 Generelle dimensioneringsproblemer		11.35
12	Jordtryk på spunsvægge		
	12.1 Grundbegreber		12.1
	12.2 Frie spunsvægge		12.3
	12.3 Brinch Hansen's metode for forankrede spunsvægge		12.6
	12.4 Andre metoder for forankrede spunsvægge		12.20
	12.5 Afstivede spunsvægge		12.27
13	Specielle jordtryks- og stabilitetsproblemer		
	13.1 Ankerplader		13.1
	13.2 Ankerlængder		13.9
	13.3 Cellefangedæmninger		13.10
14	Fundamenters bæreevne		
	14.1 Grundbegreber		14.1
	14.2 Terzaghi's bæreevneformel		14.1
	14.3 Bæreevnefaktorerne		14.4
	14.4 Generel bæreevneformel		14.12
	14.5 Generelle dimensioneringsproblemer		14.15
	14.6 Støttmure		14.20
15	Enkeltpæles bæreevne		
	15.1 Grundbegreber		15.1
	15.2 Geostatisk beregning		15.2
	15.3 Prøveramning		15.8
	15.4 Belastningsforsøg		15.11
	15.5 Gruppevirkning		15.13
16	Pæleværker		
	16.1 Grundbegreber		16.1
	16.2 Culmann's tilnærmede metode		16.4
	16.3 Nøkkentved's metode		16.9
	16.4 Vandepitte's metode		16.20
	16.5 Elastisk-plastisk tilstand		16.29

Symbolfortegnelse, fortegnelse over faglitteratur og emneregister for hele værket findes bagest i begge bind.

Bagest i bogen findes en rettelsesliste udarbejdet af Ole Amtoft, Gunnar Bagge og Leif Fuglsang, Institut for Anvendt Bygge- og Miljøteknik, Danmarks Tekniske Universitet.

KAPITEL 9



9. Plasticitetsteori for jord

9.1 Grundbegreber

Det generelle grundlag for beregningen af påvirkninger og formforandringer i en jordmasse er følgende forudsætninger:

- 1) Jordmassen bevarer sin sammenhæng.

Dette kaldes den geometriske betingelse. Den angår kun jordmassens formforandringer.

- 2) Hver enkelt del af jordmassen er i ligevægt under de ydre og indre kræfter.

Dette kaldes den statiske betingelse. Den angår kun kræfterne i jordmassen.

- 3) Formforandringernes afhængighed af de indre kræfter er kendt.

Dette kaldes den fysiske betingelse. Den angår sammenhængen mellem jordmassens formforandringer og indre kræfter.

Forudsætningerne 1) og 2) kan gøres til genstand for behandling på et rent teoretisk grundlag, idet såvel den geometriske som den statiske betingelse er uafhængig af det betragtede byggemateriales natur. For en nærmere omtale af den geometriske og den statiske betingelse henvises til faget Ren Mekanik.

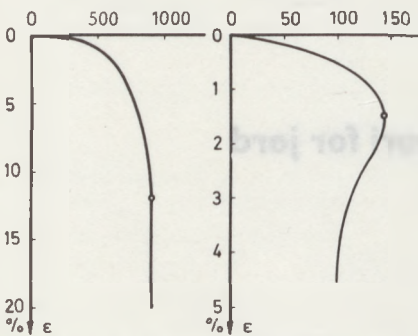
Den fysiske betingelse kan i modsætning til den statiske og den geometriske betingelse kun opstilles på grundlag af en eksperimentel bestemmelse af sammenhængen mellem byggematerialets deformationer og spændinger, hvorfor den fysiske betingelse vil afhænge af det betragtede byggemateriales natur. I det følgende skal vi nærmere gennemgå den fysiske betingelse for byggematerialet jord.

På figur 9.1 er vist arbejdskurven for et forsøg med et såkaldt ideal-elastisk-plastisk materiale. Det ses, at materialet under forsøget gennemløber ialt 3 faser:

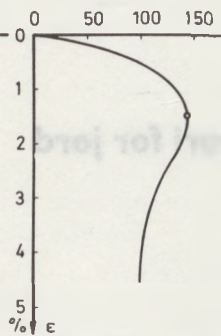
Ideal-elastisk-plastisk materiale



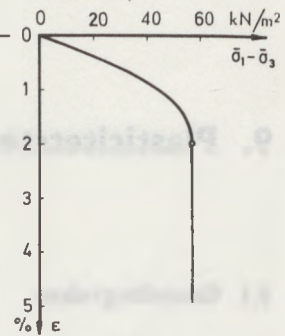
CD-forsøg med sand $\bar{\sigma}_3 = 500 \text{ kN/m}^2$



CD-forsøg med ler $\bar{\sigma}_3 = 250 \text{ kN/m}^2$



CU-forsøg med ler $\bar{\sigma}_3 = 400 \text{ kN/m}^2$



Figur 9.1 Arbejds-kurve for ideal-elastisk-plastisk materiale.

Figur 9.2 Arbejdskurver for triaksiale forsøg med jord.

1. fase er det elastiske område, hvor der hersker proportionalitet mellem spændinger og deformationer,
2. fase er det plastiske område, hvor en forøgelse af materialets deformationer ikke medfører forøgelse af spændingerne, og
3. fase er bruddet, hvor der sker en adskillelse af materialets bestanddele.

Svarende til disse 3 faser kan en beregning af materialets deformationer og spændinger foretages efter henholdsvis

- a) elasticitetsteorien,
- b) plasticitetsteorien samt
- c) brudteorien.

En jordmasse vil, selv når den undergår meget store deformationer, almindeligvis antage karakter af et samlet hele. Der vil således aldrig i en jordmasse kunne ske nogen egentlig adskillelse af materialets bestanddele, som det f. eks. er tilfældet, når man trækker en stålstang over. Følgelig vil der ikke kunne blive tale om at behandle geotekniske problemer efter en brudteori.

I elasticitetsteorien foretages beregningen af materialets deformationer og spændinger på grundlag af Hooke's lov, i henhold til hvilken man forudsætter retliniet sammenhæng mellem spændinger og deformationer.

Det skal således bemærkes, at det i elasticitetsteorien principielt ikke er muligt at beregne spændingstilstanden uden samtidig at bestemme deformationerne.

I plasticitetsteorien foretages beregningen af materialets deformationer og spændinger på grundlag af en flydebetingelse, i henhold til hvilken man forudsætter, at materialets deformationer kan øges vilkårligt uden ændring af spændingerne, når disse først har nået de ved flydebetingelsen angivne værdier. Det bemærkes, at det i plasticitetsteorien i princippet er muligt at beregne spændingstilstanden, uden at man i og for sig behøver at interessere sig for deformationerne. Almindeligvis vil dog en eller flere af det betragtede jordlegemes randbetingelser referere sig til deformationerne, og i så fald må disse naturligvis tages i betragtning for at få en korrekt løsning af problemet.

Vi har ovenfor fastslået, at det ikke er relevant at behandle geotekniske problemer efter en brudteori. Til trods herfor vil man meget ofte indenfor geoteknikken møde sådanne udtryk som: brud i jord, brudteori, brudproblem m. fl. Dette skyldes i virkeligheden forkert sprogbrug, idet man eksempelvis med betegnelsen "brud i jord" egentlig mener "flydning i jord". Da denne sprogbrug imidlertid har vundet almindelig hævd, må vi fastslå, at betegnelsen brud i det følgende alene refererer til plasticitetsteorien. Det er da også i denne betydning, vi i afsnit 8 har gjort brug af ordet brud.

Om en geoteknisk konstruktion skal dimensioneres i henhold til elasticitetsteorien eller i henhold til plasticitetsteorien har været stærkt diskuteret i mange år. Det kommer formentlig af, at to vidt forskellige krav skal opfyldes af den færdige konstruktion. Det første krav, stivhedskravet - hvorved forstås, at der ikke ved normal brugsbelastning optræder så store deformationer, at konstruktionen bliver uanvendelig til sit formål - kræver en undersøgelse af konstruktionen i brugsstadiet. Det andet krav, styrkekravet - hvorved forstås, at der skal være en vis brudsikkerhed til stede - kræver en undersøgelse af konstruktionen i brudstadiet.

Af det ovenfor anførte vil det fremgå, at man ikke een gang for alle kan beslutte, om en geoteknisk konstruktion mest hensigtsmæssigt undersøges i brugsstadiet eller i brudstadiet. Principielt må man fastholde, at begge undersøgelser bør gennemføres for enhver geoteknisk konstruktion; undersøgelsen i brugsstadiet bør gennemføres for at bestemme deformationerne for brugsbelastningen, og undersøgelsen i brudstadiet bør gennemføres for at bestemme, om konstruktionen er tilstrækkelig sikker mod et brud.

Når man i praksis alligevel ofte kun ser den ene af disse undersøgelser gennemført, hænger det dels sammen med, at der for en del konstruktioners vedkommende endnu ikke er udviklet teoretiske metoder for gennemførelse af begge undersøgelser, og dels sammen med, at det for en del konstruktioners vedkommende har vist sig, at eksempelvis styrkekravets opfyldelse så at sige altid medfører stivhedskravets opfyldelse eller omvendt.

Ingen af disse forhold ændrer dog det principielt ønskelige i at kunne undersøge en geoteknisk konstruktion - såvel som enhver anden bærende konstruktion - både i brugs- og brudstadiet.

Hvad angår vurderingen af muligheden for at basere den geotekniske deformationsundersøgelse på elasticitetsteorien henvises til kapitlerne 6 og 7. I det følgende behandles plasticitetsteoriens anvendelse ved undersøgelse af geotekniske konstruktioner i brudstadiet.

I kapitel 8 er gennemført en undersøgelse af problemerne i forbindelse med jords styrke. Resultatet af denne undersøgelse blev, at styrken af jord generelt kan udtrykkes ved Coulomb's brudbetingelse:

$$\tau \leq c + \sigma \tan \varphi \quad 9.1$$

Denne brudbetingelse angiver den øvre grænse for de påvirkninger, der kan optages på et givet snit i en jordmasse, som er i besiddelse af kohæsionen c og friktionsvinklen φ .

Lad os engang se hvad der sker, såfremt vi søger at øge en jordmasses påvirkninger udover de ved Coulomb's brudbetingelse angivne værdier.

På figur 9.2 er optegnet arbejdskurverne for de tre typer triaksiale forsøg:

- a) et CD-forsøg med sand,
- b) et CD-forsøg med ler og
- c) et CU-forsøg med ler.

Af arbejdskurverne, der alle må betragtes som karakteristiske for den pågældende type af forsøg, fremgår det, at deformationerne i begyndelsen af forsøget vokser jævnt i takt med spændingerne. I alle tre typer af forsøg når spændingerne tilnærmelsesvist et maksimum, som på figur 9.2 er angivet med en cirkel. Det er spændingerne i jorden svarende til dette maksimumpunkt, der i kapitel 8 dannede grundlaget for opstillingen af Coulomb's brudbetingelse for jord. Af arbejdskurven fremgår det, at når maksimumpunktet er passeret, vil jordens deformationer stort set kunne øges vilkårligt uden ændring af spændingerne.

Sammenlignes arbejdskurverne fra de tre typer af forsøg med arbejds-

kurven for det ideal-elastisk-plastiske materiale på figur 9.1, ses det, at jord må betragtes som et materiale med ret udprægede plastiske egenskaber. Dette betyder, at vi kan basere en undersøgelse af en geoteknisk konstruktion i brudstadiet på anvendelse af plasticitetsteorien, idet vi som grundlag for denne anvendelse skal benytte Coulomb's brudbetingelse, således som den er udtrykt ved formel 9.1. Hvad angår bestemmelsen af talværdierne for de i brudbetingelsen indgående styrkeparametre c og φ henvises til kapitel 8.

I det følgende skal gennemgås de grundlæggende principper for plasticitetsteoriens anvendelse for jord. Ved denne gennemgang indskrænker vi os til at betragte en plan deformationstilstand. Dette betyder, at vi kun betragter spændinger og deformationer i en lodret plan. I retning vinkelret på denne plan er deformationerne nul. Vi forudsætter endvidere, at jorden er homogen og isotrop.

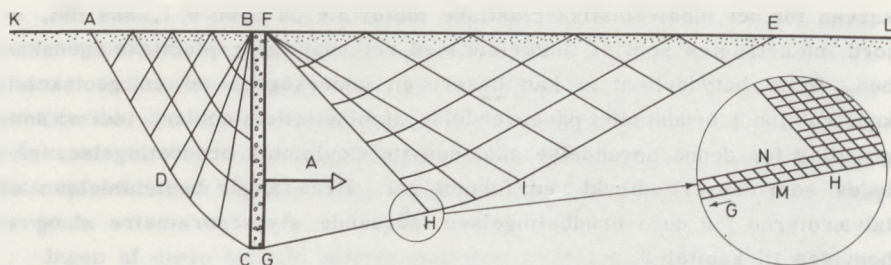
Ved den plastiske tilstands indtræden vil de fleste jordarter udvise enten positiv eller negativ dilatation, d. v. s. jorden vil enten formindske eller forøge sit volumen. Når den plastiske tilstand er fuldt udviklet, kan dilatationen i nogle tilfælde blive nul. Dette vil således være tilfældet under hele deformationsprocessen i de tilfælde, hvor der er tale om udrænet brud i ler, idet jordens vandindhold da vil forblive konstant. I konsekvens heraf gør man ved plasticitetsteoriens anvendelse for jord den forudsætning, at jorden er dilatationsfri i selve den plastiske tilstand.

9.2 Brudfigurer

Ved betragtning af et eksempel skal i det følgende gennemgås de grundlæggende begreber i forbindelse med udvikling af brudtilstand i jordmasser.

Figur 9.3 viser en ankerplade, bestående af en lodretstillet jernbetonplade anbragt i en jordaflejrning af stor udstrækning. Ankerplader benyttes i praksis til optagelse af vandrette kræfter, eksempelvis ved forankring af spunsvægge.

Den på figuren viste ankerplade er påvirket af en ydre vandret kraft A , der til at begynde med tænkes at være nul. I jorden vil der da herske såkaldt hviletilstand, hvor den største hovedspænding overalt er lodret, medens den mindste hovedspænding er vandret. Forøges ankerkraften A langsomt, vil der i takt med forøgelsen ske en ændring af spændingstil-



Figur 9.3 Eksempel på brudfigur ved ankerplade.

standen i jorden. Denne ændring vil gælde både hovedspændingernes størrelse og retning. Eksempelvis vil hviletilstanden foran pladen ændres således, at den største hovedspænding i jorden bliver vandret eller næsten vandret, medens den mindste hovedspænding tilsvarende bliver lodret eller næsten lodret. Efterhånden som ankerkraften vokser, vil spændingstilstanden i enkelte punkter af jorden nå den grænsetilstand, som er angivet ved Coulomb's brudbetingelse. Herved vil der i de pågældende punkter af jorden opstå de såkaldte brudsnit. Disse brudsnit vil dannes i de retninger, der svarer til de punkter, hvor Mohr's spændingscirkel rører de ved Coulomb's brudbetingelse angivne frembringere. Dannelsen af brudsnit i enkelte punkter af jordmassen betyder ikke, at ankerpladens bæreevne er udtømt. Ankerkraften kan stadigvæk forøges, idet der dog herved bringes flere og flere punkter af jorden i brudtilstand. Disse punkters brudsnitretninger vil, efterhånden som kraften vokser, udvikle sig til sammenhængende kurver - såkaldte brudlinier - i hvilke der kan ske bevægelse af de tilstødende jordlegemer i forhold til hinanden. I sluttetilstanden vil jordens bæreevne være udtømt, hvilket vil være kendetegnet ved, at ankerkraften ikke kan forøges yderligere. Det samlede system af brudlinier i den fuldt udviklede brudtilstand benævnes brudfiguren, og er for ankerpladen vist på figur 9.3.

Brudlinierne er som nævnt grundelementet i en brudfigur. Brudlinierne kan karakteriseres som kurver, hvis punkter alle befinder sig i brudtilstanden, og hvis tangent i ethvert punkt angiver retningen af et brudsnit gennem punktet. Af Mohr's spændingscirkel på figur 8.2 fremgår det, at der gennem ethvert punkt, som er i brudtilstand, går to brudsnitretninger og følgelig to brudlinier. Det fremgår endvidere, at de to brudli-

nier gennem et punkt danner vinklen $90 \pm \varphi$ med hinanden. På figur 9.3 er eksempelvis linien, der forbinder punkterne F og I, en brudlinie.

En brudfigur består iøvrigt af et eller flere af følgende elementer: zonebrud, liniebrud og elastiske zoner.

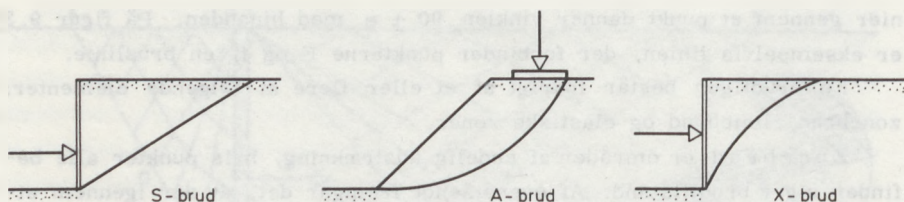
Zonebrud er områder af endelig udstrækning, hvis punkter alle befinder sig i brudtilstand. Af ovenstående fremgår det, at der igennem ethvert punkt i et zonebrud går to brudlinier, der danner vinklen $90 \pm \varphi$ med hinanden. Når man skal optegne et zonebrud, er det selvfølgelig ikke muligt at optegne alle brudlinier indenfor zonebruddet. Man nøjes da med at optegne et passende udvalg, således som det fremgår af figur 9.3, hvor områderne ABCD og EFHI er zonebrud. Ordene zonebrud og brudzone benyttes ofte i flæng, ligesom man om en brudzone kan benytte betegnelsen plastisk zone.

Liniebrud kan karakteriseres som meget snævre brudzoner. Når man skal optegne et liniebrud, angiver man det som regel blot som en enkelt linie således som vist på figur 9.3, hvor den rette linie, der forbinder punkterne G og H, er et liniebrud. For at forstå liniebruddets karakter, er det imidlertid ofte nødvendigt at optegne det som et snævert zonebrud, således som vist detaljeret til højre på figur 9.3. Det er vigtigt at forstå, at ordene brudlinie og liniebrud ikke kan benyttes i flæng. På figur 9.3 er liniestykket MN en brudlinie, hvorimod den meget smalle brudzone fra G til H betegnes som et liniebrud. Som det bl. a. fremgår af figur 9.3, vil man på begge sider af liniebruddet altid have en elastisk zone.

Elastiske zoner er områder af endelig udstrækning, i hvis indre intet punkt er i brudtilstand. En elastisk zone kan være begrænset enten af den betragtede jordmasses ydre begrænsning (eksempelvis en klippeoverflade eller en spunsvæg) eller af zonebrud eller liniebrud. Da de elastiske deformationer i reglen forudsættes at være små af højere orden end de plastiske, kan en elastisk zone betragtes som stiv i forhold til en plastisk. På figur 9.3 er zonen GFH en elastisk zone.

Både linie- og zonebrud kan optræde i forskellige former. De vigtigste omtales og illustreres i det følgende, idet det bemærkes, at alle de i nærværende kapitel viste brudfigurer svarer til vægtløs jord.

Liniebruddet er som tidligere omtalt skillelinie mellem to elastiske zoner. Da sådanne zoner kan betragtes som stive, vil en relativ bevægelse langs liniebruddet kun kunne ske, når liniebruddet er en ret linie eller en cirkel. Herved fremkommer de på figur 9.4 viste tre former for liniebrud:



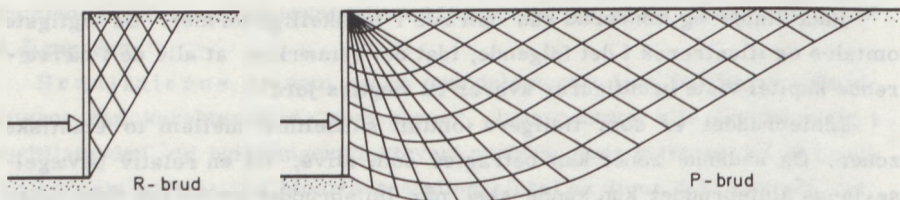
Figur 9.4 Eksempler på liniebrud.

- a) det såkaldte S-brud, som består af en ret linie,
- b) det såkaldte A-brud, som består af en (opad) konkav cirkelbue samt
- c) det såkaldte X-brud, som består af en (opad) konvex cirkelbue.

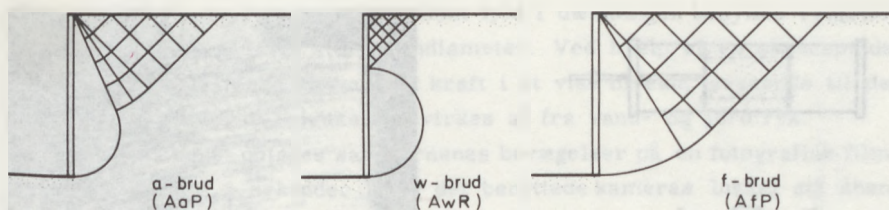
Zonebruddet er som tidligere omtalt karakteriseret ved, at brudbetingen er opfyldt indenfor en nærmere afgrænset zone. I denne zone vil der overalt ske plastiske bevægelser, som dels består af tøjninger og deviationer af det enkelte jordelement, og dels består af glidninger af jordelementerne mod hinanden.

Som følge af plastiske bevægelser i selve brudzonen behøver dennes begrænsende brudlinier hverken at være cirkulære eller at være rette. De to vigtigste former for zonebrud er vist på figur 9.5:

- a) det såkaldte R-brud består af to sæt rette, parallelle brudlinier, der skærer hinanden under vinklen $90^\circ \pm \varphi$, medens
- b) det såkaldte P-brud består af to sæt brudlinier, hvoraf det ene sæt er konforme logaritmiske spiraler, medens det andet sæt er rette linier gennem spiralernes pol, der er et singulært punkt.



Figur 9.5 Eksempler på zonebrud.



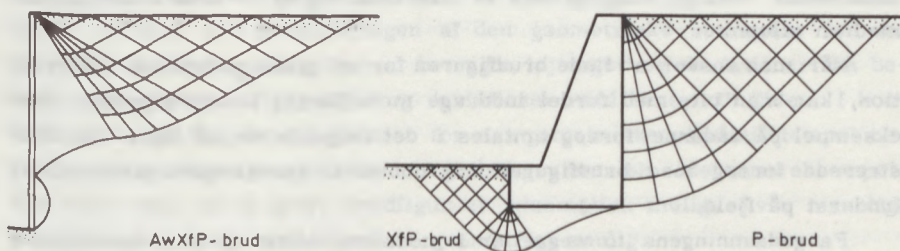
Figur 9.6 Eksempler på kombination af brudfigurer.

R-bruddet er opkaldt efter den engelske plasticitetsteoretiker W. J. M. Rankine, medens P-bruddet er opkaldt efter den tyske plasticitetsteoretiker L. Prandtl. P-bruddet forekommer ofte i kombination med R-zoner, således som det eksempelvis fremgår af figur 9.5. For simpelhedens skyld betegnes da hele zonebruddet som et P-brud.

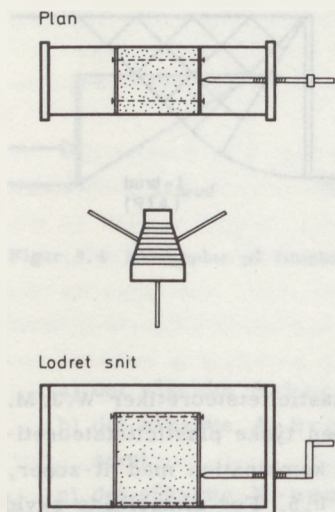
Foruden rene liniebrud og rene zonebrud forekommer såkaldte kombinerede brud, der indeholder mindst to elastiske eller plastiske zoner foruden den fastliggende jord. Man kan skelne mellem forskellige typer af kombinerede brud, alt efter hvorledes de brudlinier, der afgrænser de to nabozoner, støder sammen.

Nogle vigtige former for kombinerede brud er vist på figur 9.6:

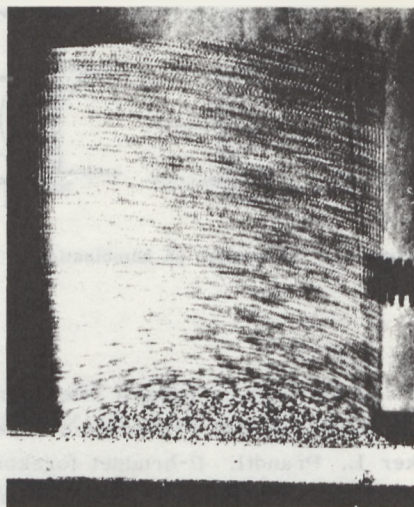
- det såkaldte a-brud angiver, at to begrænsende brudlinier danner vinklen $90^\circ \pm \varphi$ med hinanden,
- det såkaldte w-brud angiver, at de to begrænsende brudlinier møder hinanden ved væggen under en vinkel, der kan være forskellig fra $90^\circ \pm \varphi$, medens



Figur 9.7 Eksempler på kombinerede brud.



Figur 9.8 Forsøgsopstilling til brudfigurforsøg.



Figur 9.9 Brud i dobbelt spunsvægsfangedæmning på fjeld.

c) det såkaldte f-brud angiver, at to begrænsende brudlinier flugter med hinanden.

Iøvrigt angives betegnelsen for et kombineret brud på den måde, at de store bogstaver, der angiver de forskellige linie- og zonebrud skrives i rækkefølge, begyndende ved væg eller fundament og sluttende ved den fri jordoverflade, medens de små bogstaver, der angiver arten af relationen mellem to nabozoners brudlinier, skrives mellem de tilsvarende store bogstaver. På figur 9.7 er til illustration heraf vist dels et AwXfP-brud i forbindelse med en væg og dels et XfP-brud og et P-brud i forbindelse med en støttemur.

Når man ønsker at finde brudfiguren for en given geoteknisk konstruktion, kan man ofte med fordel inddrage modellforsøg i undersøgelsen. Som eksempel på sådanne forsøg omtales i det følgende de på figur 9.8 illustrerede forsøg med brudfiguren for dobbelte spunsvægsfangedæmninger funderet på fjeld.

Fangedæmningens to vægge er i modellen udført af tynd metalplade, som er forankret til hinanden med ankre udført af ståltråd. Fangedæmningen opbygges mellem to planparallelle glasvægge, således at dens længde-

akse er vinkelret på disses plan. Som fyld i dæmningen benyttes rent tørt sand med en forholdsvis stor korndiameter. Ved hjælp af en skruespindel kan dæmningen påføres en vandret kraft i et vist niveau, svarende til den belastning dæmningen i praksis påvirkes af fra vand- og jordtryk.

Under forsøget optages sandkornenes bevægelser på en fotografisk film, idet man f. eks. i 5 sekunder lader det benyttede kameras lukker stå åben, medens man med skruespindlen påfører dæmningen en deformation af passende størrelse.

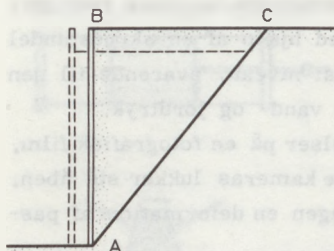
Resultatet af et sådant forsøg er vist på figur 9.9. Det ses klart, at hele dæmningen i brudtilstanden drejer sig om et punkt beliggende under fjeldets overflade. Mellem væggene optræder et liniebrud bestående af en enkelt konveks cirkel (X-brud). Sandet under denne cirkel forbliver i hvile, medens hele sandmassen (inklusive væggene) over cirklen drejer sig som et stift hele omkring cirkelens centrum. På grundlag af det udførte modelforsøg kan vi således fastslå, at brudfiguren for en dobbelt spunsvægsfangedæmning funderet på fjeld består af et X-brud mellem de to spunsvægges spidser.

Modelforsøg af lignende art som det her beskrevne kan med stort udbytte benyttes til undersøgelse af det principielle udseende af brudfiguren for sådanne konstruktioner som spunsvægge, ankerplader, fundamenter, m. fl. Friktionen mellem glasvæggene og selve konstruktionen gør det imidlertid værdiløst at forsøge at foretage en bestemmelse af brudfigurernes geometriske parametre på grundlag af forsøgene.

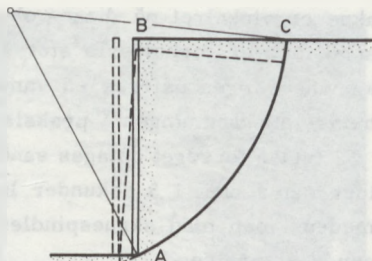
9.3 Kinematiske og statiske krav til brudfigurer

Det blev ovenfor fastslået, at man i den plastiske tilstand kan ændre deformationerne i en jordmasse uden at ændre spændingerne. Dette medfører, at man ved formuleringen af den geometriske betingelse for den plastiske tilstand i stedet for at betragte tøjninger og deviationer må betragte de afledede af tøjninger og deviationer med hensyn til tiden. I konsekvens heraf benytter man inden for den geotekniske plasticitetsteori begrebet kinematisk synonymt med begrebet geometrisk, idet man eksempelvis taler om, at en given brudfigur er kinematisk mulig, hvor man lige så godt kunne benytte betegnelsen geometrisk mulig.

For en given brudfigur må det i princippet kræves, at den både er kinematisk og statisk mulig.



Figur 9.10 Kinematisk mulig liniebrud ved parallelforskydning.



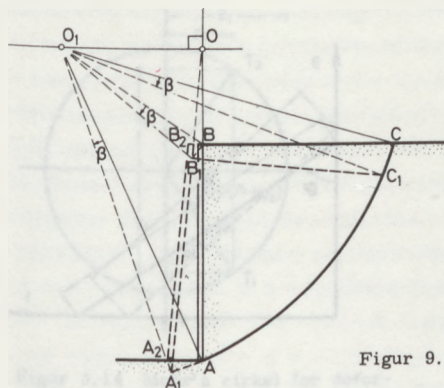
Figur 9.11 Ikke-kinematisk mulig liniebrud ved parallelforskydning.

Kravet om at brudfiguren skal være kinematisk mulig medfører, at de i brudfiguren implicerede bevægelser skal være forenelige med hinanden og med bevægelsernes grænsebetingelser; endvidere medfører det, at forskydningsspændingernes retninger skal svare til, at de modvirker bevægelserne.

Kravet om en kinematisk mulig brudfigur er på figur 9.10 illustreret ved et eksempel. For en væg, der parallelforskyder sig bort fra en jordmasse, ses her en kinematisk mulig brudfigur. I jorden opstår et ret liniebrud AC, der sammen med væggen AB og jordoverfladen BC afgrænser den elastiske zone ABC. Det ses af figuren, at de fremkomne bevægelser, som er vist med punkteret streg, er forenelige med hinanden og med bevægelsernes grænsebetingelser d.v.s. med væggenes bevægelser. Kravet om, at forskydningsspændinger og forskydningsdeformationer skal passe sammen medfører i det foreliggende tilfælde, at man ved en statisk undersøgelse af problemet skal regne forskydningsspændingerne i liniebruddet AC virkende opad på jordlegemet ABC, samt forskydningsspændingerne mellem væg og jord virkende nedad på væggen.

På figur 9.11 er for den samme vægbevægelse - parallelforskydning bort fra jorden - angivet en brudfigur, der består af et konkavt cirkulært liniebrud gennem væggenes fodpunkt. At den pågældende brudfigur ikke er kinematisk mulig ses af, at de fremkomne bevægelser ikke passer sammen, idet bevægelsernes grænsebetingelse, som er illustreret med punkteret streg, ikke kan opfyldes.

På figur 9.12 er for en væg, der drejer sig om et punkt O på væggenes forlængelse over væggenes top, vist en kinematisk mulig brudfigur

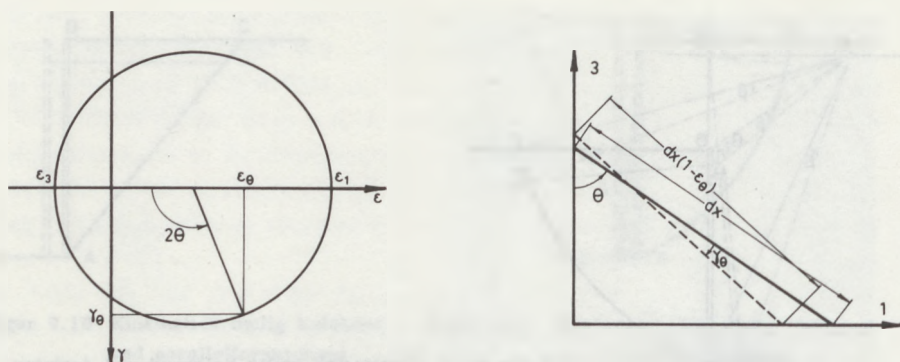


Figur 9.12 Kinematisk mulig liniebrud ved drejning af en væg om et punkt.

bestående af et cirkulært liniebrud, hvis centrum O_1 ligger på en linie, der i omdrejningspunktet O er normal til væggen forlængelse. At denne brudfigur er kinematisk mulig indses på følgende måde. Ved at dreje hele planen vinklen β vil jordlegemet ABC bevæge sig hen i stillingen $A_1B_1C_1$. Bevægelsen af liniestykket AB ses at svare til en drejning om punkt O , som ligger på fodpunktet af normalen gennem O_1 til linien AB . For at væggen bevægelser og liniestykket AB 's bevægelser skal svare til hinanden, må man altså blot kræve, at punkt O_1 og O ligger på en fælles normal til væggen eller dennes forlængelse. Da væggen ved drejningen om punkt O har bevæget sig til stillingen A_2B_2 , må jordlegemet ABC åbenbart have forskudt sig stykket B_2B_1 nedad i forhold til væggen. Dette indebærer, at man ved en statisk undersøgelse af problemet skal regne forskydningsspændingerne mellem væg og jord virkende nedad på væggen.

Til yderligere belysning af problemet skal anføres, at såfremt punkt O_1 ligger til højre for punkt O på normalen, vil et cirkulært liniebrud ligeledes være en kinematisk mulig brudfigur, blot skal man nu regne forskydningsspændingerne mellem væg og jord virkende opad på væggen. Såfremt punkt O_1 og punkt O falder sammen, er det cirkulære liniebrud stadig en kinematisk mulig brudfigur, blot sker der nu ingen forskydning mellem væg og jord.

De anførte eksempler på kinematiske krav til brudfigurer har kun omhandlet liniebrud. Hvad angår de kinematiske krav til zonebrud er forholdene betydeligt mere komplicerede. Her skal dog gives visse generelle retningslinier.



Figur 9.13 Mohr's cirkel for deformationerne i et punkt.

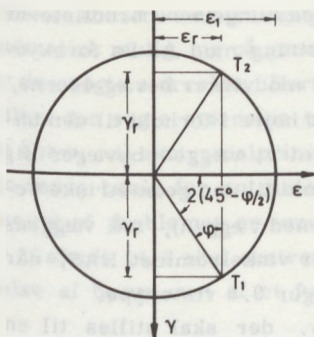
I zonebruddet sker der overalt tøjninger og deviationer af de enkelte jordelementer. Disse tøjninger og deviationer kan som vist til venstre på figur 9.13 fremstilles grafisk ved hjælp af Mohr's cirkel for deformationstilstanden i et punkt.

Inden for geoteknikken regner vi tøjninger positive ved forkortelse, og deviationer positive ved drejninger med uret.

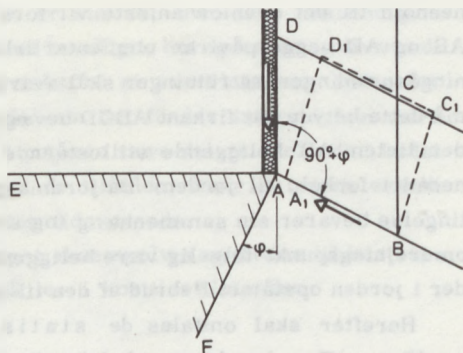
Udledelsen af Mohr's deformationscirkel forudsættes kendt, og skal derfor ikke omtales her. Af figur 9.13 fremgår det, at deformationstilstanden i et punkt er fastlagt, når blot man kender størrelsen af de to hovedtøjninger ϵ_1 og ϵ_3 samt retningen af hovedsnittene. Endvidere fremgår det, hvordan man finder tøjningen ϵ_θ og deviationen γ_θ i en retning, som danner vinklen θ med den retning, hvori hovedtøjningen ϵ_3 optræder.

Som omtalt i afsnit 9.1 forudsættes jorden at være dilatationsfri. Dette medfører, at de to hovedtøjninger ϵ_1 og ϵ_3 er numerisk lige store, men med modsat fortegn, og at alle tøjninger som vist på figur 9.14 måles ud fra centrum af Mohr's cirkel for deformationerne.

Forudsætningen om at den betragtede jordmasse er isotrop medfører i henhold til den almindelige plasticitetsteori, at hovedspændings- og hoveddeformationsakserne er sammenfaldende. Dette betyder, at de Mohr'ske cirkler for deformationer og spændinger svarer til hinanden punkt for punkt, således at koordinaterne til et givet punkt på Mohr's cirkel for spændingerne, angiver de spændinger, der virker på et snit, som er normal til den betragtede retning, medens det med hensyn til retning ensbeliggende



Figur 9.14 Mohr's cirkel for deformationerne i et punkt i dilatationsfri jord.



Figur 9.15 Omdrejningspunktets beliggenhed ved P-brud bag væg.

punkt på Mohr's cirkel for deformationerne angiver deformationerne i den betragtede retning.

Til brudlinieretningerne svarer da punkterne T_1 og T_2 på Mohr's cirkel for deformationerne. I begge brudlinieretninger fås tøjningen:

$$\epsilon_r = \epsilon_1 \sin \varphi \quad 9.2$$

For ændringen af den spidse vinkel mellem de to brudlinieretninger fås tilsvarende:

$$2 \gamma_r = 2 \epsilon_1 \cos \varphi = 2 \epsilon_r \cot \varphi \quad 9.3$$

Da den maksimale tøjning ϵ_1 svarer til en forkortelse, vil der således overalt i et zonebrud, hvor $\varphi \neq 0$, ske en forkortelse af brudlinierne samtidig med, at den spidse vinkel mellem brudlinierne forøges. Da det generelt gælder, at forskydningspændinger er rettede bort fra den vinkel, de forøger, vil dette medføre, at de forskydningspændinger, der påvirker en elementarfirkant begrænset af fire brudlinier, er rettede bort fra de spidse vinkler. Dette er på figur 9.15 benyttet til en undersøgelse af, på hvilken måde en væg skal bevæge sig, for at der i jorden bag væggen opstår et P-brud af den til højre på figur 9.5 viste type.

På figur 9.15 er vist den elementarfirkant ABCD, der er begrænset af fire brudlinier, og som er beliggende i jorden umiddelbart over væggen fodpunkt. Denne elementarfirkant vil deformeres, således at den i den plastiske tilstand antager en form, der kan illustreres ved firkant $A_1BC_1D_1$. I

henhold til det ovenfor anførte vil forskydningsspændingerne i brudlinierne AB og AD begge påvirke elementarfirkanten i retning mod A. Da forskydningsspændingernes retninger skal svare til, at de modvirker bevægelserne, må dette betyde, at firkant ABCD bevæger sig mod højre i forhold til den under linien AB beliggende stillestående jord, samt at væggen bevæger sig nedad i forhold til jorden. Da jordmassen i henhold til den geometriske betingelse bevarer sin sammenhæng (og sin kontakt med væggen), må væggens omdrejningspunkt følgelig være beliggende indenfor vinkelrummet EAF, når der i jorden opstår et P-brud af den til højre på figur 9.5 viste type.

Herefter skal omtales de statiske krav, der skal stilles til en brudfigur. For det første skal brudbetingelsen $\tau = c + \sigma \tan \varphi$ være opfyldt i ethvert punkt, hvor der er forudsat brud, og $\tau < c + \sigma \tan \varphi$, hvor der ikke er forudsat brud. For det andet skal de tre statiske ligevægtsligninger være opfyldt både for brudzoner og elastiske zoner. Endvidere skal de givne grænsebetingelser for spændingerne være opfyldte.

De ovenfor omtalte statiske krav til brudfigurer er velkendte fra den almindelige statik og vil ikke på nærværende punkt i denne fremstilling kræve nærmere belysning.

Det vil af ovenstående fremgå, at det ved løsningen af et geoteknisk brudproblem er vigtigt at anvende en brudfigur, som er både kinematisk og statisk mulig.

Ved løsningen af konkrete problemer er det imidlertid meget ofte umuligt at opfylde begge disse krav samtidigt, hvorfor man baserer sine beregninger på en brudfigur, som enten er kinematisk eller statisk mulig.

Hvilke fejl medfører dette nu med hensyn til resultatet af beregningerne foretaget på grundlag af brudfiguren?

Dette spørgsmål kan besvares ved anvendelse af det såkaldte ekstremalprincip - også kaldet øvre- og nedreværdisætningen -, som første gang blev formuleret af russeren A. A. Gvozdev i 1936, og som senere er blevet videre udviklet af de amerikanske plasticitetsteoretikere D.C. Drucker og W. Prager.

I henhold til ekstremalprincippet vil en brudfigur, der er kinematisk mulig, (men som ikke er statisk mulig), altid give et resultat, der er på den usikre side, mens en brudfigur, som er statisk mulig, (men som ikke er kinematisk mulig), altid vil give et resultat, der er på den sikre side.

Ved hjælp af ekstremalprincippet kan man ofte på en overkommelig måde skaffe sig tilnærmelsesløsninger på meget komplicerede brudproblemer. Disse løsninger fremskaffes på den måde, at man først konstruerer en brudfigur, som er kinematisk, men ikke nødvendigvis statisk mulig. På grundlag af denne brudfigur beregnes en øvre værdi for den søgte størrelse.

Dernæst konstrueres en brudfigur, som er statisk, men ikke nødvendigvis kinematisk mulig, og på grundlag af denne brudfigur beregnes en nedreværdi for den søgte størrelse. Herved er fremskaffet et værdiinterval, inden for hvilket den søgte størrelse må ligge. Selvom det fundne interval kan være ret åbent, vil ekstremalprincippet ofte i praksis være det middel, der bedst kan danne basis for en dimensionering i de tilfælde, hvor en mere eksakt løsning af problemet er umulig eller for tidsrøvende.

I afsnit 14.3 skal ekstremalprincippet eksempelvis anvendes til bestemmelse af bæreevnen af et fundament på ler i korttidstilstanden.

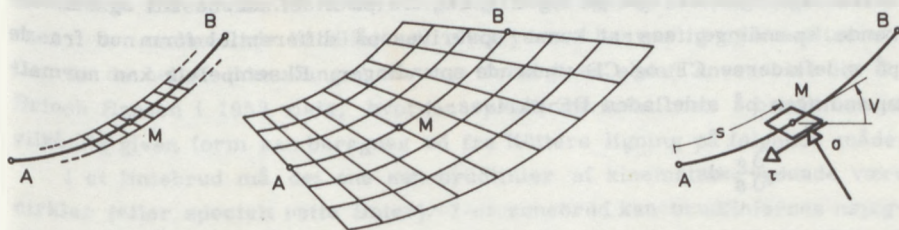
9.4 Kötter's ligning

For at kunne foretage beregninger vedrørende selv de simpleste af de i foregående afsnit omtalte brudfigurer er det nødvendigt at kende spændingsvariationen i en brudlinie af given geometrisk form.

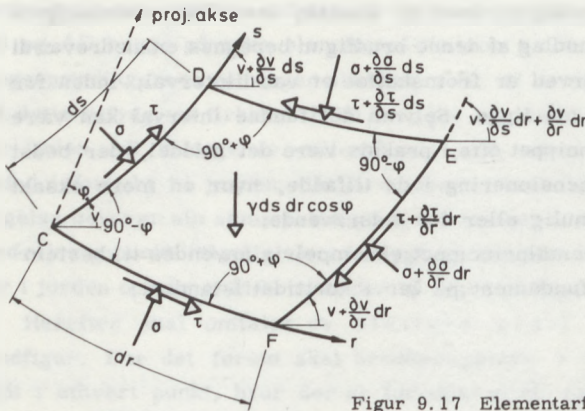
En ligning for denne spændingsvariation blev første gang udledt af F. Kötter i 1903. Uledelsen bygger på følgende betragtninger:

Lad os som vist til højre på figur 9.16 betragte en brudlinie AB, der enten, som vist til venstre på figur 9.16, kan være en af brudlinierne i den snævre brudzone, der udgør et liniebrud, eller, som vist midtfor på figur 9.16, kan være en af brudlinierne i et zonebrud. Betragtes et vilkårligt punkt M på brudlinien, kan dette punkt rent geometrisk karakteriseres ved de to størrelser:

- s, som er buelængden målt ud fra et fast punkt, eksempelvis punkt A, og
- v, som er den vinkel, tangenten til brudlinien i det betragtede punkt danner med vandret.



Figur 9.16 Brudlinie fra linie- eller zonebrud.



Figur 9.17 Elementarfirkant begrænset af brudlinier.

Spændingerne σ og τ i brudlinien er ligeledes vist til højre på figur 9.16. Da der er brud i jorden i punkt M, vil der mellem σ og τ gælde relationen:

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad 9.4$$

Alle størrelser s , v , τ , c og φ skal regnes med fortegn. De positive retninger af s og v er vist på figur 9.16. τ , c og φ regnes positive, når τ på jorden over brudlinien virker modsat den positive retning af s .

Der betragtes en lille elementarfirkant, begrænset af 4 krumme brudlinier, beliggende umiddelbart rundt omkring punkt M, således som vist på figur 9.16. Denne elementarfirkant er vist detaljeret på figur 9.17. Den til s konjugerede brudlinieretning betegnes r . De to sidelængder i elementarfirkanten benævnes tilsvarende ds og dr .

De på sidefladerne CD og CF virkende spændinger ses af Mohr's cirkel for spændingerne (eksempelvis figur 8.2) at være af samme størrelse; deres retninger er vist på figur 9.17. De på sidefladerne DE og FE virkende spændinger ses at kunne opskrives på differential form ud fra de på sidefladerne CF og CD virkende spændinger. Eksempelvis kan normalspændingen på sidefladen DE skrives:

$$\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial s} ds$$

hvor første led er spændingen på CF, medens andet led er den tilvækst, der fremkommer, når man bevæger sig stykket ds i s -retningen. Efter

dette princip er spændingerne på samtlige sideflader i elementarfirkanten opskrevet. Endvidere er på figur 9.17 angivet tyngdekraften på elementarfirkanten.

Det viser sig nu, at man ved at projicere alle de ovenfor nævnte kræfter på en akse, som danner vinklen $v + \varphi$ med vandret kan få en ligevægtsligning frem, som ikke indeholder afledede i retningen r , men kun i retningen s . De nødvendige regninger for udledelsen af denne ligning er relativt omfattende og skal forbigås her. Som resultat af regningerne fremkommer ligningen:

$$\frac{\partial \tau}{\partial s} + 2 \tau \frac{\partial v}{\partial s} \tan \varphi + \gamma \sin \varphi \sin (v + \varphi) = 0 \quad 9.5$$

Dette er den såkaldte Kötters ligning. Den blev oprindeligt udledt for kohæsionsløs jord, men Jacy viste i 1936, at den også er gyldig for jord med kohæsion.

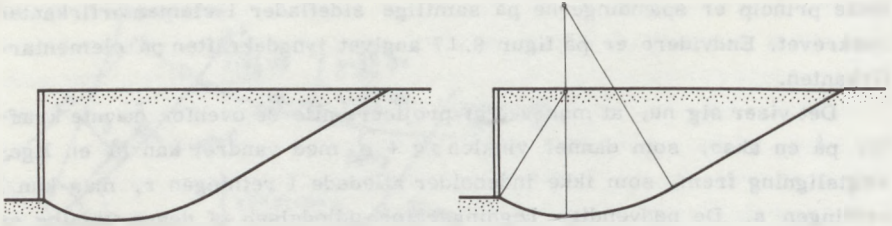
Skønt Kötters ligning blev udledt første gang for ca. 60 år siden, er der i tidens løb kun blevet gjort ringe brug af den. Sandsynligvis skyldes dette, at den er relativt kompliceret. Egentlig anvendelse fandt den først i 1953, da J. Brinch Hansen benyttede den som grundlag for sin jordtryksteori.

9.5 Indre kræfter i cirkulære og rette brudlinier

Figur 9.18 viser til venstre en brudlinie af en vilkårlig given form. Den løber fra fodpunktet af en væg til en fri jordoverflade. Der skal i det følgende ikke tages hensyn til, om den pågældende brudfigur er kinematisk eller statisk mulig.

Det kræver ingen dybtgående matematisk indsigt at kunne forudsige, at en direkte anvendelse af Kötters ligning til beregning af spændingsvariationen i den omhandlede brudlinie vil blive yderst besværlig og kompliceret. Der er da heller ikke mange, der har forsøgt en sådan anvendelse før J. Brinch Hansen i 1953 viste, hvordan spændingsvariationen i brudlinier af vilkårlig given form kan beregnes ud fra Kötters ligning på følgende måde:

I et liniebrud må det ene sæt brudlinier af kinematiske grunde være cirkler (eller specielt rette linier). I et zonebrud kan brudliniernes nøjagtige form være mere kompliceret, men til praktisk brug vil det i reglen være tilstrækkeligt nøjagtigt at approksimere en brudlinie ved nogle få



Figur 9.18 Liniebrud og dets approksimerede brudfigur.

cirkelbuer og rette liniestykker. Dette er eksempelvis illustreret til højre på figur 9.18, hvor den betragtede brudlinie er approksimeret med 2 cirkelbuer og en ret linie. Da en ret linie kan betragtes som et specielt tilfælde af en cirkel (nemlig en cirkel med uendelig stor radius og centervinklen nul), vil det således i praksis være tilstrækkeligt at kunne beregne spændingerne i en cirkulær brudlinie. Når midlerne hertil er fremskaffet, vil det være relativt let at regne sig gennem brudlinier af vilkårlig form.

Figur 9.19 viser en cirkulær brudlinie, hvor det forudsættes, at man kender spændingen τ_0 i brudliniens ene endepunkt 0. Til at karakterisere den cirkulære brudlinie i geometrisk henseende vil det være praktisk at anvende følgende tre størrelser:

- α som er den halve centervinkel,
- ω som er kordens hældning med vandret og
- k som er kordens længde.

For cirkelns radius fås ved rent geometriske betragtninger:

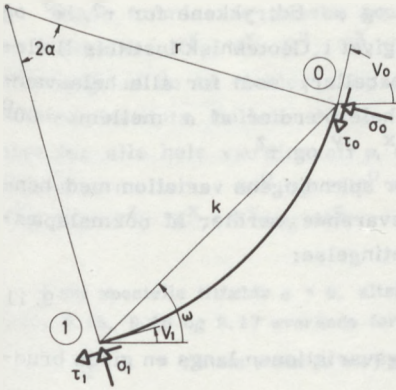
$$r = \frac{k}{2 \sin \alpha} \quad 9.6$$

Idet vi bibeholder de ved opstillingen af Kötters ligning benyttede symboler, fås nu:

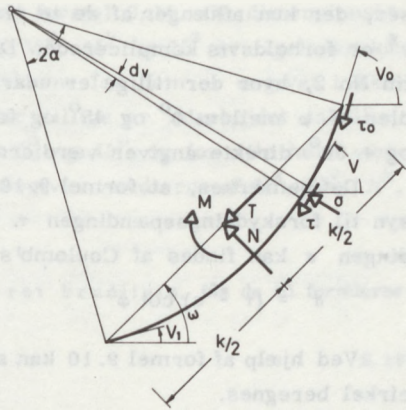
$$\frac{\partial s}{\partial v} = r = \frac{k}{2 \sin \alpha}$$

hvorefter Kötters ligning kan simplificeres til:

$$\frac{\partial \tau}{\partial v} + 2 \tau \tan \varphi + \gamma k \frac{\sin \varphi \sin (v + \varphi)}{2 \sin \alpha} = 0 \quad 9.7$$



Figur 9.19 Cirkulær brudlinie.



Figur 9.20 Resultanten af de indre kræfter i cirkulær brudlinie.

Idet vi erindrer, at r er en konstant, kan løsningen til denne ligning skrives på formen:

$$\tau = C e^{-2v \tan \varphi} + \gamma r \sin \varphi \cos \psi \cos (v + \varphi + \psi) \quad 9.8$$

hvor ψ er en konstant vinkel defineret ved:

$$\tan \psi = 2 \tan \varphi \quad 9.9$$

medens C er en integrationskonstant, der antager dimension af en spænding, og som må findes ved en randbetingelse. I punkt O forudsatte vi, at vi kendte spændingen τ_0 ; endvidere kender vi her den vinkel v_0 , som brudliniens tangent danner med vandret:

$$v_0 = \omega + \alpha$$

Når det sammenhørende værdisæt v_0 og τ_0 af vinkel og spænding indsættes i formel 9.8, kan man umiddelbart bestemme integrationskonstanten C som funktion af v_0 , τ_0 , γ , r og φ . Når derefter udtrykket for C indsættes i formel 9.8, fremkommer følgende udtryk for spændingen τ_1 i brudliniens andet endepunkt (1):

$$\tau_1 = \gamma k (\tau^x \sin \omega + \tau^y \cos \omega) + \tau_0 \tau^z \quad 9.10$$

I denne formel er størrelserne τ^x , τ^y og τ^z dimensionsløse størrel-

ser, der kun afhænger af de to vinkler α og φ . Udtrykkene for τ^x , τ^y og τ^z er forholdsvis komplicerede. De er angivet i Geoteknisk Instituts Bulletin No 2, hvor der tillige er udarbejdet tabeller, som for alle hele værdier af φ mellem 0° og 45° og for alle hele værdier af α mellem -90° og $+90^\circ$ direkte angiver værdierne af τ^x , τ^y og τ^z .

Det bemærkes, at formel 9.10 angiver spændingens variation med hensyn til forskydningspændingen τ . De tilsvarende værdier af normalspændingen σ kan findes af Coulomb's brudbetingelse:

$$\sigma = (\tau - c) \cot \varphi \quad 9.11$$

Ved hjælp af formel 9.10 kan spændingsvariationen langs en given brudcirkel beregnes.

I praksis vil det ofte være af stor værdi at råde over formler, der direkte tillader en beregning af resultanten af samtlige indre kræfter i den betragtede brudcirkel.

Brinch Hansen har vist, hvordan resultanten af samtlige indre spændinger i brudcirklen mest hensigtsmæssigt udtrykkes ved en komponent N vinkelret på korden, en komponent T parallel med korden og et moment M om kordens midte. De positive retninger af disse er vist på figur 9.20, der endvidere illustrerer, hvordan N, T og M kan findes af følgende formler:

$$N = \int_{v_1}^{v_0} [\sigma \cos(v - \omega) - \tau \sin(v - \omega)] r dv \quad 9.12$$

$$T = \int_{v_1}^{v_0} [\sigma \sin(v - \omega) + \tau \cos(v - \omega)] r dv \quad 9.13$$

$$M = \int_{v_1}^{v_0} [\tau - \tau \cos \alpha \cos(v - \omega) - \sigma \cos \alpha \sin(v - \omega)] r^2 dv \quad 9.14$$

Når disse integrationer udføres, og grænsebetingelserne indsættes, fås følgende fundamentale formler:

$$N = \gamma k^2 (N^x \sin \omega + N^y \cos \omega) + \tau_0 k N^z - ck \cot \varphi \quad 9.15$$

$$T = \gamma k^2 (T^x \sin \omega + T^y \cos \omega) + \tau_0 k T^z \quad 9.16$$

$$M = \gamma k^3 (M^x \sin \omega + M^y \cos \omega) + \tau_0 k^2 M^z \quad 9.17$$

Disse formler er ganske analoge med formel 9.10. De dimensionsløse størrelser N^X , N^Y , N^Z , T^X , T^Y , T^Z , M^X , M^Y og M^Z er ligeledes kun afhængige af de to vinkler α og φ . Udtrykkene for dem er angivet i Geoteknisk Instituts Bulletin No 2, hvor der tillige er udarbejdet tabeller, som for alle hele værdier af φ mellem 0° og 45° og for alle hele værdier af α mellem -90° og $+90^\circ$ direkte angiver værdierne af N^X , N^Y , N^Z , T^X , T^Y , T^Z , M^X , M^Y og M^Z .

I det specielle tilfælde $\alpha = 0$, altså for en ret brudlinie, fås de til formlerne 9.10, 9.15, 9.16 og 9.17 svarende formler:

$$\tau_1 = \gamma k \sin \varphi \sin (\omega + \varphi) + \tau_0 \quad 9.18$$

$$N = \frac{1}{2} \gamma k^2 \cos \varphi \sin (\omega + \varphi) + (\tau_0 - c) k \cot \varphi \quad 9.19$$

$$T = \frac{1}{2} \gamma k^2 \sin \varphi \sin (\omega + \varphi) + \tau_0 k \quad 9.20$$

$$M = \frac{1}{12} \gamma k^3 \cos \varphi \sin (\omega + \varphi) \quad 9.21$$

I det specielle tilfælde $\varphi = 0$, altså for friktionsløs jord, kan τ ikke bruges som variabel, da den er konstant lig c . I stedet anvendes σ som variabel, og ved at gå frem som før får man de til formlerne 9.10, 9.15, 9.16 og 9.17 svarende formler:

$$\sigma_1 = \gamma k \sin \omega + c \sigma_0^Z + \sigma_0 \quad 9.22$$

$$N = \gamma k^2 \left(\frac{1}{2} \sin \omega + N_0^Y \cos \omega \right) + c k N_0^Z + \sigma_0 k \quad 9.23$$

$$T = \gamma k^2 T_0^X \sin \omega + c k T_0^Z \quad 9.24$$

$$M = \gamma k^3 M_0^X \sin \omega + c k^2 M_0^Z \quad 9.25$$

De i disse formler indgående dimensionsløse størrelser σ_0^Z , N_0^Y , N_0^Z , T_0^X , T_0^Z , M_0^X , M_0^Z er kun afhængige af α . Udtrykkene for dem er angivet i Geoteknisk Instituts Bulletin No 2, hvor der tillige er udarbejdet tabeller, som for alle hele værdier af α mellem -90° og $+90^\circ$ direkte angiver værdien af σ_0^Z , N_0^Y , N_0^Z , T_0^X , T_0^Z , M_0^X og M_0^Z .

Formlerne for en ret brudlinie i friktionsløs jord ($\alpha = \varphi = 0$) fås af formel 9.18 - 9.21 ved heri at indsætte $\tau_0 = c + \sigma_0 \tan \varphi$ og sætte $\varphi = 0$.

Det bemærkes, at man overalt i de i dette afsnit givne formler skal regne størrelserne α , ω , v , τ , c , φ , N , T og M med fortegn.

Idet det erindres, at de betragtede punkter af brudlinien nummereres i rækkefølge begyndende ved jordoverfladen og sluttende ved konstruktionen gælder følgende fortegnsgdefinitioner:

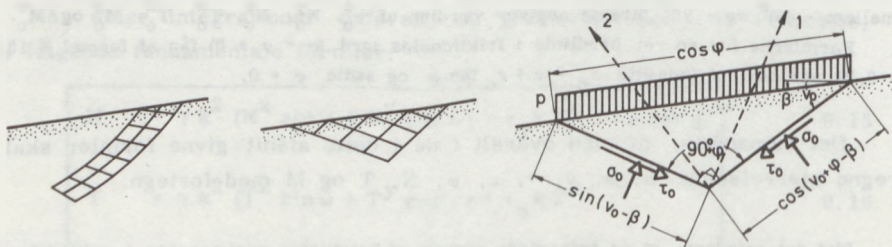
- α regnes positiv for en opad konkav cirkel,
 ω og v regnes positive, når korden falder i retning fra punkt 0 mod punkt 1,
 τ , c og φ regnes positive, når den forskydningspænding, der påvirker jorden over brudlinien virker i retning fra punkt 0 mod punkt 1,
 N regnes positiv, når den svarer til tryk i brudlinien.
 T regnes positiv, når den påvirker jorden over brudlinien i retning fra punkt 0 mod punkt 1, medens
 M regnes positiv, når den svarer til momentet af en positiv τ i en konkav brudcirkel.

Størrelserne γ og k regnes altid positive.

9.6 Randbetingelser

De i det foregående afsnit udledede formler for τ , N , T og M indeholder størrelsen τ_0 , som angiver værdien af forskydningspændingen i brudliniens ene endepunkt. Dette endepunkt er normalt det punkt, hvor brudlinien møder jordoverfladen. Vi skal i det følgende se, hvordan det er muligt ud fra de statiske ligevægtsbetingelser at udlede en såkaldt randbetingelse, ved hjælp af hvilken værdien af τ_0 kan beregnes.

Til højre på figur 9.21 er vist en jordoverflade, der enten, som vist til venstre, kan indgå i et liniebrud eller, som vist i midten, kan indgå i et zonebrud. Af statiske grunde må de to sæt brudlinier, således som allerede tidligere omtalt, danne vinklen $90^\circ \pm \varphi$ med hinanden. Som vist til højre på figur 9.21 betragtes ligevægten af en lille elementartrekant begrænset af jordoverfladen og af to brudlinier. Jordoverfladen er påvirket af den lodrette belastning p pr. arealenhed.



Figur 9.21 Elementartrekant ved jordoverfladen udskåret fra linie- eller zonebrud.

På figuren er vist de kræfter, der påvirker det betragtede jordlegeme. Egenvægten af jordlegemet er lille af højere orden; der kan derfor i det følgende ses bort fra denne egenvægt.

Ved projektion på de to akser 1 og 2, som hver for sig er vinkelrette på de to brudlinier, fås følgende ligevægtsligninger:

$$\begin{aligned} \sigma_0 \sin(v_0 - \beta) + \sigma_0 \sin \varphi \cos(v_0 + \varphi - \beta) - \tau_0 \cos \varphi \cos(v_0 + \varphi - \beta) \\ - p \cos \varphi \sin(v_0 + \varphi) = 0 \end{aligned} \quad 9.26$$

$$\begin{aligned} \sigma_0 \cos(v_0 + \varphi - \beta) + \sigma_0 \sin \varphi \sin(v_0 - \beta) - \tau_0 \cos \varphi \sin(v_0 - \beta) \\ - p \cos \varphi \cos v_0 = 0 \end{aligned} \quad 9.27$$

I disse formler er størrelserne v_0 , σ_0 og τ_0 ubekendte. Mellem de to ubekendte σ_0 og τ_0 gælder imidlertid relationen $\tau_0 = c + \sigma_0 \tan \varphi$, hvorfor man af formlerne 9.26 og 9.27 ved nogen regning finder:

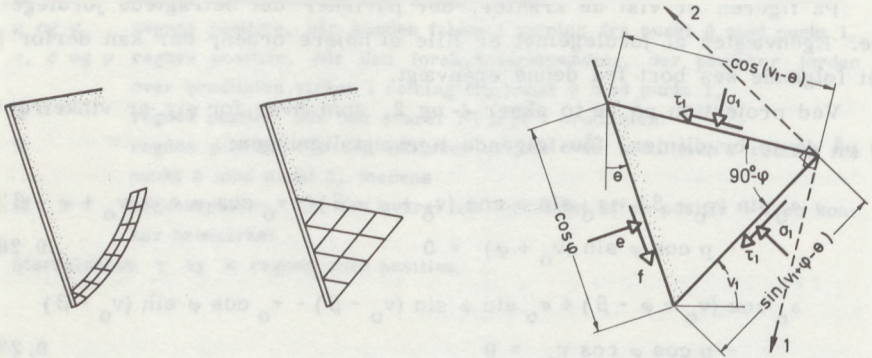
$$\begin{aligned} \tan(v_0 + \varphi/2 - \beta/2) = \\ \frac{c \cos \varphi \sin \beta + \sqrt{c^2 \cos^2 \varphi + pc \sin 2\varphi \cos \beta + p^2 (\sin^2 \varphi - \sin^2 \beta)}}{c \cos \varphi \cos \beta + p (\sin \varphi - \sin \beta)} \end{aligned} \quad 9.28$$

$$\tau_0 = \frac{p \sin \varphi \sin(v_0 + \varphi) + c \cos \varphi \sin(v_0 + \varphi - \beta)}{\sin(v_0 - \beta)} \quad 9.29$$

I formel 9.28 skal fortegnet + anvendes foran kvadratrodsteget, når der i henhold til tidligere givne fortegnsdefinitioner skal anvendes positive værdier af τ , c og φ , medens - skal anvendes, når der skal anvendes negative værdier af τ , c og φ .

Såfremt $c = p = 0$, opnås den korrekte værdi af v_0 ved at sætte $c = 0$ og bortforkorte p . v_0 kaldes den statisk korrekte vinkel, og en statisk korrekt brudfigur konstrueres i overensstemmelse hermed.

Den tilsvarende spænding τ_0 findes af formel 9.29. Herefter kan man ved hjælp af de i foregående afsnit udledede formler for τ_1 , N , T og M beregne spændingsvariationen ned gennem den betragtede brudlinie, idet dennes form, således som tidligere omtalt, approksimeres med et passende antal cirkelbuer eller rette linier. Herved kan spændingsvariationen i brudlinien beregnes indtil brudliniens andet endepunkt, hvor brudlinien eventuelt møder en væg eller en anden konstruktion. Også i dette endepunkt af brudlinien kan opstilles en randbetingelse, således som det skal vises i det følgende.



Figur 9.22 Elementartrekant ved væg udskåret fra linie- eller zonebrud.

Til højre på figur 9.22 er vist en væg, der danner vinklen θ med lodret. Væggen skæres af to sæt brudlinier, der enten, som vist til venstre, kan indgå i et liniebrud eller, som vist i midten, kan indgå i et zonebrud. De to sæt brudlinier danner vinklen $90^\circ \pm \varphi$ med hinanden. Som vist til højre på figur 9.22 betragtes ligevægten af en lille elementartrekant begrænset af væggen og af to brudlinier.

På figuren er vist de kræfter, der påvirker det betragtede jordlegeme. I kontaktfladen mellem væg og jord virker det såkaldte jordtryk, der har en komponent e vinkelret på væggen og en komponent f parallel med væggen. Mellem e og f kan der opstilles en relation, der er analog med Coulomb's brudbetingelse:

$$f \leq a + e \tan \delta \quad 9.30$$

a benævnes adhæsionen, og δ benævnes vægfriktionsvinklen. a og δ er størrelser, der nøje svarer til størrelserne c og φ . Såfremt man har $a = \delta = 0$, betegnes væggen som glat, idet det resulterende jordtryk da vil stå vinkelret på væggen. Såfremt man har $a = c$ og $\delta = \varphi$, betegnes væggen tilsvarende som fuldstændig ru. Man kan selvfølgelig aldrig have $a > c$ eller $\delta > \varphi$, da bruddet i så fald vil finde sted langs en linie i jorden umiddelbart op til væggen, således at jorden mellem væggen og den pågældende brudlinie kan regnes med til væggen, hvorfor der i dette tilfælde for jordtrykskomponenterne e og f må gælde:

$$f = c + e \tan \varphi$$

I formel 9.30 vil lighedstegnet gælde, når jorden og væggen glider i forhold til hinanden, medens ulighedstegnet vil gælde, såfremt der ikke findes nogen glidning sted.

Som tidligere ses bort fra egenvægten af den betragtede elementartrekanth, eftersom denne egenvægt er lille af højere orden. Ved projektion på de to akser 1 og 2, som hver for sig er vinkelrette på de to brudlinier, fås da følgende ligevægtsligninger:

$$\sigma_1 \cos(v_1 - \theta) - \sigma_1 \sin \varphi \sin(v_1 + \varphi - \theta) + \tau_1 \cos \varphi \sin(v_1 + \varphi - \theta) + f \cos \varphi \sin(v_1 + \varphi - \theta) - e \cos \varphi \cos(v_1 + \varphi - \theta) = 0 \quad 9.31$$

$$\sigma_1 \sin(v_1 + \varphi - \theta) - \sigma_1 \sin \varphi \cos(v_1 - \theta) + \tau_1 \cos \varphi \cos(v_1 - \theta) - f \cos \varphi \cos(v_1 - \theta) - e \cos \varphi \sin(v_1 - \theta) = 0 \quad 9.32$$

I disse formler må σ_1 og τ_1 antages bekendte, medens størrelserne v_1 , e og f må betragtes som ubekendte.

Såfremt jorden og væggen glider i forhold til hinanden, vil der mellem de to ubekendte e og f gælde relationen $f = a + e \tan \delta$. Mellem σ_1 og τ_1 vil der endvidere gælde relationen $\tau_1 = c + \sigma_1 \tan \varphi$, hvorfor man af formlerne 9.31 og 9.32 ved nogen regning finder:

$$\cos(2v_1 + \varphi + \delta - 2\theta) = \frac{\sin \delta}{\tau_1 \sin \varphi} (\tau_1 - c \cos^2 \varphi + \frac{1}{2} a \cot \delta \sin 2\varphi) \quad 9.33$$

$$e = \frac{(\tau_1 - c) \cot \varphi \cot(v_1 + \varphi - \theta) + (\tau_1 + a)}{\cot(v_1 + \varphi - \theta) - \tan \delta} \quad 9.34$$

Den ved formel 9.33 bestemte vinkel v_1 kaldes den statisk korrekte.

Da anvendelsen af formlerne 9.33 og 9.34 kompliceres betydeligt af, at størrelsen τ_1 indgår i udtrykkene, gør man ofte den plausible antagelse, at:

$$\frac{a}{c} = \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} \quad 9.35$$

Herved simplificeres formlerne 9.33 og 9.34 til:

$$\cos(2v_1 + \varphi + \delta - 2\theta) = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \quad 9.36$$

$$e = \tau_1 \frac{\cos \delta \cos(v_1 - \theta)}{\sin \varphi \cos(v_1 + \varphi + \delta - \theta)} - c \cot \varphi \quad 9.37$$

Hvis væggen og jorden ikke glider i forhold til hinanden, kan den statisk korrekte vinkel v_1 ikke bestemmes af formlerne 9.31 og 9.32, eftersom ulighedstegnet i formel 9.30 gælder. Såfremt væggen imidlertid ikke bevæger sig i sin egen retning, men kun vinkelret herpå (eksempelvis ved at den drejer sig om et punkt beliggende i væggens plan), må brudlinien af kinematiske grunde møde væggen under en ret vinkel. Dette må åbenbart betyde, at:

$$v_1 = \theta \quad 9.38$$

Svarende hertil fås de til formel 9.36 og 9.37 svarende formler:

$$\delta = \psi - \varphi \quad 9.39$$

$$e = \tau_1 \cot(\psi - \varphi) - c \cot \varphi \quad 9.40$$

hvor vinklen ψ er defineret ved formel 9.9.

I det specielle tilfælde $\varphi = 0$, altså for friktionsløs jord, kan som tidligere nævnt τ ikke bruges som variabel, da den er konstant lig c . I stedet må størrelsen σ anvendes som variabel, hvorved man får de til formlerne 9.28, 9.29, 9.36, 9.37, 9.39 og 9.40 svarende randbetingelser:

Ved en jordoverflade

$$\cos(2v_0 - 2\beta) = -\frac{p}{c} \sin \beta \quad 9.41$$

$$\sigma_0 = \frac{p \sin v_0}{\sin(v_0 - \beta)} + c \cot(v_0 - \beta) \quad 9.42$$

Ved en væg, hvor der foregår glidning

$$\cos(2v_1 - 2\theta) = \frac{a}{c} \quad 9.43$$

$$e = \sigma_1 + (c + a) \tan(v_1 - \theta) \quad 9.44$$

Ved en væg, hvor der ikke foregår glidning

$$a = c \quad 9.45$$

$$e = \sigma_1 \quad 9.46$$

Det bemærkes, at man overalt i de i nærværende afsnit givne formler skal regne størrelserne v , c , τ , φ , a , σ , e , f , θ , β og p med fortegn.

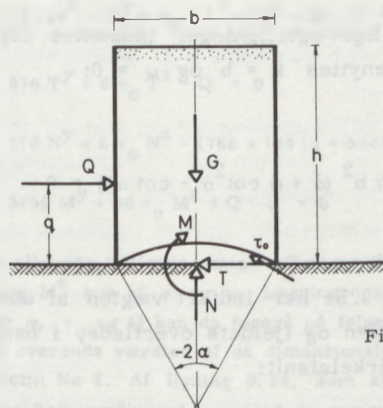
For størrelserne v , c , τ og φ gælder de i forrige afsnit givne fortegndefinitioner,

mens der for a , δ , e , f , θ , β og p gælder følgende:

- a , δ og f regnes positive, når f virker nedad på jorden,
- e regnes positiv svarende til tryk,
- θ regnes positiv, når jorden er overhængende,
- β regnes positiv, når jordoverfladen stiger bort fra væggen, mens
- p regnes positiv, når den virker nedad.

9.7 Ligevægtsmetoden

De to vigtigste metoder til løsning af geotekniske brudproblemer er ligevægtsmetoden og ekstremmetoden. Vi skal i dette afsnit ved et simpelt eksempel belyse de almindelige principper for anvendelse af ligevægtsmetoden. I det følgende afsnit skal ved samme eksempel belyses de almindelige principper ved anvendelse af ekstremmetoden.



Figur 9.23 Brudberegning efter ligevægtsmetoden for dobbelt spunsvægsfangedæmning funderet på fjeld.

Vi betragter som vist på figur 9.23 en dobbelt spunsvægsfangedæmning funderet på fjeld. Dæmningen, der har bredden b og højden h , er fyldt med sand ($c = 0$) med rumvægten γ og friktionsvinklen ϕ . Vi ønsker at beregne, hvor stor en vandret kraft Q , der skal påføres dæmningen i en given afstand q over fjeldets overflade, for at bringe dæmningen i brudtilstand.

Vi har i forbindelse med figur 9.8 og 9.9 omtalt, hvordan der i en dobbelt spunsvægsgfangedæmning i brudtilstanden opstår et cirkulært, konvekst liniebrud mellem de to spunsvægges spidser, således som vist på figur 9.23. Det jordlegeme, der er beliggende over denne brudcirkel, vil i brudtilstanden rotere om cirkelens centrum, medens det jordlegeme, der er beliggende under brudcirklen, vil forblive i ro.

Ved en beregning efter ligevægtsmetoden betragtes de tre statiske ligevægtsligninger for det bevægelige jordlegeme. På dette jordlegeme virker følgende kræfter:

- Q som er den ydre ukendte kraft,
 G som er egenvægten af jordlegemet, samt
 T, N og M, som er de tidligere omtalte komponenter af resultanten af de indre kræfter i liniebruddet.

For det bevægelige jordlegeme fås ved henholdsvis vandret og lodret projektion samt ved moment om midtpunktet af brudcirkelens korde:

$$T - Q = 0 \quad 9.47$$

$$N - G = 0 \quad 9.48$$

$$M + Qq = 0 \quad 9.49$$

For T, N og M kan i de tre ligevægtsligninger indsættes formlerne 9.15, 9.16 og 9.17, og samtidig benyttes $k = b$ og $\omega = 0$:

$$\gamma b^2 T^y + \tau_0 b T^z - Q = 0 \quad 9.50$$

$$\gamma b^2 N^y + \tau_0 b N^z - (\gamma b h + \frac{1}{4} \gamma b^2 (\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha)) = 0 \quad 9.51$$

$$\gamma b^3 M^y + \tau_0 b^2 M^z + Qq = 0 \quad 9.52$$

Det bemærkes, at vi i formel 9.51 har indført vægten af den del af sandet, der ligger mellem brudcirklen og fjeldets overflade, i henhold til følgende formel for arealet af et cirkelafsnit:

$$F = \frac{1}{4} k^2 (\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha)$$

Endvidere skal α regnes negativ i formel 9.50 - 9.52, da brudcirklen er konveks.

Da de dimensionsløse størrelser T^y , T^z , N^y , N^z , M^y og M^z i disse ligninger foruden af φ kun afhænger af α , vil de tre ligninger 9.50, 9.51 og 9.52 indeholde tre ubekendte, nemlig α , τ_0 og den søgte størrelse Q. Da der netop er tre ligninger til rådighed, er vi således i stand til at bestemme de tre ubekendte.

Den numeriske løsning af de tre ligninger skal ikke omtales her; den vil blive demonstreret i forbindelse med det følgende taleksempele.

Vi har i det foregående ved et simpelt eksempel belyst de almindelige principper ved anvendelse af ligevægtsmetoden til løsning af geotekniske brudproblemer. Som det fremgår heraf er anvendelsen af ligevægtsmetoden baseret på de tre statiske ligevægtsligninger i forbindelse med en ligning eller et ligningssæt for spændingsvariationen langs en brudlinie.

EKSEMPEL 9.1

Vi skal beregne brudlasten Q for en dobbelt spunsvægsgfangedæmning med følgende parametre:

$$\begin{aligned} b &= 6 \text{ m} & q &= 3 \text{ m} & \varphi &= 30^\circ \\ h &= 8 \text{ m} & \gamma &= 16 \text{ kN/m}^3 & (c &= 0) \end{aligned}$$

Ved indsættelse i ligning 9.50, 9.51 og 9.52 fås:

$$16 \cdot 6^2 \cdot T^Y + \tau_0 \cdot 6 \cdot T^Z - Q = 0$$

$$16 \cdot 6^2 \cdot N^Y + \tau_0 \cdot 6 \cdot N^Z - (16 \cdot 6 \cdot 8 + \frac{1}{4} \cdot 16 \cdot 6^2 (\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha)) = 0$$

$$16 \cdot 6^3 \cdot M^Y + \tau_0 \cdot 6^2 \cdot M^Z + Q \cdot 3 = 0$$

eller

$$576 T^Y + 6 \tau_0 T^Z - Q = 0 \quad 9.53$$

$$576 N^Y + 6 \tau_0 N^Z - (768 + 144 (\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha)) = 0 \quad 9.54$$

$$3456 M^Y + 36 \tau_0 M^Z + Q \cdot 3 = 0 \quad 9.55$$

Som allerede tidligere omtalt afhænger de dimensionsløse størrelser T^Y , T^Z , N^Y , N^Z , M^Y og M^Z kun af φ og α . Løsningen af de tre ligninger med hensyn til de tre ubekendte α , τ_0 og Q kan da foregå på følgende måde. Der gættes en værdi af α , og de hertil svarende værdier af de dimensionsløse størrelser findes af Geoteknisk Instituts Bulletin No 2. Af ligning 9.54, som kun indeholder de to ubekendte α og τ_0 , findes derefter værdien af τ_0 . Med de sammenhørende værdier af α og τ_0 undersøges det, om ligning 9.53 og 9.55 giver samme værdi af Q . Hvis dette ikke er tilfældet, må man skønne en anden værdi af α og regne om, indtil tilfredsstillende overensstemmelse er opnået.

I det aktuelle tilfælde skønnes $\alpha = -39^\circ$ og af Geoteknisk Instituts Bulletin No 2 findes:

$$\begin{aligned} N^Y &= 0,0723 & T^Y &= 0,0906 & M^Y &= 0,0088 \\ N^Z &= 0,9567 & T^Z &= 0,3465 & M^Z &= -0,2192 \end{aligned}$$

Dernæst indsættes i ligning 9.54:

$$576 \cdot 0,0723 + 6 \tau_0 \cdot 0,9567 - [768 + 144 \left(-\frac{39\pi}{180} - \frac{39\pi}{180} \cot^2 39^\circ + \cot 39^\circ \right)] = 0$$

Hvoraf fås:

$$\tau_0 = 115 \text{ kN/m}^2$$

Af ligning 9.53 og 9.55 fås nu:

$$576 \cdot 0,0906 + 115 \cdot 6 \cdot 0,3465 - Q = 0 \quad \text{eller } Q = 291 \text{ kN/m}$$

$$3456 \cdot 0,0088 - 36 \cdot 115 \cdot 0,2192 + Q \cdot 3 = 0 \quad \text{eller } Q = 292 \text{ kN/m}$$

Da disse to ligninger giver tilnærmelsesvis samme resultat, har vi opfyldt de tre statiske ligevægtsligninger for det bevægelige jordlegeme. Vi har endvidere som resultat af vor beregning fundet:

$$Q = 292 \text{ kN/m}$$

Dette er ifølge ligevægtsmetoden den kraft, der skal påføres den betragtede dobbelte spunsvægsgangedæmning, for at der skal opstå brud i sandet.

9.8 Ekstremmetoden

Ved hjælp af samme eksempel som i afsnit 9.7 skal i det følgende belyses de almindelige principper ved anvendelse af ekstremmetoden til løsning af geotekniske brudproblemer.

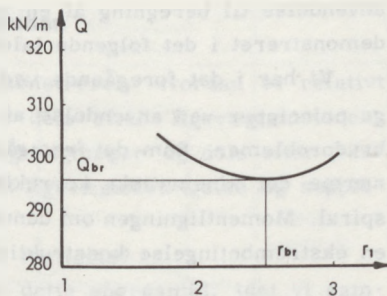
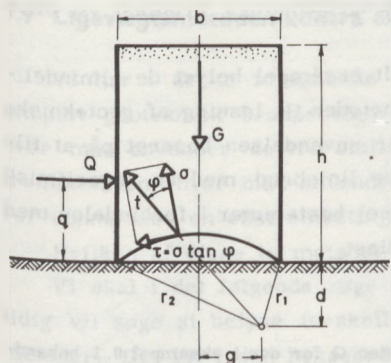
Den betragtede dobbelte spunsvægsgangedæmning er vist til venstre på figur 9.24, hvor det ligeledes er vist, hvordan der i brudtilstanden opstår et konvekst liniebrud mellem de to spunsvægges spidser. Som allerede tidligere omtalt må dette liniebrud af kinematiske grunde være en cirkel. Efter ekstremmetoden tilnærmes det cirkulære liniebrud mellem de to spunsvægges spidser med en logaritmisk spiral med den polære ligning:

$$r = r_0 e^{v \tan \varphi} \quad 9.56$$

En sådan spiral har den karakteristiske geometriske egenskab, at dens radiusvektor i ethvert punkt danner vinklen φ med den tilsvarende normal. For sand ($c = 0$) med friktionsvinklen φ vil dette, som vist til venstre på figur 9.24, medføre, at resultanten t af spændingskomponenterne σ og τ i spiralen er rettet mod spiralens pol. De ubekendte indre kræfter i liniebruddet indgår således ikke i momentligningen om spiralens pol.

En brudberegning for den omhandlede spunsvægsgangedæmning vil derfor kunne foregå på følgende måde.

Fangedæmningen optegnes som vist til venstre på figur 9.24, og en



Figur 9.24 Brudberegning efter ekstremmetoden for dobbelt spunsvægsgædning funderet på fjeld.

tilfældig, men sandsynlig logaritmisk spiral med stigningsvinklen φ indtegnes mellem de to spunsvægges spidser. De på legemet over liniebruddet virkende tyngdekræfter G udregnes, og de to afstande g og d måles, idet det som en rimelig tilnærmelse kan forudsættes, at G virker i dæmningsens midtlinie. Ved opstilling af momentligningen om spiralens pol findes dernæst:

$$Q(q + d) - Gg = 0 \quad 9.57$$

Heraf findes dæmningsens brudlast:

$$Q = \frac{Gg}{q + d} \quad 9.58$$

Denne værdi af Q behøver imidlertid ikke at være den søgte, idet den jo svarer til en tilfældig logaritmisk spiral. Vi vælger derfor en anden tilfældig spiral og finder den dertil svarende Q -værdi. På denne måde finder vi sammenhængen mellem Q og en karakteristisk geometrisk størrelse for spiralen, f.eks. dens mindste radiusvektor r_1 .

Denne sammenhæng er optegnet til højre på figur 9.24. Det ses, at den pågældende sammenhæng udviser et tydeligt minimum for koordinaterne (r_{br}, Q_{br}) . Dette må åbenbart betyde, at den pågældende minimumsværdi er dæmningsens brudværdi, idet der jo vil opstå et brud i sandet langs den spiral, der svarer til r_{br} , første gang dæmningsens belastning når op på værdien Q_{br} .

De rent talmæssige beregninger i forbindelse med ekstremmetodens

anvendelse til beregning af en spunsvægsgangedæmnings brudlast vil blive demonstreret i det følgende taleksempel.

Vi har i det foregående ved et simpelt eksempel belyst de almindelige principper ved anvendelse af ekstremmetoden til løsning af geotekniske brudproblemer. Som det fremgår heraf, er anvendelsen baseret på at tilnærme det kinematiske korrekte cirkulære liniebrud med en logaritmisk spiral. Momentligningen om denne spirals pol bestemmer i forbindelse med en ekstrembetingelse konstruktionens brudlast.

EKSEMPEL 9.2

Vi skal efter ekstremmetoden beregne brudlasten Q for den i eksempel 9.1 behandlede dobbelte spunsvægsgangedæmning med følgende parametre

$$\begin{aligned} b &= 6 \text{ m} & q &= 3 \text{ m} & \varphi &= 30^\circ \\ h &= 8 \text{ m} & \gamma &= 16 \text{ kN/m}^3 & (c &= 0) \end{aligned}$$

Dæmningen optegnes som vist på figur 9.24, og der indtegnes en logaritmisk spiral med stigningsvinklen 30° mellem de to spunsvægsspidser. På tegningen måles:

$$\begin{aligned} d &= 2,4 \text{ m} & g &= 2,3 \text{ m} \\ r_1 &= 2,5 \text{ m} & r_2 &= 5,8 \text{ m} \end{aligned}$$

De på jordlegemet over liniebruddet virkende tyngdekrafter G beregnes derefter af formlen:

$$\begin{aligned} G &= \gamma \left[bh - \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{4 \tan \varphi} - \frac{1}{2} bd \right) \right] = 16 \left[6 \cdot 8 - \left(\frac{5,8^2 - 2,5^2}{4 \tan 30^\circ} - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2,4 \right) \right] \\ &= 694 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

idet vi i denne formel har benyttet os af følgende formel for arealet af et udsnit af en logaritmisk spiral med stigningsvinkel φ :

$$F = \frac{r_2^2 - r_1^2}{4 \tan \varphi}$$

Ved moment om spiralsens pol fås derefter i henhold til ligning 9.58:

$$Q = \frac{694 \cdot 2,3}{3,0 + 2,4} = 296 \text{ kN/m}$$

Der vælges nu en ny beliggenhed af spiralsens pol, og der bestemmes herved et nyt sæt sammenhørende værdier af Q og r_1 . På grundlag af således fundne værdier optegnes som vist til højre på figur 9.24 en kurve, der angiver sammenhængen mellem r_1 og Q . På grundlag af denne kurve bestemmes dæmningens brudlast:

$$Q = 296 \text{ kN/m}$$

Dette er ifølge ekstremmetoden den kraft, der skal påføres den betragtede dobbelte spunsvægsgangedæmning, for at der skal opstå brud i sandet.

9.9 Ligevægtsmetoden kontra ekstremmetoden

Vi har i de to foregående afsnit demonstreret, hvordan et relativt simpelt geoteknisk brudproblem kan løses dels efter ligevægtsmetoden, hvor man anvender de tre statiske ligevægtsligninger og dels efter ekstremmetoden, hvor man anvender en enkelt ligevægtsbetingelse og supplerer denne med en ekstrembetingelse.

Hvilken af disse to metoder er nu den rigtigste?

Vi skal i det følgende søge at besvare dette spørgsmål, idet vi samtidig vil søge at belyse forskellige lighedspunkter og forskelle ved de to metoder. Det vil i den henseende være fordelagtigt successivt at betragte tre principielt forskellige grupper af geotekniske brudproblemer. Disse tre grupper af brudproblemer er illustreret på figur 9.25.

Vi vil først betragte den gruppe af brudproblemer, som er karakteriseret ved at kunne løses uden anvendelse af nogen randbetingelse. Denne problemgruppe, som på figur 9.25 er angivet ved I, kan eksempelvis repræsenteres ved det i afsnit 9.7 og 9.8 behandlede dobbelte spunsvægsfangedæmningsproblem.

For denne gruppe brudproblemer er det muligt at føre et generelt bevis, for at ligevægtsmetoden og ekstremmetoden for samme brudfigur giver samme resultat. Af pladshensyn må det undlades at gengive beviset her. Til illustration af bevisets gyldighed kan det imidlertid påpeges, at vi i eksemplerne 9.1 og 9.2 bestemte brudkraften for en fangedæmning ved at benytte henholdsvis ligevægtsmetoden og ekstremmetoden, og at de to metoder gav næsten samme resultat.

Vi vil derefter betragte den gruppe brudproblemer, som er karakteriseret ved, at den pågældende brudfigur ved jordoverfladen antager form af et zonebrud. Denne problemgruppe, som på figur 9.25 er angivet ved II, kan eksempelvis repræsenteres ved et P-brud eller et kombineret brud af typen AaR.

Denne gruppe brudproblemer lader sig i princippet relativt nemt løse efter ligevægtsmetoden, idet man går frem på følgende måde: Først skitseres brudfiguren, idet man herunder drager omsorg for, at brudlinierne skærer jordoverfladen under den statisk korrekte vinkel v_0 , således som denne er angivet ved formel 9.28. Dernæst beregnes af formel 9.29 forskydningsspændingen τ_0 i det øvre endepunkt af den brudlinie, der afgrænser brudfiguren nedadtil. Ved hjælp af de i afsnit 9.5 angivne formler beregnes derefter spændingsvariationen ned gennem den afgrænsende brudlinie, idet denne som tidligere omtalt approksimeres med et passende an-

	I: Randbetingelse uændvendig	II: Zonebrud ved jordoverfladen	III: Liniebrud ved jordoverfladen
LIGEVEGTS- METODEN			
EKSTREM- METODEN			

Figur 9.25 Oversigt over forskellige typer brudproblemer og deres løsning efter ligevægts- og ekstremmetoden.

tal cirkelbuer og rette linier. Sluttelig opstilles de tre ligevægtsligninger for det bevægelige jordlegeme, og af disse tre ligninger findes de tre ubekendte størrelser, der eksempelvis for de på figur 9.25 angivne jordtryksproblemer kan være jordtryksresultantens størrelse, retning og angrebshøjde.

Medens det således i princippet er relativt nemt at løse brudproblemer af den omhandlede gruppe efter ligevægtsmetoden, er en løsning efter ekstremmetoden kun mulig i ret få specielle tilfælde. Dette skyldes først og fremmest, at de relativt komplicerede brudfigurer - især ved de kombinerede brud - kun vanskeligt eller slet ikke lader sig tilnærme med de enkle brudlinier (logaritmiske spiraler, cirkler eller rette linier), der må lægges til grund for en beregning efter ekstremmetoden. Som vi senere

skal se, vil ekstremmetoden således kun kunne tages i anvendelse ved den pågældende gruppe brudproblemer i de tilfælde, hvor det drejer sig om beregning af jordtrykket på bagsiden af en støttemur.

Vi skal sluttelig betragte den gruppe brudproblemer, som er karakteriseret ved, at den pågældende brudfigur ved jordoverfladen antager form af et liniebrud. Denne gruppe brudproblemer, som på figur 9.25 er angivet ved III, kan eksempelvis repræsenteres ved et A-brud eller et kombineret brud af typen PfA.

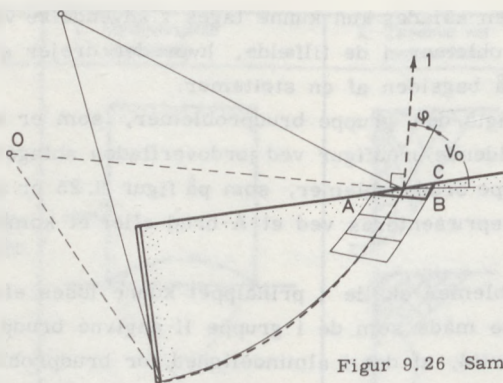
Denne gruppe brudproblemer skulle i princippet kunne løses efter ligevægtsmetoden på lignende måde som de i gruppe II angivne brudproblemer. Det viser sig imidlertid, at det i almindelighed for brudproblemerne i denne gruppe vil være umuligt på een gang at opfylde både den begrænsende brudlinies randbetingelse ved jordoverfladen og de statiske ligevægtsligninger for det bevægelige jordlegeme. Spørgsmålet er så: Er det vigtigst at opfylde randbetingelsen, eller er det vigtigst at opfylde de tre ligevægtsligninger?

For at svare på dette spørgsmål vil vi et øjeblik betragte ekstremmetodens anvendelse til beregning af skråningers stabilitet. Man er indenfor dette område i besiddelse af et relativt omfattende erfaringsmateriale, idet man på grundlag af stedfundne skred i skråninger har kunnet vise, at ekstremmetoden giver meget pålidelige resultater, til trods for at den kritiske brudlinie som oftest i denne metode møder jordoverfladen under vinkler forskellig fra de statistisk korrekte.

Følgelig synes det tilladeligt at drage den konklusion, at opfyldelse af randbetingelserne (hvad angår vinklen mellem jordoverfladen og brudlinierne), er af mindre vigtighed sammenlignet med spørgsmålet om opfyldelse af de tre statiske ligevægtsligninger.

Den eneste hindring for anvendelse af ligevægtsmetoden til løsning af brudproblemer af gruppe III er nu det faktum, at værdien af forskydnings-spændingen τ_0 i brudliniens endepunkt vil være ubestemt, når brudlinien ikke møder jordoverfladen under den statistisk korrekte vinkel. Dette skyldes, at man af figur 9.21 kan finde uendelig mange forskellige værdier af τ_0 afhængig af projektiønsaksens retning, når vinklen v_0 ikke er den statistisk korrekte.

Problemet kan imidlertid som vist af J. Brinch Hansen (1953) løses ved en sammenligning af ligevægtsmetoden med ekstremmetoden, der jo - når den overhovedet kan anvendes - altid fører til een bestemt løsning. Lad os betragte et eksempel, som vist på figur 9.26, hvor man skal beregne det passive jordtryk på en væg i forbindelse med et opad konkavt



Figur 9.26 Sammenligning mellem ligevægts- og ekstremmetoden.

liniebrud (A-brud) i jorden bag væggen. For det pågældende problem viser det sig hurtigt, at det er umuligt at opfylde de tre statiske ligevægtsligninger for det bevægelige jordlegeme, med mindre man tillader liniebruddet at møde jordoverfladen under en vinkel, der er forskellig fra den statisk korrekte. Med henblik på under disse forhold at bestemme værdien af forskydningsspændingen τ_0 i brudliniens endepunkt betragtes på lignende måde som i afsnit 9,6 ligevægten af det lille jordlegeme ABC, der begrænses af to brudlinier og jordoverfladen. Da en løsning af problemet efter ligevægtsmetoden ikke synes umiddelbart tilgængelig, vil vi forsøge at løse problemet efter ekstremmetoden, idet vi tilnærmer det cirkulære liniebrud med en logaritmisk spiral med pol i punkt O. I henhold til ekstremmetoden skal ligevægtsbetingelserne for de i problemet indgående kræfter udtrykkes alene i form af momentligningen omkring spiralens pol. Da vi ved, at ligevægtsmetoden og ekstremmetoden skal give samme resultat, betyder det, at man ved ligevægtsmetoden skal anvende den værdi af forskydningsspændingen τ_0 i liniebruddets endepunkt, som findes ved at opstille momentligningen om spiralens pol for det lille jordlegeme ABC. Da jordlegemet ABC har en meget lille udstrækning i forhold til spiralens radius, kan vi imidlertid erstatte momentligningen om polen med projektion på en retning 1, som står vinkelret på radien. Retning 1 på figur 9.26 ses at danne vinklen $v_0 + \varphi$ med vandret. Retningen er således identisk med retning 1 på figur 9.21, og den søgte ligevægtsbetingelse er identisk med formel 9.26, som netop er fundet ved projektion på retning 1.

Vi kan følgelig konkludere, at det er den af formel 9.26 udledede for-

mel 9.29, som skal anvendes for τ_0 , uanset om v_0 er den statisk korrekte vinkel eller ej. Hermed har vi opnået at kunne løse også de under gruppe III angivne brudproblemer efter ligevægtsmetoden.

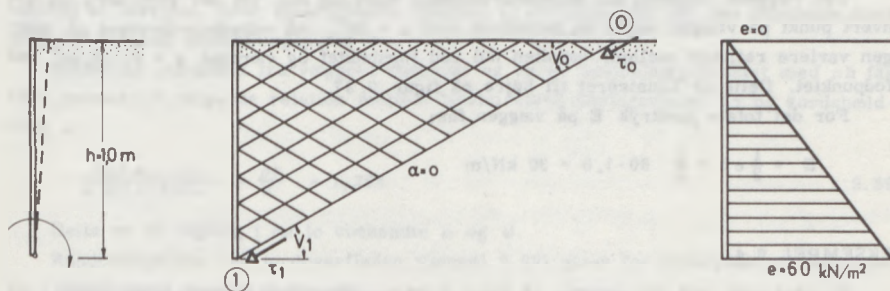
Hvad angår løsningen af brudproblemer af den omhandlede gruppe III efter ekstremmetoden, lader dette sig kun gøre i ret få specielle tilfælde; hovedsagelig hvor det drejer sig om friktionsløs jord. Dette skyldes, at de logaritmiske spiraler, der i henhold til ekstremmetoden skal anvendes som brudlinier i friktionsjord, strengt taget ikke er kinematisk korrekte, hvorfor det ved anvendelse af disse brudlinier ofte er vanskeligt at tage de kinematiske forhold tilstrækkeligt i betragtning.

Vi har hermed afsluttet gennemgangen af de grundlæggende principper for plasticitetsteoriens anvendelse for jord. Vi har herunder set, hvordan ligevægtsmetoden som vist af J. Brinch Hansen kan gøres generelt anvendelig til løsning af geotekniske brudproblemer. Gennemgangen skal afsluttes med tre eksempler, hvor de fremdragne principper skal demonstreres ved beregning af jordtrykket på en væg i forbindelse med henholdsvis et zonebrud, et liniebrud og et kombineret brud.

EKSEMPEL 9.3

Vi skal som vist til venstre på figur 9.27 beregne jordtrykket på en lodret, glat væg med vandret, ubelastet jordoverflade, når væggen i brudtilstanden forudsættes at dreje med uret om fodpunktet. Jorden er kohæsionsløs sand med $\varphi = 30^\circ$ og $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$. Væggens højde $h = 1,0 \text{ m}$.

I henhold til det i forbindelse med omtalen af figur 9.15 anførte opstår der i jor-



Figur 9.27 Beregning af jordtryk på væg ved drejning om fodpunktet.

den bag væggen et zonebrud. Da væggen er glat, må zonebruddet være af typen R-brud.

Ifølge gældende definitioner haves:

- $\theta = \beta = 0^{\circ}$: lodret væg og vandret jordoverflade
- $p = c = 0$: ubelastet, kohæsionsløs jord
- $a = \delta = 0$: glat væg
- $\varphi = + 30^{\circ}$: forskydningspændingerne på det bevægelige jordlegeme virker i retning fra punkt 0 mod punkt 1.

Randbetingelsen ved jordoverfladen (formel 9.28) giver for den statisk korrekte vinkel v_0 mellem vandret og brudlinie:

$$\tan (v_0 + 15^{\circ} - 0) = \frac{0 + \sqrt{0 + 0 + p^2 \sin^2 \varphi}}{0 + p \sin \varphi}$$

hvoraf fås $v_0 = 30^{\circ}$.

Randbetingelsen ved væggen (formel 9.33) giver for den statisk korrekte vinkel v_1 mellem vandret og brudlinie:

$$\cos (2v_1 + 30^{\circ} + 0 - 0) = 0$$

hvoraf fås $v_1 = 30^{\circ}$.

Det ses, at v_0 er lig v_1 , hvilket kunne have været indset på forhånd, da brudlinjerne i R-bruddet er rette. For den nederste brudlinie i R-bruddet haves $\omega = v_0 = v_1 = 30^{\circ}$ samt $k = h : \sin \omega = 1,0 ; \sin 30^{\circ} = 2,0 \text{ m}$.

Af formel 9.29 fås forskydningspændingen τ_0 i brudliniens øverste endepunkt:

$$\tau_0 = \frac{0 + 0}{\sin (30^{\circ} - 0)} = 0$$

Af formel 9.18, som netop gælder for en ret brudlinie, fås forskydningspændingen τ_1 i brudliniens andet endepunkt:

$$\tau_1 = 20 \cdot 2,0 \sin 30^{\circ} \sin (30^{\circ} + 30^{\circ}) + 0 = 17,3 \text{ kN/m}^2$$

Enhedsjordtrykket på væggen ved dennes fodpunkt bestemmes af formel 9.37:

$$e = 17,3 \frac{\cos 0 \cos (30^{\circ} - 0)}{\sin 30^{\circ} \cos (30^{\circ} + 30^{\circ} + 0 - 0)} = 60 \text{ kN/m}^2$$

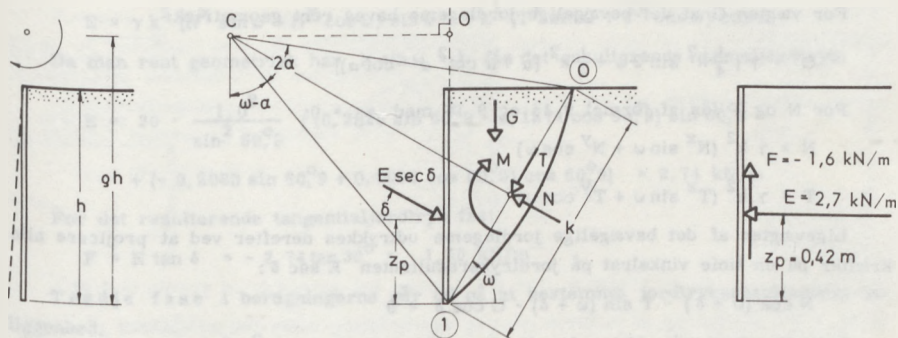
Ved væggens toppunkt må enhedsjordtrykket være lig nul. Da der endvidere fra ethvert punkt på væggen udgår en brudlinie med $\omega = 30^{\circ}$, må enhedsjordtrykket på væggen variere retliniet mellem værdien nul ved toppunktet og værdien $e = 60 \text{ kN/m}^2$ ved fodpunktet. Dette er illustreret til højre på figur 9.27.

For det totale jordtryk E på væggen fås:

$$E = \frac{1}{2} eh = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 1,0 = 30 \text{ kN/m}$$

EKSEMPEL 9.4

Vi skal som vist til venstre på figur 9.28 beregne jordtrykket på en lodret, ru væg med vandret, ubelastet jordoverflade, når væggen i brudtilstanden forudsættes at dreje med uret om et punkt, der er beliggende 0,264 m over væggens toppunkt. Jor-



Figur 9.28 Beregning af jordtryk på væg ved drejning om punkt beliggende over top-punktet.

den er kohæsionsløst sand med $\phi = 30^\circ$ og $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$. Væggens højde $h = 1,0 \text{ m}$.

I henhold til det i forbindelse med omtalen af figur 9.12 anførte kan der som en kinematisk mulig brudfigur for det foreliggende problem angives et cirkulært, konkavt liniebrud med centrum beliggende et sted på en vandret linie gennem væggens omdrejningspunkt.

Ifølge gældende definitioner haves:

- $\theta = \beta = 0^\circ$: lodret væg og vandret jordoverflade
- $p = c = 0$: ubelastet, kohæsionsløs jord
- $\varphi = -30^\circ$: forskydningsspændingerne på glidelegemet virker i retning fra punkt 1 mod punkt 0
- $\delta = \varphi$: ru væg
- α positiv : konkav brudcirkel
- ω positiv : korden stiger i retning fra punkt 1 mod punkt 0.

Første fase i beregningerne går ud på ved hjælp af de statiske krav til brudfiguren at beregne, hvor brudcirkelns centrum C er beliggende på den vandrette linie gennem væggens omdrejningspunkt O.

Benævnes afstanden fra væggens fodpunkt og op til omdrejningspunktet med ρh fås rent geometrisk følgende relation mellem brudcirkelns åbningsvinkel 2α og kordehældning ω .

$$\frac{\cos(\omega - \alpha)}{2 \sin \alpha \sin \omega} = \frac{\rho h}{h} = 1,264 \tag{9.59}$$

Dette er en ligning i de to ubekendte α og ω .

Randbetingelsen ved jordoverfladen (formel 9.29) giver for forskydningsspændingen τ_0 i brudliniens øverste endepunkt:

$$\tau_0 = \frac{0 + 0}{\sin(\nu_0 - 0)} = 0$$

For vægten G af det bevægelige jordlegeme havs rent geometrisk:

$$G = \gamma \left[\frac{1}{4} k^2 \sin 2\omega + \frac{1}{4} k^2 (\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha) \right]$$

For N og T fås af formel 9.15 og 9.16 med $\tau_0 = 0$:

$$N = \gamma k^2 (N^X \sin \omega + N^Y \cos \omega)$$

$$T = \gamma k^2 (T^X \sin \omega + T^Y \cos \omega)$$

Ligevægten af det bevægelige jordlegeme udtrykkes derefter ved at projicere alle kræfter på en linie vinkelret på jordtryksresultanten $E \sec \delta$:

$$N \cos (\omega + \delta) - T \sin (\omega + \delta) - G \cos \delta = 0$$

Indsættes heri udtrykkene for N , T og G samt $\delta = -30^\circ$ fås:

$$\begin{aligned} (N^X \sin \omega + N^Y \cos \omega) \cos (\omega - 30^\circ) - (T^X \sin \omega + T^Y \cos \omega) \sin (\omega - 30^\circ) \\ - \frac{1}{4} (\sin 2\omega + \alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha) \cos 30^\circ = 0 \end{aligned} \quad 9.60$$

som, da N^X , N^Y , T^X og T^Y alene afhænger af α og ω , er en ligning i de to ubekendte α og ω .

Formel 9.59 og 9.60 er to ligninger i de to ubekendte α og ω . Ligningerne løses på følgende måde: Først gættes en værdi af α og af formel 9.59 findes den tilhørende værdi af ω . Af Geoteknisk Instituts Bulletin No 2 findes derefter værdien af N^X , N^Y , T^X og T^Y , og det kontrolleres, om formel 9.60 er tilfredsstillet. Er dette tilfældet, er α gættet rigtig. Hvis det ikke er tilfældet, må α gættes om, og beregningerne gentages indtil formel 9.60 er tilfredsstillet.

I det aktuelle tilfælde gættes $\alpha = 20^\circ$, og af formel 9.59 fås:

$$\frac{\cos (\omega - 20^\circ)}{2 \sin 20^\circ \sin \omega} = 1,264$$

hvoraf findes $\omega = 60^\circ,9$.

Af Bulletin No 2 fås med $\alpha = 20^\circ$ og $\varphi = -30^\circ$:

$$\begin{aligned} N^X &= 0,2928 & T^X &= -0,2080 & N^Y_0 &= 0,0591 & M^X &= 0,0193 \\ N^Y &= -0,1274 & T^Y &= 0,0992 & & & M^Y &= -0,0168 \end{aligned}$$

Indsættes i formel 9.60 fås:

$$\begin{aligned} (0,2928 \sin 60^\circ,9 - 0,1274 \cos 60^\circ,9) \cos (60^\circ,9 - 30^\circ) \\ - (-0,2080 \sin 60^\circ,9 + 0,0992 \cos 60^\circ,9) \sin (60^\circ,9 - 30^\circ) \\ - \frac{1}{4} (\sin 121^\circ,8 + 20^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} (1 + \cot^2 20^\circ) - \cot 20^\circ) \cos 30^\circ \\ = -0,001 \sim 0 \end{aligned}$$

Heraf ses, at $\alpha = 20^\circ$ og $\omega = 60^\circ,9$ tilfredsstiller ligningssystemet.

Anden fase i beregningerne går ud på at bestemme jordtrykkets størrelse.

Ved at projicere på væggenes normal fås:

$$E = N \sin \omega + T \cos \omega$$

som under anvendelse af formlerne 9.15 og 9.16 for N og T giver:

$$E = \gamma k^2 (N^x \sin \omega + N^y \cos \omega) \sin \omega + \gamma k^2 (T^x \sin \omega + T^y \cos \omega) \cos \omega$$

Da man rent geometrisk har $k \sin \omega = h$ fås det resulterende normaljordtryk:

$$E = 20 \cdot \frac{1,0^2}{\sin^2 60,9} [(0,2928 \sin 60,9 - 0,1274 \cos 60,9) \sin 60,9 + (-0,2080 \sin 60,9 + 0,0992 \cos 60,9) \cos 60,9] = 2,74 \text{ kN/m}$$

For det resulterende tangentialjordtryk fås:

$$F = E \tan \delta = -2,74 \tan 30^\circ = -1,58 \text{ kN/m}$$

Tredje fase i beregningerne går ud på at bestemme jordtryksresultantens beliggenhed.

Ved at tage momenter om væggens fodpunkt fås:

$$E z_p = N \cdot \frac{1}{2} k - M_R - M_G$$

hvor M_G er momentet om væggens fodpunkt af det bevægelige jordlegemes egenvægt.

Ved rent geometriske betragtninger kan der opstilles følgende udtryk for M_G :

$$M_G = \gamma k^3 \left[\frac{1}{12} (\sin 2\omega \cos \omega + \sin \omega) + \frac{1}{8} (\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha) (\cos \omega - \sin \omega \cot \alpha) \right]$$

Indsættes dette udtryk i momentligningen sammen med formel 9.15 og 9.17 for N og M_R fås:

$$\begin{aligned} E z_p &= \gamma k^2 (N^x \sin \omega + N^y \cos \omega) \frac{1}{2} k - \gamma k^3 (M^x \sin \omega + M^y \cos \omega) \\ &\quad - \gamma k^3 \left[\frac{1}{12} (\sin 2\omega \cos \omega + \sin \omega) + \frac{1}{8} (\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha) (\cos \omega - \sin \omega \cot \alpha) \right] \\ &= 20 \cdot \frac{1,0^3}{\sin^3 60,9} \left[\frac{1}{2} \cdot 0,2928 \sin 60,9 - \frac{1}{2} \cdot 0,1274 \cos 60,9 \right. \\ &\quad \left. - 0,0193 \sin 60,9 + 0,0168 \cos 60,9 - \frac{1}{12} (\sin 121,8 \cos 60,9 + \sin 60,9) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{8} (20^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} (1 + \cot^2 20^\circ) - \cot 20^\circ) (\cos 60,9 - \sin 60,9 \cot 20^\circ) \right] \\ &= 1,14 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

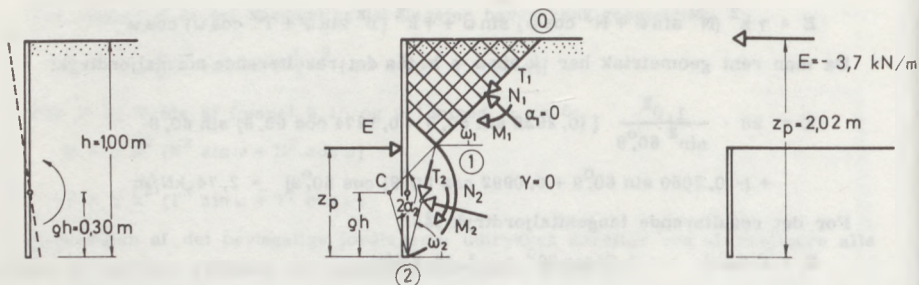
Sluttelig findes:

$$z_p = \frac{E z_D}{E} = \frac{1,14}{2,74} = 0,42 \text{ m}$$

Det totale jordtryk på væggen har således komponenterne $E = 2,7 \text{ kN/m}$ og $F = -1,6 \text{ kN/m}$; det resulterende normaltryk virker i afstanden $z_p = 0,42 \text{ m}$ fra væggens fodpunkt.

EKSEMPEL 9.5

Vi skal som vist til venstre på figur 9.29 beregne jordtrykket på en lodret, glat



Figur 9.29 Beregning af jordtryk på væg ved drejning om punkt beliggende på nederste tredjedel af væggen.

væg med vandret, ubelastet jordoverflade, når væggen i brudtilstanden forudsættes at dreje mod uret om et punkt, der er beliggende 0,30 m over væggenes fodpunkt. Jorden, som forudsættes at være vægtløs, er ren kohæsionsjord med $c = 10 \text{ kN/m}^2$. Væggens højde er 1,00 m.

Betragtes den nederste tredjedel af væggen separat, indses det, at omdrejningspunktet for denne vægdel ligger nær vægdelens toppunkt. I henhold til det i forbindelse med omtalen af figur 9.12 anførte, kan der da for den betragtede vægdel som en kinematisk mulig brudfigur angives et cirkulært, konkavt liniebrud med centrum beliggende på en vandret linie gennem væggenes omdrejningspunkt.

Betragtes derefter de øverste to tredjedele af væggen separat, indses det, at omdrejningspunktet for denne vægdel ligger nær vægdelens fodpunkt. I henhold til det i forbindelse med omtalen af figur 9.15 anførte, opstår der da i jorden bag vægdelen et zonebrud. Da væggen er glat, må zonebruddet være af typen R-brud.

Den samlede brudfigur for hele væggen vil i konsekvens af ovenstående blive et kombineret brud af typen AaR-brud, således som vist midtfor på figur 9.29. Da jorden er friktionsløs, må alle brudlinier skære hinanden under rette vinkler.

Idet der henvises til betegnelserne midtfor på figur 9.29, fås ifølge gældende definitioner:

$\theta = \beta = 0$: lodret væg og vandret jordoverflade.

$p = \varphi = 0$: ubelastet, friktionsløs jord.

$a = \delta = 0$: glat væg.

$\gamma = 0$: vægtløs jord.

$c = -10 \text{ kN/m}^2$: for zonebruddet, da forskydningspændingen på jorden over brudlinien 0-1 virker i retning fra punkt 1 mod punkt 0.

$c = +10 \text{ kN/m}^2$: for liniebruddet, da forskydningspændingen på jorden over brudlinien 1-2 virker i retning fra punkt 1 mod punkt 2.

$\alpha_1 = 0$: brudlinien 0-1 er ret.

α_2 positiv : brudcirklen 1-2 er konkav.

ω_1 positiv : korden stiger i retning fra punkt 1 mod punkt 0,

ω_2 positiv : korden stiger i retning fra punkt 2 mod punkt 1.

Første fase i beregningerne går ud på ved hjælp af de statiske krav til brudfladen at beregne, hvor på den vandrette linie gennem væggens omdrejningspunkt O brudcirkelens centrum C er beliggende.

Af randbetingelsen ved jordoverfladen (formel 9.41) fås den statisk korrekte vinkel v_0 mellem vandret og brudlinien 0-1:

$$\cos(2v_0 - 0) = 0$$

eller

$$v_0 = 45^\circ$$

Ved betragtning af vinklerne fra punkt 1 fås rent geometrisk:

$$\omega_2 = (90^\circ - \alpha_2) + 45^\circ = 135^\circ - \alpha_2 \quad 9.61$$

Af formel 9.42 fås normalspændingen i punkt 0:

$$\sigma_0 = 0 - 10 \cot 45^\circ = -10 \text{ kN/m}^2$$

Af formel 9.22, 9.23, 9.24 og 9.25 fås derefter for brudlinien 0-1:

$$\sigma_1 = 0 - 10 \cdot \sigma_0^Z - 10 = -(\sigma_0^Z + 10)$$

$$N_1 = 0 - 10 \cdot k_1 N_0^Z - 10 k_1 = -k_1 (N_0^Z + 1) \cdot 10$$

$$T_1 = 0 - 10 \cdot k_1 T_0^Z = -k_1 T_0^Z \cdot 10$$

$$M_1 = 0 - 10 \cdot k_1^2 M_0^Z = -k_1^2 M_0^Z \cdot 10$$

Idet størrelserne σ_0^Z , N_0^Z , T_0^Z og M_0^Z findes af Geoteknisk Instituts Bulletin No 2 med $\alpha_1 = 0$ fås:

$$\sigma_1 = -10 \text{ kN/m}^2$$

$$N_1 = -k_1 \cdot 10 \text{ (kN/m)}$$

$$T_1 = -k_1 \cdot 10 \text{ (kN/m)}$$

$$M_1 = 0$$

I punkt 1 må normalspændingen på brudlinien 1-2 være lig normalspændingen på brudlinien 0-1, eftersom de to brudlinier i punkt 1 står vinkelrette på hinanden. Af formlerne 9.22, 9.23, 9.24 og 9.25 fås derefter for brudlinien 1-2:

$$\sigma_2 = 0 + 10 \cdot \sigma_0^Z - 10 = (\sigma_0^Z - 1) \cdot 10$$

$$N_2 = 0 + 10 \cdot k_2 N_0^Z - 10 \cdot k_2 = k_2 (N_0^Z - 1) \cdot 10$$

$$T_2 = 0 + 1 \cdot k_2 T_0^Z = k_2 T_0^Z \cdot 10$$

$$M_2 = 0 + 10 \cdot k_2^2 M_0^Z = k_2^2 M_0^Z \cdot 10$$

Ligevægten af det bevægelige jordlegeme udtrykkes nu ved at projicere alle kræfter på lodret:

$$N_1 \cos \omega_1 - T_1 \sin \omega_1 + N_2 \cos \omega_2 - T_2 \sin \omega_2 = 0$$

Indsættes heri fås:

$$-k_1 \cos 45^\circ + k_1 \sin 45^\circ + k_2 (N_O^Z - 1) \cos \omega_2 - k_2 T_O^Z \sin \omega_2 = 0$$

eller:

$$(N_O^Z - 1) \cos \omega_2 - T_O^Z \sin \omega_2 = 0$$

Indsættes heri formel 9.61 fås:

$$(N_O^Z - 1) \tan (\alpha_2 - 45^\circ) - T_O^Z = 0 \quad 9.62$$

Da N_O^Z og T_O^Z alene afhænger af α_2 er ligning 9.62 åbenbart en ligning i α_2 . Løsningen af ligningen foregår på følgende måde. Først gættes en værdi af α_2 og de her til svarende værdier af N_O^Z og T_O^Z findes af Bulletin No 2. Derefter kontrolleres det, om ligning 9.62 er tilfredsstillet. Er dette tilfældet, er α_2 gættet rigtigt. Er dette ikke tilfældet, må α_2 gættes om, indtil ligning 9.62 er tilfredsstillet.

I det aktuelle tilfælde gættes $\alpha_2 = 58,5$, hvortil svarer

$$N_O^Z = 2,042 \quad \text{og} \quad T_O^Z = 0,2513$$

Ligning 9.62 giver derefter:

$$(2,042 - 1) \tan (58,5 - 45^\circ) - 0,2513 = 0$$

som er identisk opfyldt.

Brudfigurens geometriske parametre kan nu fuldstændig fastlægges. Af formel 9.61 fås:

$$\omega_2 = 135^\circ - 58,5^\circ = 76,5^\circ$$

Af trekant 2C1 fås:

$$\frac{k_2}{2} \sec (90^\circ - \alpha_2) \cos (\omega_2 + (90^\circ - \alpha_2) - 90^\circ) = \rho h$$

eller:

$$k_2 = \frac{2 \cdot 0,30 \cdot \sin 58,5^\circ}{\cos (76,5^\circ - 58,5^\circ)} = 0,538 \text{ m}$$

Endvidere haves:

$$k_2 \sin \omega_2 + k_1 \sin \omega_1 = h$$

eller:

$$k_1 = \frac{1,00 - 0,538 \cdot \sin 76,5^\circ}{\sin 45^\circ} = 0,674 \text{ m}$$

Anden fase i beregningerne går ud på at bestemme jordtrykkets størrelse. Ved projicere på vandret fås:

$$\begin{aligned} E &= N_1 \sin \omega_1 + T_1 \cos \omega_1 + N_2 \sin \omega_2 + T_2 \cos \omega_2 \\ &= -k_1 \cdot 10 (\sin \omega_1 + \cos \omega_1) + k_2 \cdot 10 ((N_O^Z - 1) \sin \omega_2 + T_O^Z \cos \omega_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -0,674 \cdot 10(\sin 45^\circ + \cos 45^\circ) + 0,538 \cdot 10((2,042 - 1) \sin 76,5^\circ + 0,2513 \cos 76,5^\circ) \\
 &= -3,74 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Tredje fase i beregningerne går ud på at bestemme jordtryksresultantens beliggenhed.

Ved at tage moment om væggenes fodpunkt fås:

$$\begin{aligned}
 E z_p &= -M_1 + N_1 \left(\frac{1}{2} k_1 + k_2 \cos(\omega_2 - \omega_1) \right) + T_1 k_2 \sin(\omega_2 - \omega_1) - M_2 + N_2 \cdot \frac{1}{2} k_2 \\
 &= 0 - \frac{1}{2} k_1^2 \cdot 10 - k_1 k_2 \cdot 10 \sin \alpha_2 - k_1 k_2 \cdot 10 \cos \alpha_2 - k_2^2 \cdot 10 M_0^z + \frac{1}{2} k_2^2 \cdot 10 (N_0^z - 1) \\
 &= 0 - \frac{1}{2} \cdot 0,674^2 \cdot 10 - 0,674 \cdot 0,538 \cdot 10(\sin 58,5^\circ + \cos 58,5^\circ) \\
 &\quad - 0,538^2 \cdot 0,6252 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 0,538^2 \cdot 10(2,042 - 1) = -7,57 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

idet man af Bulletin No 2 finder $M_0^z = 0,6262$ for $\alpha_2 = 58,5^\circ$.

Sluttelig findes:

$$z_p = \frac{E z_p}{E} = \frac{0,757}{0,374} = 2,02 \text{ m}$$

Det totale normaljordtryk på væggen har således størrelsen $E = -3,7 \text{ kN/m}$; det virker i afstanden 2,02 m fra væggenes fodpunkt.

9.10 Plasticitetsteoriens praktiske anvendelse

HENSYNTAGEN TIL INHOMOGENITETER M. V.

Vi har i afsnit 9.1-9.9 gennemgået de grundlæggende principper for plasticitetsteoriens anvendelse til beregning af brud i jord. Ved denne gennemgang er det som omtalt i afsnit 9.1 forudsat, at den betragtede jordmasse er homogen og isotrop.

For at kunne foretage brudberegninger med praktisk relevans er det imidlertid ofte nødvendigt at kunne tage et vist hensyn til jordens inhomogenitet og anisotropi. I princippet ville dette kunne gøres ved at indføre jordmassens karakteristiske parametre γ , c og ϕ i Kötter's ligning (9.5) som funktioner af det betragtede punkts geometriske parametre s og v . Løsningen af Kötter's ligning ville imidlertid i så fald blive så besværliggjort - eller eventuelt umuliggjort - at det i hvert fald ved praktiske problemer må anses for udelukket på denne måde at tage hensyn til inhomogenitet og anisotropi.

Som en tilnærmelse vælger man da i praksis at inddele jordmassen i forskellige lag, hvor man indenfor det enkelte lag forudsætter, at jorden

er homogen og isotrop. De herved opståede laggrænser behøver nødvendigvis ikke at være vandrette.

Hvor en brudlinie skærer en laggrænse, må de to brudlinieretninger på hver side af grænsen af kinematiske grunde være ens. Iøvrigt kan man ved en laggrænse skelne mellem følgende tilfælde.

Hvis de to jordlag har forskellig rumvægt γ , men samme c og φ , er spændingen den samme på begge sider af laggrænsen:

$$\tau_1 = \tau_2$$

Hvis de to jordlag har forskellig kohæsion c , men samme φ , kan man udlede følgende overgangsbetingelse, hvor v er brudliniens og β laggrænsens vinkel med vandret:

$$\tau_2 = \tau_1 + (c_2 - c_1) \frac{\cos \varphi \sin (v + \varphi - \beta)}{\sin (v - \beta)}$$

Hvis de to jordlag har forskellig friktionsvinkel φ , synes det med vor nuværende plasticitetsteoretiske viden ikke muligt at angive nogen entydig overgangsbetingelse.

Som det fremgår af ovenstående er de principielle muligheder for ved en brudberegning at tage hensyn til inhomogenitet og anisotropi ret ringe. Vi skal senere i forbindelse med gennemgangen af brudberegningen for de forskellige konstruktionstyper vende tilbage til disse muligheder.

VIRKNING AF VAND I JORDENS PORER

Ved den i afsnit 9.1-9.9 givne gennemgang af plasticitetsteorien er det forudsat, at jordens normal- og forskydningsspændinger opfylder Coulomb's brudbetingelse. Dette svarer til, at spændingerne i jorden alene forudsættes overført ved kontaktryk mellem jordens korn, således at den udviklede plasticitetsteori primært gælder for tør jord.

Som oftest vil der imidlertid være vand i jordens porer i store dele af de jordmasser, hvori der i praksis vil kunne opstå brud. Da porevandet medvirker til at overføre spændingerne i jorden, uden at spændingerne i porevandet dog følger Coulomb's brudbetingelse, må der ved anvendelse af den udviklede plasticitetsteori tages specielt hensyn til porevandets tilstedeværelse.

Vi har allerede tidligere i denne bog beskæftiget os indgående med, hvordan vands tilstedeværelse i jordens porer influerer på jordens spændinger. Hele kapitel 3 blev således brugt til at indføre begrebet effektiv spænding, og dette begreb blev yderligere belyst i afsnit 4.3 i forbindelse

med begrebet løftning. Endvidere blev afsnit 5.2 brugt til en generel analyse af problemerne i forbindelse med jordlegemers ligevægt. I henhold til denne analyse kan ligevægten af et vandmættet jordlegeme, hvis porevand strømmer gennem jordens porer, udtrykkes på følgende tre principielt forskellige måder:

$$I : \quad \bar{\gamma}_m V - \int_F u \, d\bar{f} - \int_F \bar{\sigma} \, d\bar{f} - \int_F \tau \, d\hat{f} = 0 \quad 9.63$$

$$II : \quad \bar{\gamma}' V - \int_F \gamma_w h \, d\bar{f} - \int_F \bar{\sigma} \, d\bar{f} - \int_F \tau \, d\hat{f} = 0 \quad 9.64$$

$$III : \quad \bar{\gamma}' V - \int_V \gamma_w \bar{i} \, d\omega - \int_F \bar{\sigma} \, d\bar{f} - \int_F \tau \, d\hat{f} = 0 \quad 9.65$$

Anvendelsen af disse tre ligninger til analyse af et vandmættet jordlegemes ligevægt i forbindelse med et geoteknisk brudproblem er eksempelvis illustreret på figur 9.20, hvor man for henholdsvis stillestående og strømmende grundvand har anskueliggjort de kræfter, der i henhold til metoderne I, II og III (formel 9.63, 9.64 og 9.65) influerer på ligevægten af et vandmættet jordlegeme beliggende mellem en væg, en brudlinie og en jordoverflade.

Vi vil indledningsvis betragte stillestående grundvand.

I henhold til metode I skal vi beregne jordlegemets egenvægt under hensyntagen til vandet i porerne, d.v.s. vi skal ved egenvægtens beregning anvende jordens mættede rumvægt γ_m . Endvidere skal der i brudlinien påføres den totale normalspænding, som kan sammensættes af den effektive normalspænding $\bar{\sigma}$ og poretrykket u , samt forskydningsspændingen τ . Ved væggen skal tilsvarende påføres jordtrykkets normalkomponent e , og tangentialkomponent f (svarende til effektive spændinger mellem væg og jord) samt poretrykket u . På jordoverfladen skal påføres vandtrykket u . Dette medfører, at man ved undersøgelsen af det betragtede jordlegemes ligevægt skal medtage vandtrykkene (hydrostatiske) på jordlegemets begrænsning og samtidig ved beregningen af jordlegemets egenvægt regne med den mættede rumvægt af jorden.

I henhold til metode II og III, som ved stillestående grundvand er identiske, benytter man sig af det faktum, at poretrykkene på jordlegemets sideflader holder ligevægt med vægten af en vandmængde svarende til jordlegemets volumen. Dette medfører, at man ved undersøgelsen af det betragtede jordlegemes ligevægt kan se bort fra alle vandtryk, blot skal man til gengæld regne med den for opdrift reducerede rumvægt.

	Metode I	Metode II	Metode III
STILLESTÅENDE GRUNDVAND			
STRØMMENDE GRUNDVAND			
SPECIELT: PARALLELSTRØM- NING			

Figur 9.30 Virkning af vand i jordens porer.

Vi skal derefter betragte strømmende grundvand. I henhold til metode I vil jordlegemet være påvirket af den samme slags kræfter som ved stillestående grundvand, blot skal poretrykket u nu bestemmes under hensyntagen til vandets strømning i jorden (eksempelvis ved optegning af et strømnet).

I henhold til metode II vil jordlegemet være påvirket af den samme slags kræfter som ved stillestående grundvand samt - i brudlinien og ved væggen - af et poreovertryk $\gamma_w h$, svarende til det tryk, hvormed poretrykket i det betragtede punkt overstiger det til et vilkårligt valgt udgangsniveau svarende hydrostatiske tryk.

I henhold til metode III vil jordlegemet være påvirket af den samme slags kræfter som ved stillestående grundvand samt af strømkraften i γ_w . Strømkraften, der ved ikke-parallelstrømninger varierer i størrelse

og retning fra punkt til punkt, vil, når den summeres over jordlegemets volumen, svare til poreovertrykket, når dette summeres over jordlegemets overflade.

Da både poretryk, poreovertryk og strømkraft er størrelser, der varierer fra punkt til punkt, vil det almindeligvis ved geotekniske brudproblemer være relativt besværligt at tage hensyn til strømmende grundvand.

En undtagelse herfra er dog det tilfælde, hvor strømningen i det betragtede område er en parallelstrømning. I så fald vil gradienterne være konstante og parallelle. Den effektive massekraft på en volumenenhed, som er den vektorielle sum af den reducerede rumvægt og strømkraften, er da konstant indenfor det betragtede område, både med hensyn til størrelse og retning. Problemet kan derefter løses, ved at man blot tænker sig hele systemet drejet, således at den effektive massekraft bliver lodret. Særlig enkel bliver beregningerne, hvis parallelstrømningen er lodret. I så fald skal man blot regne med en effektiv rumvægt af størrelsen

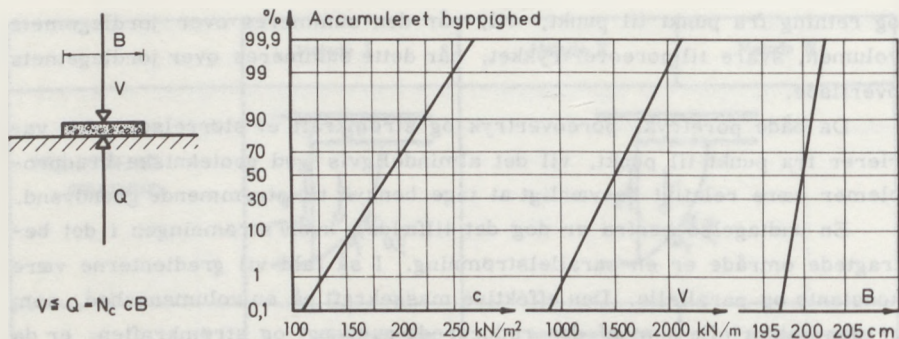
$$\bar{\gamma} = \gamma' \pm i\gamma_w$$

hvor fortegn + skal anvendes ved en nedadrettet strømning, medens - skal anvendes ved en opadrettet, som angivet i afsnit 4.3.

Som omtalt i afsnit 5.2 afhænger det af den foreliggende opgaves karakter, hvilken af de tre metoder der mest praktisk kan anvendes til at tage hensyn til porevandets tilstedeværelse ved et givet brudproblem. Metode III vil dog generelt kun komme på tale, når man kan skønne en middelgradient for passende store delvolumener. Metode II vil ofte (især ved stillestående grundvand) være nemmere at anvende end metode I. Til gengæld må det understreges, at metode I i mange tilfælde vil repræsentere den regningsmæssige sikreste fremgangsmåde, fordi kræfterne her umiddelbart kan forestilles i modsætning til poreovertryk og gradienter, der i metode II og III til en vis grad repræsenterer regnestørrelser, og derfor lettere anvendes forkert.

INDFØRELSE AF SIKKERHEDSFAKTORER

Lad os som illustreret til venstre på figur 9.31 eksempelvis antage, at vi ved hjælp af de i afsnit 9.1-9.9 angivne principper for beregning af geotekniske brudproblemer har beregnet korttidsbæreevnen af et langstrakt fundament på overfladen af et lerlag. Idet der iøvrigt henvises til kapitel 14, skal det allerede nu angives, at vi som resultat af de foretagne bereg-



Figur 9.31 Sandsynlighedsvariation for indgående parametre ved beregning af bæreevnen af stribefundament.

ninger finder følgende bæreevne pr. længdeenhed af fundamentet:

$$Q = c N_c B \quad 9.66$$

hvor: c er lerets udrænedede forskydningsstyrke,
 N_c er en dimensionsløs bæreevnefaktor, som ved beregningerne findes at antage talværdien 5,14, og
 B er fundamentets bredde.

Når den fundne formel 9.66 skal benyttes til dimensionering af fundamentet, må man selvfølgelig kræve:

$$Q - V \geq 0$$

hvor V er belastningen på fundamentsfladen.

Ved dimensioneringen opstår bl.a. spørgsmålet: Hvilken værdi af c skal indsættes i beregningerne? Strengt taget kan c ikke tillægges nogen konstant værdi, men må betragtes som en statistisk variabel. Dette er illustreret til højre på figur 9.31, hvor sandsynlighedsvariationen for den udrænedede forskydningsstyrke er beskrevet ved sumfunktionen, der direkte angiver sandsynligheden for, at den udrænedede forskydningsstyrke er mindre end eller lig med en vis størrelse.

Af sumfunktionen fremgår det, at ligegyldig hvor lille en værdi af c , man vælger at anvende ved dimensioneringen, vil der altid være en vis ringe sandsynlighed for, at den udrænedede forskydningsstyrke antager en endnu mindre værdi.

På ganske tilsvarende måde vil størrelserne B og V være statistiske va-

riable. Dette må åbenbart betyde, at ligegyldig med hvilket parametersæt c , B og V dimensioneringen udføres, vil der altid være en vis - men måske nok meget lille sandsynlighed for, at fundamentets belastning er større end bæreevnen, d. v. s. at der indtræffer brud i de bærende jordlag.

Det er således vigtigt at gøre sig klart, at for et hvilket som helst bygværk vil der være en vis sandsynlighed for, at der indtræffer brud i bygværket.

Hvor stor en brudsandsynlighed vil man nu kunne acceptere for et givet bygværk? For at kunne besvare dette spørgsmål må man gøre sig klart, at valget af en given brudsandsynlighed har store økonomiske konsekvenser. Vælges nemlig en meget lille brudsandsynlighed, bliver bygværkets dimensioner store, og bygværket følgelig meget kostbart. Vælges omvendt en meget stor brudsandsynlighed, bliver bygværket i første omgang meget billigt at opføre, men der vil til gengæld være så stor risiko for, at der indtræffer brud i konstruktionen, at denne risiko må indkalkuleres i bygværkets anlægs- og vedligeholdelsesudgifter. Det vil heraf fremgå, at valget af brudsandsynlighed må træffes på grundlag af den såkaldte statistisk-økonomiske beslutningsteori.

Tænker man sig de samlede omkostninger og tab ved et bygværks sammenbrud opgjort i penge, vil disse udgifter B optræde med den ved brudsandsynligheden ϵ angivne hyppighed. For bygværket skal man da foruden anlægsomkostningerne K regne med risikoomkostningerne ϵB , og man skal da søge at bestemme brudsandsynligheden ϵ således, at de samlede omkostninger $K + \epsilon B$ bliver minimum.

Denne metode er tilsyneladende kun brugbar i sådanne tilfælde, hvor der ikke er fare for menneskeliv. Hvor der er fare for menneskeliv, kan vurderingen imidlertid også gennemføres. Umiddelbart vil man sikkert sige, at opmåling af menneskeliv i penge ikke kan lade sig gøre, og set fra et etisk synspunkt er dette selvfølgelig rigtigt. Virkeligheden er imidlertid, at man ofte meget håndfast arbejder med sådanne vurderinger. Forsikringsbranchen gør det for eksempel, og også bygningsingeniøren gør det, som det fremgår af det følgende.

Lad os tænke os et allerede opført bygværk, eksempelvis en bro, og lad os tænke os, at vi for denne bro bestemmer brudsandsynligheden ϵ . Man kan da beregne den risikoomkostning B , som ville svare til, at man ved projekteringen havde bestemt brudsandsynligheden ϵ således, at $K + \epsilon B$ blev minimum. Af B kan man da beregne de beløb, hvortil menneskeliv mere eller mindre ubevidst er blevet vurderet, hvis bygværkets dimensioner skal betragtes som optimale.

Af de anførte meget generelle bemærkninger om begrebet brudsandsynlighed fremgår det, at beregning af et givet bygværks brudsandsynlighed kræver et indgående kendskab til de indgående parametres statistiske variation. Et sådant kendskab er man desværre i meget ringe udstrækning i besiddelse af inden for bygningsingeniørens fagområde. Korrekte eller blot tilnærmede brudsandsynlighedsberegninger er derfor i dag i langt de fleste tilfælde uigennemførlige.

For at løse problemerne i praksis indfører man til erstatning af begrebet brudsandsynlighed begrebet sikkerhed, idet man taler om, at der for en given konstruktion, som dimensioneres for visse foreskrevne belastninger, og som bygges af materialer med visse foreskrevne styrker, skal være en bestemt sikkerhed mod brud. Denne sikkerhed kan indføres på tre principielt forskellige måder.

Den mest udbredte metode består i at bestemme den til de foreskrevne belastninger svarende farligste spænding, som derefter sammenlignes med den for det pågældende materiale fastsatte tilladelige spænding, som fås af brudstyrken ved division med sikkerheden.

En anden metode består i, at man anvender en såkaldt brudbelastning, der fås ved at multiplicere den foreskrevne belastning med sikkerheden. Det er den til denne brudbelastning svarende farligste spænding, som skal sammenlignes med materialets brudstyrke.

I geoteknikken gør der sig det specielle forhold gældende, at nogle af de ydre belastninger, eksempelvis jordtryk, er funktioner af materialestyrker, d. v. s. af jordens styrke. Som følge heraf kan man ikke komme til et logisk system, hverken ved den ene eller den anden af de ovenfor nævnte metoder. I stedet har man i de danske Normer for Fundering valgt at anvende det såkaldte partialkoefficientsystem.

Princippet i partialkoefficientsystemet er det, at man regner med et regningsmæssigt brudstadium, hvor de forskellige foreskrevne belastninger multipliceres med visse partialkoefficienter, medens jordarternes og byggematerialernes forudsatte brudstyrker divideres med andre partialkoefficienter. Konstruktionen skal da dimensioneres således, at der er ligevægt i det regningsmæssige brudstadium, altså mellem regningsmæssige belastninger på den ene side og regningsmæssige jordtryk og bæreevner på den anden side. Endvidere må den farligste regningsmæssige spænding i selve konstruktionen ikke overstige den regningsmæssige brudstyrke for det pågældende byggemateriale.

En nærmere omtale af partialkoefficientsystemet med tilhørende omtale af de forskellige partialkoefficienters størrelse findes i de danske Normer med tilhørende Vejledning, hvortil der henvises.

Det skal bemærkes, at Danmark er et af de få lande, der har indført partialkoefficientsystemet i funderingsnormerne. I stort set alle andre vesteuropæiske lande samt USA benyttes totalsikkerheder ved dimensionering af funderingskonstruktioner.

Litteratur

REFERENCER

- Drucker, D.C. and Prager, W. (1951): Soil Mechanics and Plastic Analyses or Limit Design. Office of Naval Research, Technical Report No. 64, Providence, November 1951.
- Gvozdev, A.A. (1936): The Determination of the Value of the Collapse - load for Statically Indeterminate Systems undergoing Plastic Deformations. Proc. Conf. on Plastic Deformations, 1936.
- Hansen, J. Brinch (1953): Geotekniske Stabilitetsproblemer. Ingeniøren, 12. sept. 1953, p. 667.
- Hansen, J. Brinch (1957): The internal Forces in a Circle of Rupture. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 2, 1957.
- Jacy, J. (1936): Stability of Earth Slopes, Proc. First Int. Conf., Soil Mech., Vol. II, Harvard 1936.
- Kötter, F. (1903): Die Bestimmung des Druckes an gekrümmten Gleitflächen. Sitzungsber. Kgl. Preuss. Akad. der Wiss, Berlin 1903.
- Rankine, W.J.M. (1857): On the Stability of loose Earth. Trans. Royal Soc., Vol. 147, London 1857.
- Prandtl, L. (1920): Über die Härte plastischer Körper. Nachr. d. Ges. d. Wiss, Göttingen 1920.
- Prandtl, L. (1927): Über die Eindringungsfestigkeit plastischer Baustoffe und die Festigkeit der Schneiden. Zeitschr. F. angew. Math. und Mech., Febr. 1927.

SUPPLERENDE LITTERATUR

Der findes en meget omfangsrig litteratur omhandlende geoteknisk plasticitetsteori. En relativ let tilgængelig fremstilling findes hos:

- Hansen, J. Brinch (1953): Earth Pressure Calculation. Teknisk Forlag, København 1953.
- Lundgren, H. og Hansen, J. Brinch (1958): Geoteknik, afsnit 5. Teknisk Forlag. København 1958.

En noget mere vidtgående fremstilling, der dog kun dækker friktionsløs jord, findes hos:

Hansen, Bent (1965): A Theory of Plasticity for Ideal Frictionless Materials. Teknisk Forlag. København 1965.

I alle de her nævnte bøger findes omfattende litteraturfortegnelser.

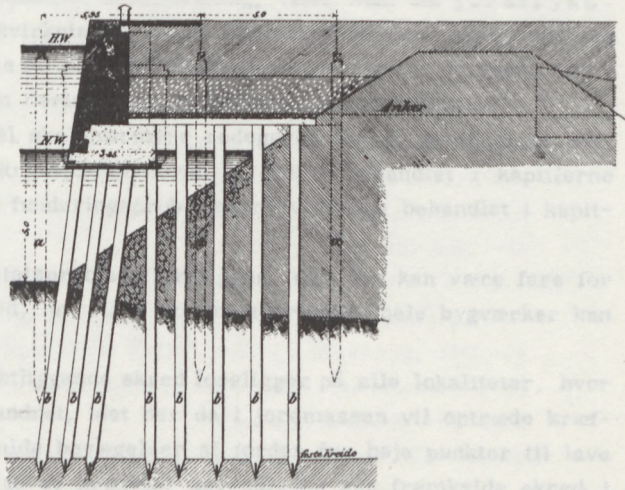
Den nyere udvikling indenfor området er beskrevet hos:

Chen, Wai-Fah (1975): Limit Analysis and Soil Plasticity, Elsevier, Amsterdam, 1975.

10.1 Grundlagene

Udførelse af grundlagene og grundens forberedelse er af afgørende betydning for sikkerheden af bygningen. Det er derfor vigtigt at sikre sig, at grundene er tilstrækkeligt stabile og bærer den pålagte belastning uden at sænke sig eller bevæge sig. Dette kræver en grundig undersøgelse af jordens egenskaber og en nøjagtig beregning af de kræfter, der virker på grundene. Ved udførelsen af grundene skal der tages hensyn til jordens vandindhold og evnen til at sænke sig under belastning. Dette kan gøres ved at anvende forskellige typer grundlag, som f.eks. søjler eller søjler med udbøjning, og ved at anvende forskellige typer grundforberedelse, som f.eks. kompaktning eller indsprøjtning af cement.

Grundene skal udføres i henhold til de gældende regler og standarder, og der skal tages hensyn til de lokale forhold og jordens egenskaber. Det er derfor vigtigt at konsultere en erfaren ingeniør eller arkitekt ved udarbejdelsen af grundlagene.



Grundene skal udføres i henhold til de gældende regler og standarder, og der skal tages hensyn til de lokale forhold og jordens egenskaber. Det er derfor vigtigt at konsultere en erfaren ingeniør eller arkitekt ved udarbejdelsen af grundlagene.

Grundene skal udføres i henhold til de gældende regler og standarder, og der skal tages hensyn til de lokale forhold og jordens egenskaber. Det er derfor vigtigt at konsultere en erfaren ingeniør eller arkitekt ved udarbejdelsen af grundlagene.

10. Stabilitet

10.1 Grundbegreber

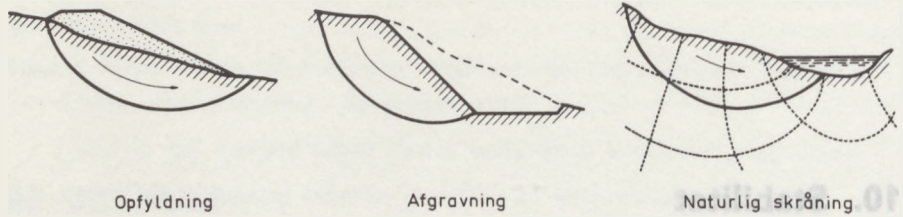
Såfremt en jordmasses begrænsninger er fuldkommen ueftergivelige, og såfremt der i jordmassen kun optræder volumenkræfter med konstant størrelse og med en retning, der er vinkelret på jordoverfladen, som forudsættes plan, siges jordmassen at befinde sig i hviletilstanden. Denne hviletilstand er strengt taget kun mulig i et idealiseret, uendeligt halvrum. Da alle begrænsninger i praksis er mere eller mindre eftergivelige, vil de problemer, der knytter sig til hviletilstanden, kun være af forholdsvis begrænset interesse set ud fra et praktisk synspunkt. Hviletryksp problemerne har derimod en vis teoretisk interesse, idet hviletrykstilstanden er den spændingstilstand, udfra hvilken der i jorden udvikler sig brugs- og brudtilstand.

Såfremt brudtilstanden i jorden udvikler sig udfra hviletrykstilstanden ved en i alt væsentlig vandret kraftvirkning, taler man om jordtryksproblemer. Er kraftvirkningen i alt væsentligt lodret, taler man om funderingsproblemer. Såfremt kraftvirkningen er af en mere sammensat natur, taler man derimod om stabilitetsproblemer.

I nærværende kapitel skal nærmere redegøres for de geotekniske stabilitetsproblemer. Jordtryksproblemerne vil blive behandlet i kapitlerne 11, 12 og 13, medens funderingsproblemerne vil blive behandlet i kapitlerne 14, 15 og 16.

Et geotekniksk stabilitetsproblem foreligger, når der kan være fare for et så dybtliggende skred, at store jordmasser eller hele bygværker kan blive ført bort.

Fare for sådanne dybtliggende skred foreligger på alle lokaliteter, hvor jordoverfladen ikke er vandret, idet der da i jordmassen vil optræde kræfter, som søger at fremkalde bevægelser af jorden fra høje punkter til lave punkter. Den vigtigste af de kræfter, der således kan fremkalde skred i



Figur 10.1 Forskellige former for stabilitetsskred.

jorden, er den komponent af tyngdekraften, som virker i den sandsynlige bevægelsesretning. Også vigtige - men ikke altid lige påagtede - er de kræfter, der fra strømmende grundvand kan påvirke jordens kornskelet. Jordskælvs kræfter kan ligeledes spille en stor rolle ved jordskred.

Som følge af de nævnte kræfter vil der opstå forskydningspændinger i jordmassen, og en bevægelse af en del af jordmassen kan finde sted, hvis ikke forskydningsmodstanden i jordmassen er større end de opståede forskydningskræfter. Forskydningsmodstanden afhænger, som omtalt i kapitel 8, først og fremmest af selve jordens egenskaber, men i visse tilfælde kan planterødder, rammede pæle, forsyningsledninger, is m.m. bidrage til at forhindre, at skred opstår.

Nogen klar og logisk opdeling af stabilitetsproblemerne har man ikke. På figur 10.1 er det imidlertid forsøgt at illustrere nogle vigtige situationer, i hvilke der optræder fare for stabilitetsskred:

- 1) Stabiliteten af opfyldninger, hvor man ved at forøge belastningen på områder af en ellers i forvejen stabil jordoverflade fremkalder fare for stabilitetsskred.
- 2) Stabiliteten af afgravninger, hvor man ved at formindske belastningen på områder af en ellers i forvejen stabil jordoverflade fremkalder fare for stabilitetsskred.
- 3) Stabiliteten af naturlige skråninger, hvor eksempelvis enten en nedsættelse af jordens forskydningsmodstand, som følge af kemiske processer i jorden, eller en forøgelse af volumenkræfterne på jordskelettet, som følge af strømmende grundvand, fremkalder fare for stabilitetsskred.

Som allerede omtalt giver ovenstående gruppering ingen komplet mulighed for opdeling af alle stabilitetsproblemer. Et givet stabilitetsproblem

kan således indeholde elementer indenfor alle tre grupper i ovennævnte opdeling.

Stabilitetsproblemer kan i princippet løses ved hjælp af den i afsnit 9.7 omtalte ligevægtsmetode. Beregningerne bliver dog i praksis meget komplicerede, hvorfor man normalt anvender den i afsnit 9.8 omtalte ekstremmetode.

Ekstremmetoden giver normalt relativt nøjagtige resultater ved de simple stabiliteetsproblemer i forbindelse med homogen (evt. lagdelt) jord og cirkulære eller spiralformede brudlinier. Ved de mere komplicerede stabilitetsproblemer i forbindelse med inhomogen jord og brudlinier af vilkårlig form må man imidlertid gå over til at anvende den såkaldte strimmelmetode. Denne metode er dog ofte ret besværlig at anvende, ligesom den heller ikke altid er lige nøjagtig.

Stabilitetsanalyser involverer normalt meget omfattende numeriske beregninger. Der er derfor i de senere år udarbejdet flere programmer til behandling af stabilitetsproblemer ved hjælp af elektronisk databehandling. Eksempelvis kan nævnes de af H. Kamp Nielsen (1964) omtalte programmer.

10.2 Ekstremmetoden

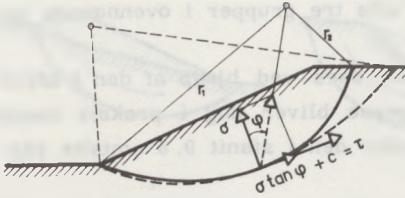
Ved dybtliggende skred i en jordmasse vil der normalt i jorden opstå et liniebrud, der strækker sig enten fra een jordoverflade til en anden eller fra een væg til en anden.

Princippet i ekstremmetoden er som omtalt i afsnit 9.8 at opstille en ligevægtsligning for det bevægelige jordlegeme og derefter ved en ekstrembetingelse at finde frem til den søgte størrelse, der eksempelvis kan være en sikkerhedsfaktor.

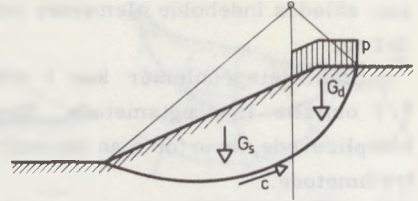
Som omtalt i afsnit 9.3 må et liniebrud for at være kinematisk korrekt have form som en cirkel eller eventuelt en ret linie. For at undgå, at de ubekendte spændinger i brudlinien kommer til at indgå i den opstillede ligevægtsligning, er det imidlertid nødvendigt i tilfældet $\varphi \neq 0$ at tilnærme liniebruddet med en logaritmisk spiral med en stigningsvinkel lig jordens friktionsvinkel. En sådan spiral, der har ligningen:

$$r = r_0 e^{\nu \tan \varphi} \quad 10.1$$

har den karakteristiske geometriske egenskab, at dens radiusvektor i ethvert punkt danner vinklen φ med den tilsvarende normal.



Figur 10.2 Logaritmisk spiral anvendt som brudlinie.



Figur 10.3 Stabilitetsanalyse efter ekstremmetoden.

Figur 10.2 viser anvendelsen af en brudlinie med form som en logaritmisk spiral med stigningsvinklen φ ved undersøgelsen af stabiliteten af en skråning i jord, hvis styrkeparametre er c og φ . Betragtes et lille bueelement af liniebruddet, kan spændingen på bueelementet opløses i en spændingskomponent σ vinkelret på bueelementet og en spændingskomponent τ parallelt med bueelementet. Da jordlegemet bevæger sig nedad, må τ virke opad på det bevægelige jordlegeme. I henhold til Coulomb's brudbetingelse kan τ opløses i to bidrag: et friktionsbidrag $\sigma \tan \varphi$ og et kohæsionsbidrag c . Sammensættes friktionsbidraget $\sigma \tan \varphi$ vektorielt med normalspændingen σ , fås en resultant, hvis retning netop ses at danne vinklen φ med bueelementets normal, og som således i henhold til den logaritmiske spirals geometriske egenskaber netop går igennem spiralens pol.

Ved som ligevægtsbetingelse for det bevægelige jordlegeme at vælge momentligningen om spiralens pol udgår således σ - og $\sigma \tan \varphi$ - bidraget fra spændingerne i liniebruddet af ligevægtsbetingelsen. Det skal dog i denne forbindelse understreges, at det er vigtigt ved stabilitetsundersøgelsen at "vende" den logaritmiske spiral rigtigt, d. v. s. placere spiralens pol på en sådan måde, at forskydningsspændingskomponenten $\sigma \tan \varphi$ går i modsat retning af jordlegemets bevægelse. Beliggenheden af den fuldt optrukne spiral på figur 10.2 er således principielt rigtig, medens den punkterede spiral vender forkert.

Af spændingerne i liniebruddet mangler vi nu blot at betragte c -bidraget. Er forskydningsspændingskomponenten c konstant langs spiralen, kan man udlede følgende udtryk for dens moment om spiralens pol:

$$M_c = \frac{1}{2} c (r_1^2 - r_2^2) \cot \varphi \quad 10.2$$

hvor r_1 og r_2 er henholdsvis længste og korteste radiusvektor i spiralen.

Fremgangsmåden ved en stabilitetsanalyse efter ekstremmetoden bliver herefter i henhold til figur 10.3.

Først indtegnes en tilfældig, men sandsynlig logaritmisk spiral, med stigningsvinkel lig jordens friktionsvinkel. Gennem spiralens pol tegnes en lodret linie. Herved deles den bevægelige jordmasse i en stabiliserende del og en drivende del. For hver af disse jordmasser findes derefter egenvægtens moment om spiralens pol, idet jordmasserne på passende måde opdeles i delmasser (trekanter, rektangler og evt. cirkelafsnit), hvis vægt og tyngdepunktsafstand kan bestemmes. Endvidere må momentet om spiralens pol af eventuel bevægelig overfladebelastning eller andre belastninger beregnes, idet det selvfølgelig gælder, at bevægelige belastninger kun skal tilgodeses, såfremt de virker drivende. På figur 10.3 er således vist, hvordan en bevægelig overfladelast kun skal medregnes på den del af jordoverfladen, der ligger til højre for den lodrette linie gennem spiralens pol. Sluttelig beregnes det kohæsive bidrag fra de indre spændinger i liniebruddet i henhold til formel 10.2.

Princippet er nu, at det, for at den betragtede skråning kan anses for at være stabil, må kræves, at momentet om spiralens pol af alle stabiliserende kræfter skal være større end det tilsvarende moment af alle drivende kræfter. Man udtrykker dette ved at beregne det såkaldte stabilitetsforhold f , som i henhold til figur 10.3 er defineret ved:

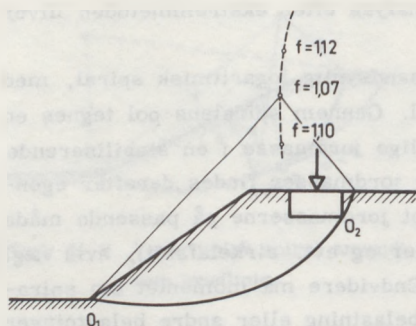
$$f = \frac{M_s}{M_d} = \frac{M_{Gs} + M_c}{M_{Gd} + M_p} \quad 10.3$$

Hvis f er større end 1, er stabiliteten af skråningen tilstrækkelig for netop den anvendte spiral. Hvis f derimod er mindre end 1, er skråningen ikke stabil.

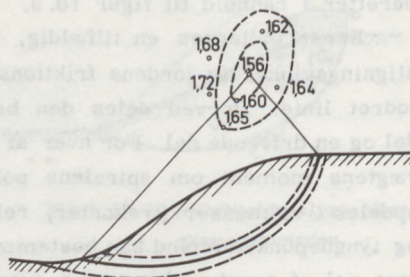
Hvis man finder f større end 1, må det erindres, at man dermed kun har vist, at stabiliteten er tilstrækkelig for den tilfældigt valgte spiral. Det kan imidlertid tænkes, at der findes en anden beliggenhed af spiralen, som medfører, at f bliver mindre end 1. Man må derfor vælge en anden beliggenhed af spiralen og derefter finde det f , der svarer til denne spiral. Sådan må man blive ved, indtil man har fundet den beliggenhed, som giver det mindste stabilitetsforhold, og såfremt man finder:

$$\min. f > 1 \quad 10.4$$

er skråningen stabil. Den beliggenhed af spiralen, som svarer til min. f , benævnes den kritiske spiral.



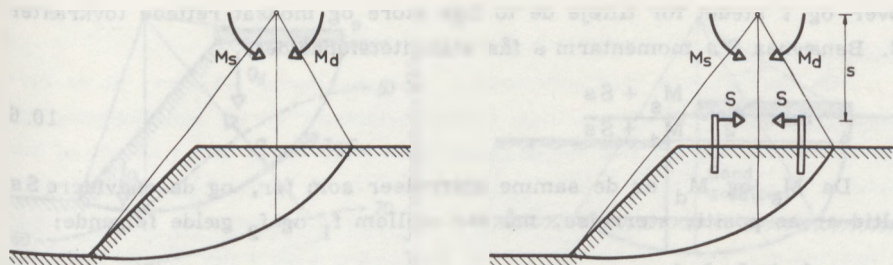
Figur 10.4 Bestemmelse af min. f ved tvungen brudlinie.



Figur 10.5 Bestemmelse af min. f ved fri brudlinie.

Bestemmelse af minimumsværdien for stabilitetsforholdet f sker som omtalt ved forsøg. Ofte kan der på forhånd angives visse punkter, som den kritiske spiral nødvendigvis må gå igennem. Dette er eksempelvis illustreret på figur 10. 4, hvor der er vist en undersøgelse af stabiliteten af en skråning på hvis top, der er placeret et sribefundament parallelt med skråningens øverste kant. Brudlinien må med overvejende sandsynlighed gå gennem fundamentets nedre bagkant, og den må endvidere med ret stor sandsynlighed gå gennem skråningens fodpunkt.

Der bliver hermed i henhold til ekstremmetoden kun en enkelt uendelighed af spiraler at undersøge. Polen for alle disse spiraler må iøvrigt ligge på kurven for det geometriske sted for polen af en logaritmisk spiral gennem punkt O_1 og O_2 . Minimum af stabilitetsforholdet kan da let op-søges; normalt er det i sådanne tilfælde kun nødvendigt med 3 - 5 gennemregninger. Det skal dog understreges, at den kritiske spiral i det viste eksempel ikke nødvendigvis behøver at gå gennem skråningens fodpunkt, hvorfor det normalt er tilrådeligt ved stabilitetsundersøgelser af lignende art, som den på figur 10. 4 viste, at gennemregne en enkelt eller to spiraler, som ikke går gennem punkt O_1 . Erfaringer synes at vise, at den kritiske spiral vil gå gennem fodpunktet af skråningen ved relativt stejle skråninger og ved voksende forskydningsstyrke med dybden. Den synes derimod at have tendens til at gå under fodpunktet ved flade skråninger og ved aftagende forskydningsstyrke med dybden, hvorimod den går over fodpunktet ved flade skråninger med relativt faste jordlag i beskeden dybde.



Figur 10.6 Størrelsen af f i relation til skråningens sikkerhed.

På figur 10.5 er illustreret et eksempel, hvor bestemmelsen af den kritiske spiral er betydelig vanskeligere. Der kan ikke her på forhånd angives punkter, gennem hvilke brudlinien må gå, og der bliver således en tredobbelt uendelighed af spiraler at undersøge. Ved undersøgelsen må man derfor her først vælge en tilfældig, men sandsynlig pol, for den logaritmiske spiral og derefter for den valgte pol finde den spiral, som giver det mindste stabilitetsforhold. Derefter vælges en anden beliggenhed af polen, og for denne findes ligeledes det mindste stabilitetsforhold. På denne måde går man frem, indtil man som illustreret på figur 10.5 har indkredset det punkt, der er pol for den kritiske spiral.

Man kunne umiddelbart tro, at størrelsen f måtte være et udtryk for skråningens sikkerhed. At det imidlertid ikke forholder sig sådan, kan under henvisning til figur 10.6 indses på følgende måde. Vi tænker os, at vi har undersøgt stabiliteten af den til venstre på figuren viste skråning. Endvidere tænker vi os, at vi har fundet den viste beliggenhed af den kritiske spiral, og at vi for denne har fundet:

$$\text{min. } f_1 = \frac{M_s}{M_d} \quad 10.5$$

Dernæst betragter vi, som vist til højre på figur 10.6, den samme skråning, idet vi nu blot tænker os, at vi i jordoverfladen har nedrammet to vægtløse pæle i samme afstand fra, men på hver sin side af den lodrette linie gennem spiralens pol. Mellem pælene er udspændt et vandret tov, som er opspændt med tovkraften S . Da S er en indre kraft, må den nye skråning være nøjagtig ligeså stabil som den tidligere betragtede. Ved stabilitetsberegningen af den nye skråning må det være tilladt at skære tovet

over og i stedet for tilføje de to lige store og modsat rettede tovrækter S. Benævnes S's momentarm s fås stabilitetsforholdet:

$$\text{min. } f_2 = \frac{M_s + Ss}{M_d + Ss} \quad 10.6$$

Da M_s og M_d er de samme størrelser som før, og da endvidere Ss altid er en positiv størrelse, må der mellem f_1 og f_2 gælde følgende:

$$f_1 > f_2 > 1,$$

$$f_1 = f_2 = 1 \text{ eller}$$

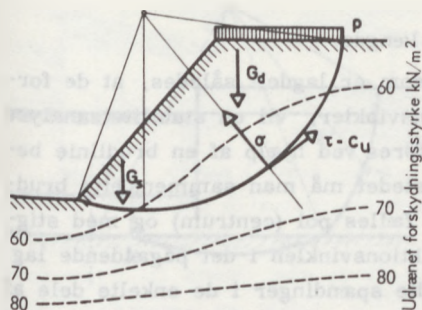
$$f_1 < f_2 < 1$$

Dette betyder, at vi på grundlag af stabilitetsforholdet alene kan afgøre, om den betragtede skråning er stabil ($\text{min. } f > 1$) eller ej ($\text{min. } f \leq 1$). Om selve skråningens sikkerhed giver stabilitetsforholdet derimod ingen oplysning.

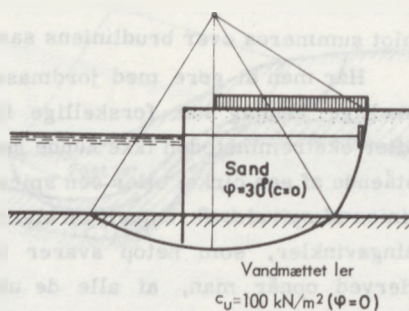
Sikkerheden indføres ved anvendelse af partialkoefficienter. Princippet herved er, at man som sædvanlig regner i det regningsmæssige brudstadium, i hvilket de forskellige belastninger er multipliceret med visse partialkoefficienter, medens jordens styrkeparametre er divideret med andre partialkoefficienter. For at den betragtede skråning kan anses for tilstrækkelig stabil, må det derefter blot kræves, at man i det regningsmæssige brudstadium har $\text{min. } f \geq 1$.

I udlandet anvender man normalt ikke partialkoefficientsystemet ved sikkerhedsfastlæggelse. I stedet anvender man totalsikkerheden F, som er defineret, som den faktor jordens forskydningsstyrke τ skal divideres med, for at kræfterne på det bevægelige jordlegeme over brudlinien er i ligevægt. Da man generelt har $\tau = c + \sigma \tan \varphi$, svarer dette åbenbart til følgende fremgangsmåde: Man skønner en værdi $F_1 = f_c = f_\varphi$ og anvender ved analysen de hertil svarende regningsmæssige spiraler og regningsmæssige kohæsioner, idet man samtidig sætter alle andre partialkoefficienter lig 1. Herved findes et vist min. f_1 . Man skønner derefter en anden værdi F_2 (andre regningsmæssige spiraler og regningsmæssige kohæsioner) og finder den hertil svarende min. f_2 . Ved simpel ekstra- eller interpolation bestemmes derefter den endelige totalsikkerhed, som den værdi af F, som netop svarer til $\text{min. } f = 1$.

Ved en stabilitetsundersøgelse af et givet jordbygværk er det principielt nødvendigt at undersøge såvel korttids- som langtidstabiliteten. Den omtalte ekstremmetode med anvendelse af logaritmiske spiraler er uden



Figur 10.7 Korttidsstabiliteten af vandmættet ler.



Figur 10.8 Sættet brudlinie i lagdelt jord.

videre anvendelig ved $\bar{c}-\bar{\varphi}$ analyser, f.eks. undersøgelser af langtidsstabiliteten af vandmættet ler, idet der her til jordens styrke bidrager både et \bar{c} -led og et $\bar{\varphi}$ -led. Også i sand kan metoden uden videre anvendes, idet der her til jordens styrke kun bidrager et φ -led, mens c -leddet normalt regnes lig nul.

Ved undersøgelser af korttidsstabiliteten af vandmættet ler vil man oftest foretrække at foretage en $\varphi=0$ analyse, og altså sætte jordens forskydningsstyrke $\tau_f = c_u$. I konsekvens heraf skal vi ved stabilitetsundersøgelsen efter ekstremmetoden som brudlinie anvende en logaritmisk spiral med stigningsvinkel nul, d.v.s. en cirkulær brudlinie. På figur 10.7 er demonstreret anvendelsen af en sådan cirkulær brudlinie til undersøgelse af korttidsstabiliteten i vandmættet ler. Det ses umiddelbart, hvordan stabilitetsundersøgelsen kan gennemføres efter ganske de samme principper som ved anvendelse af den logaritmiske spiral, idet de i størrelse ubekendte normalspændinger i brudlinier udgår ved moment om dennes centrum, mens forskydningspændingerne antager den ved den udrænedede forskydningsstyrke c_u angivne værdi. Det ses umiddelbart, at det ikke er nødvendigt for gennemførelsen af en sådan analyse, at størrelsen c_u er konstant langs brudlinien. Hvis c_u eksempelvis varierer som angivet med de punkterede linier på figur 10.7, bestemmes c_u -bidraget til momentet omkring cirkelns centrum blot ved at summere størrelsen $c_u \Delta l r$ over hele cirkelbuens længde l .

På tilsvarende måde er det heller ikke nødvendigt ved en $\bar{c}-\bar{\varphi}$ analyse at \bar{c} -værdien er konstant langs brudlinien, idet størrelsen $\frac{1}{2} \bar{c} (r_n^2 - r_{n-1}^2) \cot \bar{\varphi}$ da

blot summeres over brudliniens samlede længde.

Har man at gøre med jordmasser, som er lagdelt således, at de forskellige jordlag har forskellige friktionsvinkler, vil en stabilitetsanalyse efter ekstremmetoden ikke kunne gennemføres ved hjælp af en brudlinie bestående af een cirkel eller een spiral. I stedet må man sammensætte brudlinien af spiraler (eventuelt cirkler) med fælles pol (centrum) og med stigningsvinkler, som netop svarer til friktionsvinklen i det pågældende lag. Herved opnår man, at alle de ubekendte spændinger i de enkelte dele af den sammensatte brudlinie ikke kommer til at indgå i momentligningen om spiralernes (cirklernes) fælles pol (centrum).

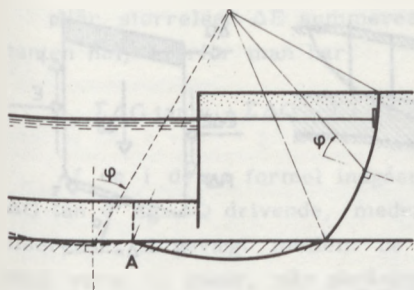
Som eksempel på en stabilitetsanalyse med sådanne sammensatte brudlinier er på figur 10.8 vist en stabilitetsanalyse af en forankret stålpuksvæg. På den pågældende lokalitet består bunden af vandmættet ler, ovenpå hvilket der bag konstruktionen er fyldt op med sand. I sandet består brudlinien af en logaritmisk spiral med stigningsvinkel lig sandets friktionsvinkel, medens brudlinien i leret udgøres af en cirkel.

Den på figur 10.8 viste brudlinie har et knæk i laggrænsen mellem sandet og leret svarende til forskellen i de tilgrænsende lags friktionsvinkel. Brudlinien er følgelig strengt taget ikke kinematisk mulig. Den kan imidlertid betragtes som en rimelig tilnærmelse til den korrekte brudfigur, og der er grund til at formode, at den giver rimelige resultater, når den i øvrigt ser sandsynlig ud.

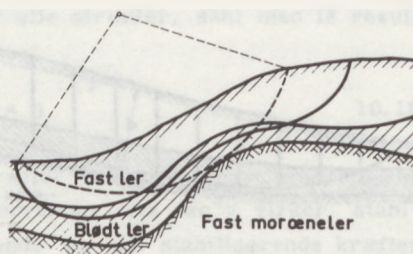
Såfremt man ved en sammensat brudlinie, som den på figur 10.9 viste, har en brudlinie, der i punkt A møder en laggrænse under en vinkel, der er mindre end forskellen i de tilgrænsende lags friktionsvinkel, vil det ikke være muligt på rimelig måde at optegne brudliniens fortsættelse. Metoden svigter altså i sådanne tilfælde, hvorfor man her enten må anvende strimmelmetoden eller eventuelt tage hensyn til tilstedeværelsen af den jord, der på figur 10.9 ligger til venstre for en lodret linie gennem brudliniens skæringspunkt med laggrænsen, ved på den punkterede lodrette linie at regne med passivt jordtryk.

Hvad angår virkning af vandtryk i forbindelse med stabilitetsundersøgelser henvises til afsnit 10.4.

Ekstremmetoden blev første gang anvendt i specialtilfældet $\varphi = 0$, svarende til cirkulærcylindriske glideflader, af svenskeren W. Fellenius i 1926. Metoden blev gjort generel anvendelig af L. Rendulic, der i 1935 og 1940 foreslog at anvende brudlinier i form af logaritmiske spiraler i det generelle tilfælde $\varphi \neq 0$. Coulomb's jordtryksteori fra 1776 (se afsnit 11.2) er



Figur 10.9 Sammensat brudlinie ved laggrænse.



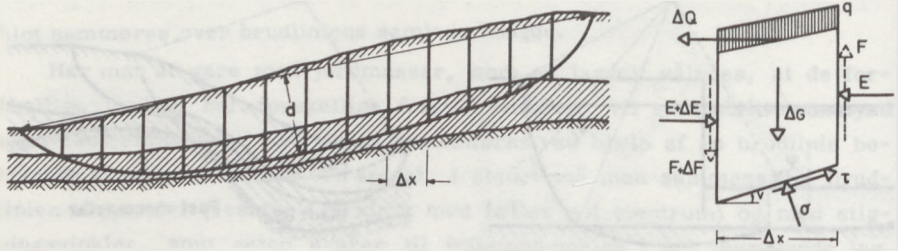
Figur 10.10 Ekstremmetoden kontra strimmelmetoden.

en speciel anvendelse af ekstremmetoden, idet der her benyttes en ret brudlinie. Brudlinier sammensat af cirkler og logaritmiske spiraler blev første gang foreslået anvendt af J. Brinch Hansen i 1953.

10.3 Strimmelmetoden

Den i det foregående afsnit beskrevne ekstremmetode er kun anvendelig ved stabilitetsanalyser, hvor de optrædende brudlinier med rimelig tilnærmelse kan approksimeres med logaritmiske spiraler ($\varphi \neq 0$) eller cirkler ($\varphi = 0$). Det er endvidere en forudsætning for ekstremmetodens anvendelse, at jordens friktionsvinkel ikke varierer indenfor det enkelte lag. Som følge heraf vil der i praksis være en lang række stabilitetsproblemer, til hvis undersøgelse ekstremmetoden kun dårligt lader sig anvende.

Et sådant problem er illustreret på figur 10.10, der viser en skråning, der består af fast moræneler, hvori et blødt lag ler er indlejret. Det ses klart, at det ikke er muligt i leret at indlægge en cirkulær brudlinie, der på passende måde tager hensyn til de svage partier i leret. Det synes derimod umiddelbart sandsynligt, at et eventuelt skred vil kunne finde sted efter den på figuren viste fuldt optrukne brudlinie. En undersøgelse af skråningens stabilitet med anvendelse af en sådan vilkårlig formet brudlinie kan foretages ved hjælp af strimmelmetoden.



Figur 10.11 Stabilitetsanalyse efter strimmelmetoden.

Princippet ved anvendelse af strimmelmetoden er i henhold til figur 10.11 følgende:

Som vist til venstre indtegnes en tilfældig, men sandsynlig brudlinie af vilkårlig form. Jordlegemet over brudlinien opdeles derefter i lodrette strimler med en normalt konstant bredde Δx . Kræfterne på den enkelte strimmel, som er vist til højre på figur 10.11, er følgende:

- E og $E + \Delta E$ normaljordtrykket i strimlens henholdsvis højre og venstre lodrette side.
 - F og $F + \Delta F$ tangentialjordtrykket i strimlens henholdsvis højre og venstre lodrette side,
 - ΔG strimlens egenvægt inklusive eventuelle lodrette overfladebelastninger,
 - ΔQ eventuelle vandrette kræfter på strimlen, samt
 - σ og τ normal- og forskydningspændingen i brudlinien.
- Brudliniens vinkel med vandret betegnes ν (regnes med fortegn).

Vi vil indledningsvis forudsætte, at tangentialjordtrykkene på strimlens lodrette sider er ens, d. v. s. vi forudsætter, at $\Delta F = 0$.

Ved projektion på henholdsvis vandret og lodret af kræfterne på strimlen fås:

$$E + \Delta E - \sigma \sin \nu \Delta x \sec \nu + \tau \cos \nu \Delta x \sec \nu - E - \Delta Q = 0 \quad 10.7$$

$$\Delta G - \sigma \cos \nu \Delta x \sec \nu - \tau \sin \nu \Delta x \sec \nu = 0 \quad 10.8$$

Ved at g²ange henholdsvis formel 10.7 med $\cos \nu$ og formel 10.8 med $\sin \nu$ kan σ elimineres af de to ligninger, således at man får:

$$\Delta E = \Delta G \tan \nu + \Delta Q - \tau \Delta x \sec^2 \nu \quad 10.9$$

Når størrelsen ΔE summeres over alle strimler, skal man få resultatet nul, hvorfor man har:

$$\Sigma \Delta G \tan v + \Sigma \Delta Q - \Sigma \tau \Delta x \sec^2 v = 0 \quad 10.10$$

Af de i denne formel indgående kræfter virker åbenbart størrelserne $\Delta G \tan v$ og ΔQ drivende, medens størrelsen $\tau \Delta x \sec^2 v$ virker stabiliserende. Ligevægt mellem de drivende og de stabiliserende kræfter skal være til stede, når skråningen netop er i brudtilstanden. I tilfælde, hvor skråningen er stabil, vil de stabiliserende kræfter være større end de drivende. Skråningens stabilitetsforhold kan derfor udtrykkes på følgende måde:

$$f = \frac{\Sigma \tau \Delta x \sec^2 v}{\Sigma \Delta G \tan v + \Sigma \Delta Q} \quad 10.11$$

Stabilitetsforholdet udregnes på denne måde for en række tilfældige, men sandsynlige sammensatte brudlinier, og såfremt man finder:

$$\text{min. } f > 1 \quad 10.12$$

er stabiliteten åbenbart i orden.

Det fremgår af ovenstående, at man ved strimmelmetoden ligesom ved ekstremmetoden skal bestemme den kritiske brudlinie med den betingelse, at den skal svare til en minimumsværdi af stabilitetsforholdet. Strimmelmetoden er altså i og for sig en ekstremmetode. Det skal dog i denne forbindelse påpeges, at det normalt vil være betydeligt sværere ved strimmelmetoden end ved den rene ekstremmetode at sikre sig, at man virkelig har fundet frem til den kritiske brudlinie.

I formel 10.11 for stabilitetsforholdet indgår jordens forskydningsstyrke τ . Såfremt det drejer sig om en $\varphi=0$ analyse af korttidsstabiliteten af vandmættet ler, skal man for τ indsætte den udrænedede forskydningsstyrke c_u . Ved $\bar{c} \bar{\varphi}$ analyser, f. eks. undersøgelser af langtidsstabiliteten af vandmættet ler, er forholdene betydeligt mere komplicerede, idet der ved fastsættelse af værdien af forskydningsstyrken τ må tages hensyn til poretrykket i jorden. Af formel 10.8 (projektion af kræfterne på strimlen på lodret) fås:

$$\sigma = \frac{\Delta G}{\Delta x} - \tau \tan v \quad 10.13$$

Benævnes den lodrette overfladelast q og afstanden fra jordoverfladen

til brudlinien z fås, idet jordens rumvægt er γ_m :

$$\sigma = q + \gamma_m z - \tau \tan v \quad 10.14$$

Benyttes nu de grundlæggende formler $\sigma = \bar{\sigma} + u$ og $\tau = \bar{c} + \bar{\sigma} \tan \bar{\varphi}$ fås:

$$\tau = \bar{c} + (q + \gamma_m z - \tau \tan v - u) \tan \bar{\varphi} \quad 10.15$$

eller:

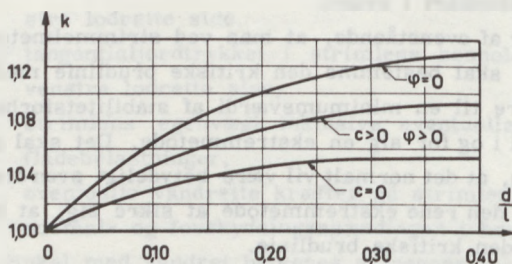
$$\tau = \bar{c} + (\bar{\sigma}_1 - \tau \tan v) \tan \bar{\varphi}$$

Heraf fås:

$$\tau = \frac{\bar{c} + \bar{\sigma}_1 \tan \bar{\varphi}}{1 + \tan v \tan \bar{\varphi}} \quad 10.16$$

$\bar{\sigma}_1$ er den lodrette, effektive spænding i det betragtede punkt. Det er denne værdi af τ , der ved $\bar{c} \bar{\varphi}$ analysen skal benyttes i forbindelse med formel 10.11.

Ved stabilitetsundersøgelser af sand og grus gås der i princippet frem som ved undersøgelse af langtidsstabiliteten af vandmættet ler.



Figur 10.12 Korrektionsfaktoren k 's afhængighed af brudliniens pilhøjdeforhold d/l .

Vi har i det foregående forudsat, at tangentialjordtrykkene på strimlens to lodrette sider er ens. Den fejl, der herved begås, kan i henhold til undersøgelser af Janbu (1954) tages i regning ved at gange det af formel 10.11 fundne stabilitetsforhold med faktoren k , før det undersøges, om uligheden 10.12 er opfyldt. Faktoren k afhænger af brudliniens pilhøjdeforhold d/l , således som vist på figur 10.12. Størrelserne d og l er defineret på figur 10.11.

Det blev ved gennemgangen af ekstremmetoden slået fast, at stabilitetsforholdet f på ingen måde er noget udtryk for den sikkerhed, der op-

træder i det pågældende problem; størrelsen af f angiver alene, om der er stabilitet til stede eller ej. Dette gælder i fuld udstrækning også for strimmelmetoden.

Sikkerheden kan ved strimmelmetoden indføres på ganske tilsvarende måde som ved ekstremmetoden ved anvendelse af partialkoefficientsystemet. Man regner da i det regningsmæssige brudstadium, i hvilket de forskellige belastninger er multipliceret med visse partialkoefficienter, medens jordens styrkeparametre er divideret med andre partialkoefficienter. For at den betragtede konstruktion kan anses for tilstrækkelig stabil, må det blot kræves, at man i det regningsmæssige brudstadium har $\min. f \geq 1$.

I udlandet benytter man normalt ikke partialkoefficientsystemet ved sikkerhedsfastsættelse. I stedet anvender man totalsikkerheden F , som er defineret som den faktor, jordens forskydningsstyrke τ skal divideres med, for at kræfterne på det bevægelige jordlegeme over brudlinien er i ligevægt.

Ved $\varphi=0$ analysen (korttidsstabilitet) fås da, når man i 10.11 sætter $f = 1$ og $\tau = c_u/F$:

$$1 = \frac{\sum (c_u/F) \Delta x \sec^2 v}{\sum \Delta G \tan v + Q} \quad 10.17$$

eller:

$$F = \frac{\sum c_u \Delta x \sec^2 v}{\sum \Delta G \tan v + Q} \quad 10.18$$

Ved $\bar{c} \bar{\varphi}$ analysen (f. eks. langtidsstabilitet) fås:

$$\tau = \frac{\bar{c} + \bar{\sigma} \tan \bar{\varphi}}{F} \quad 10.19$$

som i forbindelse med formel 10.14 og 10.16 giver:

$$\tau = \frac{\frac{1}{F} [\bar{c} + \bar{\sigma}_1 \tan \bar{\varphi}]}{1 + \frac{1}{F} \tan v \tan \bar{\varphi}} \quad 10.20$$

Af formel 10.11 fås derefter ved at sætte $f = 1$:

$$F = \frac{\sum \frac{\bar{c} + \bar{\sigma}_1 \tan \bar{\varphi}}{1 + \frac{1}{F} \tan v \tan \bar{\varphi}} \Delta x \sec^2 v}{\sum \Delta G \tan v + Q} \quad 10.21$$

Da F indgår både på højre og venstre side af lighedstegnet i denne lig-

ning, må løsningen ske ved iteration. Som en første antagelse kan man sætte $F = 1$ på højre side; konvergens er iøvrigt meget hurtig.

Som allerede omtalt må strimmelmetoden egentlig karakteriseres som en ekstremmetode, idet den kritiske brudlinie bestemmes ved en ekstrembetingelse. Strimmelmetoden blev da også, ligesom ekstremmetoden, første gang anvendt af W. Fellenius i 1926. Metoden er videreudviklet af bl. a. N. Janbu i 1954 og A. W. Bishop, ligeledes i 1954. Den i det foregående givne fremstilling følger i princippet Janbu's.

10.4 Virkning af vandtryk

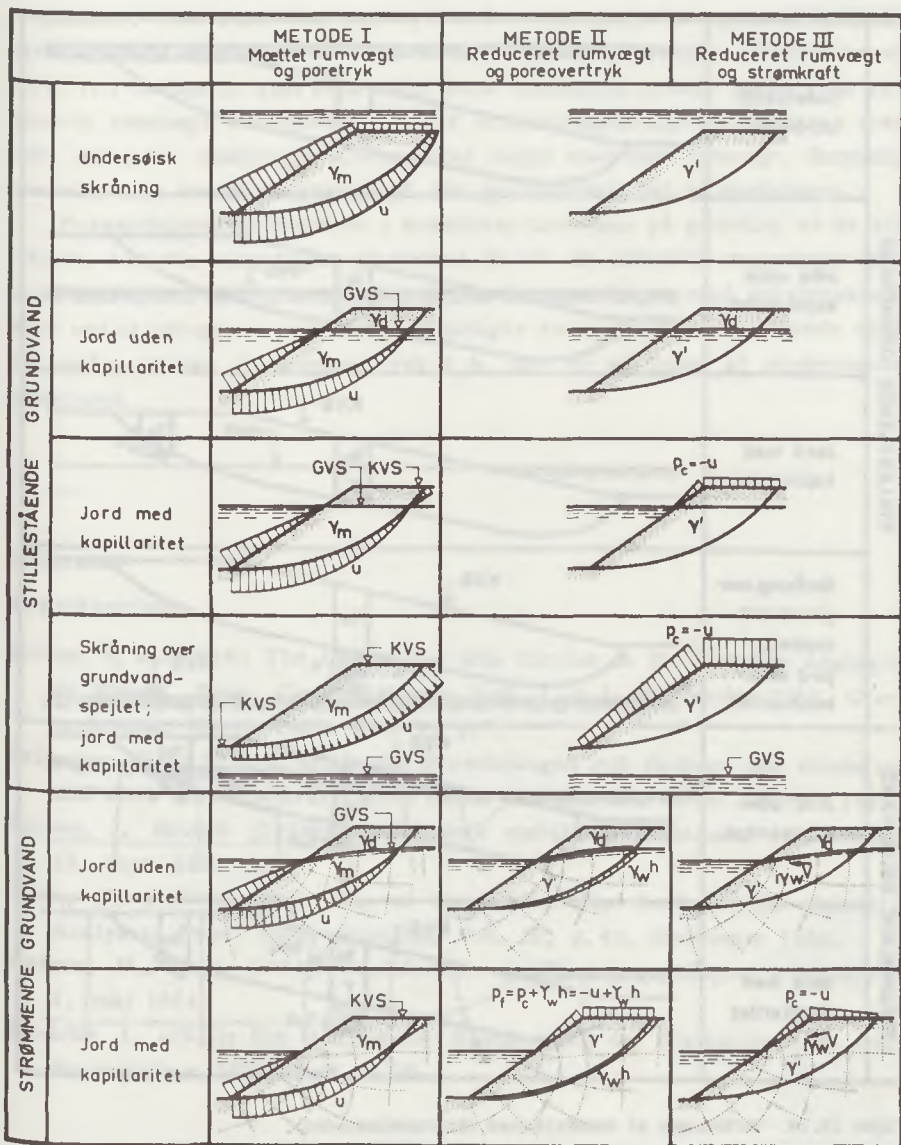
Ved den i afsnit 10.2 og 10.3 givne gennemgang af henholdsvis ekstrem- og strimmelmetoden er der ikke taget hensyn til, hvorledes tilstedeværelsen af grundvand indvirker på jordens ligevægtstilstand.

Vi har allerede tidligere i kapitel 3, afsnit 4.3, afsnit 5.2 og afsnit 9.10 beskæftiget os indgående med, hvordan man ved en ligevægtsanalyse for en jordmasse skal tage hensyn til grundvandets tilstedeværelse. På grundlag af det her fremførte kan det fastslås, at ligevægten af et vandmættet jordlegeme kan beregnes på følgende tre principielt forskellige måder:

- I : Med anvendelse af jordens mættede rumvægt, vandtryk på den vanddækkede del af jordoverfladen og virkelige poretryk i brudlinien.
- II : Med anvendelse af jordens reducerede rumvægt og poreovertryk (overhydrostatisk tryk) i brudlinien.
- III: Med anvendelse af jordens reducerede rumvægt og strømkræfter på det bevægelige jordlegeme.

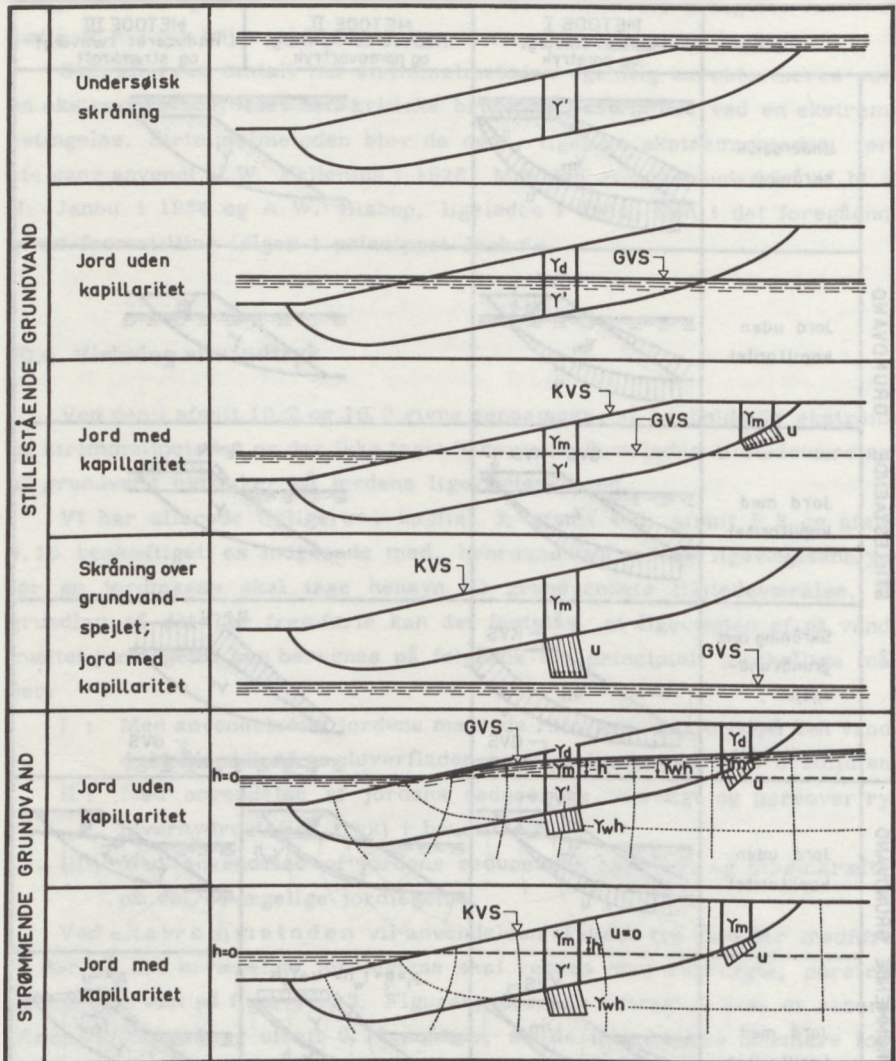
Ved ekstremmetoden vil anvendelsen af disse tre metoder medføre, at der på det bevægelige jordlegeme skal regnes med rumvægte, poretryk m. v., som vist på figur 10.13. Figuren, der kan betragtes som et resume af det i afsnit 5.2 og afsnit 9.10 anførte, skulle ikke behøve nærmere forklaring.

Ved valg mellem de tre metoder kan gives følgende retningslinier. I det generelle tilfælde, hvor $\varphi \neq 0$ og $c \neq 0$, vil metode I normalt være den sikreste metode, fordi kræfterne her umiddelbart kan forestilles. Metode I vil dog også normalt være besværligere end metode II, som derfor ofte vil være at foretrække. Metode III vil normalt kun have interesse, når der kan skønnes en middelgradient over større områder. I specialtilfældet $\varphi = 0$, hvor man som ligevægtsbetingelse anvender momentligningen om den



Figur 10.13 Virkningen af vandtryk ved ekstremmetoden.

circulære brudlinies centrum, vil poretrykkene i brudlinien udgå af ligevægtsbetingelsen, hvorfor metode I her vil være at foretrække.



Figur 10.14 Virkningen af vandtryk ved strimmelmetoden.

Ved strimmelmetoden vil de tre nævnte metoder i princippet alle kunne anvendes. Normalt anvender man dog enten metode I eller, som vist på figur 10.14, en blanding af metode I og II i henhold til følgende retnings-

ningslinier. Findes der ikke noget ydre, frit vandspejl, beregnes strimmel-
egenvægten ΔG i formel 10.11 med fuld rumvægt af jorden. Findes der et
ydre, frit vandspejl, skal man under dette vandspejls niveau regne med re-
duceret rumvægt ved beregningen af strimmelegenvægten ΔG , mens man
over det ydre vandspejls niveau skal regne med fuld rumvægt. Samtidig
ser man bort fra poretrykkene på den vanddækkede del af skråningen.

Forskydningsspændingerne i brudlinien beregnes på grundlag af de ef-
fektive, lodrette spændinger af formel 10.16. De effektive spændinger kan
enten beregnes ved at reducere de totale spændinger med poretrykkene,
eller ved at udregne de effektive spændinger svarende til stillestående vand
og herfra trække de poreovertryk $\gamma_w h$, der er en følge af strømmende
grundvand.

Litteratur

REFERENCER

- Bishop, A. W. (1954): The Use of the Slip Circles in the Stability Analysis
of Slopes. Proc. Conf. Stability, Vol. I, p. 1, Stockholm 1954. Geo-
technique, March 1955, Vol. V, p. 7.
- Fellenius, W. (1927): Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion
und unter Annahme kreiszylindrischer Gleitflächen. Ernst. Berlin 1927.
- Hansen, J. Brinch (1953): Geotekniske stabilitetsproblemer. Ingeniøren,
12. sept. 1953, p. 667.
- Janbu, N. (1954): Application of Composite Slip Surfaces for Stability
Analysis. Proc. Conf. Stability, Vol. III, p. 43, Stockholm 1954.
- Nielsen, H. Kamp (1964): Geotekniske stabilitetsberegninger, Ingeniøren,
1. maj 1964.
- Rendulic, L. (1935): Ein Beitrag zur Bestimmung der Gleitsicherheit. Der
Bauingenieur 1935, Heft 19/20.

NOTATER

<p>1. <i>[Faint text]</i></p> <p>2. <i>[Faint text]</i></p> <p>3. <i>[Faint text]</i></p> <p>4. <i>[Faint text]</i></p> <p>5. <i>[Faint text]</i></p> <p>6. <i>[Faint text]</i></p> <p>7. <i>[Faint text]</i></p> <p>8. <i>[Faint text]</i></p> <p>9. <i>[Faint text]</i></p> <p>10. <i>[Faint text]</i></p>	
<p>11. <i>[Faint text]</i></p> <p>12. <i>[Faint text]</i></p> <p>13. <i>[Faint text]</i></p> <p>14. <i>[Faint text]</i></p> <p>15. <i>[Faint text]</i></p> <p>16. <i>[Faint text]</i></p> <p>17. <i>[Faint text]</i></p> <p>18. <i>[Faint text]</i></p> <p>19. <i>[Faint text]</i></p> <p>20. <i>[Faint text]</i></p>	
<p>21. <i>[Faint text]</i></p> <p>22. <i>[Faint text]</i></p> <p>23. <i>[Faint text]</i></p> <p>24. <i>[Faint text]</i></p> <p>25. <i>[Faint text]</i></p> <p>26. <i>[Faint text]</i></p> <p>27. <i>[Faint text]</i></p> <p>28. <i>[Faint text]</i></p> <p>29. <i>[Faint text]</i></p> <p>30. <i>[Faint text]</i></p>	
<p>31. <i>[Faint text]</i></p> <p>32. <i>[Faint text]</i></p> <p>33. <i>[Faint text]</i></p> <p>34. <i>[Faint text]</i></p> <p>35. <i>[Faint text]</i></p> <p>36. <i>[Faint text]</i></p> <p>37. <i>[Faint text]</i></p> <p>38. <i>[Faint text]</i></p> <p>39. <i>[Faint text]</i></p> <p>40. <i>[Faint text]</i></p>	

Fig. 10.1. Dimension of member and reinforcement.

[Faint text at the bottom of the page]

11. Jordtryk

KAPITEL 11

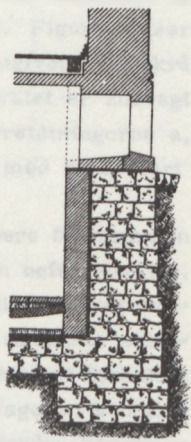
11.1 Grundtryk

Det første punkt, som vi skal se på, er grundtryk. Det er trykket, som jordmassen udøver på grundens overflade. Dette tryk afhænger af jordens vægt og dens egenskaber. Vi skal se på, hvordan grundtryk varierer med dybden og hvordan det påvirker grundens stabilitet.

For at forstå grundtryk, skal vi først se på jordens vægt. Jordens vægt er givet ved dens masse og tyngdeaccelerationen. Massen er givet ved dens volumen og densitet. Tyngdeaccelerationen er givet ved g . Derfor er grundtryket givet ved $\sigma_v = \rho \cdot g \cdot z$, hvor ρ er jordens densitet, g er tyngdeaccelerationen, og z er dybden. Dette er det vertikale grundtryk. Derudover er der også et horisontalt grundtryk, som er givet ved $\sigma_h = k \cdot \sigma_v$, hvor k er jordens trykkoeficient.

Grundtryk har betydning for grundens stabilitet og for design af bygninger. Hvis grundtryket er for højt, kan grundens bæreevne blive overbelastet, hvilket kan føre til sænkning eller tilsvælgning af bygningen. Derfor er det vigtigt at kende grundtryket og at tage det hensyn til ved design af bygninger.

I de fleste tilfælde er grundtryket givet ved $\sigma_v = \rho \cdot g \cdot z$. Dette er det vertikale grundtryk. Derudover er der også et horisontalt grundtryk, som er givet ved $\sigma_h = k \cdot \sigma_v$. Dette er det horisontale grundtryk. Grundtryk har betydning for grundens stabilitet og for design af bygninger.



11. Jordtryk

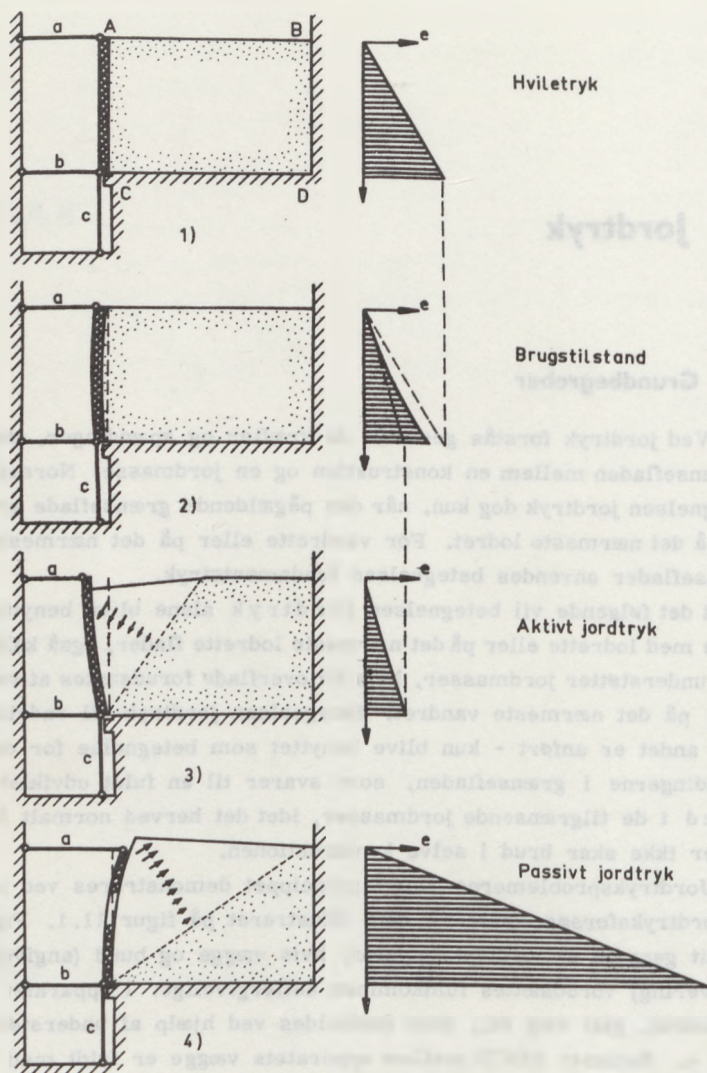
11.1 Grundbegreber

Ved jordtryk forstås generelt de kræfter og spændinger, der optræder i grænsefladen mellem en konstruktion og en jordmasse. Normalt anvendes betegnelsen jordtryk dog kun, når den pågældende grænseflade er lodret eller på det nærmeste lodret. For vandrette eller på det nærmeste vandrette grænseflader anvendes betegnelsen fundamentstryk.

I det følgende vil betegnelsen jordtryk alene blive benyttet i forbindelse med lodrette eller på det nærmeste lodrette flader, også kaldet vægge, som understøtter jordmasser, hvis fri overflade forudsættes at være vandret eller på det nærmeste vandret. Betegnelsen jordtryk vil endvidere - hvor intet andet er anført - kun blive benyttet som betegnelse for den værdi af spændingerne i grænsefladen, som svarer til en fuldt udviklet brudtilstand i de tilgrænsende jordmasser, idet det herved normalt forudsættes, at der ikke sker brud i selve konstruktionen.

Jordtryksproblemerne kan i princippet demonstreres ved udførelse af et jordtryksforsøg, således som illustreret på figur 11.1. Figuren viser et snit gennem et jordtryksapparat, hvis vægge og bund (angivet med skrå skravering) forudsættes fuldkommen ueftergivelige. I apparatet er anbragt en lodret, glat væg AC, som fastholdes ved hjælp af understøtningerne a, b og c. Rummet ABCD mellem apparatets vægge er fyldt med rent, tørt sand.

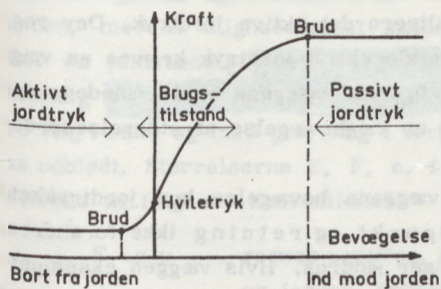
I forsøgets første fase 1) forudsættes væggen AC at være fuldkommen stiv og understøtningerne a, b og c at være fuldkommen ueftergivelige. Overalt i sandet vil der da herske hviletilstand, hvilket vil være karakteriseret ved, at største hovedspænding overalt vil virke på vandrette snit - og mindste hovedspænding tilsvarende på lodrette snit - samt at forholdet mellem mindste og største hovedspænding overalt vil antage en konstant værdi af størrelsesordenen 0,5. Trykket mellem væggen og jorden benævnes



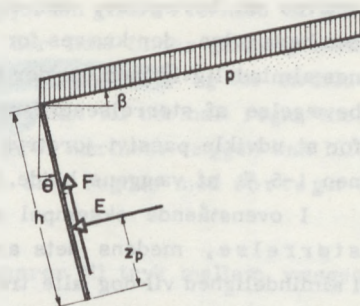
Figur 11.1 Simpelt jordtryksforsøg.

i denne fase af forsøget hviletrykket. Hviletrykket er grafisk fremstillet på figur 11.1. Hviletilstanden er nærmere behandlet i afsnit 3.3.

I forsøgets anden fase 2) tænkes væggen at have bevæget sig mod ven-



Figur 11.2 Jordtrykkets afhængighed af væggens bevægelse.



Figur 11.3 Grundlæggende definitioner ved jordtryk.

stre, dels som følge af at væggen er bøjet ud mellem understøtningerne, og dels som følge af at understøtningerne har givet efter. Væggens bevægelser vil bevirke, at der sker en aflastning af trykket mellem væggen og jorden, således som vist på figur 11.1. Denne tilstand, hvor væggens bevægelser, der er af elastisk natur, forudsættes små, kaldes brugstilstanden.

I forsøgets tredje fase 3) tænkes væggen - ved forkortelse af understøtning a - påført en bevægelse mod venstre (bort fra jorden). Efterhånden som bevægelsen bliver større og større, vil trykket mellem væggen og jorden aftage for til sidst at antage en grænseværdi (minimumsværdi) svarende til fuldt udviklet brud i jorden. Grænseværdien betegnes det aktive jordtryk. Det aktive jordtryk er grafisk fremstillet på figur 11.1.

I forsøgets fjerde fase 4) tænkes væggen - ved forlængelse af understøtningen a - påført en bevægelse mod højre (ind mod jorden). Herved vil trykket mellem væggen og jorden vokse for til sidst at antage en anden grænseværdi (maksimumsværdi), ligeledes svarende til fuldt udviklet brud i jorden. Denne anden grænseværdi betegnes det passive jordtryk. Det passive jordtryk er grafisk fremstillet på figur 11.1.

Ved ovenstående simple eksempel har vi demonstreret, hvordan det fuldt udviklede "brudjordtryk" afhænger af, om væggen bevæges bort fra eller ind mod jorden. Dette er yderligere demonstreret på figur 11.2, hvor man for det ovenfor omtalte eksempel har afsat den resulterende kraft på væggen som funktion af understøtningen a's bevægelse. Det fremgår heraf, at det aktive jordtryk er af størrelsesordenen halvt så stort som hviletrykket. Det fremgår endvidere, at der til mobilisering af det passive jordtryk

kræves en bevægelse, der er af størrelsesordenen 10 gange så stor som den bevægelse, der kræves for at mobilisere det aktive jordtryk. Der regnes almindeligvis med, at der for at udvikle aktivt jordtryk kræves en vægbbevægelse af størrelsesordenen 0,1 - 0,5% af væggens højde, medens der for at udvikle passivt jordtryk kræves en vægbbevægelse af størrelsesordenen 1-5 % af væggens højde.

I ovenstående eksempel ændrer væggens bevægelse kun jordtrykkets størrelse, medens dets angrebspunkt og retning ikke forandres. I almindelighed vil dog alle tre størrelser ændres. Hvis væggen eksempelvis er ru, vil det aktive jordtryk virke skråt nedad på væggen, medens det passive jordtryk vil virke skråt opad, og hvis væggen eksempelvis drejes om sit øverste punkt, vil det aktive jordtryks resultant ligge højere end hviletrykkets, medens det passive jordtryks resultant vil ligge dybere. I alle disse tilfælde får man naturligvis også andre grænseværdier for jordtrykkets størrelse end ved en glat væg, der drejer sig om sit nederste punkt.

I de følgende afsnit skal angives metoder til beregning af jordtrykkets størrelse, angrebspunkt og retning - idet det er indres, at der ved jordtryk normalt underforstås brud-jordtryk. Forinden skal dog angives visse grundlæggende definitioner af begreber i forbindelse med jordtryk.

På figur 11.3 er vist en væg, som forudsættes at være uendelig lang, således at problemet kan betragtes som plant. Væggens højde h måles langs væggen. Væggens vinkel θ med lodret regnes positiv, når jorden er overhængende. Jordoverfladens vinkel β med vandret regnes positiv, når jordoverfladen stiger bort fra væggen. Jordoverfladen kan være belastet med nyttelasten p pr. arealenhed af den skrå overflade.

Det totale tryk mellem jorden og væggen opløses i en jordtrykskomponent E vinkelret på væggen og en jordtrykskomponent F langs med væggen. Angrebslinien for E ligger i højden z_p over væggens fodpunkt (målt langs væggen).

Enhedsjordtrykkene på væggen benævnes for normaljordtrykkets vedkommende med e og for tangentialjordtrykkets vedkommende med f . Mellem e og f forudsættes der at gælde følgende relation, som ganske svarer til Coulomb's brudbetingelse:

$$f \leq e \tan \delta$$

11.1

δ og δ , som benævnes henholdsvis adhæsionen og vægfriktionsvinklen, svarer nøje til størrelserne c og φ i Coulomb's brudbetingelse. I for-

mel 11.1 gælder lighedstegnet, når væggen og jorden glider i forhold til hinanden, medens ulighedstegnet gælder, når der ikke finder glidning sted. For en fuldstændig glat væg har man $a = 0$ og $\delta = 0$, og for en fuldstændig ru væg har man $a = c$ og $\delta = \varphi$. Man vil normalt regne med ru væg i sand og med glat væg i ler, fordi leret nærmest væggen kan blive udblødt. Størrelserne E , F , e , f , a og δ skal regnes med fortegn i henhold til følgende konventioner:

E og e regnes positive, når de svarer til tryk mellem væggen og jorden, medens

F , f , a og δ regnes positive, når de svarer til, at tangentialjordtrykket virker opad på væggen.

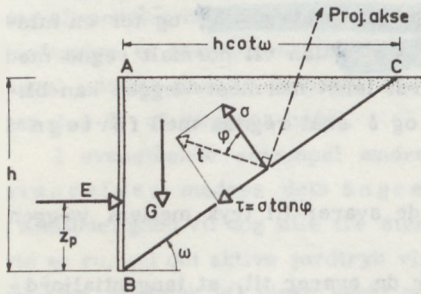
11.2 Coulomb's jordtryksteori

I den første halvdel af 1700-tallet blev der af franske og engelske ingeniører udført adskillige forsøg på eksperimentel bestemmelse af jordtryk.

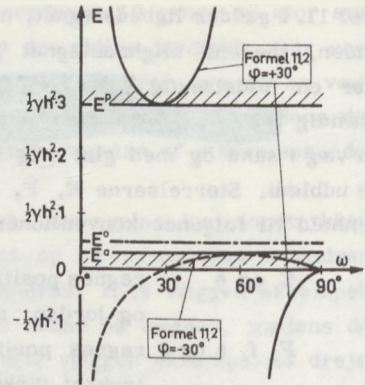
Ingen af disse undersøgelser førte dog til rationelle og logiske dimensioneringskriterier for jordtrykspåvirkede konstruktioner. I 1776 lykkedes det imidlertid Coulomb på et rent teoretisk grundlag at udvikle en teori for jordtrykket bag en støttemur. Denne teori, som blev udviklet i forbindelse med formuleringen af Coulomb's brudbetingelse for jord, viste sig at være så nøjagtig, at den til beregningen af eksempelvis jordtrykket på bagsiden af støttemure ikke senere er blevet overgået af nyere teorier.

I det følgende skal Coulomb's jordtryksteori gennemgås i et vigtigt specialtilfælde.

Vi skal som vist på figur 11.4 beregne det passive jordtryk på en lodret væg med højden h . Jordoverfladen antages vandret og ubelastet. Væggen forudsættes at være glat, hvilket betyder, at der i grænsefladen mellem væggen og jorden kun kan overføres normalspændinger. Jorden forudsættes at være kohæsionsløst ($c = 0$), tørt sand med friktionsvinklen φ og rumvægten γ . I henhold til Coulomb's jordtryksteori forudsættes det, at der i jorden foran væggen i brudtilstanden dannes et ret liniebrud BC , som strækker sig fra væggenes fodpunkt op til jordoverfladen. Det trekantformede jordlegeme ABC , som begrænses af væggen, jordoverfladen og liniebruddet vil i brudtilstanden parallelskydes opad mod højre. Brudliniens



Figur 11.4 Coulomb's jordtryksteori ved lodret, glat væg for kohæsionsløs, ubelastet jord med vandret jordoverflade.



Figur 11.5 Aktivt og passivt jordtryk i relation til Coulomb's jordtryksteori.

vinkel ω med vandret må foreløbig betragtes som ubekendt.

Man betragter ligevægten af jordlegemet ABC. I liniebruddet BC virker normalspændingen σ og forskydningsspændingen τ . Da der er brud i jorden i alle punkter på linien BC, må det (da $c = 0$) gælde, at:

$$\tau = \sigma \tan \varphi$$

Som vist på figur 11.4 må resultanten t af spændingerne σ og τ danne vinklen φ med normalen til liniebruddet. Størrelsen af den resulterende spænding t må foreløbig betragtes som ubekendt.

Belastningen på jordoverfladen AC er nul, medens der på jordlegemets tredje sideflade AB virker det totale normaljordtryk E . Da væggen er glat, virker der på sidefladen AB intet tangentialjordtryk.

På jordlegemet ABC virker foruden de ovenfor nævnte kræfter tyngdekraften G . Af figur 11.4 ses det, at:

$$G = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot \omega$$

I problemet indgår de tre ubekendte størrelser E , ω og t . For at eliminere størrelsen t projiceres alle de kræfter, der påvirker jordlegemet ABC, ind på en retning, som er vinkelret på t 's angrebslinie. Da t 's retning er konstant langs hele liniebruddet BC, udgår herved t , således at

man finder:

$$E \cos(\omega + \varphi) - \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot \omega \cos(90 - (\omega + \varphi)) = 0$$

eller:

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot \omega \tan(\omega + \varphi) \quad 11.2$$

Formel 11.2 repræsenterer jordtrykket E 's afhængighed af liniebruddets vinkel ω med vandret, eller - sagt med andre ord - for hver værdi af ω svarer i henhold til formel 11.2 een og kun een værdi af E . Da problemet drejer sig om det passive jordtryk, vil der imidlertid ske brud i jorden langs det liniebrud, der i henhold til formel 11.2 svarer til minimum af E for variabel ω . Der vil aldrig blive tale om, at jordtrykket kan antage værdier større end minimalværdien af E , da denne jo netop svarer til en fuldt udviklet brudtilstand.

For at finde minimum af E med hensyn til ω sættes differentialkoefficienten lig nul.

$$\frac{\partial E}{\partial \omega} = \frac{1}{2} \gamma h^2 [-\operatorname{cosec}^2 \omega \tan(\omega + \varphi) + \cot \omega \sec^2(\omega + \varphi)] = 0 \quad 11.3$$

$$\cos(\omega + \varphi) \sin(\omega + \varphi) = \cos \omega \sin \omega$$

Denne ligning vil åbenbart være opfyldt for:

$$\varphi + 2\omega = 90^\circ$$

$$\omega = 45^\circ - \varphi/2 \quad 11.4$$

Ved at indsætte denne værdi af ω i formel 11.2 findes:

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot(45^\circ - \frac{\varphi}{2}) \tan(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$$

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \tan^2(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) \quad 11.5$$

Dette er i henhold til Coulomb's jordtryksteori den søgte værdi af det passive jordtryk. At der er tale om en minimumsværdi fremgår af problemets fysiske indhold og kan yderligere verificeres ved inspektion af formel 11.2.

Såfremt man ønsker at bestemme det aktive jordtryk, kan man i princippet gå frem på samme måde som ved bestemmelsen af det passive jordtryk, idet man også her forudsætter, at der i jorden dannes et ret liniebrud, der strækker sig fra væggen fodpunkt op til jordoverfladen. Liniebruddets

vinkel ω med vandret antager dog en anden værdi for det aktive jordtryk end for det passive.

I den aktive brudtilstand vil jordlegemet ABC på figur 11.4 parallelforskydes nedad mod venstre, idet jordlegemet vil følge efter væggen, når denne bevæger sig i retning bort fra jorden. I forhold til den passive brudtilstand på figur 11.4 vil τ nu ændre retning, idet τ vil virke opad på jorden over liniebruddet BC. Dette kan der imidlertid tages hensyn til ved i det aktive tilfælde at regne φ negativ. Herved vil i henhold til figur 11.4 den resulterende spænding t udgå af den opstillede ligevægtsbetingelse og formel 11.2 kommer derved til også at gælde for aktivt jordtryk.

Ved passivt jordtryk skulle man opsøge minimalværdien af E . Ved aktivt jordtryk skal man tilsvarende opsøge maksimalværdien, idet der under jordtrykkets formindskning ved væggens bevægelse bort fra jordmassen aldrig kan blive tale om, at det kan antage værdier mindre end maksimalværdien af E , da denne jo netop svarer til en fuldt udviklet brudtilstand.

Regningerne er iøvrigt helt analoge. Man finder, at E åbenbart antager maksimalværdien for den ved formel 11.4 angivne værdi af ω , og maksimalværdien er den ved formel 11.5 angivne værdi af E . Såvel formel 11.4 som formel 11.5 gælder således både for passivt og aktivt jordtryk, idet man blot for passivt tryk skal indsætte positive værdier af φ , mens man for aktivt tryk skal indsætte negative værdier.

Forholdet mellem aktivt og passivt jordtryk samt hviletryk skal nærmere omtales i det følgende. Lad os betragte en lodret væg, der understøtter en aflejring af rent, tørt sand ($c = 0$) med vandret jordoverflade. Væggens højde er h , og sandets rumvægt er γ . Lad os eksempelvis antage, at sandets friktionsvinkel er 30° .

Såfremt væggen er fuldstændig ueftergivelig, virker der mellem væggen og jorden et hvilejordtryk, hvis totale størrelse kan beregnes af formel 3.16 og 3.17:

$$E^0 = \sum_{d=0}^{d=h} \bar{\sigma}_3 = \sum_{d=0}^{d=h} \bar{\sigma}_1 K^0 = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cdot 0,5 \quad 11.6$$

På figur 11.5 er optegnet sammenhængen mellem vinklen ω mellem vandret og brudlinien og jordtrykket E beregnet af formel 11.3. Sammenhængen er optegnet både for passivt og aktivt brud, idet der for friktionsvinklen er anvendt værdien $\varphi = +30^\circ$ i det passive tilfælde og værdien $\varphi = -30^\circ$ i det aktive tilfælde. I diagrammet på figur 11.5 er endvidere

med en vandret stiplede linie vist den ved formel 11.6 angivne værdi af hvilejordtrykket.

Sammenhængen mellem aktivt og passivt jordtryk samt hviletryk fremgår nu af figur 11.5 på følgende måde. Hvis man til at begynde med har en ueftergivelig væg, vil der mellem væggen og jorden virke hviletryk. Dette hviletryk har størrelsen $1/2 \gamma h^2 \cdot 0,5$.

Presses nu væggen ind mod jorden, vil trykket mellem væggen og jorden vokse, indtil det når værdien $1/2 \gamma h^2 \cdot 3$. For denne værdi af jordtrykket vil der i jorden være udviklet et (passivt) liniebrud under vinklen $\omega = 30^\circ$. Presses væggen yderligere ind mod jorden, vil jordtrykket holde sig konstant på værdien $1/2 \gamma h^2 \cdot 3$.

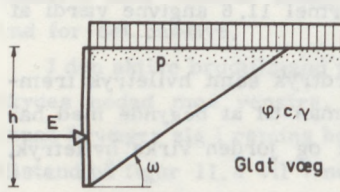
Hvis man omvendt trækker væggen bort fra jorden, vil trykket mellem væggen og jorden aftage, indtil det når værdien $1/2 \gamma h^2 \cdot 1/3$. For denne værdi af jordtrykket vil der i jorden være udviklet et (aktivt) liniebrud under vinklen $\omega = 60^\circ$. Trækkes væggen yderligere bort fra jorden, vil jordtrykket holde sig konstant på værdien $1/2 \gamma h^2 \cdot 1/3$.

Vi har ovenfor givet en detaljeret gennemgang af Coulomb's jordtryksteori for et meget forenklet tilfælde (lodret væg, vandret ubelastet jordoverflade, glat væg, kohæsionsløs jord).

Coulomb's metode kan imidlertid også anvendes på mere komplicerede tilfælde. På figur 11.6 er således vist en lodret glat væg understøttende jord med både kohæsion og friktion, og hvis vandrette jordoverflade bærer en ensformig fordelt overfladebelastning. På figur 11.7 er tilsvarende vist en skrå, ru væg understøttende ren friktionsjord med hældende jordoverflade, som bærer en ensformig fordelt overfladebelastning. For disse vægge vil der kunne foretages en beregning af det aktive og det passive jordtryks størrelse efter ganske de samme principper som ovenfor anført. Resultatet af disse beregninger, som ikke skal gengives her, er angivet på figur 11.6 og 11.7. Ved benyttelse af de angivne formler må det erindres, at størrelserne δ , β og θ skal regnes med fortegn i henhold til de i afsnit 11.1 angivne konventioner. Endvidere skal φ og c regnes positive for passivt jordtryk og negative for aktivt.

Vi har nu set, hvordan man i henhold til Coulomb's jordtryksteori kan beregne størrelsen af det totale jordtryk på væggen. Beliggenheden af det totale jordtryks angrebepunkt samt jordtrykkets fordeling over væggenes højde lader sig derimod ikke umiddelbart beregne efter Coulomb's teori, idet man ikke er i stand til at beregne spændingsfordelingen inde i det stive trekantformede jordlegeme mellem væggen og liniebruddet.

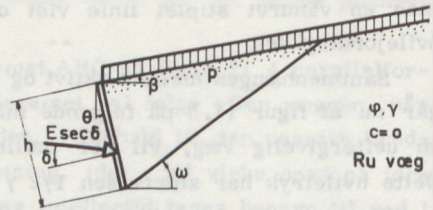
I henhold til Coulomb's originale afhandling (1773) må man imidlertid



$$E = \left(\frac{1}{2} \gamma h^2 + ph\right) \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) + 2c h \tan \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\omega = 45^\circ - \frac{\varphi}{2}$$

Figur 11.6 Coulomb's jordtryksteori, ved lodret, glat væg for belastet jord med vandret jordoverflade.



$$E = \left[\frac{1}{2} \gamma h^2 + ph \sec(\beta - \theta)\right] \frac{\cos \delta \sec(\delta - \theta) \cos^2(\varphi + \theta)}{\left[1 \mp \frac{\sin(\varphi, \delta) \sin(\varphi + \beta)}{\cos(\delta - \theta) \cos(\beta - \theta)}\right]^2}$$

- ved pas. og + ved akt. jordtryk

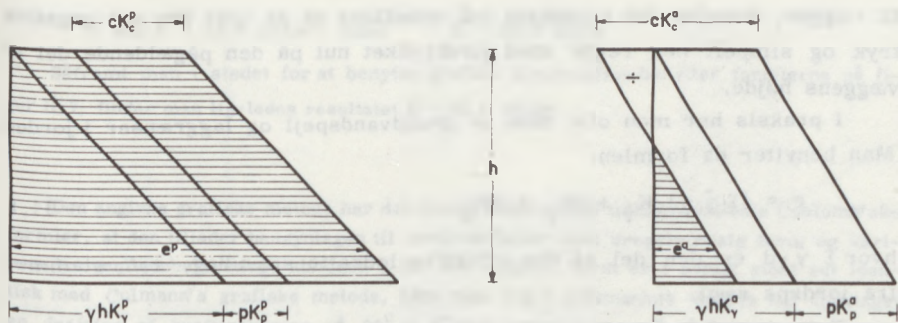
$$\cot(\omega - \beta) = \tan(\varphi + \delta + \beta - \theta) + \sec(\varphi + \delta + \beta - \theta) \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \theta) \cos(\delta - \theta)}{\sin(\varphi + \beta) \cos(\beta - \theta)}}$$

Figur 11.7 Coulomb's jordtryksteori ved skrå, ru væg for kohæsiionsløs, belastet jord med hældende jordoverflade.

forestille sig, at der fra hvert eneste punkt af væggen udgår rette brudlinier, som alle strækker sig op til jordoverfladen under vinklen ω . Coulomb har altså som brudfigur i jorden forestillet sig et zonebrud af en type, som det på figur 9.27 viste R-brud. Herved bliver det muligt at bestemme jordtrykkets fordeling over væggen og dermed det totale jordtryks angrebepunkt. Når der fra ethvert punkt af væggen udgår en brudlinie, gælder formlerne for jordtrykkets totale størrelse også, når man i stedet for væggen totale højde h indsætter dybden d under jordoverfladen. Enhedsjordtrykket e kan da bestemmes som $\partial E / \partial d$. Af formlerne på figur 11.6 og 11.7 samt formel 11.5 fremgår det, at det totale jordtryk E i princippet hidrører fra følgende tre bidrag:

γ -bidraget, som udgøres af størrelsen $\frac{1}{2} \gamma h^2$ gange med en dimensionsløs koefficient, som - foruden af jordens friktionsvinkel φ og væggen friktionsvinkel δ - afhænger af væggen og jordoverfladens vinkel med henholdsvis lodret og vandret,

p -bidraget, som udgøres af størrelsen ph gange med en anden dimensionsløs koefficient, som afhænger af de samme parametre som koefficienten på γ -leddet,



Figur 11.8 Jordtryksfordelingen for passivt og aktivt (zone-)brud.

c -bidraget, som udgøres af størrelsen ch gange med en tredje dimensionsløs koefficient, som ligeledes afhænger af de samme parametre som koefficienten på γ -leddet.

Idet de dimensionsløse koefficienter på γ -, p - og c -leddet benævnes henholdsvis K_γ , K_p og K_c ses det, at det totale normaljordtryk på en væg generelt kan skrives på følgende form:

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_\gamma + phK_p + chK_c \quad 11.7$$

Idet vi nu indsætter d for h og derefter differentierer E med hensyn til d , fås følgende udtryk for enhedsjordtrykket e i dybden d under overfladen, idet jorden forudsættes tør og uden laggrænser:

$$e = \gamma d K_\gamma + p K_p + c K_c$$

På grundlag af denne formel kan jordtrykkets fordeling over væggen højde bestemmes for henholdsvis aktivt og passivt brud, således som det er gjort på figur 11.8.

γ -leddet ses at være trekantformet fordelt over væggen højde, idet det i væggen toppunkt antager værdien nul. p - og c -leddet er derimod ensformet fordelt over væggen højde. Det vil af figur 11.8 fremgå, at der ved aktivt jordtryk i tilfælde af kohæsiv jord ($c \neq 0$) formelt kan optræde negative jordtryk, svarende til at der i formel 11.8 skal indsættes negative værdier af c ved aktivt jordtryk. Det negative jordtryk, som hidrører fra lerets evne til at optage trækspændinger, kan dog normalt ikke overføres

til væggen, hvorfor det i praksis må anbefales at se bort fra det negative tryk og simpelt hen regne med jordtrykket nul på den pågældende del af væggens højde.

I praksis har man ofte både et grundvandspejl og laggrænser i jorden. Man benytter da formlen:

$$e = \{ \Sigma \bar{\gamma} \cdot d \} K_{\gamma} + pK_p + cK_c \quad 11.8$$

hvor $\Sigma \bar{\gamma} \cdot d$ er den del af den effektive lodrette spænding, som stammer fra jordens vægt.

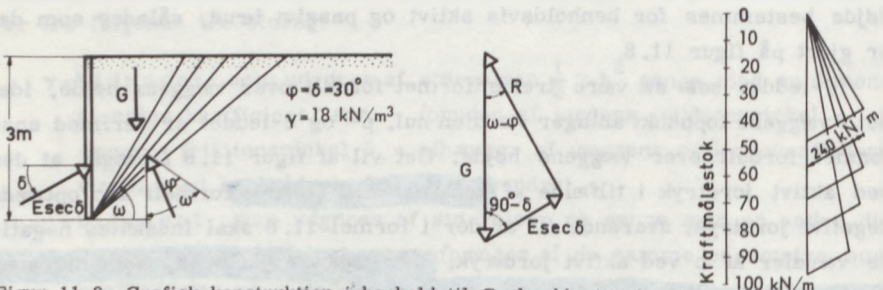
Dette betyder, at en ændring af $\bar{\gamma}$ -værdien resulterer i et knæk i jordtryksdiagrammet, mens en ændring af c -, φ - eller p -værdien resulterer i et spring i jordtryksdiagrammet. Det skal bemærkes, at en eventuel kapillær overfladelast regnes som et p -led. Der henvises iøvrigt til afsnit 11.4.

EKSEMPEL 11.1

Vi skal ved et simpelt eksempel illustrere, hvordan man ad grafisk vej meget let kan bestemme jordtrykket på en given væg.

Vi betragter som vist til venstre på figur 11.9 en lodret ru væg med højden 3 m. Væggen understøtter tør friktionsjord ($c = 0$) med $\varphi = 30^\circ$ og $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$. Jordoverfladen er vandret og ubelastet. Der ønskes bestemt det aktive jordtryk på væggen.

Under antagelse af Coulomb's rette brudlinie udgående fra væggens fodpunkt, vil der på det bevægelige jordlegeme virke følgende tre kræfter: egenvægt G , totaljordtryk $E \sec \delta$ og resultanten R af kræfterne i den rette brudlinie. Disse kræfter kan som vist midt for på figur 11.9 sammensættes til en krafttrekant. I denne krafttrekant kendes (forudsat man kender brudliniens hældning ω med vandret) længden af den ene side (G) samt de tre siders retning (G er lodret, $E \sec \delta$ danner vinklen $90^\circ - \delta$ med lodret, og R danner vinklen $\omega - \varphi$ med lodret). Da krafttrekanten således er geometrisk bestemt, kan bestemmelsen af det aktive jordtryk foregå således som vist til højre på figur 11.9, hvor der for forskellige vilkårlige, men sandsynlige brudlinier er optegnet de tilsvarende krafttrekanter. Ved en simpel maksimumbestemmelse findes til slut følgende værdi for det aktive normaljordtryk:



Figur 11.9 Grafisk konstruktion i henhold til Coulomb's teori.

$$E \text{ sec } \delta = 24,0 \text{ kN/m} \quad \text{eller} \quad E = 20,8 \text{ kN/m}$$

Såfremt man i stedet for at benytte grafisk konstruktion benytter formlerne på figur 11.7, finder man ligeledes resultatet $E = 20,8 \text{ kN/m}$.

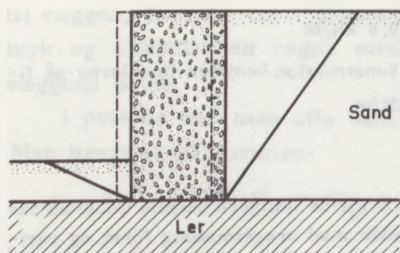
Den angivne grafiske metode har den fordel frem for de tidligere udledte Coulomb'ske formler, at den tillader hensyntagen til jordoverflader med uregelmæssig form og varierende overfladebelastning. Metoden i den her angivne form er i øvrigt stort set identisk med Culmann's grafiske metode, idet man dog i sidstnævnte metode har foretaget en drejning af krafttrekanten på $90^\circ + \varphi$ mod uret for at opnå så bekvem en maksimumbestemmelse som muligt.

11.3 Brinch Hansen's jordtryksteori

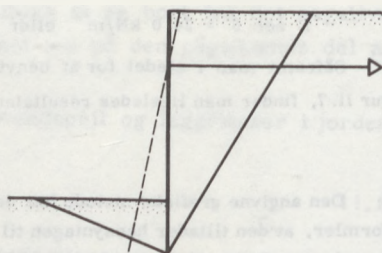
Coulomb's jordtryksteori fremkom som allerede nævnt i slutningen af 1700-tallet. Den var af Coulomb selv kun udviklet med henblik på beregningen af det aktive jordtryk på bagsiden af støttemure, og som vi senere skal komme ind på, er Coulomb's teori meget velegnet til løsning af denne opgave. I slutningen af forrige og begyndelsen af vort århundrede tog man imidlertid Coulomb's jordtryksteori i anvendelse ved løsningen af problemer, - eksempelvis ved beregningen af jordtrykket på forankrede spunsvægge - hvortil teorien oprindeligt ikke var beregnet. Da man ved anvendelsen af Coulomb's teori på disse opgaver som oftest kom til resultater, som ikke stemte overens med praktiske erfaringer, lagde man i første omgang skylden på selve teorien.

I 1936 påpegede Terzaghi imidlertid, at man i forbindelse med jordtryksproblemer i større omfang end hidtil burde have opmærksomheden henledt på jordens deformationer i bruttilstanden. Terzaghi påpegede således det vigtige i, at de i jordmassen opståede deformationer er forenelige med de tilgrænsende konstruktioners bevægelse. I det følgende skal nærmere redegøres for disse tanker.

Lad os eksempelvis betragte den på figur 11.10 viste støttemur, hvor jorden på begge sider af konstruktionen består af sand, medens jorden under konstruktionen består af relativt blødt ler. I bruttilstanden vil den viste støttemur kunne tænkes at glide på lerlaget. Herved opstår der et aktivt jordtryk på støttemurens bagside, medens der opstår et passivt jordtryk på støttemurens forside. Både det aktive og det passive jordtryk vil - i



Figur 11.10 Kinematisk mulig brudfigur for støttemur.



Figur 11.11 Ikke-kinematisk mulig brudfigur for forankret spunsvæg.

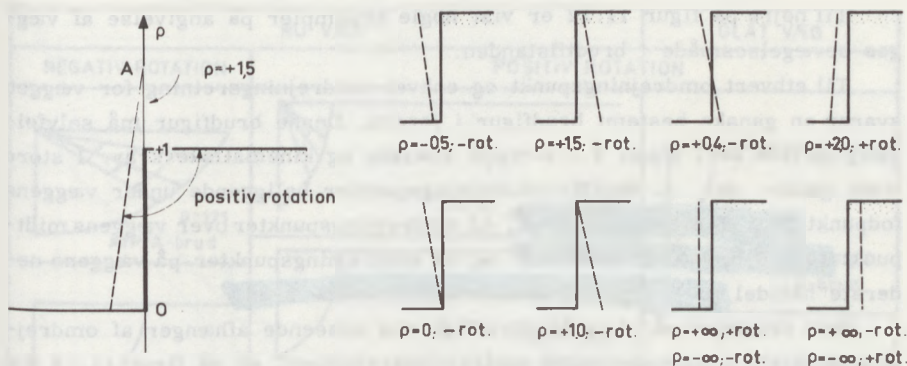
hvert fald for glat væg - kunne beregnes i henhold til Coulomb's jordtryksteori, idet væggenes bevægelser umiddelbart ses at kunne forenes med de tilgrænsende jordmassers bevægelse i brudtilstanden.

Lad os derefter betragte den på figur 11.11 viste forankrede spunsvæg. Lad os forudsætte, at spunsvæggen har så stor styrke, at der ikke, når der optræder brudtilstand i jorden, sker brud i selve væggen, og lad os endvidere forudsætte, at spunsvæggenes forankringspunkt er fastholdt i vandret retning. Brudtilstand i jorden omkring væggen kan da tænkes at opstå ved, at spunsvæggen drejer sig som et stift hele omkring forankringspunktet. De bevægelser, der herved opstår i de tilgrænsende jordmasser, ses umiddelbart ikke at kunne forenes med de bevægelser, der ville opstå i jorden i forbindelse med rette liniebrud gennem spunsvæggenes fodpunkt. Følgelig kan jordtrykkene på spunsvæggenes to sider ikke beregnes ved hjælp af Coulomb's jordtryksteori.

Terzaghi var som omtalt den første, der gjorde opmærksom på, at jordens og konstruktionens bevægelser må være forenelige i brudtilstanden. Det lykkedes imidlertid ikke for Terzaghi selv at angive nogen metode, efter hvilken man ved jordtryksberegninger kan tage hensyn til væggenes bevægelser.

I 1953 offentliggjorde Brinch Hansen sin jordtryksteori. Denne teori bygger på Terzaghi's iagttagelse, idet metodens grundlæggende princip er, at jordtrykket på en given konstruktion (bl. a.) afhænger af konstruktionens bevægelsesmåde. Når det for Brinch Hansen var muligt at tage hensyn til konstruktionens bevægelsesmåde, skyldes det i første række, at Brinch Hansen - som vi senere skal se det - gjorde udstrakt brug af de kombinerede brud, hvad man i 1953 hidtil ikke havde gjort.

I det følgende skal nærmere redegøres for Brinch Hansen's jordtryksteori,



Figur 11.12 Definition af en vægs bevægelsesmåde.

Vi skal indledningsvis slå fast, at teorien i princippet tillader beregning af jordtrykket på vægge med vilkårlig hældning, som understøtter jordoverflader, der danner vilkårlige vinkler med vandret. De i henhold til teorien udarbejdede jordtryksdiagrammer forudsætter imidlertid lodret væg og vandret jordoverflade, hvorfor vi i det følgende skal indskrænke os til at betragte sådanne vægge.

En vægs bevægelse i bruttilstanden kan karakteriseres dels ved væggenes omdrejningspunkt og dels ved dens omdrejningsretning. Såfremt bevægelsen er en parallelforskydning, kan denne betragtes som en drejning omkring et punkt, der ligger uendeligt langt borte.

Vi skal i det følgende indskrænke os til at betragte vægge, hvis omdrejningspunkt ligger i væggenes plan. Som vi senere skal se, svarer dette netop til forholdene ved beregning af jordtryk på spunsvægge.

En sådan væg er vist til venstre på figur 11.12. Væggens bevægelse i bruttilstanden, som er anskueliggjort med en punkteret linie, kan eksempelvis bestå af en drejning om punkt A i den med en pil viste retning.

Til at karakterisere punkt A's beliggenhed indlægges i væggenes plan en såkaldt ρ -akse med nulpunkt i væggenes fodpunkt og orienteret positiv opad. Som enhed på ρ -aksen vælges væggenes højde. Det på figur 11.12 viste omdrejningspunkt A kan herefter karakteriseres ved angivelsen $\rho = 1,5$.

Væggens rotation (omdrejningsretning) karakteriseres som positiv, når vinklen mellem væg og jordoverflade (målt gennem jorden) bliver større ved bevægelsen. For den til venstre på figur 11.12 viste væg er rotationen eksempelvis positiv.

Til højre på figur 11.12 er vist nogle eksempler på angivelse af vægges bevægelsesmåde i brudtilstanden.

Til ethvert omdrejningspunkt og enhver omdrejningsretning for væggen svarer en ganske bestemt brudfigur i jorden. Denne brudfigur må selvfølgelig opfylde de i afsnit 9.3 omtalte statiske og kinematiske krav. I store træk gælder det, at der til omdrejningspunkter beliggende under væggens fodpunkt ($\rho \leq 0$) svarer zonebrud, til omdrejningspunkter over væggens midtpunkt ($\rho > 0,5$) svarer liniebrud, og til omdrejningspunkter på væggens nederste halvdel ($0 < \rho \leq 0,5$) svarer kombinerede brud.

Som eksempel på, hvordan brudfigurens udseende afhænger af omdrejningspunktets beliggenhed samt omdrejningsretningen, er på figur 11.13 for kohæsionsløs, ubelastet jord vist de optrædende brudfigurer for ru væg ved henholdsvis positiv og negativ rotation og for glat væg ved positiv rotation.

De optrædende brudfigurer vil alle kunne beregnes efter de i kapitel 9 angivne plasticitetsteoretiske principper og metoder. Eksempler på beregning af henholdsvis et zonebrud, et liniebrud og et kombineret brud findes i eksempel 9.3, 9.4 og 9.5.

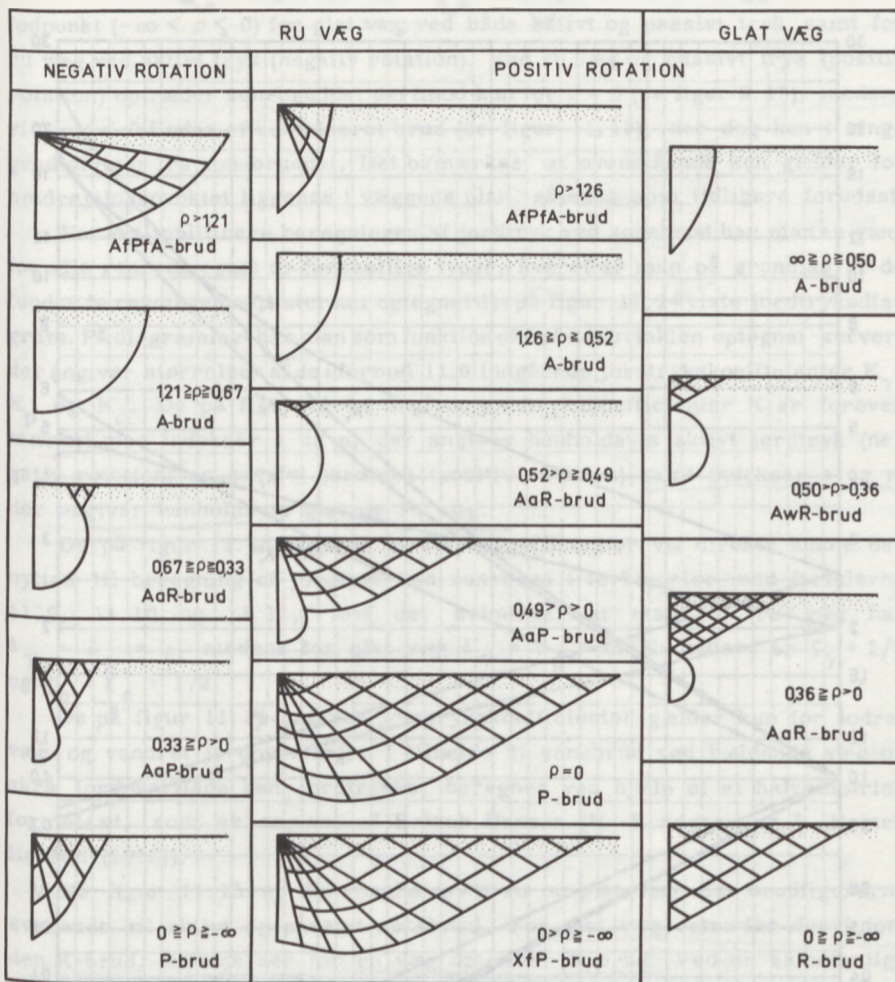
Ved beregningerne kan jordtrykket på væggen udtrykkes ved henholdsvis det totale jordtrykts normalkomponent E og tangentialkomponent F , samt ved afstanden z_p fra væggens fodpunkt op til normaljordtrykkets angrebepunkt. Som bekendt er superpositionslovene strengt taget ikke gyldige inden for en plasticitetsteori undtaget i visse specielle tilfælde. Alligevel har man som en tilnærmelse forudsat gyldigheden af at superponere et γ -, et p - og et c -bidrag, således at man for henholdsvis E , F og z_p antager, at der uanset brudfigurens type gælder følgende generelle udtryk for tør jord uden laggrænser, idet størrelserne ξ_γ , ξ_p og ξ_c angiver afstanden fra væggens fodpunkt til resultanten af henholdsvis γ -, p - og c -bidragene målt i forhold til væggens højde:

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_\gamma + p h K_p + c h K_c \quad 11.9$$

$$F = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_\gamma \tan \delta_\gamma + (p h K_p + c h K_c) \tan \delta_p + a h \quad 11.10$$

$$E z_p = \frac{1}{2} \gamma h^3 K_\gamma \xi_\gamma + p h^2 K_p \xi_p + c h^2 K_c \xi_c \quad 11.11$$

Herved opnår man, at den enkelte jordtrykskoefficient kan bestemmes ved betragtning af et specialtilfælde; eksempelvis kan K_γ bestemmes ved betragtning af specialtilfældet $p = c = 0$. Det anses normalt for tilladeligt at se bort fra den ved superpositionen begåede fejl, idet metoden som regel vil føre til resultater, der er på den sikre side.



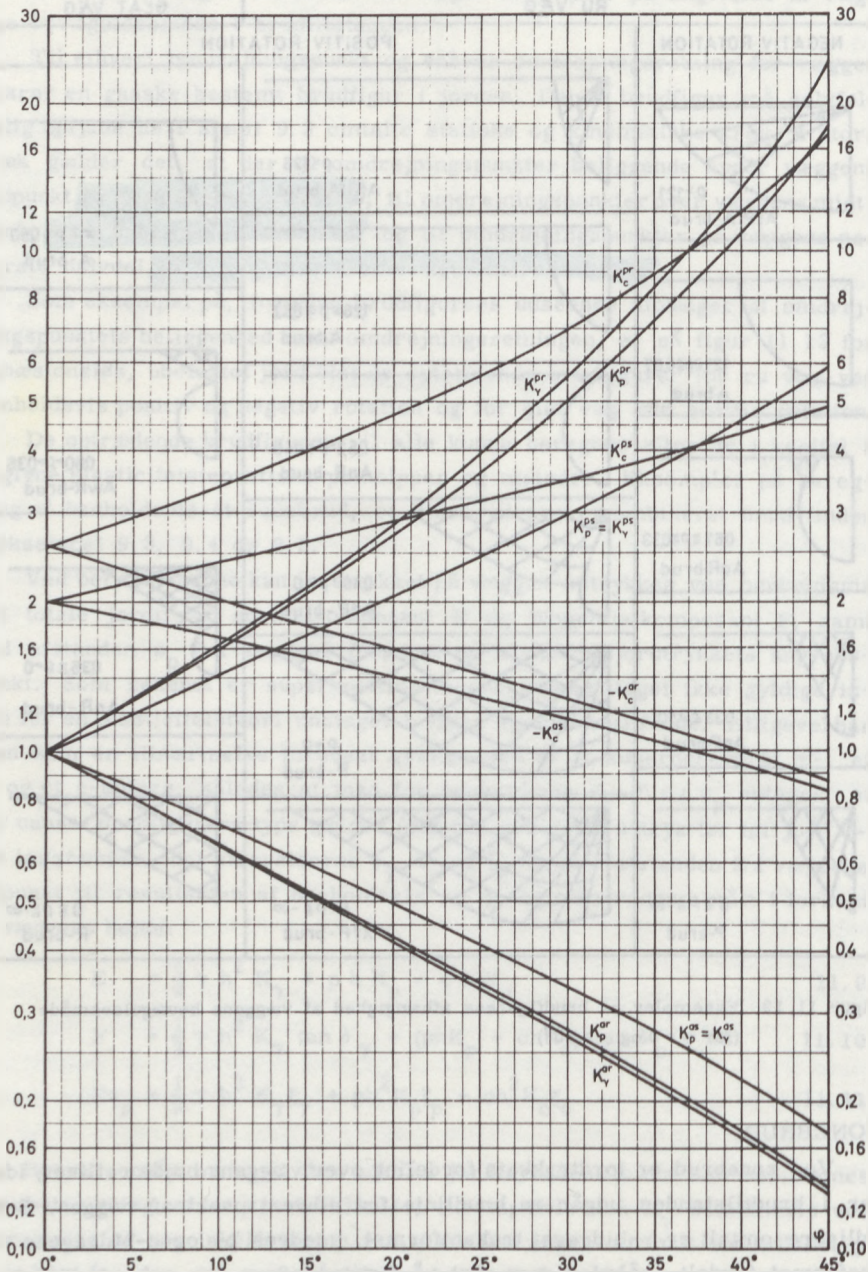
Figur 11.13 Eksempler på brudfigurens afhængighed af væggenes bevægelsesmåde (for $c = 0$ og $\varphi = 30^\circ$).

ZONEBRUD

Ved zonebrud er jordtrykkets fordeling over væggenes højde retlinet, idet der i brudtilstanden udgår en brudlinie fra ethvert punkt af væggen. Som tidligere omtalt er γ -bidraget trekantformet, medens p - og c -bidragene er ensformet fordelt, således som vist på figur 11.8.

Zonebrud optræder for omdrejningspunktet beliggende i og under væggenes

gælder kun for
 lodret væg og vandret Jøf.



Figur 11.14 Jordtrykoefficienter ved zonebrud

fodpunkt ($-\infty < \rho \leq 0$) for glat væg ved både aktivt og passivt tryk samt for ru væg ved aktivt tryk (negativ rotation). Ved ru væg og passivt tryk (positiv rotation) optræder zonebruddet derimod kun for $\rho = 0$ (se figur 9.15), medens vi for $\rho < 0$ finder et kombineret brud (se figur 11.13), der dog kun i ringe grad afviger fra zonebruddet. Det bemærkes, at ovenstående kun gælder for omdrejningspunktet liggende i væggenes plan, således som tidligere forudsat.

For at simplificere beregningen af jordtryk ved zonebrud har man en gang for alle gennemregnet de forskellige typer, hvorefter man på grundlag af de fundne beregningsresultater har optegnet det på figur 11.14 viste jordtryksdiagram. På diagrammet har man som funktion af friktionsvinklen optegnet kurver, der angiver størrelsen af de i formel 11.9 indgående jordtrykoefficienter K_γ , K_p og K_c . De på figur 11.14 angivne jordtrykoefficienter K er foroven mærket med indekser a og p , der angiver henholdsvis aktivt jordtryk (negativ rotation) og passivt jordtryk (positiv rotation) samt indekser s og r , der angiver henholdsvis glat og ru væg.

De på figur 11.14 angivne jordtrykoefficienter vil direkte kunne benyttes til beregning af jordtryk ved zonebrud i forbindelse med formlerne 11.9, 11.10 og 11.11, idet det er indres, at man for ru væg har $\delta_\gamma = \delta_p = \varphi$, medens for glat væg $\delta_\gamma = \delta_p = 0$. Endvidere er $\zeta_\gamma = 1/3$ og $\zeta_p = \zeta_c = 1/2$.

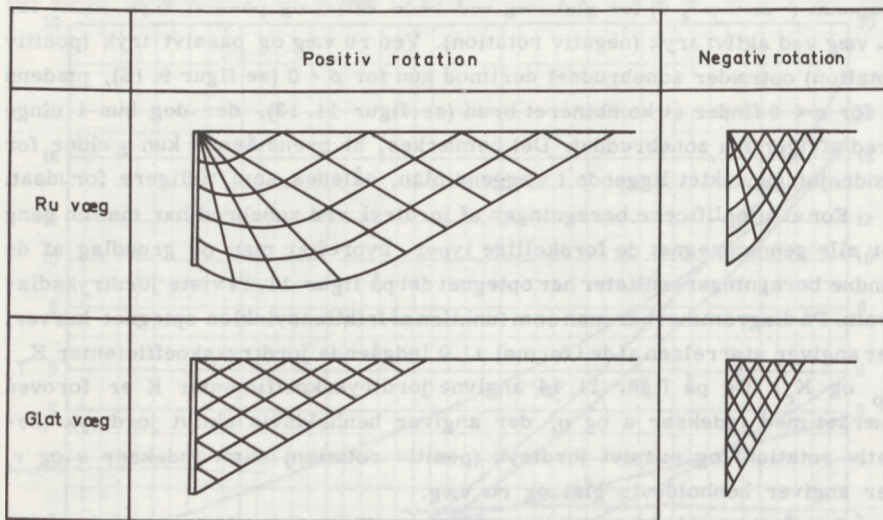
De på figur 11.14 angivne jordtrykoefficienter gælder kun for lodret væg og vandret jordoverflade. I tilfælde af zonebrud ved hældende væg og skrå jordoverflade kan jordtrykket beregnes ved hjælp af et halvempirisk formelsæt, som er angivet af Brinch Hansen (H. Lundgren og J. Brinch Hansen (1958)).

På figur 11.15 er for henholdsvis ru og glat væg vist brudfigurerne svarende til aktivt og passivt zonebrud. For glat væg optræder der i jorden R-brud, medens der for ru væg optræder P-brud. Ved en sammenligning af de på figur 11.15 viste brudfigurer med det rette liniebrud, der lægges til grund for Coulomb's teori, vil det ses, at den rette brudlinie (og dermed Coulomb's jordtryksteori) må forventes at give korrekte resultater for glat væg, og at den endvidere må forventes at give tilnærmelsesvis korrekte resultater for ru væg ved aktivt jordtryk, medens den for ru væg og passivt jordtryk må forventes at give betydelige afvigelser.

Eksempelvis findes for $\varphi = 30^\circ$ af figur 11.14 følgende værdier for jordtrykoefficienten på γ -leddet:

$$K_\gamma^{as} = 0,33 \quad K_\gamma^{ar} = 0,27 \quad K_\gamma^{ps} = 3,0 \quad K_\gamma^{pr} = 5,7$$

medens man i henhold til Coulomb's jordtryksteori (formel 11.5 for glat



Figur 11.15 Brudfigurer ved zonebrud.

væg og formlerne på figur 11.7 ved ru væg) finder:

$$K_{\gamma}^{\text{as}} = 0,33 \quad K_{\gamma}^{\text{ar}} = 0,26 \quad K_{\gamma}^{\text{ps}} = 3,0 \quad K_{\gamma}^{\text{pr}} = 8,8$$

Af de angivne værdier vil det fremgå, at Coulomb's jordtryksteori giver resultater, som er på den usikre side for passivt jordtryk på ru væg. Da det rette liniebrud er en kinematisk (men ikke nødvendigvis statisk) tilladelig løsning, er dette resultat netop at forvente i henhold til ekstremalprincippet, således som omtalt i afsnit 9.3. I øvrigt ses Coulomb's jordtryksteori at give fuldt tilfredsstillende resultater for glat væg og for aktivt jordtryk ved ru væg.

EKSEMPEL 11.2

Vi skal beregne det passive jordtryk ved zonebrud på en lodret, glat væg med vandret, ubelastet jordoverflade. Jorden er kohæsionsløs sand med $\varphi = 30^\circ$ og $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$. Væggens højde er $h = 1,0 \text{ m}$.

Da vi har $c = p = 0$, finder vi af figur 11.14 $K_{\gamma}^{\text{ps}} = 3,0$ for $\varphi = 30^\circ$. Herefter giver formlerne 11.9, 11.10 og 11.11:

$$E = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 1^2 \cdot 3,0 = 30 \text{ kN/m}$$

$$F = 0$$

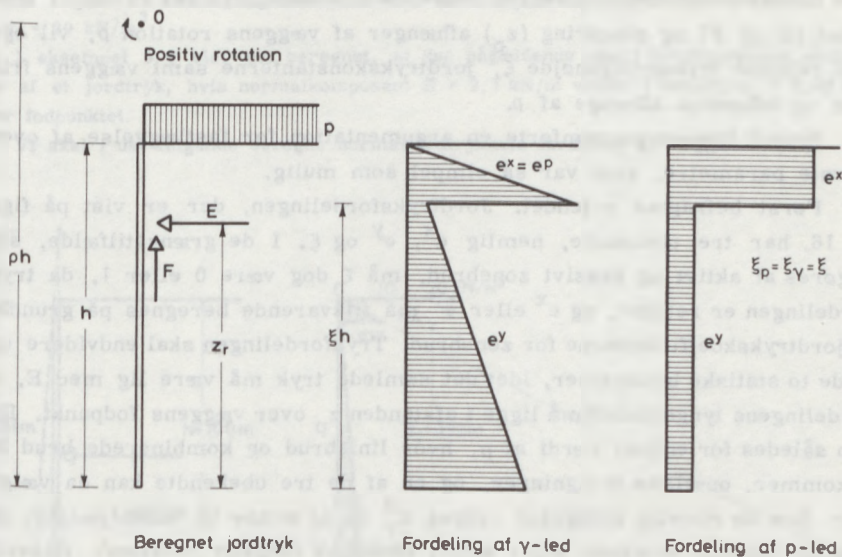
$$Ez_p = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 1^3 \cdot 3,0 \cdot 1/3 = 10 \text{ kNm/m}$$

Den samme opgave blev behandlet i eksempel 9. 3, hvor opgaven blev løst ved plasticitetsteoretiske beregninger af et P-brud. Da diagrammet i figur 11.14 bygger på sådanne beregninger, er der selvsagt overensstemmelse mellem resultaterne.

LINIEBRUD OG KOMBINEREDE BRUD

Ved liniebrud og kombinerede brud er det ikke muligt at bestemme jordtryksfordelingen eksakt, idet man ikke kender spændingsfordelingen i det stive jordlegeme, der ligger umiddelbart op til væggen. Derimod kan man naturligvis bestemme den resulterende påvirkning ved vandret projektion (E), ved lodret projektion (F) og ved moment ($E \cdot z_p$) om et punkt på væggen.

Det viser sig, at z_p/h for disse brud ikke bliver 1/3 for γ -leddet og 1/2 for q- og c-leddet, således som det fandtes for zonebruddene. Det vil sige, at spændingsfordelingen ikke kan være retlinet, men må være mere



Figur 11.16 Jordtryksfordelingen ved liniebrud og kombinerede brud.

kompliceret, Brinch Hansen foreslog derfor i 1953, som den simplest mulige trykfordeling, der kan give den korrekte z_p værdi, en trykfordeling som vist på figur 11.16. Den er karakteriseret ved et trykspring i en vis højde $z_j = \xi \cdot h$ over væggenes fodpunkt. Enhedsjordtrykket over trykspringet benævnes e^x og under trykspringet e^y . Jordtrykskoefficienterne K_Y , K_P og K_C forsynes med de samme indices.

For enhedsjordtrykkene e^x og e^y gælder da i overensstemmelse med formel 11.7 og 11.8:

$$e^x = \{\Sigma \bar{\gamma} d\} K_Y^x + p K_P^x + c K_C^x \quad 11.12$$

$$e^y = \{\Sigma \bar{\gamma} d\} K_Y^y + p K_P^y + c K_C^y \quad 11.13$$

hvor $\Sigma \bar{\gamma} d$ er den del af den lodrette effektive spænding, som stammer fra jordens vægt.

Fordelingen af enhedsjordtrykket e langs med væggen er afgørende for momenterne i væggen og dermed for dimensioneringen af væggen. Fordelingen af det tangentielle jordtryk har i den forbindelse ingen betydning. Det resulterende tangentialjordtryk bestemmes af:

$$F = E \tan \delta + a \quad 11.14$$

Da det resulterende jordtryk svarende til enten glat eller ru væg i størrelse (E og F) og placering (z_p) afhænger af væggenes rotation ρ , vil også den relative trykspringshøjde ξ , jordtrykskonstanterne samt væggenes friktion og adhæsjon afhænge af ρ .

Brinch Hansen gennemførte en argumentation for fastlæggelse af ovennævnte parametre, som var så simpel som mulig.

Først betragtes γ -leddet. Jordtryksfordelingen, der er vist på figur 11.16, har tre ubekendte, nemlig e^x , e^y og ξ . I de grænsetilfælde, som udgøres af aktivt og passivt zonebrud, må ξ dog være 0 eller 1, da trykfordelingen er retlinet, og e^x eller e^y må tilsvarende beregnes på grundlag af jordtrykskoefficienterne for zonebrud. Trykfordelingen skal endvidere opfylde to statiske betingelser, idet det samlede tryk må være lig med E , og fordelings tyngdepunkt må ligge i afstanden z_p over væggenes fodpunkt. Der kan således for enhver værdi af ρ , hvor liniebrud og kombinerede brud forekommer, opstilles to ligninger, og en af de tre ubekendte kan da vælges frit. Som en rimelig antagelse vælges K_Y^x da at svare til enten passivt zonebrud (positiv rotation) eller aktivt zonebrud (negativ rotation). Herefter kan ξ og K_Y^y udregnes. For $\rho < 0$, positiv rotation og ru væg, giver denne

metode dog negative ξ 'er, hvorfor man i stedet sætter $\xi = 0$ og finder K_Y^x som funktion af ρ .

Herefter betragtes p-leddet. Jordtryksfordelingen med trykspring er vist på figur 11.16. Der er igen tre variable, nemlig K_p^x , K_p^y og ξ , der skal give en trykfordeling, der opfylder to ligninger. Og igen skal ξ være lig 0 eller 1 i de tilfælde, der svarer til zonebrud, fordi trykket da er konstant. I dette tilfælde vælges at lade ξ antage de samme værdier som i γ -tilfældet; herefter kan K_p^x og K_p^y findes som funktion af ρ .

c-leddet har også to forskellige konstante tryk med et trykspring imellem på samme måde som p-leddet. Igen antages ξ at have de samme værdier som i γ - og p-tilfældet og K_c^x og K_c^y findes som funktion af ρ .

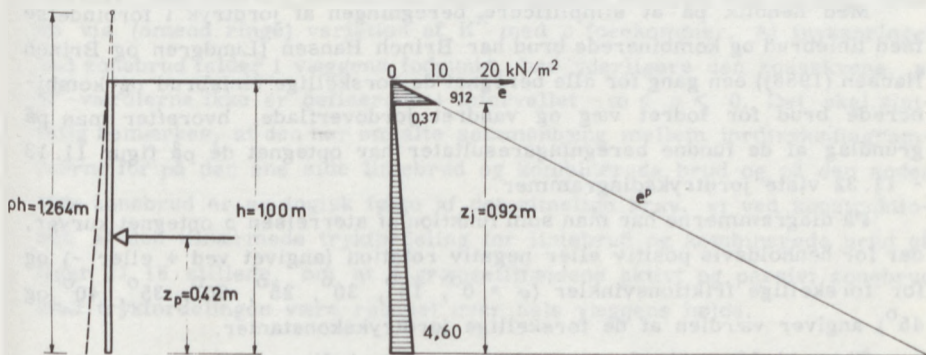
For γ - og p-leddet bestemmes vægtfriktionsvinklerne δ_γ og δ_p af 11.14, idet a må være nul, når c er det. For c-leddet haves to ubekendte δ_c og a , men kun en ligning (11.14). Derfor antages $\delta_c = \delta_p$ og a findes som funktion af ρ .

EKSEMPEL 11.3

Vi betragter som vist til venstre på figur 11.17 en lodret ru væg med højden $h = 1$ m og med vandret ubelastet jordoverflade. Væggens bevægelse i bruttilstanden svarer til $\rho = 1,264$ og positiv rotation. Jorden er kohæsionsløs sand med $\varphi = 30^\circ$ og $\gamma = 20$ kN/m³.

I eksempel 9.4 blev det beregnet, at den pågældende væg i bruttilstanden påvirkes af et jordtryk, hvis normalkomponent $E = 2,7$ kN/m virker i højden $z_p = 0,42$ m over fodpunktet.

Vi skal i det følgende beregne normaljordtrykkets fordeling på væggen.



Figur 11.17 Beregning af jordtryksfordelingen på væg ved liniebrud.

Vandret projektion af kræfterne på væggen giver:

$$\frac{E}{\gamma h^2} = \frac{1}{2} \cdot (K_Y^x - K_Y^y)(1 - \xi)^2 + \frac{1}{2} \cdot K_Y^y$$

Ved moment om fodpunktet findes endvidere:

$$\frac{E \cdot z}{\gamma h^3} P = \frac{1}{2} \cdot (K_Y^x - K_Y^y)(1 - \xi)^2 \left(\frac{2}{3} \xi + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} K_Y^y$$

Da der er positiv rotation og ru væg, antages:

$$K_Y^x = K_Y^{Pr}$$

For K_Y^{Pr} (for zonebrud) findes af figur 11.14 værdien 5,7. Ligningerne kan herefter løses for de resterende ubekendte, ξ og K_Y^y . Efter nogen regning (en andengradsligning i ξ) findes:

$$\xi = 0,92 \quad \text{og}$$

$$K_Y^y = 0,23$$

Af formel 11.12 og 11.13 fås herefter:

$$\text{I væggens toppunkt: } e^x = 0$$

$$0,92 \text{ m over fodpunktet: } e^x = 20 \cdot 0,08 \cdot 5,7 + 0 + 0 = 9,12 \text{ kN/m}^2$$

$$e^y = 20 \cdot 0,08 \cdot 0,23 + 0 + 0 = 0,37 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{I væggens fodpunkt: } e^y = 20 \cdot 1,0 \cdot 0,23 + 0 + 0 = 4,60 \text{ kN/m}^2$$

Herefter kan trykdiagrammet optegnes, således som vist til højre på figur 11.17.

Liniebrud og kombinerede brud optræder som tidligere omtalt, når væg-
gens omdrejningspunkt ligger over fodpunktet, d. v. s. når $\rho > 0$.

Med henblik på at simplificere beregningen af jordtryk i forbindelse
med liniebrud og kombinerede brud har Brinch Hansen (Lundgren og Brinch
Hansen (1958)) een gang for alle beregnet de forskellige liniebrud og kombi-
nerede brud for lodret væg og vandret jordoverflade, hvorefter man på
grundlag af de fundne beregningsresultater har optegnet de på figur 11.18
- 11.32 viste jordtryksdiagrammer.

På diagrammerne har man som funktion af størrelsen ρ optegnet kurver,
der for henholdsvis positiv eller negativ rotation (angivet ved + eller -) og
for forskellige friktionsvinkler ($\varphi = 0^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ$ og
 45°) angiver værdien af de forskellige jordtrykskonstanter.

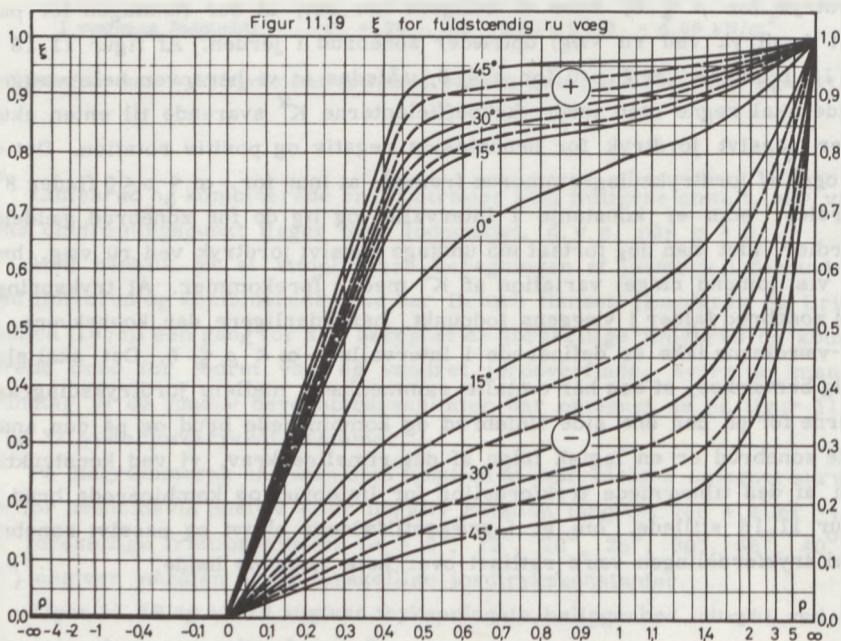
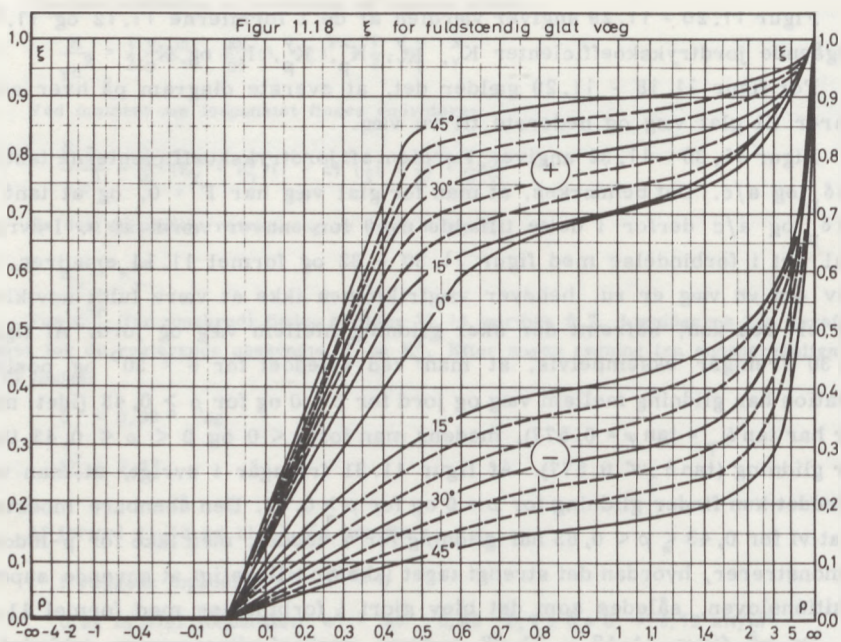
Figur 11.18 og 11.19 angiver trykspringets beliggenhed udtrykt ved den
dimensionsløse størrelse $\xi = z_j/h$.

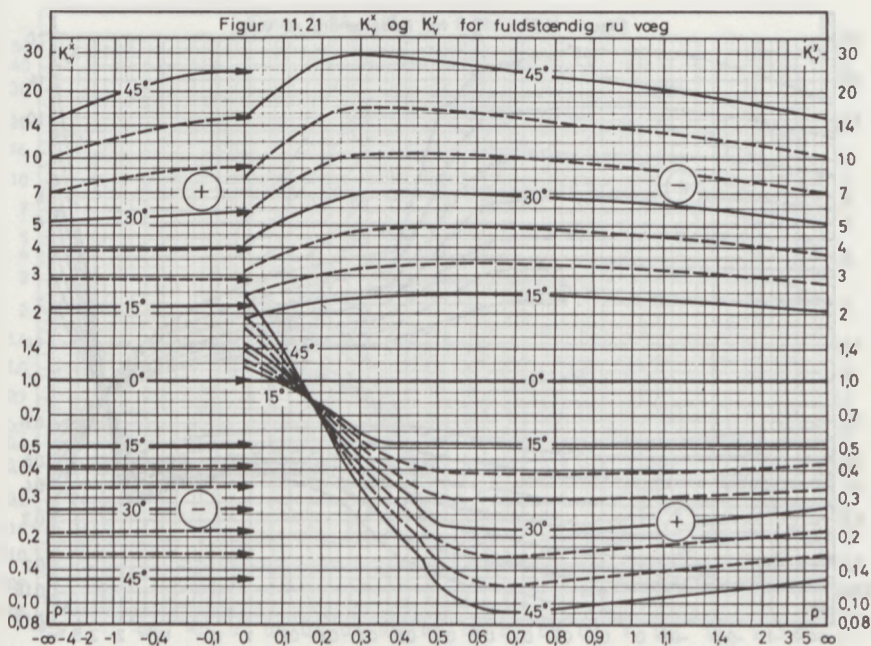
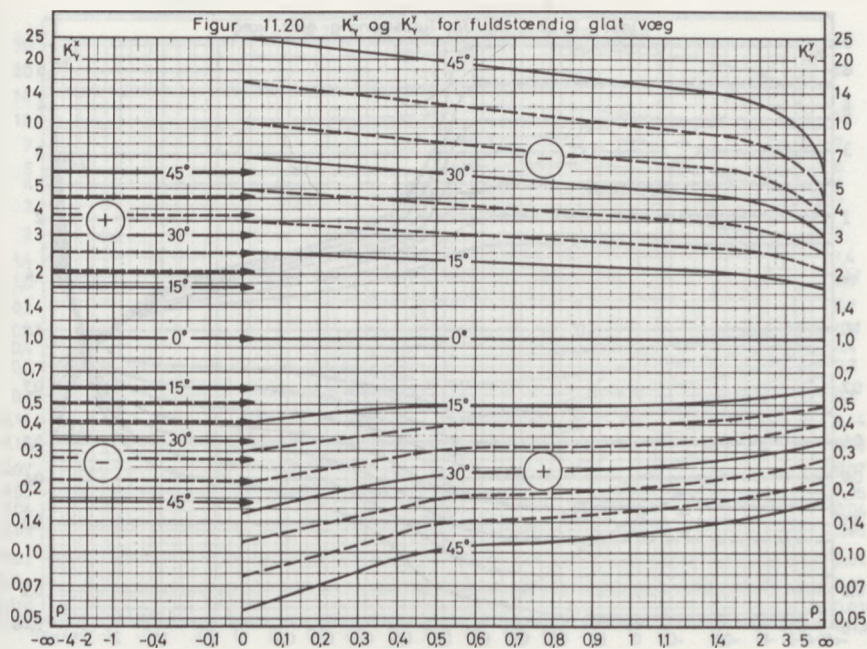
Figur 11.20 - 11.29 angiver værdien af de i formlerne 11.12 og 11.13 indgående jordtrykskoefficienter K_{γ}^x , K_{γ}^y , K_p^x , K_p^y , K_c^x og K_c^y .

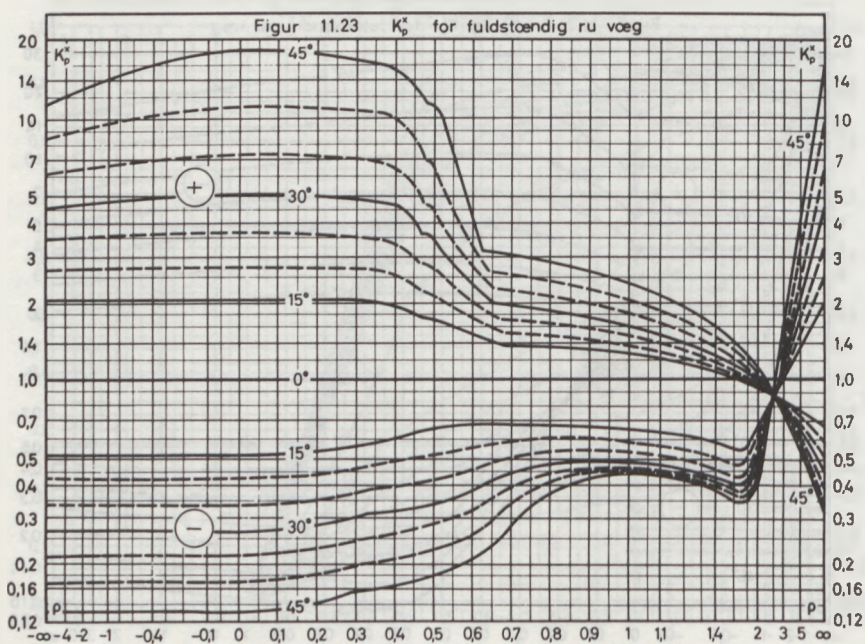
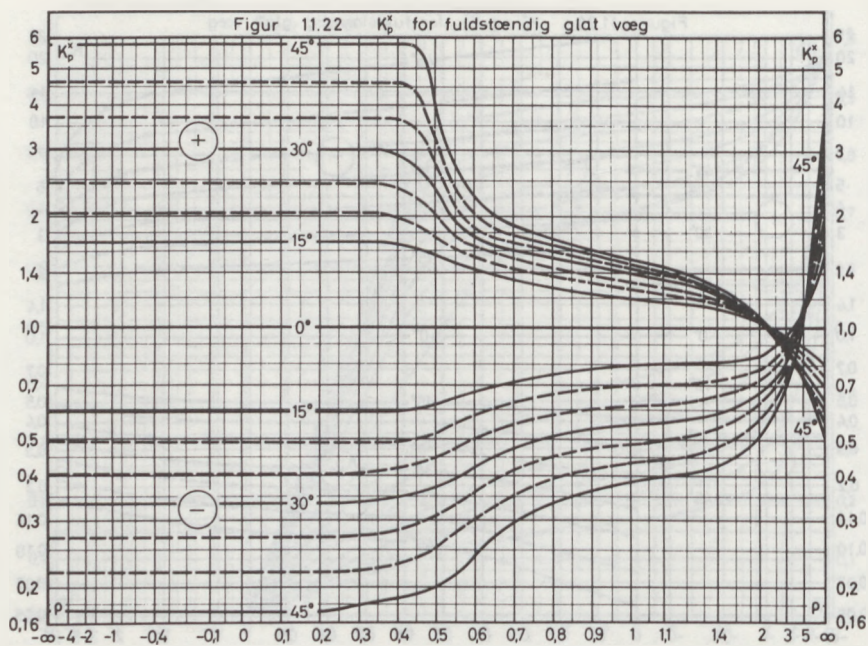
For figur 11.18 - 11.29 gælder det, at øverste diagram på hver side svarer til glat væg og nederste til ru væg.

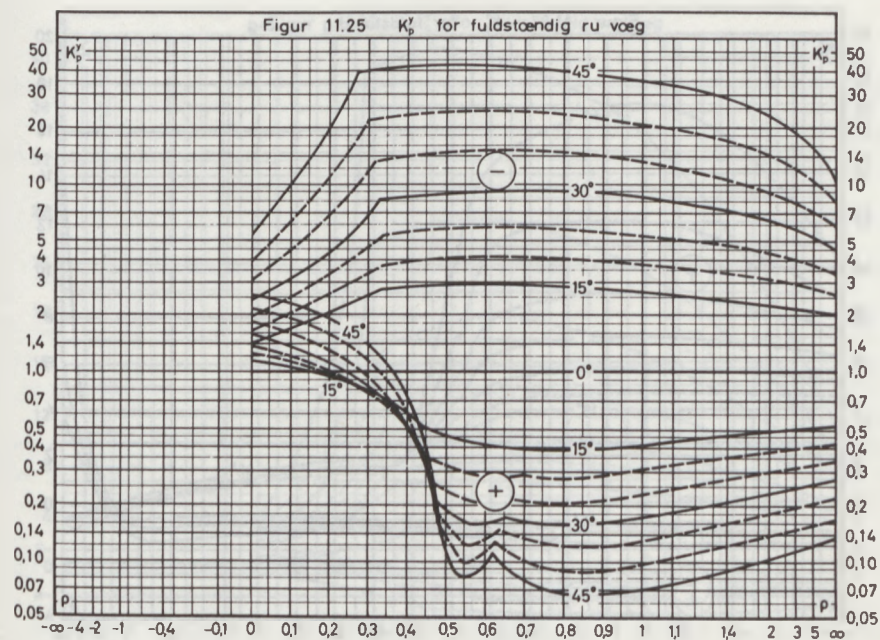
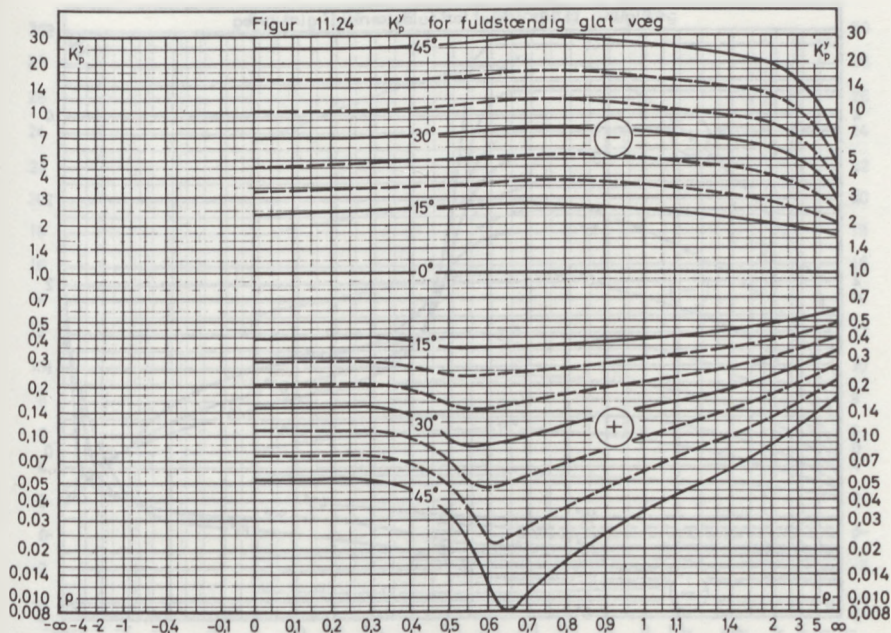
Figur 11.30 - 11.32 angiver værdien af jordtrykskoefficienterne $\tan \delta_{\gamma}$, $\tan \delta_p$ og a/c . Det bemærkes, at man for glat væg har $F = 0$, og at $\tan \delta_{\gamma}$, $\tan \delta_p$ og a/c derfor i dette tilfælde er 0 for enhver værdi af ρ . I øvrigt skal det i forbindelse med figur 11.30 - 32 og formel 11.14 erindres, at selv om en væg er ru, behøver vægfriktionen ikke at være fuldt udviklet; det er den kun, såfremt der sker glidning mellem væg og jord. Af figur 11.30 fremgår eksempelvis, at man ved γ -leddet for $\varphi = 30^\circ$ og positiv rotation har glidning mellem væg og jord for $\rho = 0$ og for $\rho \geq 0,43$ (idet man her har $\tan \delta_{\gamma} = \tan \varphi = 0,577$), medens man for $\rho < 0$ og $0 < \rho < 0,43$ ikke har glidning ($\tan \delta_{\gamma} < 0,577$). Af figur 11.31 fremgår i øvrigt, at man ved p -leddet kun finder glidning for $\rho = 0$ og for $\rho \geq 0,65$. Den åbenbare modstrid i, at vi for $0,43 \leq \rho < 0,65$ har glidning for γ -leddet, men ikke for p -leddet, demonstrerer, hvordan det strengt taget ikke er tilladeligt at anvende superpositionsloven, således som det blev gjort i forbindelse med formel 11.9.

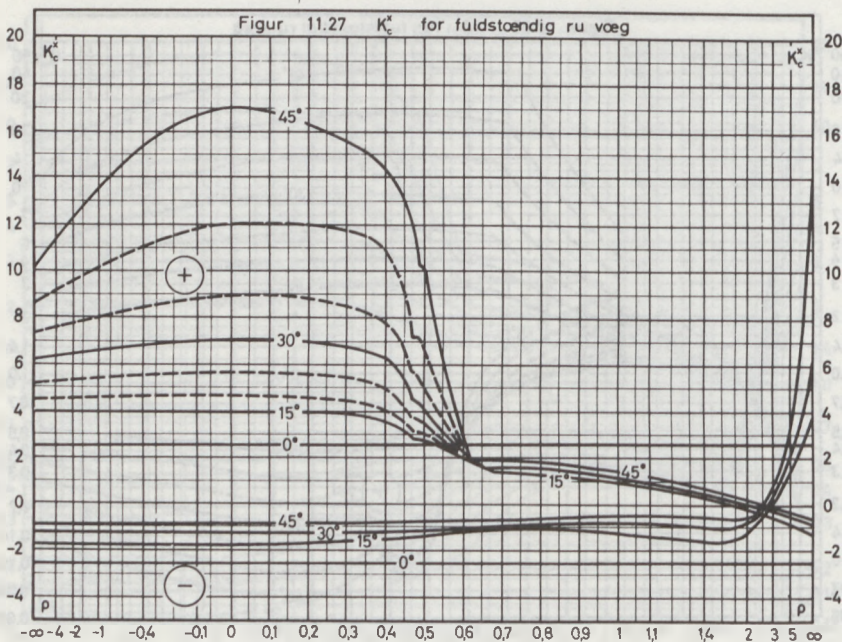
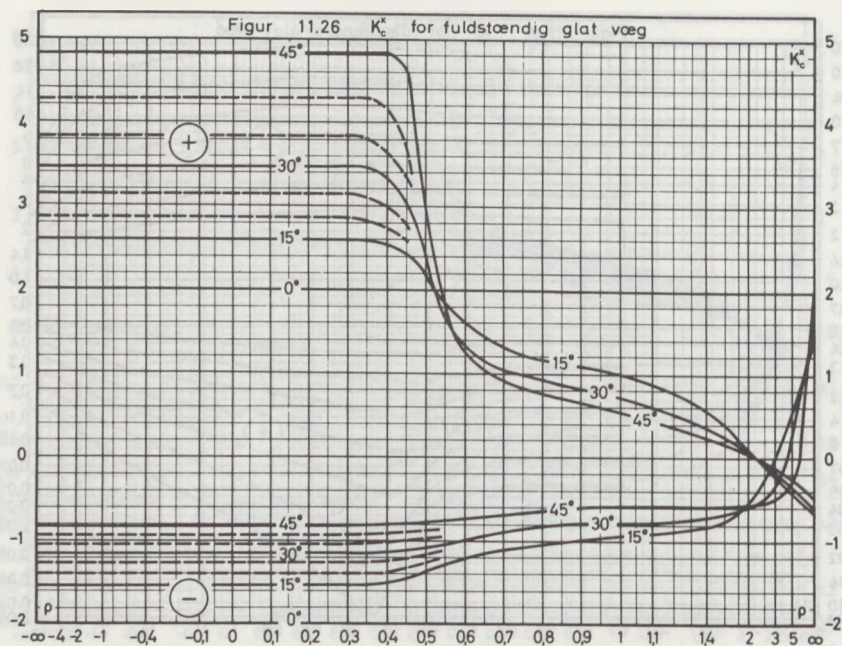
De på figur 11.18 - 11.32 angivne jordtryksdiagrammer inkluderer jordtryk for $\rho \leq 0$, hvor vi tidligere har set, at der (undtagen for passivt jordtryk ved ru væg) optræder zonebrud i jorden. Af figur 11.18 og 11.19 fremgår, at $\xi = 0$ for $\rho \leq 0$, således at vi her over hele væggenes højde skal regne med jordtrykskoefficienterne K^x svarende til enten aktivt eller passivt jordtryk for henholdsvis negativ og positiv rotation. Det vil da også af jordtryksdiagrammerne fremgå, at man for $-\infty < \rho \leq 0$ finder K^x -værdier, som er konstante i intervallet og lig de for zonebrud gældende værdier, idet man dog fortsat må undtage passivt jordtryk ved ru væg, hvor en vis (omend ringe) variation af K^x med ρ forekommer. At trykspringet ved zonebrud falder i væggenes fodpunkt, har yderligere den konsekvens, at K^y -værdierne ikke er definerede i intervallet $-\infty < \rho \leq 0$. Det skal sluttelig bemærkes, at den her omtalte sammenhæng mellem jordtryksdiagrammerne for på den ene side liniebrud og kombinerede brud og på den anden side zonebrud er en logisk følge af det rimelige krav, vi ved konstruktionen af den tilnærmede trykfordeling for liniebrud og kombinerede brud på figur 11.16 stillede, om at i grænsetilfældene aktivt og passivt zonebrud skal trykfordelingen være retlinet over hele væggenes højde.

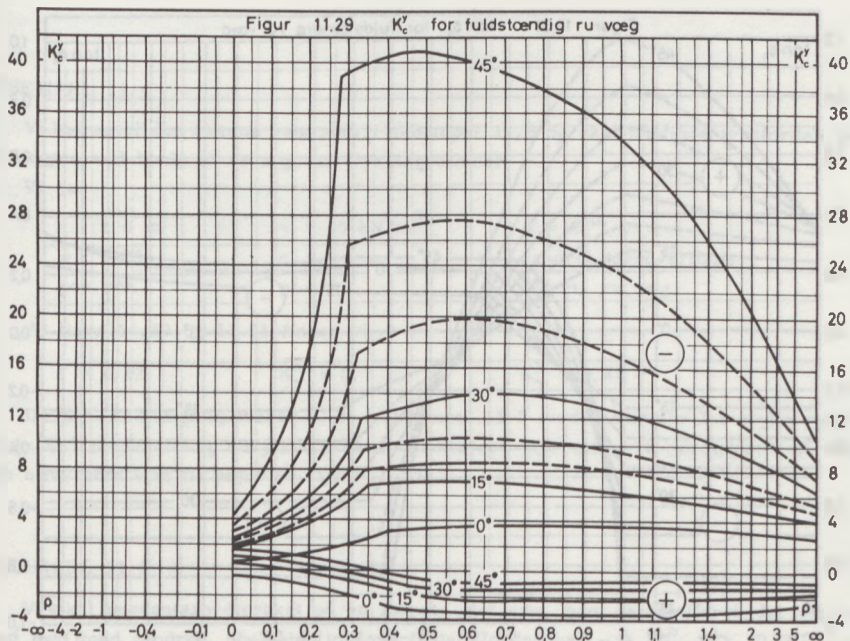
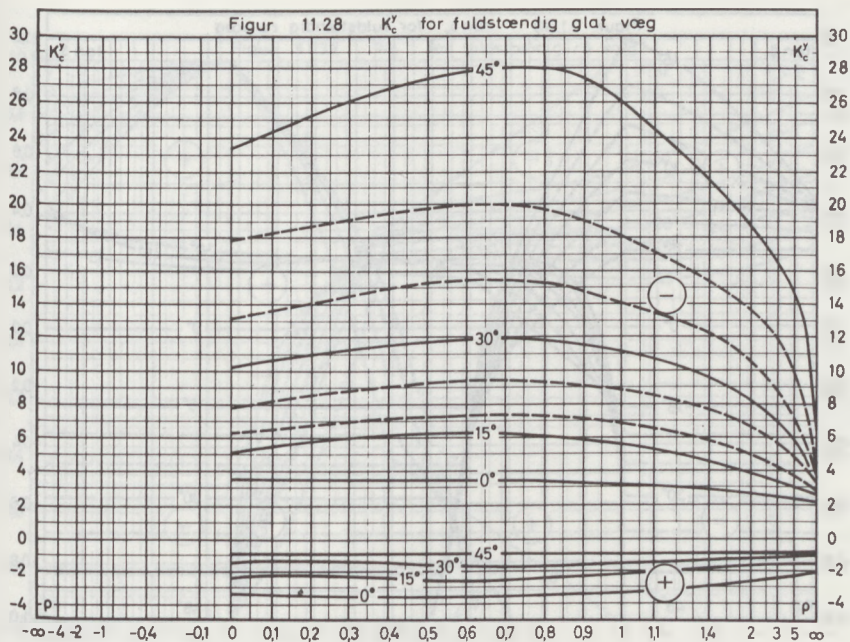


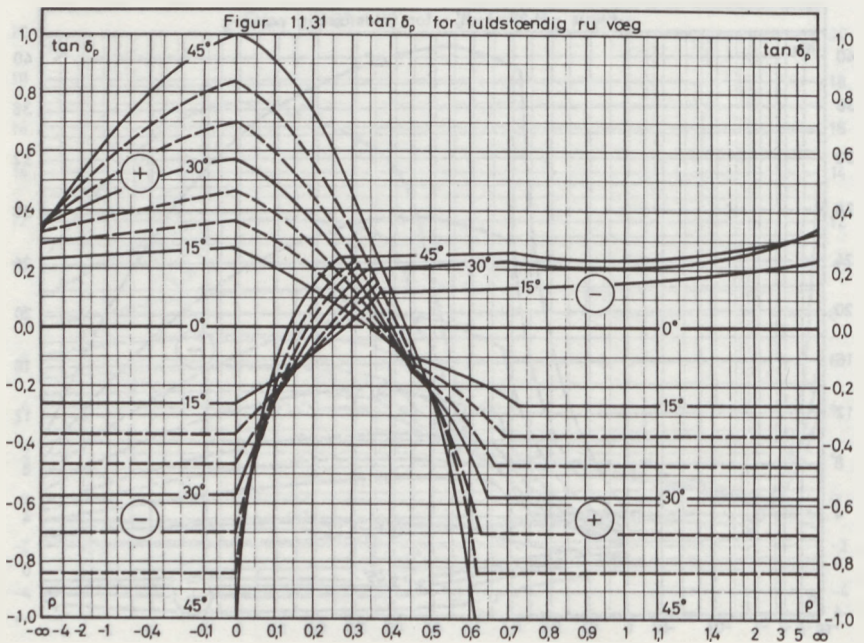
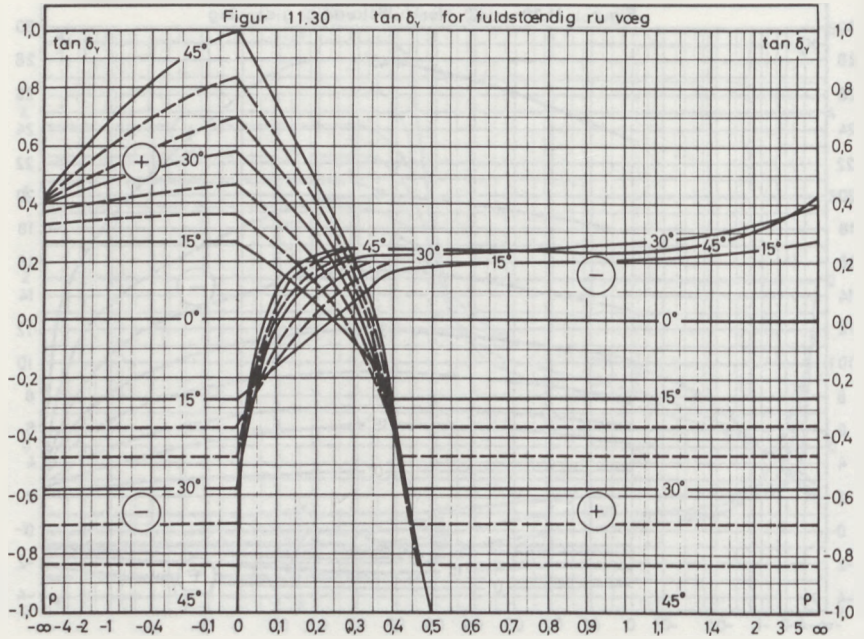


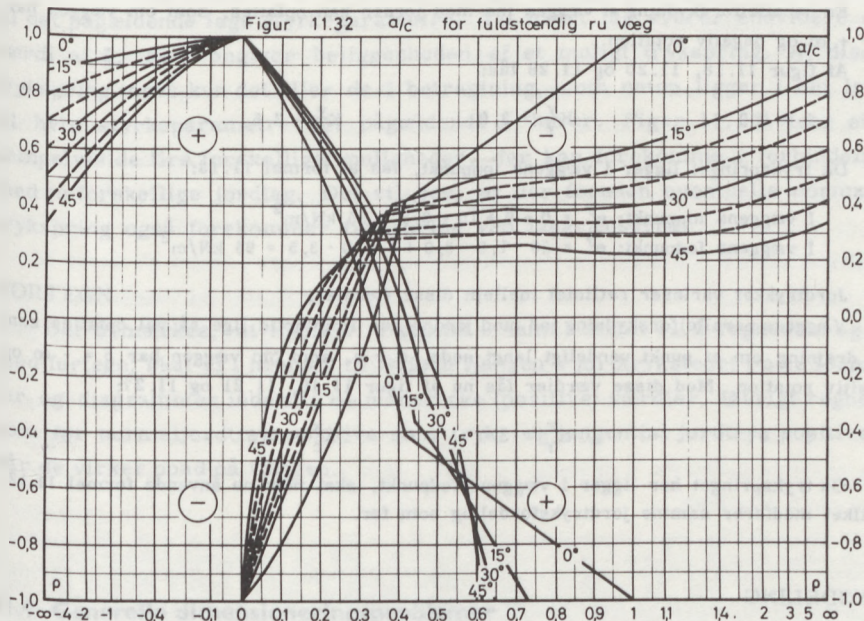












EKSEMPEL 11.4

Vi betragter den samme væg som i eksempel 11.3 og skal nu finde trykfordelingen på væggen ved hjælp af de angivne trykdiagrammer:

Vi har

- | | | |
|---------------------|------------------------------|-----------------------|
| $h = 1,0 \text{ m}$ | $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ | $\varphi = 30^\circ$ |
| $\rho = 1,264$ | $c = 0$ | vandret jordoverflade |
| pos. rot. | $p = 0$ | lodret, ru væg |

Af figur 11.19 og 11.21 finder vi

$$\xi = 0,92 \quad K_\gamma^x = 5,7 \quad K_\gamma^y = 0,23$$

Da dette selvfølgelig svarer til de i eksempel 11.3 fundne værdier for trykspringets højde over fodpunktet og for jordtrykskoefficienternes størrelse, vil jordtrykket på væggen blive som vist til højre på figur 11.17.

EKSEMPEL 11.5

Vi skal beregne jordtrykket på en lodret, glat væg, som parallelforskyder sig ind mod jord med vandret, ubelastet jordoverflade. Jorden har $\varphi = 30^\circ$, $c = 10 \text{ kN/m}^2$ og

$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$. Væggens højde er 1 m.

En parallelforskydning af væggen ind mod jorden kan opfattes, som om væggen har $\rho = +\infty$ og negativ rotation.

Af figur 11.18, 11.20 og 11.28 fås:

$$\xi = 1,0$$

$$K_{\gamma}^y = 3,0$$

$$K_c^y = 3,5$$

Da trykspringet ligger i væggens toppunkt, fås af formel 11.13:

$$\text{I væggens toppunkt: } e^y = 0 + 0 + 10 \cdot 3,5 = 35 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{I væggens fodpunkt: } e^y = 20 \cdot 1,0 \cdot 3,0 + 0 + 10 \cdot 3,5 = 95 \text{ kN/m}^2$$

Jordtrykket varierer retliniet mellem disse værdier.

Væggens parallelforskydning ind mod jorden kan imidlertid lige så vel opfattes som en drejning om et punkt uendeligt langt nede, d. v. s. som om væggen har $\rho = -\infty$ og positiv rotation. Med disse værdier fås nu af figur 11.19, 11.21 og 11.27:

$$\xi = 0$$

$$K_{\gamma}^x = 3,0$$

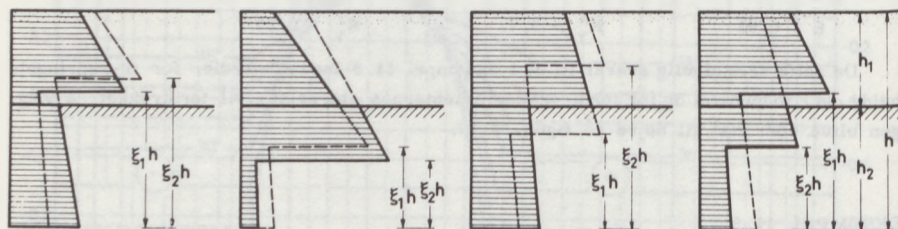
$$K_c^x = 3,5$$

Da trykspringet her ligger i væggens fodpunkt, skal man nu anvende formel 11.12, hvilket medfører samme jordtryksfordeling som før.

LAGDELING

Har man lagdelt jord med forskellige rumvægte, men med samme styrkeparametre, kan man som en tilnærmelse benytte de i det foregående givne formler uændret, blot skal man for størrelsen γ d indsætte den samlede vægt af alle de over det betragtede niveau liggende jordlag. Den kurve, der angiver jordtryksfordelingen, kommer da til at udvise knæk i laggrænserne.

Har de forskellige jordlag ikke alene forskellige rumvægte, men tillige forskellige styrkeparametre c og φ , gælder det samme, men desuden skal



Figur 11.33 Jordtryksfordelinger ved lagdelt jord.

man i hvert lag regne med de værdier af c , K , $\tan \delta$ og a/c , som svarer til det pågældende lags styrkeparametre. Til hvert lag svarer endvidere en værdi af ξ , som angiver beliggenheden af et muligt trykspring. Af disse trykspring tages kun det eller de i betragtning, som netop ligger i det lag, til hvis styrkeparametre det pågældende ξ hører. Figur 11.33 viser eksempelvis de fire forskellige muligheder, der kan forekomme i forbindelse med to forskellige jordlag. Det vil ses, at der foruden eventuelle normale trykspring også forekommer trykspring ved laggrænserne.

FORTEGN

Det bemærkes, at mens vi i kapitel 9 samt i afsnit 11.2 regnede c og φ med fortegn, skal vi i henhold til Brinch Hansen's jordtryksteori i alle formler og diagrammer indsætte de numeriske (positive) værdier. Iøvrigt regnes som før normaljordtryk positive som tryk, og tangential jordtryk positive, når de virker opad på væggen.

11.4 Generelle dimensioneringsproblemer

VIRKNING AF VANDTRYK I DRÆNET TILSTAND

Ved jordtryksberegninger må man erindre, at vandtrykket i et givet punkt af jorden er ens i alle retninger. Jordtrykskonstanterne gælder således kun forholdet mellem vandrette og lodrette effektive spændinger, hvorfor jordtryksberegningen må udføres som separate beregninger af henholdsvis jordens kontaktryk og vandtrykket på væggen.

Ved beregning af kontaktrykket anvender man således den i afsnit 9.10 såkaldte metode III, hvorefter fremgangsmåden bliver følgende.

Ved stillestående grundvand regnes med den for opdrift reducerede rumvægt $\gamma' = \gamma_m - \gamma_w$ af jorden under grundvandsspejlet. Findes der en kapillær zone, skal der ligeledes her regnes med den reducerede rumvægt, idet der samtidigt i kapillarvandspejlet regnes med et nedadrettet kapillartryk $p_c = h_c \gamma_w$, der kan betragtes som et p-bidrag i dette niveau. Ved strømmende grundvand regnes også med den reducerede rumvægt; men samtidig regnes jorden påvirket af strømkræfter $j = i \gamma_w$. Det er dog normalt kun at tage hensyn til strømkræfterne, såfremt disse er lodrette, idet jordtrykkene da beregnes for en effektiv rumvægt $\tilde{\gamma} = \gamma' + i \gamma_w$, hvor øverste fortegn anvendes ved nedadrettet strømning, medens det nederste anvendes ved opadrettet strømning.

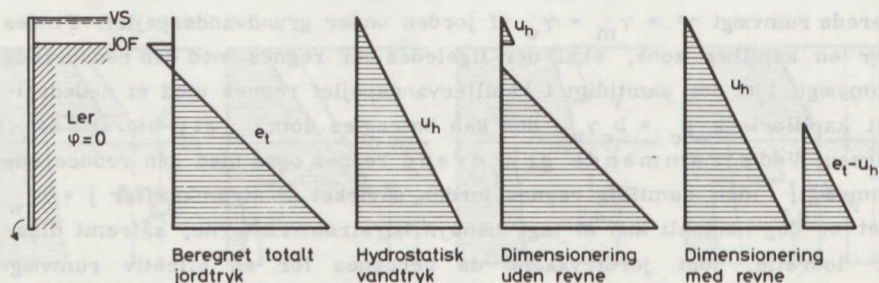
Eventuelle vandtryk beregnes separat og medregnes som påvirkninger på væggen. Den resulterende påvirkning (jordtryk plus vandtryk) vil herefter langs dele af væggen kunne blive negativ på grund af kapillarspændinger eller kohæsion. I praksis ser man bort fra disse negative tryk, fordi man ikke tør regne med, at forbindelsen mellem jord og væg kan optage trækspændinger. Det bør tilføjes, at der herved på den sikre side regnes med en rent fiktiv forøgelse af jordtryksresultanten E .

VIRKNING AF VANDTRYK I UDRÆNET TILSTAND

I den udrænedede tilstand, d. v. s. korttidstilstanden for vandmættet ler, er det vanskeligt at bestemme poretrykkene, og en jordtryksberegning gennemføres derfor lettest ved at benytte styrkeparametrene $\varphi = 0$ og $c = c_u$. Dette indebærer, at der skal regnes med totale rumvægte og belastninger. En væg vil herefter beregningsmæssigt kunne blive påvirket af både negative og positive jordtryk. I praksis vil man, som ovenfor nævnt, se bort fra de negative jordtryk.

Det skal iøvrigt bemærkes at fordi $K_\gamma = K_p = 1,0$ for $\varphi = 0$, fås helt det samme resultat ved at regne som i drænet tilstand, d. v. s. beregne et formelt reduceret jordtryk og hertil lægge et ligeledes fiktivt hydrostatisk vandtryk.

Såfremt der er risiko for en vandfyldt revne, eller for at et tyndt sandlag mellem ler og væg bliver vandfyldt, vil der her optræde hydrostatiske vandtryk, som skal medregnes som påvirkning på væggen. Da vandtrykket også virker på den lodrette jordoverflade bag væggen, skal det totale jordtryk tilsvarende reduceres for vandtryk, men det således reducerede jordtryk medregnes kun, såfremt det er positivt. Denne dimensioneringsprocedure svarer til, at man erstatter det totale jordtryk med det hydrostatiske vandtryk, for de dele af væggen, hvor vandtrykket er større end jordtrykket. Forholdet er illustreret på figur 11.34.



Figur 11.34 Jordtryk i udrænet tilstand.

SIKKERHED

Ved dimensioneringen af jordtrykspåvirkede konstruktioner kan sikkerheden indføres ved at regne i det regningsmæssige brudstadium, hvilket indebærer, at såvel jordens styrkeparametre som eventuelle bevægelige belastninger gøres regningsmæssige ved indførelse af partialkoefficienter. Den hermed forbundne reduktion af jordens styrkeparametre ændrer jordtrykkene således, at de regningsmæssige aktive jordtryk - der altid virker som drivende kræfter - bliver større end de aktuelle aktive jordtryk, mens de regningsmæssige passive - stabiliserende - jordtryk reduceres i forhold til de aktuelle værdier. Blandt andet dette forhold er illustreret i nedenstående eksempel.

EKSEMPEL 11.6

Jordtrykspåvirkningerne på den på figur 11.10 viste støttemur ønskes undersøgt, idet det herved ønskes belyst, hvordan jordtrykkene afhænger af, dels om der regnes med aktuelle eller regningsmæssige styrkeparametre, og dels om der regnes med glat eller ru væg.

Afstanden fra murens fod til jordoverfladen er for bag- og forside henholdsvis $h_1 = 6$ m og $h_2 = 1$ m. Sandet har friktionsvinklen $\varphi = 35^\circ$ og rumvægten $\gamma = 18$ kN/m³ ($c = p = 0$).

Først bestemmes den regningsmæssige friktionsvinkel:

$$\varphi_r = \text{Arctan} \frac{\tan \varphi}{i} = \text{Arctan} \frac{\tan 35^\circ}{1,2} = 30,2^\circ \simeq 30^\circ$$

Støttemurens bevægelsesmåde ved brud antages at være en parallelforskydning mod venstre, således som vist på figuren. Med murens drejningspunkt beliggende uendeligt langt under fodpunktet haves $\rho = -\infty$ og for bagsiden negativ rotation, for forsiden positiv rotation.

Jordtrykoefficienterne K_γ^x og $\tan \delta_\gamma$ samt de hertil svarende jordtryk E og F bestemmes af figur 11.20, 11.21 og 11.30 for friktionsvinklen lig henholdsvis φ og φ_r for både ru og glat væg. Da trykfordelingen er retlinet fra værdien nul ved jordoverfladen til maksimalværdien i væggenes fodpunkt, bestemmes jordtrykkene af:

$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_\gamma^x \quad \text{og} \quad F = E \tan \delta_\gamma$$

Resultaterne af beregningerne er opstillet i skema.

Af skemaet fremgår, at det aktive (drivende) normaljordtryk ved indførelsen af partialkoefficienter (reduktion af friktionsvinklen) er blevet betydeligt forøget, medens tilsvarende det passive (stabiliserende) normaljordtryk er blevet formindsket. Ydermere ses, at en ru mur er regningsmæssigt væsentligt mere stabil end en glat mur, dels

φ	Ruhed	BAGSIDEN				FORSIDEN			
		K_{γ}^x	$\tan \delta_{\gamma}$	E kN/m	F kN/m	K_{γ}^x	$\tan \delta_{\gamma}$	E kN/m	F kN/m
35°	ru	0,21	-0,70	68,0	-47,6	7,1	0,41	63,9	26,2
35°	glat	0,27	0	87,5	0	3,7	0	33,3	0
30°	ru	0,27	-0,58	87,5	-50,7	5,2	0,40	46,8	18,7
30°	glat	0,33	0	107,0	0	3,0	0	27,0	0

på grund af det mindre resulterende (aktive minus passive) normaljordtryk, og dels på grund af den stabiliserende virkning fra tangentialjordtrykkene.

Litteratur

REFERENCER

- Coulomb, C. A. (1776): Essai sur une Application des Règles des Maximis et Minimis à quelques Problèmes de Statique, Mémoires, Académie Royale des Sciences, Vol. 7, Paris, 1776.
- Culmann, C. (1866): Graphische Statik, Zürich, 1866.
- Hansen, J. Brinch (1953): Earth Pressure Calculation, Teknisk Forlag, København, 1953.
- Lundgren, H. og J. Brinch Hansen (1958): Geoteknik, Teknisk Forlag 1958.
- Terzaghi, K. (1936): A Fundamental Fallacy in Earth Pressure Computations, Journ. Boston Soc. Civil Eng., Vol. 23, Boston, 1936.

SUPPLERENDE LITTERATUR

- Kezdi, A.: Erddrucktheorien, Springer-Verlag, Berlin, 1962.

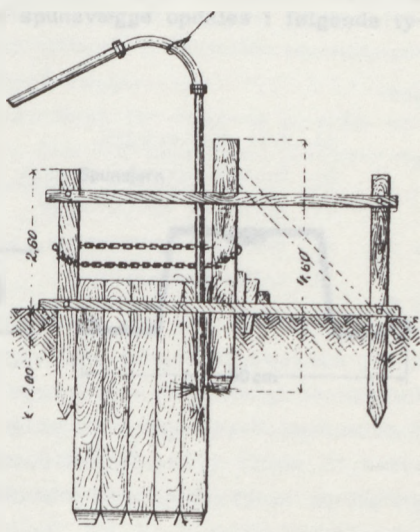
12. Jurdyryk på spærvegg

KAPITEL 12

12.1 Beskrivelse

Spærvegg er en type murverk som brukes til å stabilisere jordmasser på en skråning. Den består av vertikale støtter (spærrer) som er forankret i jorda, og som er forsterket med horisontale lag (spærreplaner). Denne konstruksjonen fungerer som en effektiv metode for å forhindre jordglidning og stabilisere terrengoverflaten. Spærvegger kan bygges i ulike materialer, som betong, stål eller tre, og de kan utrustes med ulike typer forsterkninger og anordninger for å øke deres stabilitet og levetid.

Spærvegger brukes ofte i forbindelse med utbygging av skråninger og i forbindelse med bygging av veier og jernbaner. De kan også brukes til å stabilisere grunn under bygging av bygninger og andre konstruksjoner. Spærvegger er en viktig del av jordretting og stabiliseringsteknikker, og de spiller en viktig rolle i å sikre sikkerheten og stabiliteten til terrengoverflaten.

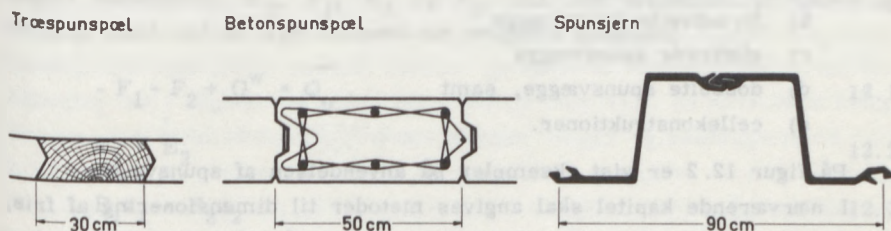


12. Jordtryk på spunsvægge












12.1 Grundbegreber

Spunsvægge udføres af spunspæle, som normalt placeres lodret side om side i jorden, således at de danner en sammenhængende væg. Spunspælene kan udføres af træ, jernbeton eller stål. Udføres spunspælene af træ eller jernbeton, er de normalt forsynet med fjer og not; udføres de derimod af stål (spunsjern), samles de sædvanligvis med låse, der hængsler de enkelte jern sammen. På figur 12.1 er vist eksempler på forskellige typer af spunspæle. Som regel rammes spunspælene ned i jorden; nedpresning og nedvibrering anvendes kun sjældent.

Spunsvægge benyttes, når man ønsker at tilbageholde vand og/eller jord på den ene side af en væg, således at tørlægning eller udgravning kan foretages på den anden side. De mest almindelige anvendelser af spunsvægge forekommer i forbindelse med kajindfatninger, fangedæmninger og byggegrubeindfatninger. Konstruktivt kan spunsvægge opdeles i følgende ty-



Figur 12.1 Forskellige typer af spunspæle.

	Kajindfatning	Fangedæmning	Byggegrubeindfatning
Fri spunsvæg	Uøkonomisk		
Forankret spunsvæg			
Afstivet spunsvæg	Uanvendelig		
✓ Dobbelt spunsvæg			Uøkonomisk
Cellekonstruktion			Uøkonomisk

Figur 12.2 Eksempler på anvendelse af spunsvægge.

per:

- a) frie spunsvægge
- b) forankrede spunsvægge
- c) afstivede spunsvægge
- d) dobbelte spunsvægge, samt
- e) cellekonstruktioner.

På figur 12.2 er vist eksempler på anvendelsen af spunsvægge.

I nærværende kapitel skal angives metoder til dimensionering af frie, forankrede og afstivede spunsvægge. Kun jordtrykspåvirkninger vil blive behandlet her. Hvad angår hensyntagen til eventuelle differensvandtryk, henvises til afsnit 11.4. Dobbelte spunsvægge og cellekonstruktioner samt problemer i forbindelse med ankerplader og ankerlængder vil blive behandlet i kapitel 13.

12.2 Frie spunsvægge

En fri spunsvæg er karakteriseret ved ikke at have forankringer eller afstivninger, således at den alene understøttes af jorden omkring den.

Ved dimensioneringen af en fri spunsvæg vil opgaven være at bestemme dels væggens nødvendige totale højde, og dels det største moment, der optræder i den.

Vi vil indledningsvis forudsætte, at der i bruttilstanden sker brud i de tilgrænsende jordmasser, men at der ikke sker flydning i vægmaterialet. Væggen må da bevæge sig som et stift legeme, idet den som illustreret på figur 12.3, må dreje sig om et punkt O, der ligger relativt nær væggens fodpunkt. Den nøjagtige beliggenhed af punkt O er ikke kendt, hvorfor afstanden z_r på figur 12.3 må indgå som den ene af problemets ubekendte. Af andre ubekendte indgår i problemet væggens totale højde h_1 , samt reaktionen Q_p fra jorden mod spunsvæggens spids.

Problemet kan i princippet løses på følgende måde: Først gættes på værdien af størrelserne z_r og h_1 . Hermed er problemets geometri fastsat. Derefter beregnes som vist på figur 12.3 normaljordtrykkene på væggens to sider. Disse jordtryk, som beregnes efter de i afsnit 11.3 angivne principper, er som bekendt karakteriseret ved trykspring i højden z_j over væggens fodpunkt; over trykspringet virker enhedsnormaljordtrykket e^x , medens der under trykspringet virker normaljordtrykket e^y . De på figur 12.3 viste jordtryk og trykspring er på væggens højre side (negativ rotation) karakteriseret med indices 1, medens de på væggens venstre side (positiv rotation) er karakteriseret med indices 2. Foruden normaljordtrykkene beregnes tangentialjordtrykkene på væggen.

Idet de totale normal- og tangentialjordtryk for væggens to sider betegnes henholdsvis E_1 , F_1 , E_2 og F_2 , fås ved projektion på lodret og vandret samt ved at tage moment om væggens fodpunkt:

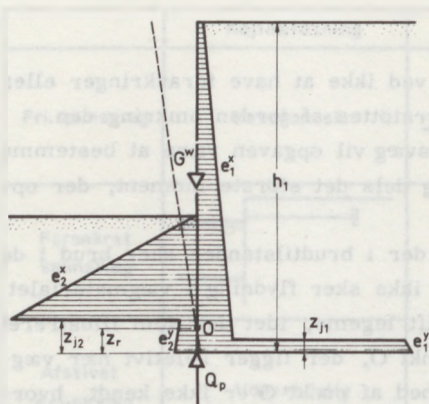
$$-F_1 - F_2 + G^W = Q_p \quad 12.1$$

$$E_1 = E_2 \quad 12.2$$

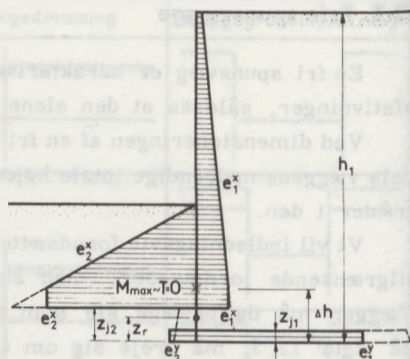
$$E_1 z_1 = E_2 z_2 \quad 12.3$$

hvor G^W er spunsvæggens egenvægt, og z_1 og z_2 betegner afstanden fra fodpunktet til angrebepunkterne for henholdsvis E_1 og E_2 .

Såfremt ligningerne (12.2) og (12.3) er tilfredsstillende, er h_1 og z_r gættet rigtigt; hvis dette ikke er tilfældet, må h_1 og/eller z_r ændres,



Figur 12.3 Jordtryksfordeling for fri spunsvæg.



Figur 12.4 Tilnærmet jordtryksfordeling for fri spunsvæg.

indtil ligningerne er opfyldt. Ligning 12.1 er ikke af større vigtighed for problemets løsning, men den kan benyttes til at bestemme, om væggen forskydes opad i brudtilstanden, idet man da finder negative værdier af Q_p . I så tilfælde må der ikke regnes med ru væg, da en negativ Q_p ikke kan overføres.

Når h_1 og z_r og dermed jordtrykkene på væggen er fundet, kan det maksimale moment i væggen bestemmes, idet det erindres, at dette optræder, hvor transversalkraften er nul.

Den ovenfor skitserede beregningsmåde for frie spunsvægge er i princippet relativ enkel, men de tilhørende talregninger (gentagne gennemregninger med nye skøn for h_1 og z_r) er desværre så omfattende, at beregningsmåden i praksis bliver uanvendelig. Brinch Hansen (1953) har derfor foreslået at anvende en tilnærmet metode, som skal gennemgås i det følgende.

Erfaringsmæssigt ligger væggenes omdrejningspunkt altid ret nær fodpunktet, d.v.s. væggenes ρ -værdi er af størrelsesordenen 0,02 - 0,2. Af jordtryksdiagrammerne (figur 11.20, 11.21, 11.22, 11.23, 11.26 og 11.27) fremgår imidlertid, at K^x -værdierne og dermed jordtrykket e^x enten er helt uafhængige af ρ (γ -bidraget) eller kun varierer ganske lidt med ρ (p - og c -bidraget). Man kan derfor straks, som vist på figur 12.4, optegne en tilnærmelsesvis rigtig trykfordeling for væggenes øvre del (e_1^x og e_2^x), idet man her antager $\rho = 0$.

Herefter kan man let bestemme beliggenheden af det punkt på væggen, i hvilket transversalkraften T er nul. I dette punkt optræder det største moment, hvis numeriske værdi M uden videre kan beregnes.

Den nedre del af væggen skal nu gives en sådan højde Δh , at momentet M kan optages ved "indspænding" i jorden. Trykfordelingen på den nedre del kan tilnærmet simplificeres til at bestå af de to skraverede rektangler på figur 12.4, svarende til differensenhedstryk af størrelsen:

$$\Delta e^x = e_2^x - e_1^x \quad 12.4$$

$$\Delta e^y = e_1^y - e_2^y \quad 12.5$$

hvor man for simpelhedsskyld antager, at alle fire e -værdier svarer dels til $\rho = 0$ (hvilket er på den sikre side, eftersom K^y -værdierne af figur 11.20, 11.21, 11.24, 11.25, 11.28 og 11.29 ses stort set at vokse med voksende ρ for negativ rotation og aftage med voksende ρ for positiv rotation), og dels til den dybde, i hvilken maksimalmomentet M optræder (hvilket ligeledes er på den sikre side, da enhedsjordtrykkene vokser med dybden).

Ved projektion på vandret og ved at tage moment om det øverste rektangels midtpunkt fås nu jordtrykkene på den nedre del af væggen:

$$z_{j1} \Delta e^y - (\Delta h - z_{j2}) \Delta e^x = 0 \quad 12.6$$

$$z_{j1} \Delta e^y (\Delta h - \frac{1}{2} z_{j1} - \frac{1}{2} (\Delta h - z_{j2})) = M \quad 12.7$$

Værdien af størrelserne z_{j1} og z_{j2} , der angiver de to tryksprings beliggenhed, er ubekendt. Af figur 11.18 og 11.19 fremgår det imidlertid, at der for små ρ -værdier er proportionalitet mellem ξ og ρ og dermed mellem z_j og z_r . Ved at forsøge sig frem kan man på grundlag af figur 11.18 og 11.19 finde følgende sammenhæng mellem omdrejningspunktet og trykspringets beliggenhed:

$$\frac{z_j}{z_r} = \frac{\xi}{\rho} = 1 + 0,1 \frac{\tan \delta}{\tan \varphi} \mp \tan \varphi = \begin{cases} C_1 \\ C_2 \end{cases} \quad 12.8$$

hvor øverste fortegn (-) gælder for negativ rotation (C_1), medens nederste fortegn (+) gælder for positiv rotation (C_2). Vægfriktionsvinklen δ antager værdierne nul eller φ for henholdsvis glat eller ru væg.

Ved hjælp af formel 12.8 kan man nu substituere z_{j1} og z_{j2} i formel 12.6 og 12.7 med z_r . Når z_r derefter elimineres fra de to formler, fås følgende ligning til bestemmelse af den nødvendige højde af nedre vægdel:

$$\Delta h = \left[\frac{C_2}{C_1} + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x} \right] : \sqrt{\frac{\Delta e^y}{2M} \left[2 \frac{C_2}{C_1} + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x} - 1 \right]} \quad 12.9$$

I specialtilfældet $\varphi = 0$ kan formel 12.8 ikke benyttes. Det fremgår imidlertid af figur 11.18 og 11.19, at man i dette tilfælde har $\xi = \rho$, hvilket svarer til $C_1 = C_2 = 1$. Herefter kan man for $\varphi = 0$ reducere formel 12.9 til:

$$\Delta h = \sqrt{\left(1 + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x}\right) \frac{2M}{\Delta e^y}} \quad 12.10$$

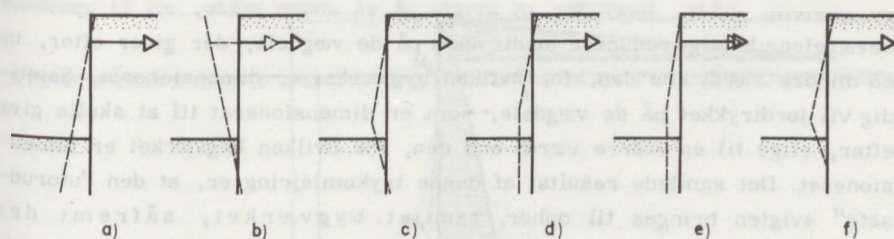
Hermed er dimensioneringen af den frie spunsvæg fuldført, idet man har bestemt dels væggens nødvendige totale højde og dels det maksimale moment, der optræder i den.

12.3 Brinch Hansen's metode for forankrede spunsvægge

En forankret spunsvæg er karakteriseret ved, at den foroven er fastholdt af en række ankre i et bestemt niveau, medens den forneden normalt understøttes af jord på væggens forside. Ankrene, der udføres af stål, er i passende afstand fra væggen fastgjort til ankerplader eller pælebukke. Benyttes den forankrede spunsvæg til kajindfatning, anbringes ankrene normalt af praktiske hensyn lige over vandlinien. Benyttes spunsvæggen derimod som byggegrubeindfatning, er man oftest mere frit stillet, hvad angår ankrenes placering, idet dog hensynet til omliggende bygninger kan øve en vis indflydelse.

Ved dimensioneringen af en forankret spunsvæg vil man have til opgave at bestemme dels væggens nødvendige totale højde, dels det største moment, der optræder i den, og dels den hertil svarende ankerkraft.

Det første skridt ved dimensioneringen består i at fastlægge en brudmåde for konstruktionen. En forankret spunsvæg kan imidlertid svigte på flere forskellige måder. På figur 12.5 er eksempelvis ved a) vist en spunsvæg, der svigter, fordi jorden foran væggen giver efter; ved b) en væg, hvis forankring svigter; ved c) en væg, hvor der opstår flydning i et tværsnit af væggen, således at der her dannes et flydecharnier; ved d) en væg, hvor der dannes et flydecharnier i væggen, samtidig med at jorden foran væggen giver efter; ved e) en væg, hvor der dannes et flydecharnier i væggen, samtidig med at både ankeret og jorden foran væggen



Figur 12.5 Forskellige brudmåder for forankret spunsvæg.

giver efter, og endelig er ved f) vist en væg, hvori der dannes to flydecharnierer.

Man kunne måske nu forestille sig, at det for en given spunsvæg ville være nødvendigt at gennemregne alle (eller i hvert fald nogle) brudmåder for at finde frem til den kritiske. Dette er imidlertid ikke tilfældet, hvad følgende betragtninger, angivet af Brinch Hansen (1953) og her gengivet in extenso, vil anskueliggøre:

"Når en jordtrykspåvirket konstruktion skal dimensioneres ved hjælp af en brudteori, er det, som allerede tidligere omtalt, nødvendigt at foretage de tilhørende beregninger i en regningsmæssig brudtilstand. Denne brudtilstand må selvfølgelig være kinematisk og statisk mulig.

Ukomplerede bygværker kan ofte kun svigte på een måde, men for mere komplicerede bygværker er flere forskellige brudmåder ofte mulige. Spørgsmålet er da, hvilken af de mulige brudmåder, man skal vælge som forudsætning for dimensioneringen.

Det er indlysende, at en konstruktion, som er dimensioneret med en bestemt sikkerhed mod en bestemt brudmåde, vil være tilstrækkelig sikret mod denne brudmåde i den normale brugstilstand. Men det er ikke dermed indlysende, at en anden brudmåde, indebærende en mindre sikkerhed, ikke kan optræde.

For jordtrykspåvirkede konstruktioner er det imidlertid et grundlæggende princip, at jordtrykket på en vægdæl formindskes, når vægdelen giver efter. Samtidig vil jordtrykket på de vægdele, der ikke giver efter, sædvanligvis forøges, i lighed med den forøgelse af jordtrykket, der sker på vægdele, som bevæges ind mod jorden.

Hvis derfor et bygværk, som er dimensioneret til at skulle svigte på

en bestemt måde, begynder at svigte på en anden måde, vil de opståede bevægelser hurtigt reducere jordtrykket på de vægdele, der giver efter, til en mindre værdi end den, for hvilken bygværket er dimensioneret. Samtidig vil jordtrykket på de vægdele, som er dimensioneret til at skulle give efter, stige til en større værdi end den, for hvilken bygværket er dimensioneret. Det samlede resultat af denne trykoplejring er, at den "uforudsete" svigten bringes til ophør, samt at bygværket, såfremt det overhovedet svigter, må gøre det på den måde, der er forudsat ved dets dimensionering."

Det skal dog bemærkes, at de anførte betragtninger kun gælder i forbindelse med de brud, der optræder ved bestemmelse af jordtryk, men ikke i forbindelse med stabilitetsbrud.

Enhver statisk og kinematisk mulig brudmåde kan således ved anvendelse af passende sikkerheder føre til en forsvarlig konstruktion. Men det er ikke givet, at de forskellige brudmåder er lige økonomiske. Det har i praksis vist sig, at de på figur 12.5 ved a), d) og f) angivne brudmåder normalt er de mest økonomiske. Disse brudmåder skal derfor gennemgås i det følgende, og der skal derefter gives visse retningslinier for valg mellem de forskellige brudmåder.

BEREGNING UDEN FLYDECHARNIER

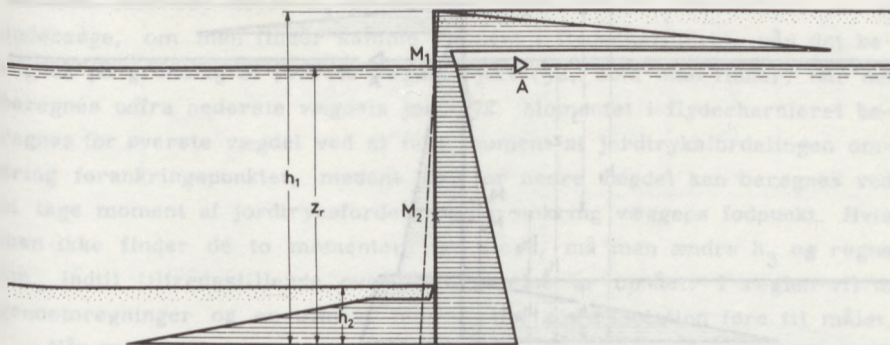
Ved beregning uden flydecharnier forudsættes væggen i brudtilstanden at dreje sig som et stift hele omkring forankringspunktet, således som vist ved a) på figur 12.5.

For at kunne påbegynde beregningerne af jordtrykkene på væggens to sider må man først skønne væggens totale højde h_1 og hermed rammedybden h_2 . Da man nu kender rotationscentrets beliggenhed, udtrykt ved størrelsen z_r , kan man for væggens henholdsvis bag- og forside beregne:

$$\rho_1 = \frac{z_r}{h_1} \qquad \rho_2 = \frac{z_r}{h_2}$$

Idet man på bagsiden har positiv rotation, medens man på forsiden har negativ rotation, kan man af diagrammerne i afsnit 11.3 finde de jordtrykkoeficienter, som er nødvendige for optegningen af enhedsnormaljordtrykkene på væggen, således som vist på figur 12.6.

Efter beregningen af enhedsnormaljordtrykkene kan den skønnede totalhøjde h_1 for væggen kontrolleres ved at undersøge, om jordtrykkenes samlede moment om forankringspunktet er nul. Hvis dette ikke er tilfældet, må man ændre h_1 og regne om, indtil tilfredsstillende overensstemmelse



Figur 12.6 Forankret spunsvæg uden flydecharnier.

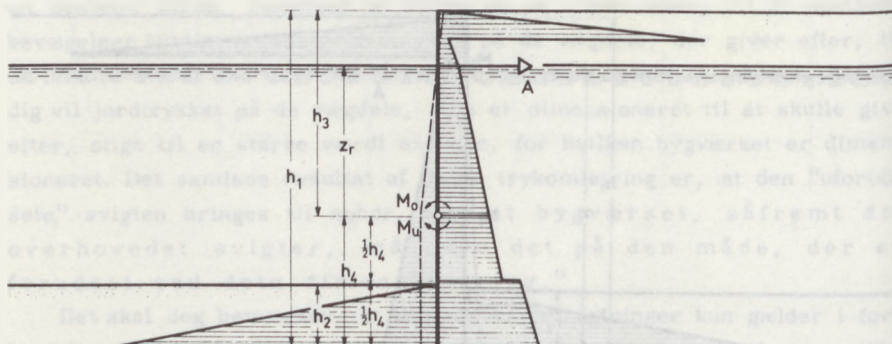
er opnået. I reglen vil to gennemregninger og en simpel inter- eller ekstrapolation føre til målet.

Når momentlignevægten om forankringspunktet er i orden, kan ankertrækket A bestemmes ved vandret projektion af alle normaljordtryk. Slutelig beregnes de numerisk største momenter, henholdsvis i forankringspunktet (M_1) og i transversalkraft-nulpunktet (M_2), og det numerisk største af disse momenter lægges til grund for væggenes dimensionering.

BEREGNING MED ET FLYDECHARNIER

Ved beregning med et flydecharnier forudsættes væggenes øverste del i brudtilstanden at dreje sig om forankringspunktet, medens dens nederste del parallelforskyder sig, således som vist ved d) på figur 12.5. På bagsiden af en spunsvæg med et flydecharnier er man ikke i stand til at foretage en "eksakt" bestemmelse af jordtryksfordelingen, idet jordtryksdiagrammerne i afsnit 11.3 forudsætter, at væggen drejer som et stift hele uden dannelse af flydecharnierer. Brinch Hansen (1958) har imidlertid foreslået at beregne jordtryksfordelingen tilnærmet på følgende måde. Først skønnes flydecharnierets beliggenhed, d. v. s. øverste vægdels højde h_3 (figur 12.7). Kaldes forankringspunktets højde over flydecharnieret z_r , kan man for øverste vægdel beregne:

$$\rho_3 = \frac{z_r}{h_3}$$



Figur 12.7 Forankret spunsvæg med et flydecharnier.

Idet man for denne vægdel har positiv rotation, kan man på sædvanlig måde ved hjælp af jordtryksdiagrammerne i afsnit 11.3 optegne enhedsnormaljordtrykkene på øvre vægdel, således som vist på figur 12.7. Den nedre vægdel (h_4 på figuren) opdeles nu i to lige store stykker. På den øvre halvdel bestemmes de aktive jordtryk ud fra ρ_3 svarende til øverste vægdel (og positiv rotation). På den nedre halvdel bestemmes de aktive jordtryk derimod svarende til $\rho = \infty$ (og positiv rotation). Denne tilnærmede opdeling af jordtrykket på nedre vægdel ved indførelse af et trykspring i vægdels midtpunkt kan begrundes med, at den i øvrigt komplicerede brudfigur i jorden består af øverst et konkavt liniebrud, udgående fra flydecharnieret, og nederst et zonebrud, som udgår fra spunsvægsspidsen. Det skal dog understreges, at det må betragtes som en ligeså tilladelig tilnærmede på nederste vægdel at regne med en retliniet jordtryksfordeling mellem værdien i flydecharnieret (svarende til den benyttede værdi ρ_3 for øverste vægdel) og værdien ved spunsvægsspidsen (svarende til $\rho = \infty$).

På den nedre vægdels forside kan de passive jordtryk bestemmes uden videre, svarende til $\rho = \infty$ (og negativ rotation), idet væggenes flydecharnier normalt ligger over havnebassinets bund.

Da man i flydecharnieret må have transversalkraften nul, skal de aktive og passive jordtryk på den nedre vægdel (under flydecharnieret) være lige store. Ved projektion på vandret af alle jordtryk under flydecharnieret kan derfor opstilles en andengradsligning, hvoraf den nedre vægdels højde h_4 bestemmes.

Den skønnede højde h_3 af øverste vægdel kan nu kontrolleres ved at undersøge, om man finder samme moment i flydecharnieret, når det beregnes på grundlag af øverste vægdels jordtryk, som man finder, når det beregnes ud fra nederste vægdels jordtryk. Momentet i flydecharnieret beregnes for øverste vægdel ved at tage moment af jordtryksfordelingen omkring forankringspunktet, medens det for nedre vægdel kan beregnes ved at tage moment af jordtryksfordelingerne omkring væggens fodpunkt. Hvis man ikke finder de to momenter lige store, må man ændre h_3 og regne om, indtil tilfredsstillende overensstemmelse er opnået. I reglen vil to gennemregninger og en simpel inter- eller ekstrapolation føre til målet.

Når momentligevægten er i orden, kan ankertrækket A bestemmes ved vandret projektion af alle normaljordtryk på øverste vægdel. Momentet i flydecharnieret anvendes som væggens dimensionsgivende moment, også selv om momentet M_A i forankringspunktet skulle være numerisk større. Dette gælder for vægge med et flydecharnier, som angivet af Brinch Hansen (J. Hessner og J. Brinch Hansen, 1959). Der vil nemlig, såfremt M_A er større end momentet i flydecharnieret, blot ske en lille flydning i forankringspunktet, og da der bag den øverste del af væggen findes en elastisk zone (svarende til, at der her optræder et A-brud), vil en sådan lokal flydning ikke ændre hverken størrelse eller angrebspunkt for det totale jordtryk, og dermed vil heller ikke det beregnede flydemoment ændres.

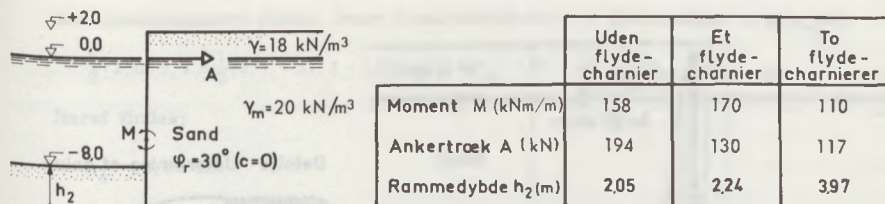
Det ovenfor anførte gælder derimod ikke for en væg uden flydecharnier, hvor man altid skal dimensionere for det numerisk største af de to momenter. Dette er en konsekvens af, at man ved dimensioneringen her ikke påregner flydecharnier dannet noget steds i væggen, hvorfor man heller ikke vil kunne tillade, at der sker lokal flydning i forankringspunktet.

Endelig skal bemærkes, at såfremt M_A beregnet på grundlag af aktivt jordtryk fra zonebrud i jorden over A bliver større end flydemomentet, vil M_A være dimensionsgivende for væggen.

BEREGNING MED TO FLYDECHARNIERER

Ved beregning med to flydecharnierer forudsættes væggens øverste del i brudtilstanden at dreje sig om forankringspunktet, medens mellemste vægdel drejer sig om nederste flydecharnier, og den nederste vægdel står fast i jorden, således som vist ved f) på figur 12.5.

Beregningen med to flydecharnierer, som er illustreret på figur 12.8, foregår for de to øverste vægdeles vedkommende efter ganske de samme principper, som blev anvendt ved en spunsvæg med et flydecharnier. Først skønnes øverste vægdels højde h_3 , og jordtryksfordelingen på denne del be-



Figur 12.9 Sammenligning af forskellige brudmåder for forankret spunsvæg.

Ankertrækket A bestemmes som sædvanlig ved vandret projektion af alle normaljordtryk på øverste vægdel.

VALG AF BRUDMÅDE

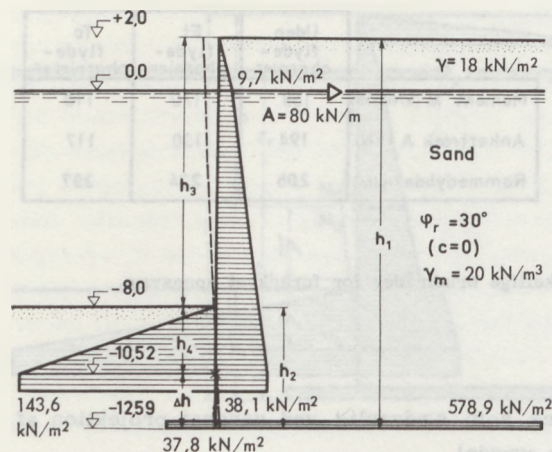
Som tidligere nævnt kan valget af brudmåde for en given spunsvæg i vid udstrækning træffes på grundlag af økonomiske overvejelser.

Lad os ved et eksempel sammenligne de tre brudmåder, som er gennemgået ovenfor. Vi betragter en spunsvæg, hvis karakteristika er angivet til venstre på figur 12.9. Beregnes den pågældende spunsvæg uden flydecharnier, med et flydecharnier og med to flydecharnierer, findes de til højre på figuren angivne resultater. Det fremgår heraf, at brudmåden med et flydecharnier formentlig vil føre til den mest økonomiske konstruktion, idet hverken M , A eller h_2 for denne brudmåde antager særlig ekstreme værdier. Brudmåden uden flydecharnier vil normalt være velegnet ved blød bund, da den fører til relativt små rammedybder, medens brudmåden med to flydecharnierer oftest vil være fordelagtig ved store vanddybder, idet den giver relativt små momenter.

Med de tre ovenfor omtalte brudmåder vil man som regel kunne løse de fleste af de i praksis forekommende spunsvægsproblemer. Som det vil fremgå af de følgende eksempler, vil det dog af og til være nødvendigt at kombinere og supplere de omtalte brudmåder.

EKSEMPEL 12.1

Vi betragter igen den i forbindelse med figur 12.9 omtalte spunsvæg, idet vi nu tænker os, at en nærmere undersøgelse har vist, at det på den pågældende lokalitet ikke er muligt at etablere en forankringskonstruktion, som kan optage et større ankertræk end 80 kN/m.



Figur 12.10 Spunsvæg med eftergiveligt anker.

Da det af skemaet på figur 12.9 fremgår, at de tre gængse brudmåder alle fører til konstruktioner, hvor der skal optages større ankertræk end 80 kN/m, kan ingen af disse brudmåder umiddelbart anvendes ved dimensioneringen.

For at løse problemet vælger vi at udføre en forankring, som er således indrettet, at ankrene netop flyder for en kraft på 80 kN/m. Spunsvæggen kan herefter beregnes som en fri spunsvæg, idet vi blot ved denne beregning skal tilføje en ydre kraft af størrelsen 80 kN/m, som vist på figur 12.10. Den hertil svarende brudfigur er tidligere vist ved b) på figur 12.5.

Vi beregner først jordtrykkene over maksimalmomentpunktet, idet vi her anvender $\rho = 0$, $K_{\gamma}^x = 0,27$ og $K_{\gamma}^y = 4,1$ for højre side, og $\rho = 0$, $K_{\gamma}^x = 5,7$ og $K_{\gamma}^y = 1,5$ for venstre side.

Jordtryk på højre side:

$$\begin{aligned} \text{Kote } +2,0 & : e_1^x & = 0 & \text{ kN/m}^2 \\ \text{Kote } 0 & : e_1^x = 18 \cdot 2,0 \cdot 0,27 & = 9,7 & \text{ kN/m}^2 \\ \text{Kote } -8,0 & : e_1^x = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 8,0) 0,27 & = 31,3 & \text{ kN/m}^2 \\ \text{Kote } -(8 + h_4) & : e_1^x = (18 \cdot 2,0 + 10(8 + h_4)) 0,27 & = 31,3 + 2,7 h_4 & \end{aligned}$$

Jordtryk på venstre side:

$$\begin{aligned} \text{Kote } -8,0 & : e_2^x & = 0 & \text{ kN/m}^2 \\ \text{Kote } -(8 + h_4) & : e_2^x = 10 h_4 \cdot 5,7 & = 57 h_4 & \end{aligned}$$

Maksimalmomentet findes, hvor transversalkraften i spunsvæggen er lig nul:

$$\frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot 9,7 + \frac{1}{2} (9,7 + 31,3 + 2,7h_4) (8 + h_4) - 80 = \frac{1}{2} h_4 \cdot 57 h_4$$

Heraf findes:

$$h_4 = 2,52 \text{ m.}$$

Jordtrykkene i maksimalmomentpunktet bliver:

$$\text{Kote - 10,52 : } e_1^x = 31,3 + 2,7 \cdot 2,52 = 38,1 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Kote - 10,52 : } e_2^x = 57 \cdot 2,52 = 143,6 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Kote - 10,52 : } e_1^y = (18 \cdot 2,0 + 10(8,0 + 2,52)) \cdot 4,1 = 578,9 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Kote - 10,52 : } e_2^y = 10 \cdot 2,52 \cdot 1,5 = 37,8 \text{ kN/m}^2$$

Maksimalmomentet beregnes:

$$M = \frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot 9,7 (10,52 + \frac{1}{3} \cdot 2,0) + \frac{1}{2} \cdot 10,52^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 9,7 - 80 \cdot 10,52 + \frac{1}{2} \cdot 10,52^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 38,1 - \frac{1}{2} \cdot 2,52^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 143,6 = 175,5 \text{ kNm/m}$$

Differens-enhedsjordtrykkene findes:

$$\Delta e^x = e_2^x - e_1^x = 143,6 - 38,1 = 105,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\Delta e^y = e_1^y - e_2^y = 578,9 - 37,8 = 541,1 \text{ kN/m}^2$$

C_1 og C_2 beregnes af formel 12.8, idet $\delta_n = \varphi_n = 30^\circ$:

$$\left. \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \end{matrix} \right] = 1,0 + 0,1 \cdot 1,0 \mp \tan 30^\circ = \begin{matrix} 0,52 \\ 1,68 \end{matrix}$$

Den ekstra rammedybde Δh beregnes af formel 12.9:

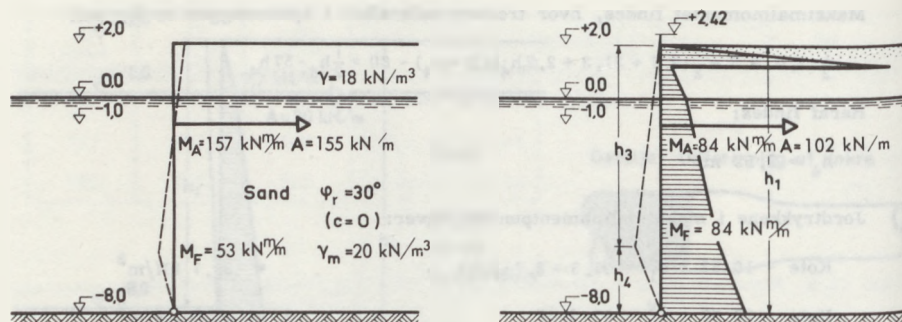
$$\Delta h = \left(\frac{1,68}{0,52} + \frac{541,1}{105,5} \right) : \sqrt{\frac{541,5}{2 \cdot 175,5} (2 \cdot \frac{1,68}{0,52} + \frac{541,1}{105,5} - 1)} = 2,07 \text{ m}$$

Spunsvæggen skal således gives rammedybden:

$$h_2 = 2,52 + 2,07 = 4,59 \text{ m.}$$

Resultatet af beregningerne er således, at der ved en ankerkraft $A = 80 \text{ kN/m}$ optræder et maksimalmoment i væggen af størrelsen $M = 176 \text{ kNm/m}$, samtidig med at væggen må gives en rammedybde $h_2 = 4,59 \text{ m}$. Ved en sammenligning med resultaterne i skemaet på figur 12.9 ses det, at vi for at kunne overholde kravet om et største ankertræk på 80 kN/m må kræve optaget et større maksimalmoment i væggen, samtidig med at den må gives en større rammedybde.

Forudsætningen om ankerets nominelle flydning ved 80 kN/m må naturligvis tilgodeses ved ankrenes konstruktive udformning. Til højre på figur 12.10 er vist, hvordan ankrene bør gives et kerneareal ved gevindet, som er passende større end tværsnitare-



Figur 12.11 Spunsvæg med et flydecharnier og eftergiveligt anker.

alet på ankrenes frie længde, således at ankrene får mulighed for at flyde, uden at der sker et pludseligt brud i gevindet.

EKSEMPEL 12.2

Der skal som vist til venstre på figur 12.11 opføres en forankret spunsvæg på en lokalitet, hvor jordbunden består af fjeld. Spunsvæggens fod faststøbes i fjeldet. Det kan påregnes, at der i fodpunktet kan overføres en vandret og lodret reaktion til fjeldet; der kan derimod ikke optages noget moment. Væggens øverste del fastholdes af et anker, der af udførelsesmæssige grunde ønskes placeret i kote - 1,0. Væggen bagfyldes med sand med de på figuren angivne parametre.

Indledningsvis gennemregnes den til venstre på figuren viste brudmåde med et flydecharnier og drejning af øverste vægdæl om forankringspunktet. Som resultat af beregningerne, som ikke skal gengives her, fås: Flydemoment $M_F = 53 \text{ kNm/m}$, moment i forankringspunktet $M_A = 157 \text{ kNm/m}$ og ankertræk $A = 155 \text{ kN/m}$. Det ses, at momentet omkring forankringspunktet er meget større end flydemomentet.

I henhold til det tidligere fremførte behøver væggen dog blot gives et sådant modstandsmoment, at der kan optages et moment svarende til flydemomentet 53 kNm/m . Dette er et meget beskedent moment for en spunsvæg at skulle optage. Ankertrækket på 155 kN/m vil derimod være relativt sværere at klare, hvorfor det ville være økonomisk fordelagtigt, om man kunne reducere ankertrækket på bekostning af momentet. En sådan reduktion kan opnås ved at regne med eftergiveligt anker, idet vi herved frit kan vælge beliggenheden af øverste vægdæls rotationscenter. Vi kan således beregne M_F , M_A og A som funktion af rotationscentrets beliggenhed og vælge den kombination af momenter og ankertræk, der giver den mest økonomiske konstruktion. I dette eksempel vil vi tilstræbe, at flydemomentet skal være lig med momentet om forankringspunktet, altså $M_F = M_A$.

På den øverste vægdæl (h_3 som angivet til højre på figur 12.11) regnes med den

sædvanlige trykfordeling med et trykspring. På den nederste vægdel regnes som en tilnærmelse med retliniet variation mellem værdien af jordtrykket i flydecharniet svarende til jordtrykkoeficienterne for øvre vægdel og værdien af jordtrykket i fodpunktet svarende til drejning om dette punkt. Det bemærkes, at denne tilnærmelse må betragtes som lige så berettiget som den i forbindelse med figur 12.7 benyttede tilnærmelse med et trykspring i nedre vægdels midtpunkt, og når der her er regnet med retliniet trykfordeling, skyldes det kun de rent beregningsmæssige lettelser, som herved er opnået.

Ved første gennemregning vælges øverste vægdels rotationscenters beliggenhed til kote + 2,0. Flydecharniet skønnes at ligge i kote - 5,5, hvilket medfører $h_3 = 7,5$ m og $h_4 = 2,5$ m.

For øvre vægdel fås:

$$\text{positiv rotation; } \rho = 1,0 \quad \xi = 0,89 \quad K_{\gamma}^x = 5,7 \quad K_{\gamma}^y = 0,23$$

For nedre vægdel fås:

$$\text{negativ rotation; } \rho = 0 \quad \xi = 0 \quad K_{\gamma}^x = 0,27$$

Trykspringets beliggenhed bliver $\xi \cdot h_3 = 0,89 \cdot 7,5 = 6,67$ m over flydecharniet, d. v. s. i kote + 1,17.

Jordtrykkene på væggen er:

$$\begin{aligned} \text{Kote } + 2,00 : e^x &= 0 \quad \text{kN/m}^2 \\ \text{Kote } + 1,17 : e^x &= 18 \cdot 0,83 \cdot 5,7 = 85,2 \quad \text{kN/m}^2 \\ \text{Kote } + 1,17 : e^y &= 18 \cdot 0,83 \cdot 0,23 = 3,4 \quad \text{kN/m}^2 \\ \text{Kote } 0 : e^y &= 18 \cdot 2,00 \cdot 0,23 = 8,3 \quad \text{kN/m}^2 \\ \text{Kote } - 1,00 : e^y &= (18 \cdot 2,00 + 10 \cdot 1,00) \cdot 0,23 = 10,6 \quad \text{kN/m}^2 \\ \text{Kote } - 5,50 : e^y &= (18 \cdot 2,00 + 10 \cdot 5,50) \cdot 0,23 = 20,9 \quad \text{kN/m}^2 \\ \text{Kote } - 8,00 : e^x &= (18 \cdot 2,00 + 10 \cdot 8,00) \cdot 0,27 = 31,3 \quad \text{kN/m}^2 \end{aligned}$$

Moment om forankringspunktet for den overliggende del af væggen giver:

$$\begin{aligned} M_A &= \frac{1}{2} \cdot 85,2 \cdot 0,83 \left(2,17 + \frac{1}{3} \cdot 0,83 \right) + \frac{1}{2} \cdot 3,4 \cdot 1,17 \left(1,00 + \frac{2}{3} \cdot 1,17 \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot 8,3 \cdot 1,17 \left(1,00 + \frac{1}{3} \cdot 1,17 \right) + \frac{1}{2} \cdot 8,3 \cdot 1,0^2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot 10,6 \cdot 1,0^2 \cdot \frac{1}{3} \\ &= 101,5 \quad \text{kNm/m} \end{aligned}$$

Moment om forankringspunktet for hele den øverste vægdel (h_3) giver:

$$M_O = -101,5 + \frac{1}{2} \cdot 10,6 \cdot 4,5^2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot 20,9 \cdot 4,5^2 \cdot \frac{2}{3} = 75,3 \quad \text{kNm/m}$$

Moment om fodpunktet for den nederste vægdel (h_4) giver:

$$M_u = \frac{1}{2} \cdot 20,9 \cdot 2,5^2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot 31,3 \cdot 2,5^2 \cdot \frac{1}{3} = 76,1 \quad \text{kNm/m}$$

Ankertrækket findes ved at tage moment om flydecharniet eller ved at projicere på vandret for den øverste vægdel:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{4,5} \left[\frac{1}{2} \cdot 85,2 \cdot 0,83 \cdot (6,67 + \frac{1}{3} \cdot 0,83) + \frac{1}{2} \cdot 3,4 \cdot 1,17 \cdot (5,50 + \frac{2}{3} \cdot 1,17) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot 8,3 \cdot 1,17 \cdot (5,50 + \frac{1}{3} \cdot 1,17) + \frac{1}{2} \cdot 8,3 \cdot 5,5^2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot 20,9 \cdot 5,5^2 \cdot \frac{1}{3} + 75,3 \right] \\
 &= 120 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Som det ses, er $M_o \approx M_u$, d. v. s. flydecharnierets beliggenhed er skønnet korrekt. Med øverste vægdels rotationscenter i kote + 2,0 fås altså: $M_F = 76 \text{ kNm/m}$; $M_A = 101 \text{ kNm/m}$ og $A = 120 \text{ kN/m}$.

Dernæst gennemføres beregningen for rotationscentret beliggende i kote + 3,0. Denne beregning, som ikke skal gengives her, fører til følgende resultat: $M_F = 96 \text{ kNm/m}$; $M_A = 62 \text{ kNm/m}$ og $A = 78 \text{ kN/m}$.

Ved lineær interpolation mellem de to sæt resultater fås, at med øverste vægdels rotationscenter beliggende i kote + 2,42 er $M_F = M_A = 84 \text{ kNm/m}$ og $A = 102 \text{ kN/m}$. Sammenlignes disse værdier med de tidligere fundne (svarende til brudfiguren til venstre på figur 12.11), nemlig $M_F = 53 \text{ kNm/m}$, $M_A = 157 \text{ kNm/m}$ og $A = 155 \text{ kN/m}$, ses at vi nu har en mere økonomisk konstruktion.

Den her viste beregning forudsætter imidlertid, at ankeret virkelig er eftergiveligt og således flyder for en kraft lig det nominelle ankertræk. Derfor skal ankeret udføres som tidligere angivet til højre på figur 12.10 med et passende stort kerneareal ved gevindet.

EKSEMPEL 12.3

Den på figur 12.12 viste spunsvæg med aflastningsplade skal dimensioneres. Spunsvæggen regnes foroven indspændt i aflastningspladen, medens dens fod faststøbes i fjeldet, hvor der ikke kan påregnes optaget noget moment. Aflastningspladen understøttes af pæle, som ikke er vist på figuren.

Aflastningspladens reducerende virkning på jordtrykkene kan for simpelheds skyld forudsættes at være fuldstændig ned til det punkt (kote - 6,0), hvor spunsvæggen træffes af en linie under 45° gennem aflastningspladens bagkant. Under dette punkt antages den ingen virkning at have. Dette vil sige, at der over kote - 6,0 regnes med nyttebelastning nul på "jordoverfladen" (i kote + 0,25) under aflastningspladen, medens der under kote - 6,0 regnes med en "nyttelast" svarende til den lodrette effektive spænding i kote + 0,25 i jorden bag aflastningspladen (heri inkluderes eventuel virkelig nyttelast på jordoverfladen i kote + 2,0).

Ved beregningerne forudsættes, som vist på figuren, dannet to flydecharnierer; et i væggens toppunkt (ved indspændingen i aflastningspladen) og et i nærheden af væggens fodpunkt. På den øverste vægd h_3 regnes med den sædvanlige trykfordeling med et trykspring. På den øverste halvdel af nedre vægd h_4 vælger vi af regningsmæssige grunde at bestemme jordtrykket tilnærmet svarende til jordtrykkoeficienterne for øvre vægd, medens det på den nedre halvdel bestemmes svarende til en drejning om fodpunktet.

Ved førsie gennemregning skønnes det nederste flydecharniers beliggenhed til kote - 5,5, hvilket medfører $h_3 = 5,75 \text{ m}$ og $h_4 = 2,5 \text{ m}$.

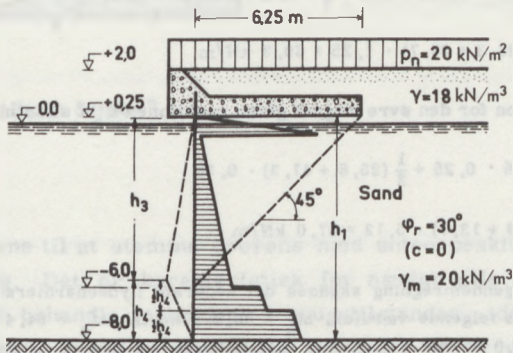
For øvre vægdel fås:

positiv rotation; $\rho = 1$ $K_{\gamma}^x = 5,7$ $K_{\gamma}^y = 0,23$ $K_p^y = 0,17$ og
 $\xi = 0,89$

For nedre vægdel fås:

negativ rotation; $\rho = 0$ $K_{\gamma}^x = 0,27$ $K_p^x = 0,27$

Trykspringet for den øvre vægdel ligger $\xi \cdot h_3 = 0,89 \cdot 5,75 = 5,12$ m over det nederste flydecharnier, d. s. v. i kote - 0,38.



Figur 12.12 Spunsvæg med aflastningsplade.

Jordtrykkene bliver:

Kote + 0,25: e^x	= 0	kN/m^2
Kote 0 : $e^x = 18 \cdot 0,25 \cdot 5,7$	= 25,6	kN/m^2
Kote - 0,38: $e^x = (18 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,38) \cdot 5,7$	= 47,3	kN/m^2
Kote - 0,38: $e^y = (18 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,38) \cdot 0,23$	= 1,9	kN/m^2
Kote - 5,50: $e^y = (18 \cdot 0,25 + 10 \cdot 5,50) \cdot 0,23$	= 13,7	kN/m^2
Kote - 6,00: $e^y = (18 \cdot 0,25 + 10 \cdot 6,00) \cdot 0,23$	= 14,8	kN/m^2
Kote - 6,00: $e^y = (18 \cdot 0,25 + 10 \cdot 6,00) \cdot 0,23 + (18 \cdot 1,75 + 20) \cdot 0,17$	= 23,6	kN/m^2
Kote - 6,75: $e^y = (18 \cdot 0,25 + 10 \cdot 6,75) \cdot 0,23 + (18 \cdot 1,75 + 20) \cdot 0,17$	= 25,4	kN/m^2
Kote - 6,75: $e^x = (18 \cdot 0,25 + 10 \cdot 6,75) \cdot 0,27 + (18 \cdot 1,75 + 20) \cdot 0,27$	= 33,3	kN/m^2
Kote - 8,00: $e^x = (18 \cdot 0,25 + 10 \cdot 8,00) \cdot 0,27 + (18 \cdot 1,75 + 20) \cdot 0,27$	= 36,7	kN/m^2

Ved at tage moment om det øverste flydecharnier fås:

$$2 M_O = \frac{1}{2} \cdot 25,6 \cdot 0,25^2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot 25,6 \cdot 0,38 \left(0,25 + \frac{1}{3} \cdot 0,38\right) + \frac{1}{2} \cdot 47,3 \cdot 0,38 \left(0,25 + \frac{2}{3} \cdot 0,38\right) + \frac{1}{2} \cdot 1,9 \cdot 5,12 \left(0,63 + \frac{1}{3} \cdot 5,12\right) + \frac{1}{2} \cdot 13,7 \cdot 5,12 \left(0,63 + \frac{2}{3} \cdot 5,12\right) = 127,3 \text{ kNm/m}$$

$$M_O = 63,6 \text{ kNm/m}$$

Moment om spunsvæggens fodpunkt giver:

$$\begin{aligned} M_u &= \frac{1}{2} \cdot 13,7 \cdot 0,50 \cdot (2,00 + \frac{2}{3} \cdot 0,50) + \frac{1}{2} \cdot 14,8 \cdot 0,50 (2,00 + \frac{1}{3} \cdot 0,50) \\ &+ \frac{1}{2} \cdot 23,6 \cdot 0,75 (1,25 + \frac{2}{3} \cdot 0,75) + \frac{1}{2} \cdot 25,4 \cdot 0,75 (1,25 + \frac{1}{3} \cdot 0,75) \\ &+ \frac{1}{2} \cdot 33,3 \cdot 1,25^2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot 36,7 \cdot 1,25^2 \cdot \frac{1}{3} = 72,5 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

Vandret projektion for den nedre vægdel giver reaktionen R_u i fjeldet:

$$\begin{aligned} R_u &= \frac{1}{2} \cdot (13,7 + 14,8) \cdot 0,5 + \frac{1}{2} \cdot (23,6 + 25,4) \cdot 0,75 \\ &+ \frac{1}{2} \cdot (33,3 + 36,7) \cdot 1,25 = 69,3 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Vandret projektion for den øvre vægdel giver reaktionen R_o i aflastningspladen:

$$\begin{aligned} R_o &= \frac{1}{2} \cdot 25,6 \cdot 0,25 + \frac{1}{2} (25,6 + 47,3) \cdot 0,38 \\ &+ \frac{1}{2} (1,9 + 13,7) \cdot 5,12 = 57,0 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

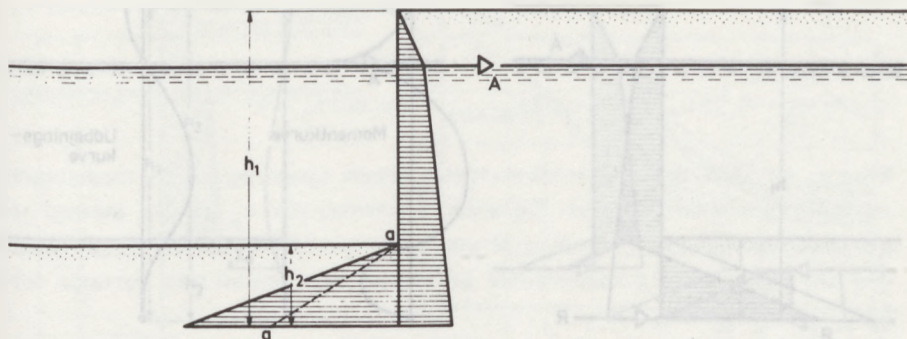
Ved anden gennemregning skønnes det nederste flydecharniers beliggenhed til kote - 6,0. Herved fås følgende værdier: $M_o = 86,2$ kNm/m, $M_u = 54,4$ kNm/m, $R_u = 60,1$ kN/m og $R_o = 66,8$ kN/m. Ved lineær interpolation mellem de to sæt resultater, fås at konstruktionen skal dimensioneres for $M_F = 68$ kNm/m, $R_o = 59$ kN/m og $R_u = 67$ kN/m.

12.4 Andre metoder for forankrede spunsvægge

Forankrede spunsvægge blev indtil omkring århundredskiftet udført af tømmer. Dimensioneringen blev foretaget på grundlag af visse erfaringsregler. I tiden omkring århundredskiftet medførte den øgede industrialisering, at skibenes størrelse blev forøget, og hermed opstod behovet for at bygge vandbygningskonstruktioner med større vanddybde. For at tilgodese dette behov måtte nye materialer tages i anvendelse, og hermed kom såvel stålsponsvægge som jernbetonsponsvægge ind i billedet.

Der er i tidens løb udviklet talrige metoder til dimensionering af stålv og jernbetonsponsvægge.

Det er et fællestræk ved de fleste af disse metoder, at man beregner de på væggen virkende aktive og passive jordtryk efter Coulomb's jordtrykteori. Da dette normalt fører til uøkonomiske konstruktioner, må de på grundlag heraf beregnede momenter, rammedybder, m.v. i henhold til de forskellige metoder påføres visse korrektioner. På denne måde



Figur 12.13 "Free-Earth Support".

bringes resultaterne til at stemme overens med enten praktiske erfaringer eller modellforsøg. Det er karakteristisk for næsten alle disse metoder, at de angiver at behandle forholdene i brugstilstanden, idet det dog skal bemærkes, at det ikke synes særligt logisk at basere en beregning i brugstilstanden på Coulomb's jordtryksteori, der jo er en brudteori.

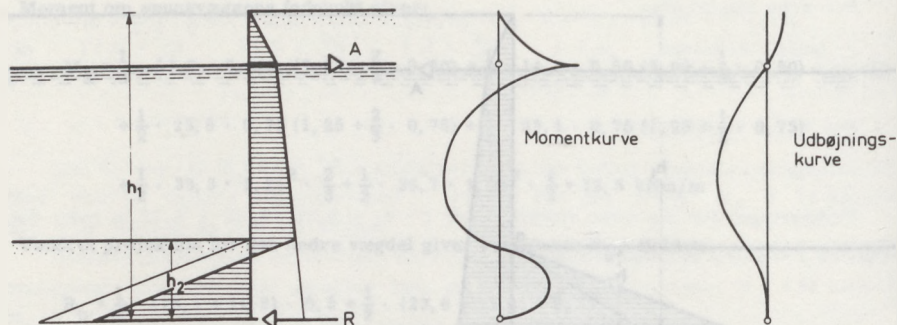
I det følgende skal gives en kort gennemgang af nogle af de mest anvendte metoder til beregning af forankrede spunsvægge.

"FREE-EARTH SUPPORT" METODE.

Denne metode forudsætter, at såvel forankringen som jorden foran væggen giver efter på sådan måde, at der i jorden bagved og foran væggen udvikles henholdsvis aktivt og passivt jordtryk i henhold til Coulomb's jordtryksteori.

Metoden skal i det følgende gennemgås for det tilfælde, at jorden består af sand.

I henhold til figur 12.13 udregnes indledningsvis jordtrykkene på væggens to sider, idet man dog herved må indføre væggens rammedybde h_2 som ubekendt. Derefter opstilles momentligningen omkring forankringspunktet for de på væggen virkende jordtryk. Denne momentligning fører til en 3. grads ligning i h_2 , som således kan findes. Herefter kan man ved simpel vandret projektion finde ankerkraften A , og man kan endelig ved at



Figur 12.14 "Fixed-Earth Support", grafisk integration.

opsøge transversalkraftnulpunktet bestemme det maksimale moment i væggen.

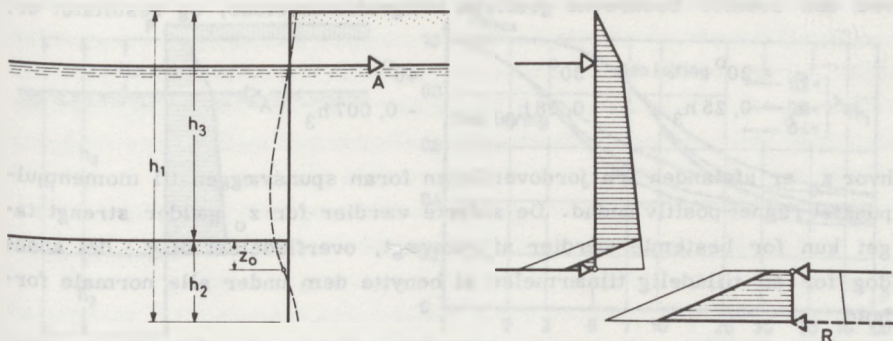
"Free-Earth Support" metoden anvendes normalt ikke i forbindelse med partialkoefficientsystemet. Sikkerheden indføres enten ved, at man kun tager en del af det passive jordtryk i regning (således som eksempelvis vist ved linien a-a på figur 12.13) eller ved, at man simpelthen forøger den uden sikkerhed beregnede rammedybde med ca. 20-50%.

Ved "Free-Earth Support" metoden beregner man ofte de aktive og passive jordtryk under antagelse af glat væg, hvilket i henhold til figur 11.14 ses at være på den sikre side.

"Free-Earth Support" metoden har tidligere været meget anvendt til dimensionering af forankrede spunsvægge. Med visse modifikationer, foretaget af bl. a. H. Blum (1950), anvendes metoden stadig i stor udstrækning i Vesttyskland. Som det senere skal omtales, danner "Free-Earth Support" metoden grundlaget for den af P.W. Rowe udviklede momentreduktionsmetode.

'FIXED-EARTH SUPPORT' METODE.

Denne metode forudsætter, at væggenes forankringspunkt er ueftergiveligt, og metoden tager i øvrigt sigte på at ramme spunsvæggen så dybt, at væggenes fodpunkt fastholdes af den omliggende jord. De på væggen virkende jordtryk forudsættes at kunne beregnes i henhold til Coulomb's jord-



Figur 12.15 "Fixed-Earth Support", bjælke-substitution.

tryksteori, idet den passive reaktion nederst på bagsiden dog ækvivaleres med en enkelkraft R . Metoden skal i det følgende gennemgås for det tilfælde, at jorden består af sand.

Dimensioneringen kan foretages enten ved grafisk integration af væggenes momentkurve eller ved den såkaldte bjælke-substitutionsmetode.

Anvendes grafisk integration, indledes dimensioneringen med et skøn over rammedybden h_2 , hvorefter jordtrykkene på væggen beregnes, således som vist på figur 12.14. På grundlag heraf konstrueres et diagram for væggenes bøjningsmomenter, som benyttes til konstruktion af væggenes udbøjningslinie, idet man begynder ved fodpunktet, hvor udbøjningen i henhold til forudsætningerne skal være nul. Udbøjningslinien skal endvidere gå gennem forankringspunktet, som er forudsat ueftergiveligt; hvis dette ikke er tilfældet, må rammedybden h_2 skønnes om, og beregningerne gentages, indtil tilfredsstillende overensstemmelse er opnået.

Anvendelse af grafisk integration er normalt ret besværlig, hvorfor man ofte anvender den såkaldte bjælke-substitutionsmetode. Ved denne metode udnyttes man det faktum, at spunsvæggen har to vendepunkter på udbøjningskurven, således som det fremgår af figur 12.15. Da disse vendepunkter svarer til momentnulpunkter, kan man ved hjælp af det nedre vendepunkt dele væggen op i to del-bjælker, hvorimellem der kun overføres forskydning.

Beliggenheden af det nedre vendepunkt er af K. Terzaghi (1943) bestemt som funktion af fyldens friktionsvinkel. Bestemmelsen er foretaget

ved den ovenfor beskrevne grafiske integrationsmetode, og resultatet er:

$$\begin{array}{ccc} \varphi = 20^\circ & 30^\circ & 40^\circ \\ z_0 = 0,25 h_3 & 0,08 h_3 & - 0,007 h_3 \end{array}$$

hvor z_0 er afstanden fra jordoverfladen foran spunsvæggen til momentnulpunktet regnet positiv nedad. De anførte værdier for z_0 gælder strengt taget kun for bestemte værdier af rumvægt, overfladelast m. v.; det anses dog for en tilladelig tilnærmelse at benytte dem under alle normale forhold.

Selve dimensioneringen kan nu foretages på følgende måde. Først optegnes jordtrykkene på væggen, således som vist på figur 12.15, og det nederste vendepunkt bestemmes af tabellen. For den øvre del-bjælke bestemmes derefter tværkraften i vendepunktet ved at tage moment af de på væggen virkende jordtryk omkring forankringspunktet. På grundlag af den herved beregnede tværkraft bestemmes herefter den nødvendige højde af nederste bjælkedel ved at tage moment om væggens fodpunkt, idet man herved som nævnt har forudsat, at den passive reaktion på væggens bagside kan ækvivaleres med en enkeltkraft R gennem væggens fodpunkt, således som vist på figur 12.15.

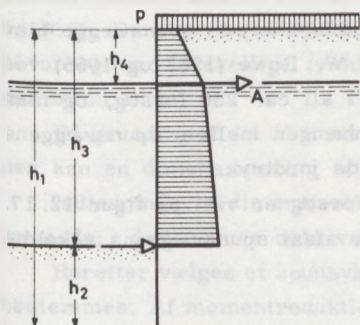
Heller ikke "Fixed-Earth Support" metoden anvendes normalt i forbindelse med partialkoefficientsystemet. Sikkerheden kan enten indføres ved, at det passive jordtryk kun tages i regning med mellem 50% og 70% af dets beregnede Coulomb-værdi, eller ved at den uden sikkerhed beregnede rammedybde h_2 forøges med mellem 20% og 40%.

"Fixed-Earth Support" metoden har tidligere været meget benyttet i USA til dimensionering af forankrede spunsvægge. Metoden er her til dels afløst af Tschobotarioff's metode, som vil blive omtalt i det følgende.

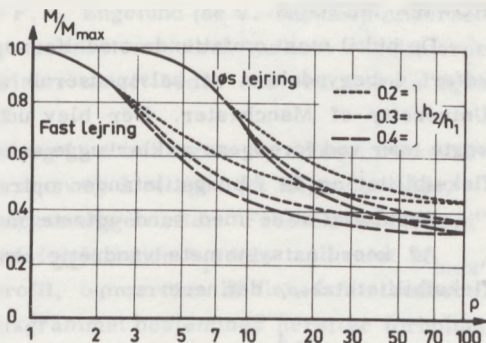
TSCHEBOTARIOFF'S METODE.

I årene umiddelbart efter den anden verdenskrig udførtes ved Princeton University en række omfattende modelforsøg med forankrede spunsvægge. På grundlag af resultaterne af disse forsøg har G. Tschobotarioff (1948, 1949 og 1951) foreslået følgende dimensioneringsmetode for spunsvægge i sand.

Som vist på figur 12.16 vælges rammedybden h_2 indledningsvis til $h_2 = 0,43 h_3$, idet forsøgene har vist, at man for denne rammedybde kan påregne, at der i væggen opstår et momentnulpunkt i højde med jordoverfladen foran væggen. Væggen kan derefter beregnes som en bjælke, der er



Figur 12.16 Tschebotarioff's metode



Figur 12.17 Resultatet af Rowe's forsøg

simpelt understøttet i ankerpunktet og i momentnulpunktet. Det aktive jordtryk e^a kan i henhold til Tschebotarioff's metode beregnes efter formlen:

$$e^a = \frac{1}{3} \gamma h k_1 \left(1 - \frac{h_4}{h_3 k_2} \right) + \frac{1}{4} p, \quad (12.11)$$

hvor γ er jordens rumvægt, og p er overfladelasten, medens h_3 og h_4 er vist på figur 12.16. Koefficienten k_1 skal tage hensyn til virkningen af vægfriktionen og kan normalt sættes lig 0,9. k_2 skal tage hensyn dels til kapillaritet og dels til det "passive" jordtryk over ankerpunktet. Tschebotarioff anbefaler at sætte k_2 lig 3,5.

Væggen dimensioneres for det på grundlag af ovenstående jordtryk beregnede maksimale moment, idet der dog tillades tilladelige spændinger, som er 33% større end sædvanlig.

For ankrene tillades en sådan forhøjelse af de tilladelige spændinger dog ikke, og ankrene skal endvidere ikke dimensioneres for den ved beregningerne fundne ankerkraft A , men for en større ankerkraft A' , som bestemmes af:

$$\frac{A}{A'} = k_3 \left(1 - \frac{h_4}{h_3 k_2} \right), \quad (12.12)$$

hvor k_3 er en koefficient, som højst må sættes til 0,1.

Det vil af ovenstående fremstilling fremgå, at Tschebotarioff's metode nærmest må betegnes som en modificeret "Fixed-Earth Support" metode.

ROWE's METODE.

De hidtil mest omfattende modellforsøg med forankrede spunsvægge blev udført i begyndelsen af halvtredserne af P.W. Rowe (1952 og 1955) ved University of Manchester. Der blev udført i alt ca. 250 forsøg, og man søgte især ved forsøgene at klarlægge sammenhængen mellem spunsvæggens fleksibilitet og de i brugstilstanden optrædende jordtryk.

Resultatet af de med sand udførte modellforsøg er vist på figur 12.17.

Ad koordinatsystemets vandrette akse er afsat spunsvæggens såkaldte fleksibilitetstal ρ , defineret som

$$\rho = \frac{\bar{\gamma} h_1^4}{EI} \quad (12.13)$$

hvor $\bar{\gamma}$ er jordens effektive rumvægt, h_1 er spunsvæggens totale højde, E er vægmaterialets elasticitetsmodul, og I er væggens inertimoment pr. længdeenhed. ρ er et udtryk for væggens stivhed; jo mindre ρ jo stivere væg.

Ad koordinatsystemets lodrette akse er afsat momentreduktionsforholdet M/M_{\max} , hvor M er det største i væggen optrædende moment (målt ved forsøget), og M_{\max} er det (største) i væggen optrædende moment beregnet på grundlag af "Free-Earth Support" metoden.

Af diagrammet fremgår det, at man for meget stive spunsvægge (lille ρ -værdi) ikke opnår nogen reduktion i momentet i spunsvæggen. For meget bøjelige vægge (stor ρ -værdi) kan man derimod opnå, at den aflastning, der sker, når væggen bøjer ud, reducerer de i væggen optrædende momenter til indtil ca. 1/3 af de momenter, der beregnes på grundlag af simpelt Coulomb's jordtryk. Man har længe før udførelsen af Rowe's forsøg kendt til den pågældende aflastning, og det er eksempelvis denne aflastning, som optrådte i form af den såkaldte aflastningsparabel i forbindelse med beregning af jordtryk på forankrede spunsvægge i de ældre danske Funderingsnormer fra 1923. Aflastningen blev tidligere tilskrevet en vis form for buevirkning i jorden bag spunsvæggen. Rowe's forsøg synes dog at vise, at aflastningen snarere skyldes, at en udbøjning af væggen vil løfte resultanten af det passive jordtryk og herved nedsætte spunsvæggens "spændvidde" med en momentreduktion til følge. Denne iagttagelse synes yderligere bekræftet af Tschebotarioff's forsøg.

(Det skal bemærkes, at fleksibilitetstallet ρ ikke i Rowe's egen fremstilling af forsøgsresultaterne er identisk med det ved formel 12.13 definerede ρ , idet Rowe som fleksibilitetstal anvender størrelsen h_1^4/EI , som ikke er dimensionsløs. Med den ved formel 12.13 givne definition af flek-

sibilitetstallet, som er foreslået af F. A. Engelund (se V. Mandrup Andersen og H. F. Burcharth (1968)) bliver overensstemmelsen mellem resultaterne af forsøg med forskellige fyldmaterialer meget bedre end ved Rowe's egen definition.)

På grundlag af det af Rowe's forsøg fundne diagram for momentreduktioner kan en dimensionering af en spunsvæg foretages på følgende måde.

Indledningsvis dimensioneres spunsvæggen efter "Free-Earth Support" metoden; dette giver dels væggenes totale højde h_1 dels momentet M_{\max} .

Herefter vælges et spunsvægsprofil, og værdien af fleksibilitetstallet ρ bestemmes. Af momentreduktionsdiagrammet bestemmes herefter forholdet M/M_{\max} og det i væggen virksomme moment M (for det pågældende spunsvægsprofil) kan nu beregnes.

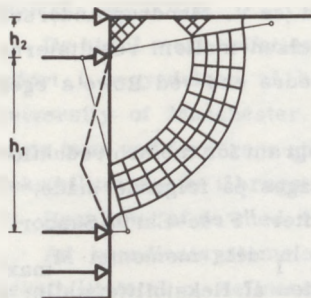
For det pågældende spunsvægsprofil beregnes endelig på grundlag af den tilladelige flydespænding det tilladelige moment M_{till} . Såfremt M_{till} netop er lig det i væggen virksomme moment M , er beregningen afsluttet; hvis ikke må man skønne et andet spunsvægsprofil og regne om, indtil tilfredsstillende overensstemmelse er opnået.

Rowe's momentreduktionsmetode har vundet stor udbredelse til dimensionering af forankrede spunsvægge. Den anvendes først og fremmest i den angelsaksiske verden, men bliver også i vid udstrækning benyttet på det europæiske kontinent, f. eks. i de andre skandinaviske lande. Metoden må i dag betragtes som den bedste til undersøgelse af spunsvægge i brugsstadiet. Hvis man derfor har at gøre med f. eks. en jernbetonspunsvæg, som er følsom overfor udbøjninger, må det anbefales at benytte Rowe's metode til vurdering af deformationerne, selvom spunsvæggen iøvrigt er dimensioneret efter Brinch Hansen's metode.

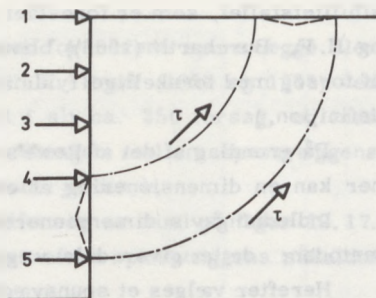
12.5 Afstivede spunsvægge

En afstivet spunsvæg er karakteriseret ved, at den i vandret retning er understøttet af mindst en og normalt flere over hinanden liggende rækker afstivninger. Forneden kan spunsvæggen være rammet et stykke ned under bunden af udgravningen, således at den her understøttes af jorden, men dette behøver ikke være tilfældet.

Ved dimensioneringen af en forankret spunsvæg vil opgaven være at bestemme dels det største moment, der optræder i væggen, og dels det tryk, der optræder i de forskellige afstivninger.



Figur 12.18 Brudfigur for afstivet spunsvæg for $\varphi = 0$ og glat væg.



Figur 12.19 Brudmekanisme for afstivet spunsvæg.

Såfremt spunsvæggen kun er forsynet med en række afstivninger, og såfremt væggen samtidig er rammet et stykke under udgravningens bund, kan konstruktionen beregnes og dimensioneres som en almindelig forankret spunsvæg efter de i afsnit 12.3 eller 12.4 angivne principper.

Hvis spunsvæggen derimod er forsynet med flere rækker afstivninger, kan ingen af de hidtil nævnte metoder direkte anvendes. Foretages en beregning efter plasticitetsteorien, vil man i princippet kunne tænke sig, at konstruktionen svigter enten ved en eftergiven af en eller flere afstivninger eller ved, at der opstår flydning i selve væggen - eller eventuelt ved en kombination af disse muligheder. Såfremt vi ønsker at beregne konstruktionen for en brudmåde, hvor een eller flere afstivninger svigter, må vi, som det blev demonstreret i eksempel 12.1, drage omsorg for, at der virkelig kan ske vandrette plastiske bevægelser af væggenes understøtningspunkt ved den eller de pågældende afstivninger. Da de vandrette afstivninger i praksis normalt udføres som trykstænger (vandrette søjler), vil disse imidlertid svigte ved et stabilitetsbrud (udknækning), som kan betragtes som et elastisk fænomen - hvorunder plastiske bevægelser ikke kan tolereres. Som følge heraf kan beregningen af en afstivet spunsvæg ikke foregå efter plasticitetsteorien, med mindre afstivningerne forudsættes ueftergivelige.

Hvad angår en svigten fremkaldt ved en flydning i selve væggen, er en plasticitetsteoretisk beregning baseret på denne svigten i princippet mulig, idet en sådan beregning må baseres på en brudfigur, som er såvel

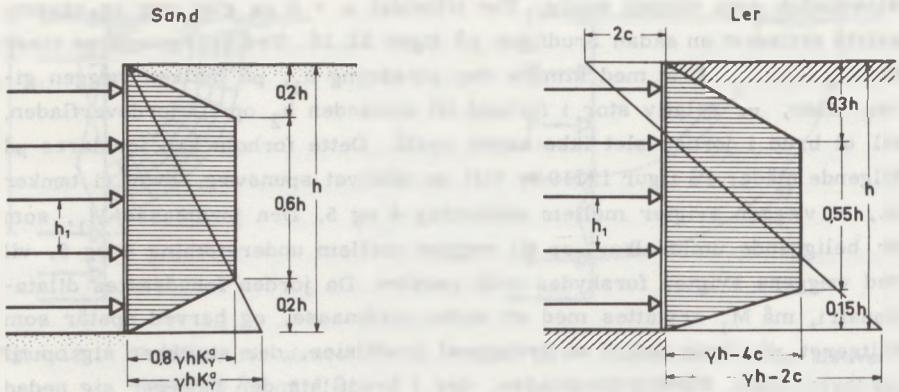
kinematisk som statisk mulig. For tilfældet $\varphi = 0$ og glat væg er eksempelvis skitseret en sådan brudfigur på figur 12.18. Ved beregningerne viser det sig imidlertid, at med mindre den strækning h_1 , på hvilken væggen giver efter, er relativ stor i forhold til afstanden h_2 op til jordoverfladen, vil et brud i jorden slet ikke kunne opstå. Dette forhold kan forklares på følgende måde: På figur 12.19 er vist en afstivet spunsvæg, hvor vi tænker os, at væggen svigter mellem afstivning 4 og 5. Den jordmasse M_1 , som er beliggende umiddelbart op til væggen mellem understøtning 4 og 5, vil ved væggens svigten forskydes mod venstre. Da jorden forudsættes dilatationsfri, må M_1 erstattes med en anden jordmasse, og herved opstår som skitseret på figur 12.19 et system af brudlinier, der strækker sig op til jordoverfladen. På den jordmasse, der i brudtilstanden bevæger sig nedad mod væggen, vil der virke opadrettede forskydningssspændinger. Såfremt jordens styrke ikke er ekstraordinær lille, eller afstanden op til jordoverfladen er forholdsvis kort, vil forskydningsmodstanden normalt være så stor, at den forhindrer denne type brud i at opstå.

Som det fremgår af ovenstående har vi - i hvert fald med vor nuværende geotekniske viden - ikke mulighed for at dimensionere afstivede spunsvægge på grundlag af plasticitetsteoretiske beregninger. Da endvidere elasticitetsteorien ikke har vist sig anvendelig ved jordtryksproblemer, resterer kun den mulighed at basere dimensioneringen på empiriske metoder, af hvilke der da også i tidens løb er udviklet et stort antal.

De fleste af de empiriske metoder bygger på iagttagelser, som er foretaget i forbindelse med praktiske udførelser af byggegruber. Under bygningen af undergrundsbanerne i Chicago og Berlin blev således foretaget talrige observationer, som bl. a. er lagt til grund for den af K. Terzaghi og R. B. Peck (1948) foreslåede beregningsmetode. Ifølge denne metode regnes der, som vist på figur 12.20, med en trapezformet fordeling af jordtrykket over væggens højde. Det maksimale enhedsnormaljordtryk kan for sand angives som:

$$e = 0,8 \gamma h K_{\gamma}^a$$

hvor K_{γ}^a er den til aktivt zonebrud svarende jordtrykskoefficient. Værdien af K_{γ}^a bør normalt svare til glat væg, men der kan for vægge, som er i stand til at optage tangentialjordtryk, regnes med en værdi af K_{γ}^a svarende til en vægfriktionsvinkel på indtil ca. 20° . Det skal i øvrigt bemærkes, at det maksimale enhedsnormaljordtryk for sand (til venstre på figur 12.20) kun svarer til 80% af den maksimale værdi ved aktivt zonebrud, hvorimod



Figur 12.20 Jordtryksfordeling for afstivet spunsvæg.

SKAL REGNES SOM QVATE LØBGE.

det totale jordtryk på væggen overstiger værdien af totaljordtrykket ved aktivt zonebrud med 28%.

For ler kan det maksimale enhedsnormaljordtryk tilsvarende angives som:

$$e = \gamma h - 4c$$

Det skal slås fast, at de på figur 12.20 viste jordtryksfordelinger er fundet ved målinger på afstivede spunsvægge i praksis, hvorfor fordelingen svarer til et "brugsjordtryk" og ikke til hverken et brud- eller hvilejordtryk. I konsekvens heraf bør der ved beregningen af momentet i spunsvæggen regnes efter elasticitetsteorien. Såfremt afstanden h_1 mellem afstivningerne er lille i forhold til væggens totale højde h (d.v.s. såfremt antallet af afstivninger er 4 eller mere) kan momentet i væggen følgelig tilnærmet beregnes af formlen:

$$M = \frac{1}{12} e h_1^2$$

Svarende hertil findes trykket i afstivningerne som:

$$P = e h_1$$

Såfremt antallet af afstivninger er mindre end 4, må der ved beregningen af momenterne i væggen og trykket i afstivningerne tages specielt

hensyn til afstivningernes placering.

Der findes i faglitteraturen angivet et stort antal forskellige diagrammer for jordtryksfordelingen på afstivede spunsvægge (Janbu, Bjerrum og Kjærnsli (1956), Bjerrum (1961), Endo (1963) Klenner (1941), Lehmann (1942) og Tschobotarioff (1951)). Ingen af disse jordtryksfordelinger fører dog til resultater, som er væsentligt forskellige fra de ovenfor angivne, hvorfor de ikke skal gengives her.

Det skal til slut nævnes, at Brinch Hansen (1953), på grundlag af en iagttagelse af Terzaghi og Peck (1948), har angivet en beregningsmetode for afstivede spunsvægge, der bygger på forudsætningen, om at væggen - som konsekvens af udførelsesmetoden - vil undergå deformationer, der svarer til en drejning af væggen som et hele omkring øverste afstivning. Det til denne bevægelse svarende totale jordtryk fordeles retliniet over væggens højde på en sådan måde, at det totale jordtryks størrelse og angrebepunkt ikke ændres. Den nævnte metode, der til en vis grad søger at tage hensyn til både væggens plastiske og elastiske egenskaber, fører normalt til resultater, som ligger tæt op ad de resultater, man kommer til ved anvendelsen af de på figur 12.20 angivne trykfordelinger.

Litteratur

REFERENCER

- Andersen, V. Mandrup og H.F. Burcharth (1968): Havnebygning og Kystteknik, Den private Ingeniørfond, København, 1968.
- Bjerrum, L. (1961): Discussion, Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech., Vol. 3, p. 319, Paris, 1961.
- Blum, H. (1950): Beitrag zur Berechnung von Bohlwerken, Bautechnik No. 2, p. 45, 1950.
- Endo, M. (1963): Earth Pressure in the Excavation Work of Alluvial Clay Stratum, Proc. Int. Conf. Soil Mech., p. 21, Budapest, 1963.
- Hansen, J. Brinch (1953): Earth Pressure Calculation, Teknisk Forlag, København, 1953.
- Janbu, N., L. Bjerrum og B. Kjærnsli (1956): Veiledning ved løsning av fundamenteringsopgaver, Norges Geotekniske Instituts Bulletin Nr. 16, Oslo, 1956.
- Klenner, C. (1941): Versuche über die Verteilung des Erddruckes über die Wände ausgesteifter Baugruben, Bautechnik No. 29, p. 316, 1941.

- Lehmann, H. (1942): Die Verteilung des Erdangriffs an einer oben drehbar gelagerten Wand, Bautechnik No. 31-32, p. 273, 1942.
- Rowe, P.W. (1952): Anchored Sheet-Pile Walls, Proc. Inst. Civil Eng., Vol. I, Jan. and Sept. 1952.
- Rowe, P.W. (1955): Theoretical and Experimental Investigation of Sheet-Pile Walls, Journ. Inst. Civil Eng., Jan. 1955.
- Terzaghi, K. (1943): Theoretical Soil Mechanics, John Wiley, New York, 1943.
- Terzaghi, K. and R. B. Peck (1948): Soil Mechanics in Engineering Practice, John Wiley, New York, 1948.
- Tschebotarioff, G. P. (1948): Large-Scale Model Earth Pressure Tests on Flexible Bulkheads, Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., Jan. 1948.
- Tschebotarioff, G. P. (1949): Final Report on Large-Scale Model Earth Pressure Tests on Flexible Bulkheads, Princeton, 1949.
- Tschebotarioff, G. P. (1951): Soil Mechanics, Foundation and Earth Structures, McGraw-Hill, New York, 1951.

SUPLERENDE LITTERATUR

- Szechy, K.: Der Grundbau, Zweiter Band, Erster Teil, Springer-Verlag, Wien, 1965.

13. Specielle jordtyper og stabilitet

13.1 Aalborg

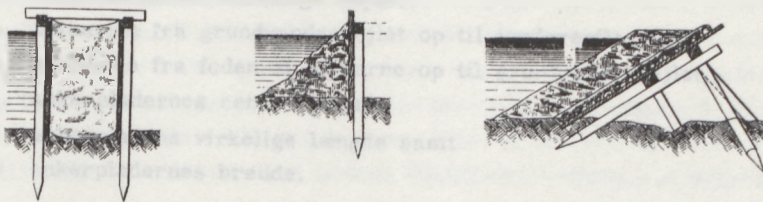
13.1.1 Aalborg

... og ...

... og ...

... og ...

... og ...



13. Specielle jordtryks- og stabilitetsproblemer

13.1 Ankerplader

GRUNDBEGREBER

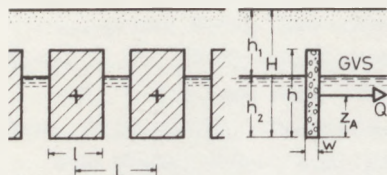
Ankerplader udføres normalt af jernbeton eller stålspunsjern. De placeres sædvanligvis lodret i jorden, hvor de anvendes til optagelse af kræfter, som virker i vandret eller næsten vandret retning. Som eksempel på anvendelsen kan nævnes optagelsen af ankerkræfter i forbindelse med forankrede spunsvægge.

Vi vil i det følgende beskæftige os med beregningen af ankerpladers trækmodstand, idet vi forudsætter, at pladerne er omgivet af ren friktionsjord (sand eller grus, $c = 0$), hvilket normalt vil være tilfældet i praksis. Ved trækmodstanden vil vi forstå den værdi af ankerkraften, der svarer til en fuldt udviklet brudtilstand i jorden omkring pladerne, idet vi her ved forudsætter, at der for den pågældende værdi af ankerkraften ikke sker brud i selve pladerne.

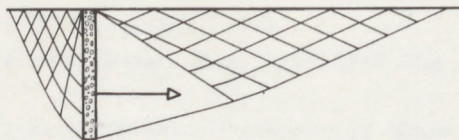
I det følgende betragtes lodrette ankerplader påvirket af vandrette kræfter. Jordoverfladen forudsættes at være vandret. Sandets friktionsvinkel er φ ; dets rumvægt er γ over grundvandsspejlet og γ' under. Ankerpladerne forudsættes at være fuldstændig ru.

I henhold til figur 13.1 benyttes følgende betegnelser for ankerpladernes geometriske parametre:

- H afstanden fra foden af pladerne op til jordoverfladen,
- h ankerpladernes virkelige højde,
- h_1 afstanden fra grundvandsspejlet op til jordoverfladen,
- h_2 afstanden fra foden af pladerne op til grundvandsspejlet,
- L ankerpladernes centerafstand,
- l ankerpladens virkelige længde samt
- w ankerpladernes bredde.



Figur 13.1 Geometriske parametre for ankerplader.



Figur 13.2 Brudfigur for ankerplade i grundtilfældet.

Ankerkraften benævnes for den enkelte plade Q , medens den pr. længdeenhed af rækken af plader benævnes A ($= Q/L$). Ankerkraften angriber i højden z_A over pladernes fod.

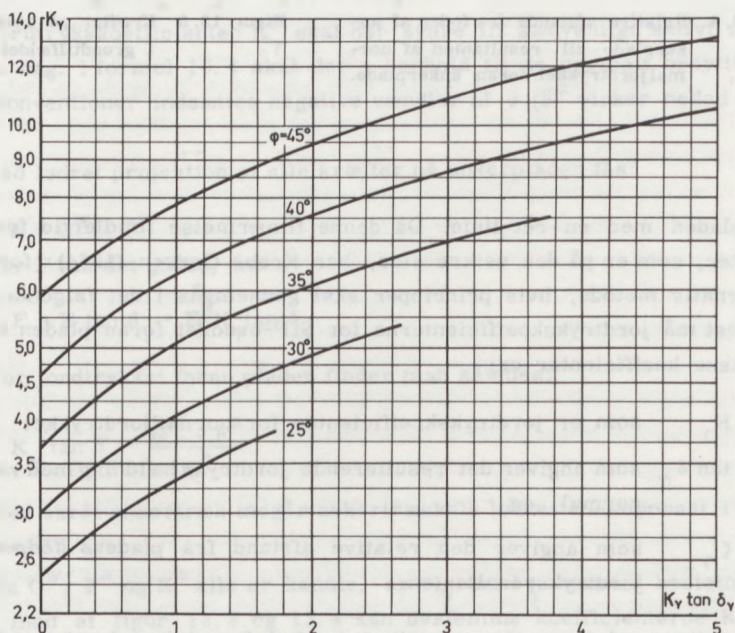
GRUNDTILFÆLDET

Vi betragter indledningsvis en ankerplade, hvis overkant når helt op til jordoverfladen, og hvis længde er uendelig. Tilfældet benævnes "grundtilfældet", og den tilsvarende ankerkraft betegnes A^0 .

En beregning i brudtilstanden af ankerpladens trækmodstand har som tidligere omtalt til formål at beregne den værdi af ankerkraften, som svarer til en fuldt udviklet brudtilstand i jorden omkring pladen. Den hertil svarende bevægelsesmåde for ankerpladen vil i høj grad afhænge af angrebspunktet for ankerkraften. Angriber ankerkraften således pladen i et punkt nær jordoverfladen, vil ankerpladen i brudtilstanden rotere om et punkt nær foden, og angriber ankerkraften omvendt pladen i et punkt nær foden, vil ankerpladen i brudtilstanden rotere om et punkt på pladens øverste halvdel. Ankerkraftens angrebspunkt - og hermed pladens bevægelsesmåde - kan vælges frit, idet det selvfølgelig må kræves, at den brudfigur, som lægges til grund for beregningen af ankerkraften, er såvel kinematisk som statisk korrekt. Ved valg af pladens bevægelsesmåde vil det imidlertid være mest fordelagtigt at vælge den bevægelsesmåde, som giver den største ankermodstand. Som vist af Brinch Hansen (1953) fører dette kriterium til en translation - en vandret parallelforskydning.

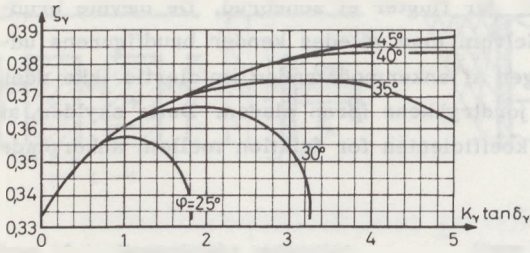
Ved en translation vil der i jorden bag pladen opstå et ordinært aktivt zonebrud - et P-brud -, som eksempelvis er kendt fra bagsiden af støttemure. I jorden foran pladen opstår et kombineret brud - et SFP-brud

- bestående af et ret liniebrud, der flugter et zonebrud. De nævnte brudfigurer er vist på figur 13.2. Selvom man således kender brudfigurens udseende, er man ved beregningen af ankermodstanden imidlertid ikke uden videre i stand til at beregne jordtrykkene foran pladen. Dette skyldes, at man ikke kender værdien af koefficienten for friktion mellem ankerplade og jord.

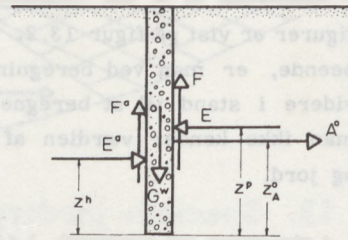


Figur 13.3 Jordtrykskoefficienter for jordtrykket foran en ankerplade i grundtilfældet.

Denne koefficient kan ikke være lig $\tan \phi$, idet det da vil være umuligt at opfylde den lodrette ligevægtsligning for ankerpladen. Som følge heraf vil ankerpladen hæves under bevægelsen, idet den vil følge det trekantformede jordlegeme foran den, således at der ikke sker forskydning mellem plade og jord. Brinch Hansen (1953) har foreslået at beregne ankerpladens trækmodstand ved at tilnærme den laveste brudlinie i brudfiguren i jorden



Figur 13.4 Relative afstande fra foden af ankerplade til resultanten af normaljordtrykket foran ankerplade.



Figur 13.5 Kræfter på ankerplade i grundtilfældet.

foran pladen med en ret linie. Da denne tilnærmelse imidlertid fører til resultater, som er på den usikre side, har Krebs Ovesen (1964) foreslået en alternativ metode, hvis principper skal gennemgås i det følgende.

Først må jordtrykkoeficienterne for SfP-bruddet foran pladen beregnes. Disse koefficienter er:

K_γ som er jordtrykkoeficienten for normaljordtrykket

$\tan \delta_\gamma$ som angiver det resulterende jordtryks hældning med væggen normal, og

ξ_γ som angiver den relative afstand fra pladens fodpunkt til jordtryksresultanten.

Man benytter ved beregningerne de i kapitel 9 omtalte plasticitetsteoretiske metoder. Resultaterne er fremstillet grafisk på figur 13.3 og 13.4, hvor henholdsvis K_γ og ξ_γ er vist som funktioner af produktet $K_\gamma \tan \delta_\gamma$ (samt af friktionsvinklen φ).

Efter at have foretaget de indledende beregninger vedrørende SfP-bruddet kan ankerpladens modstand beregnes. På figur 13.5 er vist de kræfter, som i brudtilstanden påvirker pladen. Den principielle fremgangsmåde er nu, at man ved hjælp af de tre ligevægtsligninger kan bestemme størrelserne A_o og z_A^o efter at have elimineret den tredje ubekendte, F . Man går frem på følgende måde.

Først beregnes G^w , som er vægten af selve ankerpladen med hensyntagen til opdrift. Derefter beregnes de aktive normal- og tangentialjordtryk bagved pladen:

$$E^a = E^h K_\gamma^a \quad 13.1$$

$$F^a = E^a \tan \varphi \quad 13.2$$

idet der for størrelsen E^h og $E^h z^h$ under henvisning til figur 13.1 haves følgende udtryk:

$$E^h = \frac{1}{2} \gamma (h_1 + h_2)^2 - \frac{1}{2} (\gamma - \gamma') h_2^2 \quad 13.3$$

$$E^h z^h = \frac{1}{6} \gamma (h_1 + h_2)^3 - \frac{1}{6} (\gamma - \gamma') h_2^3 \quad 13.4$$

Jordtrykskoefficienten K_γ^a skal her svare til sædvanligt aktivt zonebrud ved ru væg. I formel 13.4 skal der i henhold til de normalt benyttede fortegnskonventioner indsættes negative værdier af φ (F^a virker nedad på pladen).

Ved lodret projektion af alle kræfter på ankerpladen fås:

$$F = G^W - F^a \quad 13.5$$

For F må det gælde, at:

$$F = E \tan \delta_\gamma = E^h K_\gamma \tan \delta_\gamma$$

For jordtrykket foran pladen finder man således:

$$K_\gamma \tan \delta_\gamma = \frac{G^W - F^a}{E^h} \quad 13.6$$

Ved skråt ankertræk indgår ankertrækkets lodrette komponent i tælleren i formel 13.6.

Da G^W , F^a og E^h alle er kendte, er $K_\gamma \tan \delta_\gamma$ hermed bestemt, hvorefter man af figur 13.3 og 13.4 kan bestemme koefficienterne K_γ og ζ_γ for jordtrykket foran pladen.

Normaljordtrykket foran pladen beregnes nu af:

$$E = E^h K_\gamma \quad 13.7$$

hvorefter ankermodstanden A^O findes ved vandret projektion af alle kræfter på pladen:

$$A^O = E - E^a = E^h (K_\gamma - K_\gamma^a) \quad 13.8$$

Idet de på figur 13.4 angivne værdier af ζ_γ er fundet på grundlag af konstant rumvægt i jorden foran væggen i hele væggenes højde, og eftersom dette normalt ikke er tilfældet som følge af grundvandsspejlets tilste-

deværelse, foreslås følgende tilnærmede formel for afstanden z^P fra foden af pladen op til jordtryksresultanten foran pladen:

$$z^P = \frac{\xi_\gamma}{1/3} \frac{E^h z^h}{E^h} \quad 13.9$$

Afstanden z_A^O fra foden af pladen op til ankerkraftens angrebslinie kan sluttelig beregnes ved at tage moment om pladens fodpunkt:

$$z_A^O = \frac{1}{A^O} [3 E^h z^h K_\gamma \xi_\gamma + G^w \frac{w}{2} - F^a w - E^h z^h K_\gamma^a] \quad 13.10$$

Det skal endelig bemærkes, at man almindeligvis ved dimensioneringen af ankerplader har ment det nødvendigt at tage hensyn til en eventuel overfladelast, idet den herved fremkomne forøgelse af E^a antages at reducere ankermodstanden. Men da en overfladelast bag pladerne ikke alene bevirker, at det aktive normaljordtryk vokser, men tillige at det aktive tangentialjordtryk vokser, og da disse to jordtrykskomponenters virkning på ankermodstanden er tilnærmelsesvis lige store men af modsat fortegn, vil ankermodstanden stort set være uafhængig af overfladelasten. Ved dimensionering af ankerplader kan der følgelig ses bort fra nævnte overfladelast. Dette gælder dog ikke for friktionsvinkler mindre end 30° .

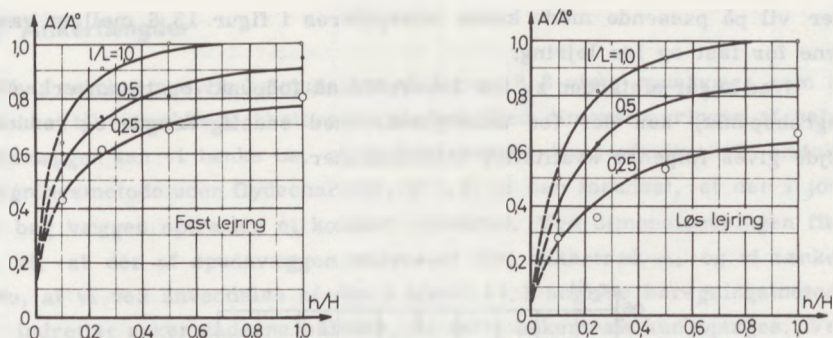
ANKERPLADER MED ENDELIG LÆNGDE OG REDUCERET HØJDE.

Efter at have demonstreret, hvordan man på grundlag af et SfP-brud kan beregne modstanden i grundtilfældet af en ankerplade, der er uendelig lang og som når helt op til jordoverfladen, skal vi betragte det problem, der - i hvert fald set fra et praktisk synspunkt - er af betydelig større interesse. Det er spørgsmålet om at beregne modstanden af ankerplader med endelig længde og reduceret højde.

Man er her i den situation, at det med vor nuværende geotekniske viden simpelthen ikke synes muligt at foretage en teoretisk beregning af denne modstand. Dette skyldes blandt andet, at vi endnu ikke indenfor den geotekniske plasticitetsteori er i stand til at behandle tredimensionale problemer. Tilbage er der da kun den mulighed at løse problemet ved udførelse af modelforsøg. I det følgende skal angives de vigtigste resultater af en række modelforsøg med ankerplader i sand, som er udført af Krebs Ovesen (1964).

Forsøgene som blev udført med ankerplader med $H = 15$ cm, blev foretaget for to forskellige lejringstætheder af sandet. I den faste lejring havde sandet en triaksial målt friktionsvinkel på ca. 38° , og i den løse lejring var φ_{tr} ca. 31° .

I det følgende skal kun angives resultaterne af de modelforsøg, som



Figur 13.6 Resultater af modellforsøg med ankerplader i række.

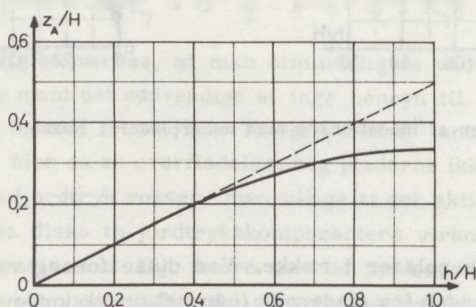
blev udført med ankerplader i række. Ved disse forsøg var pladernes centerafstand lig afstanden fra pladernes fodpunkt op til jordoverfladen ($H = L$). Resultaterne er fremstillet grafisk på figur 13.6, hvor A/A^0 er afsat som funktion af forholdet h/H for forskellige værdier af forholdet l/L . A/A^0 er forholdet mellem den virkelige modstand af rækken af ankerplader og modstanden i grundtilfældet. Modstanden i grundtilfældet er her ligeledes fundet ved forsøg. Resultaterne for faste lejringer er vist til venstre på figur 13.6, medens resultaterne svarende til de løse lejringer er vist til højre på figuren. Forsøgsresultaterne er på figur 13.6 afsat med små cirkler. Sammenhængen er - så godt det lader sig gøre - tilnærmet med glatte kurver.

Af kurverne fremgår det for så vidt overraskende, at selv ankerplader med et meget lille areal giver en relativ stor modstand. Eksempelvis har en række ankerplader med $h/H = 0,1$ og $l/L = 0,25$ - altså med et areal på kun 2,5 % af grundtilfældets - en ankermodstand på 45 % af grundtilfældets ved en fast lejrning og 30 % ved en løs lejrning.

De på figur 13.6 viste forsøgsresultater vil uden videre kunne benyttes ved dimensionering af ankerplader med endelig længde og reduceret højde, idet man benytter følgende beregningsprocedure. Først beregnes for den pågældende række af ankerplader modstanden A^0 i grundtilfældet. Derefter findes af figur 13.6 forholdet A/A^0 , som ved multiplikation med A^0 giver modstanden A af rækken af ankerplader. Det må i denne forbindelse erindres, at forudsætningen for benyttelse af kurverne på figur 13.6 er, at rækken af ankerplader har $H = L$. Hvis dette ikke er tilfældet, er der dog grund til at tro, at figur 13.6 kan benyttes som en tilnærmelse, når blot $0,5 \leq H/L \leq 2,0$.

Der vil på passende måde kunne interpoleres i figur 13.6 mellem værdierne for fast og løs lejrning.

Hvad angår afstanden z_A fra ankerpladens fodpunkt op til ankerkraftens angrebepunkt, kan der for ankerplader med endelig længde og reduceret højde gives følgende kvalitative informationer.



Figur 13.7 Beliggenheden af ankerkraftens angrebepunkt.

Figur 13.7 viser afhængigheden mellem forholdet z_A/H og forholdet h/H . For $h/H = 1$ (grundtilfældet) vil forholdet z_A/H kunne beregnes på grundlag af formel 13.10. z_A/H vil for øvrigt i dette tilfælde normalt ligge nær $1/3$. For værdier af h/H nær 1 vil værdien af z_A/H sandsynligvis ligge nær værdien for $h/H = 1$. For små værdier af h/H må værdien af forholdet z_A/H øjensynlig være lig $\frac{1}{2} h/H$.

På grundlag af disse oplysninger synes det rimeligt at benytte følgende udtryk for z_A/H 's afhængighed af h/H :

$$z_A/H = \frac{1}{2} h/H - \left(\frac{1}{2} - z_A^0/H \right) \cdot (h/H) \frac{1}{1 - 2 z_A^0/H} \quad 13.11$$

hvor z_A^0 , afstanden fra fodpunktet op til ankerkraftens angrebepunkt i grundtilfældet, kan beregnes af formel 13.10. Den til formel 13.11 svarende kurve er indtegnet på figur 13.7.

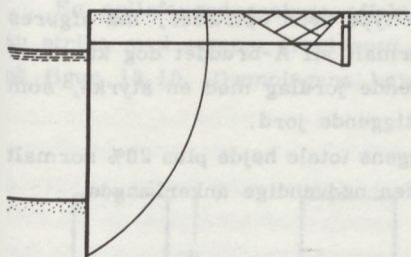
Rigtigheden af formel 13.11 er kontrolleret ved udførelse af modelforsøg.

13.2 Ankerlængder

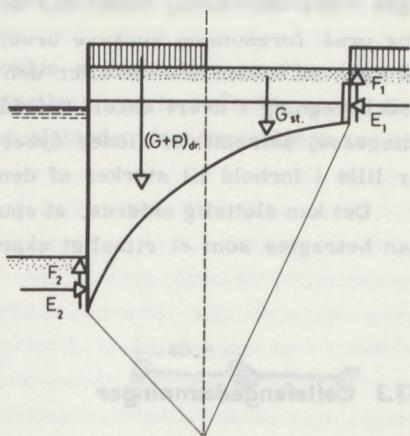
Lad os eksempelvis betragte den på figur 13.8 viste spunsvæg, som er forankret til en række jernbetonankerplader. Ved dimensioneringen af selve spunsvæggen kan vi tænke os, at vi har anvendt den i afsnit 12.3 omtalte beregningsmetode uden flydecharnier, d.v.s. vi har forudsat, at der i jorden bag væggen optræder et konkavt liniebrud. Ved dimensioneringen finder vi, at der af spunsvæggen udøves et vist ankertræk A , og vi tænker os nu, at vi ved anvendelse af den i afsnit 13.1 angivne beregningsmetode har indrettet ankerpladerne således, at dette ankertræk kan optages. Ved beregningen af ankerpladerne forudsætter vi, at der i jorden foran disse opstår et SfP-brud.

Vi kan nu umiddelbart indse, at en forudsætning for de ovenfor omtalte beregningers gyldighed må være, at de to brudfigurer ikke påvirker hinanden, d.v.s. at ankerpladerne må placeres så langt bag spunsvæggen, at AaP-bruddet og SfP-bruddet ikke overlapper. Men kan vi derved være sikre på, at vi har givet konstruktionen en tilstrækkelig stor ankerlængde? Kunne det tænkes, at der i det elastiske jordlegeme mellem de to brudfigurer optrådte så store spændinger, at forskydningsmodstanden blev overskredet, således at der også her optrådte et brud?

Svaret på disse spørgsmål er, at vi for at være sikre på at have givet



Figur 13.8 Brudfigurer ved forankret spunsvæg uden flydecharnier.



Figur 13.9 Stabilitetsanalyse for forankret spunsvæg.

konstruktionen tilstrækkelig stor ankerlængde må foretage en stabilitetsanalyse af konstruktionen betragtet som et samlet hele.

En sådan stabilitetsanalyse, som er illustreret på figur 13.9, kan i princippet foretages i henhold til den i kapitel 10 angivne ekstremmetode.

Man starter undersøgelsen med at skønne en ankerlængde. Derefter indlægges en spiralformet brudlinie mellem spunsvæggens og ankerpladens fod. På sædvanlig måde deles jordens egenvægt af en lodret linie gennem spiralens pol i en stabiliserende og en drivende del.

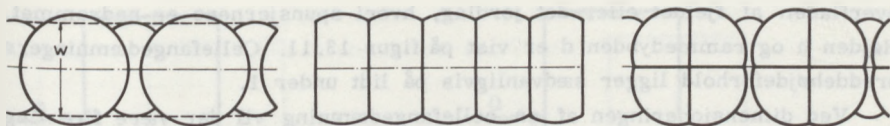
På ankerpladernes bagside og på spunsvæggens forside virker henholdsvis et aktivt og et passivt jordtryk. Da omdrejningspunktet ved begge disse jordtryk ligger under fodpunktet, kan man ved beregningen benytte jordtrykkoefficienterne svarende til almindeligt aktivt og passivt zonebrud. Nytte-lasten på jordoverfladen anbringes naturligvis kun, hvor den virker drivende, d. v. s. til venstre for den lodrette linie gennem polen og bag ankerpladerne. Ved at tage moment om polen af samtlige de på det bevægelige jordlegeme virkende kræfter finder man nu på sædvanlig måde stabilitetsforholdet. Ved forsøg med forskellige beliggenheder af spiralen (men selvfølgelig med fastholdt ankerlængde) findes nu den kritiske spiral, d. v. s. den spiral, som har det mindste stabilitetsforhold. Såfremt dette stabilitetsforhold netop er lig 1, har man gættet ankerlængden rigtig. Hvis ikke må ankerlængden ændres, indtil man har fundet den ankerlængde, der netop svarer til et mindste stabilitetsforhold lig 1.

På figur 13.9 er vist en konveks brudlinie (X-brud). Dette vil normalt også være den form, hvori den kritiske brudlinie optræder, men der kan dog også forekomme konkave brudlinier (A-brud), således som illustreret på figur 10.8. Om den ene eller den anden type brud optræder, må afgøres ved beregning i hvert enkelt tilfælde. Normalt vil A-bruddet dog kun have interesse, såfremt der findes dybere liggende jordlag med en styrke, som er lille i forhold til styrken af den overliggende jord.

Det kan sluttelig anføres, at spunsvæggens totale højde plus 20% normalt kan betragtes som et rimeligt skøn for den nødvendige ankerlængde.

13.3 Cellefangedæmninger

En cellekonstruktion består af en eller flere stålindfattede, jordfyldte celler, hvis grundris kan have forskellige former. Består konstruktionen af flere celler, er disse som regel ordnet i sammenhængende rækker.



Figur 13.10 Forskellige typer af cellefangedæmninger.

Konstruktionen anvendes almindeligvis som fangedæmning, d. v. s. til at tilbageholde vand eller jord til et vist niveau på den ene side, således at der kan foretages tørlægning eller udgravning på den anden side.

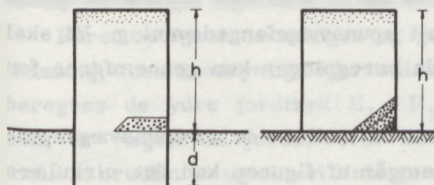
Cellefangedæmningen er i sit grundris karakteriseret ved de enkelte cellers form. På figur 13.10 er vist cellefangedæmninger med henholdsvis cirkulære, semicirkulære og kløverbladsformede celler.

Cellefangedæmninger kan funderes på såvel fjeld som på jordlag, således som vist på figur 13.11. Som fyldmateriale i cellerne benyttes fortrinsvis sand og grus.

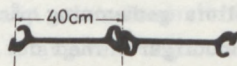
Som vi senere skal se, er cellernes egenvægt af stor betydning for konstruktionens stabilitet. Det er derfor vigtigt at sørge for dræning af fylden, således at så stor en del af denne som muligt unddrager sig vandets opdrift. Eksempler på dræning er vist på figur 13.11.

Jordtrykket i cellerne optages alene som ringtrækspændinger i spunsvæggene. Til cellerne benyttes derfor flade spunsjern af en type som vist på figur 13.12.

En cellefangedæmnings effektive bredde w fastsættes som bredden af en stribe med samme areal som det aktuelle grundris, således som vist på figur 13.10. Dæmningens højde h er afstanden fra dæmningens top til



Figur 13.11 Lodret snit i cellefangedæmning.



Figur 13.12 Spunsjern for cellefangedæmning.

overfladen af fjeldet eller det jordlag, hvori spunsjernene er nedrammet. Højden h og rammedybden d er vist på figur 13.11. Cellefangedæmnings breddehøjdeforhold ligger sædvanligvis på lidt under 1.

Ved dimensioneringen af en cellefangedæmning vil der være fire ting at undersøge:

- a) om dæmningsens totale stabilitet er i orden,
- b) om dæmningsens indre stabilitet er i orden, d. v. s. om ringtrækspændingerne kan optages af spunsvæggene,
- c) om den strømning, der eventuelt kan foregå gennem eller under dæmningen, er af en acceptabel størrelsesorden, samt
- d) om de i konstruktionen opståede deformationer kan tolereres.

I det følgende skal alene redegøres for problemerne i forbindelse med cellefangedæmningsens totale stabilitet. Vedrørende strømningproblemerne henvises til kapitel 4 og 5, medens der for de øvrige problemers vedkommende henvises til speciallitteraturen.

Det skal bemærkes, at de i det følgende angivne beregningsmetoder også finder anvendelse ved beregningen af den totale stabilitet af dobbelte spunsvægsfangedæmninger, tømmerkister m. v.

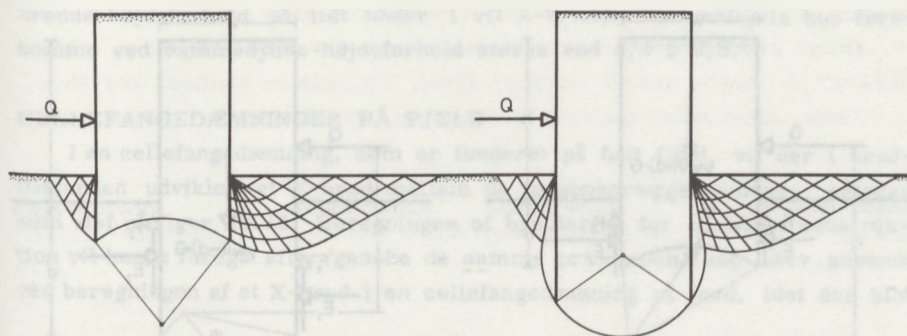
Vi vil i det følgende betragte cellefangedæmninger, hvis fyld består af kohæsionsløs jord ($c = 0$) med friktionsvinklen φ . Jordens middelrumvægt er γ . Ved dæmningsens brudbelastning Q forstår vi den værdi af den ydre kraft (vand- eller jordtryk), som fremkalder en fuldt udviklet brudtilstand i jorden i og omkring dæmningen.

CELLEFANGEDÆMNINGER PÅ JORD

Den farligste brudfigur for en cellefangedæmning er som angivet af Brinch Hansen (1953) et cirkulært liniebrud mellem de to spunsvægges spidser.

Vi har allerede i afsnit 9.2 stiftet bekendtskab med denne brudtype, og vi har i afsnit 9.7 og 9.8 set, hvordan dette brud kan lægges til grund for beregning af brudlasten for en dobbelt spunsvægsfangedæmning. Vi skal i det følgende vise, hvordan tilsvarende beregninger kan gennemføres for en cellefangedæmning på et jordlag.

Brudfiguren med det cirkulære liniebrud mellem de to spunsvægsspidser er vist på figur 13.13. Som det fremgår af figuren kan det cirkulære liniebrud optræde i to former. Ved relativt små rammedybder vil der, som vist til venstre på figuren, optræde et konvekst liniebrud (X-brud), medens der, som vist til højre på figuren, ved relativt store rammedybder vil op-



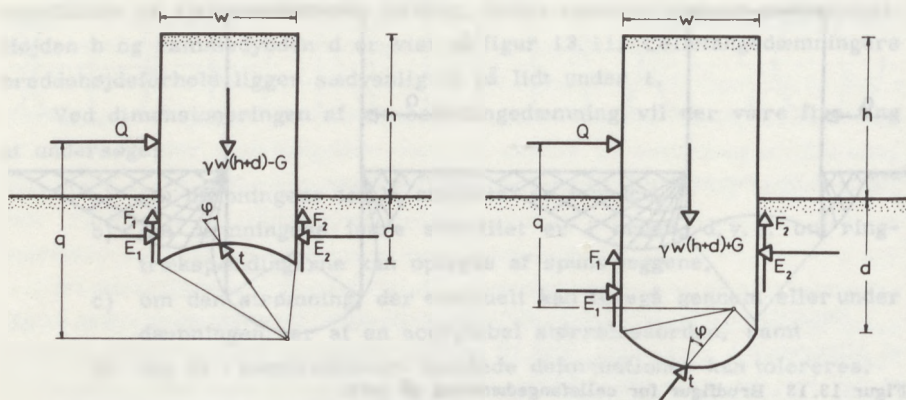
Figur 13.13 Brudfigur for cellefangedæmning på jord.

træde et konkavt liniebrud (A-brud). I begge tilfælde vil dæmningen som et samlet hele dreje sig om den cirkulære brudlinies centrum. På dæmningens ydre sider vil der i jorden optræde supplerende brud. Ved X-bruddet vil disse brud kunne tilnærmes med almindelige zonebrud (henholdsvis aktivt og passivt P-brud), idet de ydre vægges omdrejningspunkt her ligger under fodpunktet. Ved A-bruddet vil de supplerende brud være kombinerede linie- og zonebrud (AaP-brud), idet de ydre vægges omdrejningspunkt her ligger over fodpunktet.

Beregningerne af dæmningens brudlast vil som demonstreret i afsnit 9. 7 og 9. 8 kunne foretages efter henholdsvis ligevægts- og ekstremmetoden. Almindeligvis vil det dog være lettest at benytte ekstremmetoden, hvorfor alene denne metode skal gennemgås i det følgende.

Princippet ved ekstremmetoden er som bekendt at tilnærme den cirkulære brudlinie med en logaritmisk spiral, for derefter som eneste ligevægtsbetingelse at benytte momentligningen om spiralens pol. Beregningerne, som er illustreret på figur 13.14, kan foretages på følgende måde.

Først optegnes dæmningen og gennem spunsvægsspidserne indtegnes en tilfældig, men sandsynlig logaritmisk spiral med stigningsvinkel ϕ . Derefter beregnes de ydre jordtryk E_1 , F_1 , E_2 og F_2 samt størrelsen $\gamma(h+d)w \pm G$, som er vægten af jorden over brudlinien, idet G angiver vægten af jord mellem brudlinien og en ret linie gennem spunsvægsspidserne (fortegn + gælder for A-bruddet, medens fortegn - svarer til X-bruddet). I størrelsen γwh kan inkluderes vægten af spunsvæggene. Ved at tage moment om spiralens pol af alle de kræfter, der virker på dæmningen, fås følgende ud-



Figur 13.14 Beregning af cellefangedæmning på jord.

tryk:

$$Q = \frac{1}{q} [M_{(\gamma w(h+d) \pm G)} + M_{E_2} - M_{E_1} + M_{F_2} - M_{F_1})$$

Spiralens stilling må derefter ændres, således at man ved at forsøge sig frem finder den (kritiske) spiral, som giver den mindste Q . Denne værdi af Q er netop dæmningens brudlast.

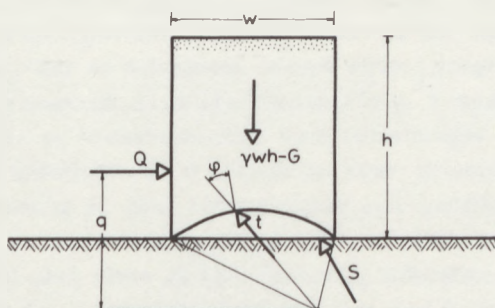
Hvad angår beregningen af de ydre jordtryk E_1 , F_1 , E_2 og F_2 , vil disse ved X-bruddet tilnærmelsesvis kunne beregnes som ved almindeligt aktivt og passivt zonebrud (figur 11.14). Ved A-bruddet må der ved beregningen af de ydre jordtryk tages hensyn til, at omdrejningspunktet dels ligger over fodpunktet og dels ikke ligger i væggens plan. Derfor kan de i forbindelse med afsnit 11.3 angivne jordtryksdiagrammer (figur 11.18 - 11.32) ikke anvendes. I stedet må benyttes et sæt jordtryksdiagrammer, udviklet af Krebs Ovesen (1962), i henhold til hvilket det i forbindelse med cellefangedæmninger er muligt at tage hensyn til disse forhold.

Om der i en given cellefangedæmning optræder et X-brud eller et A-brud, afgøres ved beregningsmæssigt at undersøge, hvilket af bruddene, der giver den mindste Q -værdi. Det kan oplyses, at der normalt optræder X-brud ved brede dæmninger med lille rammedybde og lavt angrebepunkt for den ydre kraft. Omvendt vil der normalt optræde A-brud ved smalle dæmninger med stor rammedybde og højt angrebepunkt for den ydre kraft. Ved kraftangrebepunkter beliggende omkring nederste trediedelspunkt af højden og

bredde-højdeforhold på lidt under 1 vil A-bruddet sædvanligvis kun forekomme ved rammedybde-højdeforhold større end 0,4 à 0,5.

CELLEFANGEDÆMNINGER PÅ FJELD

I en cellefangedæmning, som er funderet på fast fjeld, vil der i brudtilstanden udvikles et X-brud mellem de to spunsvægges spidser, således som vist på figur 13.15. Beregningen af brudlasten for en sådan konstruktion vil kunne foregå efter ganske de samme principper, som blev anvendt ved beregningen af et X-brud i en cellefangedæmning på jord, idet der blot



Figur 13.15 Brudfigur for cellefangedæmning på fjeld.

ved beregningen ikke indgår ydre jordtryk og i stedet for tages hensyn til den kraft, der fra fjeldet påvirker spunsvæggens fod på den mindst belastede side af dæmningen. Denne kraft, som på figur 13.15 er betegnet med S , kan beregnes efter en metode angivet af Krebs Ovesen (1962).

Det bemærkes, at man ved dobbelte spunsvægsefangedæmninger finder $S \approx 0$.

Litteratur

REFERENCER

Hansen, J. Brinch (1953): Earth Pressure Calculation, Teknisk Forlag, København, 1953.

Ovesen, N. Krebs (1962): Cellular Cofferdams, Calculation Methods and Model Tests, Geoteknisk Instituts Bulletin No. 14, København, 1962.
 Ovesen, N. Krebs (1964): Anchor Slabs, Calculation Methods and Model Tests, Geoteknisk Instituts Bulletin No. 16, København, 1964.

SUPPLERENDE LITTERATUR

Szechy, K.: Der Grundbau, Zweiter Band, Erster Teil, Springer-Verlag, Wien, 1965.



15. Fundamentierungsbauweise

KAPITEL 14

14.1 Grundbohrungen

Die Grundbohrungen sind die Art der Fundamentierung, die am weitesten verbreitet ist. Sie werden in der Regel durch einen Bohrer hergestellt, der durch die Erde bis zur gewünschten Tiefe vordringt. Die Bohrer sind in der Regel in zwei Hauptgruppen unterteilt: in Handbohrer und in Motorbohrer. Die Handbohrer sind für kleine Bohrungen geeignet, während die Motorbohrer für größere Bohrungen verwendet werden. Die Bohrer sind in der Regel aus Stahl gefertigt und haben eine scharfe Bohrspitze. Die Bohrer sind in der Regel in zwei Hauptgruppen unterteilt: in Handbohrer und in Motorbohrer. Die Handbohrer sind für kleine Bohrungen geeignet, während die Motorbohrer für größere Bohrungen verwendet werden.

Die Bohrer sind in der Regel in zwei Hauptgruppen unterteilt: in Handbohrer und in Motorbohrer.

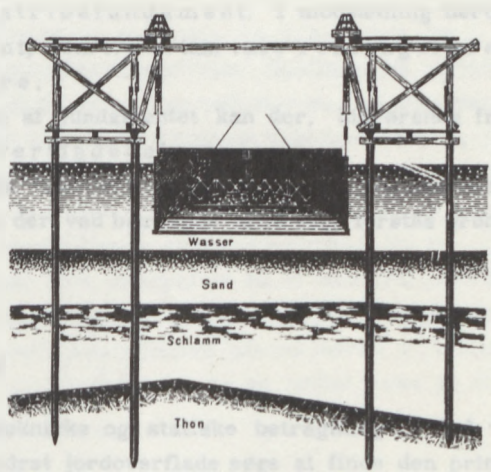
Die Bohrer sind in der Regel in zwei Hauptgruppen unterteilt: in Handbohrer und in Motorbohrer. Die Handbohrer sind für kleine Bohrungen geeignet, während die Motorbohrer für größere Bohrungen verwendet werden.

Die Bohrer sind in der Regel in zwei Hauptgruppen unterteilt: in Handbohrer und in Motorbohrer. Die Handbohrer sind für kleine Bohrungen geeignet, während die Motorbohrer für größere Bohrungen verwendet werden.

Die Bohrer sind in der Regel in zwei Hauptgruppen unterteilt: in Handbohrer und in Motorbohrer. Die Handbohrer sind für kleine Bohrungen geeignet, während die Motorbohrer für größere Bohrungen verwendet werden.

14.2 Treibschichtbohrungen

Die Treibschichtbohrungen sind eine Art der Fundamentierung, die in der Regel in zwei Hauptgruppen unterteilt ist: in Handbohrer und in Motorbohrer.



14. Fundamenters bæreevne

14.1 Grundbegreber

Et fundament er den del af et bygværk, som overfører belastningen fra bygværket til de underliggende, bærende jordlag. Såfremt belastningen overføres til jorden igennem vandrette eller på det nærmeste vandrette fundamentsflader, der er beliggende ovenpå eller i ringe afstand fra jordoverfladen, taler man om direkte fundering. I modsætning hertil taler man om pæle- og brøndfundering, hvor belastningen overføres gennem sidefladerne og endeflader af et cylindrisk eller prismatisk legeme, hvis vandrette udstrækning er lille sammenlignet med endefladens dybde under jordoverfladen.

I dette afsnit skal alene direkte fundering behandles.

Belastningen fra bygværket udgør sammen med fundamentets egenvægt belastningen på fundamentsfladen. Ved fundamentets bæreevne forstås den værdi af fundamentsfladens belastning, som frembringer brud i de bærende jordlag.

Såfremt belastningen virker på en meget lang fundamentsflade med konstant bredde, taler man om et stribefundament. I modsætning hertil taler man om enkeltfundament, som f. eks. kan være rektangulære, kvadratiske eller cirkulære.

På jordoverfladen ved siden af fundamentet kan der, hidrørende fra fyld eller lignende, virke en overfladebelastning.

I det følgende skal opstilles formler til beregning af fundamenters bæreevne - idet det erindres, at der ved bæreevne altid skal forstås brudbæreevne.

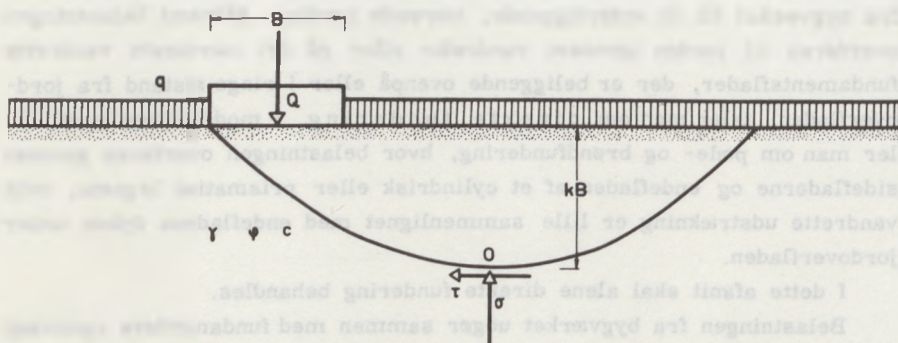
14.2 Terzaghi's bæreevneformel

På grundlag af simple geotekniske og statiske betragtninger skal vi for et stribefundament på en vandret jordoverflade søge at finde den prin-

ciipelle sammenhæng mellem fundamentalsfladens bæreevne og fundamentets geometri samt jordens geotekniske parametre.

Fundamentet, som er vist på figur 14.1, har bredden B . Fundamentsfladens belastning forudsættes at angribe lodret og centralt. Jordens rumvægt er γ , og dens styrkeparametre er c og φ . Jordens nedre begrænsning antages at ligge i stor dybde under fundamentalsfladen. På jordoverfladen ved siden af fundamentet virker overfladebelastningen q .

Fundamenters bæreevne pr. længdeenhed benævnes Q ; pr. arealenhed benævnes bæreevnen b .



Figur 14.1 Nederste brudlinie under stribefundament.

På figur 14.1 er skitseret forløbet af den nederste brudlinie i det system af brudlinier, der opstår under fundamentet. Dette forløb kan karakteriseres ved, at den nævnte brudlinie går ned til en dybde kB , der er proportional med fundamentsbredden B . Koefficienten k afhænger alene af jordens friktionsvinkel φ , idet brudfiguren stort set når dybere ned og længere ud, jo større friktionsvinklen er.

Vi vil nærmere betragte spændingerne i det nederste punkt O af brudlinien. Såfremt vi til at begynde med tænker os, at der over hele jordoverfladen, altså også på fundamentalsfladen, virker belastningen q , vil der overalt i jorden herske hviletilstand. Den største hovedspænding i punkt O vil da være lodret og af størrelsen:

$$\sigma = \gamma kB + q$$

På et vandret snit gennem punkt O vil der svarende hertil virke forskydningsspændingen nul.

Tænker vi os nu belastningen på selve fundamentfladen forøget udover værdien q , vil der på et vandret snit gennem punkt O optræde forskydningsspændinger, som må være proportionale med fundamentfladens belastning minus overfladebelastningen q . Fundamentets bæreevne b nås, når der overalt langs brudlinien - og altså også i punkt O - optræder brud. Det må da gælde at:

$$\tau = m (b - q) \quad 14.2$$

hvor m er en dimensionsløs proportionalitetsfaktor. Da τ i formel 14.2 er brudværdien af forskydningsspændingen, må det åbenbart gælde at:

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad 14.3$$

Af formel 14.2 fås herefter ved anvendelse af formel 14.3, idet endvidere 14.1 indsættes som tilnærmelse for σ :

$$\begin{aligned} b &= \frac{\tau}{m} + q = \frac{c + \sigma \tan \varphi}{m} + q = \frac{c + (\gamma k B + q) \tan \varphi}{m} + q \\ &= \gamma B \frac{k \tan \varphi}{m} + q \left(\frac{\tan \varphi}{m} + 1 \right) + c \frac{1}{m} \end{aligned} \quad 14.4$$

Idet det erindres, at k , $\tan \varphi$ og m er dimensionsløse konstanter, som kun afhænger af jordens friktionsvinkel, kan formel 14.4 åbenbart omskrives til:

$$b = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma} + q N_q + c N_c \quad 14.5$$

I denne formel, som første gang blev opstillet af K. Terzaghi i 1943, er størrelserne N_{γ} , N_q og N_c dimensionsløse talfaktorer, kaldet bæreevnefaktorerne, der kun afhænger af jordens friktionsvinkel.

Af formel 14.4 fremgår det, at der for bæreevnefaktorerne N_q og N_c generelt gælder følgende:

$$N_q = N_c \tan \varphi + 1 \quad 14.6$$

I specialtilfældet $\varphi = 0$ (korttidbæreevnen på vandmættet ler) gælder:

$$N_{\gamma} = 0 \quad N_q = 1 \quad N_c \neq 0$$

hvilket ligeledes fremgår af formel 14.4.

14.3 Bæreevnefaktorerne

Vi skal i det følgende beskæftige os nærmere med, hvordan de tre bæreevnefaktorer's afhængighed af friktionsvinklen kan beregnes. Det skal indledningsvis slås fast, at beregningen af en bæreevnefaktor - såvel som beregningen af ethvert andet geoteknisk brudproblem - må ske på grundlag af en brudfigur, som er både statisk og kinematisk mulig. I det generelle tilfælde, hvor der til fundamentets bæreevne bidrager både et γ -, et q - og et c -led, har det imidlertid vist sig, at man på grundlag af den nuværende viden inden for geoteknikken ikke er i stand til at angive en brudfigur, som er såvel statisk som kinematisk mulig. Man gør da det, at man indledningsvis sætter γ og q lig nul - d.v.s. man betragter såkaldt vægtløs, ubelastet jord - hvorved formel 14.5 reduceres til:

$$b = c N_c \quad 14.7$$

N_c 's variation med friktionsvinklen φ findes derpå ved konstruktion og gennemregning af en brudfigur. Dernæst sætter man γ og c lig nul - d.v.s. man betragter vægtløs og kohæsionsløs jord - hvorved formel 14.5 reduceres til:

$$b = q N_q \quad 14.8$$

Herved findes N_q 's variation med friktionsvinklen φ . Endelig sætter man q og c lig nul - d.v.s. man betragter ubelastet og kohæsionsløs jord - og finder:

$$b = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \quad 14.9$$

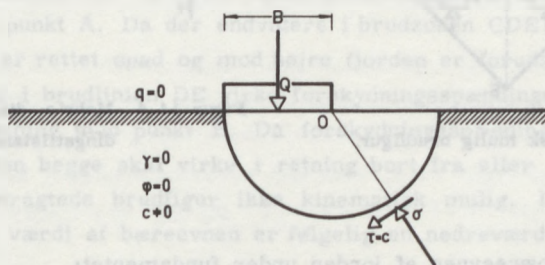
Derved findes tilsvarende N_γ 's variation med φ .

De herved fundne værdier for bæreevnefaktorerne N_γ , N_q og N_c benyttes derefter i Terzaghi's bæreevneformel (14.5). Herved begås ganske vist en fejl, idet de fundne N -værdier ikke svarer til den samme brudfigur. Fejlen, der i henhold til undersøgelser af H. Lundgren og K. Mortensen (1953) synes at kunne andrage indtil ca. 20%, er dog på den sikre side, hvorfor der almindeligvis ses bort fra den.

Vi skal ikke i detaljer gennemgå alle de ved bestemmelse af N -værdierne nødvendige beregninger, men for princippet skyld blot betragte beregningen af N_c - tilmed i det specielle tilfælde, hvor φ er lig nul. Vi betragter således korttidsbæreevnen af et fundament på vandmættet ler svarende til ubelastet, vægtløs og friktionsløs jord ($q = \gamma = \varphi = 0$).

Vi vil indledningsvis vise, hvordan det givne problem kan løses tilnærmelsesvis ved anvendelse af det i afsnit 9.3 omtalte ekstremalprincip, hvorefter anvendelse af en kinematisk - men ikke statisk - mulig brudfigur giver resultater, der er på den usikre side, medens anvendelse af en statisk - men ikke kinematisk - mulig brudfigur giver resultater, der er på den sikre side.

Som en kinematisk mulig brudfigur vil vi anvende den på figur 14.2 angivne.



Figur 14.2 Kinematisk mulig brudfigur.

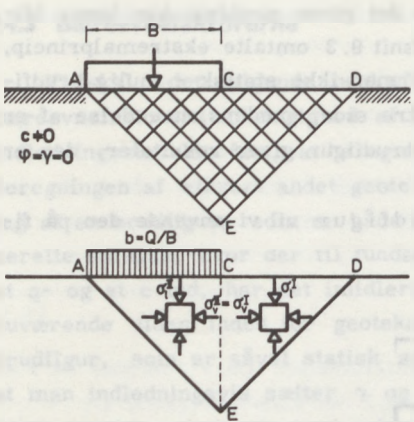
Vi forudsætter her, at der i brudtilstanden opstår et cirkelformet liniebrud i jorden, således at fundamentet drejer sig omkring den ene kant. Brudfiguren er kinematisk mulig, idet de to jordlegemer "passer sammen", selv når fundamentet har undergået en vis deformation. Brudfiguren er derimod ikke statisk mulig, idet vi, som det fremgår af det følgende, kun opfylder den ene ligevægtsbetingelse for det bevægelige jordlegeme, nemlig momentligningen.

Eksempelvis vil den vandrette projektligning ikke være opfyldt. Den vandrette resultant T af spændingerne i brudcirklen vil ifølge formel 9.24 være forskellig fra nul, skønt den ydre kraft ikke har nogen vandret komponent.

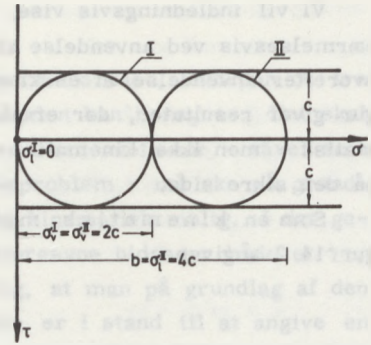
På det bevægelige jordlegeme virker kraften Q , som er fundamentsbrudbelastningen, samt spændingerne σ og $\tau = c$, som er henholdsvis normal- og forskydningsspændingen i brudlinien.

Ved moment om brudcirkelens centrum O findes:

$$Q \frac{B}{2} - c \tau \cdot B = 0$$



Figur 14.3 Statisk mulig brudfigur.



Figur 14.4 Mohr's diagram for spændingstilstanden i brudzonen.

Heraf fås bæreevnen af jorden under fundamentet:

$$b = \frac{Q}{B} = 2\pi c \quad 14.11$$

Ved sammenligning med formel 14.7 findes en øvre grænse for N_c ; altså $N_c < 2\pi$.

Som en statisk mulig brudfigur vil vi anvende den på figur 14.3 øverst angivne. Vi tænker os her, at der i brudtilstanden opstår et zonebrud af typen R-brud i jorden under fundamentet. Da φ er lig nul, danner de to brudlinieretninger overalt i brudzonen rette vinkler med hinanden. Da der endvidere langs fundamentalsfladen AC kun overføres lodrette kræfter, og da hovedspændingsretningerne i zonebruddet skal halvere vinklerne mellem brudlinieretningerne, må brudlinierne i zonebruddet ADE overalt danne vinklen $\pm 45^\circ$ med vandret.

Nederst på figur 14.3 er illustreret spændingstilstanden i zonebruddet. Hovedspændingsretningerne er overalt lodrette og vandrette. I brudzonen CDE er den lodrette hovedspænding nul, idet både γ og q er lig nul. Spændingstilstanden i brudzonen må da i det på figur 14.4 viste Mohr'ske diagram være repræsenteret ved spændingscirklen I, af hvilken det fremgår, at den vandrette hovedspænding i brudzonen CDE er lig $2c$.

Den vandrette hovedspænding i brudzonen ACE må da ligeledes være lig $2c$. Spændingstilstanden i brudzonen ACE er i det på figur 14.4 viste Mohr'ske diagram repræsenteret ved spændingscirklen II, af hvilken det

fremgår, at den lodrette hovedspænding i brudzonen ACE er lig $4c$. Denne lodrette hovedspænding er lig fundamentets bæreevne, således at man har:

$$b = 4c \quad 14.12$$

Da alle ligevægtsbetingelser er opfyldt for den betragtede brudfigur, er den åbenbart statisk mulig. At den imidlertid ikke er kinematisk mulig, indses ved betragtning af forholdene i punkt E i zonebruddet. Da der i brudzonen ACE foregår en bevægelse, der er rettet nedad og mod højre, må der i brudlinien AE virke forskydningsspændinger på jordlegemet ACE i retning mod punkt A. Da der endvidere i brudzonen CDE foregår en bevægelse, der er rettet opad og mod højre (jorden er forudsat volumenkonstant), må der i brudlinien DE virke forskydningsspændinger på jordlegemet CDE i retning mod punkt E. Da forskydningsspændingerne i punkt E imidlertid enten begge skal virke i retning bort fra eller hen mod punkt E, er den betragtede brudfigur ikke kinematisk mulig. Den ved formel 14.12 angivne værdi af bæreevnen er følgelig en nedreværdi, hvorfor man har $N_c > 4$.

Resultatet af ovenstående betragtninger er altså, at vi for korttidsbæreevnen af fundamenter på vandmættet ler kan angive følgende grænser for bæreevnefaktoren N_c :

$$4 < N_c < 2\pi$$

Det skal derefter vises, hvordan man ved anvendelse af en brudfigur, som er såvel statisk som kinematisk mulig, kan finde den korrekte værdi af N_c .

Vi betragter som før, ubelastet, friktionsløs jord ($q = \gamma = \varphi = 0$). Fundamentets underside forudsættes at være glat ($a = 0$).

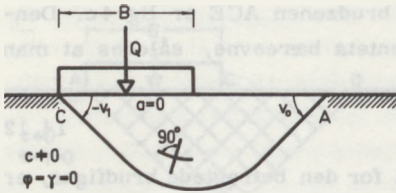
Fra afsnit 9.6 har vi i specialtilfældet $\varphi = 0$ følgende randbetingelser til beregning af de vinkler, hvorunder en brudlinie møder henholdsvis en jordoverflade og en væg (et fundament):

$$\cos(2v_0 - 2\beta) = -\frac{q}{c} \sin \beta \quad \text{og} \quad 14.13$$

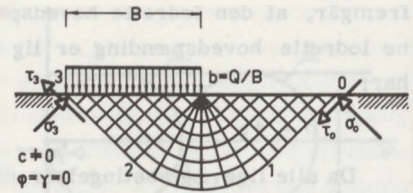
$$\cos(2v_1 - 2\theta) = \frac{a}{c} \quad 14.14$$

I punkt A på figur 14.5, hvor den nederste brudlinie i brudfiguren møder jordoverfladen, fås nu af formel 14.13 med $\beta = q = 0$:

$$\cos 2v_0 = 0$$



Figur 14.5 Randbetingelser for fundament på ubelastet friktionsløs jord.



Figur 14.6 Korrekt brudfigur for fundament på ubelastet friktionsløs jord.

hvoraf:

$$v_0 = 45^\circ \quad 14.15$$

I punkt C på figur 14.5, hvor den nederste brudlinie møder fundamentet, fås af formel 14.14 med $\theta = -90^\circ$ og $a = 0$:

$$\cos(2v_1 + 180^\circ) = 0$$

hvoraf:

$$v_1 = -45^\circ \quad 14.16$$

Det er desuden givet, at alle brudlinier i brudfiguren skal danne vinklen $90^\circ (= 90^\circ \pm \varphi)$ med hinanden.

Ved hjælp af disse oplysninger er det nu muligt at optegne en brudfigur således som vist på figur 14.6. Denne brudfigur, der første gang er angivet af Prandtl, består af to Rankine-zoner og en Prandtl-zone. Brudlinierne i sidstnævnte zone er koncentriske cirkler og disses radier. Brudlinierne i Rankine-zonerne er rette linier.

Vi betragter spændingerne i den nederste brudlinie, der i henhold til figur 14.6 består af delstykkerne 0-1, 1-2 og 2-3.

Fra afsnit 9.6 har vi i specialtilfældet $\varphi = 0$ følgende randbetingelser, der angiver spændingerne i de punkter, hvor brudlinien møder henholdsvis jordoverfladen og fundamentet:

$$\sigma_0 = \frac{q \sin v_0}{\sin(v_0 - \beta)} + c \cot(v_0 - \beta) \quad \text{og} \quad 14.17$$

$$e = \sigma_1 + (c + a) \tan(v_1 - \theta) \quad 14.18$$

hvor e er normalkomponenten af jordtrykket på fundamentet.

Det bemærkes, at indices 0 og 1 hidtil har været anvendt for brudliniens begyndelses- og endepunkt (punkt A og C i figur 14.5), men af indices 0, 1, 2 og 3 fra og med formel 14.19 refererer til henholdsvis punkt 0, 1, 2 og 3 på figur 14.6.

I punkt 0 på figur 14.6 fås nu af formel 14.17 og 14.15 med $\beta = \alpha = 0$:

$$\sigma_0 = 0 + c \cot(45^\circ - 0) = c \quad 14.19$$

I punkt 3 på figur 14.6 fås tilsvarende af formel 14.18 og 14.16 med $\theta = -90^\circ$ og $a = 0$ fundamentstrykket:

$$b = e = \sigma_3 + (c + 0) \tan(-45^\circ + 90^\circ) = \sigma_3 + c \quad 14.20$$

Fra afsnit 9.5 i forbindelse med Geoteknisk Instituts Bulletin No. 2 har vi i specialtilfældet $\varphi = 0$ følgende formel for relationen mellem spændingerne σ_0 og σ_1 i henholdsvis begyndelses- og endepunkt af en cirkulær brudlinie:

$$\sigma_1 = \gamma k \sin \omega + c \cdot 4\alpha + \sigma_0 \quad 14.21$$

Brudlinierne 0-1, 1-2 og 2-3 har de i vedføjede skema geometriske parametre:

Brudlinie	Åbningsvinkel 2α	Korkehældning ω	Kordelængde k
0-1	0°	45°	$\frac{B}{\sqrt{2}}$
1-2	90°	0°	B
2-3	0°	-45°	$\frac{B}{\sqrt{2}}$

Af formel 14.21 fås herefter normalspændingerne:

$$\sigma_1 = 0 \cdot \frac{B}{\sqrt{2}} \sin 45^\circ + c \cdot 0 + \sigma_0 = \sigma_0 \quad 14.22$$

$$\sigma_2 = 0 \cdot B \sin 0^\circ + c \pi + \sigma_1 = \pi c + \sigma_1 \quad 14.23$$

$$\sigma_3 = 0 \cdot \frac{B}{\sqrt{2}} \sin(-45^\circ) + c \cdot 0 + \sigma_2 = \sigma_2 \quad 14.24$$

Af formel 14.20 fås nu ved successiv anvendelse af formel 14.24, 14.23, 14.22 og 14.19:

Specialtilfælde	Anvendt brudfigur	Resultat	Beregnet af	
Friktionsløs jord $\varphi=0$		$N_q=0$ $N_c=1$ $N_c=\pi+2=5,14$	L. Prandtl (1920)	
Vægtløs jord $\gamma=0$		$N_q=e^{\pi \tan \varphi} \tan^2(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$ $N_c=(N_q-1) \cot \varphi$	L. Prandtl (1920)	
Kohæsionsløs, ubelastet jord $c=0$ $q=0$		φ N_q 0° 0 20° 4,8 30° 23 40° 116	Heraf ved interpolation $N_q=1,5(N_q-1)\tan\varphi$	G.G. Meyerhof (1948)
	Ikke -statisk mulig brudfigur			
	Ikke -kinematisk mulig brudfigur			

Figur 14.7 Brudfigurer til bestemmelse af bæreevnefaktorerne.

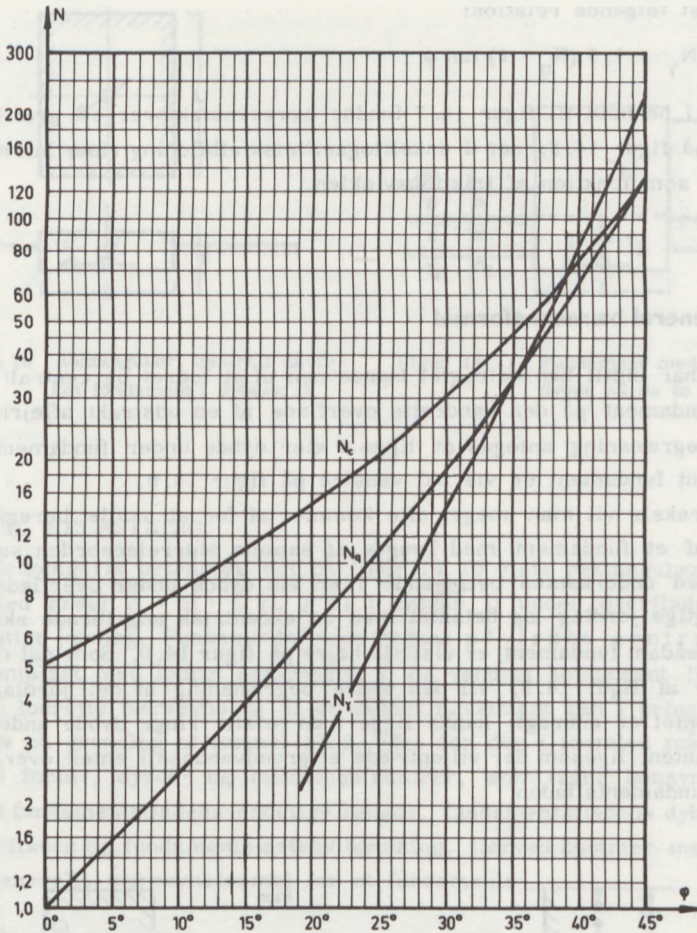
$$b = \sigma_3 + c = \sigma_2 + c = \pi c + \sigma_1 + c$$

$$= \pi c + \sigma_0 + c = \pi c + c + c = c(\pi + 2) = 5,14 c \quad 14.25$$

Det fremgår heraf, at den eksakte værdi af N_c er 5,14 for $\varphi = 0$, medens vi ved vore tilnærmede beregninger fandt grænserne for N_c til 4 og 6,3.

Vi har nu set, hvordan vi ved en plasticitetsteoretisk beregning kan finde værdien af bæreevnefaktoren N_c for $\varphi = 0$. For de øvrige bæreevnefaktorer henvises til figur 14.7, hvor der for de forskellige specialtilfælde er angivet den anvendte brudfigur, beregningens resultat, og hvem der har foretaget beregningen.

Som det fremgår af figur 14.7 er N_q og N_c 's variation med friktionsvinklen bestemt teoretisk eksakt af L. Prandtl (1920), som ved beregnin-



Figur 14.8 Bæreevnefaktorernes variation med friktionsvinklen.

gerne anvendte en både kinematisk og statisk mulig brudfigur i vægtløs jord. For N_q og N_c gælder i henhold til figur 14.7 følgende relationer:

$$N_q = e^{\pi \tan \varphi} \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) = N_c \tan \varphi + 1 \quad 14.26$$

N_γ er derimod endnu ikke bestemt teoretisk eksakt. Ved interpolation mellem resultaterne fra en kinematisk, men ikke statisk mulig brudfigur og resultaterne fra en statisk, men ikke kinematisk mulig brudfigur

er fundet følgende relation;

$$N_{\gamma} = 1,5 (N_q - 1) \tan \varphi \quad 14.27$$

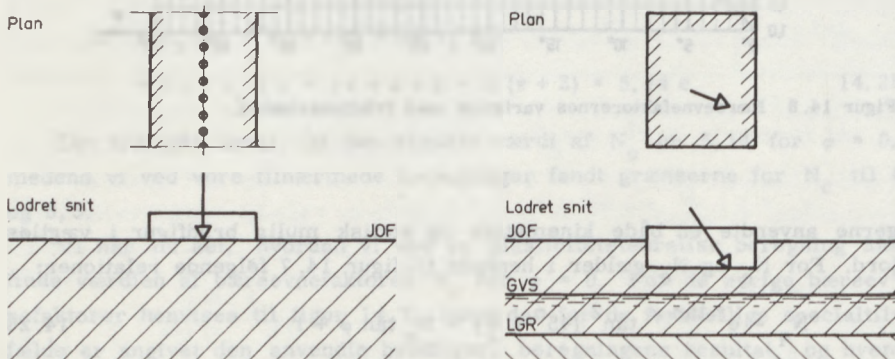
De i henhold til figur 14.7 fundne bæreevnefaktorer er grafisk fremstillet på figur 14.8, der i enkeltlogaritmsk afbildning viser bæreevnefaktorerne som funktion af friktionsvinklen.

14.4 Generel bæreevneformel

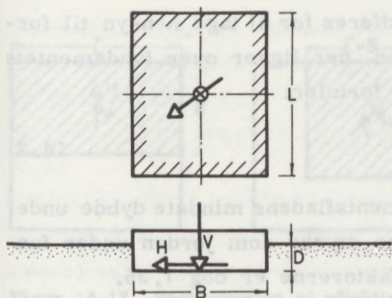
Vi har hidtil kun betragtet bæreevnen af et lodret og centralt belastet sribefundament på den vandrette overflade af en udstrakt aflejring, hvis nedre begrænsning antoges at ligge i stor dybde under fundamentsfladen. Et sådant fundament er vist til venstre på figur 14.9.

I praksis vil man meget ofte komme ud for at skulle beregne bæreevnen af et fundament med længde af samme størrelsesorden som bredden, med underkanten beliggende i en vis dybde under overfladen af det bæredygtige jordlag og belastet med en excentrisk angribende skrå kraft.

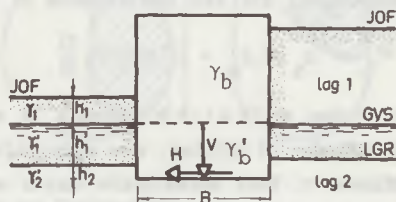
Et sådant fundament er vist til højre på figur 14.9. Som det endvidere fremgår af figur 14.9, vil den nedre begrænsning af det jordlag, hvori fundamentet er anbragt, kunne ligge i en relativ ringe dybde under fundamentskanten, ligesom der vil optræde et grundvandspejl enten over, i eller under fundamentsfladen.



Figur 14.9 Lodret centralt belastet sribefundament og ekscentrisk belastet fundament af endelig udstrækning.



Figur 14.10 Rektangulært centralt påvirket fundament i dybden D.



Figur 14.11 Fundament med forskellig dybde på de to sider.

CENTRAL BELASTNING

Indledningsvis betragtes det på figur 14.10 viste rektangulære fundament med areal $A = B \cdot L$ ($L \geq B$) i dybden D under overfladen af det bæredygtige jordlag. Fundamentsfladen regnes påvirket centralt af en fundamentslast med lodret komponent V og vandret komponent H.

Den lodrette bæreevne Q af et sådant fundament kan i princippet bestemmes på grundlag af formel 14.5, idet der dog i formlen må indføres såkaldte form-, dybde- og hældningsfaktorer, som tager hensyn til henholdsvis fundamentsfladens endelige længde, fundamentsfladens dybde under jordoverfladen og fundamentslastens hældning. Herved kommer man til følgende generelle bæreevneformel for et fundament:

$$b = \frac{Q}{A} = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma} s_{\gamma} i_{\gamma} + q N_q s_q d_q i_q + c N_c s_c d_c i_c \quad 14.28$$

De i formlen indgående form- (s), dybde- (d) og hældningsfaktorer (i) kan bestemmes dels på grundlag af mere eller mindre tilnærmede plasticitetsteoretiske beregninger og dels på grundlag af forsøg.

Formfaktorerne s_{γ} , s_q og s_c kan således beregnes i henhold til følgende semi-empiriske formler:

$$s_{\gamma} = 1 - 0,4 \frac{B}{L} \quad 14.29$$

$$s_q \approx s_c = 1 + 0,2 \frac{B}{L} \quad 14.30$$

hvor B altid er den mindste af fundamentets sider ($B \leq L$).

Dybdefaktorerne d_q og d_c kan indføres for at tage hensyn til forskydningsmodstanden i den del af brudfiguren, der ligger over fundamentets underkant. De kan bestemmes af følgende formler:

$$d_q \cong d_c = 1 + 0,35 \frac{\bar{D}}{B} \quad 14.31$$

hvor den effektive dybde \bar{D} er fundamentfladens mindste dybde under overfladen af jordlag, der mindst har samme styrke som jorden under fundamentet. Den maksimale værdi af dybdefaktorerne er dog 1,35.

Da det imidlertid ikke altid kan sikres, at jorden ved siden af fundamentet forbliver intakt, sætter man normalt på den sikre side d_q og d_c lig 1,0. I det følgende er dybdefaktorerne derfor ikke medtaget.

Hældningsfaktorerne i_γ , i_q og i_c kan bestemmes af:

$$\sqrt{i_\gamma} = i_q \cong i_c = \left[1 - \frac{H}{V + A_c \cot \varphi} \right]^2 \quad 14.32$$

Af hensyn til faren for ren glidning må man sikre sig, at $H \leq A_c + V \tan \varphi$. For H skal man i tilfælde af fundamenter med omtrent samme længde og bredde indsætte resultanten af de vandrette kræfter, medens men i tilfælde af ret langstrakte fundamenter kan nøjes med at indsætte komposanten i bredderetningen (med mindre fundamentet er nær ved at glide i længderetningen).

I specialtilfældet $\varphi = 0$ skal man for hældningsfaktoren i_c anvende formlen:

$$i_c^0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{H}{A_c}} \quad 14.33$$

Det bemærkes, at denne formel forudsætter $H \leq A_c$, altså at der ikke forekommer ren glidning.

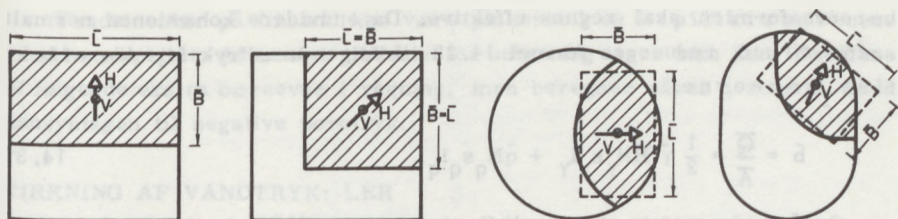
EKSCENTRISK BELASTNING

Ved ekscentrisk belastede fundamenter bestemmes bæreevnen i princippet som ved centralt påvirkede fundamenter, idet man blot for bredde og længde af fundamentfladen benytter de såkaldte effektive værdier, som svarer til, at man ved bæreevnen kun medregner den del af fundamentfladen, der er påvirket centralt af trykresultanten.

Den effektive bredde \tilde{B} bestemmes af formlen:

$$\tilde{B} = B - 2e_B \quad 14.34$$

hvor e_B er trykresultantens ekscentricitet i tværrretningen.



Figur 14.12 Bestemmelse af effektive arealer for fundamenter.

Tilsvarende fås for den effektive længde \bar{L} :

$$\bar{L} = L - 2e_L \tag{14.35}$$

hvor e_L er trykresultantens ekscentricitet i længderetningen.

For det effektive areal haves:

$$\bar{A} = \bar{B} \cdot \bar{L} \tag{14.36}$$

Ved ikke-rektangulære fundamenter transformeres det effektive areal til et ækvivalent rektangel, hvis bredde (\bar{B}), længde (\bar{L}) og areal ($\bar{A} = \bar{B} \cdot \bar{L}$) benyttes ved bæreevneberegningerne. Det skal bemærkes, at det ved beregning af formfaktorerne s_γ og s_c analogt med det tidligere fremførte skal påses, at \bar{B} ikke sættes større end \bar{L} .

Nogle typiske eksempler på effektive arealer og ækvivalente rektangler er vist på figur 14.12. Det fremgår heraf, at \bar{B} og \bar{L} sædvanligvis kan bestemmes tilstrækkeligt nøjagtigt uden egentlige beregninger.

Hvis et fundament er særlig stærkt excentrisk belastet ($e > 0,3 \cdot B$), er det nødvendigt at undersøge bæreevnen for en brudfigur, som går ind under den ubelastede del af fundamentet. Denne specielle undersøgelse er nærmere omtalt i de danske Normer.

14.5 Generelle dimensioneringsproblemer

VIRKNING AF VANDTRYK: SAND OG GRUS

For fundamenter på sand og grus under grundvandspejlet kan kun en drænet brudtilstand blive aktuel. Dette betyder, at størrelserne γ og q i

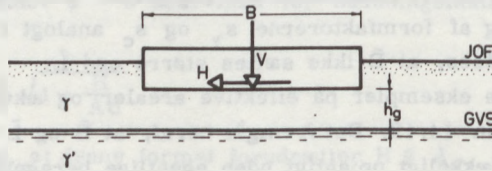
bæreevneformlen skal regnes effektive. Da endvidere kohæsionen normalt sættes til nul, reduceres formel 14.28 til følgende udtryk for den effektive bæreevne:

$$\bar{b} = \frac{\bar{Q}}{A} = \frac{1}{2} \bar{\gamma} \bar{B} N_{\gamma} s_{\gamma} i_{\gamma} + \bar{q} N_q s_q i_q \quad 14.37$$

Også fundamentets egenværdi G_f skal regnes effektivt, d. v. s. der reduceres for opdrift på den del af fundamentet, der eventuelt ligger under grundvandspejlet, således som illustreret på figur 14.11.

Hvis grundvandspejlet i højeste stilling befinder sig over funderingsniveau, som vist på figur 14.11, indsættes for den effektive rumvægt i formel 14.37 rumvægten γ'_2 . Befinder grundvandspejlet sig i større dybde under funderingsniveau end fundamentsbredden B , anvendes for $\bar{\gamma}$ i formel 14.37 rumvægten γ af den ikke vandmættede jord over grundvandspejlet. Er dybden h_g af grundvandspejlet under funderingsniveau mindre end \bar{B} , således som vist på figur 14.13, kan man interpolere lineært, d. v. s. man anvender formlen:

$$\bar{\gamma} = \gamma' + \frac{h_g}{\bar{B}} (\gamma - \gamma') \quad 14.38$$



Figur 14.13 Grundvandspejlet beliggende i mindre dybde end B under funderingsniveau.

Den i formel 14.37 indgående lodrette effektive spænding \bar{q} i funderingsniveau skal indsættes svarende til den side af fundamentet, hvor den lodrette effektive spænding er mindst, idet brudfiguren kun vil udvikle sig til denne side. For det på figur 14.11 viste fundament kan \bar{q} eksempelvis udregnes som:

$$\bar{q} = \gamma_1 h_1 + \gamma'_1 h'_1 + \gamma'_2 h_2 \quad 14.39$$

Fundamenter på finsand kan være placeret i en kapillarzone over grundvandspejlet. Af hensyn til faren for udtørring tager man ikke den heraf følgende ekstra bæreevne i regning, men beregner såvel \bar{q} som G_f uden hensyntagen til negative poretryk.

VIRKNING AF VANDTRYK: LER

For fundamenter på ler er, som omtalt i afsnit 8.7, korttidstilstanden dimensionsgivende, fordi jordens styrke forøges i takt med lerets konsolidering under fundamentsbelastningen. Bæreevneundersøgelsen skal altså gennemføres i den udrænede bruttilstand. Da poretryksfordelingen er vanskelig at bestemme, gennemføres beregningen lettest ved at benytte $\varphi = 0$ og $c = c_u$. Samtidig skal der så regnes med totale spændinger. For $\varphi = 0$ er $N_\gamma = 0$, $N_{q_s} i_q = 1$ og $N_c = 5,14$, og formel 14.28 reduceres til:

$$b = \frac{Q}{A} = 5,14 c_u s_c i_c^0 + q \quad 14.40$$

For q indsættes den totale spænding ved siden af fundamentet, ligesom fundamentets egenvægt uden opdrift.

For centralt belastede fundamenter fås imidlertid samme resultat som ovenfor ved at udføre en formel beregning med effektive spændinger svarende til hydrostatiske poretryk, d.v.s. ved at beregne den reducerede bæreevne:

$$b' = \frac{\bar{Q}}{A} = 5,14 c_u s_c i_c + q' \quad 14.41$$

Bæreevnen reduceres nemlig hermed med $q - q' = u$ pr. arealenhed, hvilket netop svarer til den reduktion i belastningen, som skyldes, at fundamentets egenvægt her skal reduceres for opdrift.

For ekscentrisk belastede fundamenter under grundvandspejlet er forholdene lidt mere komplicerede. Her kan nemlig forekomme en vandfyldt revne med hydrostatisk poretryk under den ubelastede del af fundamentet. Dette vil betyde dels en reduktion i fundamentets belastning, dels en større ekscentricitet og altså et mindre effektivt areal. Det kan vises, at den sidstnævnte virkning er dominerende, således at en vandfyldt revne altid vil virke til ugunst for fundamentet. Ved dimensioneringen skal der derfor tages hensyn til, at revnen kan forekomme; dette gøres mest enkelt ved at regne med opdrift under hele fundamentet, og tilsvarende med effektivt \bar{q} -led, altså ved at benytte formel 14.41.

At denne metode fører til det korrekte resultat, indses ved at forestille sig poretrykket i revnen påført som en fundamentsbelastning udenfor det effektive areal. Den totale fundamentsbelastning, som virker centralt på det effektive areal, bliver herefter:

$$V = V_t - u(A - \bar{A})$$

hvor V_t er belastningen uden hensyn til opdrift, og u er poretrykket i revnen. Ved bestemmelsen af \bar{A} er momentbidraget fra poretrykket medregnet.

Herefter er problemet reduceret til et centralt belastet fundament med arealet \bar{A} , belastet med V . For dette fundament kan man imidlertid, som ovenfor nævnt, gennemføre en formel beregning ved at regne q -leddet effektivt og samtidig reducere belastningen med et hydrostatisk poretryk på det effektive areal. Herved fås:

$$\bar{V} = V - u \cdot \bar{A} = V_t - u \cdot A$$

Man får altså det korrekte resultat ved at regne med opdrift under hele fundamentsfladen samt med et effektivt q -led, d.v.s. ved at benytte formel 14.41.

For ekscentrisk belastede fundamenter i kapillarzonen over grundvandspejlet vil en eventuel vandfyldt revne med negative poretryk omvendt virke stabiliserende på fundamentet.

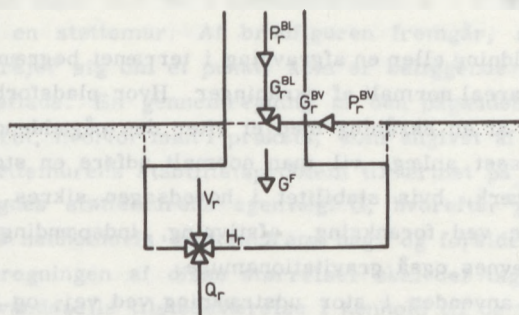
Da man ikke tør regne med overførsel af trækspændinger mellem fundament og jord, ser man i praksis bort fra disse negative poretryk og regner med totale spændinger, d.v.s. man benytter formel 14.40.

REAKTIONSFORDELING

Reaktionsfordelingen under et fundament regnes med tilnærmelse ensformig, idet kontaktrykket mellem fundament og jord regnes jævnt fordelt over det effektive areal.

DIMENSIONERING

Dimensioneringen af et fundament foretages i det regningsmæssige brudstadium, hvilket vil sige, at man indfører partialkoefficienter både på belastninger og styrkeparametre. Herved findes de regningsmæssige fundamentsbelastninger, som i henhold til figur 14.14 i lodret



Figur 14.14 Regningsmæssige fundamentsbelastninger.

og vandret retning udgør:

$$V_n = G_r^{BL} + P_r^{BL} + G^F \quad 14.42$$

$$H_n = G_r^{BV} + P_r^{BV} \quad 14.43$$

hvor

G_r^{BL} er den regningsmæssige lodrette belastning hidrørende fra bygværkets egenvægt,

P_r^{BL} er den regningsmæssige lodrette bevægelige belastning,

G^F er fundamentets egenvægt (incl. vægten af den jord, der ligger direkte over fundamentet),

G_r^{BV} er den regningsmæssige vandrette belastning hidrørende fra bygværkets egenvægt (eksempelvis ved en tre-charnierbue) og

P_r^{BV} er den regningsmæssige vandrette bevægelige belastning.

Når de regningsmæssige fundamentsbelastningers størrelse og angrebspunkt er beregnet, beregner man fundamentets regningsmæssige lodrette bæreevne $b_r = Q_r/\bar{A}$ og hvis:

$$V_r/\bar{A} \leq b_r = Q_r/\bar{A} \quad 14.44$$

har fundamentet tilstrækkelig bæreevne, idet det dog samtidig for fundamenter på sand må påses, at kriteriet for glidestabilitet er opfyldt.

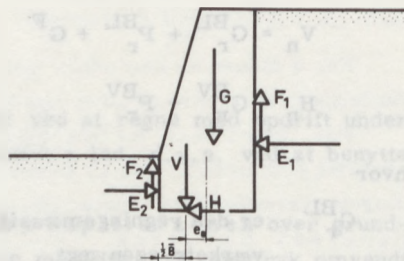
14.6 Støttemure

Ved en påfyldning eller en afgravning i terrænet begrænses det påfyldte eller afgravede areal normalt af skråninger. Hvor pladsforholdene ikke tillader udførelse af en skråning med et efter den pågældende jords styrkeparametre afpasset anlæg, vil man normalt udføre en støttemur. Herved forstås et bygværk, hvis stabilitet i hovedsagen sikres gennem murens egenvægt - ikke ved forankring, afstivning, indspænding eller lignende. Støttemure benævnes også gravitationsmure.

Støttemure anvendes i stor udstrækning ved vej- og jernbanebygning, herunder også i forbindelse med broanlæg. Inden for vandbygningen anvendes støttemure i form af kajmure og spærredæmninger.



Figur 14.15 Grovbeton- og jernbetonstøttemur.



Figur 14.16 Beregning af støttemurs bæreevne.

Støttemure udførtes tidligere som oftest af tilhuggede stenblokke; i vore dage benyttes derimod som regel uarmeret eller armeret beton. Figur 14.15 viser eksempler på grovbeton- og jernbetonstøttemure.

Ved dimensioneringen af en støttemur vil man søge at fastsætte den bredde, det netop er nødvendigt at give dens fundament, for at jordtrykkene på sidefladerne ikke skal vælte muren. Ved dimensioneringen bliver der således tale om at foretage en fundamentsberegning, hvor de på fundamentsfladen virkende belastninger hidrører dels fra murens egenvægt og dels fra jordtrykkene på murens sideflader. Det skal pointeres, at man i geoteknisk sprogbrug i flæng taler om at undersøge bæreevnen af støttemurens fundament og om at undersøge støttemurens stabilitet.

Til højre på figur 9.7 er i specialtilfældet $\varphi = 0$ vist brudfiguren i jorden omkring en støttemur. Af brudfiguren fremgår, at støttemuren i brudtilstanden drejer sig om et punkt, som er beliggende under støttemurens fundamentsflade. En gennemregning af den pågældende brudfigur er relativ kompliceret, hvorfor man i praksis, som angivet af Brinch Hansen (1955), løser støttemurens stabilitetsproblem tilnærmet på følgende måde:

Først beregnes støttemurens egenvægt G , hvorefter jordtrykkene E_1 , F_1 , E_2 og F_2 på henholdsvis støttemurens bag- og forside beregnes (figur 14.16). Ved beregningen af disse størrelser skal der tages hensyn til et eventuelt grundvandspejls tilstedeværelse i henhold til de i afsnit 14.4 og 11.4 angivne generelle regler.

De nævnte jordtryk samt murens egenvægt sammensættes derefter til en resultant med komponenter V og H , hvor V virker i afstanden e_B fra fundamentsfladens midte. Af formel 14.34 beregnes fundamentsfladens effektive bredde \bar{B} . Sluttelig bestemmes af formlerne i afsnit 14.5 den effektive fundamentsflades bæreevne Q , og hvis $Q \geq V$, samtidig med at glide-stabilitetskriteriet er opfyldt, er bæreevnen (stabiliteten) i orden.

Som ovenfor nævnt vil støttemuren i brudtilstanden dreje sig om et punkt, som ligger under fundamentsfladen. Såfremt støttemuren glider på underlaget, kan dens omdrejningspunkt specielt opfattes som liggende uendelig langt nede. Som anført i kapitel 11 vil der herved opstå et aktivt zonebrud bag muren (hvad enten den regnes ru eller glat), hvorfor jordtrykskoefficienterne K_γ^a , K_P^a og K_C^a og hermed jordtrykkene E_1 og F_1 kan bestemmes af diagrammet på figur 11.14. Hvis murens forside er glat (ler), vil der også her opstå zonebrud, således at figur 11.14 i dette tilfælde også kan anvendes til bestemmelse af E_2 og F_2 . Er forsiden derimod ru (sand), opstår der et kombineret brud, og af jordtryksdiagrammerne på figur 11.21 og 11.23 (passivt tryk, positiv rotation) ses, at jordtrykskoefficienterne her varierer (lidt) med omdrejningspunktets beliggenhed, og at koefficienterne antager mindste værdi for $\rho = -\infty$. På den sikre side anvendes derfor ved beregningen af E_2 og F_2 de til parallelforskydning ($\rho = -\infty$) svarende værdier af jordtrykskoefficienterne.

Den ovenfor angivne metode forudsætter - i henhold til figur 14.16 - lodret væg og vandret jordoverflade for såvel støttemurens for- som bagside, idet jordtryksdiagrammet for zonebrud (figur 11.14) samt diagrammerne i afsnit 11.3 kun kan anvendes i dette tilfælde. Såfremt støttemurens bagside eller jordoverfladen bag muren er skrå, kan man beregne det aktive jordtryk efter Coulomb's teori (figur 11.6 og 11.7). Hvis derimod forsiden eller jordoverfladen foran muren er skrå, kan Coulomb's

teori ikke anvendes til bestemmelse af det passive jordtryk, da den som tidligere omtalt vil føre til resultater, som er på den usikre side, navnlig for ru vægge. I stedet kan man her bestemme jordtrykket ved hjælp af et halvempirisk formelsæt for zonebrud ved hældende væg og skrå jordoverflade, som er angivet af Brinch Hansen (H. Lundgren og J. Brinch Hansen (1958)).

Såfremt støttemurens sideflader udviser knæk, som f.eks. vist til højre på figur 14.15, kan jordtrykkene med rimelig tilnærmelse beregnes svarende til plan sideflade af muren (vist stiplede på figuren), idet man da samtidig i murens egenvægt medregner den del af jorden, som ligger mellem muren og den plan, hvorpå jordtrykket er beregnet.

Ved undersøgelsen af støttemurens stabilitet indføres sikkerheden på sædvanlig måde ved at regne i det nominelle brudstadium.

Litteratur

REFERENCER

- Dansk Ingeniørforenings normer for bygningskonstruktioner: 6. Fundering, DS 415, 1965.
- Hansen, J. Brinch (1955): Simpel beregning af fundamenters bæreevne, *Ingeniøren*, 22. jan. 1955, p. 95.
- Hansen, J. Brinch (1957): The Internal Forces in a Circle of Rupture. Geoteknisk Institut. Bulletin No. 2, 1957.
- Hansen, J. Brinch (1961): A General Formula for Bearing Capacity. *Ingeniøren*, int. ed., June 1961.
- Hansen, J. Brinch (1967): Støttemures bæreevne. B-undervisning og Forskning 67. DIAB-festschrift 1967.
- Lundgren, H. og Mortensen, K. (1953): Determination by the Theory of Plasticity of the Bearing Capacity of Continuous Footings on Sand. Proc. Third Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, p. 409, Zürich 1953.
- Lundgren, H. og Hansen, J. Brinch (1958): Geoteknik, afsnit 5.23. Teknisk Forlag. København 1958.
- Meyerhof, G. G. (1948): An Investigation for the Foundations of a Bridge on Dense Sand. Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech., Vol. 1, p. 237. Rotterdam 1948.
- Prandtl, L. (1920): Über die Härte plastischer Körper, *Nachr. d. Ges. d. Wiss.*, Göttingen 1920.
- Terzaghi, K. (1943): *Theoretical Soil Mechanics*. Wiley, New York 1943.

15. *Enallagma boreale*

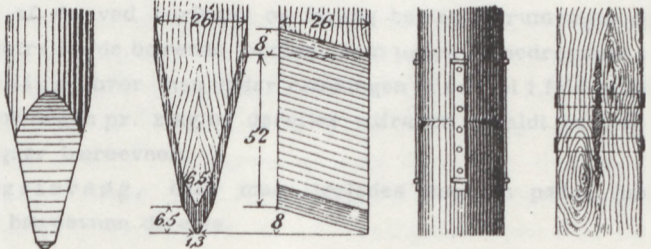
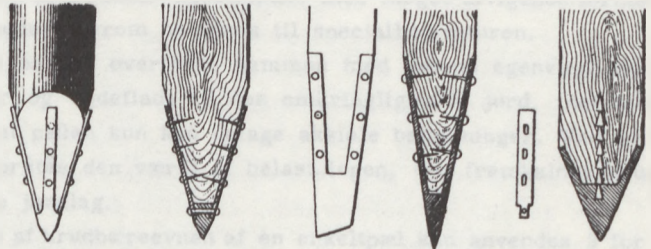
KAPITEL 15

15.1 Grundriss

Die Grundrisszeichnungen zeigen die Form der Brust und des Abdomens. Die Brust ist breit und abgerundet, das Abdomen ist kegelförmig. Die Zeichnungen sind in der Draufsicht dargestellt.

Die Zeichnungen zeigen die Form der Brust und des Abdomens. Die Brust ist breit und abgerundet, das Abdomen ist kegelförmig. Die Zeichnungen sind in der Draufsicht dargestellt.

Die Zeichnungen zeigen die Form der Brust und des Abdomens. Die Brust ist breit und abgerundet, das Abdomen ist kegelförmig. Die Zeichnungen sind in der Draufsicht dargestellt.



15. Enkeltpæles bæreevne

15.1 Grundbegreber

Bærende pæle anvendes til fundering af bygværker på steder, hvor de bæredygtige jordlag ligger så dybt, at en direkte fundering ville blive uøkonomisk. Endvidere kan anvendelse af bærende pæle blive nødvendig, såfremt en direkte fundering i de øvre jordlag ville give for store sætninger.

Pælene kan udføres af beton, træ eller stål. Pæleformen er normalt cylindrisk med cirkulært eller kvadratisk tværsnit. Runde træpæle vil dog, såfremt de ikke tildannes, være let koniske, medens stålpæle kan være af profiljern.

Som regel rammes pælene ned i jorden, medens der kun sjældent anvendes nedpresning eller -vibrering. For betonpæles vedkommende kan der være tale om at støbe pælene direkte i jorden.

I øvrigt findes en lang række specialpæle med meget afvigende former og nedbringningsmetoder; herom henvises til speciallitteraturen.

Belastningen på en pæl overføres sammen med pælens egenvægt gennem dens sideflader og endeflade til den omkringliggende jord, idet man normalt går ud fra, at pælen kun kan optage aksiale belastninger. Ved pælens brudbæreevne forstås den værdi af belastningen, der fremkalder brud i de omkringliggende jordlag.

Til bestemmelse af brudbæreevnen af en enkeltpæl kan anvendes 3 forskellige metoder:

- Geostatisk beregning, hvor bæreevnen bestemmes direkte på grundlag af de ved boringer og forsøg bestemte rumvægte og styrkeparametre for de bærende jordlag, som pælen er nedrammet i.
- Prøveramning, hvor man under ramningen af en pæl i fuld skala måler nedsynkningen pr. slag og derefter ud fra en såkaldt rammeformel beregner bæreevnen.
- Belastningsforsøg, hvor man ligeledes med en pæl i fuld skala måler bæreevnen direkte.

Belastningen på en pæl vil foruden af jordens bæreevne også begrænses af selve pælematerialets styrke. I så henseende skal der tages hensyn til søjlevirkningen, men som fri længde kan man nøjes med at medregne pælens længde i vand og luft, idet det har vist sig, at selv meget blød jord vil forhindre udknækning. Herfra er dog undtaget meget slanke stålpæle.

15.2 Geostatisk beregning

En enkeltpæls bæreevne - underforstået brudbæreevne - er sammensat af et bidrag fra de kræfter, der overføres mellem pælens endeflade og jorden og af et bidrag fra de kræfter, der overføres mellem pælens sideflader og jorden. Disse bidrag, der benævnes henholdsvis **spidsmodstanden Q_p** og **overflademodstanden Q_m** , er illustreret på figur 15.1, i henhold til hvilken vi har:

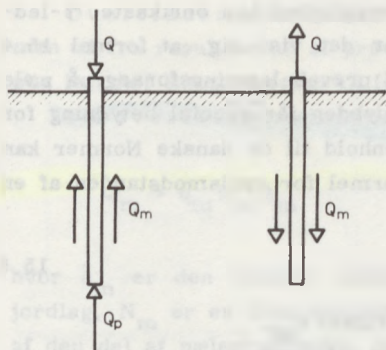
$$Q = Q_p + \Sigma Q_m \quad 15.1$$

Ovenstående gælder for trykpæle. Ved trækpæle, som i pæleværker anvendes til optagelse af trækkræfter, yder kun overflademodstanden bidrag til pælens optrækningsmodstand:

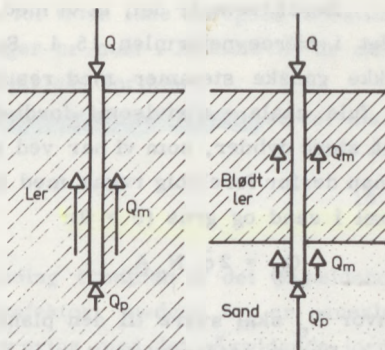
$$Q = \Sigma Q_m \quad 15.2$$

For pæle, som er fuldstændigt omgivet af homogene plastiske jordlag såsom ler, vil spidsmodstanden Q_p normalt være lille sammenlignet med overflademodstanden Q_m . Sådanne pæle kaldes kohæsienspæle. I modsætning hertil vil overflademodstanden for pæle, hvis spids er omgivet af faste lag såsom sand, grus og fjeld, være lille sammenlignet med spidsmodstanden. Sådanne pæle benævnes spidsbærende pæle.

Om en pæl er spidsbærende, eller om den er kohæsienspæl, afhænger ikke alene af jordbundens art, men tillige af sådanne forhold som pælens dimensioner, nedbringningsmetoden og jordens "spændingshistorie". Generelt kan man dog sige, at pæle med spidsen i sand vil være spidsbærende, medens pæle i ler vil være kohæsienspæle. På figur 15.2 er vist to karakteristiske anvendelser af pæle: Til venstre ses en kohæsienspæl i ler, medens der til højre ses en spidsbærende pæl, som er omgivet af meget bløde lerlag, og hvis spids er omgivet af fastlejret sand og grus. Begge de på figur 15.2 viste pæle er trykpæle. I tilfælde af, at der ved et givet bygværk skal optages trækkræfter, vil kun kohæsienspæle i henhold til formel 15.2 være velegnede.



Figur 15.1 Spidsmodstand og overflademodstand for enkeltpæle.



Figur 15.2 Kohæisionspæl og spidsbærende pæl.

Ved beregning af en pæls spidsmodstand Q_p kan man i princippet betragte pælen som et dybtliggende fundament, hvorfor beregningerne vil kunne foretages på grundlag af de i kapitel 14 angivne formler for fundamenteres bæreevne.

For en pæl med spidsen i sand og grus ($c = 0$) fås af formel 14.37 med dybdefaktoren d_q indført:

$$Q_p = \left(\frac{1}{2} \bar{\gamma} \bar{B} N_\gamma s_\gamma i_\gamma + \bar{q} N_q s_q d_q i_q \right) A_p \quad 15.3$$

hvor A_p er pælespidsens tværsnitsareal. Da pæle, som tidligere omtalt, kun forudsættes at optage belastninger i pæleaksens retning, må hældningsfaktorerne i_γ og i_q være lig 1. Da pæle endvidere normalt har cirkulært eller kvadratisk tværsnit, skal man i formel 14.29 og 14.30 for formfaktorerne s_γ og s_q sætte $B = L$, hvorfor man får $s_\gamma = 0,6$ og $s_q = 1,2$. Dybdefaktoren d_q sættes lig maksimalværdien, 1,35. Bæreevneformlen 15.3 giver herefter:

$$Q_p = (0,3 \bar{\gamma} \bar{B} N_\gamma + 1,6 \bar{q} N_q) A_p \quad 15.4$$

Betragtes eksempelvis en jernbetonpæl med kvadratisk tværsnit og sidelængden 25 cm og med længden 8 m i sand ($c = 0$) med $\bar{\gamma} = 8 \text{ kN/m}^3$ og $\varphi = 35^\circ$, fås af formel 15.4:

$$\begin{aligned} Q_p &= (0,3 \cdot 8 \cdot 0,25 \cdot 41 + 1,6 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 34) \cdot 0,25^2 \\ &= (25 + 3480) \cdot 0,0625 \text{ kN} \end{aligned}$$

Heraf fremgår det, at vi med rimelig nøjagtighed kan bortkaste γ -ledet i bæreevneformlen 15.4. Samtidig har det vist sig, at formel 15.4 ikke ganske stemmer med resultaterne af prøvebelastningsforsøg på pæle i fuld skala - utvivlsomt fordi funderingsdybden får speciel betydning for så store dybder, som vi har ved pæle. I henhold til de danske Normer kan man derfor foreløbig regne med følgende formel for spidsmodstanden af en pæl i sand og grus ($c = 0$):

$$Q_p = 2 \bar{q}_p N_q A_p \quad 15.5$$

hvor N_q skal svare til den plane friktionsvinkel φ_{pl} .

Denne spidsmodstand kan i øvrigt kun påregnes at være til stede, såfremt det pågældende sand- eller gruslag findes i en tykkelse af mindst 3 gange pælens mindste tværmål under pælespidsen og mindst 5 gange over denne.

For en pæl med spidsen i vandmættet ler fås af formel 14.42 for korttidsstabiliteten ($c = c_u$, $\varphi = 0$):

$$Q_p = (5,14 c_u s_c d_c i_c + q) A_p$$

idet dybdefaktoren d_c fra formel 14.28 er indført.

Da man analogt med det ovenfor anførte har:

$$s_c = 1,2, \quad d_c = 1,35 \quad \text{og} \quad i_c = 1,0 \quad \text{fås:}$$

$$Q_p = (8,3 c_u + q) A_p \quad 15.6$$

Betragtes eksempelvis en jernbetonpæl med kvadratisk tværsnit og sidelængden 25 cm og med længde 8 m i vandmættet ler med $\gamma_m = 20 \text{ kN/m}^3$ og $c_u = 150 \text{ kN/m}^2$, fås af formel 15.6:

$$\begin{aligned} Q_p &= (8,3 \cdot 150 + 20 \cdot 8) \cdot 0,25^2 \\ &= (1240 + 160) \cdot 0,0625 \text{ kN} \end{aligned}$$

Heraf fremgår det, at vi med rimelig nøjagtighed kan bortkaste q -leddet i bæreevneformlen 15.6. For et så dybtliggende fundament, er faktoren 8,3 i formel 15.6 i øvrigt på den sikre side, hvorfor man i henhold til de danske Normer foreløbig regner med følgende formel for spidsmodstanden af en pæl i vandmættet ler i korttidsstilstanden ($c = c_u$, $\varphi = 0$):

$$Q_p = 9 c_u A_p \quad 15.7$$

For fast dansk moræneler synes talfaktoren 9 dog snarere at skulle være ca. 18.

Overflademodstanden Q_m kan for tiden ikke beregnes teoretisk, men ud fra resultaterne af prøvebelastninger er man i henhold til de danske Normer kommet frem til følgende empiriske formler.

For overflademodstanden i sand og grus ($c = 0$) sætter man:

$$Q_m = \bar{q}_m N_m A_m \quad 15.8$$

hvor \bar{q}_m er den lodrette effektive spænding i midten af det pågældende jordlag, N_m er en dimensionsløs bæreevnefaktor, medens A_m er arealet af den del af pæleoverfladen, der er i berøring med det pågældende jordlag.

Bæreevnefaktoren N_m afhænger utvivlsomt af sandets friktionsvinkel; den er også forskellig for en tryk- og en trækpæl. Foreløbig regner man med $N_m = 0,6$ for trykpæle, medens man for trækpæle sætter $N_m = 0,2$.

For overflademodstanden i vandmættet ler i korttidstilstanden ($c = c_u$, $\varphi = 0$) sætter man:

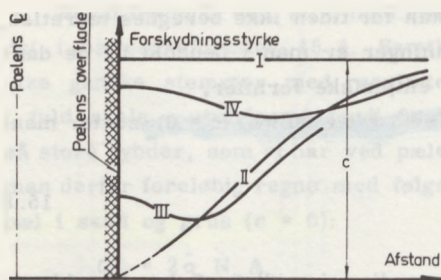
$$Q_m = mrc_u A_m \quad 15.9$$

hvor m er en materialfaktor og r er den såkaldte regenerationsfaktor.

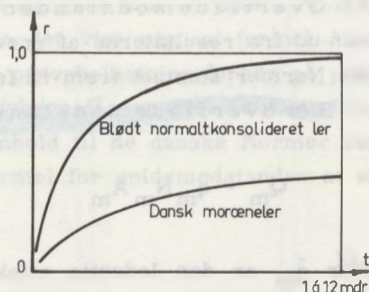
m regnes lig 1,0 for beton og træ og lig 0,7 for stål.

Regenerationsfaktoren r er defineret som forholdet mellem forskydningsstyrken af det ler, der ligger umiddelbart op til pælen (til det betragtede tidspunkt), og forskydningsstyrken af leret i intakt tilstand.

Ved pælens ramning sker der en voldsom æltning af leret nærmest pælen. Denne æltning medfører, at en stor del af kontaktrykket mellem de enkelte korn i jorden forsvinder. Da den totale lodrette spænding i jorden på det nærmeste er den samme før og efter ramningen, vil der omkring pælen opstå et overtryk i porevandet. Dette overtryk vil øjeblikkeligt resultere i en strømning i jorden, idet det vil starte en konsolideringsproces. Strømningen vil i første række være rettet bort fra pælen, men såfremt pælen er en porøs træ- eller betonpæl, kan der endvidere være tale om en strømning ind mod det lodrette dræn, som pælen repræsenterer. Medens vandpartiklerne under konsolideringsprocessen bevæger sig bort fra pælen, vil der ske en tilsvarende bevægelse af jordpartikler



Figur 15.3 Forskydningsstyrkens variation ved ramning af pæl.



Figur 15.4 Regenerationsfaktorens variation med tiden.

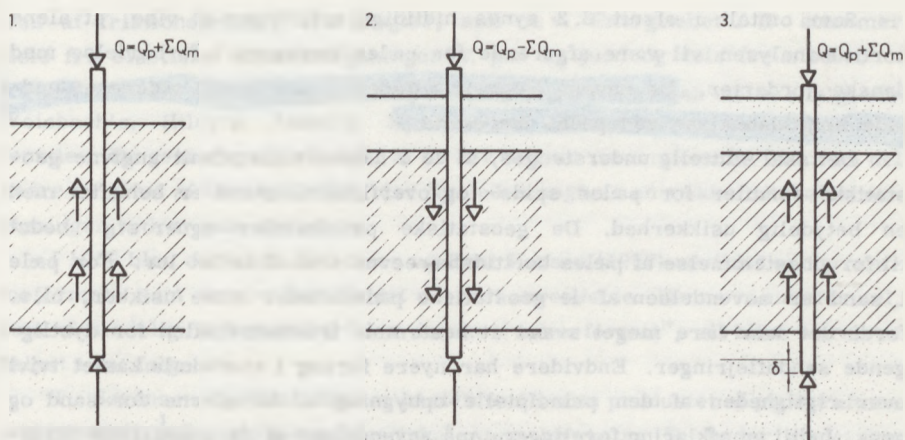
ind mod pælen. Poretallet af jorden umiddelbart omkring pælen vil således aftage med tiden - og hermed vil den udrænedede forskydningsstyrke vokse. Længere borte fra pælen vil jordskelettet udvide sig - og den udrænedede forskydningsstyrke vil aftage en ubetydelighed. I umiddelbar nærhed af pælen vil leret kunne genvinde sin fulde udrænedede forskydningsstyrke.

Ovenstående fænomen er nærmere illustreret på figur 15.3, der til forskellige tidspunkter viser kurver over den udrænedede forskydningsstyrkes variation med afstanden fra pælen. Kurven I illustrerer forskydningsstyrken før ramningen, medens kurven II viser forskydningsstyrkens variation umiddelbart efter ramningen. Hvis kurven II repræsenterer forskydningsstyrkens variation ca. en dag efter ramningen, vil kurven IV give en ide om variationen efter et par ugers forløb.

Konsekvensen af ovenstående betragtninger er, at regenerationsfaktoren - og dermed pælen overflademodstand - bliver en funktion af tiden. Man kan bestemme denne funktion ved hjælp af belastningsforsøg. Figur 15.4 illustrerer regenerationsfaktorens variation med tiden for to karakteristiske danske jordarter.

Hvis en pæl går gennem et lerlag, der efter pælen ramning konsolideres f.eks. som følge af en opfyldning eller en grundvandsænkning, kan pælen blive påvirket af en nedadrettet overflademodstand fra det konsoliderende lag. Dette er illustreret til venstre og midtfor på figur 15.5, der viser pælen henholdsvis før og efter opfyldningen.

Såfremt man ønsker, at pælen skal stå fast i det på figur 15.5 viste sandlag, må man til pælen belastning medregne den nedadrettede ("negative") overflademodstand fra det konsoliderende jordlag.



Figur 15.5 Overflademodstand i konsolideret lerlag.

Kun såfremt man kan tolerere de ofte ret betydelige sætninger af pælen, der er nødvendige for at vende den negative overflademodstand og gøre den opadrettet, kan man til pælens bæreevne medregne overflademodstanden i konsoliderende jordlag. Dette er illustreret til højre på figur 15.5.

Bestemmelsen af den faktiske optrædende negative overflademodstand på pæle er et kompliceret deformationsproblem, som endnu ikke er løst. Såfremt der ikke udføres mere nøjagtige undersøgelser af den negative overflademodstands faktiske størrelse, kan man derfor indtil videre anvende de i de danske Normer angivne dimensioneringskriterier.

De i nærværende afsnit angivne formler for pælens spids- og overflademodstand er primært udviklet for pæle med konvekse tværsnit. For pæle med delvis konkave tværsnit (f.eks. H-profiler) kan formlerne dog også anvendes, idet der regnes med den mindste omskrevne konvekse polygon, hvis areal bestemmer A_p , og hvis perimeter bestemmer A_m . For stålspunsvægge reduceres dog det således bestemte spidsareal med 20%. For hule pæle kan der normalt regnes med det fulde spidsareal.

Ved beregning af trykpælens nominelle belastning medregnes selve pælens egenvægt normalt ikke. Dette kan anses for tilladeligt, fordi der i formlerne for spidsmodstanden er set bort fra γ -leddet, som normalt er af samme størrelsesorden som pælens egenvægt. For trækpæle kan egenvægten derimod subtraheres fra den nominelle trækraft.

Som omtalt i afsnit 8.2 synes hidtidige erfaringer at vise, at alene korttidsanalysen vil være afgørende for pæles bæreevne i forbindelse med danske jordarter. De danske Normer tillader derfor indtil videre at udelade langtidsanalyse ved pæles bæreevne.

Det skal sluttelig understreges, at de i nærværende afsnit angivne geostatistiske formler for pæles spids- og overflademodstand er behæftet med en betydelig usikkerhed. De geostatistiske pæleformler egner sig bedst til forudbestemmelse af pæles korttidsbæreevne i vandmættet ler. For pæle i sand er anvendelsen af de geostatistiske pæleformler mere usikker, bl. a. fordi det kan være meget svært at bestemme friktionsvinklen for dybtliggende sandaflejringer. Endvidere har nyere forsøg i stor skala kastet tvivl over rigtigheden af den principielle opbygning af formlerne for sand og grus. Indtil en afklaring foreligger, må anvendelsen af de geostatistiske formler for sand og grus derfor suppleres med prøvebelastning, eller for trykpæle eventuelt med prøveramning.

15.3 Prøveramning

Ved ramning af en pæl benytter man faldenergien fra et ramslag til at overvinde pælens modstand mod nedtrængning for derved at give pælen en blivende nedsynkning. Den blivende nedsynkning S pr. slag vil vokse med ramslagets vægt G_r og med ramslagets faldhøjde H . Derimod vil den blivende nedsynkning aftage med jordens modstand mod pælens nedtrængning. Det er nærliggende at tro, at jordens modstand mod pælens nedtrængning under ramningen står i nøje relation til pælens bæreevne Q i det færdige bygværk, således at det skulle være muligt at opstille en såkaldt rammeformel for sammenhængen mellem Q og S , G_r og H (og muligvis andre størrelser).

Der er i tidens løb opstillet en lang række rammeformler. Disse er alle baseret på en energibetragtning, der udtrykker, at den ved ramslagets fald frigjorte energi ηHG_r dels anvendes til at trykke pælen ned i jorden QS og dels går til forskellige energitab ΔE . Herved kommer man til formlen:

$$\eta HG_r = QS + \Delta E \quad 15.10$$

hvor η er en såkaldt effektivitetsfaktor, der er 1,0, når ramslaget falder helt frit, medens den er mindre end 1,0, når ramslaget i sit fald brem-

ses af friktionskræfter fra mægler, spil m.v. Energitabet ΔE stammer dels fra elastiske sammentrykninger af pæl og jord og dels fra stødtab.

Af de bedst kendte og mest benyttede rammeformler kan nævnes følgende: Weisbach's, Hiley's, Janbu's, Eyrelwein's og Engineering New's rammeformler. En gennemgang af nogle af de her nævnte rammeformler samt en del andre er givet af Széchy (1965), der ligeledes angiver en række litteraturhenvisninger vedrørende emnet.

I 1957 blev der af T. Sørensen og Bent Hansen (1957) udviklet en ny rammeformel, som senere har fundet udbredt anvendelse. Denne rammeformel, som almindeligvis benævnes "den danske rammeformel", vil blive nærmere belyst i det følgende.

T. Sørensen og Bent Hansen bestemte ΔE som produktet af pælekraftens middelværdi $\frac{1}{2} Q$ og pælens elastiske sammentrykning S_0 under stødet fra ramslaget. Herved fås formelen:

$$\eta HG_r = QS + \frac{1}{2} QS_0 \quad 15.11$$

hvor der for størrelsen S_0 gælder

$$S_0 = \frac{QL_p}{AE} \quad 15.12$$

Idet forudsættes, at pælen står urokkeligt fast, altså $S = 0$, fås

$$S_0 = \sqrt{2\eta HG_r L_p : AE} \quad 15.13$$

Ved løsning med hensyn til Q fås "den danske rammeformel":

$$Q = \frac{\eta HG_r}{S + \frac{1}{2} S_0} \quad 15.14$$

Undersøgelser er foretaget af T. Sørensen og Bent Hansen (1956) og H. Agerschou (1962) over de forskellige rammeformlers nøjagtighed. Ved disse undersøgelser er for ialt 171 pæle bæreevnen bestemt ved prøvebelastning sammenlignet med bæreevnen beregnet på grundlag af de forskellige rammeformler. Resultatet af de foretagne statistiske undersøgelser var, at de bedste formler syntes at være Hiley's, Janbu's og den danske ram-

meformel. Weisbach's rammeformel var lidt ringere end de tre nævnte, medens Engineering News's og Eytelwein's formler, som begge har været og stadig er meget benyttede, viste sig at være så unøjagtige, at man må fraråde at anvende dem.

I konsekvens af, at den danske rammeformel dels er relativt nøjagtig og dels er relativt let at anvende (S indgår kun eet sted i nævneren), har man i de danske Normer anbefalet at anvende denne rammeformel.

Prøveramning foretages altid med pæle i fuld skala. Pælehovedets nedsynkning S pr. slag måles som middelværdien for en serie, der giver en samlet nedsynkning på 20 cm, efter at der er rammet flere serier (altså ingen pause før måleserien).

Rammeformlen bestemmer i princippet pælens aktuelle brudbæreevne Q . For at komme frem til den regningsmæssige bæreevne, der skal anvendes ved dimensionering i det regningsmæssige brudstadium, må man dividere Q med den i de danske Normer fastsatte partialkoefficient.

Som allerede anført er den bæreevne, der bestemmes ved en rammeformel, pælens dynamiske bæreevne, som ikke nødvendigvis behøver at være lig den søgte statiske bæreevne lang tid efter ramningen.

Ved ramning af pæle i ler vil overflademodstanden være relativt lille på grund af den voldsomme æltning af leret. Til gengæld vil spidsmodstanden under selve ramningen være meget større end den statiske spidsmodstand, idet der under selve stødet kan opbygges betydelige poreovertryk i jorden under og omkring pælespidsen. Dette bevirker, at rammeformler er principielt uanvendelige for pæle med spidsen i ler. De geostatistiske bæreevneformler er her bedre.

En undtagelse herfra udgør dog fast dansk moræneler, hvor man normalt kommer til brugelige resultater ved anvendelse af eksempelvis den danske rammeformel.

Ved ramning af pæle med spidsen i sand må der forventes væsentligt mindre forskelle mellem de dynamiske og de statiske overflade- og spidsmodstande. Erfaringerne viser da også, at de bedste rammeformler giver brugelige resultater for pæle med spidsen i sand. Rammeformler giver således her normalt en bedre bestemmelse end de geostatistiske bæreevneformler.

Af det ovenfor anførte vil det fremgå, at det er utilladeligt at anvende rammeformel til bestemmelse af en pæls bæreevne, forinden man ved boringer eller på anden måde har sikret sig, at pælens spids står i sand.

I de danske Normer er der redegjort for sikkerhedsfastlæggelsen i forbindelse med prøveramning og prøvebelastning.

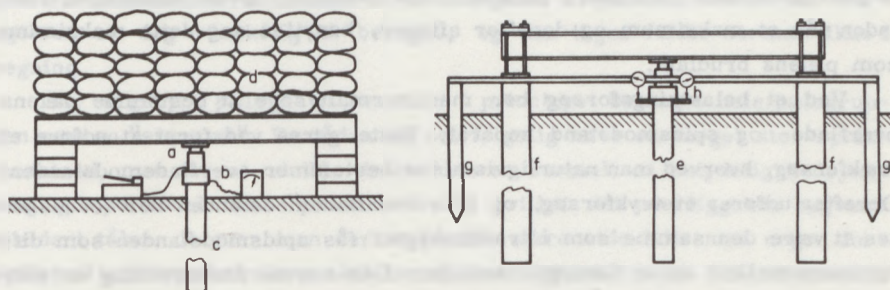
15.4 Belastningsforsøg

Den nøjagtigste bestemmelse af en pæls brudbæreevne fås ved udførelse af en prøvebelastning. Princippet herved er, at pælehovedet påføres en kendt belastning, hvorefter dets lodrette bevægelse måles. Udfra forsøgets arbejdskurve bestemmes pæls brudbæreevne.

Belastningsforsøg på pæle bør på grund af jordens inhomogeniteter altid udføres på pæle i fuld skala, ligesom prøvepælen altid bør anbringes tæt ved en boring, således at man kender jordbundsforholdene langs pælen.

Belastningsarrangementet kan i praksis udføres på mange forskellige måder. Figur 15.6 viser i princippet to af de mest benyttede belastningsopstillinger. Til venstre ses en opstilling, hvor der i princippet skaffes modhold ved hjælp af en belastning, der kan bestå af jord, metalbarrer, stålplader el. lign. Til højre på figur 15.6 skaffes modhold ved hjælp af fire modholdspæle, som er trækpæle rammet i en vis afstand fra prøvepælen.

I begge de på figur 15.6 viste belastningsopstillinger overføres kraften fra modholdet til prøvepælen ved hjælp af en hydraulisk donkraft, på hvis manometer man til enhver tid kan aflæse belastningens størrelse. Anvendelse af den hydrauliske donkraft til selve kraftmålingen medfører dog en fejkilde, idet friktionskræfter på stemplet kan give anledning til, at der er indtil 10 - 20% afvigelse mellem den kraft, der overføres til pælehovedet, og den kraft, der aflæses på manometret. Ofte indskydes derfor



- a: hydraulisk donkraft med pumpe.
 b: trykmåledåse med indikator.
 c: prøvepæle.
 d: modhold af sandsekkede, jernplader el. lign.

- e: prøvepæle.
 f: modholdspæle.
 g: bærepæle for målebjelke.
 h: målebjelke med måleure.

Figur 15.6 Belastningsopstillinger ved belastningsforsøg.

mellem donkraft og pælehoved en kraftmålecelle, der ad elektronisk vej med relativ stor nøjagtighed er i stand til at registrere pælekraften.

Pælehovedets bevægelser måles ved hjælp af måleure, der er anbragt symmetrisk om pæleaksen på en fast målebjelke. Denne målebjelkes understøtninger skal ligge i betydelig afstand fra både prøvepælen og modholdets understøtninger.

Begge de på figur 15.6 viste belastningsarrangementer kan benyttes til prøvning af trykpæle. Ved prøvning af trækpæle benyttes bedst arrangementet med modholdspæle, der da udformes således, at man enten kan trække i prøvepælen og trykke på modholdspælene eller trykke på prøvepælen og trække i modholdspælene.

Under selve forsøget påføres belastningen trinvis, idet man i hvert trin afventer, at pælen falder til ro, hvilket i praksis betragtes som sket, når pælehovedets synkningshastighed er mindre end 20 mm/h. I hvert eller hvert andet belastningstrin aflastes pælen ved at lade donkraftens tryk synke til nul. Samtidig måles pælehovedets hævnings på samme måde som ved belastning. Herved bestemmes i det enkelte belastningstrin både den totale nedsynkning og den elastiske nedsynkning, der er lig hævnings ved aflastning. Differensen mellem den totale og den elastiske nedsynkning angiver den blivende nedsynkning.

Pælens brudlast skulle i princippet være den belastning, hvor den blivende nedsynkning kan øges, uden at belastningen vokser. I praksis vil belastningen dog normalt være stadig voksende med voksende nedsynkninger, hvorfor man i henhold til de danske Normer definerer pælens brudlast som den belastning, ved hvilken pælehovedets blivende nedsynkning andrager 10% af pælens mindste tværmål i pælens midtærtværsnit. Hvis pælekraften forinden når et maksimum og derefter aftager, benyttes dog dette maksimum som pælens brudlast.

Ved et belastningsforsøg bør man normalt søge at bestemme pælens overflade- og spidsmodstand separat. Dette gøres ved først at udføre et trækforsøg, hvorved man naturligvis alene bestemmer overflademodstanden. Derefter udføres et trykforsøg, og hvis overflademodstanden her forudsættes at være den samme som i trækforsøget, fås spidsmodstanden som differensen mellem de to forsøgsresultater. Den nævnte forudsætning er sikkert nogenlunde rigtig for pæle i ler, men næppe for pæle med spidsen i sand, hvor spidsmodstanden måles noget for stor ved den nævnte metode.

Ved pæle i ler foretager man ofte flere forsøg til forskellige tidspunkter efter ramningen for at kunne beregne regenerationsfaktorens afhængighed af tiden. Når resultaterne af sådanne forsøg afsættes med logaritmisk

tidsskala, kan man ved forsigtig ekstrapolation finde regenerationsfaktoren til tidspunktet for pælenes belastning i bygværket. Det må dog herunder erindres, at regenerationsfaktoren ikke vedbliver at vokse, men når en grænseværdi, som kan være væsentligt lavere end 1.

Hvis der udføres prøvebelastninger med både tryk- og trækforsøg, kan man udfra prøvebelastningsresultaterne beregne de aktuelle værdier af konstanterne i de geostatistiske bæreevneformler.

15.5 Gruppevirkning

De i de foregående tre afsnit angivne metoder til bestemmelse af pæles bæreevne refererer i princippet til bestemmelse af bæreevnen af en enkeltpæl fjernt fra alle andre pæle. I praksis anvendes pæle dog normalt i grupper med relativt små pæleafstande, og spørgsmålet er nu, om pælegruppens lodrette bæreevne er den samme som enkeltpælenes bæreevne multipliceret med pæleantallet.

For en gruppe pæle med spidserne i sand vil den effektive spænding i pælespidsernes niveau forøges på grund af de friktionskræfter, der overføres til jorden mellem pælene fra nabopælenes sideflader. Gruppevirkningen vil således her altid føre til en forøgelse af pælenes bæreevne. Forøgelsen er dog vanskelig at beregne, og den tages derfor normalt ikke i regning.

For en gruppe pæle i ler kan man i princippet betragte hele pælegruppen som en "stor pæl". En sådan vil selvfølgelig have en meget stor spidsmodstand, men for at udvikle denne kræves normalt en betydelig nedsynkning (proportional med "pælebredden"), hvilket det overliggende bygværk sjældent tåler. Regner man derfor på den sikre side ikke med nogen forøgelse af spidsmodstanden, skal overflademodstanden være den samme for pælegruppen som for enkeltpælene, hvis man ikke vil have nedsat bæreevne. Dette betyder, at den "store pæls" omkreds skal være den samme som summen af enkeltpælenes omkreds. For en kvadratisk pælegruppe med n^2 pæle betyder dette eksempelvis, at den frie afstand mellem de enkelte pæle mindst skal være n gange de enkelte pæles tværmål.

Litteratur

REFERENCER

- Agerschou, H. A. (1962): Analysis of the Engineering News Pile Formula. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., J. Soil Mech. and Found. Div., No. SM 1, Oct. 1962, Paper 3298.
- Dansk Ingeniørforenings Normer for bygningskonstruktioner; 6. Fundering, DS 415, 1965.
- Sørensen, T. og Hansen, B. (1956): Rammeformler for pæle i sand. Bygningsstatistiske Meddelelser, nr. 3, 1956.
- Szechy, K. (1965): Der Grundbau, Springer Verlag, Wien New York, 1965.

NOTATER

KAPITEL 16



NOTATER

REVISION

1. ...

2. ...

3. ...

4. ...

5. ...

6. ...

7. ...

8. ...

9. ...

10. ...

11. ...

12. ...

13. ...

14. ...

15. ...

16. ...

17. ...

18. ...

19. ...

20. ...

21. ...

22. ...

23. ...

24. ...

25. ...

26. ...

27. ...

28. ...

29. ...

30. ...

31. ...

32. ...

33. ...

34. ...

35. ...

36. ...

37. ...

38. ...

39. ...

40. ...

41. ...

42. ...

43. ...

44. ...

45. ...

46. ...

47. ...

48. ...

49. ...

50. ...

51. ...

52. ...

53. ...

54. ...

55. ...

56. ...

57. ...

58. ...

59. ...

60. ...

61. ...

62. ...

63. ...

64. ...

65. ...

66. ...

67. ...

68. ...

69. ...

70. ...

71. ...

72. ...

73. ...

74. ...

75. ...

76. ...

77. ...

78. ...

79. ...

80. ...

81. ...

82. ...

83. ...

84. ...

85. ...

86. ...

87. ...

88. ...

89. ...

90. ...

91. ...

92. ...

93. ...

94. ...

95. ...

96. ...

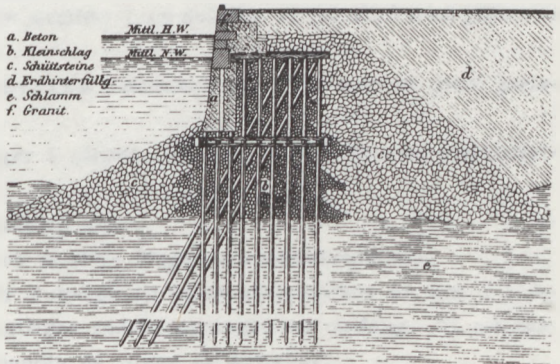
97. ...

98. ...

99. ...

100. ...

KAPITEL 16



16. Pæleværker

16.1 Grundbegreber

Ved et pæleværk forstås en gruppe af pæle, der overfører kræfter fra en overbygning til jorden. Denne funderingsmåde har været kendt i årtusinder og anvendes i dag såvel i de mest primitive samfund som i forbindelse med de mest moderne bygningskonstruktioner.

Inden gennemgangen af de almindeligste beregningsmetoder for pæleværker vil det være nødvendigt at klassificere pæleværkerne, hvis variationsmuligheder er uendelige.

Ethvert pæleværk er rumligt, men ofte udformes det således, at det med god tilnærmelse kan betragtes som plant, hvilket er en væsentlig forenkling.

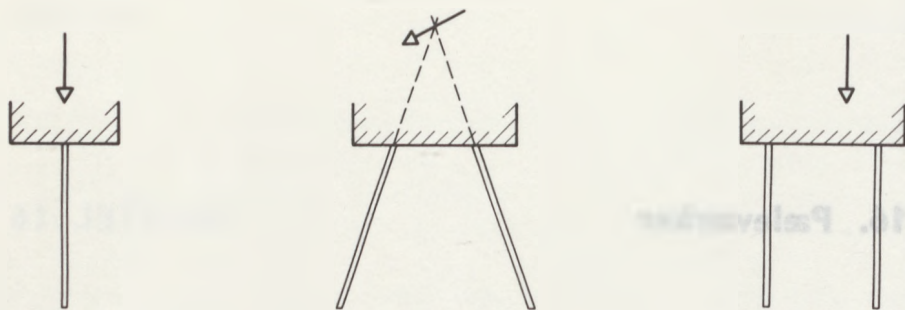
Et pæleværk er plant såfremt:

- 1) Pæleværket kan opdeles i stadigt gentagne sektioner, som er placeret i en fortsat række.
- 2) Alle pæleakserne i en sektion ligger i parallelle planer, som står vinkelret på systemlinien for rækken af sektioner.
- 3) De ydre kræfter gentages ensartet fra sektion til sektion.
- 4) Resultanten af de ydre kræfter i en sektion er parallel med planerne gennem pæleakserne.

Desuden kan et symmetrisk pæleværk beregnes som et plant pæleværk såfremt:

- 1) Alle pæleakserne ligger i planer, som er parallelle med symmetriplanen.
- 2) Overbygningen er uendelig stiv.
- 3) Resultanten af de ydre kræfter ligger i symmetriplanen.

Beregningsmetoderne for rumlige og plane pæleværker er ens i princippet og adskiller sig væsentligst ved beregningernes omfang. Vi vil derfor indskrænke os til at behandle de plane pæleværker.



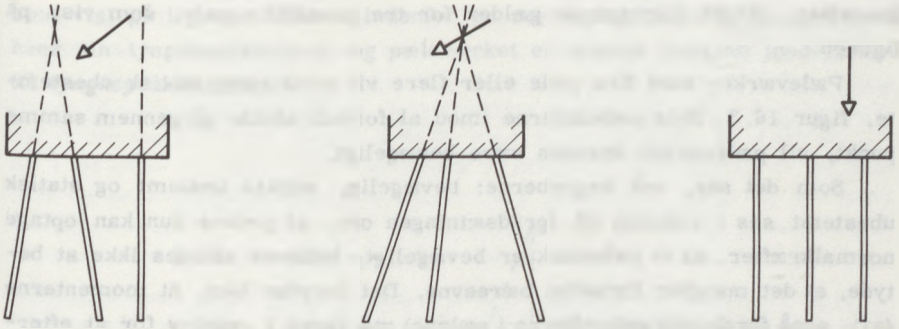
Figur 16.1 Pæleværker med mindre end tre pæle er altid bevægelige.

Pæleværker opdeles i bevægelige, statisk bestemte og statisk ubestemte pæleværker. Denne opdeling knytter sig til den klassiske beregningsforudsætning, at pælene antages fastgjort med charnier i overbygningen og i jorden ved pælespidsen. Pælene forudsættes altså kun at kunne optage centralt virkende normalkræfter. Der ses bort fra momenter og forskydningskræfters bidrag. Hvor grov denne forudsætning end kan synes, har det dog vist sig, at tilnærmelsen i de fleste tilfælde er god. Da beregningsarbejdet forenkles væsentligt, ligger denne forudsætning til grund for alle gængse beregningsmetoder.

Ved et statisk bestemt pæleværk forstås et pæleværk, hvis pælekræfter entydigt kan bestemmes ved de tre ligevægtsligninger for en vilkårlig belastning. Et pæleværk er bevægeligt, hvis blot een af ligevægtsligningerne ikke kan tilfredsstilles, og det er statisk ubestemt, hvis ligevægtsligningerne ikke er tilstrækkelige til at bestemme pælekræfterne.

Vi skal i det følgende se en række eksempler på pæleværker af alle tre kategorier. Til venstre på figur 16.1 ses det enkøst mulige pæleværk, som består af een pæl. Pæleværket er bevægeligt, fordi hverken momentligningen eller den vandrette projektlionsligning kan tilfredsstilles. Kun en lodret centralt virkende belastning kan overføres til jorden.

Til højre på figuren ses pæleværker bestående af to pæle. Hvis kraften som vist går gennem pæleaksernes skæringspunkt, er momentligningen opfyldt, og pælekræfterne bestemmes ved to projektlionsligninger. For enhver anden stilling af kraften vil ligevægt ikke kunne opnås, hvorfor pæleværket er bevægeligt. Hvis kraften falder i vinkelrummet mellem de to pæle, vil begge pæle være påvirket til tryk. Parallelle pæle svarer til,



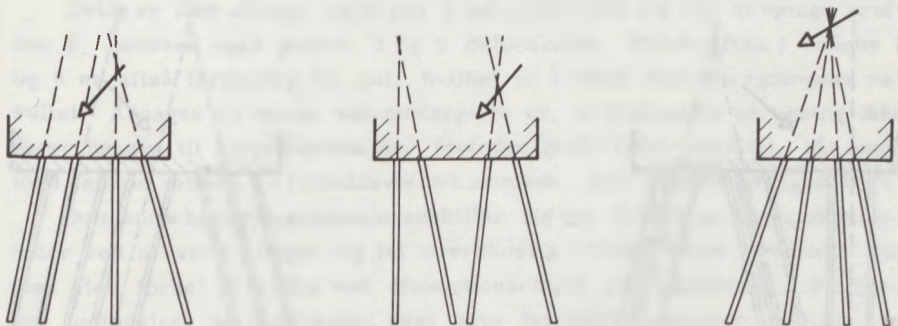
Figur 16.2 Tre pæle giver statisk bestemthed, med mindre akserne går gennem samme punkt.

at skæringspunktet går mod uendelig, hvorfor kun lodret belastning kan give ligevægt.

Pæleværker bestående af færre end tre pæle vil altid være bevægelige.

Pæleværker bestående af tre pæle er vist på figur 16.2. Det ses umiddelbart af figuren til venstre, at pælekræfterne kan bestemmes entydigt ved tre ligevægtsligninger, hvorfor pæleværket er statisk bestemt.

Hvis pæleakserne skærer hinanden i samme punkt, er pæleværket dog bevægeligt. Momentligningen vil kun være opfyldt, såfremt kraften går gennem pæleaksernes skæringspunkt. I så fald er pæleværket statisk ubestemt, fordi der kun er to projektligninger til bestemmelse af tre pæ-



Figur 16.3 Flere end tre pæle giver altid statisk ubestemthed.

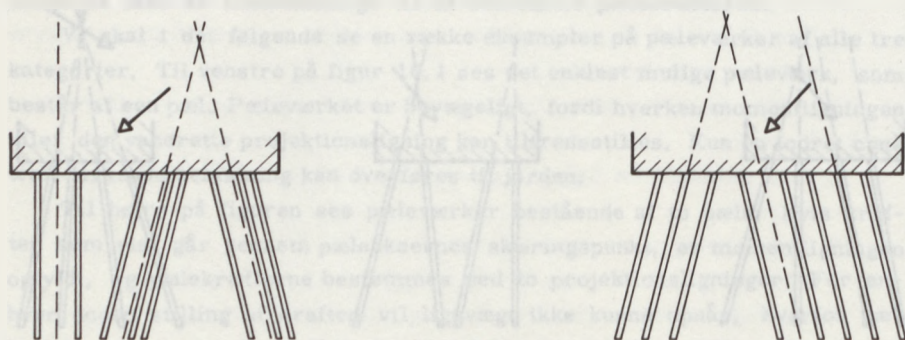
lekræfter. Noget tilsvarende gælder for tre parallelle pæle, som vist på figuren.

Pæleværker med fire pæle eller flere vil altid være statisk ubestemte, figur 16.3. Hvis pæleakserne imod al fornuft skulle gå gennem samme punkt, vil pæleværket desuden være bevægeligt.

Som det ses, må begreberne: bevægelig, statisk bestemt og statisk ubestemt ses i relation til forudsætningen om, at pælene kun kan optage normalkræfter. At et pæleværk er bevægeligt, behøver således ikke at betyde, at det mangler fornøden bæreevne. Det betyder blot, at momenterne (evt. også forskydningskræfterne i pælene) må tages i regning for at eftervise pæleværkets bæreevne. Der er kun i ringe udstrækning udviklet beregningsmetoder for bevægelige pæleværker, hvorfor emnet ikke vil blive behandlet her. Statisk bestemte pæleværker undersøges simpelt ved anvendelse af ligevægtsligningerne, hvorfor kun statisk ubestemte pæleværker vil blive behandlet i det følgende.

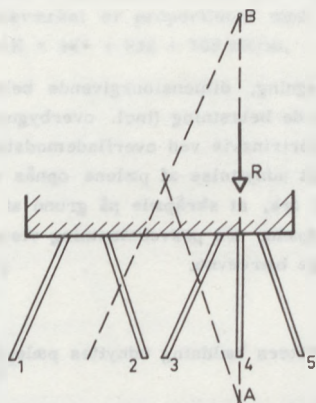
16.2 Culmann's tilnærmede metode

Ofte vil pælegrupper, der indeholder mange pæle, kun have tre forskellige pæleretninger. Ved Culmann's metode føres pæleværket tilbage til et statisk bestemt pæleværk ved at antage, at det består af tre pæle i tyngdepunktslinien for hver pæleretning, figur 16.4. Komposanten i en pæleretning fordeles derpå ligeligt på alle pæle med denne retning. Fremgangsmåden kan også anvendes, hvis der kun er to pæleretninger,



Figur 16.4 Principet for Culmann's tilnærmede metode.

som vist på figuren. Pælene indenfor en retning opdeles i to grupper med hver sin tyngdepunktslinie, og pæleværket er statisk bestemt med hensyn til tyngdepunktslinierne.



Figur 16.5 Culmann's metode tager ikke hensyn til deformationerne.

Metoden kan ikke anvendes kritiskløst. Figur 16.5 er et ekstremt eksempel på de urimelige resultater, metoden kan føre til. Ved at tage moment om skæringspunkterne A og B og projicere på lodret fås:

$$P_1 = P_3 = 0 \quad P_2 = P_5 = 0 \quad P_4 = R$$

Dette er ikke muligt, fordi pæl 4 må deformere sig for at optage kraften R, hvorved også pælene 3 og 5 deformeres. Pælekraften i pælene 3 og 5 er altså forskellig fra nul, hvilket er i strid med beregningens resultat. Årsagen til denne selvmodsigelse er, at Culmann's beregning ikke tager hensyn til deformationerne. Metoden giver bedst resultat, når pæle med samme retning er *forholdsvis tæt samlede*, som antydnet på figur 16.4.

Culmann's beregningsmetode adskiller sig fra de øvrige beregningsmetoder ved at være simpel og let overskuelig. Netop denne egenskab kan med stor fordel anvendes ved dimensioneringen af et pæleværk. Foruden den betingelse, at pæleværket skal have fornøden bæreevne, kræves, at det dimensionerede pæleværk skal være økonomisk. På grund af det umådelige antal kombinationsmuligheder, der foreligger ved dimensioneringen

af et pæleværk, forenes et økonomisk overblik kun dårligt med de mere udviklede beregningsmetoder. Hvor det er muligt, dimensioneres derfor først efter Culmann's tilnærmede metode, hvorpå pæleværket kontrolleres (evt. rettes) ved hjælp af de mere korrekte metoder. Denne anvendelse af Culmann's beregning illustreres bedst med et eksempel.

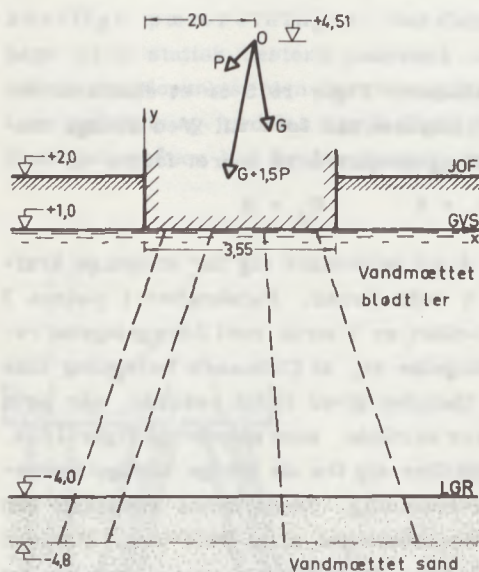
EKSEMPEL 16.1

Figur 16.6 viser overbygning, dimensionsgivende belastning og funderingsforhold for et pæleværk. G er hvilende belastning (incl. overbygning), og P er bevægelig belastning. Pæle i ler bærer fortrinsvis ved overflademodstand, medens pæle i sand er udpræget spidsbærende. Bedst udnyttelse af pælene opnås ved at ramme spidsen netop ned i sandet. Der ses bort fra, at skråpæle på grund af større længde i lerlaget vil få større bæreevne end lodpæle. En prøvebelastning viste, at $18 \times 18 \text{ cm}^2$ betonpæle har følgende regningsmæssige bæreevne.

Tryk: 210 kN

Træk: 47 kN

På grund af de ydre kræfters hældning udnyttes pæle med stor hældning bedst. Af

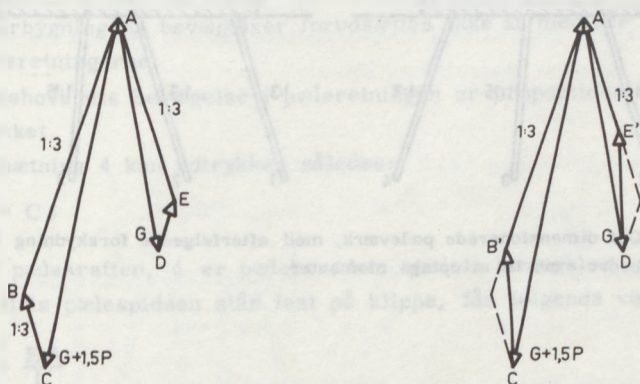


Belastning		
	x kN/m	y kN/m
G	65	-340
P	-110	-113
$G+1,5P$	-100	-510

Brudlast		
Pr. pæl:	tryk	210 kN
	træk	47 kN

Figur 16.6 Grundlag for dimensionering af pæleværk.

hensyn til ramningen er største hældning normalt 1:3. Foreløbig tænkes pæleværket opbygget af to pæleretninger; 1:3 i to modsatte retninger. Til venstre på figur 16.7 er de to dimensionsgivende ydre belastninger opløst efter de to pæleretninger. Pælene tænkes foreløbig arrangeret således, at momentligningen er opfyldt ved, at pælegruppernes tyngdepunktsakser går gennem punkt O, figur 16.6. Kræfterne $AB = 427 \text{ kN/m}$ og $AE = 282 \text{ kN/m}$ udtrykker, hvor stor største pælekraft er i hver retning pr. m pæleværk for de to belastningstilfælde og angiver derfor pæleantallet. Det er en nærliggende antagelse, at prisen for pæleværket er proportional med pæleantallet, hvorfor prisen er proportional med $AB + AE = 427 + 282 = 709 \text{ kN/m}$.



Figur 16.7 Opløsning af ydre belastning efter to og tre pæleretninger.

Ved at indlægge endnu en pæleretning opnås, at summen af de største pælekræfter kan formindskes. Dette fremgår af figur 16.7 til højre. Summen af de største pælekræfter er:

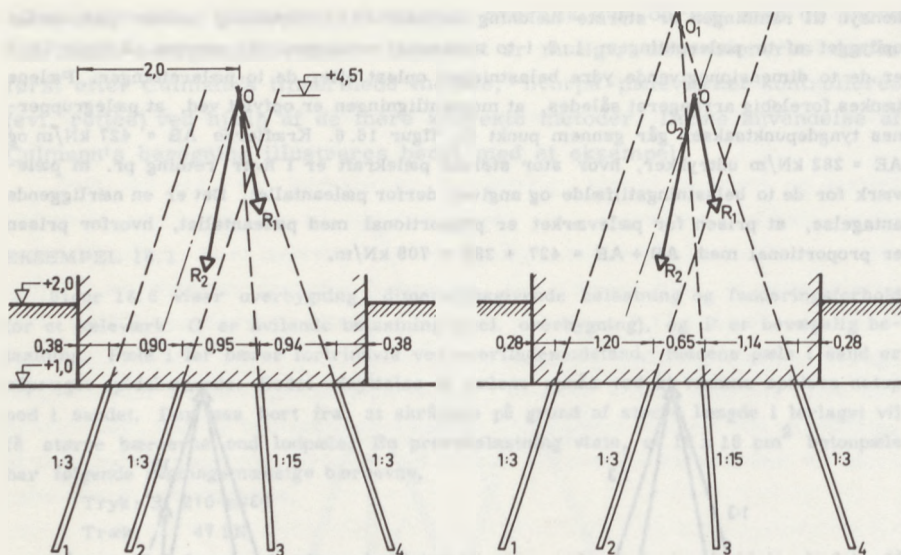
$$AB' + AE' + B'C \text{ eller } AB' + AE' + E'D$$

Den mindste pris opnås, når disse udtryk er lige store:

$$B'C = E'D$$

Ved forsøg med forskellige hældninger af 3' pælerække findes hurtigt, at betingelsen er opfyldt for hældning 1:15. Største pælekraft $AB' = 351 \text{ kN/m}$ er meget nær det dobbelte af $AE' = 178 \text{ kN/m}$ og $B'C = E'D = 171 \text{ kN/m}$. Der placeres derfor to pæle med retning AB' for hver pæl i de øvrige retninger.

På figur 16.8 til venstre er vist et pælearrangement, som tilfredsstiller momentligningen, idet pælegruppernes tyngdepunktsakser går gennem punkt O. Dette arrangement er dog ikke heldigt, såfremt pæleværket kan påvirkes af kræfter, der ikke går



Figur 16.8 Det dimensionerede pæleværk, med efterfølgende forskydning for at opnå bedre evne til at optage momenter.

gennem punkt O - selv om disse er mindre end de dimensionsgivende. Der kan rådes bod herpå ved at forskyde pælene som vist til højre på figuren, idet pæleakserne 3 og 4 skærer R_1 's angrebslinje i O_1 , og pæleakserne 1-2 og 3 skærer R_2 's angrebslinje i O_2 . Momentligningen er da opfyldt i begge belastningstilfælde, samtidig med at kraftopløsningen, som lå til grund for den økonomiske betragtning, er uændret (pælene 1-2 upåvirkede af R_1 , og pælen 4 upåvirket af R_2). Desto større afstand, der opnås mellem punkterne O_1 og O_2 , desto bedre vil pæleværket kunne optage andre påvirkninger end de dimensionsgivende.

Derpå bestemmes den nødvendige afstand mellem pælerækkerne:

Pælelast pr. m	nødvendig pæleafstand
$AB' = 350 \text{ kN/m}$	$a = 2 \cdot \frac{210}{350} = 1,20 \text{ m}$
$AE' = 178 \text{ kN/m}$	$a = \frac{210}{178} = 1,18 \text{ m}$
$CB' = 171 \text{ kN/m}$	$a = \frac{210}{171} = 1,23 \text{ m}$

Af praktiske grunde vælges samme pæleafstand i alle rækker: $a = 1,18 \text{ m}$.

Ovenstående eksempel viser, at selv med Culmann's forenkede beregning kan økonomisk dimensionering af pæleværker blive kompliceret, når

pæleantallet stiger. Vi skal nu gennemgå de metoder, hvormed duelig-
den af det dimensionerede pæleværk kan kontrolleres.

16.3 Nøkkentved's metode

Nøkkentved's metode er den ældste metode og har elasticitetsteorien
som grundlag. Beregningen bygger på følgende forudsætninger:

- 1) Overbygningen forudsættes at være uendelig stiv.
- 2) Pælene forudsættes kun at kunne optage aksialkræfter.
- 3) Overbygningens bevægelser forudsættes ikke at medføre drejning af pæleretningerne.
- 4) Pælehovedets bevægelse i pæleretningen er proportional med pæletrykket.

Forudsætning 4 kan udtrykkes således:

$$P = C \delta$$

hvor P er pælekraften, δ er pælehovedets aksiale bevægelse, og C er en konstant. Hvis pælespidsen står fast på klippe, fås følgende værdi af C :

$$C = \frac{EA}{L}$$

hvor E er pælens elasticitetskoefficient, A er pælens tværsnitsareal, og L er pælens længde. Hvis pælespidsen ikke er fast forankret, kommer her-
til et bidrag fra pælespidsens nedsynkning:

$$C = \frac{1}{\frac{L}{AE} + \frac{1}{kA}}$$

hvor k (kN/m^3) er et ballasttal, som bedst bestemmes ved forsøg. Konstan-
ten C forudsættes herefter kendt.

En vilkårlig bevægelse af et pæleværk kan, da overbygningen regnes
uendelig stiv, beskrives ved overbygningens tre bevægelseskomponenter.

- 1) lodret parallelforskydning
- 2) vandret parallelforskydning
- 3) drejning om et punkt

Hver af disse bevægelser vil medføre en reaktion fra pæleværket, sva-
rende til kræfter i pælene, som påvirker overbygningen i retning modsat
bevægelserne. Antages de tre bevægelser at have størrelsen 1, vil resul-

tanten af pælekrafterne i de tre tilfælde være karakteristiske størrelser, de såkaldte karakteristiske kræfter for et givet pæleværk. En lodret eller vandret parallelforskydning på 1 medfører, at overbygningen påvirkes af henholdsvis kraften R' og R'' . En drejning af størrelsen 1 om et punkt vil generelt medføre både en kraftkomponent og et moment, men med passende valg af omdrejningspunkt bliver den eneste reaktion på overbygningen et moment I .

Vi vil nu beregne de karakteristiske kræfter R' , R'' og I .

LODRET PARALLELFORSKYDNING: $\delta = 1$

Vi betragter det på figur 16.9 viste pæleværk.

En skråpæl, som danner vinklen α med lodret, bevæges $1 \cos \alpha$ i pæleretningen, hvorfor pælekraften bliver:

$$P' = C \cos \alpha \quad 16.1$$

Opløses i lodret og vandret komponent, fås:

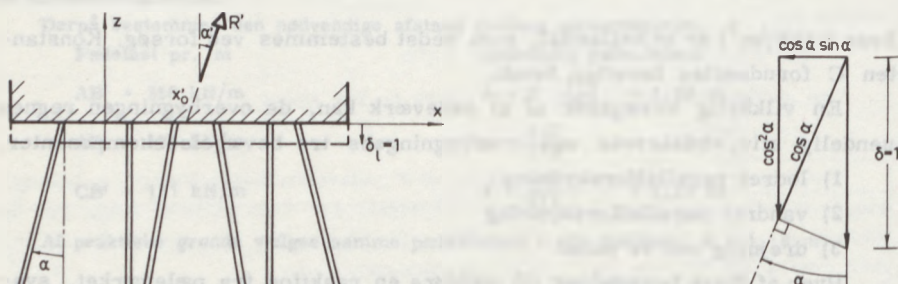
$$P'_1 = C \cos^2 \alpha \quad P'_V = C \cos \alpha \sin \alpha \quad 16.2$$

Summeres for alle pæle, fås:

$$R'_1 = \Sigma C \cos^2 \alpha \quad R'_V = \Sigma C \cos \alpha \sin \alpha \quad 16.3$$

Resultantens hældning med lodret bliver:

$$\tan \alpha' = \frac{R'_V}{R'_1} = \frac{\Sigma C \cos \alpha \sin \alpha}{\Sigma C \cos^2 \alpha} \quad 16.4$$



Figur 16.9 Karakteristisk kraft for lodret parallelforskydning.

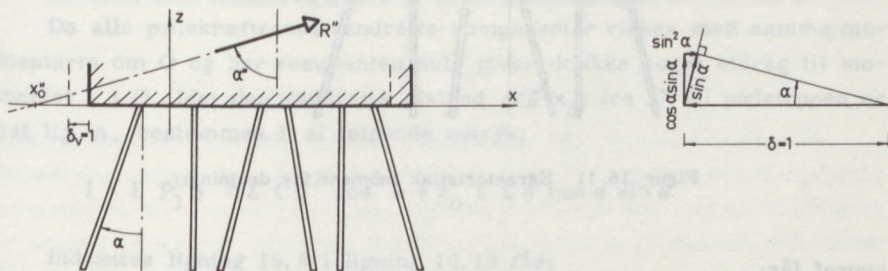
I det på figuren viste koordinatsystem bestemmes resultantens skæring med x-aksen som det punkt, hvori momentet af pælekræfterne er nul. Hvis x betegner koordinaten til hver pæletop, fås:

$$S' = \sum P_1' x = \sum C x \cos^2 \alpha \quad R_1' = \sum C \cos^2 \alpha$$

$$x_0' = \frac{S'}{R_1'} = \frac{\sum C x \cos^2 \alpha}{\sum C \cos^2 \alpha} \quad 16.5$$

VANDRET PARALLELFORSKYDNING: $\delta = 1$

Helt analogt med udledelsen for lodret parallelforskydning fås for vandret parallelforskydning ved anvendelse af figur 16.10:



Figur 16.10 Karakteristisk kraft for vandret parallelforskydning.

$$P'' = C \sin \alpha \quad 16.6$$

$$P_1'' = C \sin \alpha \cos \alpha \quad P_V'' = C \sin^2 \alpha \quad 16.7$$

$$R_1'' = \sum C \cos \alpha \sin \alpha \quad R_V'' = \sum C \sin^2 \alpha \quad 16.8$$

$$\tan \alpha'' = \frac{R_V''}{R_1''} = \frac{\sum C \sin^2 \alpha}{\sum C \cos \alpha \sin \alpha} \quad 16.9$$

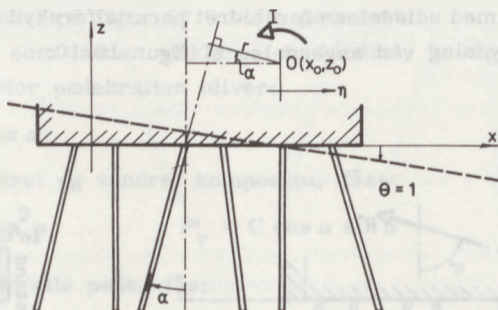
$$x_0'' = \frac{S''}{R_1''} = \frac{\sum C x \cos \alpha \sin \alpha}{\sum C \sin \alpha \cos \alpha} \quad 16.10$$

DREJNING: $\theta = 1$

På figur 16.11 er overbygningen drejet omkring et vilkårligt punkt O, som er fastlagt i det viste koordinatsystem ved koordinaterne (x_0, z_0) .

Pælekraften i en vilkårlig pæl bliver:

$$\begin{aligned} P^O &= Cr\theta = C [(x - x_0) + z_0 \tan \alpha] \cos \alpha \cdot 1 \\ &= C [(x - x_0) \cos \alpha + z_0 \sin \alpha] \end{aligned} \quad 16.11$$



Figur 16.11 Karakteristisk moment for drejning.

hvoraf fås:

$$P_1^O = C [(x - x_0) \cos \alpha + z_0 \sin \alpha] \cos \alpha$$

$$P_v^O = C [(x - x_0) \cos \alpha + z_0 \sin \alpha] \sin \alpha$$

$$R_1^O = \Sigma C [(x - x_0) \cos \alpha + z_0 \sin \alpha] \cos \alpha$$

$$R_v^O = \Sigma C [(x - x_0) \cos \alpha + z_0 \sin \alpha] \sin \alpha$$

Drejningen omkring det vilkårlige punkt O giver således både en vandret og en lodret komponent. Punktet kan dog som allerede omtalt vælges således, at begge komponenter er nul; altså således, at drejningen kun giver et moment I om punktet. Dette punkt kaldes drejningspunktet. O's koordinater bestemmes af følgende betingelser:

$$R_1^O = \Sigma C (x - x_0) \cos^2 \alpha + \Sigma z_0 C \cos \alpha \sin \alpha = 0 \quad 16.12$$

$$R_V^O = \Sigma C (x - x_0) \cos \alpha \sin \alpha + \Sigma z_0 C \sin^2 \alpha = 0 \quad 16.13$$

eller:

$$-x_0 \Sigma C \cos^2 \alpha + z_0 \Sigma C \cos \alpha \sin \alpha = -\Sigma C x \cos^2 \alpha$$

$$-x_0 \Sigma C \cos \alpha \sin \alpha + z_0 \Sigma C \sin^2 \alpha = -\Sigma C x \cos \alpha \sin \alpha$$

I disse to ligninger er x_0 og z_0 de eneste ubekendte. Indføres α' , α'' , x'_0 og x''_0 fra ligningerne 16.4, 16.5, 16.9 og 16.10, fås:

$$x_0 - z_0 \tan \alpha' = x'_0$$

$$x_0 - z_0 \tan \alpha'' = x''_0$$

hvilket giver:

$$x_0 = \frac{x'_0 \tan \alpha'' - x''_0 \tan \alpha'}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'}$$

$$z_0 = \frac{x'_0 - x''_0}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'}$$

Det kan eftervises, at punkt O er skæringspunktet for R' og R'' .

Da alle pælekræfternes vandrette komponenter virker med samme momentarm om O og har resultanten nul, giver de ikke noget bidrag til momentet I i O. Idet den vandrette afstand $(x - x_0)$ fra O til pæletoppen er sat lig η , bestemmes I af følgende udtryk:

$$I = \Sigma P_1^O \eta = \Sigma C \eta^2 \cos^2 \alpha + z_0 \Sigma C \eta \cos \alpha \sin \alpha$$

Indsættes ligning 16.8 i ligning 16.13 fås:

$$z_0 \Sigma C \eta \cos \alpha \sin \alpha = -z_0^2 \Sigma C \sin^2 \alpha = -z_0^2 R_V''$$

Sættes:

$$I' = \Sigma C \eta^2 \cos^2 \alpha$$

fås:

$$I = I' - z_0^2 R_V'' \quad 16.14$$

I kaldes pæleværkets inertimoment.

YDRE BELASTNING

Enhver ydre belastning kan opløses i to komponenter R_1 og R_2 , som er parallelle med R' og R'' , samt i et moment M om drejningspunktet O. Pæleværkets karakteristiske kræfter R' , R'' og I er defineret som resul-

tanten af pælens reaktion på overbygningens bevægelse, altså rettet modsat bevægelserne. Bevægelserne for en ydre belastning fås da af udtrykkene:

$$\delta_1 = -\frac{R_1}{R^I}, \quad \delta_v = -\frac{R_2}{R^{II}}, \quad \theta = -\frac{M}{I}.$$

Det negative fortegn skyldes, at de ydre belastningskomponenter regnes positive, når de er ensrettede med de karakteristiske kræfter.

Når pæleværkets bevægelser er beregnet, fås pælekræfterne af formlerne 16.1, 16.6 og 16.11:

$$\left. \begin{aligned} P^I &= \delta_1 C \cos \alpha \\ P^{II} &= \delta_v C \sin \alpha \\ P_1 &= \theta C \eta \cos \alpha \\ P_2 &= \theta C z_0 \sin \alpha \end{aligned} \right\} P_1 + P_2 = P^0$$

Da alle bevægelser er forudsat elastiske, gælder superpositionsloven, således at den resulterende pælekræft beregnes som summen af de fire bidrag:

$$P = P^I + P^{II} + P_1 + P_2$$

Nøkkentved's metode kan anvendes, så længe pælens bevægelser med rimelighed kan antages at være proportionale med pælekræften (forudsætning 4). Hvis blot een af pælene nærmer sig brud, bliver metoden uanvendelig. Når belastningen netop har en sådan størrelse, at een af pælene er brudt, siges pæleværket at være i lokalt brud. På tilsvarende måde vil pæleværket være i nominelt, lokalt brud, når blot een af pælene har nået sin nominelle brudlast. Dimensionering for lokalt brud er et konservativt kriterium, fordi belastningen kan forøges yderligere, før pæleværket bryder (bliver bevægeligt).

For at kunne benytte de enkelte pæles brudlast kræves endnu en forudsætning overholdt:

5) Pælene virker som enkeltpæle, svarende til at spændingerne i jorden fra een pæl ikke ændrer nabopælens brudlast. Angående pæles gruppevirkning henvises til afsnit 15.5.

EKSEMPEL 16.2

En simpel illustration af princippet i Nøkkentved's metode fås ved at betragte et bevægeligt pæleværk bestående udelukkende af lodpæle, som vist på figur 16.12. For at tilfredsstille den vandrette ligevægtsbetingelse må den ydre belastning nødvendigvis

være lodret. Af samme grund er en vandret forskydning meningsløs, da den ikke medfører nogen reaktion. De karakteristiske kræfter findes derfor ved:

- 1) Lodret parallelforskydning, $\delta_1 = 1$.
- 2) Drejning med omdrejningspunkt i overbygningens underkant, $\theta = 1$.

Pæleværkets reaktion på en lodret parallelforskydning af størrelsen 1 er en lodret kraft og et moment om et vilkårligt punkt x i overbygningens underkant:

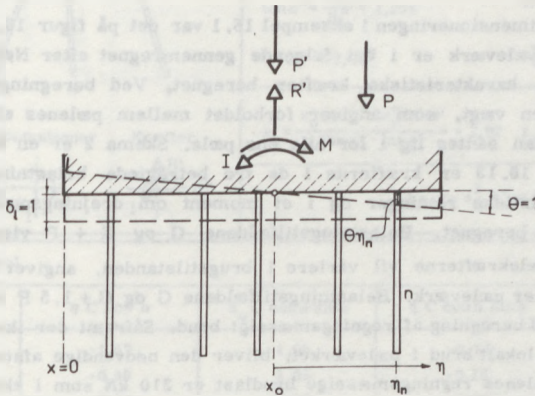
$$R' = \Sigma C_n$$

$$M' = \Sigma C_n (x_n - x) \quad 16.15$$

Pæleværkets reaktion på en drejning af størrelsen 1 om et vilkårligt punkt x i overbygningens underkant består af en lodret reaktion og et moment om punktet:

$$R^0 = \Sigma C_n (x_n - x)$$

$$M = \Sigma C_n (x_n - x)^2$$



Figur 16.12 Pæleværk med lutter lodpæle.

Pæleværkets drejningspunkt x_0 er det punkt i overbygningens underkant, hvorom en drejning kun medfører en momentreaktion. For x_0 fås derfor betingelsen:

$$\Sigma C_n (x_n - x_0) = 0 \quad \text{hvorved } M' = R^0 = 0.$$

For drejning om dette punkt fås pæleværkets inertimoment:

$$I = \Sigma C_n \eta_n^2 \quad 16.16$$

hvor η er pælens afstand fra drejningspunktet.

Opløses en given ydre belastning i en lodret kraft P' gennem drejningspunktet og et moment M om drejningspunktet, kan pæleværkets bevægelser beregnes af følgende formler:

$$\delta_1 = -\frac{P'}{R'} \quad \theta = -\frac{M}{I} \quad 16.17$$

hvorpå pælekraften i en vilkårlig pæl beregnes af:

$$P_n = C_n (\delta_1 + \theta \eta_n)$$

Indsættes formlerne 16.15, 16.16 og 16.17 fås følgende generelle udtryk:

$$- P_n = P' \frac{C_n}{\sum C_n} + M \frac{C_n \eta_n}{\sum C_n \eta_n^2} \quad 16.18$$

Det negative fortegn stammer fra konventionen, om at de ydre belastningskomponenter regnes positive, når de er ensrettede med de karakteristiske kræfter.

Den udledte formel 16.18 er simpelthen Navier's formel for spændingerne i et brudt bjælketværnsnit med forskellige elasticitetskoefficienter. Forudsætningen for bjælketværnsnit, om at plane snit forbliver plane, svarer til forudsætningen, om at overbygningen er uendelig stiv. Efter denne analogi kan drejningspunktet opfattes som pælens vægtede tyngdepunkt, som er karakteriseret ved, at det statiske moment er nul ($R^0 = 0$).

EKSEMPEL 16.3

Resultatet af dimensioneringen i eksempel 16.1 var det på figur 16.8 til højre viste pæleværk. Dette pæleværk er i det følgende gennemregnet efter Nøkkenveds metode. I skema 1 er de karakteristiske kræfter beregnet. Ved beregningen af pælekræfterne er C kun en vægt, som angiver forholdet mellem pælens elastiske egenskaber, hvorfor C kan sættes lig 1 for alle ens pæle. Skema 2 er en kontrol på beregningen. På figur 16.13 er kræfterne i de tre betragtede belastningstilfælde opløst efter de karakteristiske retninger og i et moment om drejningspunktet. I skema 3 er pælekræfterne beregnet. Belastningstilfældene G og G + P viser intervallerne, indenfor hvilke pælekræfterne vil variere i brugstilstanden, angivet i kN/m, fordi der er regnet pr. meter pæleværk. Belastningstilfældene G og G + 1,5 P svarer til partialkoefficienterne ved beregning af regningsmæssigt brud. Såfremt der ikke må forekomme regningsmæssigt, lokalt brud i pæleværket, bliver den nødvendige afstand mellem pælerækkerne, idet pælens regningsmæssige brudlast er 210 kN som i eksempel 16.1:

$$a = \frac{21,0}{20,1} = 1,04 \text{ m}$$

Hvis afstanden er større end 1,04 m, vil der forekomme regningsmæssigt brud i pælerække nr. 1 for G + 1,5 P.

Hvis afstanden er større end:

$$a = \frac{21,0}{19,9} = 1,05 \text{ m}$$

vil der desuden forekomme regningsmæssigt brud i pælerække nr. 4 for G alene.

For at bestemme pæleværkets deformationer må størrelsen af C kendes (eller skønnes). Forudsættes pælespidserne at stå ubevægeligt i sandet, fås følgende C-værdi:

$$\frac{EA}{L} = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 0,18^2}{5,5} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ kN/m}$$

Denne værdi antages konstant. Dette indebærer, at arbejdskurven forudsættes lineærelastisk for pælekræfter helt op til den regningsmæssige brudlast.

Almindeligvis vil pæleværkets deformationer kun have interesse for den bevægelige

SKEMA 1: Pæleværkets karakteristiske kræfter.

Pæl nr.	α°	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	C	$C \cos^2 \alpha$	$C \cos \alpha \sin \alpha$	$C \sin^2 \alpha$	x	$Cx \cos^2 \alpha$	$Cx \cos \alpha \sin \alpha$	$\eta = x - x_0$	$C\eta^2 \cos^2 \alpha$
1	18,4	0,949	0,316	1	0,901	0,300	0,100	0,28	0,25	0,084	-1,74	2,73
2	18,4	0,949	0,316	1	0,901	0,300	0,100	1,48	1,33	0,444	-0,54	0,26
3	-3,8	0,998	-0,066	1	0,996	-0,066	0,004	2,13	2,13	-0,140	0,11	0,01
4	-18,4	0,949	-0,316	1	0,901	-0,300	0,100	3,27	2,94	-0,981	1,25	1,41
Sum					3,699	0,234	0,304		6,65	-0,593		4,41
					R'_1	$R'_V = R'_1$	R''_V		S'	S''		I'

Fortegn: Deformationer δ_v , θ Kræfter R' , R''

$\tan \alpha' = \frac{R'_V}{R'_1} = 0,0632$ $R'_1 = \frac{R'_1}{\cos \alpha'} = 3,706$
 $\alpha' = 3,62^\circ$ $x'_0 = \frac{S'}{R'_1} = 1,80$

$\tan \alpha'' = \frac{R''_V}{R''_1} = 1,299$ $R''_1 = \frac{R''_V}{\sin \alpha''} = 0,384$
 $\alpha'' = 52,40^\circ$ $x''_0 = \frac{S''}{R''_1} = -2,54$

$x_0 = \frac{x'_0 \tan \alpha'' - x''_0 \tan \alpha'}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} = 2,02$ $z_0 = \frac{x'_0 - x''_0}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} = 3,51$

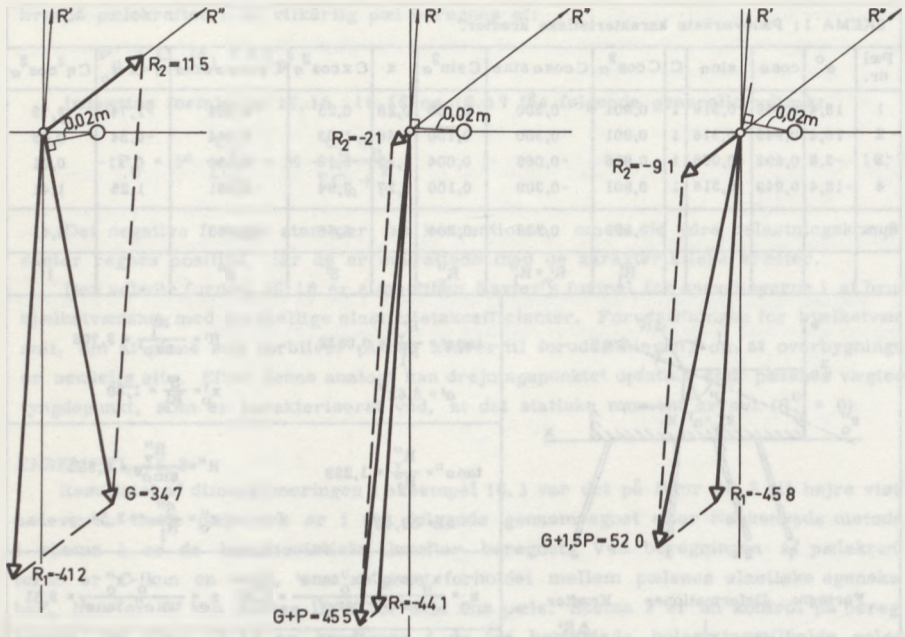
$I = I' - z_0^2 R''_V = 0,67$

SKEMA 2: Kontrol.

Pæl nr.	$\eta C \cos^2 \alpha$	$z_0 C \cos \alpha \sin \alpha$	$\eta C \cos \alpha \sin \alpha$	$z_0 C \sin^2 \alpha$
1	-1,57	1,05	-0,52	0,35
2	-0,49	1,05	-0,16	0,35
3	0,11	-0,23	0,00	0,01
4	1,13	-1,05	-0,38	0,35
Sum	-0,82	0,82	-1,06	1,06

SKEMA 3: Bestemmelse af pælekræfter.

Belastningstilf.	G = (-340; 65) kN/m				G+P = (-453; -45) kN/m				G+1,5P = (-51,0; -10,0) t/m			
	R_1	R_2	M	δ_1	δ_v	θ	R_1	R_2	M	δ_1	δ_v	θ
$\delta_1 = -R_1 : R'$ $\delta_v = -R_2 : R''$ $\theta = -M : I$	$R_1 = -412$	$R_2 = 115$	$M = 7$	$\delta_1 = 111$	$\delta_v = -300$	$\theta = -10$	$R_1 = -441$	$R_2 = -21$	$M = 9$	$\delta_1 = 119$	$\delta_v = 55$	$\theta = -13$
										$R_1 = -458$	$R_2 = -91$	$M = 10$
Pæl nr.	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
$P' = \delta_1 C \cos \alpha$	105	105	111	10,5	113	113	119	113	118	11,8	124	118
$P'' = \delta_v C \sin \alpha$	-95	-95	20	9,5	17	17	-4	-17	75	7,5	-16	-75
$P_1 = \theta C \eta \cos \alpha$	16	5	-1	-1,2	21	7	-1	-15	25	0,8	-2	-18
$P_2 = \theta C z_0 \sin \alpha$	-11	-11	2	1,1	-14	-14	3	14	-17	-1,7	-3	17
P kN/m	15	0,4	132	199	137	12,3	11,7	95	201	184	10,3	42



Figur 16.13 Den ydre belastnings opløsning efter de karakteristiske kræfter.

belastning. Deformationerne bliver ved at skifte fra belastningstilfælde G til $G + P$:

$$\Delta\delta_1 = \frac{119 - 111}{1,2 \cdot 10^5} = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\Delta\delta_v = \frac{+300 + 55}{1,2 \cdot 10^5} = +3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} \sim 0,3 \text{ cm}$$

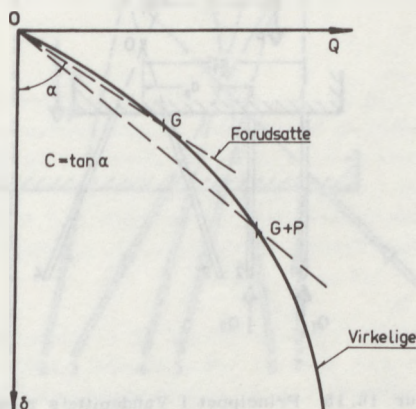
$$\theta = \frac{+13 - 10}{1,2 \cdot 10^5} = +2,5 \cdot 10^{-5}$$

Deformationerne ses at være uden betydning.

Til trods for at de ydre kræfter ligger kun 2 cm forskudt i forhold til drejningspunktet, fås pælekræfter fra pæleværkets drejning ($P_1 + P_2$) af en størrelsesorden (maksimalt 1 t/m), som er bemærkelsesværdig. Dette skyldes, at pælegruppernes tyngdepunktslinier går meget nær gennem samme punkt. En gennemregning af pæleværket på figur 16.8 til venstre, hvor tyngdepunktslinierne går gennem samme punkt, vil vise, at pæleværkets inertimoment er $I = 0,37$. Den i eksempel 16.1 omtalte flytning af tyngdepunktsliniernes skæringspunkt næsten fordoblede pæleværkets inertimoment. Dette viser, at den omtalte flytning bør gøres så stor som praktisk gennemførligt, for at øge pæleværkets drejningsmodstand. Tyngdepunktslinierne må kun skære hinanden i samme punkt, hvis beliggenheden af de ydre kræfter er overordentlig vel defineret.

DISKUSSION AF FORUDSÆTNINGER

Nøkkentved's metode kan forbedres ved at tage overbygningens elasticitet og pælens indspænding i regning. Herved opstår imidlertid for normale konstruktioner et grelt misforhold mellem regningernes omfang og den forbedring af resultatet, som opnås. Sammenlignet med den usikkerhed, hvormed hele vor viden om jorden og betonen er behæftet, må disse forudsætninger betragtes som gode tilnærmelser for normale konstruktioner. Dette gælder tydeligt nok også forudsætningen om pæleaksernes drejning, hvilket ses ved at sammenligne pælelængderne med de i eksempel 16.3 beregnede deformationer.



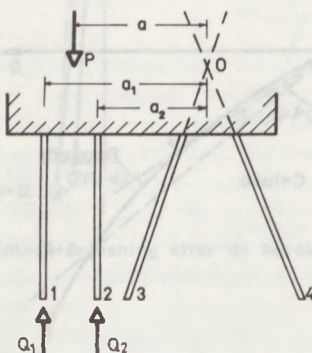
Figur 16.14 Arbejdslinie for pæl.

Metodens væsentligste usikkerhed skjuler sig i forudsætningen om elastiske bevægelser af pælehovedet. Resultatet af et pælebelastningsforsøg er skitseret på figur 16.14. Arbejdskurven er krum og kan kun tilnærmes med en ret linie indenfor små intervaller (f. eks. fra O til G eller fra G til G + P). Når pælene nærmer sig virkeligt brud, bliver tilnærmelsen dårligere for til sidst at være uanvendelig. I brudtilstanden må pæleværket beregnes efter andre metoder, hvoraf vi vil behandle hollænderen Van-depitte's metode.

16.4 Vandepitte's metode

Beregningen bygger på følgende forudsætninger:

- 1) Overbygningen forudsættes kun at deformeres elastisk.
- 2) Pælene forudsættes kun at kunne optage aksialkræfter.
- 3) Overbygningens bevægelser forudsættes ikke at ændre pæleretningerne.
- 4) Pælene forudsættes at virke som enkeltpæle.
- 5) Når en pæl har nået brud som træk eller tryk, forudsættes pælekraften at forblive konstant under pælens fortsatte bevægelse.



Figur 16.15 Princippet i Vandepitte's metode.

Lad os betragte det på figur 16.15 viste pæleværk. Når kraften P har nået en vis størrelse, vil pælerække nr. 1 have nået sin maksimale belastning lig pælens brudværdi. Der er lokalt brud i pæleværket. Enhver yderligere forøgelse af kraften P vil kun bevæge pælen yderligere, mens pælekraften Q_1 vil forblive konstant. Herved er det viste pæleværk blevet statisk bestemt, fordi Q_1 kan opfattes som en ydre kraft, hvorved de tre ligevægtsligninger kan bestemme de resterende pælekrafter.

Forøges P yderligere, vil pælekraften i anden række forøges indtil også denne har nået sin brudværdi Q_2 . Ved at tage moment om punkt O ses umiddelbart, at en fortsat forøgelse af P er umulig, fordi momentligningen i så fald ikke kan opfyldes. Pæleværket er netop blevet bevægeligt. Ved totalt brud af et pæleværk forstås, at det er blevet bevægeligt.

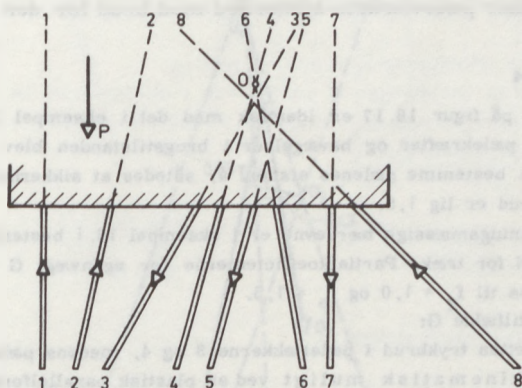
Sikkerheden mod totalt brud af det på figur 16.15 viste pæleværk fås af:

$$n a P = a_1 Q_1 + a_2 Q_2$$

Ved beregning i det regningsmæssige brudstadium kræves:

$$n f a P = a_1 Q_{1n} + a_2 Q_{2n} \quad n \geq 1,0$$

hvor f er en partialkoefficient på belastning, og Q_{1n} og Q_{2n} er de regningsmæssige bæreevner.



Figur 16.16 Pælekræfternes orientering i de brudte pæle.

Som det ses, lader sikkerheden mod totalt brud sig let beregne, når brudmåden er kendt. Ved brudmåden forstås den måde, hvorpå pæleværket bliver bevægeligt, hvilket er bestemt ved skæringspunktet for de to pæle, som ikke er i brud. Dette punkt betegnes normalt med O og kaldes drejningspunktet. Ulempen ved metoden er, at brudmåden ikke er kendt på forhånd. Brudmåden må skønnes og gennemregnes, hvorpå dens rigtighed kontrolleres. For at en brudmåde er rigtig, kræves, at den er såvel statisk som kinematisk mulig.

Den valgte brudmåde er statisk mulig, såfremt alle pælerækker undtagen to er i brud. De resterende to pæle må således ikke have nået de-

res brudværdi. Brudmåden er kinematisk mulig, såfremt pæletoppens bevægelse er i overensstemmelse med pælekraftens retning. Pæletoppen i trykpæle skal således bevæge sig mod pælen og i trækpæle bort fra pælen. Dette kan også udtrykkes således, at pæle, hvis akser ligger på samme side af punkt O, påvirkes alle enten til tryk eller træk afhængig af belastningens placering. Figur 16.16 viser et pæleværk, hvis pæle har stor hældning for at illustrere reglen. Pælene 1, 2 og 8 skal være påvirket til trykbrud, og pælene 3, 5 og 7 til trækbrud, for at brudmåden er kinematisk mulig. Hvis pælene 4 og 6 ikke er i brud, er brudmåden desuden statisk mulig.

Det kan bevises, at der til et givet pæleværk og en given kraftangrebslinie kun findes een rigtig brudmåde, hvorfor Vandepitte's metode entydigt bestemmer pæleværkets sikkerhed mod brud for den givne belastning.

EKSEMPEL 16.4

Pæleværket på figur 16.17 er identisk med det i eksempel 16.1 dimensionerede pæleværk, hvis pælekræfter og bevægelser i brugstilstanden blev bestemt i eksempel 16.3. Vi vil nu bestemme pælernes afstand a , således at sikkerheden mod totalt, regningsmæssigt brud er lig 1,0.

Pælernes regningsmæssige bæreevne er i eksempel 16.1 bestemt til $Q = 210$ kN for tryk, $Q = 47$ kN for træk. Partialkoefficienterne for egenvægt G og bevægelig belastning P fastsættes til $f_g = 1,0$ og $f_p = 1,5$.

Belastningstilfælde G :

Der forudsættes trykbrud i pælerækkerne 3 og 4, medens pælene 1 og 2 ikke er i brud. Dette er kinematisk muligt ved en plastisk parallelforskydning af overbygningen vinkelret på pæleakserne 1 og 2. Ligevægtsligningerne giver da:

Projektion på vandret:

$$Q_1 \sin \alpha_1 + Q_2 \sin \alpha_2 + 65a = 210 \sin \alpha_3 + 210 \sin \alpha_4$$

$$Q_1 \cdot 0,316 + Q_2 \cdot 0,316 + 65a = 210 \cdot 0,066 + 210 \cdot 0,316$$

$$Q_1 + Q_2 = 254 - 206a$$

Projektion på lodret:

$$Q_1 \cos \alpha_1 + Q_2 \cos \alpha_2 + 210 \cos \alpha_3 + 210 \cos \alpha_4 = 340a$$

$$Q_1 + Q_2 = 358a - 431$$

heraf fås:

$$a = \frac{685}{564} = 1,22 \text{ m}$$

Denne afstand er rigtig, såfremt den valgte brudmåde også er statisk mulig.

Med $a = 1,22$, fås:

$$Q_1 + Q_2 = 4 \text{ kN}$$

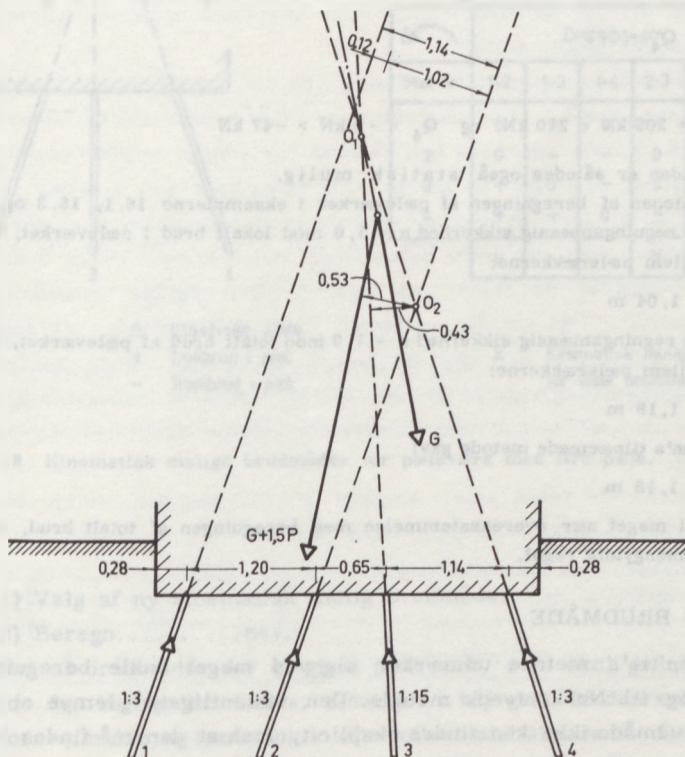
Til bestemmelse af Q_1 og Q_2 benyttes momentligningen om O_1 :

$$Q_1 \cdot 0,12 = Q_2 \cdot 1,02$$

heraf fås:

$$Q_1 = 3,6 \text{ kN} < 210 \text{ kN} \quad \text{og} \quad Q_2 = 0,4 \text{ kN} < 210 \text{ kN}$$

Brudmåden er således statisk mulig.



Figur 16.17 Geometri for det i eksempel 16.1 dimensionerede pæleværk.

Belastningstilfælde $G + 1,5 P$:

Drejning om punkt O_2 er en kinematisk mulig brudmåde, når pælene 1 og 3 er i trykbrud.

Moment om O_2 giver da:

$$520 \cdot 0,53a = 210 \cdot 0,43 + 210 \cdot 1,14$$

$$a = 1,19 \text{ m}$$

Projektion på lodret:

$$510 \cdot 1,19 = 210 \cdot 0,95 + Q_2 \cdot 0,95 + 210 \cdot 1,00 + Q_4 \cdot 0,95$$

$$Q_2 + Q_4 = 207$$

Projektion på vandret:

$$100 \cdot 1,19 + 210 \cdot 0,066 + Q_4 \cdot 0,316 = 210 \cdot 0,316 + Q_2 \cdot 0,316$$

$$Q_2 - Q_4 = 211$$

heraf fås:

$$Q_2 = 209 \text{ kN} < 210 \text{ kN} \quad \text{og} \quad Q_4 = -2 \text{ kN} > -47 \text{ kN}$$

Brudmåden er således også statisk mulig.

Konklusionen af beregningen af pæleværket i eksemplerne 16.1, 16.3 og 16.4 er: Kræves regningsmæssig sikkerhed $n = 1,0$ mod lokalt brud i pæleværket, bliver afstanden mellem pælerækkerne:

$$a = 1,04 \text{ m}$$

Kræves regningsmæssig sikkerhed $n = 1,0$ mod totalt brud af pæleværket, bliver afstanden mellem pælerækkerne:

$$a = 1,19 \text{ m}$$

Culmann's tilnærmede metode gav:

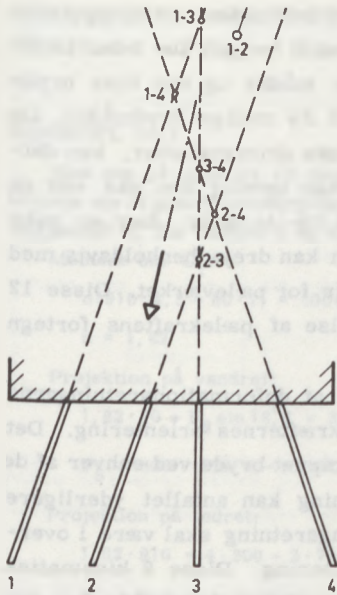
$$a = 1,18 \text{ m}$$

hvilket er i meget nær overensstemmelse med beregningen af totalt brud, men dette er ingen almen gyldig regel.

VALG AF BRUDMÅDE

Vandepitte's metode udmærker sig ved meget enkle beregninger - i modsætning til Nøkkentved's metode. Den væsentligste ulempe er, at den rigtige brudmåde ikke kan findes eksplicit, men at den må findes ved gentagne forsøg med påfølgende kontrol. Den rigtige brudmåde er først fundet, når det er påvist, at den er såvel kinematisk som statisk mulig. Fremgangsmåden kan resumeres således:

- A 1) Valg af kinematisk mulig brudmåde.
- 2) Beregning af sikkerhedsfaktor.
- 3) Beregning af pælekræfter i pæle, som går gennem omdrejningspunktet.
- 4) Kontrol på statisk betingelse.



Pæl nr	Drejning om					
	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4
1	0	0	0	-	-	-
2	0	+	+	0	0	+
3	-	0	+	0	-	0
4	-	-	0	+	0	0
		X	X			

Pæl nr	Drejning om					
	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4
1	0	0	0	+	+	+
2	0	-	-	0	0	-
3	+	0	-	0	+	0
4	+	+	0	-	0	0
	X			X	X	X

Symboler :
 0 Elastiske pæle
 + Trykbrud i pæl
 - Trækbrud i pæl

X Kinematisk mulig brudmåde for viste belastning

Figur 16.18 Kinematisk mulige brudmåder for pæleværk med fire pæle.

- B 1) Valg af ny kinematisk mulig brudmåde.
 2) Beregn..... osv.

Antallet af brudmåder for et givet pæleværk, som skal gennemregnes for at finde den rigtige brudmåde, afhænger i høj grad af den enkelte beregners fornemmelse og erfaring - ofte kaldet statiske sans. Den eneste systematik, som kan lægges til grund for valget af brudmåde, er en opstilling af de kinematisk mulige brudmåder, fordi denne betingelse kan opstilles eksplicit - i modsætning til den statiske betingelse, som kun kan kontrolleres ved beregning.

Antallet af mulige brudmåder stiger hastigt med antallet af pæle, men for at forenkle fremstillingen vil princippet i opstilling af kinematisk mulige brudmåder blive anvendt på et pæleværk med kun fire pæle, som vist på figur 16.18.

Hver enkelt pæl i et pæleværk kan bryde ved henholdsvis træk og tryk. Når pæleværket består af fire pæle, kræves brud i to pæle for hver brudmåde. To pæle kan udtages på seks forskellige måder og kan hver bryde ved træk og tryk, hvilket i princippet giver ialt 24 mulige brudmåder. Da overbygningen forudsættes kun at undergå elastiske deformationer, kan dette antal umiddelbart reduceres til 12. Brud kan nemlig kun ske ved en drejning af overbygningen om skæringspunktet for to pæle. Der er seks sådanne skæringspunkter, hvorom overbygningen kan dreje henholdsvis med og mod uret, hvilket giver 12 mulige brudmåder for pæleværket. Disse 12 brudmåder er vist på figur 16.18 med angivelse af pælekraftens fortegn for hver af de brudte pæle.

Indholdet i den kinematiske betingelse er, at deformationsretningerne ved brud skal være i overensstemmelse med kræfternes orientering. Det på figur 16.18 viste pæleværk kan således i princippet bryde ved enhver af de 12 brudmåder, men for en given ydre belastning kan antallet yderligere reduceres til 6, fordi overbygningens omdrejningsretning skal være i overensstemmelse med den ydre belastnings orientering. Disse 6 kinematiske mulige brudmåder er angivet på figuren. Den rigtige brudmåde for den givne belastning kan kun findes blandt disse 6 brudmåder og forsøg med påfølgende kontrol af den statiske betingelse er den eneste mulighed.

Beregningsfremgangsmåden for totalt brud i et pæleværk bør derfor begynde med opstilling af alle kinematiske mulige brudmåder for den givne belastning.

Nedenstående tabel viser antallet af kinematiske mulige brudmåder som funktion af antallet af pæle i pæleværket:

Antal pæle	3	4	5	6	n
Antal kinematisk mulige brudmåder	3	6	10	15	$\frac{n}{2}(n-1)$

For meget store pæleværker bliver antallet af kinematiske mulige brudmåder så stort, at en beregning efter Vandepitte's metode bliver helt uoverskuelig. I sådanne tilfælde vil man derfor ofte vælge at beregne efter Nøkkentved's metode; men, som det fremgår af de beregnede eksempler, vil dette føre til en mere konservativ dimensionering.

Ved beregning efter Vandepitte's metode er muligheden for gennemregning af forkerte brudmåder stor, men disse beregninger er dog ikke værdiløse, hvilket skyldes en metode foreslået af Frank Engelund (1959). Såfremt de to pæle, der er skønnet ikke at være i brud, er blot tilnærmelsesvis

de rigtige, kan man af beregningen udlede et interval, inden for hvilket sikkerheden må ligge. Metoden fremgår af følgende eksempel.

EKSEMPEL 16.5

Med den på figur 16.19 viste regningsmæssige belastning må pæleværket formodes at dreje om et punkt i overbygningens højre side. Antages drejningspunktet at være skæringspunkt O_1 for pælene 6 og 8, fås:

Moment om O_1 :

$$n(910 \cdot 4,5 + 60 \cdot 1) = 300(2 + 4 + 6 + 8) + 70(2 + 4) + 300 \cdot 4 \cos 18,4^\circ$$

$$n = 1,82$$

Projektion på vandret:

$$1,82 \cdot 60 + P_8 \sin 18,4^\circ = 300 \sin 18,4^\circ$$

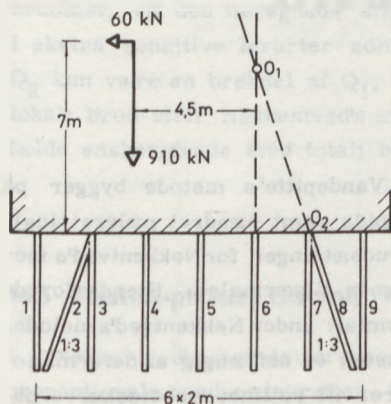
$$P_8 = 300 - 346 = -46 \text{ kN} > -70 \text{ kN}$$

Projektion på lodret:

$$1,82 \cdot 910 = 4 \cdot 300 - 2 \cdot 70 + 300 \cos 18,4^\circ - 46 \cos 18,4^\circ + P_6$$

$$P_6 = 355 \text{ kN} > 300 \text{ kN}$$

Brudmåden er kinematisk mulig - men ikke statisk mulig, fordi også pælerække 6 er i brud. Foretages en fiktiv forstærkning af pælerække 6, således at brudlasten for denne gøres større end 355 kN, bliver brudmåden rigtig, og den fundne sikkerhed $n_1 = 1,82$ svarer til det forstærkede pæleværk. Det virkelige pæleværks sikkerhed må



Nominel belastning		
Pr sektion :	vandret	60 kN
	lodret	910 kN

Nominel brudlast		
Pr pæl :	tryk	300 kN
	træk	-70 kN

Figur 16.19 Pæleværk med mange pæle.

således være mindre end n_1 , som svarer til et forstærket pæleværk:

$$n < n_1 = 1,82$$

Reduceres belastningen $n_1 P$ med $\frac{300}{355}$, må alle pælekræfter reduceres tilsvarende for at danne ligevægt. For belastningen:

$$\frac{300}{355} n_1 P = n_2 P$$

vil der netop være totalt brud i et fiktivt svækket pæleværk, hvor brudlasten for pælerække 6 svarer til den virkelige, medens de øvrige pæles brudlast er reduceret med $\frac{300}{355}$. Det virkelige pæleværks sikkerhed må således være større end n_2 , som svarer til et svækket pæleværk.

$$n > n_2 = \frac{300}{355} \cdot 1,82 = 1,54$$

Sikkerheden mod totalt brud i det betragtede pæleværk ligger således i intervallet:

$$1,54 < n < 1,82$$

I det regningsmæssige brudstadium kræves blot $n > 1,0$, hvilket hermed er påvist.

En nærmere undersøgelse af pæleværket viser, at den rigtige brudmåde er en drejning om O_2 .

Moment om O_2 :

$$n(910 \cdot 6,5 + 60 \cdot 7) = 300(2 + 4 + 6 + 8 + 10) + 70 \cdot 2 + 300 \cdot 8 \cos 18,0^\circ$$

$$n = 1,80$$

Projektion på vandret:

$$1,80 \cdot 60 + P_8 \sin 18,0^\circ = 300 \sin 18,0^\circ$$

$$P_8 = -42 \text{ kN}$$

Projektion på lodret:

$$1,80 \cdot 910 = 5 \cdot 300 - 70 + 300 \cos 18,0^\circ - 42 \cos 18,0^\circ + P_7$$

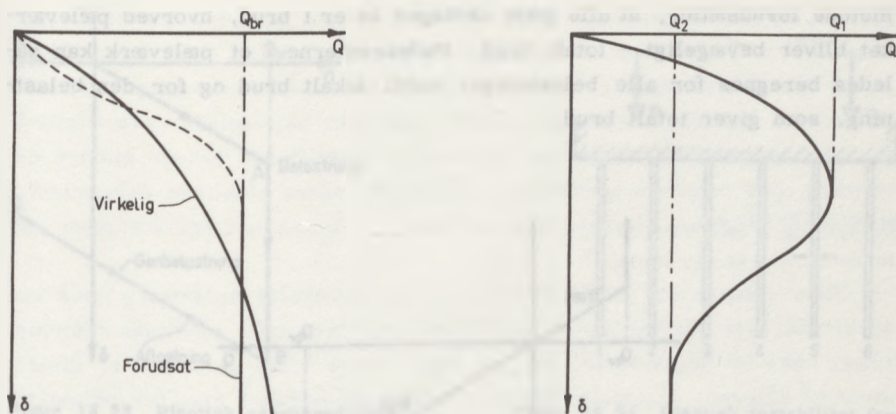
$$P_7 = -37 \text{ kN}$$

DISKUSSION AF FORUDSÆTNINGER

De tre første forudsætninger, som Vandepitte's metode bygger på (elastisk overbygning, charnier i top og spids samt uændret pæleretning), adskiller sig kun lidt fra de tilsvarende forudsætninger for Nøkkentved's metode, og de gælder da også med samme gode tilnærmelse. Fjerde forudsætning, som forudsætter enkeltpæle, er omtalt under Nøkkentved's metode.

Femte forudsætning kræver, at brudlasten er uafhængig af deformationen, når brud først er nået, hvilket svarer til retlinet arbejdskurve parallel med deformationsaksen.

Metodens anvendelighed er således uafhængig af arbejdskurvens forløb



Figur 16.20 Arbejdslinier for pæle.

før brud. Den forudsatte arbejdskurve er sammenlignet med en typisk arbejdskurve for pæle i fastlejret sand eller moræneler på figur 16.20 til venstre. Tilnærmelsen ses ikke at være mindre berettiget end så mange andre almindeligt anerkendte tilnærmelser.

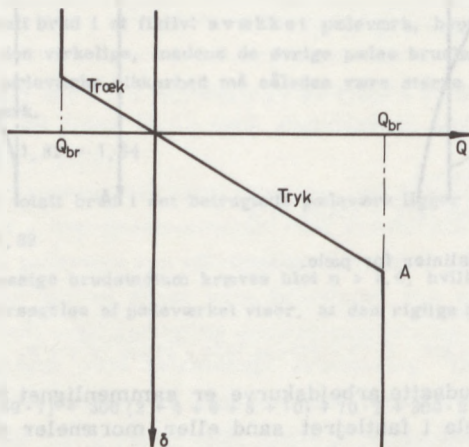
Ved en prøvebelastning af en pæl i løst lejret sand eller i sensitivt ler vil man kunne observere en arbejdskurve som vist på figur 16.20 til højre.

Tilnærmelsen er i dette tilfælde dårlig, men ved at benytte Q_2 som brudlast, vil den beregnede sikkerhed mod brud være på den sikre side. I ekstra sensitive lerarter som norsk, svensk eller canadisk kvikler vil Q_2 kun være en brøkdel af Q_1 , hvorfor et pæleværk må dimensioneres for lokalt brud efter Nøkkentved's metode. Lokalt brud er i dette særlige tilfælde ensbetydende med totalt brud.

16.5 Elastisk-plastisk tilstand

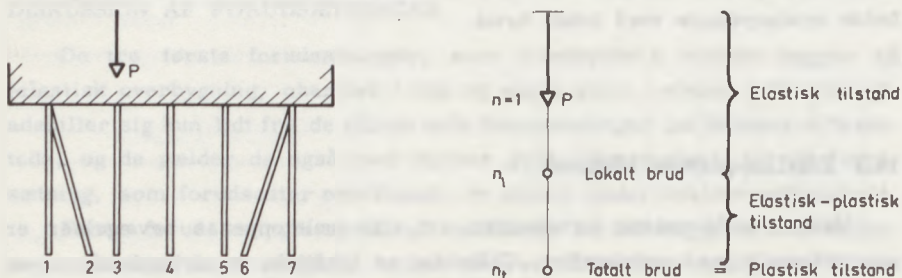
Nøkkentved's metode forudsætter, at alle pæletoppenes bevægelser er proportionale med pælekraften. Tilfældet er elastisk, og arbejdskurven er en ret linie gennem nulpunktet. Metoden gælder med god tilnærmelse indtil een af pælene har nået brud - lokalt brud i pæleværket. Vandepitte's

metode forudsætter, at alle pæle undtagen to er i brud, hvorved pæleværket bliver bevægeligt - totalt brud. Pælekræfterne i et pæleværk kan således beregnes for alle belastninger indtil lokalt brud og for den belastning, som giver totalt brud.

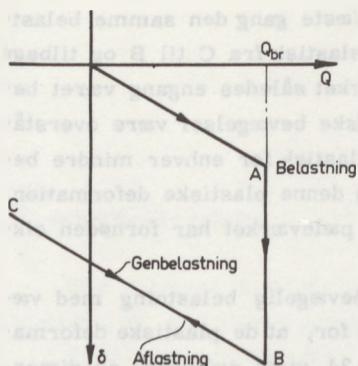


Figur 16.21 Ideal elastisk-plastisk arbejdslinie.

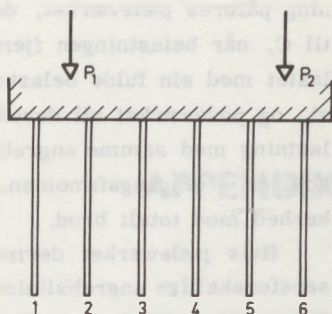
Forudsættes pælenes arbejdskurve at kunne sammensættes af to rette linier som vist på figur 16.21, kan beregningsmetodernes anvendelsesområde skarpt afgrænses. Dette er illustreret på figur 16.22.



Figur 16.22 Beregningsmetodernes gyldighedsområder.



Figur 16.23 Plastisk eengangsdeformation for pæl.



Figur 16.24 Plastisk instabilitet for bevægelig belastning.

Forøges belastningen P på pæleværket med en faktor n , vil pæleværket forblive i det elastiske område, indtil een af pælene når punkt A på arbejdskurven for belastningen $n_1 P$, hvor n_1 er sikkerheden mod lokalt brud. Forøges n yderligere, vil flere og flere pæle passere punkt A på arbejdskurven. n når sin maksimale tilstand $n = n_t$ ved totalt brud, som er en plastisk tilstand. Det mellemliggende område:

$$n_1 < n < n_t$$

er en elastisk-plastisk tilstand, som ikke kan beregnes med nogen af de hidtil beskrevne metoder.

I princippet er beregningen dog ikke meget forskellig fra de tidligere omtalte. Først skønnes den måde, hvorpå pæleværket er i delvis brud. Dette gøres ved at fastlægge de pæle, der er i brud og regne brudlasten som ydre kræfter. Pælekræfterne i de resterende pæle beregnes derpå efter Nøkkentved's metode. Også i dette tilfælde skal brudmåden være såvel statisk som kinematisk mulig. Hvis pæleantallet er stort, kan det kræve mange forsøg, før brudmåden er rigtig valgt.

Der er intet til hinder for at dimensionere et pæleværk, således at flere pæle deformeres plastisk, når blot sikkerheden mod totalt brud er tilstrækkelig, og de plastiske bevægelser af pæleværket kan tolereres.

Når pæleværket figur 16.22 første gang påvirkes af fuld belastning ($n > n_1$), vil en eller flere pæle have passeret punkt A på arbejdskurven (figur 16.23) og være deformeret plastisk til punkt B. Når belastningen

fjernes, vil pælen deformeres fra B til C. Næste gang den samme belastning påføres pæleværket, deformeres pælen elastisk fra C til B og tilbage til C, når belastningen fjernes. Har pæleværket således engang været belastet med sin fulde belastning, vil de plastiske bevægelser være overstået, og pæleværket vil derefter deformeres elastisk for enhver mindre belastning med samme angrebslinje. Tolereres denne plastiske deformation, som er et engangsfænomen, kræves blot, at pæleværket har fornøden sikkerhed mod totalt brud.

Hvis pæleværket derimod påvirkes af bevægelig belastning med væsensforskellige angrebslinjer, opstår en fare for, at de plastiske deformationer ikke er begrænsede. Det på figur 16.24 viste pæleværk er dimensioneret således, at pælerækkerne 1, 2 og 3 kommer i brud for belastningen P_1 alene, og pælerækkerne 4, 5 og 6 kommer i brud for P_2 alene. Hvis dette sker hver gang belastningen skifter fra P_1 til P_2 eller fra P_2 til P_1 , må pæleværket vrikke ned ved fortsatte plastiske deformationer, til trods for at det på intet tidspunkt bryder totalt. Fænomenet kaldes plastisk instabilitet. Det vil føre for vidt her at give en nærmere beskrivelse af fænomenet, hvorfor der henvises til speciallitteraturen.

Litteratur

REFERENCER

- Culmann, K. (1866): Die graphische Statik. Zurich 1866.
 Nøkkentved, Chr. (1924): Beregning af pæleværker. København 1924.
 Vandepitte, D. (1953): Het draagvermogen van paalfunderingen. Annales des Travaux Publics de Belgique, Oct. et Dec. 1953, p. 747 et 901.

SUPPLERENDE LITTERATUR

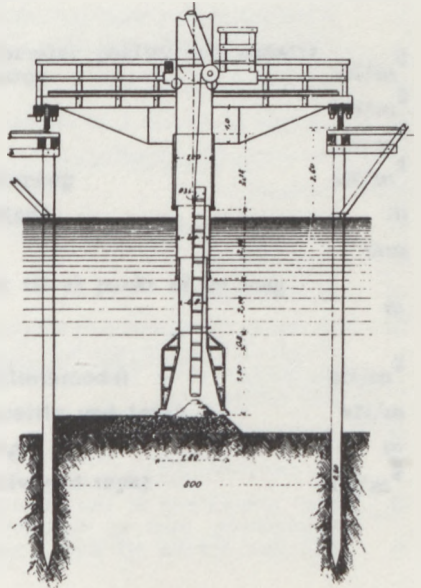
Pæleværker er generelt behandlet bl.a. hos:

- Engelund, Frank (1959): Pæleværkers sikkerhed mod brud. Lab. for bygningsstatik, DtH, meddelelse nr. 10, 1959.
 Hansen, Bent (1959): Limit Design of Pile Foundations. Bygningsstatiske Meddelelser, nr. 2, 1959.

Plastisk instabilitet er generelt behandlet bl.a. hos:

- Hansen, Bent (1960): A new Design Method for Pile Foundation, Bygningsstatiske Meddelelser, nr. 1, 1960.

APPENDIX



Symbolfortegnelse

Den følgende symbol- og indeksfortegnelse giver en oversigt over de vigtigste af de i bogen anvendte symboler og indekser.

Symboler og indekser, som kun er benyttet i ringe udstrækning, vil være defineret, hvor de anvendes.

A	Areal, eksempelvis af fundamentsflade	m^2 eller m^2/m
A	Træk i forankring	kN eller kN/m
A_m	Areal af pæleoverflade	m^2
A_p	Areal af pælespids	m^2
a	Adhæsion (positiv, når den virker opad på væggen)	kN eller kN/m
B	Bredde, eksempelvis af fundamentsflade	m
b	Lodret enheds-bæreevne af fundament	kN/ m^2
C	Konsolideringsindeks	
c	Kohæsion (i plasticitetsteoretiske formler positiv ved passivt tryk), specielt tilsyneladende kohæsion	kN/m ²
\bar{c}	Effektiv kohæsion	kN/m ²
c_u	Udrænet forskydningsstyrke	kN/m ²
c_v	Forskydningsstyrke målt ved vingeforsøg	kN/m ²
D	Dybde, eksempelvis af fundamentsflade	m
d	Korndiameter	mm
d	Dybde under jordoverflade, specielt til et punkt af en væg og da målt langs væggen	m
d_s	Relativ densitet	
E	Deformationsmodul, specielt elasticitetsmodul	kN/m ²
E	Totalt jordtryk vinkelret på væg (positiv ved tryk)	kN/m
e	Excentricitet af fundamentsbelastning	m
e	Enhedsnormaljordtryk på væg (positiv ved tryk)	kN/m ²
e	Poretal	
F	Totalsikkerhed	

F	Totalt jordtryk parallelt med væg (positivt, når det virker opad på væggen)	kN/m
f	Enhedstangentialjordtryk på væg (positivt, når det virker opad på væggen)	kN/m ²
f	Partialkoefficient	
f	Stabilitetsforhold	
G	Egenvægt (tyngde) af eksempelvis jordlegeme eller bygværk	kN eller kN/m
G _r	Vægt af ramslag	kN
H	Faldhøjde af ramslag	m
H	Horisontal kraft, specielt vandret belastningskomponent på fundamentsflade	kN eller kN/m
H	Højde eller lagtykkelse, specielt dræningsvej ved ensidigt drænet lerlag	m
h	Højde specielt af en væg (målt langs væggen)	m
h	Trykniveau	m
h _c	Kapillær stighøjde	m
h _t	Trykniveauforskel	m
I _C	Konsistensindeks	
I _D	Relativ lejringstæthed	
I _P	Plasticitetsindeks	%
i	Gradient	
i	Hældningsfaktor for fundament	
i _c	Kritisk gradient	
K	Jordtrykskoefficient	
K	Konsolideringsmodul	kN/m ²
K ^o	Hviletrykskoefficient	
k	Længde af korde i brudcirkel	m
k	Permeabilitetskoefficient	m/s
k _s	Ballasttal	kN/m ³
L	Længde, eksempelvis af fundamentsflade	m
L _p	Pælelængde	m
M	Kraftmoment	kNm eller kNm/m
M	Moment om kordens midtpunkt af resultanten af spændingerne i en brudcirkel (positiv, når det svarer til momentet af en positiv forskydningspænding i en konkav brudcirkel).	kNm eller kNm/m
m	Materialfaktor for pæl	
N	Bæreevnefaktor	
N	Den komponent af resultanten af spændingerne i en brudcirkel, som er vinkelret på korden (positiv, når den svarer til tryk i brudcirklen)	kN eller kN/m

n	Porøsitet	
n_h	Antal trykniveauspring i strømnets	
n_q	Antal strømkanaler i strømnets	
P	Pælekraft	kN
P	Total belastning eller nyttelast, eksempelvis på fundamentsflade	kN eller kN/m
p	Enhedsbelastning, specielt nyttelast	kN/m ²
Q	Dekadehældning (tøjningsindeks)	
Q_m	Overflademodstand på pæl	kN
Q_p	Spidsmodstand på pæl	kN
Q	Vandmængde pr. tidsenhed	m ³ /s
Q	Ydre kraft	kN eller kN/m
q	Lodret tryk fra overliggende jordlag, kapillærtryk, nyttelast m. v.	kN/m ²
q	Vandmængde pr. tids- og længdeenhed	m ³ /s/m
R	Kraftresultant	kN eller kN/m
r	Radius eller radiusvektor, specielt radiær afstand	m
r	Regenerationsfaktor for pæl	
S	Nedsynkning af pæl ved ramning	m
S_t	Sensitivitet	
S_w	Mætningsgrad	%
s	Buelængde eksempelvis af strømlinie eller brudlinie	m
s	Formfaktor for fundament eller pæl	
T	Den komponent af resultanten af spændingerne i en brudcirkel, som er parallel med korden (positiv, når den svarer til passivt tryk i brudcirklen)	kN eller kN/m
T	Tidsfaktor	
t	Lagtykkelse	m
t	Resulterende spænding i brudlinie exclusive poretryk og kohæsion	kN/m ²
t	Tid	s
U	Konsolideringsgrad	%
U	Uensformighedstal	
u	Porevandstryk eller neutral spænding (tryk positiv)	kN/m ²
V	Vertikal kraft, specielt lodret belastningskomponent på fundamentsflade	kN eller kN/m
v	Hastighed, specielt filterhastighed	m/s
v	Vinkel, specielt mellem brudlinie og vandret (positiv når brudlinie stiger bort fra væg eller fundament)	
v_g	Hulrumshastighed	m/s
w	Vandindhold	%

w_L	Vandindhold ved flydegrænsen	%
w_P	Vandindhold ved plasticitetsgrænsen	%
w_S	Vandindhold ved svindgrænsen	%
z	Geometrisk højde (positiv opad) specielt dybde under jordoverfladen (positiv nedad)	m
z_j	Afstand fra fod af væg til trykspring (positiv opad)	m
z_r	Afstand fra fod af væg til omdrejningspunkt (positiv opad)	m
z_p	Afstand fra fod af væg til jordtryksresultant (positiv opad)	m
α	Halve centervinkel i bruddcirkel (positiv for en opad konkav cirkel)	
α	Indfaldsvinkel for strømlinie	
α	Pæleaksers hældning med lodret (positiv med uret)	
β	Vinkel mellem jordoverflade og vandret (positiv, når jordoverfladen stiger bort fra væg eller fundament)	
γ	Deviation (positiv ved drejning med uret)	
γ	Rumvægt (specifik tyngde)	kN/m^3
γ'	Rumvægt reduceret for opdrift (reduceret rumvægt)	kN/m^3
$\bar{\gamma}$	Rumvægt reduceret for opdrift og strømkræfter (effektiv rumvægt)	kN/m^3
γ_d	Rumvægt af tør jord	kN/m^3
γ_m	Rumvægt af vandmættet jord	kN/m^3
γ_s	Rumvægt af kornmateriale	kN/m^3
γ_w	Rumvægt af vand	kN/m^3
δ	Lodret sætning eksempelvis af fundament eller pæl	m
δ	Vægfriktionsvinkel (positiv, når den svarer til opadvirkende jordtryk på væggen)	
ϵ	Tøjning (positiv ved forkortelse)	
ξ	Relativ afstand fra fod af væg til jordtryksresultant (positiv opad)	
η	Effektivitetsfaktor ved ramning	
μ	Faktor i Skempton-Bjerrums sætningsberegning	
ν	Poisson's forhold	
ξ	Relativ afstand fra fod af væg til trykspring (positiv opad)	
ρ	Relativ afstand fra fod af væg til omdrejningspunkt (positiv opad)	
σ	Normalspænding (tryk positiv)	kN/m^2
$\bar{\sigma}$	Effektiv normalspænding (tryk positiv)	kN/m^2
τ	Forskydningsspænding (positiv, når positivt σ ved 90° 's drejning mod uret får τ 's retning)	kN/m^2
φ	Friktionsvinkel (i plasticitetsteoretiske formler positiv ved passivt tryk), specielt tilsyneladende friktionsvinkel	

$\bar{\varphi}$	Effektiv friktionsvinkel
φ_{pl}	Plan friktionsvinkel for sand
φ_{tr}	Triaksial målt friktionsvinkel for sand
ω	Vinkel mellem korde i brudcirkel og vandret (positiv, når korden stiger bort fra væg eller fundament)
a	som indeks foroven angiver et aktivt jordtryk
c	som indeks forneden angiver et kohæsions-bidrag
d	som indeks forneden angiver et drivende bidrag
m	som indeks forneden angiver pælekappe
nc	som indeks forneden angiver normalkonsolideret jord
p	som indeks foroven angiver et passivt jordtryk
p	som indeks forneden angiver et nyttelast-bidrag
p	som indeks forneden angiver pælespids
pc	som indeks forneden angiver forkonsolideret jord
r	som indeks foroven angiver en ru væg
r	som indeks forneden angiver en regningsmæssig værdi
s	som indeks foroven angiver en glat væg
s	som indeks forneden angiver et stabiliserende bidrag
x	som indeks foroven angiver en vægdel over et trykspring
y	som indeks foroven angiver en vægdel under et trykspring
γ	som indeks forneden angiver et egenvægts-bidrag
-	en vandret streg over et symbol angiver en effektiv størrelse
JOF	betyder jordoverflade
GVS	betyder grundvandspejl
KVS	betyder kapillarvandspejl

Fortegnelse over faglitteratur

Blandt de "klassiske" lærebøger i geoteknik og fundering kan nævnes følgende, som stadig kan læses med stort udbytte:

Lundgren, H. og J. Brinch Hansen: Geoteknik, Teknisk Forlag, København, 1958 (tysk udgave: Hauptprobleme der Bodenmechanik, Springer Verlag, Berlin, 1961).

Taylor, D.W.: Fundamentals of Soil Mechanics, John Wiley, New York, 1948.

Terzaghi, K. and R.B. Peck: Theoretical Soil Mechanics, John Wiley, New York, 1947.

Tschebotarioff, G.P.: Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures, McGraw-Hill, New York, 1951 og 1973.

Blandt de nyere lærebøger kan nævnes:

Atkinson, J.H. og P.L. Bransby: The Mechanics of Soil, an introduction to critical state soil mechanics, McGraw-Hill, London, 1978.

Hansbo, S.: Jordmateriallära, Almqvist og Wiksell, Stockholm, 1975.

Hansbo, S.: Grundläggning av byggnade och maskinfundament, Chalmers tekniska Högskola, Göteborg, 1981.

Hansen, Bent: Geoteknik og Fundering, del 1 og 2, Laboratoriet for Fundering, Danmarks tekniske Højskole, 1978.

Harr, M.E.: Foundations of Theoretical Soil Mechanics, McGraw-Hill, New York, 1966.

Harr, M.E.: Mechanics of Particulate Media, A Probabilistic Approach, McGraw-Hill, New York, 1977.

Janbu, N.: Grunnlag i Geoteknikk, Tapir, 1970.

Lambe, T.W. and Whitmann, R.V.: Soil Mechanics, John Wiley and Sons, New York, 1969.

Leonards, G.A.: Foundation Engineering, McGraw-Hill, New York, 1962.

Mitchell, J.K.: Fundamentals of Soil Behaviour, John Wiley, New York, 1976.

Schofield, A.N. and Wroth, C.P.: Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, New York, 1968.

Szechy, K. : Der Grundbau, Springer Verlag, Berlin, 1965.

Teng, W. C. : Foundation Design, Prentice Hall, New Jersey, 1962.

Winterkorn, H. F. og Hsai-Yang Fang: Foundation Engineering Handbook, van Nostrand Reinhold, New York, 1975.

Alle de nævnte bøger indeholder fyldige litteraturfortegnelser.

Af geotekniske fagtidsskrifter kan nævnes:

"Geotechnique" udgivet af The Institution of Civil Engineers, Great George Street, Westminster SW1 P 3AA, London.

"Journal of Geotechnical Engineering" udgivet af The American Society of Civil Engineers, 345 East 47th Street, New York, N. Y. 10017.

"Ground Engineering" udgivet af Foundation Publications Ltd., 16 Arcade Chambers, High Street, Brentwood, Essex CM14 4AH, England.

Der har i årenes løb været afholdt en lang række geotekniske konferencer, fra hvilke der har været udsendt skriftlige kongresberetninger - på engelsk benævnt "proceedings", på fransk "comptes rendus". Ca. hvert 4. år afholdes en verdensomspændende geoteknisk konference af "The International Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering". Sådanne konferencer med udsendelse af "proceedings" har været afholdt:

1936 i Cambridge, Mass., USA

1948 i Rotterdam,

1953 i Zürich,

1957 i London,

1961 i Paris,

1965 i Montreal,

1969 i Mexico City,

1973 i Moskva,

1977 i Tokyo samt

1981 i Stockholm.

Europæiske geotekniske konferencer har været afholdt:

1954 i Stockholm om Stabilitet,

1958 i Bruxelles om Jordtryk,

1963 i Wiesbaden om Sætning,

1967 i Oslo om Forskydningsstyrke,

1971 i Madrid om Jordtryk,

1975 i Wien om Pæle,

1979 i Brighton om Dimensioneringsproblemer samt

1983 i Helsinki om forstærkning af jord.

Fra en lang række geotekniske forskningsinstitutioner verden over udsendes bulletiner, meddelelser, afhandlinger m. v. Specielt skal her nævnes de bulletiner, som udsendes af:

Geoteknisk Institut, Maglebjergvej 1, 2800 Lyngby.

Norges Geotekniske Institut, Postboks 40, Tåsen, Oslo 8.

Statens Geotekniske Institut, 581 01 Linköping

Det danske Geoteknisk Institut har et specialbibliotek for geoteknisk faglitteratur.

Geoteknisk Forening afholder møder 5-10 gange om året med foredrag af udenlandske og danske geoteknikere. Foreningens adresse er: Geoteknisk Forening, Maglebjergvej 1, 2800 Lyngby.

En geoteknisk ordbog, "LEXICON", på 8 sprog (engelsk, fransk, tysk, italiensk, portugisisk, russisk, spansk og svensk) er udgivet af den internationale geotekniske forening, som kan kontaktes gennem den danske geotekniske forening.

Emneregister

- A
- A-brud 9.8 13.13
 - a-brud 9.9
 - Adhæsion 9.26 11.4
 - Afgravning 10.2
 - Aflastning 12.26
 - Aflastningsgren 6.8
 - Aflastningsplade 12.18
 - Afstivet spunsvæg 12.77
 - beregningsmetode 12.29
 - moment i 12.30
 - Afstivninger, en række 12.21
 - flere rækker 12.21
 - Aktivt jordtryk 11.3 11.7
 - 12.22 12.25
 - Aktuel brudbæreevne 15.10
 - Analyse, effektiv spænding 8.27
 - $c\varphi$ - 8.27
 - $\varphi=0$ - 8.27
 - Anker 12.6
 - Ankerkraft 12.21 12.25
 - Ankerkraftens angrebepunkt 13.6
 - Ankerlængde 13.9
 - Ankermodstand 13.5
 - Ankerplade 13.01
 - dimensionering af 13.7
 - endelig længde og reduceret højde 13.6
 - grundtilfældet 13.2
 - Ankertræk 12.9 12.11 12.13
- Arbejdskurve
- for ler 6.4 6.5 6.8 6.15
 - for pæl 15.19
 - for pæle 16.29
 - for sandlag 6.12
 - Areal, effektivt 14.15
 - Artesisk brønd 5.2
- B
- Ballasttal 7.38
 - Belastning, momentan 6.17
 - regningsmæssig 14.18
 - sætningsgivende 7.31
 - trekantfordelt 6.25
 - Belastningsforsøg på pæl 15.1 15.11
 - Beregningsmetode for afstivet spunsvæg 12.29
 - Bevægeligt pæleværk 16.2
 - Bevægelsesligning 5.30
 - Bjælke-substitutionsmetode 12.23
 - Blivende nedsynkning af pæl 15.8
 - 15.12
 - Blåler 2.13
 - Boussinesq's ligninger 7.3
 - Bredde, effektiv 14.14
 - Brinch Hansen's jordtrykteori 11.13
 - Brud, kombineret 9.9 9.44 11.16 11.21
 - konkavt (A) 9.8 13.13
 - konvekst (X) 9.8 13.12
 - linie- 9.7 9.20 9.41 11.16 11.21
 - Prandtl- (P) 9.8

- progressivt 8.36
 Rankine- (R) 9.8
 retlinet (s) 9.8
 zone- 9.7 9.40 11.16 11.17
 Brudbelastning 9.54
 Brudbetingelse
 Coulomb's 8.2 8.4 9.4 9.26
 effektive 8.6
 totale 8.7 8.8
 virkelige 8.5
 Brudcirkel 9.7 9.13 9.22 9.30
 Brudfigur 9.6 11.17 11.20 13.9
 13.13 14.10
 Brudlast for pæl, definition 15.12
 Brudlinie 9.6 9.18
 af vilkårlig form 10.11
 ret 9.23 11.5
 sammensat 10.10
 Brudmåde 12.7 12.13 16.21
 valg af 16.24
 Brudsnit 8.2
 Brudstadium, nominelt 9.54
 virkeligt 9.3
 Brudteori 9.2
 Brudzone 9.7
 Brugsjordtryk 12.30
 Brugsstadiet 9.3
 Brugstilstand 11.3
 Bæreevne, aktuel 15.10
 drænet 14.15
 dynamisk 15.10
 effektiv 14.16
 fundament 9.52 14.1
 pæle 15.1
 reduceret 14.17
 støttemur 14.20
 udrænet 14.17
 Bæreevnefaktorer 9.52 14.4 14.10
 Bæreevnefaktorernes variation med
 friktionsvinklen 14.11
 Bæreevneformel 14.3
 generel 14.12 14.20
 Bøjningsmomentdiagram 12.23
 C
 CD-forsøg 8.12 8.14 8.18
 Cellefangedæmning 13.10
 på jord 13.12
 på fjeld 13.15
 Centralt belastet fundament 14.13
 Cirkulær brudlinie 9.20
 Coulomb's brudbetingelse 8.2 8.4
 9.4 9.26
 Coulomb's jordtryksteori 11.5 11.10
 CU-forsøg 8.12 8.19 8.21
 Culmann's grafiske konstruktion 11.12
 Culmann's tilnærmede metode 16.4
 $c\phi$ analyse 8.27
 D
 Danske rammeformel 15.9
 Darcy's lov 4.1 5.28 5.29
 Deformationstilstand, plan 9.5
 Dekadehældning 6.4
 Delvis vandmættet jord 8.26
 Diagrammer for eendimensional
 konsolidering 6.27
 Differensvandtryk 5.32
 Differenssætninger 7.29 7.35
 Dilation 9.5
 Dimensionering af ankerplade 13.7
 af fundamenter 14.18
 af pæleværk i henholdsvis
 brugstilstand 16.4 16.9
 brudtilstand 16.20
 Direkte fundering 14.1
 Dobbelt-sidede dræning 6.24

- Dobbelt spunsvæg 12.2
 Dobbeltstrømning 4.35
 Drejningspunkt 16.21
 Drænet forskydningsstyrke 8.14
 Drænet forsøg 8.12
 Dræning, dobbeltsidig 6.24
 ensidig 6.24
 Dybdefaktor 14.14
 Dybtliggende fundament 14.13
 Dynamisk bæreevne af pæl 15.10
 Dynd 2.13
- E**
- Effektiv bredde 14.14
 Effektiv brudbetingelse 8.6
 Effektiv dybde 14.14
 Effektiv forskydningsstyrke 8.6
 ler 8.18
 sand 8.14
 Effektiv friktionsvinkel 8.6
 Effektiv kohæsion 8.6
 Effektiv længde 14.15
 Effektiv rumvægt 4.11 14.15
 Effektiv spænding 3.4 3.15
 analyse 8.27
 Effektive styrkeparametre 8.6
 ler 8.18
 sand 8.14
 Effektive værdier 14.14
 Effektivitetsfaktor ved
 ramning 15.8
 Effektivt areal 14.15
 Ekscentrisk belastet fundament 14.14
 Ekstra rammedybde 12.12
 Ekstremalprincip 9.16
 Ekstremmetoden 9.32 9.35 10.3
 10.16 13.13
 Elasticitetskoefficient 3.17
 Elasticitetsmodul 12.26 15.9
- Elasticitetsteori 9.2
 Elastisk nedsynkning af pæl 15.12
 Elastisk-plastisk tilstand 16.29
 Elastisk sammentrykning af pæl 15.9
 Elastisk tilstand 16.30
 Elastisk zone 9.7
 Endimensionale sætninger 6.1
 Enhedsjordtryk 11.4 11.11 11.22
 Enhedsnormaljordtryk for afstivet
 spunsvæg
 for ler 12.30
 for sand 12.29
 Enkeltpæles bæreevne 15.1
 Ensidig dræning 6.24
 Erosion 4.33 4.42
- F**
- f-brud 9.10
 Fiktiv overfladespænding 5.22
 Filterhastighed 4.2
 Filtertab 5.4
 Fixed-Earth Support metoden 12.22
 Fleksibilitetstal for spunsvæg 12.26
 Flydecharnier 12.6 12.9 12.11
 Flydegrænse 2.10
 Flydning i anker 12.14
 Forankret spunsvæg 12.6
 Forbelastning 6.7 6.9
 Fordeling af fundamentstryk 7.6 7.32
 7.35 14.2 14.5 14.6 14.8 14.10
 Fordeling af jordtryk 11.2 11.11
 11.21 11.23 11.34
 Forkonsolideret ler 6.7 6.9 8.7
 Formfaktor 14.13 15.5
 Forskydningspænding 8.1 9.21
 Forskydningsstyrke 8.2
 effektiv 8.6
 intakt 8.25
 ler, drænet 8.18

- ler, udrænet 8.8 8.20 8.22
 sand 8.14
 virkelig 8.5
 æltet 8.25
- Fraktioner** 2.1
- "Free-Earth Support" metoden 12.21
 12.26 12.27
- Friktion, negativ** 15.6
- Friktionsvinkel** 8.2
 effektiv 8.6
 korrigeret 8.17 8.34
 sand 8.14 8.34
 virkelig 8.5
 udrænet 8.7
- Fri spunsvæg** 12.3
- Frit vandspejl** 4.39 5.11
- Frostfare** 2.9
- Fundament**
 centralt belastet 14.13
 dybtliggende 14.13
 ekscentrisk belastet 14.14
 enkelt 14.1
 kvadratisk 14.1
 på ler 7.9 7.18 14.17
 på sand 7.25 14.15
 rektangulært 14.1
 spændingsfordeling under 7.4
 stribe 14.1
- Fundamenters bæreevne** 9.52 14.1
- Fundamentslast** 14.18
- Fundering, direkte** 14.1
 pæle- 15.1
- Funderingsproblem** 10.1
- Fysisk betingelse** 9.1
- G**
- Genbelastningsgren** 6.8
- Generel bæreevneformel** 14.12
- Generelle jordtryksformler** 11.16
- Gennemstrømning 5.31
- Geometrisk betingelse 9.1
- Geostatisk beregning for pæl
 15.1 15.2
- Glat væg 9.26 11.5 12.22 12.28
- Glidestabilitet 14.20
- Gradering 2.4 8.16
- Gradient 4.2 4.16 4.22 5.30
 kritisk 4.12
- Grafisk integration 12.23 12.24
- Grafisk konstruktion, Culmann's 11.12
- Gravitationsmur 14.21
- Grundvand, stillestående 9.49 11.35
 strømmende 9.50 11.35
- Grundvandspejl 3.12
 frit 5.11
- Grundvandsenkning 5.1
- Grundvandsenkning med frit vandspejl
 5.11
- Grøppevirkning 15.13
- Grus-fraktion 2.2 2.12
- Grænsepotentiallinie 4.21
- Grænsestrømlinie 4.21
- Gytje 2.13
- H**
- Harmonikastruktur 2.13
- Hulrumshastighed 4.2
- Hvilejordtryk 11.8
- Hviletilstand 10.1
- Hviletryk 3.17 11.2
- Hviletrykskoefficient 3.18 11.8
- Hydrostatisk trykfordeling 3.1
- Hædningsfaktor 14.14
- Håndvingebor 8.22
- Håndvingeforsøg 8.23
- I**
- Ikke-stationær strømning 5.28

- Indre spændinger i brudcirkel 9.22 ved liniebrud og kombineret
- Indre spændinger i ret brudlinie 9.23 brud 11.26-11.36
- Indspænding i jorden 12.5 foran ankerplade 13.3
- Indspændt spunsvæg 12.4 Jordtrykskomposanter 9.26 11.4
- Inertikraft 5.29 Jordtryksproblem 10.1
- Influenskort, Newmarks 7.5 Jordtryksteori, Coulomb's 11.5
- Influenslinier for spændingstilvækster Brinch Hansen's 11.13
under fundament 7.7
- Inhomogen jord 2.13 K
- Initial konsolidering 6.14 6.31 Kapillaritet 3.10 5.22
- Initialsætning 7.2 7.12 7.18 Kapillarvandspejl 3.12
- Intakt forskydningsstyrke 8.25 Kapillær overfladespænding 3.11
5.23
- Intakt prøve 6.13 Kapillær stighøjde 3.10 3.14
- Islinser 2.9 Kerisel's formel 8.15
- Isokroner 6.22 6.23 6.27 Kildepunkt 4.42
- J Kildestrækning 4.42
- Janbu's korrektionsfaktor 10.14 Kinematisk krav 9.12
- Jordartsbeskrivelse 2.12 Kinematisk mulig 12.7 14.5 16.21
- Jordartsbetegnelser 2.14 Kinematisk mulige brudmåder 16.26
- Jordtryk 11.1 Klassifikation 2.1
- aktivt 11.3 11.7 Kohæsion 8.2
- aktuelt 11.36 effektiv 8.6
- enheds- 11.11 virkelig 8.5
- negativt 11.11 11.36 Kohæsiionspæl 15.2
- passivt 11.3 11.5 Kombineret brud 9.9 9.44 11.16
11.21
- på spunsvæg 12.1 Konkavt brud (A) 9.8 13.13
- regningsmæssigt 11.37 Konsistensgrænser 2.10
bestemmelse af 2.11
- tangentielt 11.25 Konsistensindeks 2.11
- totalt 11.11 Konsolideret forsøg 8.12
- Jordtryksapparat 11.1 Konsolidering
- Jordtryksdiagram 11.19 initial 6.14 6.31
- 11.26-11.36 primær 6.14 6.31
- Jordtryksfordeling 11.2 11.11 sekundær 6.14 6.31
- 11.23 11.34 12.30 Konsolideringsapparat 6.13
- Jordtryksformler, generelle 11.16 Konsolideringsforsøg 6.12
- Jordtryksforsøg 11.1 Konsolideringsgrad 6.23 6.27
- Jordtrykskoefficienter ved zonebrud
11.18

- Konsolideringsindex 6.3
 Konsolideringsmodul 6.8
 Konsolideringssætning 6.16
 7.2 7.14
 Konsolideringsteori 6.16
 Kontakttryk 3.3
 Konvekst brud (X) 9.8 13.12
 Konventionel sætningsberegning
 7.15 7.19
 Korndiameter 2.1
 Kornform 2.2 8.16
 Kornkurve 2.3
 Kornstørrelse 2.1 2.13 8.16
 Korrektionsfaktor, Janbus 10.14
 Korrigeret friktionsvinkel 8.17
 8.34
 Korttidsbæreevne 14.4 14.16
 Korttidsstabilitet 8.28 8.31
 10.9 10.13 10.15
 Kritisk gradient 4.12
 Kritisk poretal 8.35
 Kritisk spiral 10.5 13.10
 Krybningssætning 7.1
 Kvadratisk fundament 14.1
 Kvikler 8.37
 Kviksand 4.12
 Kviksandsskred 8.36
 Kötter's ligning 9.17 9.20
- L
- Lagdeling 11.34
 Lagdelt jord 10.11 11.34
 Laggrænser 9.48
 Langtidsbæreevne 14.18
 Langtidsstabilitet 8.28 8.31
 10.9 10.13 10.15
 Laplace's ligning 4.18
 Ler-fraktion 2.2 2.13
- Lers effektive styrkeparametre
 8.6 8.18
 Lers forskydningsstyrke
 drænet 8.18
 udrænet 8.20 8.22
 Lers styrkediagram 8.24
 Lettere forkonsolideret ler 6.9
 Ligevægtsmetoden 9.29 9.35
 Liniebrud 9.7 9.20 9.41
 11.16 11.21
 beregning af 11.21
 Logaritmisk spiral 9.32 10.3
 Lokalt brud i pæleværk
 16.14 16.20 16.30
 Længde, effektiv 14.15
 Løftning 4.8 4.12
- M
- Masseløs væske 5.29
 Material faktor 15.5
 Mineralogi 2.2
 Modelforsøg
 spunsvægtsfangedæmning 9.10
 ankerplader i række 13.6
 Modholdspæle 15.11
 Mohr's cirkel for deformationer
 9.14
 Mohr's cirkel for spændinger 8.1
 Momentan belastning af ler 6.16
 Moment i afstivet spunsvæg 12.30
 Momentreduktionsforholdet 12.26
 Moræneler 2.15 15.4
 Morænesand 2.15
 Mætningsgrad 2.7
- N
- Naturlig skråning 10.2
 Nedadrettet overflademodstand 15.6

- Nedadrettet strømning 4.11
- Nedsynkning af pæl
 blivende 15.8 15.12
 elastisk 15.12
 total 15.12
 ved ramning 15.8
- Negativ overflademodstand 15.6
- Negativ rotation 11.15
- Negativt jordtryk 11.11
- Neutral spænding 3.3
- Newmarks influenskort 7.5
- Normal jordtryk 13.5
- Normalkonsolideret ler 6.2 8.6
- Nødvendig ankerlængde 13.10
- Nødvendig rammedybde 12.8
- Nøkkentved's metode 16.9
- O
- Omrørt ler 8.25
- Opadrettet strømning 4.11
- Opdrift 3.5 4.25 4.37
- Opfyldning 10.2
- Organiske jordarter 2.13
- Overfladebelastning 14.1
- Overflademodstand 15.2 15.4
 nedadrettet 15.6
- P
- P-brud 9.8
- Parallelstrømning 9.51
- Partialkoefficient 11.36 15.10
 16.21
- Partialkoefficientsystem 9.54
- Passivt jordtryk 11.3 11.5 12.22
- Permeabilitetsforsøg 4.3
- Permeabilitetskoefficient 4.2 4.6
 6.15
- Piping 4.33 4.42
- Pladebelastningsforsøg på sand
 7.27
- Plan deformationstilstand 9.5
- Plant pæleværk 16.1
- Plasticitetsgrænse 2.10
- Plasticitetsindeks 2.11
- Plasticitetsteori 9.2
 praktisk anvendelse 9.47
- Plastisk instabilitet 16.32
- Plastisk tilstand 16.3
- Plastisk zone 9.7
- Poissons forhold 3.17
- Poreovertryk 5.20 6.18 6.22
- Poreovertryksfordeling 6.27
- Poretal 2.5
 kritisk 8.35
 variation med dybden 6.3 6.8
- Poretryk 3.3 3.15 4.23
- Poretrykskoefficienter 7.9 8.21
- Porevinkelvand 3.14
- Porevolumen 2.1
- Porøsitet 2.5
- Positiv rotation 11.15
- Potentiale 4.17
- Potentialfald 4.22
- Potentiallinie 4.17
- Potentialstrømning 4.15
- Prandtl-brud (P) 9.8
- Primær konsolidering 6.14 6.31
- Progressivt brud 8.36
- Prøve, intakt 6.13
- Prøvebelastning af pæl 15.11
- Prøvepumpning 5.4
- Prøveramning 15.1 15.8 15.10
- Pæle 15.1
 arbejdskurve 16.19
 brudbæreevne 15.1
 brudlast 15.12
 gruppevirkning 15.13

- iler 15.4 15.5 15.10 15.13
 i sand 15.3 15.5 15.10 15.13
 kohæsions 15.2
 nedsynkning 15.8 15.12
 spidsbærende 15.2
 Pæleafstand 15.14
 Pæleform 15.1
 Pælegruppe 15.13
 Pælelængde 15.9
 Pælemateriale 15.1
 Pæleværk 16.1
 bevægeligt 16.2
 brudmåde 16.21
 dimensionering af 16.4 16.9
 16.20
 lokalt brud 16.14 16.20
 statisk bestemt 16.2 16.4
 statisk ubestemt 16.3
 totalt brud 16.20
 Pæleværks karakteristiske kræfter
 16.10
Q
 Quasi-stationær strømning 5.28
R
 Rammedybde, ekstra 12.12
 nødvendig 12.8
 Rammeformel 15.8
 Weisbach's 15.9
 dendanske 15.9
 Ramning, effektivitetsfaktor ved 15.8
 prøve- 15.1 15.8 15.10
 Ramslagets faldhøjde 15.8
 Ramslagets vægt 15.8
 Randbetingelser 9.24
 Randbetingelse ved jordoverflade 9.24
 Randbetingelse ved væg 9.26
 Rankine-brud (R) 9.8 11.10
 R-brud 9.8 11.10
 Reaktionsfordeling 7.6
 trinvis variation 7.32
 trekantformet 7.36
 efter ballasttal 7.38
 Reduceret rumvægt 3.5
 Regeneration 8.26
 Regenerationsfaktor 15.5 15.12
 Regningsmæssig bæreevne 14.19
 15.10
 Regningsmæssig fundamentalsbelastning
 14.18
 Regningsmæssigt brudstadium 9.54
 11.37 14.18
 Rektangulært fundament 14.1
 Relativ densitet 2.3
 Relativ lejringstæthed 2.6
 Resultant af spændinger i brudcirkel
 9.22
 Ret brudlinie 9.23 11.5
 Revner 2.13
 Rotation, negativ 11.15
 positiv 11.15
 Rowe's metode 12.26
 Ru væg 9.26 11.5
 Rumvægt 2.7
 effektiv 4.11 14.15
 reduceret 3.5
 Røddler 2.13
S
 S-brud 9.8
 Sammensat brudlinie 10.10
 Sammentrykkelighedskoefficient
 vand 6.17
 Sammentrykkelig væske 5.31
 Sammentrykning af pæl
 dynamisk 15.9
 elastisk 15.9

- Sand-fraktion 2.2 2.12
- Sands friktionsvinkel 8.14
- 8.34
- Sedimentation 2.1
- Sekundær konsolidering 6.14 6.31
- Sensitivitet 8.25
- Sigtning 2.1
- Sikkerhed mod løftning 4.12
- Sikkerhed ved jordtryksberegning
11.36
- Sikkerhedsfaktorer 9.51
- Silt 2.2 2.12
- Silt-fraktion 2.2 2.12
- Singulært punkt 4.29
- Skempton-Bjerrums sætnings-
beregning 7.11
- Skemptions poretrykskoefficienter 7.9
- Skillelinie mellem zoner 9.7
- Skillestrømlinie 4.35
- Skred 10.1
- kviksands- 8.36
- Skræntvinkel 8.17
- Skråning, naturlig 10.2
- Skærebokseapparat 8.9
- Skærebokseforsøg 8.9
- Spidsbærende pæl 15.2
- Spidsmodstand 15.2 15.3 15.12
- Spiral, logaritmisk 9.32 10.3
- Sprækket ler 8.24
- Spunsvæg 12.1
- afstivet 12.27
- fleksibilitetstal 12.26
- forankret 12.6 12.20
- fri 12.3
- indspændt 12.4
- Spunsvægge, dobbelte 12.2
- Spunsvæggsberegning med et
flydecharnier 12.9
- Spunsvæggsberegning uden flydecharnier 12.8
- Spænding
- effektiv 3.4 3.15
- fordeling under fundament 7.4
- neutral 3.3
- tilladelig 9.54
- total 3.2 3.15
- Stabilitet 10.8
- korttids- 8.28 8.31 10.9 10.13
10.15
- langtids- 8.28 8.31 10.13 10.14
10.15
- Stabilitet af skråning 5.14
- Stabilitet af skråning med
strømning 5.19
- Stabilitet og strømning 5.14
- Stabilitetsanalyse 10.5 13.10
- Stabilitetsforhold 5.15 10.5
10.13 13.10
- Stabilitetsproblem 10.1 10.2
- Stagnationspunkt 4.36
- Stamkurve 6.3
- Stationær strømning 5.27
- Statisk bestemt pæleværk 16.2 16.4
- Statisk betingelse 9.1
- Statisk bærevne af pæl 15.10
- Statisk korrekt vinkel 9.25 9.27
- Statisk krav 9.16
- Statisk mulig 12.7 14.6 16.21
- Statisk ubestemt pæleværk 16.3
- Stillestående grundvand 9.49 11.35
- Stribefundament 14.1
- Strimmelmetoden 10.11 10.18
- Strømkanal 4.18
- Strømkraften 4.11 5.21 9.50
- Strømlinie 4.18
- Strømmende grundvand 9.50 11.35

- Strømnet 4.20
 Strømning
 ikke-stationær 5.28
 nedadrettet 4.11
 opadrettet 4.11
 quasi-stationær 5.28
 stationær 5.27
 Styrkediagram
 lers 8.24
 Styrkekoeficient 8.24
 Styrkeparametre 8.2
 effektive 8.6
 udrænede 8.7
 virkelige 8.5
 Stærkt forkonsolideret ler 6.7
 Støttemur 14.21
 Svindgrænse 2.10
 Sætninger
 differens- 7.29 7.36
 endimensionale 6.1
 fundament på sand 7.25 7.30
 fundament på tykt lerlag 7.9
 fundament på tyndt lerlag 7.18
 initial- 7.2 7.12 7.18
 konsoliderings- 6.16 7.2 7.14
 konventionelle 7.15 7.19
 Skempton-Bjerrums metode 7.11
 specielle tilfælde 7.32
 tangnetmetoden 7.20
 tilladelige 7.28
 tidsforløb 6.16 7.23
 totale 7.2 7.15
 Sætningsgivende belastning 7.31

 T
 Tangentialjordtryk 11.25 13.5
 Tangentmetoden 7.20
 Terzaghi's bæreevneformel 14.1
 Terzaghi's tal 5.42
 Thixotropi 8.26
 Tidsfaktor 6.21
 Tidskurve 6.27
 Tilladelige spændinger 9.54
 Tilladelige sætninger 7.28
 Todimensional strømning 5.34
 Total brudbetingelse 8.7 8.8
 Total nedsynkning af pæl 15.12
 Total spænding 3.2 3.15 8.6
 analyse 8.27
 Totalsikkerhed 9.55 10.8 10.15
 Total sætning 7.2 7.15
 Totalt brud af pæleværk 16.20 16.30
 Totalt jordtryk 11.11
 Trefasesystemet 2.1
 Trekantdiagram 2.4
 Trekantfordelt belastning 5.45
 Triaxialapparat 8.9
 Triaxiale forsøgstyper 8.12
 Tryk i afstivning 12.30
 Trykfordeling 11.21 11.23 11.34
 14.18
 Trykniveau 4.4 4.5
 Trykniveauforskell 4.22
 Trykomejring 12.8
 Trykspredning 7.2
 Trykspredning 1:2 7.8
 Trykspring 11.21 11.35
 Tschobotarioff's metode 12.24
 Tøjningsindeks 6.4
 Tørv 2.13

 U
 Udbøjningslinie for væg 12.23
 Udrænede styrkeparametre 8.7
 Udrænede forskydningsstyrke 8.8
 8.22
 Udrænede forsøg 8.12
 Uensformighedstal 2.4

Ukonsolideret forsøg 8.12	Væske
Usammentrykkelig jord 5.29 5.32	masseløs 5.29
Usammentrykkelig væske 5.29	med masse 5.29
UU-forsøg 8.12 8.22	sammentrykkelig 5.31
	usammentrykkelig 5.29
V-W	w-brud 9.9
Valg af brudmåde 12.13 16.24	
Vandepitte's metode 16.20	X
Vandførende lag 5.1	X-brud 9.8 13.12
Vandføring 4.22	
Vandindhold 2.6	Z-Æ
Vandindhold	Zonebrud 9.7 9.40 11.16 11.17
ved flydegrænse 2.10	Ækvivalent rektangel 14.15
ved plasticitetsgrænse 2.10	Æltet forskydningsstyrke 8.25
ved svindgrænse 2.10	
Vandstandsende lag 5.1	Ø
Vandtryk 10.16 11.35	$\varphi=0$ analyse 8.27
Varmeledningsligningen 6.20	
Velgraderet 2.4	
Velsortet 2.4	
Vilkårlig formet brudlinie 10.11	
Vingebor 8.22	
Vingeforsøg 8.22	
Vingestyrke 8.23	
Virkelig brudbetingelse 8.5	
Virkelige styrkeparametre 8.5	
Virkelig friktionsvinkel 8.5	
Virkelig kohæsion 8.5	
Virkeligt brudstadium 9.3	
Virkning af grundvand 14.15	
Virkning af vandtryk 10.16 11.35	
Væg	
glat 9.26 11.5	
med flydecharnier 12.9 12.11	
uden flydecharnier 12.8	
ru 9.26 11.5	
Vægfriktionsvinkel 9.26 11.4	

- side 9.18: figur 9.17, øverst til højre:
udtrykket $v + \partial v / \partial s \cdot dr + \partial v / \partial r \cdot dr$
ændres til: $v + \partial v / \partial s \cdot ds + \partial v / \partial r \cdot dr$
- side 11.21: figur 11.16 til venstre: z , ændres til: z_p
- side 11.22: formel 11.14: $+a$ ændres til: **+ah**
- side 11.37: linie 15 fra neden: φ , ændres til: φ_d
- side 11.37: linie 9 fra neden: φ , ændres til: φ_d
- side 12.13: figur 12.9 til venstre: φ , ændres til: φ_d
- side 12.13: figur 12.9 til højre: Ankertræk A (kN) ændres til: **(kN/m)**
- side 12.14: figur 12.10: 18 kN/m^2 ændres til: **18 kN/m^3** og φ , ændres til: φ_d
- side 12.16: figur 12.11 til venstre: φ , ændres til: φ_d
- side 12.19: figur 12.12: φ , ændres til: φ_d
- side 13.5: linie 8 fra oven: formel 13.4 ændres til: formel **13.2**
- side 13.8: linie 3 fra neden: efter 13.7 tilføjes: , for tilfældet $z_\lambda^0/H = 1/3$
- side 14.11: figur 14.8: betegnelsen **N** på ordinataksen fjernes
- side 14.14: linie 17 fra neden: men ændres til: **man**
- side 14.14: linie 11 fra neden: A_c ændres til: $A \cdot c$
- side 14.16: linie 11 fra oven: **B** ændres til: **B**
- side 14.16: figur 14.13: **B** ændres til: **B** (2 steder)
- side 14.17: linie 15 fra oven: efter egenvægt indsættes: **regnes**
- side 14.17: linie 20 fra oven: formel 14.41: \bar{Q} ændres til: **Q'**
 i_c ændres til: **i_c'**
- side 14.17: linie 1 fra neden: effektivt q -led ændres til: **reduceret q -led**
- side 14.18: linie 11 fra oven: effektivt ændres til: **reduceret**
- side 14.18: linie 14 fra oven: ∇ ændres til: **V'**
- side 14.18: linie 16 fra oven: effektivt ændres til: **reduceret**
- side 14.19: På siden (incl. figuren) ændres alle indeks for neden (både n og r) til: **d**
- side 14.22: linie 13 fra oven: det nominelle brudstadium ændres til:
den regningsmæssige brudtilstand
- side 15.3: linie 2 fra neden: 41 ændres til: **34,5** og 34 ændres til: **33,3**
linie 1 fra neden: 25 ændres til: **21** og 3480 ændres til: **3410**
- side 15.7: linie 1 og 5 fra neden: nominelle ændres til: **regningsmæssige**
- side 16.17: Skema 3: Belastningstilf. $G + 1.5P = (-51,0; -10,0) \text{ t/m}$ ændres til:
Belastningstilf. $G + 1.5P = (-510; -100) \text{ kN/m}$

APPENDIX

Symbolliste

side ii	linie 13 fra oven: Højde eller..... ændres til: Højde, lagtykkelse eller maksimal dræningsvej
side iv	ny linie 4 fra oven indsættes: Z Lagtykkelse
side v	ny linie 8 fra oven indsættes: d som indeks fornedet angiver en regningsmæssig værdi
side v	ny linie 9 fra oven indsættes: f som indeks fornedet angiver en brudværdi
side v	linie 10 fra neden: r som indeks Udgår

Lyngby den 20 November 1998

Ole Amtoft

Gunnar Bagge

Leif Fuglsang