

# LÆREBOG I GEOTEKNIK

## Bind 2

Werner Bai

1994



Laboratoriet for Geoteknik  
Ingeniørhøjskolen · Horsens Teknikum

# LÆREBOG I GEOTEKNIK

## Bind 2

Werner Bai

1994

Laboratoriet for Geoteknik  
Ingeniørhøjskolen · Horsens Teknikum

Forlag: Ingeniørhøjskolen · Horsens Teknikum, Chr. M. Østergaardsvej  
8700 Horsens, Danmark.

Copyright © 1994 by Werner Bai  
1. udgave 1994  
Trykt på Ingeniørhøjskolen · Horsens Teknikum,  
Printed in Denmark  
ISBN 87-7758-269-1

# Forord

Denne Lærebog i Geoteknik, Bind 2, er primært skrevet til brug ved undervisningen på Ingeniørhøjskolen Horsens Teknikum. Bind 1, der omhandler emnerne klassifikation, spændinger i jord, strømning, jordens styrke, direkte fundering, sætninger og pæles bæreevne, udkom i 1993. Emnet jordbundsundersøgelser vil blive behandlet i et selvstændigt kompendium.

Den første lærebog, Laboratoriet for Geoteknik udgav, var Notater i Geoteknik. Første udgave udkom i 1972 – 4. reviderede udgave udkom i 1985.

Den foreliggende lærebog har undergået en så kraftig revision, at den må betragtes som en helt ny lærebog. Dog er en væsentlig del af de oprindelige figurer anvendt. Disse figurer er tegnet af Ib Grundahl. De resterende figurer er tegnet af Hanne Nielsen. Ved udarbejdelsen har endvidere medvirket Niels Leo Christensen og Leif Jensen.

Formålet med bogen er at give læseren en grundig forståelse af de grundlæggende principper i geoteknikken. Bogen er skrevet i tilknytning til Dansk Ingeniørforenings Norm for Fundering, DS 415. Så vidt, det har kunnet lade sig gøre, er anvendt de bogstavsymboler, som er angivet i funderingsnormen.

Werner Bai



# Indhold

<b>10 Pæleværker</b>	<b>1</b>
10.1 Indledning . . . . .	1
10.2 Plane pæleværker . . . . .	1
10.3 Culmann's metode . . . . .	3
10.4 Nøkkentved's metode . . . . .	4
10.4.1 Beregning af de karakteristiske kræfter . . . . .	5
10.4.2 Ydre belastning . . . . .	9
10.4.3 Beregningskontrol . . . . .	10
10.4.4 Specialtilfælde . . . . .	12
10.4.5 Nøkkentved's metode, oversigt . . . . .	14
10.4.6 Nøkkentved's metode, eksempel . . . . .	16
10.4.7 Deformationer . . . . .	20
10.5 Vandpitte's metode . . . . .	22
10.5.1 Pæleværk beregnet efter Vandepitte's metode . . . . .	26
10.5.2 Vandepitte's metode, pæleværk med to parallelle grupper	29
10.6 Plastisk instabilitet . . . . .	33
10.6.1 Eksempel på undersøgelse for plastisk instabilitet . . . . .	35
10.7 Rumlige pæleværker . . . . .	39
10.7.1 Elasticitetsteoretisk beregning af dobbelt-symmetrisk pæleværk . . . . .	40
10.7.2 Plasticitetsteoretisk beregning af dobbelt-symmetrisk pæleværk . . . . .	45
10.7.3 Plastisk instabilitet . . . . .	51
<b>11 Generel brudteori</b>	<b>53</b>
11.1 Indledning . . . . .	53
11.2 Brudfigurer . . . . .	54
11.3 Krav til brudfiguren . . . . .	59
11.4 Symboler og fortegneregler . . . . .	61
11.5 Indre kræfter i en brudlinie . . . . .	63

11.6	Indre kræfter i en cirkulær brudlinie . . . . .	66
11.7	Ekstremmetoden og ligevægtsmetoden . . . . .	71
11.8	Randbetingelse ved jordoverfladen . . . . .	73
11.9	Randbetingelse ved væggen . . . . .	75
11.10	Laggrænser . . . . .	79
11.11	Virkning af vandtryk i jorden . . . . .	80
11.12	Sikkerhedsfastlæggelse . . . . .	83
11.13	Eksempler på anvendelsen af Brinch Hansens's jordtryksteori . . . . .	84
11.13.1	Jordtryk ved zonebrud . . . . .	84
11.13.2	Jordtryk ved liniebrud . . . . .	90
<b>12</b>	<b>Jordtryk</b> . . . . .	<b>97</b>
12.1	Indledning . . . . .	97
12.2	Hviletryk . . . . .	97
12.3	Aktivt og passivt jordtryk . . . . .	99
12.4	Generelle definitioner . . . . .	100
12.5	Coulomb's ekstremmetode . . . . .	103
12.5.1	Lodret glat væg og vandret jordoverflade . . . . .	103
12.5.2	Skrå ru væg og hældende jordoverflade . . . . .	108
12.6	Brinch Hansen's metode for zonebrud . . . . .	109
12.6.1	Lodret væg og vandret jordoverflade . . . . .	111
12.6.2	Aktivt jordtryk på støttemur . . . . .	113
12.7	Coulomb's teori kontra Brinch Hansen's teori for zonebrud . . . . .	114
12.8	Jordtryk ved liniebrud og kombinerede brud . . . . .	116
12.8.1	Bestemmelse af jordtryksfordelingen ved liniebrud . . . . .	118
12.8.2	Lodret væg og vandret jordoverflade . . . . .	120
12.8.3	Jordtryk ved liniebrud . . . . .	121
12.8.4	Virkning af laggrænser . . . . .	129
12.8.5	Virkning af vandtryk . . . . .	130
12.9	Sikkerhedsfastlæggelse . . . . .	130

<b>13 Støttemure</b>	<b>131</b>
13.1 Indledning . . . . .	131
13.2 Dimensionering af støttemure . . . . .	131
13.2.1 Dimensionering af grovbetonstøttemur . . . . .	132
13.2.2 Dimensionering af vinkelstøttemur . . . . .	136
13.3 Dræning af støttemure . . . . .	144
<b>14 Kældervægge</b>	<b>145</b>
14.1 Indledning . . . . .	145
14.2 Små feltstørrelser . . . . .	145
14.3 Større feltstørrelser . . . . .	145
14.4 Vandtryk . . . . .	146
14.5 Jordtryk på en kældervæg . . . . .	146
14.6 Dræning af kældre . . . . .	147
14.6.1 Eksempler på dræn . . . . .	149
<b>15 Spunsvægge</b>	<b>153</b>
15.1 Indledning . . . . .	153
15.2 Frie spunsvægge . . . . .	153
15.2.1 Dimensionering af fri spunsvæg . . . . .	156
15.3 Forankrede spunsvægge . . . . .	159
15.3.1 Brudmåden nul flydecharnier . . . . .	162
15.3.2 Brudmåden ét flydecharnier . . . . .	165
15.3.3 Brudmåden to flydecharnierer . . . . .	168
15.3.4 Dimensionering af forankret spunsvæg med nul flydecharnier	170
15.3.5 Dimensionering af spunsvæg med ét flydecharnier . . . . .	174
15.3.6 Forankret spunsvæg med to flydecharnierer . . . . .	177
15.3.7 Forankret spunsvæg i sand og ler . . . . .	181
15.3.8 Spunsvæg i sand med aflastningsplade . . . . .	189
15.4 Afstivede vægge . . . . .	192
15.4.1 Spunsvæg afstivet i flere niveauer . . . . .	195

<b>16 Ankerplader</b>	<b>199</b>
16.1 Indledning . . . . .	199
16.2 Grundtilfældet . . . . .	200
16.3 Korrektion af grundtilfældet . . . . .	204
16.4 Ankerpladers armering . . . . .	205
16.4.1 Dimensionering af korte ankerplader . . . . .	205
<b>17 Stabilitet</b>	<b>209</b>
17.1 Indledning . . . . .	209
17.2 Ekstremmetoden . . . . .	210
17.2.1 Virkning af vandtryk ved ekstremmetoden . . . . .	215
17.2.2 Stabilitet af skråning i vandmættet ler . . . . .	217
17.3 Strimmelmetoden . . . . .	220
17.4 Virkning af vandtryk ved strimmelmetoden . . . . .	225
17.4.1 Stabilitetsanalyse efter strimmelmetoden . . . . .	227
17.5 Ankerlængder . . . . .	230
17.5.1 Bestemmelse af ankerlængden for en spunsvæg . . . . .	232
<b>18 Specielle problemer</b>	<b>237</b>
18.1 Indledning . . . . .	237
18.2 Valg af fundamentstype . . . . .	237
18.3 Udførelse af niveauforskelle . . . . .	239
18.4 Byggegruber . . . . .	241
18.4.1 Vægge med skråafstivning . . . . .	245
18.4.2 Skrå eller uensformigt belastet jordoverflade . . . . .	246
18.4.3 Københavnergæbte . . . . .	251
18.5 Ankerblokke . . . . .	254
18.5.1 Beregning af ankerblok . . . . .	260
<b>Referencer</b>	<b>262</b>
<b>Index</b>	<b>265</b>

## Figurliste

1	<i>Bevægelige pæleværker.</i>	2
2	<i>Et pæleværk med tre pælerækker er statisk bestemt, hvis ikke alle pæle går gennem samme punkt eller er parallelle.</i>	3
3	<i>Statisk ubestemte pæleværker.</i>	3
4	<i>Culmann's metode.</i>	4
5	<i>Lodret parallelforskydning</i>	6
6	<i>Vandret parallelforskydning</i>	7
7	<i>Drejning om et punkt</i>	8
8	<i>Pæleværk med parallelle pæle.</i>	12
9	<i>Pæleværker med symmetrisk placerede skråpælerækker.</i>	14
10	<i>Definitioner og fortegn.</i>	15
11	<i>Pæleværk med 5 pælerækker.</i>	17
12	<i>Opløsning af den ydre belastning efter de karakteristiske kræfters retninger.</i>	21
13	<i>Princippet i Vandepitte's metode.</i>	22
14	<i>Karakteristiske arbejdskurver for pæle sammenlignet med den ideale arbejdskurve.</i>	24
15	<i>Bestemmelse af kinematisk mulige brudmåder for et pæleværk.</i>	25
16	<i>Pæleværk med 5 pælerækker.</i>	27
17	<i>Pæleværk med to parallelle grupper.</i>	30
18	<i>Eksempel på grafisk løsning.</i>	31
19	<i>Reduceret pæleværk.</i>	32
20	<i>Pæleværk påvirket af vekslende belastninger.</i>	34
21	<i>Undersøgelse for plastisk instabilitet af plant pæleværk.</i>	36
22	<i>Dobbelt-symmetrisk pæleværk</i>	40
23	<i>Dobbelt-symmetrisk pæleværk.</i>	47
24	<i>Forstærket pæleværk.</i>	50
25	<i>Ideal elastisk-plastisk arbejdskurve og principielle arbejdskurver for jord.</i>	54
26	<i>Spændingerne i en jordmasse i hviletilstanden.</i>	55



27	<i>Coulomb's brudbetingelse i Mohr's spændingsdiagram.</i>	56
28	<i>De tre typer af liniebrud.</i>	56
29	<i>Zonebrud.</i>	57
30	<i>Eksempler på kombinerede brud.</i>	58
31	<i>Eksempler på kinematisk mulige brudfigurer ved liniebrud.</i>	60
32	<i>Vilkårlig brudlinie.</i>	63
33	<i>Elementarfirkant mellem brudlinier.</i>	64
34	<i>Cirkulær brudlinie.</i>	66
35	<i>Cirkulær brudlinie med resultanten af de indre kræfter i brudlinien.</i>	68
36	<i>Brudlinie i skråning.</i>	72
37	<i>Elementartrekant mellem brudlinier ved jordoverfladen.</i>	74
38	<i>Elementartrekant mellem brudlinier ved væggen.</i>	76
39	<i>Generelle definitioner ved jordtryk.</i>	79
40	<i>Vandtryk ved stillestående grundvand.</i>	80
41	<i>Vandtryk ved stillestående grundvand med kapillaritet.</i>	81
42	<i>Strømmende grundvand.</i>	82
43	<i>Tilnærmede metoder ved strømmende grundvand.</i>	83
44	<i>Jordtryk ved Rankine-brud.</i>	85
45	<i>Jordtryksfordeling ved passivt zonebrud.</i>	87
46	<i>Jordtryksfordeling ved aktivt zonebrud.</i>	90
47	<i>Jordtryk ved liniebrud.</i>	91
48	<i>Hviletryk på ueftergivelig væg.</i>	98
49	<i>Jordtrykkets afhængighed af væggenes bevægelse.</i>	99
50	<i>Definition af drejningspunktets beliggenhed.</i>	100
51	<i>Definition af væggenes rotation.</i>	101
52	<i>Generelle definitioner ved jordtryk.</i>	102
53	<i>Coulomb's metode for en lodret, glat væg med vandret jordoverflade.</i>	104
54	<i>Jordtryksfordeling ved zonebrud.</i>	107
55	<i>Coulomb's metode for skrå, ru væg med hældende jordoverflade.</i>	108

56	Zonebrudskoefficienter for lodret væg og vandret jordoverflade. . . . .	112
57	Jordtryk ved zonebrud. . . . .	113
58	$K_\gamma$ som funktion af vægfriktionsvinklen, $\delta$ , ved passivt jordtryk. . . . .	115
59	Jordtryksfordeling ved liniebrud og kombinerede brud. . . . .	116
60	Jordtryksfordeling ved liniebrud. . . . .	119
61	$\xi$ for fuldstændig glat væg. . . . .	122
62	$\xi$ for fuldstændig ru væg. . . . .	122
63	$K_\gamma^x$ og $K_\gamma^y$ for fuldstændig glat væg. . . . .	123
64	$K_\gamma^x$ og $K_\gamma^y$ for fuldstændig ru væg. . . . .	123
65	$K_p^x$ for fuldstændig glat væg. . . . .	124
66	$K_p^x$ for fuldstændig ru væg. . . . .	124
67	$K_p^y$ for fuldstændig glat væg. . . . .	125
68	$K_p^y$ for fuldstændig ru væg. . . . .	125
69	$K_c^x$ for fuldstændig glat væg. . . . .	126
70	$K_c^x$ for fuldstændig ru væg. . . . .	126
71	$K_c^y$ for fuldstændig glat væg. . . . .	127
72	$K_c^y$ for fuldstændig ru væg. . . . .	127
73	$\tan \delta_\gamma$ for fuldstændig ru væg. . . . .	128
74	$\tan \delta_p$ for fuldstændig ru væg. . . . .	128
75	$\frac{a}{c}$ for fuldstændig ru væg. . . . .	129
76	Jordtryksfordeling ved lagdelt jord. . . . .	129
77	Eksempler på støttemure. . . . .	131
78	Eksempel på brudfigur i vægtløs jord. . . . .	132
79	Dimensionering af grovbetonstøttemur. . . . .	133
80	Dimensionering af vinkelstøttemur. . . . .	137
81	Snitkræfter i støttemur. . . . .	141
82	Eksempler på dræning af støttemure. . . . .	144
83	Jordtryk på kældervæg i brudgrænsetilstanden og i anvendelsestilstanden. . . . .	147
84	Klassificering af jordbunds- og grundvandsforhold i relation til dræning af kælderkonstruktioner. . . . .	148

85	<i>Dræning med tæppedræn og omfangsdræn.</i>	149
86	<i>Eksempel på indskudsdræn.</i>	150
87	<i>Eksempel på membranisolering af kælderkonstruktion.</i>	151
88	<i>Jordtryksfordeling på fri spunsvæg.</i>	154
89	<i>Dimensionering af fri spunsvæg.</i>	157
90	<i>Eksempler på brudmåder for forankret spunsvæg.</i>	160
91	<i>Forankret spunsvæg uden flydecharnier.</i>	162
92	<i>Korrektionsformler ved nul flydecharnier.</i>	164
93	<i>Forankret spunsvæg med ét flydecharnier</i>	166
94	<i>Korrektionsformler ved ét flydecharnier.</i>	167
95	<i>Forankret spunsvæg med to flydecharnierer.</i>	168
96	<i>Dimensionering af spunsvæg med nul flydecharnier.</i>	170
97	<i>Grafisk interpolation.</i>	173
98	<i>Dimensionering af spunsvæg med ét flydecharnier.</i>	175
99	<i>Dimensionering af spunsvæg med to flydecharnierer.</i>	177
100	<i>Spunsvæg i sand og ler.</i>	182
101	<i>Korttidsanalyse af spunsvæg i sand og ler.</i>	183
102	<i>Langtidsanalyse af spunsvæg i sand og ler.</i>	186
103	<i>Grafisk interpolation.</i>	189
104	<i>Dimensionering af spunsvæg med aflastningsplade.</i>	190
105	<i>Tilnærmet jordtryksfordeling på afstivet spunsvæg.</i>	194
106	<i>Beregning af afstivet spunsvæg.</i>	195
107	<i>Ankerplader i række.</i>	199
108	<i>Brudfigur i grundtilfældet.</i>	200
109	<i>Jordtrykskoefficienter for jordtrykket foran en ankerplade i grundtilfældet.</i>	201
110	<i>Relativ afstand fra en ankerplades fodpunkt til angrebspunktet for jordtryksresultanten foran pladen.</i>	202
111	<i>Kræfter på ankerpladen i grundtilfældet.</i>	203
112	<i>Modelforsøgsresultater for ankerplader i række, hvor <math>H = L</math>.</i>	204
113	<i>Dimensionering af korte ankerplader.</i>	206



114	<i>Logaritmisk spiral som tilnærmet brudlinie.</i>	211
115	<i>Beregning af stabilitetsforholdet for <math>\phi \neq 0</math>.</i>	211
116	<i>Tvangsbrudlinie ved stabilitetsundersøgelse.</i>	212
117	<i>Cirkulær brudlinie for <math>\phi = 0</math>.</i>	214
118	<i>Eksempel på sammensat brudlinie.</i>	214
119	<i>Vandtryk ved stillestående grundvand i jord uden kapillaritet.</i>	215
120	<i>Vandtryk ved stillestående grundvand i jord med kapillaritet.</i>	216
121	<i>Vandtryk ved strømmende grundvand.</i>	216
122	<i>Korttidsanalyse af skråning i vandmættet ler.</i>	218
123	<i>Langtidsanalyse af skråning i vandmættet ler.</i>	219
124	<i>Brudlinie med vilkårlig form.</i>	221
125	<i>Princippet i strimmelmetoden.</i>	222
126	<i>Korrektionsfaktorens afhængighed af pilhøjdeforholdet.</i>	224
127	<i>Stillestående grundvand i jord uden kapillaritet.</i>	225
128	<i>Stillestående grundvand i jord med kapillaritet.</i>	226
129	<i>Strømmende grundvand i jord uden kapillaritet.</i>	226
130	<i>Strømmende grundvand i jord med kapillaritet.</i>	226
131	<i>Langtidsanalyse efter strimmelmetoden.</i>	227
132	<i>Eksempel på brudfigur ved forankret spunsvæg.</i>	230
133	<i>Ankerlængdebestemmelse for forankret spunsvæg.</i>	231
134	<i>Stabilitetsanalyse af forankret spunsvæg.</i>	232
135	<i>Bestemmelse af ankerlængden for en forankret spunsvæg.</i>	233
136	<i>Enkeltfundamenter forbundet med bjælker.</i>	237
137	<i>Søjler funderet på kombineret fundament.</i>	237
138	<i>Indspænding i enkeltfundamenter.</i>	238
139	<i>Skråning støttet af grovbetonmur og drænet skråning med stabiliserende belastning.</i>	240
140	<i>Stabilitetsundersøgelse af støttemur med skråning og/eller koncentreret belastning.</i>	240
141	<i>Afstivning af indfatningsvægge.</i>	242
142	<i>Aflastningsboringer i byggegrube i fast ler.</i>	244

143	<i>Væg med indvendig skråafstivning og væg med indboret anker.</i>	245
144	<i>Effektiv ankerlængde og stabilitet ved skråankre.</i>	246
145	<i>Væg med afbrudt overfladelast.</i>	247
146	<i>Skrå jordoverflade bag en væg.</i>	248
147	<i>Tilnærmet beregning af aktivt jordtryk ved partiel overfladelast.</i>	250
148	<i>Princippet i en Københavnergæg.</i>	252
149	<i>Bestemmelse af netto-jordtrykket på den nedrammede del.</i>	253
150	<i>Ankerblokkens geometri.</i>	255
151	<i>Kræfter på ankerblokken.</i>	256
152	<i>Bevægelsesretningen for ankerblokken.</i>	256
153	<i>Jordtrykskoefficienter for jordtrykket foran ankerblokken.</i>	257
154	<i>Resultater af modelforsøg med enkelte ankerplader.</i>	258
155	<i>Beregning af ankerblok.</i>	261

## Symbolforklaring

$A$	( $m^2$ )	areal
$a$	( $kN/m^2$ )	adhæsion mellem jord og væg
$b$	( $m$ )	effektiv bredde af fundament
$c$	( $kN/m^2$ )	forskydningsstyrke. Kohæsion
$d$	( $m$ )	dybde
$E$	( $kN/m^2$ )	elasticitetsmodul
$E$	( $kN/m$ )	jordtryk vinkelret på væg
$e$	( $kN/m^2$ )	enhedsjordtryk vinkelret på væg
$e$		poretal
$e$	( $m$ )	ekscentricitet
$F$	( $kN/m$ )	jordtryk parallelt med væg
$f$	( $kN/m^2$ )	enhedsjordtryk parallelt med væg
$G$	( $kN$ )	tyngde af faldhammer
$g$	( $m/s^2$ )	tyngdeacceleration
$H$	( $kN$ )	horisontal kraft
$h$	( $m$ )	højde. Lodret projektion af faldhøjde
$h$	( $m$ )	potentiale (trykniveau)
$I_P$	(pct)	plasticitetsindeks, $I_P = w_L - w_P$
$I_D$		relativ lejringsstæthed
$i$		gradient
$i$		hælningsfaktor
$j$	( $kN/m^3$ )	strømkraft
$K$	( $kN/m^2$ )	konsolideringsmodul
$K$		jordtrykskoefficient
$k$	( $kN/m^3$ )	ballasttal
$k$	( $m/s$ )	permeabilitetskoefficient
$l$	( $m$ )	effektiv længde af fundament
$m$		materialefaktor
$N$		bæreevnefaktor
$P$	( $kN$ )	enkeltkraft
$p$	( $kN/m^2$ )	nyttelast
$Q$	(pct)	dekadehældning
$Q$	( $kN$ )	bæreevne
$q$	( $kN/m^2$ )	lodret spænding
$r$		regenerationsfaktor
$s$		formfaktor
$s$	( $m/slag$ )	blivende nedsynkning af pæl
$U$		uensformighedstal, $U = d_{60}/d_{10}$

$u$	(m)	udbøjning. Bevægelse
$u$	(kN/m <sup>2</sup> )	neutral spænding
$V$	(kN)	vertikal kraft
$w$	(pct)	vandindhold
$w_L$	(pct)	flydegrænse
$w_P$	(pct)	plasticitetsgrænse
$\beta$		skråningsvinkel med vandret
$\gamma$		partialkoefficient
$\gamma$	(kN/m <sup>3</sup> )	rumvægt (specifik tyngde)
$\delta$		vægfriktionsvinkel
$\eta$		korrektions-/effektivitetsfaktor ved pæleramning
$\theta$		hældningsvinkel med lodret
$\rho$	(kg/m <sup>3</sup> )	densitet (specifik masse)
$\sigma$	(kN/m <sup>2</sup> )	normalspænding
$\tau$	(kN/m <sup>2</sup> )	forskydningsspænding
$\phi$		friktionsvinkel

## Indekser

$b$	vedrørende bæreevne af pæle
$c$	vedrører kohæsion
$d$	regningsmæssig
$k$	karakteristisk
$m$	materialeafhængig
$m$	vedrører pæleoverflade
$neg$	vedrører negativ overflademodstand
$p$	vedrører pæl, pælespids, nyttelast
$pl$	plan
$q$	vedrører lodret spænding i jord
$s$	vedrører kornmaterialet
$tr$	vedrører triaksialforsøg
$u$	udrænet
$v$	bestemt ved vingeforsøg
$w$	vedrører vands tyngde
$\gamma$	vedrører jordens tyngde
$\phi$	vedrører jordens friktionsvinkel

Effektive rumvægte, styrkeparametre og spændinger markeres med ('), for eksempel  $\gamma'$ ,  $\phi'$ ,  $c'$ ,  $\sigma'$ ,  $q'$ .



## 10 Pæleværker

### 10.1 Indledning

Et pæleværk er en gruppe af pæle, der på hensigtsmæssig måde overfører belastningerne fra et bygværk til jorden. Et pæleværk er således en rumlig ofte mange gange statisk ubestemt konstruktion.

I almindelighed er det en forudsætning, at pælene kun kan optage aksiale kræfter, hvilket vil sige, at pælene antages fastgjort med charnier ved overbygningens underside og ved pælespidsen.

Påvirkes pæleværket udelukkende af lodrette kræfter, bør pælene – hvis det er muligt – placeres således, at pælegruppens tyngdepunktslinie er sammenfaldende med den ydre kraftresultant. Dette bevirker, at samtlige pæle i gruppen påvirkes ens. Ofte vil et pæleværk dog i én eller flere lastkombinationer være påvirket af en skrå belastningsresultant. I så fald vil det være nødvendigt at supplere lodpælene med et passende antal skråpæle. Principielt bør skråpælene anbringes med samme hældning som den største belastningsresultant. Af ramme-hensyn bør pælehældninger mindre end 3:1 dog almindeligvis ikke anvendes. Det kan derfor være nødvendigt at placere skråpæle med hældning modsat belastningsresultanten. Herved dannes en pælebuk, som er i stand til at optage den ydre belastning. Det kan ofte beregningsmæssigt være en fordel at benytte skråpælerækker med flere indbyrdes forskellige hældninger. Generelt bør man i et pæleværk dog kun undtagelsesvis anvende mere end tre forskellige pælehældninger. Det bør endvidere tilstræbes, at centerafstandene mellem pælene i de enkelte rækker er den samme eller i det mindste er et simpelt multiplum af hinanden. Anvendes pælerækker med forskellig hældning, må man være opmærksom på, at pælene under ramningen frit skal kunne passere hinanden.

Selv om et pæleværk principielt er en rumlig statisk ubestemt konstruktion, vil det ofte være muligt at udforme det således, at det med rimelig tilnærmelse kan beregnes som plant, hvilket medfører en væsentlig simplificering.

Beregningen af rumlige pæleværker er væsentlig mere kompliceret end beregningen af plane pæleværker, selv om beregningsprincippet generelt er det samme. I afsnittene 10.3–10.6 omtales beregningsmetoder for plane pæleværker, og i afsnit 10.7 omtales principperne for beregning af rumlige pæleværker.

### 10.2 Plane pæleværker

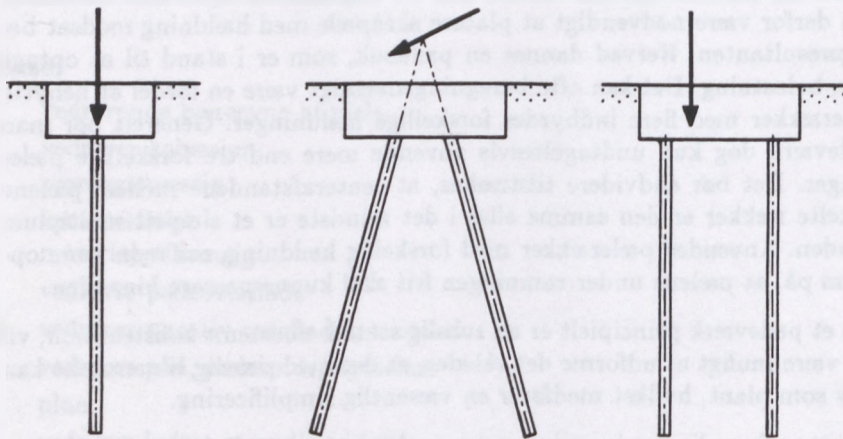
Et pæleværk er plant, når:

1. Alle pæleakserne ligger i planer vinkelret på pæleværkets længdeakse.
2. Den ydre belastning er ensformigt fordelt i pæleværkets længdeakse og virker i planer parallelt med planerne gennem pæleakserne.

Et pæleværk kan være:

1. bevægeligt
2. statisk bestemt
3. statisk ubestemt

I figur 1 er vist eksempler på bevægelige pæleværker. Pæleværket til venstre er bevægeligt, fordi hverken momentligningen eller den vandrette projektligning er opfyldt. For pæleværket i midten kan momentligningen kun opfyldes for en kraft igennem pælens skæringspunkt. For en hvilken som helst anden kraftvirkning vil ligevægt ikke kunne opnås. For pæleværket til højre vil projektligningen på vandret ikke kunne opfyldes. Selvom de tre viste pæleværker alle er bevægelige, er de naturligvis ikke uanvendelige. Den ydre kraft skal blot have en sådan retning og placering, at de uopfyldte ligevægtsbetingelser ikke er aktuelle.

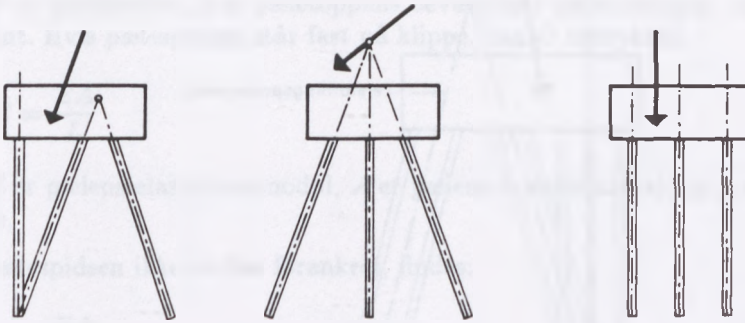


Figur 1: Bevægelige pæleværker.

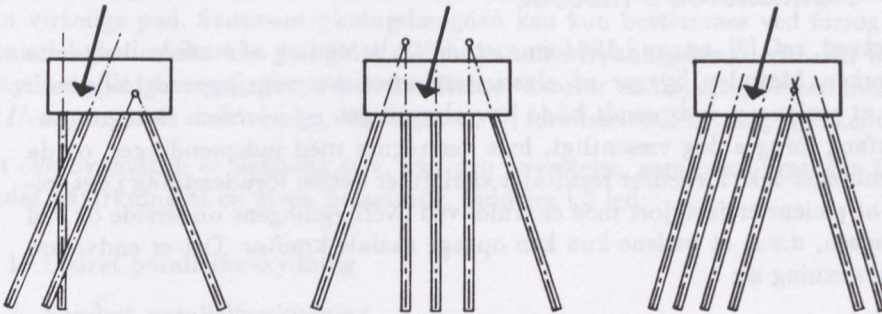
Af figur 1 fremgår det således, at pæleværker med én eller to pælerækker altid er bevægelige.

I figur 2 er vist eksempler på pæleværker med tre pælerækker. Pæleværket til venstre er statisk bestemt, da de tre ligevægtsbetingelser entydigt bestemmer de tre pælekræfter, hvorimod de to pæleværker til højre begge er bevægelige og statisk ubestemte, da én af ligevægtsbetingelserne ikke kan opfyldes samtidig med, at problemet indeholder tre ubekendte pælekræfter.

Figur 3 viser eksempler på pæleværker med mere end tre pælerækker. Sådanne pæleværker er altid statisk ubestemte.



Figur 2: Et pæleværk med tre pælerækker er statisk bestemt, hvis ikke alle pæle går gennem samme punkt eller er parallelle.



Figur 3: Statisk ubestemte pæleværker.

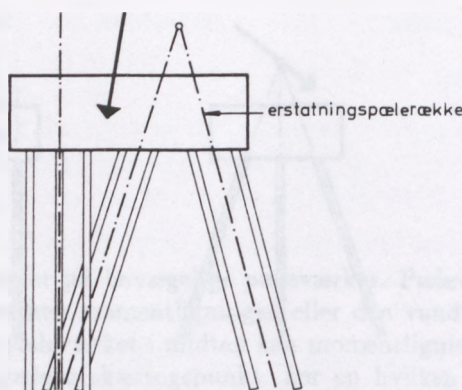
### 10.3 Culmann's metode

I 1866 angav Culmann, ref. [1], en tilnærmet metode til beregning af statisk ubestemte plane pæleværker. Metoden går ud på at omdanne det statisk ubestemte pæleværk til et statisk bestemt. Består pæleværket af tre grupper parallelpæle, opfattes hver gruppe som én pæl i gruppens tyngdepunktslinie, hvorefter pælekraften i grupperne bestemmes ved hjælp af de tre statiske ligevægtsbetingelser. Kraften i hver erstatningspælerække antages herefter ligeligt fordelt på pælene i gruppen. Princippet er angivet i figur 4.

Metoden tager ikke hensyn til deformationerne og må derfor anvendes med nogen forsigtighed. Til et indledende skøn over en fornuftig pæleplacering kan metoden undertiden være hensigtsmæssig som følge af sin enkelhed.

Man bør dog altid kontrollere pæleværket ved hjælp af en mere korrekt metode (se afsnittene 10.4 og 10.5).





Figur 4: Culmann's metode.

#### 10.4 Nøkkentved's metode

Nøkkentved, ref. [2], angav i 1924 en metode til beregning af statisk ubestemte pæleværker. Metoden bygger på elasticitetsteoretiske principper og tillader i øvrigt, at pælene er indspændt både i overbygningen og i jorden. Beregningernes omfang forøges dog væsentligt, hvis der regnes med indspændinger, og da indspændinger ikke forbedrer resultatet særligt, er det en forudsætning i det følgende, at pælene er fastgjort med charnier ved overbygningens underside og ved pælespidsen, d.v.s. at pælene kun kan optage aksiale kræfter. Det er endvidere en forudsætning at:

1. Overbygningen er uendelig stiv.
2. Overbygningens bevægelser ikke ændrer pæleretningerne.
3. Pæletoppens bevægelse i pæleretningen er proportional med pælekraften, det vil sige, Hookes lov gælder.
4. Pælene virker som enkeltpæle. Vedrørende gruppevirkning, se kapitel 9, bind 1.

Forudsætningerne 1. og 2. er gode tilnærmelser, hvorimod 3. er mere problematisk, da pælens arbejdslinie kun inden for små intervaller kan tilnærmes med en ret linie. I det øjeblik, en pæl nærmer sig egentlig brud, bliver metoden i virkeligheden uanvendelig. I brudtilstanden må man derfor anvende mere velegnede metoder, for eksempel Vandepitte's metode, som er omtalt i afsnit 10.7.

Forudsætningen om en retliniet arbejdskurve kan udtrykkes:

$$P = C \cdot \delta \quad (1)$$



hvor  $P$  er pælekraften,  $\delta$  er pæletoppens bevægelse i pæleretningen, og  $C$  er en konstant. Hvis pælespidsen står fast på klippe, kan  $C$  udtrykkes:

$$C = \frac{EA}{L} \quad (2)$$

hvor  $E$  er pælens elasticitetsmodul,  $A$  er pælens tværsnitsareal, og  $L$  er pælens længde.

Hvis pælespidsen ikke er fast forankret, findes:

$$C = \frac{EA}{L'} \quad (3)$$

hvor  $L'$  er pælens såkaldte sammentrykningslængde. Herved forstås den længde, som en pæl af samme dimension skal have, når den er fast forankret ved spidsen, og når den skal have samme nedsynkning af pæletoppen for en bestemt kraft som den virkelige pæl. Sammentrykningslængden kan kun bestemmes ved forsøg. I almindelighed er det kun forholdet mellem sammentrykningslængderne, der har betydning ved beregningen af pælekræfterne, hvorfor en nøjagtig bestemmelse af  $L'$  som regel er unødvendig. Konstanten,  $C$ , forudsættes i det følgende kendt.

Da overbygningen er uendelig stiv, kan den bevægelse, som overbygningen får under påvirkning af en given belastning, indeles i 3 led:

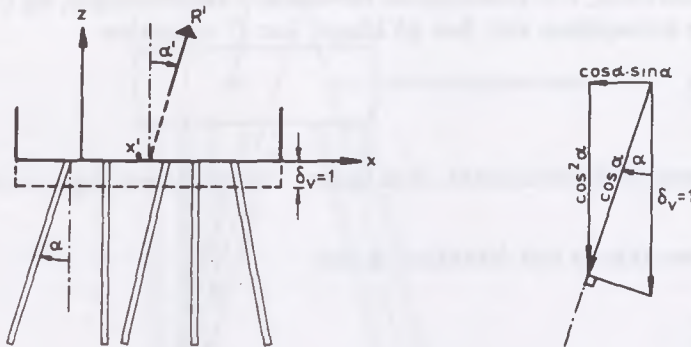
1. Lodret parallelforskydning
2. Vandret parallelforskydning
3. Drejning om et punkt

Hver af de tre bevægelseskomponenter medfører en reaktion fra pæleværket, svarende til kræfter i pælene, som påvirker overbygningen i modsat retning af bevægelserne. Lodret og vandret parallelforskydning resulterer i, at overbygningen påvirkes af henholdsvis kraften,  $R'$  og  $R''$ . Ved passende valg af omdrejningspunkt vil drejning om et punkt som eneste reaktion på overbygningen medføre et moment,  $M^\circ$ . Disse kræfter angiver pælens samlede reaktion på bevægelsen.

Antages de tre bevægelseskomponenter alle at have størrelsen 1, vil  $R'$  og  $R''$  og deres retninger samt  $M^\circ$  og drejningspunktet være karakteristiske størrelser for et givet pæleværk.  $R'$ ,  $R''$  og  $M^\circ$  kaldes *pæleværkets karakteristiske kræfter*.

#### 10.4.1 Beregning af de karakteristiske kræfter

I figur 5 er vist et plant pæleværk. Når pæleværkets overbygning får en *lodret parallelforskydning*,  $\delta_v = 1$ , opstår der kræfter i pælene. Idet pælens vinkel med lodret benævnes  $\alpha$ , bevæges en vilkårlig pæl  $\cos \alpha$  i pælens retning, hvorfor pælekraften bliver:



Figur 5: Lodret parallelforskydning

$$P' = C \cos \alpha \quad (4)$$

Opløses i lodret og vandret komponent, fås:

$$P'_v = P' \cos \alpha = C \cos^2 \alpha$$

$$P'_h = P' \sin \alpha = C \cos \alpha \sin \alpha = C \cos^2 \alpha \tan \alpha$$

Sættes  $C \cos^2 \alpha = v$ , fås:

$$P'_v = v \quad (5)$$

$$P'_h = v \tan \alpha \quad (6)$$

Summeres for alle pæle, fås:

$$R'_v = \sum P'_v = \sum v \quad (7)$$

$$R'_h = \sum P'_h = \sum v \tan \alpha \quad (8)$$

Resultantens hældning med lodret bliver:

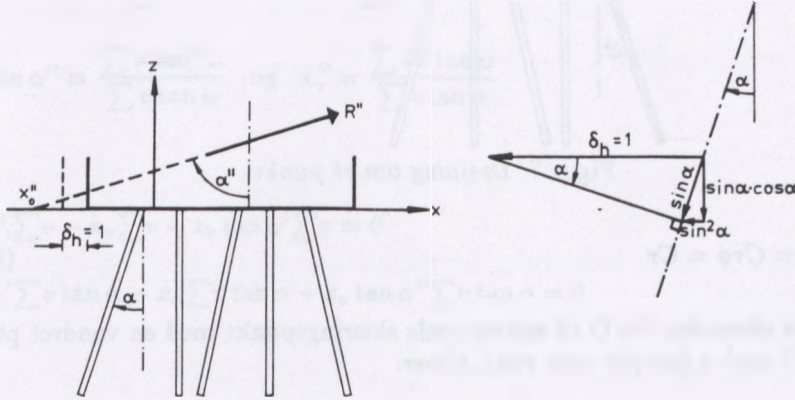
$$\tan \alpha' = \frac{R'_h}{R'_v} = \frac{\sum v \tan \alpha}{\sum v} \quad (9)$$

I det viste koordinatsystem bestemmes resultantens skæring med x-aksen som det punkt, hvor momentet af pælekræfterne er nul. Når  $x$  betegner abscissen til enhver pæletop, fås:

$$S' = \sum P'_v x = \sum vx \quad (10)$$

$$x'_o = \frac{S'}{R'_v} = \frac{\sum vx}{\sum v} \quad (11)$$

Tilsvarende bliver pælekræfterne for en *vandret parallelforskydning*,  $\delta_h = 1$ , se figur 6:



Figur 6: Vandret parallelforskydning

$$P'' = C \sin \alpha \quad (12)$$

$$P'_v = P'' \cos \alpha = C \sin \alpha \cos \alpha = v \tan \alpha \quad (13)$$

$$P'_h = P'' \sin \alpha = C \sin^2 \alpha = v \tan^2 \alpha \quad (14)$$

$$R'_v = \sum P'_v = \sum v \tan \alpha \quad (15)$$

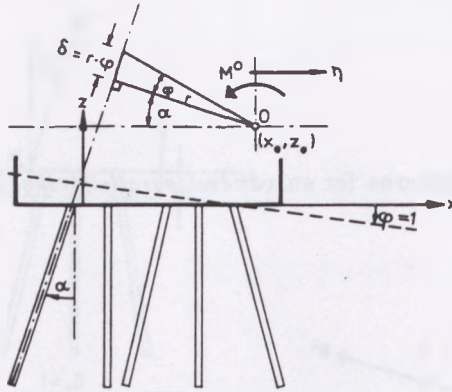
$$R'_h = \sum P'_h = \sum v \tan^2 \alpha \quad (16)$$

$$\tan \alpha'' = \frac{R'_h}{R'_v} = \frac{\sum v \tan^2 \alpha}{\sum v \tan \alpha} \quad (17)$$

$$S'' = \sum P'_v x = \sum vx \tan \alpha \quad (18)$$

$$x''_o = \frac{S''}{R'_v} = \frac{\sum vx \tan \alpha}{\sum v \tan \alpha} \quad (19)$$

Drejes overbygningen vinklen,  $\phi = 1$ , omkring et vilkårligt punkt O med koordinaterne  $(x_o, z_o)$ , bliver pælekræften i en vilkårlig pæl, se figur 7:



Figur 7: Drejning om et punkt

$$P^0 = Cr\phi = Cr \quad (20)$$

Benævnes afstanden fra O til enhver pæls skæringspunkt med en vandret plan gennem O med  $\eta$  (positiv som vist), bliver:

$$P^0 = Cr = C\eta \cos \alpha \quad (21)$$

$$P_v^0 = P^0 \cos \alpha = C\eta \cos^2 \alpha = v\eta \quad (22)$$

$$P_h^0 = P^0 \sin \alpha = C\eta \cos \alpha \sin \alpha = v\eta \tan \alpha \quad (23)$$

Summeres for alle pæle, fås:

$$R_v^0 = \sum P_v^0 = \sum v\eta \quad (24)$$

$$R_h^0 = \sum P_h^0 = \sum v\eta \tan \alpha \quad (25)$$

Drejning omkring et punkt giver således både en vandret og en lodret komponent. Punktet kan dog vælges således, at begge komponenter bliver nul, det vil sige således, at drejningen kun giver et moment,  $M^0 = I$ , om punktet. Dette punkt kaldes *drejningspunktet* O, hvis koordinater bestemmes af betingelserne:

$$R_v^0 = \sum v\eta = 0 \quad \text{og} \quad R_h^0 = \sum v\eta \tan \alpha = 0$$

$\eta$  findes som:

$$\eta = x - x_0 + z_0 \tan \alpha \quad (26)$$

Indsættes dette, fås:

$$\sum v(x - x_0 + z_0 \tan \alpha) = 0 \quad \text{og} \quad \sum v(x - x_0 + z_0 \tan \alpha) \tan \alpha = 0$$

Indsættes heri

$$\tan \alpha' = \frac{\sum v \tan \alpha}{\sum v} \quad \text{og} \quad x'_0 = \frac{\sum vx}{\sum v}$$

$$\tan \alpha'' = \frac{\sum v \tan^2 \alpha}{\sum v \tan \alpha} \quad \text{og} \quad x''_0 = \frac{\sum vx \tan \alpha}{\sum v \tan \alpha}$$

findes:

$$x'_0 \sum v - x_0 \sum v + z_0 \tan \alpha' \sum v = 0$$

$$x''_0 \sum v \tan \alpha - x_0 \sum v \tan \alpha + z_0 \tan \alpha'' \sum v \tan \alpha = 0$$

Eller:

$$x_0 - x'_0 = z_0 \tan \alpha' \quad \text{og} \quad x_0 - x''_0 = z_0 \tan \alpha''$$

Heraf findes:

$$z_0 = \frac{x'_0 - x''_0}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} \quad \text{og} \quad x_0 = x'_0 + z_0 \tan \alpha' \quad (27)$$

Det kan vises, at punkt O netop er skæringspunktet mellem de karakteristiske kræfter,  $R'$  og  $R''$ .

Da alle pælekræfternes vandrette komponenter virker med samme momentarm om O og har resultanten,  $R_h^0 = 0$ , giver de ikke noget bidrag til momentet,  $M^0 = I$ , i punkt O.

$M^0 = I$  må da kunne findes som:

$$M^0 = I = \sum P_v^0 \eta = \sum v \eta^2 \quad (28)$$

#### 10.4.2 Ydre belastning

Enhver ydre belastning kan som tidligere nævnt opløses i to komponenter,  $R_1$  og  $R_2$ , som er parallelle med  $R'$  og  $R''$ , samt i et moment,  $M$ , om drejningspunktet O. Pæleværkets karakteristiske kræfter –  $R'$ ,  $R''$  og  $M^0$  – er regnet positive lig resultanten af pælekræfterne, det vil sige modsat bevægelserne.  $R_1$ ,  $R_2$  og  $M$  er regnet positive i samme retning som bevægelserne. Bevægelserne for en ydre belastning fås da af udtrykkene:



$$\delta_v = \frac{R_1}{R'} \quad , \quad \delta_h = \frac{R_2}{R''} \quad \text{og} \quad \phi = \frac{M}{M^o} = \frac{M}{I} \quad (29)$$

Pælekræfterne findes herefter af:

$$P' = C \cos \alpha \frac{R_1}{R'} = C \cos \alpha \frac{R_1}{\frac{R'_v}{\cos \alpha'}} \quad (30)$$

$$P'' = C \sin \alpha \frac{R_2}{R''} = C \sin \alpha \frac{R_2}{\frac{R''_h}{\sin \alpha''}} \quad (31)$$

$$P^o = C \eta \phi \cos \alpha = C \eta \frac{M}{I} \cos \alpha \quad (32)$$

Pælekraftens lodrette komponent for enhver pæl bliver da ifølge superpositionsprincippet:

$$P_v = P \cos \alpha = R_1 \cos \alpha' \frac{v}{R'_v} + R_2 \sin \alpha'' \frac{v \tan \alpha}{R''_h} + M \frac{v \eta}{I} \quad (33)$$

Som regel vil det være lettere at opløse den ydre kraft i en lodret komponent,  $V = Q_z$ , og en vandret komponent,  $H = Q_x$ , samt i et moment,  $M$ , om drejningspunktet O:

$$V = Q_z = R_1 \cos \alpha' + R_2 \cos \alpha''$$

$$H = Q_x = R_1 \sin \alpha' + R_2 \sin \alpha''$$

Pælekraftens lodrette komponent bliver da:

$$P \cos \alpha = Q_z \frac{v}{R'_v} \frac{\tan \alpha'' - \tan \alpha}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} + Q_x \frac{v}{R''_v} \frac{\tan \alpha - \tan \alpha'}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} + M \frac{v \eta}{I} \quad (34)$$

$Q_z$  og  $Q_x$  regnes positive i samme retning som bevægelserne.

### 10.4.3 Beregningskontrol

Da beregningen af pælekræfterne efter Nøkkentved's metode kræver en del talbehandling, vil det være rimeligt at indføre en kontrol på beregningens rigtighed. Der skal udtrykkeligt gøres opmærksom på, at den nedennævnte kontrol kun er en regnekontrol og ikke en kontrol af indgangsværdierne.

1. Da overbygningens drejning omkring et punkt kun giver et moment, vil det være naturligt efter beregningen af de karakteristiske størrelser at undersøge om:

$$R_v^0 = \sum v\eta = 0 \quad \text{og} \quad R_h^0 = \sum v\eta \tan \alpha = 0$$

Ved beregningen af pælekræfterne efter formel 38 kan følgende kontrol indføres:

2. Summeres formlens første led over samtlige pæle, fås:

$$\begin{aligned} & \sum Q_z \frac{v}{R'_v} \frac{\tan \alpha'' - \tan \alpha}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} \\ &= \frac{Q_z}{R'_v} \frac{1}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} \sum (v \tan \alpha'' - v \tan \alpha) \\ &= \frac{Q_z}{R'_v} \frac{1}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} (\tan \alpha'' \sum v - \sum v \tan \alpha) \\ &= \frac{Q_z}{R'_v} \frac{1}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} (R'_v \tan \alpha'' - R'_h) \\ &= \frac{Q_z}{R'_v} \frac{1}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} (R'_v \tan \alpha'' - R'_v \tan \alpha') = Q_z = V \end{aligned}$$

det vil sige, *summen af førsteleddene er lig den lodrette belastningskomponent.*

3. Summeres formlens andet led på tilsvarende måde, fås:

$$\begin{aligned} & \sum Q_x \frac{v}{R''_v} \frac{\tan \alpha - \tan \alpha'}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} \\ &= \frac{Q_x}{R''_v} \frac{1}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} (\sum v \tan \alpha - \sum v \tan \alpha') \\ &= \frac{Q_x}{R''_v} \frac{1}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} (R''_v \tan \alpha' - R'_v \tan \alpha') = 0 \end{aligned}$$

det vil sige, *summen af andenleddene er nul.*

4. Summeres formlens tredje led, fås:

$$\sum M \frac{v\eta}{I} = \frac{M}{I} \sum v\eta = \frac{M}{I} R_v^0 = 0$$

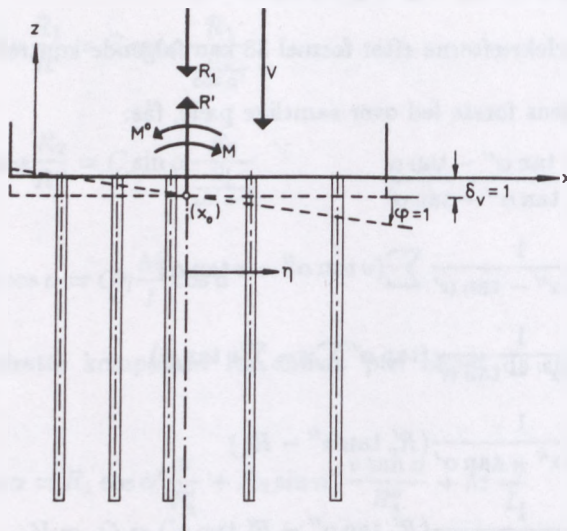
da  $R_v^0 = 0$ .

Det vil sige, *summen af tredjeleddene er nul.*

5. Endelig er *summen af pælekræfternes lodrette komponenter lig med den lodrette belastningskomponent.*

#### 10.4.4 Specialtilfælde

Består pæleværket udelukkende af lodpæle, må den ydre belastning nødvendigvis være lodret som vist i figur 8.



Figur 8: Pæleværk med parallelle pæle.

Pæleværkets bevægelse for en vilkårlig lodret kraft består af en lodret parallelforskydning og en vinkeldrejning. For enhedsbevægelserne findes de karakteristiske kræfter på samme måde som beskrevet i det generelle tilfælde, afsnit 10.4.1.

For den lodrette parallelforskydning,  $\delta_v = 1$ , findes:

$$P' = C\delta = C \quad (35)$$

$$P'_v = C = v \quad \text{og} \quad P'_h = 0 \quad (36)$$

$$R'_v = \sum v \quad R'_h = 0 \quad \alpha' = 0 \quad (37)$$

For vinkeldrejningen,  $\phi = 1$ , findes:

$$P^0 = Cr = C\eta = v\eta \quad (38)$$

Da reaktionen på vinkeldrejningen er et moment, findes:

$$\sum C\eta = 0 \quad (39)$$



hvilket medfører, at pæleværkets O-punkt er beliggende i skæringspunktet mellem overbygningens underside og pæleværkets tyngdepunktslinie.

$\eta$  og  $M^\circ = I$  bliver da:

$$\eta = x - x_0 \quad \text{og} \quad M^\circ = I = \sum C\eta^2 = \sum v\eta^2 \quad (40)$$

Indsættes i formel 34, findes:

$$P = Q_z \frac{v}{R'_v} + M \frac{v\eta}{I} \quad (41)$$

Har alle pæle samme længde og tværsnit, og er centerafstanden ens i alle rækker, er  $C = v$  konstant. Sættes  $C = 1$ , findes da:

$$P = \frac{Q_z}{n} + \frac{M\eta}{\sum \eta^2} \quad (42)$$

hvor  $n$  er antallet af pælerækker.

Er centerafstanden forskellig i rækkerne, og benævnes pæleantallet pr. meter i rækken,  $m$ , bliver:

$$v = m \quad (43)$$

og

$$P = Q_z \frac{m}{\sum m} + M \frac{m\eta}{\sum m\eta^2}$$

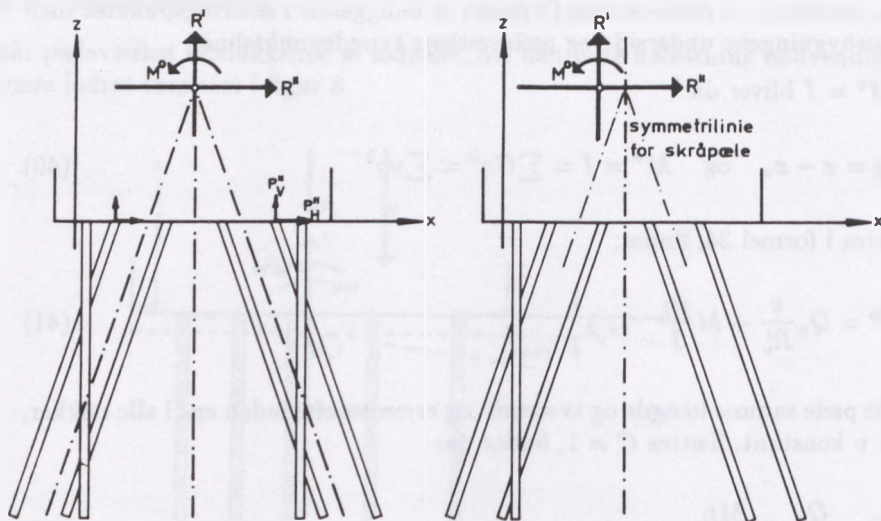
eller

$$P = m \left( \frac{Q_z}{\sum m} + \frac{M\eta}{\sum m\eta^2} \right) \quad (44)$$

I figur 9 er til venstre vist et pæleværk, der er symmetrisk om en lodret plan i bygværkets længderetning. Af formlerne 9 og 17 findes:

$$\alpha' = 0^\circ \quad \text{og} \quad \alpha'' = 90^\circ \quad (45)$$

O-punktet vil i dette tilfælde være beliggende i skæringspunktet mellem skråpælerækkernes tyngdepunktslinier. Ved moment om skæringspunktet mellem  $R''$  og  $z$ -aksen findes:



Figur 9: Pæleværker med symmetrisk placerede skråpælerækker.

$$\sum P''_h z_0 + \sum P''_v x = 0$$

eller da  $R'' = R''_h$ :

$$z_0 = -\frac{\sum P''_v x}{\sum P''_h} = -\frac{S''}{R''_h} \quad (46)$$

Formel 38 er i dette tilfælde ubestemt. Indsættes i formel 37, fås:

$$P \cos \alpha = Q_z \frac{v}{R'_v} + Q_x \frac{v \tan \alpha}{R''_h} + M \frac{v \eta}{I} \quad (47)$$

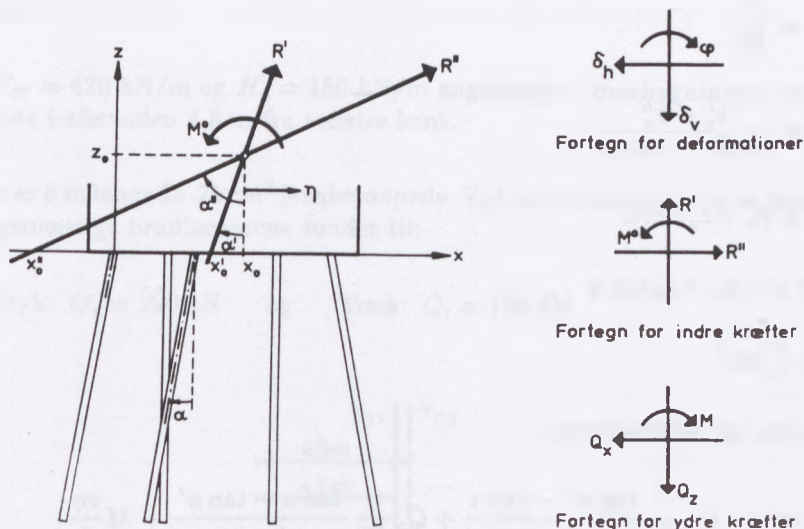
I figur 9 til højre er vist et pæleværk, hvor kun skråpælene er symmetriske om den lodrette plan. Et sådant pæleværk kan heller ikke løses efter de generelle formler, men må løses ved anvendelse af formlerne 46 og 47.

#### 10.4.5 Nøkkentved's metode, oversigt

Bestemmelse af de karakteristiske størrelser:

$$C = \frac{EA}{L'}$$

$$P'_v = v = C \cos^2 \alpha$$



Figur 10: Definitioner og fortegn.

$$P'_h = P''_v = v \tan \alpha$$

$$P''_h = v \tan^2 \alpha$$

$$R'_v = \sum v$$

$$R'_h = R''_v = \sum v \tan \alpha$$

$$R''_h = \sum v \tan^2 \alpha$$

$$S' = \sum vx$$

$$S'' = \sum vx \tan \alpha$$

$$\tan \alpha' = \frac{R'_h}{R'_v}$$

$$\tan \alpha'' = \frac{R''_h}{R''_v}$$

$$x'_o = \frac{S'}{R'_v}$$

$$x''_0 = \frac{S''}{R''_v}$$

$$z_0 = \frac{x'_0 - x''_0}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'}$$

$$x_0 = x'_0 + z_0 \tan \alpha'$$

$$\eta = x - x_0 + z_0 \tan \alpha$$

$$I = \sum v\eta^2$$

Bestemmelse af pælekræfterne:

$$P \cos \alpha = Q_z \frac{v \tan \alpha'' - \tan \alpha}{R''_v \tan \alpha'' - \tan \alpha'} + Q_x \frac{v \tan \alpha - \tan \alpha'}{R''_v \tan \alpha'' - \tan \alpha'} + M \frac{v\eta}{I}$$

I specialtilfældene *udelukkende lodpæle* og *symmetriske pæleværker* henvises til afsnit 10.4.4.

Kontrol:

1.  $R''_v = \sum v\eta = 0$  og  $R''_h = \sum v\eta \tan \alpha = 0$
2. Summen af pælekraftformlens førsteled er lig med den lodrette belastningskomponent.
3. Summen af pælekraftformlens andenled er nul.
4. Summen af pælekraftformlens tredjeled er nul.
5. Summen af pælekræfternes lodrette komponenter er lig med den lodrette belastningskomponent.

#### 10.4.6 Nøkkentved's metode, eksempel

For det i figur 11 viste plane pæleværk ønskes centerafstanden mellem pælene i rækkerne bestemt, når afstanden i alle rækker forudsættes ens. Der kan regnes med normal funderingsklasse og lastkombination 2.1. Skråpælenes hældning er 3:1. Pæleværket skal beregnes for to lasttilfælde. Den regningsmæssige belastning i de to tilfælde er:

Tilfælde 1:

$V_{d1} = 690 \text{ kN/m}$  og  $H_d = 150 \text{ kN/m}$  angribende i overbygningens underside i afstanden 4,1 m fra venstre kant.





Beregning af de karakteristiske størrelser:

Række nr.	$\alpha^\circ$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$C = \frac{EA}{L'}$	$v = C \cos^2 \alpha$
1	0	1,000	0	1	1,000
2	18,4	0,949	0,333	1	0,901
3	18,4	0,949	0,333	1	0,901
4	-18,4	0,949	-0,333	1	0,901
5	0	1,000	0	1	1,000
Sum					4,703
					$R'_v$

Række nr.	$v \tan \alpha$	$v \tan^2 \alpha$	$x$	$vx$	$vx \tan \alpha$
1	0	0	0	0	0
2	0,300	0,100	2,00	1,802	0,601
3	0,300	0,100	4,00	3,604	1,201
4	-0,300	0,100	5,00	4,505	-1,502
5	0	0	7,00	7,000	0
Sum	0,300	0,300		16,911	0,300
	$R'_h = R''_v$	$R''_h$		$S'$	$S''$

$$\tan \alpha' = \frac{R'_h}{R'_v} = \frac{0,300}{4,703} = 0,0638$$

$$x'_0 = \frac{S'}{R'_v} = \frac{16,911}{4,703} = 3,60 \text{ m}$$

$$\tan \alpha'' = \frac{R''_h}{R''_v} = \frac{0,300}{0,300} = 1,00$$

$$x''_0 = \frac{S''}{R''_v} = \frac{0,300}{0,300} = 1,00 \text{ m}$$

$$z_0 = \frac{x'_0 - x''_0}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'} = \frac{3,60 - 1,00}{1,00 - 0,0638} = 2,77 \text{ m}$$

$$x_0 = x'_0 + z_0 \tan \alpha' = 3,60 + 2,77 \cdot 0,0638 = 3,78 \text{ m}$$

Række nr.	$z_0 \tan \alpha$	$\eta = x - x_0 + z_0 \tan \alpha$	$v\eta^2$	Kontrol	
				$v\eta$	$v\eta \tan \alpha$
1	0	-3,78	14,30	-3,78	0
2	0,923	-0,86	0,67	-0,78	-0,26
3	0,923	1,14	1,17	1,03	0,34
4	-0,923	0,30	0,08	0,27	-0,09
5	0	3,22	10,37	3,22	
Sum			26,59	-0,04	-0,01
			$M^0 = I$	$R_v^0 = 0$	$R_h^0 = 0$

I tilfælde 1 er:

$$Q_z = V_{d1} = 690 \text{ kN/m}$$

$$Q_x = H_d = 150 \text{ kN/m}$$

$$M = 150 \cdot 2,77 - 690(3,78 - 3,10) = -54 \text{ kNm/m}$$

Pælekræfterne bliver da:

Tilfælde 1	$V_1 d = 690 \text{ kN/m}, H_d = 150 \text{ kN/m}$					
Række nr.	1	2	3	4	5	Kontrol
$Q_z \frac{v}{R'_v} \frac{\tan \alpha'' - \tan \alpha'}{\tan \alpha'' + \tan \alpha'}$	157	94	94	188	157	690
$Q_x \frac{v}{R'_v} \frac{\tan \alpha - \tan \alpha'}{\tan \alpha'' + \tan \alpha'}$	-34	130	130	-192	-34	0
$M \frac{v\eta}{I}$	8	2	-2	-1	-7	0
$P \cos \alpha \text{ kN/m}$	131	226	222	-5	116	690
$P = \frac{P \cos \alpha}{\cos \alpha} \text{ kN/m}$	131	238	234	-5	116	

I tilfælde 2 er:

$$Q_z = V_{d2} = 420 \text{ kN/m}$$

$$Q_x = H_d = 150 \text{ kN/m}$$

$$M = 150 \cdot 2,77 - 420(3,78 - 3,50) = 298 \text{ kNm/m}$$

Pælekræfterne bliver derfor:

Tilfælde 2	$V_{d2} = 420 \text{ kN/m}, H_d = 150 \text{ kN/m}$					
Række nr.	1	2	3	4	5	Kontrol
$Q_z \frac{v}{R'_v} \frac{\tan \alpha'' - \tan \alpha}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'}$	96	57	57	114	96	420
$Q_x \frac{v}{R'_v} \frac{\tan \alpha - \tan \alpha'}{\tan \alpha'' - \tan \alpha'}$	-34	130	130	-192	-34	0
$M \frac{v}{T}$	-42	-9	11	4	36	0
$P \cos \alpha \text{ kN/m}$	20	178	198	-74	98	420
$P = \frac{P \cos \alpha}{\cos \alpha} \text{ kN/m}$	20	188	209	-78	98	

Af beregningen ses, at pælekræften i anden række i tilfælde 1 er afgørende for centerafstanden. Centerafstanden bliver:

$$a = \frac{290}{238} = 1,21 \text{ m}$$

I tilfælde 2 er trykpælerækken 3 afgørende. Centerafstanden bliver i dette tilfælde:

$$a = \frac{290}{209} = 1,38 \text{ m}$$

Det afgørende tilfælde er således tilfælde 1, der medfører, at pælene i alle rækker skal rammes med centerafstanden  $a = 1,21 \text{ m}$ .

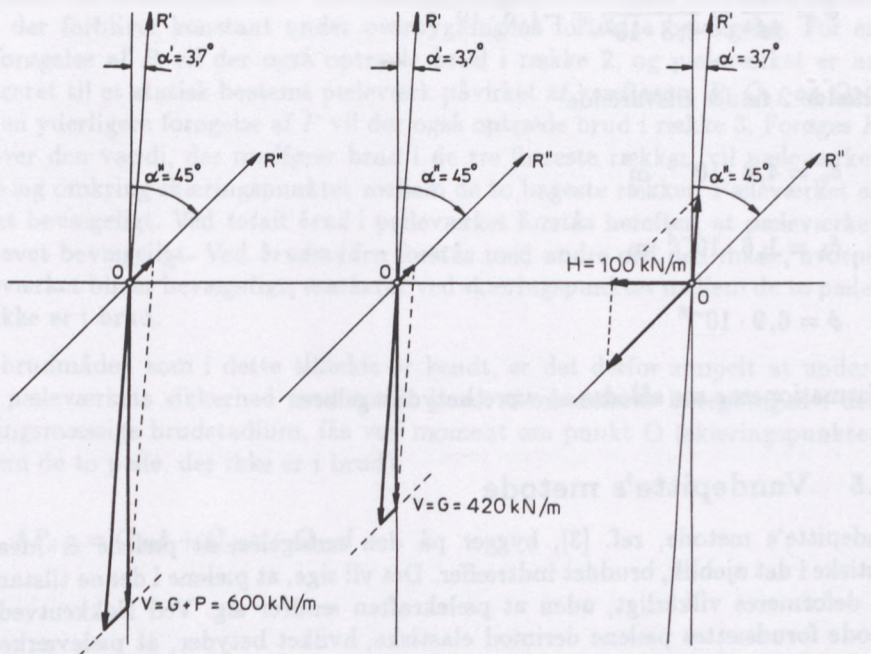
#### 10.4.7 Deformationer

For at vurdere deformationerne af pæleværket beregnet i afsnit 10.4.6 kan man opløse den ydre belastning i de karakteristiske kræfters retninger, se figur 12. I tilfælde 1 findes:

$$R_1 = 537 \text{ kN/m} \quad R_2 = 90 \text{ kN/m} \quad M = -57 \text{ kNm/m}$$

Skønnes pælenes sammentrykningslængde lig pælenes virkelige længde, fås:





Figur 12: Opløsning af den ydre belastning efter de karakteristiske kræfters retninger.

$$C = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 0,25^2}{8,0} = 1,6 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

$$R' = \frac{4,703}{\cos 3,7^\circ} \cdot 1,6 \cdot 10^6 = 7,5 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

$$R'' = \frac{0,300}{\cos 45^\circ} \cdot 1,6 \cdot 10^6 = 6,8 \cdot 10^5 \text{ kN/m}$$

$$M^0 = 26,6 \cdot 1,6 \cdot 10^6 = 4,3 \cdot 10^7 \text{ kN/m}$$

Deformationen i tilfælde 1 bliver da:

$$\delta_v = \frac{R_1}{R'} = \frac{537}{7,5 \cdot 10^6} = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\delta_h = \frac{R^2}{R''} = \frac{90}{6,8 \cdot 10^5} = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\phi = \frac{M}{M^0} = \frac{-57}{4,3 \cdot 10^7} = -1,3 \cdot 10^{-6}$$

I tilfælde 2 findes tilsvarende:

$$\delta_v = 4,4 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

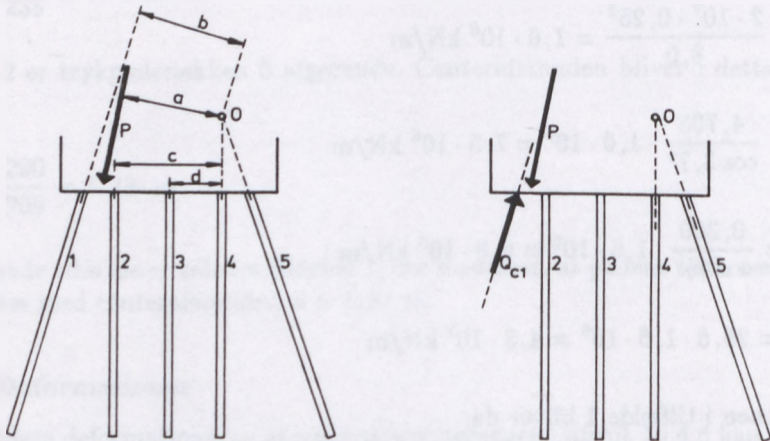
$$\delta_h = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\phi = 6,9 \cdot 10^{-6}$$

Deformationerne ses således at være betydningsløse.

## 10.5 Vandepitte's metode

Vandepitte's metode, ref. [3], bygger på den antagelse, at pælene er idealplastiske i det øjeblik, bruddet indtræffer. Det vil sige, at pælene i denne tilstand kan deformeres vilkårligt, uden at pælekraften ændrer sig. Ved Nøkkentved's metode forudsættes pælene derimod elastiske, hvilket betyder, at pæleværkets bæreevne ifølge forudsætningen er udtømt, så snart blot én pæl når brudtilstanden. Man taler da om *lokalt brud* i pæleværket.



Figur 13: Principet i Vandepitte's metode.

Lad os antage, at pæleværket til venstre i figur 13 er dimensioneret efter Nøkkentved's metode med lokalt brud i række 1. Pæleværket vil da kunne erstattes af pæleværket til højre i figur 13, hvor trykbrudkraften i række 1 er påført som ydre belastning sammen med  $P$ . Da ingen af de øvrige pælerækker er i brud, kan pæleværket åbenbart optage en større belastning. Når pælene forudsættes

plastiske, vil en forøgelse af  $P$  ikke medføre nogen ændring af trykbrudkraften,  $Q_{c1}$ , der forbliver konstant under overbygningens fortsatte bevægelse. For en vis forøgelse af  $P$  vil der også optræde brud i række 2, og pæleværket er nu reduceret til et statisk bestemt pæleværk påvirket af kræfterne,  $P$ ,  $Q_{c1}$  og  $Q_{c2}$ . Ved en yderligere forøgelse af  $P$  vil der også optræde brud i række 3. Forøges  $P$  ud over den værdi, der medfører brud i de tre forreste rækker, vil pæleværket dreje sig omkring skæringspunktet mellem de to bageste rækker. Pæleværket er blevet bevægeligt. Ved *totalt brud* i pæleværket forstås herefter, at pæleværket er blevet bevægeligt. Ved *brudmåden* forstås med andre ord den måde, hvorpå pæleværket bliver bevægeligt, markeret ved skæringspunktet mellem de to pæle, der ikke er i brud.

Når brudmåden som i dette tilfælde er kendt, er det derfor simpelt at undersøge pæleværkets sikkerhed mod totalt brud. Gennemføres beregningen i det regningsmæssige brudstadium, fås ved moment om punkt O (skæringspunktet mellem de to pæle, der ikke er i brud):

$$f P_d a = Q_{d1} b + Q_{d2} c + Q_{d3} d$$

eller:

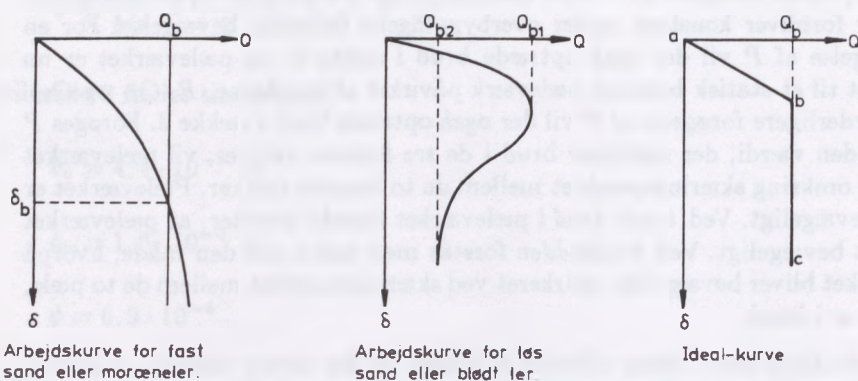
$$f = \frac{Q_{d1} b + Q_{d2} c + Q_{d3} d}{P_d a} \geq 1 \quad (48)$$

Generelt kræver Vandepitte's metode følgende forudsætninger opfyldt:

1. Overbygningen er elastisk.
2. Overbygningens bevægelser ændrer ikke pælernes retning.
3. Pælene kan kun optage aksiale kræfter.
4. Pælene er ideal-plastiske, når pælene er i brud.
5. Pælene virker som enkeltpæle.

Som det vil bemærkes, er forudsætning 2), 3) og 5) de samme som ved Nøkkentved's metode. Forudsætning 2) er her en større tilnærmelse, men fortsat er deformationerne så små, at tilnærmelsen er god. Forudsætning 1) er i almindelighed en god tilnærmelse. Forudsætning 4) er god for arbejdskurven til venstre i figur 14 og i almindelighed på den sikre side for arbejdskurven i midten, såfremt  $Q_{b2}$  anvendes som pælens brudbæreevne.

Som vist ovenfor, er undersøgelsen af pæleværkets sikkerhed mod totalt brud enkel, når brudmåden kendes. Metodens skavank er imidlertid, at brudmåden som regel ikke er kendt på forhånd. Problemet må derfor løses ved at skønne



Figur 14: Karakteristiske arbejdskurver for pæle sammenlignet med den ideale arbejdskurve.

en brudmåde, og ved kontrolregning må man derefter eftervise, at skønnet er rigtigt. Dette forhold rejser straks spørgsmålet om, hvordan man undersøger, om den skønnede brudmåde er rigtig eller forkert. For et givet pæleværk findes én og kun én brudmåde, som er rigtig. Den skønnede brudmåde er den rigtige, når den er såvel *kinematisk* som *statisk* mulig.

Brudmåden er *kinematisk mulig* når:

Pæletoppens bevægelse er i overensstemmelse med pælekraftens retning, det vil sige, når *alle pæle til den ene side for drejningspunktet er påvirket til tryk og til den anden side for drejningspunktet til træk.*

Brudmåden er *statisk mulig* når:

*Alle pælerækker er i brud på nær pælerækkerne gennem drejningspunktet.*

Det er meget vanskeligt på forhånd at afgøre, om brudmåden er statisk mulig, hvorimod det er forholdsvis simpelt at finde de kinematisk mulige brudmåder. Den principielle beregningsprocedure er derfor:

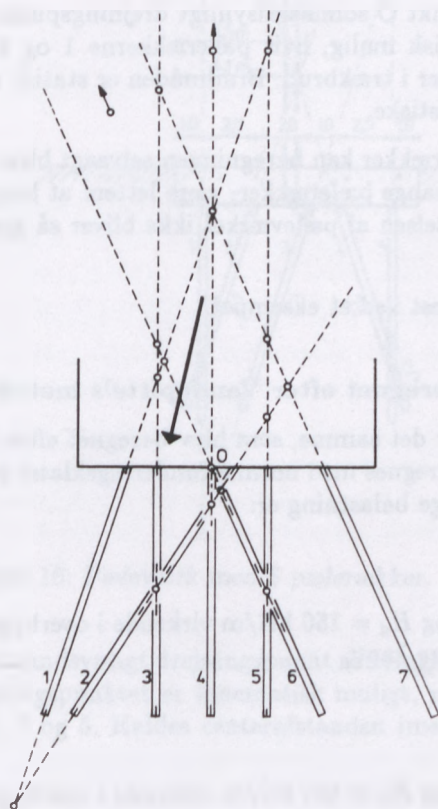
1. Valg af kinematisk mulig brudmåde.
2. Kontrol af den statiske betingelse, det vil sige undersøgelse af, om pælekræfterne i pælene gennem drejningspunktet ligger i intervallet mellem tryk- og trækbrud. Pælene gennem drejningspunktet skal være elastiske.

Tilnærmes pælens arbejdskurve med den ideale kurve til højre i figur 14, vil der være lokalt brud i pæleværket i samme øjeblik, en pæl når punkt b på kurven.



Totalt brud opstår, når alle pæle befinder sig på kurvedelen b-c på nær pælene gennem drejningspunktet, der befinder sig et sted på kurvedelen a-b (de er med andre ord i en elastisk tilstand).

Da antallet af kinematisk mulige brudmåder vokser stærkt med antallet af pælerækker, vil det være hensigtsmæssigt at indlede beregningen med bestemmelse af antallet af kinematisk mulige brudmåder, svarende til antallet af skæringspunkter mellem to pæle, se figur 15.



Figur 15: Bestemmelse af kinematisk mulige brudmåder for et pæleværk.

Består pæleværket af  $n$  pælerækker, findes antallet af mulige skæringspunkter på følgende måde: To pæle kan udtages ved først at vælge én pæl ( $n$  muligheder). Dernæst er der  $n - 1$  muligheder for valg af den anden pæl. Da alle pæle på denne måde udtages to gange, bliver *antallet af skæringspunkter*:

$$\frac{1}{2}n(n - 1) \quad (49)$$

Da pæleværket består af 7 pælerækker findes generelt:



$$\frac{1}{2}n(n-1) = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 6 = 21 \text{ drejningspunkter}$$

svarende til 21 kinematiske mulige brudmåder. I to tilfælde skærer 3 pælerækker hinanden i samme punkt, nemlig pælerækkerne 1, 4 og 7 samt pælerækkerne 3, 4 og 5. Dette reducerer antallet af muligheder med 4 til 17 kinematisk mulige brudmåder. Blandt disse 17 muligheder skal ved forsøg findes den, som tillige er statisk mulig.

Vælges eksempelvis punkt O som sandsynligt drejningspunkt i brudtilstanden, er brudmåden kinematisk mulig, hvis pælerækkerne 1 og 3 er i trykbrud og pælerækkerne 2, 5 og 7 er i trækbrud. Brudmåden er statisk mulig, hvis pælene i rækkerne 4 og 6 er elastiske.

Hvis der er mange pælerækker kan beregningen selvsagt blive uoverskuelig. Det kan derfor, når der er mange pælerækker, være lettere at benytte Nøkkentved's metode, selv om udnyttelsen af pæleværket ikke bliver så god som ved Vandepitte's metode.

Metoden illustreres lettest ved et eksempel.

### 10.5.1 Pæleværk beregnet efter Vandepitte's metode

Pæleværket i figur 16 er det samme, som blev beregnet efter Nøkkentved's metode i afsnit 10.4.6. Der regnes med normal funderingsklasse og lastkombination 2.1. Den regningsmæssige belastning er:

Tilfælde 1:

$V_{d1} = 690 \text{ kN/m}$  og  $H_d = 150 \text{ kN/m}$  virkende i overbygningens underside og 4,1 m fra venstre kant.

Tilfælde 2:

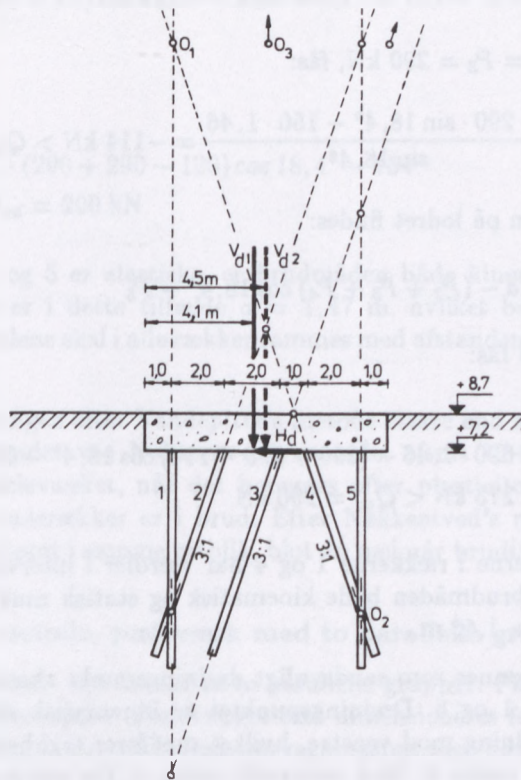
$V_{d2} = 420 \text{ kN/m}$  og  $H_d = 150 \text{ kN/m}$  virkende i overbygningens underside og 4,5 m fra venstre kant.

Pælene er 8 m lange 25 · 25 cm<sup>2</sup> jernbetonpæle med den regningsmæssige bæreevne:

$$Q_{cd} = 290 \text{ kN (tryk)} \quad \text{og} \quad Q_{td} = 120 \text{ kN (træk)}$$

Da pæleværket består af 5 pælerækker er antallet af kinematisk mulige brudmåder (= antallet af skæringspunkter mellem to pæle):

$$\frac{1}{2}n(n-1) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10 \text{ kinematisk mulige brudmåder}$$



Figur 16: Pæleværk med 5 pælerækker.

I tilfælde 1 skønnes som sandsynligt drejningspunkt skæringspunktet  $O_1$  mellem rækkerne 1 og 4. Drejningspunktet er kinematisk muligt, når der forudsættes trykbrud i rækkerne 2, 3 og 5. Kaldes centerafstanden imellem pælene,  $a$ , fås ved moment om  $O_1$ :

$$P_2 \cdot 21 \cdot \sin 18,4^\circ + P_3 \cdot 27 \cdot \sin 18,4^\circ + P_5 \cdot 7,0 = a(V_{d1} \cdot 3,1 + H_d \cdot 15,0)$$

Indsættes heri den regningsmæssige trykbrudkraft,  $Q_{cd}$ , fås:

$$a = \frac{290 (21 \cdot \sin 18,4^\circ + 27 \cdot \sin 18,4^\circ + 7,0)}{690 \cdot 3,1 + 150 \cdot 15,0} = 1,46 \text{ m}$$

Det skal herefter med afstanden,  $a = 1,46 \text{ m}$ , undersøges om den statiske betingelse er opfyldt, det vil sige, det skal undersøges, om pælene i rækkerne 1 og 4 er elastiske.

Ved projektion på vandret findes:

$$P_4 \sin 18,4^\circ = (P_2 + P_3) \sin 18,4^\circ - H_d a$$

Indsættes  $P_2 = P_3 = 290$  kN, fås:

$$P_4 = \frac{2 \cdot 290 \cdot \sin 18,4^\circ - 150 \cdot 1,46}{\sin 18,4^\circ} = -114 \text{ kN} > Q_{td} = -120 \text{ kN}$$

Ved projektion på lodret findes:

$$P_1 = V_d a - (P_2 + P_3 + P_4) \cos 18,4^\circ - P_5$$

Indsættes heri fås:

$$\begin{aligned} P_1 &= 690 \cdot 1,46 - (290 + 290 - 114) \cos 18,4^\circ - 290 \\ &= 273 \text{ kN} < Q_{cd} = 290 \text{ kN} \end{aligned}$$

Da pælekræfterne i rækkerne 1 og 4 har værdier i intervallet mellem tryk- og trækbrud, er brudmåden både kinematisk og statisk mulig. Centerafstanden i tilfælde 1 er da 1,46 m.

I tilfælde 2 skønnes som sandsynligt drejningspunkt skæringspunktet  $O_3$  mellem rækkerne 1 og 5. Drejningspunktet er kinematisk muligt for en vandret parallelforskydning mod venstre, hvilket medfører trykbrud i rækkerne 2 og 3 og trækbrud i række 4. Med centerafstanden,  $a$ , fås ved projektion på vandret:

$$(P_2 + P_3 - P_4) \sin 18,4^\circ = H_d a$$

Indsættes pælenes brudbæreevne fås:

$$a = \frac{290 + 290 - (-120)}{150} \sin 18,4^\circ = 1,47 \text{ m}$$

Ved moment om  $O_1$  findes:

$$P_5 \cdot 7,0 = a(V_d \cdot 3,5 + H_d \cdot 15,0) - P_2 \cdot 21 \cdot \sin 18,4^\circ - P_3 \cdot 27 \cdot \sin 18,4^\circ$$

Indsættes heri, fås:

$$\begin{aligned} P_5 &= \frac{1,47(420 \cdot 3,5 + 150 \cdot 15,0) - 290(21 + 27) \sin 18,4^\circ}{7,0} \\ &= 154 \text{ kN} < Q_{cd} = 290 \text{ kN} \end{aligned}$$

Ved projektion på lodret findes:

$$P_1 = V_d a - (P_2 + P_3 + P_4) \cos 18,4^\circ - P_5$$

eller:

$$\begin{aligned} P_1 &= 420 \cdot 1,47 - (290 + 290 - 120) \cos 18,4^\circ - 154 \\ &= 27 \text{ kN} < Q_{cd} = 290 \text{ kN} \end{aligned}$$

Da pælene i rækkerne 1 og 5 er elastiske, er brudmåden både kinematisk og statisk mulig. Afstanden er i dette tilfælde  $a = 1,47$  m, hvilket betyder, at tilfælde 1 er afgørende. Pælene skal i alle rækker rammes med afstanden  $a = 1,46$  m.

Afstanden bliver ved løsningen efter Vandepitte's metode større end afstanden,  $a = 1,21$  m, som blev fundet ved Nøkkentved's metode, afsnit 10.4.6. Dette skyldes naturligvis, at pæleværket, når det beregnes efter plasticitetsteorien, kan udnyttes indtil tre pælerækker er i brud. Efter Nøkkentved's metode er pæleværkets bæreevne udtømt i samme øjeblik, blot én pæl når brudtilstanden.

### 10.5.2 Vandepitte's metode, pæleværk med to parallelle grupper

I figur 17 er vist et pæleværk, der består af to parallelle grupper. Pælene er 6 m lange  $25 \cdot 25 \text{ cm}^2$  jernbetonpæle. Pæleværket skal dimensioneres for normal funderingsklasse og lastkombination 2.1. Pælernes regningsmæssige bæreevne er:

$$Q_{cd} = 200 \text{ kN} \quad \text{og} \quad Q_{td} = 65 \text{ kN}$$

Centerafstanden mellem pælene i rækkerne skal bestemmes, når afstanden i alle rækkerne er ens. Pæleværkets regningsmæssige belastning samt pælernes placering og hældning er angivet i figuren.

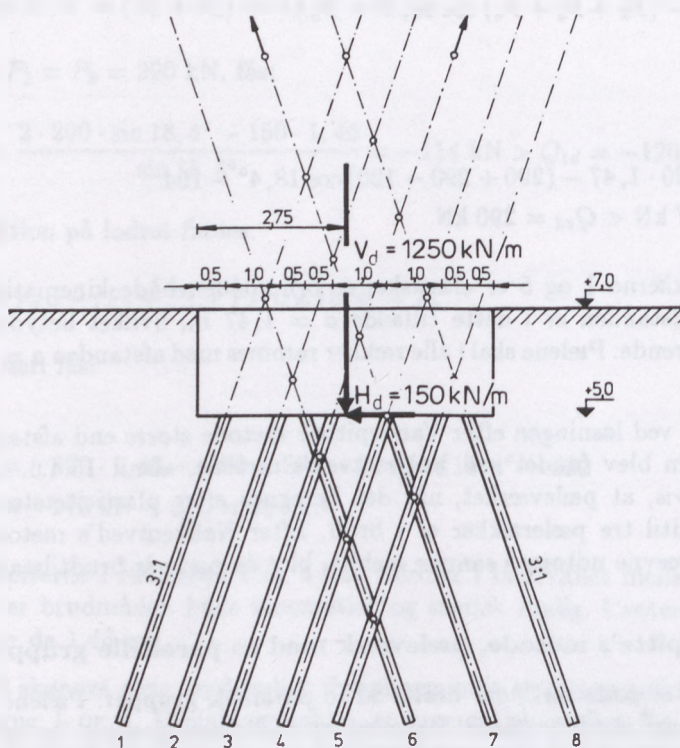
Da pæleværket består af 8 pælerækker, er antallet af kinematisk mulige brudmåder generelt:

$$\frac{1}{2}n(n-1) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 7 = 28$$

I ét tilfælde skærer 3 pælerækker hinanden i samme punkt og i ét tilfælde går 5 pælerækker gennem samme punkt. Dette reducerer antallet af drejningspunkter, og dermed antallet af kinematisk mulige brudmåder, med  $2+9 = 11$  til  $28-11 = 17$ . Blandt disse 17 muligheder skal ved forsøg findes den brudmåde, der tillige er statisk mulig.

Det synes sandsynligt, i relation til den ydre krafts placering, at alle pæle er påvirket til tryk. Under denne forudsætning synes den mest sandsynlige brudmåde at være en parallelforskydning vinkelret på rækkerne 6, 7 og 8. Er denne





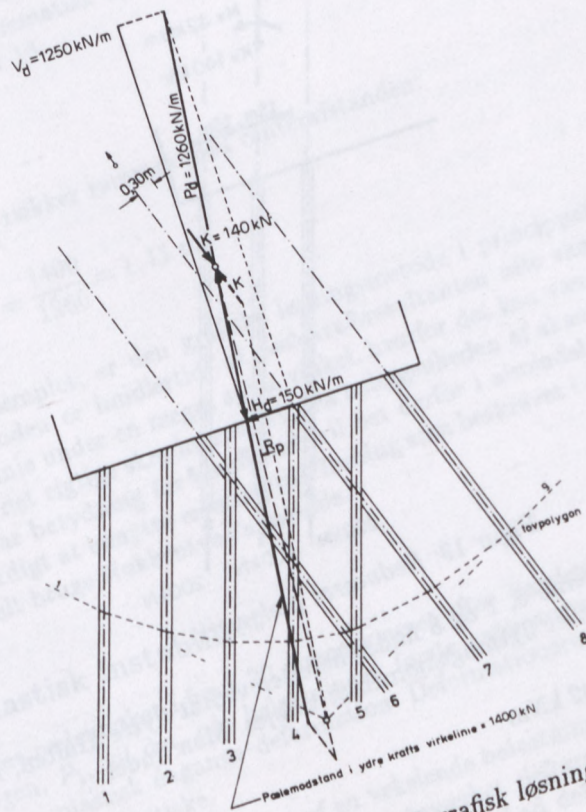
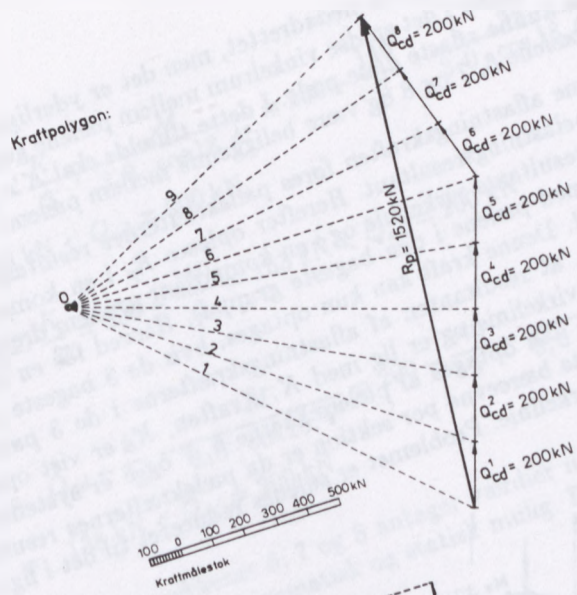
Figur 17: Pæleværk med to parallelle grupper.

antagelse korrekt, kan rigtigheden imidlertid ikke umiddelbart eftervises ved anvendelse af de tre statiske ligevægtsbetingelser som i det foregående eksempel. Problemet indeholder nemlig fire ubekendte, tre pælekræfter gennem drejningspunktet og én afstand.

Den letteste fremgangsmåde i dette tilfælde vil være en grafisk løsning. Principet er vist i figur 18.

Indledningsvis antages alle rækker at være påvirket til trykbrud. På grundlag heraf konstrueres en kraftpolygon, der bestemmer pælekræfternes resultant,  $R_p$ . Ved konstruktion af en tovpolygon bestemmes herefter  $R_p$ 's beliggenhed på pæleværket. Da alle pæle er forudsat i trykbrud, kan brudmåden kun blive statisk mulig, hvis de 3 pæle gennem drejningspunktet bliver aflastet således, at de kommer i en elastisk tilstand. Da den statiske betingelse i øvrigt kun er opfyldt, hvis pælekræfternes resultant,  $R_p$ , er beliggende i den ydre belastningsresultants virkelinie (og er mindst lige så stor som denne), gælder det om at tilføje en sådan kraft gennem drejningspunktet, at pælene 6, 7 og 8 aflastes samtidig med, at resultanten af aflastningskraften og pælekræfternes resultant virker i den ydre belastnings virkelinie. En nødvendig betingelse for kraften,  $K$ , gennem

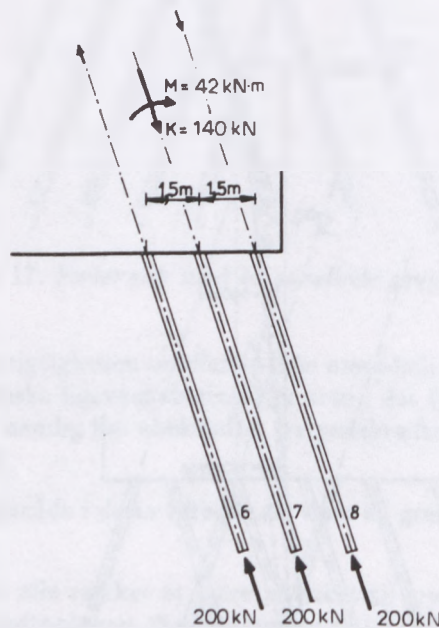




Figur 18: Eksempel på grafisk løsning.

drejningspunktet er, at den er nedadrettet, men det er yderligere en betingelse, at  $K$ 's virkelinie falder i det spidse vinkelrum mellem pælene gennem drejningspunktet for at kunne aflaste disse pæle. I dette tilfælde skal  $K$ 's virkelinie være parallel med pælene 6, 7 og 8 og være beliggende mellem pælene 6 og 8.

For at bestemme aflastningskraften føres pælekræfternes resultant til skæring med den ydre belastningsresultant. Herefter opløses  $R_p$  i en komponent i den ydre belastningsresultants virkelinie og i en komponent gennem drejningspunktet (her parallel med pælene i den bageste gruppe). Herved fås en opadrettet kraft,  $K = 140$  kN. Denne kraft kan kun optages, hvis de 3 bageste pælerækker aflastes således, at resultanten af aflastningskræfterne i de 3 pælerækker er beliggende i  $K$ 's virkelinie og er lig med  $K$ . Kraften,  $K$ , er vist optrukket i figur 18. Såfremt  $K$  kan optages af pælerækkerne 6, 7 og 8 er systemet i ligevægt, og pæleværkets bæreevne per sektion er da pælekræfternes resultant i den ydre belastnings virkelinie. Problemet er således reduceret til det i figur 19 viste pæleværk.



Figur 19: Reduceret pæleværk.

Pælekræfterne i rækkerne 6, 7 og 8 findes herefter ved at flytte kraften,  $K$ , til gruppens systemlinie, idet flytningsmomentet tilføjes. Man finder:

$$M = 140 \cdot 0,30 = 42 \text{ kNm}$$

$$P_6 = Q_{cd} - \frac{K}{3} + \frac{M}{3,0 \cdot \cos 18,4^\circ} = 200 - \frac{140}{3} + \frac{42}{3,0 \cdot \cos 18,4^\circ}$$

$$= 168 \text{ kN} < Q_{cd} = 200 \text{ kN}$$

$$P_7 = Q_{cd} - \frac{K}{3} = 200 - \frac{140}{3} = 153 \text{ kN} < Q_{cd} = 200 \text{ kN}$$

$$P_8 = Q_{cd} - \frac{K}{3} - \frac{M}{3,0 \cdot \cos 18,4^\circ} = 200 - \frac{140}{3} - \frac{42}{3,0 \cdot \cos 18,4^\circ}$$

$$= 138 \text{ kN} < Q_{cd} = 200 \text{ kN}$$

Da pælekræfterne i rækkerne 6, 7 og 8 antager værdier mellem tryk- og trækbrud, er brudmåden både kinematisk og statisk mulig. Pæleværkets bæreevne per sektion bliver ifølge figur 18:

$$R = 1400 \text{ kN}$$

Pælene kan derfor i alle rækker rammes med centerafstanden:

$$a = \frac{R \text{ (kN)}}{P_d \text{ (kN/m)}} = \frac{1400}{1260} = 1,11 \text{ m}$$

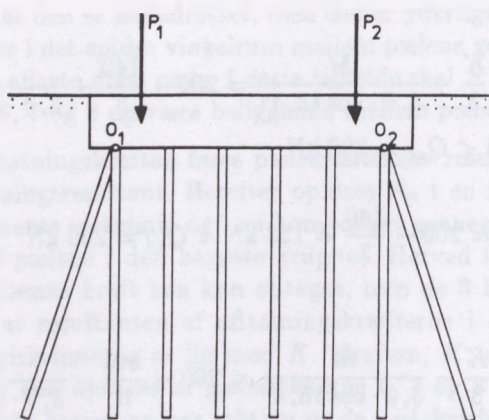
Som det ses af eksemplet, er den grafiske løsningsmetode i princippet enkel. Ulempen ved metoden er imidlertid, at pælekræfteresultanten ofte skærer den ydre krafts virkelinie under en meget spids vinkel, hvorfor det kan være vanskeligt at fastlægge det rigtige skæringspunkt. Da beliggenheden af skæringspunktet i høj grad har betydning for resultatet, vil det derfor i almindelighed være anbefalelsesværdigt at benytte en analytisk løsning som beskrevet i afsnit 10.5.1 – eller eventuelt bruge Nøkkentved's metode.

## 10.6 Plastisk instabilitet

Forudsættes pæleværket i figur 20 dimensioneret efter Vandepitte's metode for belastningen,  $P_1$ , vil det, når belastningen første gang antager sin maksimale værdi, få en plastisk éngangs-deformation. Deformationerne i brugstilstanden vil herefter være elastiske.

Er pæleværket derimod påvirket af en vekslende belastning med vidt forskellige virkelinier ( $P_1$  og  $P_2$  i figur 20), vil pæleværket deformeres plastisk, når  $P_1$  i det ene tilfælde antager sin maksimale værdi. Lad det kinematisk og statisk





Figur 20: Pæleværk påvirket af vekslende belastninger.

mulige drejningspunkt for denne belastning være  $O_2$ . Når derefter belastningen,  $P_2$ , i det andet tilfælde indtræffer, skal pæleværket deformeres plastisk omkring drejningspunktet  $O_1$ . Dette bevirker, at pæleværket uden at gå i totalt brud kan "vrikke" sig ned i jorden, for den vekslende belastning. Fænomenet kaldes *plastisk instabilitet*.

Når pæleværket skiftevis belastes til brud og aflastes, vil dette fremkalde indre forspændingskræfter i pæleværket. For hver ny belastning vil der opstå tillægskræfter, hvilket kan bevirke, at summen af forspændingskræfterne og tillægskræfterne kan overskride pælens brudbæreevne.

Endvidere vil der kunne ske det, at en pæl i ét lasttilfælde påvirkes til trykbrud, og i et andet lasttilfælde påvirkes til trækbrud. Dette medfører en æltning af jorden omkring pælen, hvilket kan nedsætte pælens bæreevne.

Princippet i undersøgelsen for plastisk instabilitet skal kort omtales i det følgende, i øvrigt henvises til speciallitteraturen, eksempelvis ref. [4, 5 og 6].

Undersøgelsen for plastisk instabilitet gennemføres på følgende måde:

1. Pælekræfterne i de afgørende lasttilfælde beregnes efter elasticitetsteorien. Herved bestemmes  $P_{max}$  og  $P_{min}$  for enhver pæl.
2. Sikkerheden mod skiftevis plastisk nedpresning og optrækning af en pæl bliver da, når  $Q_c$  er trykbrudbæreevnen og  $Q_t$  trækbrudbæreevnen:

$$f_1 = \frac{Q_c - Q_t}{P_{max} - P_{min}} \quad (50)$$

Kræfternes regnes positive for tryk og negative for træk.

3. Sikkerheden mod stadigt voksende plastiske deformationer ved drejning om et punkt er:

$$f_2 = \frac{M(Q_c, Q_t)}{M(P_{max}, P_{min})} \quad (51)$$

Her er tælleren momentet af samtlige pælekræfter om punktet, når der regnes med trykbrud i alle pæle på den ene side af drejningspunktet og trækbrud i alle pæle på den anden side af drejningspunktet. Nævneren er tilsvarende momentet af alle pælekræfter, når der regnes med de maksimale pælekræfter til den ene side for drejningspunktet og med de minimale pælekræfter til den anden side for punktet. I almindelighed vil der være to pælerækker, der er elastiske, hvorfor deres skæringspunkt markerer drejningspunktet.

4. Forspændingskræfterne i de pæle, der ikke går gennem drejningspunktet, bestemmes af:

$$P_c^o = Q_c - f_2 P_{max} \quad (52)$$

$$P_t^o = Q_t - f_2 P_{min} \quad (53)$$

Formel 52 anvendes for pæle i trykbrud, og formel 53 anvendes for pæle i trækbrud.

Forspændingskræfterne for pælene gennem drejningspunktet findes herefter af de statiske ligevægtsbetingelser, idet den ydre belastning er nul i forspændingstilstanden. Betingelsen for tilstrækkelig stabilitet er da:

$$P^o + f_2 P_{max} < Q_c \quad (54)$$

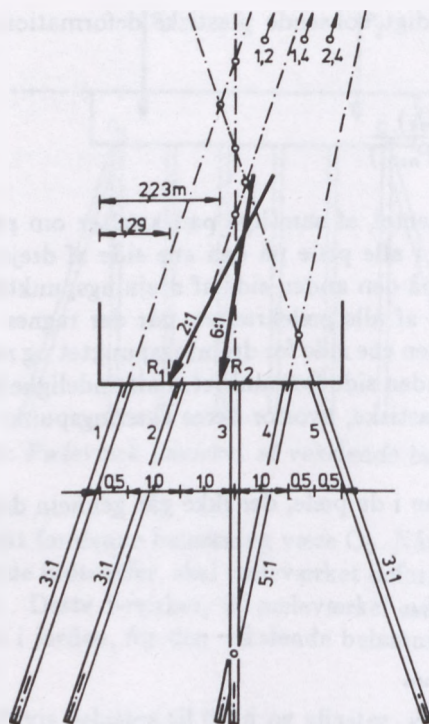
$$P^o + f_2 P_{min} > Q_t \quad (55)$$

Undersøgelsen for plastisk instabilitet medfører relativt komplicerede beregninger, hvorfor man ofte i praksis skønsomt forøger pæleantallet med indtil 15%, hvilket formentlig i almindelighed er tilstrækkeligt.

### 10.6.1 Eksempel på undersøgelse for plastisk instabilitet

Det plane pæleværk i figur 21 skal undersøges for plastisk instabilitet. Pæleværket kan i ét lasttilfælde påvirkes af den regningsmæssige belastning,  $R_1 = 500$  kN/m, og i et andet lasttilfælde af,  $R_2 = 1180$  kN/m. Kræfternes placering samt pælernes placering og hældning fremgår af figuren. Centerafstanden i række 3 er 2,0 m, og i de øvrige rækker er centerafstanden 1,0 m. Pælernes regningsmæssige bæreevne er for tryk,  $Q_{cd} = 302$  kN, og for træk,  $Q_{td} = 142$  kN.





Figur 21: Undersøgelse for plastisk instabilitet af plant pæleværk.

Først undersøges efter Vandepitte's metode om pæleværket har tilstrækkelig bæreevne. I tilfældet  $R_1$  alene skønnes som sandsynligt drejningspunkt skærringspunktet mellem rækkerne 1 og 4 svarende til trækbrud i rækkerne 3 og 5 samt trykbrud i række 2.

Ved moment om drejningspunktet findes pæleværkets bæreevne i belastningsresultantens virkelinie. Bæreevnen benævnes  $R_p$ :

$$\begin{aligned}
 &302 \cdot 6,5 \cos 18,4^\circ - 71 \cdot 5,5 - 142 \cdot 4 \cos 18,4^\circ \\
 &- 22,5(302 + 142) \sin 18,4^\circ + R_p \cdot 22,5 \sin 26,6^\circ \\
 &- R_p \cdot 6,71 \cos 26,6^\circ = 0
 \end{aligned}$$

Heraf findes

$$R_p = 549 \text{ kN/m} > R_1 = 500 \text{ kN/m}$$

Pælekrafterne i pælene gennem drejningspunktet findes for  $R_p = 549 \text{ kN/m}$  ved projektion på lodret og vandret:

$$P_1 \cos 18,4^\circ + P_4 \cos 11,3^\circ = 549 \cos 26,6^\circ - 302 \cos 18,4^\circ + 71 + 142 \cos 18,4^\circ$$

og

$$P_1 \sin 18,4^\circ + P_4 \sin 11,3^\circ = 549 \sin 26,6^\circ - 302 \sin 18,4^\circ - 142 \sin 18,4^\circ$$

Heraf fås:

$$P_1 = 186 \text{ kN/m} < Q_{cd} = 302 \text{ kN/m}$$

og

$$P_4 = 240 \text{ kN/m} < Q_{cd} = 302 \text{ kN/m}$$

Brudmåden er således både statisk og kinematisk mulig.

For tilfældet  $R_2$  alene skønnes som kinematisk mulig brudmåde trykbrud i rækkerne 2, 3 og 4 svarende til, at pæleværket i den regningsmæssige brudtilstand drejer sig omkring skæringspunktet mellem rækkerne 1 og 5.

Ved moment om drejningspunktet findes:

$$R_p = 1190 \text{ kN/m} > R_2 = 1180 \text{ kN/m}$$

Ved projektion på lodret og vandret fås:

$$P_1 = 298 \text{ kN/m} < Q_{cd} = 302 \text{ kN/m}$$

og

$$P_5 = 168 \text{ kN/m} < Q_{cd} = 302 \text{ kN/m}$$

Brudmåden er således både statisk og kinematisk mulig, hvilket betyder, at pæleværket har tilstrækkelig bæreevne i begge tilfælde.

Pæleværket skal herefter undersøges for plastisk instabilitet. Først bestemmes pælekræfterne i de to lasttilfælde ved hjælp af Nøkkentved's metode. Pælene forudsættes at have samme længde og tværsnit, hvorfor  $C$  er konstant. Da centerafstanden er forskellig i rækkerne, bliver  $v$  en funktion af pæleantallet,  $m$ , per meter i rækken. Sættes  $C = 1$ , bliver  $v = m \cos^2 \alpha$ . Beregningen udføres i øvrigt som beskrevet i afsnit 10.4. Her skal kun angives resultatet. Kræfterne er i kN:

Række nr.	1	2	3	4	5
$P(R_1)$	171	224	7	238	-169
$P(R_2)$	301	308	127	310	174
$Q_c$	302	302	151	302	302
$Q_t$	-142	-142	-71	-142	-142

Da række 5 påvirkes skiftevis til tryk og træk, undersøges denne pælerække for skiftende plastisk nedpresning og optrækning. Af formel 50 fås:

$$f_1 = \frac{302 - (-142)}{174 - (-169)} = 1,29 > 1,0$$

Der er således ikke fare for plastisk instabilitet ved skiftevis plastisk nedpresning og optrækning.

Rækkerne 1 og 3 er altid elastiske, hvorfor skæringspunktet mellem disse markerer drejningspunktet ved undersøgelse af pæleværket for voksende plastiske deformationer. Af formel 51 findes, når der forudsættes tryk i rækkerne 2 og 4 og træk i række 5:

$$\begin{aligned} M(Q_c, Q_t) &= 302 \cdot 1,0 \cdot \cos 18,4^\circ - 302 \cdot 1,0 \cdot \cos 11,3^\circ \\ &\quad + 142 \cdot 1,5 \cdot \cos 18,4^\circ \\ &\quad - (302 \cdot \sin 18,4^\circ + 302 \cdot \sin 11,3^\circ \\ &\quad + 142 \cdot \sin 18,4^\circ) \cdot 6,0 \\ &= 1003 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M(P_{max}, P_{min}) &= 308 \cdot 1,0 \cdot \cos 18,4^\circ - 310 \cdot 1,0 \cdot \cos 11,3^\circ \\ &\quad + 169 \cdot 1,5 \cdot \cos 18,4^\circ \\ &\quad - (308 \cdot \sin 18,4^\circ + 310 \cdot \sin 11,3^\circ \\ &\quad + 169 \cdot \sin 18,4^\circ) \cdot 6,0 \\ &= 1038 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$f_2 = \frac{1003}{1038} = 0,97 < 1,0$$

Der er fare for plastisk instabilitet ved voksende plastiske deformationer, hvorfor pæleværket må forstærkes.

Forspændingskræfterne i de pæle, der ikke går gennem drejningspunktet findes af formlerne 52 og 53. Da der fortsat er tryk i rækkerne 2 og 4 og træk i række 5, fås:

$$P_{c2}^o = 302 - 0,97 \cdot 308 = 4 \text{ kN}$$

$$P_{c4}^o = 302 - 0,97 \cdot 310 = 1 \text{ kN}$$

$$P_{t5}^o = -142 - 0,97(-169) = 22 \text{ kN}$$

Forspændingskræfterne for pælene gennem drejningspunktet findes ved projek-  
tion på vandret og lodret:

$$P_1^o \sin 18,4^\circ = 22 \sin 18,4^\circ - 4 \sin 18,4^\circ - 1 \sin 11,3^\circ = 17 \text{ kN}$$

$$P_3^o = -17 \cos 18,4^\circ - 4 \cos 18,4^\circ - 1 \cos 11,3^\circ - 22 \cos 18,4^\circ = -42 \text{ kN}$$

For disse pæle skal betingelserne i formlerne 54 og 55 være opfyldt.

I række 1 findes:

$$P_1^o + f_2 P_{max} = 17 + 0,97 \cdot 301 = 309 \text{ kN} > Q_{cd} = 302 \text{ kN}$$

$$P_1^o + f_2 P_{min} = 17 + 0,97 \cdot 171 = 183 \text{ kN} > Q_{td} = -142 \text{ kN}$$

I række 3 findes:

$$P_3^o + f_2 P_{max} = -42 + 0,97 \cdot 127 = 81 \text{ kN} < Q_{cd} = 151 \text{ kN}$$

$$P_3^o + f_2 P_{min} = -42 + 0,97 \cdot 7 = -36 \text{ kN} > Q_{td} = -71 \text{ kN}$$

Betingelsen er ikke opfyldt i række 1, hvorfor pæleværket er plastisk instabilt og må forstærkes.

## 10.7 Rumlige pæleværker

Løsningen af rumlige pæleværker adskiller sig principielt kun fra løsningen af plane pæleværker ved beregningernes større omfang. I afsnit 10.7.1 er illustreret anvendelsen af elasticitetsteorien, Nøkkentved's metode, i et simpelt tilfælde. I afsnit 10.7.2 er vist en løsningsmetode baseret på plasticitetsteorien. I øvrigt henvises til speciallitteraturen.



### 10.7.1 Elasticitetsteoretisk beregning af dobbelt-symmetrisk pæleværk

I figur 22 er vist et dobbelt-symmetrisk pæleværk bestående af 6 lodpæle og 8 skråpæle med hældning 3:1. Alle pælene er  $25 \cdot 25 \text{ cm}^2$  jernbetonpæle. Lodpælene er 8 m lange og skråpælene 8,4 m lange. Pælenes placering fremgår af figuren. Pælekræfterne skal bestemmes i følgende to tilfælde. Belastningerne er regningsmæssige:

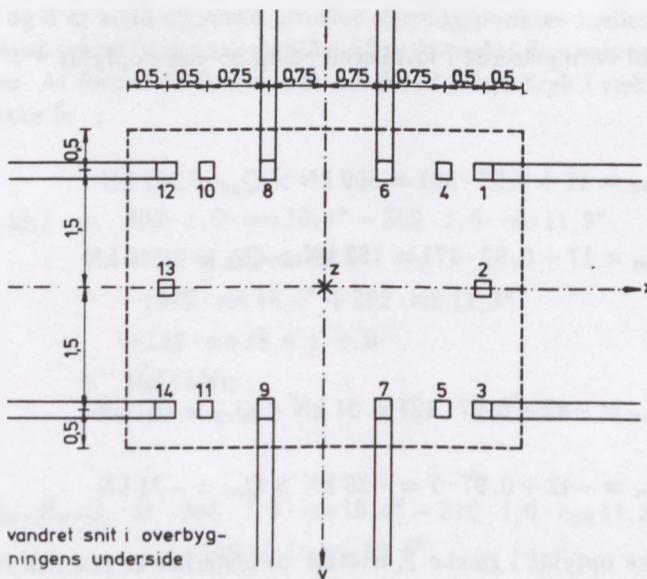
1.  $V_d = 2600 \text{ kN}$  lodret centralt virkende.

$H_d^x = 60 \text{ kN}$  virkende vandret i  $xz$ -planen, 22 m over overbygningens underside.

$H_d^y = 30 \text{ kN}$  virkende vandret i  $yz$ -planen, 18 m over overbygningens underside.

2.  $V_d = 1400 \text{ kN}$ ,  $H_d^x = 80 \text{ kN}$  og  $H_d^y = 40 \text{ kN}$ .

Belastningerne virker som i første tilfælde.



Figur 22: Dobbelt-symmetrisk pæleværk

Da pæleværket er symmetrisk omkring både  $xz$ -planen og  $yz$ -planen, kan pæleværket løses efter de samme principper, som er omtalt for symmetriske plane pæleværker i afsnit 10.4.4.

Betragtes først det plane pæleværk bestående af pælene parallel med  $xz$ -planen, ligger dette pæleværks O-punkt på  $z$ -aksen. O-punktets højde,  $z_{ox}$ , over overbygningens underside er bestemt af beliggenheden af den vandrette akse gennem



skråpælens skæringspunkter.  $z_{ox}$  kan derfor findes ved simpel geometrisk betragtning, eller man kan benytte formel 46. Benævnes vinklen mellem  $z$ -aksen og pælens projektion på  $xz$ -planen,  $\alpha_x$ , fås:

$$z_{ox} = -\frac{\sum P_y'' x}{\sum P_h''} = -\frac{\sum vx \tan \alpha_x}{\sum v \tan^2 \alpha_x} \quad (56)$$

da

$$\sum P_v'' x = \sum vx \tan \alpha_x \quad \text{og} \quad \sum P_h'' = \sum v \tan^2 \alpha_x$$

Ved analoge betragtninger findes  $O$ -punktets beliggenhed på  $z$ -aksen for  $yz$ -planen:

$$z_{oy} = -\frac{\sum vx \tan \alpha_y}{\sum v \tan^2 \alpha_y} \quad (57)$$

Her er  $\alpha_y$  vinklen mellem  $z$ -aksen og pælens projektion på  $yz$ -planen. Både  $\alpha_x$  og  $\alpha_y$  regnes med fortegn som i det plane tilfælde.

Da den ydre belastningsresultant i begge tilfælde skærer  $z$ -aksen, bliver pæleværket ikke udsat for vridningspåvirkninger. Pælekræfterne kan derfor findes ved at anvende formel 47 i henholdsvis  $x$ -retningen og  $y$ -retningen.

For en lodret parallelforskydning af overbygningen fås pælekræftens lodrette komponent:

$$P' \cos \alpha = Q_z \frac{v}{\sum v}$$

For en vandret parallelforskydning i  $x$ -retningen findes

$$P_x'' \cos \alpha = Q_x \frac{v \tan \alpha_x}{\sum v \tan^2 \alpha_x}$$

For en vandret parallelforskydning i  $y$ -retningen findes:

$$P_y'' \cos \alpha = Q_y \frac{v \tan \alpha_y}{\sum v \tan^2 \alpha_y}$$

For en vinkeldrejning i  $xz$ -planen findes:

$$P_y^o \cos \alpha = M_y \frac{v \eta_y}{I_y}$$

For en vinkeldrejning i yz-planen findes:

$$P_x^0 \cos \alpha = M_x \frac{v\eta_x}{I_x}$$

Ved superposition bliver da pælekraftens lodrette komponent i en vilkårlig pæl:

$$P \cos \alpha = Q_z \frac{v}{\sum v} + Q_x \frac{v \tan \alpha_x}{\sum v \tan^2 \alpha_x} + Q_y \frac{v \tan \alpha_y}{\sum v \tan^2 \alpha_y} + M_y \frac{v\eta_y}{I_y} + M_x \frac{v\eta_x}{I_x} \quad (58)$$

I formel 59 er:

- $Q_z$  Lodret belastning i z-retningen, positiv nedad
- $Q_x$  Vandret belastning i y-retningen, positiv imod x-aksens orientering
- $Q_y$  Vandret belastning i y-retningen, positiv imod y-aksens orientering
- $M_y$  Momentet om y-aksen, positiv med uret
- $M_x$  Momentet om x-aksen, positiv med uret

$\eta$  og  $I$  bestemmes som i det plane tilfælde. Af formel 26 findes, da  $x_0 = 0$ :

$$\eta_y = x + z_{0x} \tan \alpha_x \quad \text{og} \quad \eta_x = y + z_{0y} \tan \alpha_y \quad (59)$$

Af formel 29 fås:

$$I_y = \sum v\eta_x^2 \quad \text{og} \quad I_x = \sum v\eta_y^2 \quad (60)$$

Såfremt pæleværket er påvirket af et vridende moment om z-aksen, skal der til pælekraftens lodrette komponent, bestemt af formel 58, adderes bidraget:

$$P_z^0 \cos \alpha = M_z \frac{v\eta_z}{I_z} \quad (61)$$

hvor  $M_z$  er vridningsmomentet om z-aksen, positiv med uret.

$$\eta_z = y \tan \alpha_x - x \tan \alpha_y \quad (62)$$

Pæleværkets modstand mod vridning er da:

$$I_z = \sum v \eta_z^2 \quad (63)$$

I det aktuelle tilfælde er beregningen af de karakteristiske kræfter og pælekræfterne opstillet i nedenstående skema. O-punkterne findes ved geometrisk betragtning:

$$z_{ox} = 6,0 \text{ m} \quad \text{og} \quad z_{oy} = 4,5 \text{ m}$$

Ved beregningen af pæleværkets karakteristiske kræfter er benyttet følgende værdier af konstanten,  $C$ :

For lodpælene:

$$C = \frac{1000 \cdot A}{L} = \frac{1000 \cdot 0,25^2}{8} = 7,8$$

For skråpælene:

$$C = \frac{1000 \cdot A}{L} = \frac{1000 \cdot 0,25^2}{8,4} = 7,4$$

Pælekræfterne er beregnet efter formel 58. Af pælekræfterne i beregningskemaet fremgår det, at tilfælde 1 er afgørende for pælens trykbæreevne, hvorimod tilfælde 2 er afgørende for trækberreevnen.

Pæl nr.	$\alpha_x^\circ$	$\alpha_y^\circ$	$\tan \alpha_x$	$\tan \alpha_y$	$\cos \alpha$	$C$	$v = c \cos^2 \alpha$	$v \tan \alpha_x$
1	-18,4	0	-0,333	0	0,949	7,4	6,7	-2,23
2	0	0	0	0	1,000	7,8	7,8	0
3	-18,4	0	-0,333	0	0,949	7,4	6,7	-2,23
4	0	0	0	0	1,000	7,8	7,8	0
5	0	0	0	0	1,000	7,8	7,8	0
6	0	18,4	0	0,333	0,949	7,4	6,7	0
7	0	-18,4	0	-0,333	0,949	7,4	6,7	0
8	0	18,4	0	0,333	0,949	7,4	6,7	0
9	0	-18,4	0	-0,333	0,949	7,4	6,7	0
10	0	0	0	0	1,000	7,8	7,8	0
11	0	0	0	0	1,000	7,8	7,8	0
12	18,4	0	0,333	0	0,949	7,4	6,7	2,23
13	0	0	0	0	1,000	7,8	7,8	0
14	18,4	0	0,333	0	0,949	7,4	6,7	2,23
Sum							100,4	
							$R'_v$	

Pæl nr.	$v \tan \alpha_y$	$v \tan^2 \alpha_x$	$v \tan^2 \alpha_y$	$x$	$y$	$\eta_x$	$\eta_y$	$v\eta_x^2$	$v\eta_y^2$
1	0	0,743	0	2,00	-1,50	-1,50	0	15,1	0
2	0	0	0	2,00	0	0	2,00	0	31,2
3	0	0,743	0	2,00	1,50	1,50	0	15,1	0
4	0	0	0	1,50	-1,50	-1,50	1,50	17,6	17,6
5	0	0	0	1,50	1,50	1,50	1,50	17,6	17,6
6	2,23	0	0,743	0,75	-1,50	0	0,75	0	3,8
7	-2,23	0	0,743	0,75	1,50	0	0,75	0	3,8
8	2,23	0	0,743	-0,75	-1,50	0	-0,75	0	3,8
9	-2,23	0	0,743	-0,75	1,50	0	-0,75	0	3,8
10	0	0	0	-1,50	-1,50	-1,50	-1,50	17,6	17,6
11	0	0	0	-1,50	1,50	1,50	-1,50	17,6	17,6
12	0	0,743	0	-2,00	-1,50	-1,50	0	15,1	0
13	0	0	0	-2,00	0	0	-2,00	0	31,2
14	0	0,743	0	-2,00	1,50	1,50	0	15,1	0
Sum		2,97	2,97					130,8	148,0
		$R''_{hx}$	$R''_{hy}$					$I_x$	$I_y$

$$Q_{x1} = 2600 \text{ kN}$$

$$Q_{x1} = 60 \text{ kN}$$

$$Q_{y1} = 30 \text{ kN}$$

$$M_{x1} = -30(18,0 - 4,5) = -405 \text{ kNm}$$

$$M_{y1} = -60(22,0 - 6,0) = -960 \text{ kNm}$$

$$Q_{x2} = 1400 \text{ kN}$$

$$Q_{x2} = 80 \text{ kN}$$

$$Q_{y2} = 40 \text{ kN}$$

$$M_{x2} = -40(18,0 - 4,5) = -540 \text{ kNm}$$

$$M_{y2} = -80(22,0 - 6,0) = -1280 \text{ kNm}$$



Tilfælde 1											
Pæl nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Pælekraft kN	168	97	103	163	90	172	125	241	193	314	242
Pæl nr.	12	13	14								
Pælekraft kN	264	303	197								
Tilfælde 2											
Pæl nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Pælekraft kN	79	-26	-10	56	-41	84	20	176	113	259	162
Pæl nr.	12	13	14								
Pælekraft kN	205	244	117								

### 10.7.2 Plasticitetsteoretisk beregning af dobbelt-symmetrisk pæleværk

Et bygværk skal pælefunderes på  $25 \cdot 25 \text{ cm}^2$  jernbetonpæle. Pælene er 8 m lange. Ved prøvebelastning er pælernes brudbæreevne bestemt til:

$$\text{Tryk: } Q_c = 430 \text{ kN} \quad \text{Træk: } Q_t = 260 \text{ kN}$$

Belastningen består af:

Egenvægten  $G = 1400 \text{ kN}$  lodret centralt virkende. I egenvægten er inkluderet overbygningens egenvægt.

Nyttelasten  $P = 950 \text{ kN}$  lodret centralt virkende ( $\psi = 0,5$ ).

Vindtrykket  $H_x = \pm 80 \text{ kN}$  virkende i x-retningen 22 m over overbygningens underside ( $\psi = 0,5$ ).

Vindtryk  $H_y = \pm 36 \text{ kN}$  virkende i y-retningen 18 m over overbygningens underside ( $\psi = 0,5$ ).

Begge vindtryk virker samtidig.

Den plasticitetsteoretiske beregningsmetode går i sin enkelhed ud på, at konstruere en pælegruppe, der på én eller anden måde er i stand til at optage de ydre kræfter. Det vil sige, at man populært sagt "ryster" belastningen ned i pælene på en sådan måde, at kraftfordelingen er *statisk mulig*. Man opnår herved, at pæleværket har tilstrækkelig bæreevne, selv om det muligvis ikke er det mest økonomiske. Da pælene forudsættes ideal-plastiske, kan man åbenbart

fylde kraft i en pæl, indtil den er udnyttet til trykbrud eller trækbrud. Herefter kan pælen deformeres vilkårligt for brudkraften. Det bliver således muligt at arbejde med få pæle ad gangen. Den første gruppe pæle udnyttes så vidt muligt til tryk- eller trækbrud således, at kraftfordelingen er statisk mulig. Kan den første gruppe ikke optage hele belastningen, anbringes blot en supplerende gruppe og så videre, indtil hele belastningen er "rystet" ned i et statisk muligt pæleværk. Princippet er illustreret nedenfor.

Pæleværket skal dimensioneres for følgende lasttilfælde, idet der regnes med normal funderingsklasse og sikkerhedsklasse:

1.  $V_d = \gamma_f G + \gamma_f P$   
 $H_{xd} = \psi H_x$  og  $H_{yd} = \psi H_y$
2.  $V_d = \gamma_f G + \psi P$   
 $H_{xd} = \gamma_f H_x$  og  $H_{yd} = \gamma_f H_y$

Pælernes regningsmæssige bæreevne bliver:

$$Q_{cd} = \frac{430}{1,6} = 269 \text{ kN}$$

$$Q_{td} = \frac{260}{1,6} = 162 \text{ kN}$$

Forsøges indledningsvis med den i figur 23 viste pæleplan, bliver O-punkternes højde over overbygningens underside, idet skråpælene anbringes med hældningen 3:1:

$$z_{ox} = 3 \cdot 2,0 = 6,0 \text{ m} \quad \text{og} \quad z_{oy} = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ m}$$

Først undersøges tilfælde 1. De regningsmæssige størrelser bliver:

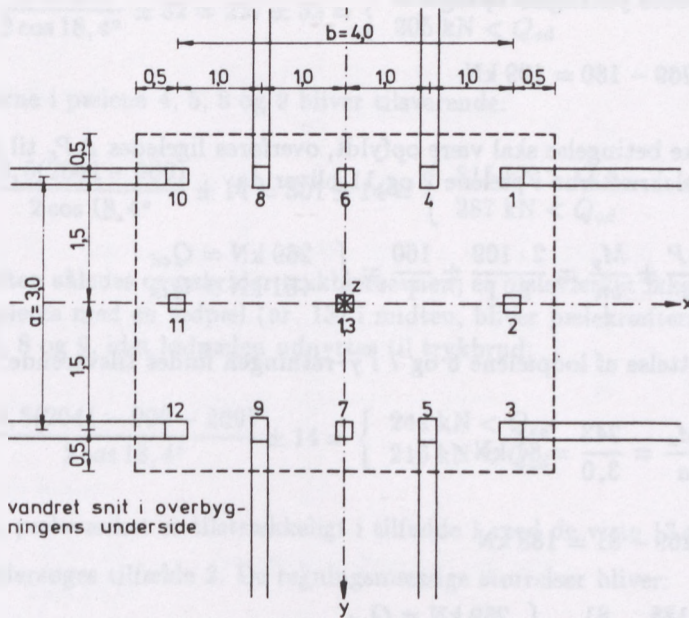
$$V_d = 1,0 \cdot 1400 + 1,3 \cdot 950 = 2635 \text{ kN}$$

$$H_{xd} = 0,5 \cdot 80 = 40 \text{ kN}$$

$$H_{yd} = 0,5 \cdot 36 = 18 \text{ kN}$$

Når de vandrette lastkomponenter henføres til O-punkterne, bliver:

$$M_y = 40(22,0 - 6,0) = 640 \text{ kNm}$$



Figur 23: Dobbelt-symmetrisk pæleværk.

$$M_x = 18(18,0 - 4,5) = 243 \text{ kNm}$$

Til optagelse af momenterne anvendes bedst lodpæle. Benævnes lodpæleantallet per side,  $n$ , fås det nødvendige antal lodpæle:

I  $x$ -retningen:

$$n_x = \frac{M_y}{\frac{1}{2}(Q_{cd} + Q_{td})b} = \frac{640}{1(269 + 162)4,0} = 0,74 \sim 1 \text{ pæl}$$

I  $y$ -retningen:

$$n_y = \frac{M_x}{\frac{1}{2}(Q_{cd} + Q_{td})a} = \frac{243}{\frac{1}{2}(269 + 162)3,0} = 0,38 \sim 1 \text{ pæl}$$

Da lodpælene ikke er udnyttet til trykbrud, kan de yderligere optage en del af  $V_d$ . For lodpælene 2 og 11 findes tillægskraften på følgende måde:

Pælekræften i tryksiden fra momentet er:

$$P_M = \frac{M_y}{b} = \frac{640}{4,0} = 160 \text{ kN}$$

Pælen kan således yderligere optage:

$$\Delta P_x = 269 - 160 = 109 \text{ kN}$$

Da den statiske betingelse skal være opfyldt, overføres ligeledes  $\Delta P_x$  til pælen i træksiden. Pælekræfterne i pælene 2 og 11 bliver da:

$$P = \frac{2\Delta P}{2n} \pm \frac{M_y}{bn} = \frac{2 \cdot 109}{2 \cdot 1} \pm \frac{160}{1} = \begin{cases} 269 \text{ kN} = Q_{cd} \\ -51 \text{ kN} > Q_{td} \end{cases}$$

For fuld udnyttelse af lodpælene 6 og 7 i y-retningen findes tilsvarende:

$$P_M = \frac{M_x}{a} = \frac{243}{3,0} = 81 \text{ kN}$$

$$\Delta P_y = 269 - 81 = 188 \text{ kN}$$

$$P = \frac{2 \cdot 188}{2 \cdot 1} \pm \frac{81}{1} = \begin{cases} 269 \text{ kN} = Q_{cd} \\ 107 \text{ kN} < Q_{cd} \end{cases}$$

Det forudsættes herefter, at skråpælene skal optage den resterende del af  $V_d$ :

$$\Delta V = V_d - 2\Delta P_x - 2\Delta P_y = 2635 - 2 \cdot 109 - 2 \cdot 188 = 2041 \text{ kN}$$

Der forsøges med to skråpæle i hver side. Pælekræfterne i pælene 1, 3, 10 og 12 bliver for den vandrette kraft,  $H_{xd}$ :

$$P_s = \pm \frac{0,5H_{xd}}{2 \sin \alpha} = \pm \frac{0,5 \cdot 40}{2 \sin 18,4^\circ} = \pm 32 \text{ kN}$$

I y-retningen findes i pælene 4, 5, 8 og 9:

$$P_s = \pm \frac{0,5 \cdot 18}{2 \sin 18,4^\circ} = \pm 14 \text{ kN}$$

Pælene i x-retningen kan af  $\Delta V$  optage:

$$\Delta P_x = 4(269 - 32) \cos 18,4^\circ = 900 \text{ kN}$$

Pælekræfterne i pælene 1, 3, 10 og 12 bliver da:



$$P = \frac{0,5 \cdot 900}{2 \cos 18,4^\circ} \pm 32 = 237 \pm 32 = \begin{cases} 269 \text{ kN} = Q_{cd} \\ 205 \text{ kN} < Q_{cd} \end{cases}$$

Pælekræfterne i pælene 4, 5, 8 og 9 bliver tilsvarende:

$$P = \frac{0,5(2041 - 900)}{2 \cos 18,4^\circ} \pm 14 = 301 \pm 14 = \begin{cases} 315 \text{ kN} > Q_{cd} \\ 287 \text{ kN} < Q_{cd} \end{cases}$$

Da trykkraften således overskrider trykbæreevnen, er pæleværket ikke tilstrækkeligt. Suppleres med en lodpæl (nr. 13) i midten, bliver pælekræfterne i skråpælene 4, 5, 8 og 9, idet lodpælen udnyttes til trykbrud:

$$P = \frac{0,5(2041 - 900 - 269)}{2 \cos 18,4^\circ} \pm 14 = \begin{cases} 244 \text{ kN} < Q_{cd} \\ 216 \text{ kN} < Q_{cd} \end{cases}$$

Det vil sige, pæleværket er tilstrækkeligt i tilfælde 1 med de viste 13 pæle.

Herefter undersøges tilfælde 2. De regningsmæssige størrelser bliver:

$$V_d = 1,0 \cdot 1400 + 0,5 \cdot 900 = 1875 \text{ kN}$$

$$H_{xd} = 1,3 \cdot 80 = 104 \text{ kN}$$

$$H_{yd} = 1,3 \cdot 36 = 47 \text{ kN}$$

$$M_y = 104(22,0 - 6,0) = 1664 \text{ kNm}$$

$$M_x = 47(18,0 - 4,5) = 635 \text{ kNm}$$

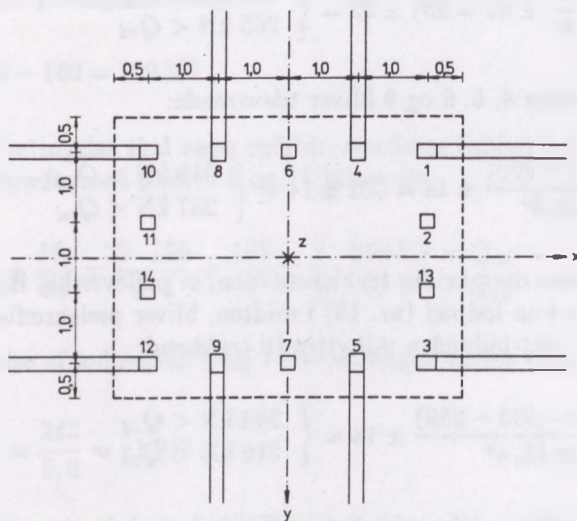
Forudsættes som tidligere, at lodpælene alene skal optage momentet, findes:

I x-retningen:

$$n_x = \frac{1664}{\frac{1}{2}(269 + 162)4,0} = 1,93 \sim 2 \text{ pæle}$$

I y-retningen:

$$n_y = \frac{635}{\frac{1}{2}(269 + 162)3,0} = 0,98 \sim 1 \text{ pæl}$$



Figur 24: Forstærket pæleværk.

Det vil sige, at pæleværket i figur 23 er utilstrækkeligt. I stedet forsøges med den pæleplan, der er vist på figur 24. Pæleværket er her forstærket med en lodpæl (14) samtidig med, at pæl 13 er flyttet ud til siden. Placeringen af pæl 2 og 11 er ændret således, at pæleværket fortsat er dobbelt-symmetrisk.

I  $x$ -retningen bliver nu pælekraften i tryksiden for momentet:

$$P_m = \frac{1664}{2 \cdot 4} = 208 \text{ kN}$$

Pælen kan yderligere optage:

$$\Delta P_x = 269 - 208 = 61 \text{ kN}$$

Der overføres ligeledes  $\Delta P_x$  til den tilsvarende pæl i træksiden. Pælekræfterne i pælene 2, 11, 13 og 14 bliver da:

$$P = \Delta P_x \pm P_M = 61 \pm 208 = \begin{cases} 269 \text{ kN} = Q_{cd} \\ -147 \text{ kN} > Q_{td} \end{cases}$$

I  $y$ -retningen findes for fuld udnyttelse af lodpælene 6 og 7:

$$P_M = \frac{635}{1 \cdot 3} = 212 \text{ kN}$$

$$\Delta P_y = 269 - 212 = 57 \text{ kN}$$

$$P = \Delta P_y \pm P_M = 57 \pm 212 = \begin{cases} 269 \text{ kN} = Q_{cd} \\ -155 \text{ kN} > Q_{td} \end{cases}$$

Skråpælene forudsættes herefter at optage den resterende del af  $V_d$ :

$$\Delta V = V_d - 4\Delta P_x - 2\Delta P_y = 1875 - 4 \cdot 61 - 2 \cdot 57 = 1517 \text{ kN}$$

For skråpælene i x-retningen bliver pælekraften fra  $H_{xd}$ :

$$P_s = \pm \frac{0,5 \cdot 104}{2 \sin 18,4^\circ} = \pm 82 \text{ kN}$$

I y-retningen findes:

$$P_s = \pm \frac{0,5 \cdot 47}{2 \sin 18,4^\circ} = \pm 37 \text{ kN}$$

Pælene i x-retningen kan af  $\Delta V$  optage:

$$\Delta P_x = 4(269 - 82) \cos 18,4^\circ = 710 \text{ kN}$$

Pælekræfterne i pælene 1, 3, 10 og 12 bliver da:

$$P = \frac{0,5 \cdot 710}{2 \cos 18,4^\circ} \pm 82 = \begin{cases} 269 \text{ kN} = Q_{cd} \\ 105 \text{ kN} < Q_{cd} \end{cases}$$

Pælekræfterne i pælene 4, 5, 8 og 9 bliver:

$$P = \frac{0,5(1517 - 710)}{2 \cos 18,4^\circ} \pm 37 = \begin{cases} 250 \text{ kN} < Q_{cd} \\ 174 \text{ kN} < Q_{cd} \end{cases}$$

Da pæleværket i figur 24 er forstærket i forhold til pæleværket i figur 23, har det forstærkede pæleværk tilstrækkelig bæreevne i begge lasttilfælde.

### 10.7.3 Plastisk instabilitet

Et rumligt pæleværk dimensioneret efter plasticitetsteorien bør undertiden undersøges for plastisk instabilitet. Princippet i undersøgelsen er det samme som beskrevet i afsnit 10.6 for plane pæleværker. Beregningen bliver forholdsvis kompliceret, fordi pælekræfterne skal beregnes i alle betydende lasttilfælde ved hjælp af for eksempel Nøkkentved's metode.

Specielt ved dobbelt-symmetriske pæleværker vil den voksende plastiske deformation være en lodret translation. Det er derfor ikke nødvendigt at beregne momentet om drejningsaksen ved bestemmelsen af sikkerheden,  $f_2$ . Man kan nøjes med at projicere kræfterne på lodret, hvilket giver:

$$f_2 = \frac{\sum Q_c \cos \alpha}{\sum P_{max} \cos \alpha} \quad (64)$$

Da undersøgelsen for plastisk instabilitet er relativt kompliceret sammenlignet med den simple dimensionering af pæleværket, vil man ofte i praksis vælge skønsomt at forøge pæleværket lidt. En forøgelse af pæleantallet med indtil 15% er formentlig i almindelighed tilstrækkelig.



# 11 Generel brudteori

## 11.1 Indledning

Dimensioneringen af et geoteknisk bygværk kræver principielt en undersøgelse af:

1. Bygværkets sikkerhed mod brud, det vil sige undersøgelse af brudgrænsetilstanden.
2. Deformationerne i brugstilstanden, det vil sige undersøgelse af anvendelsestilstanden.

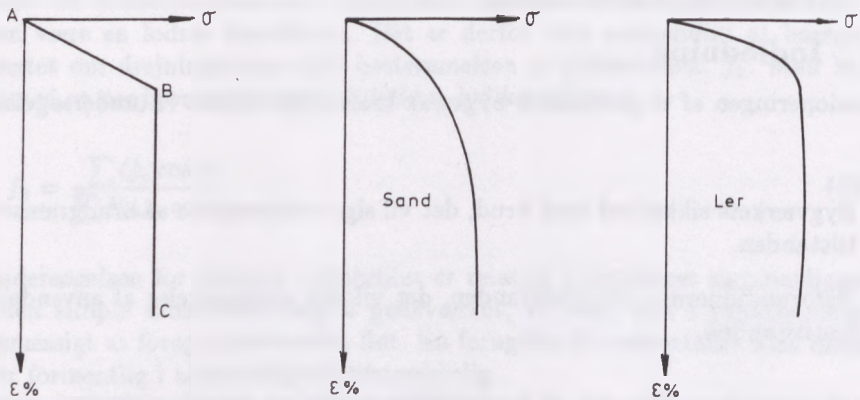
Man må naturligvis sikre sig, at konstruktionen har en rimelig sikkerhed mod brud, men det må tillige kræves, at deformationerne i brugstilstanden ikke bliver så store, at konstruktionen bliver uanvendelig til sit formål. I brugstilstanden er deformationerne som regel så små, at beregningen kan gennemføres på grundlag af *elasticitetsteorien*. Ved en beregning på brudstadiet må man derimod benytte *plasticitetsteorien* eller *brudteorien*.

Spørgsmålet er herefter, om en geoteknisk konstruktion skal undersøges i brugstadiet eller i brudstadiet. Da de ovennævnte krav, 1) og 2), skal opfyldes for det færdige bygværk, må man principielt slå fast, at begge undersøgelser bør gennemføres. Når man alligevel ofte kun gennemfører den ene, skyldes det, at der for en del konstruktioner ikke findes teoretiske metoder til en undersøgelse af begge tilfælde. Endvidere viser det sig, at opfyldelsen af det ene krav næsten altid medfører, at det andet krav også er tilfredsstillet.

Gennemføres beregningen i et brudstadium, er det et spørgsmål, om plasticitetsteorien eller brudteorien skal anvendes som grundlag. I figur 25 er til venstre vist en arbejdscurve for et ideelt elastisk-plastisk materiale. I det elastiske område A til B kan spændinger og deformationer beregnes på grundlag af Hooke's lov, da der er en retliniet sammenhæng mellem spændinger og deformationer. Det skal bemærkes, at det i dette område principielt ikke er muligt at beregne spændinger uden samtidig at beregne deformationerne.

I område B til C flyder materialet. I dette område kan deformationerne forøges vilkårligt uden ændring af spændingerne, hvorfor det principielt er muligt at beregne spændinger uden samtidig at beregne deformationerne. I dette stadium skal beregningen gennemføres efter plasticitetsteorien. Selv om det i princippet er muligt at foretage en spændingsberegning uden at beskæftige sig med deformationerne, vil som regel nogle af randbetingelserne referere til deformationerne, som i så fald må tages i betragtning ved løsningen.

Ved punkt C på arbejdskurven indtræder det egentlige brud, det vil sige, at materialet skilles i sine bestanddele. I dette stadium skal beregningen baseres på brudteorien.



Figur 25: *Ideal elastisk-plastisk arbejdskurve og principielle arbejdskurver for jord.*

Af de principielle arbejdskurver til højre i figur 25 fremgår det, at jorden i høj grad er plastisk. Da endvidere jorden, selv ved relativt store deformationer, bevarer sin sammenhæng, følger heraf at en *beregning i brudstadiet må foretages på grundlag af plasticitetsteorien i forbindelse med Coulomb's brudbetingelse:*

$$\tau \leq c + \sigma \tan \phi \quad (65)$$

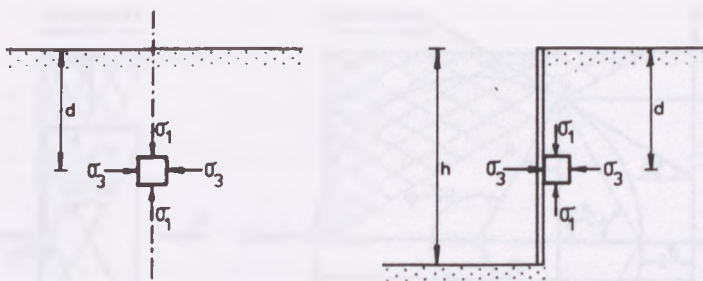
I de følgende afsnit skal omtales de generelle principper for plasticitetsteoriens anvendelse på jord. Der skal kun behandles de tilfælde, hvor man kan forudsætte en *plan deformationstilstand*.

Ved overgangen fra den elastiske til den plastiske tilstand vil jorden i almindelighed formindske eller forøge sit volumen, men når den plastiske tilstand er fuldt udviklet, ophører volumenændringerne praktisk taget. Det er derfor en forudsætning i det følgende, at jorden er *volumen-konstant* i brudtilstanden (den plastiske tilstand). Endelig forudsættes jorden *homogen og isotrop*.

## 11.2 Brudfigurer

I figur 26 er vist en homogen jordmasse med stor udstrækning og med vandret overflade. Betragtes en elementarfirkant i dybden,  $d$ , må både spændinger og deformationer være symmetriske om en lodret plan gennem elementarfirkanten. Dette betyder, at forskydningsspændingen er nul på både de lodrette og vandrette sideflader, hvorfor de lodrette og vandrette spændinger er hovedspændinger. De lodrette spændinger er første hovedspænding, og de vandrette spændinger er tredje hovedspænding. Jordmassen siges at befinde sig i en hviletilstand.

Erstattes jordmassen til venstre for elementarfirkanten ned til en dybde,  $h$ , af en lodret væg, der forudsættes anbragt således, at der overhovedet ikke sker



Figur 26: Spændingerne i en jordmasse i hviletilstanden.

nogen ændring af forholdene på højre side af væggen, må spændingstilstanden være den samme som før væggens anbringelse. Spændingen,  $\sigma_3$ , må åbenbart optages af væggen. Væggen er med andre ord påvirket af et tryk fra jorden, det såkaldte hviletryk.

Da hviletilstanden kræver, at væggen overhovedet ingen bevægelse får, vil denne tilstand i virkeligheden være meget sjælden. Væggen vil i almindelighed få en bevægelse, hvorved der sker en ændring i spændingstilstanden i jorden bag ved væggen. Ved bevægelsen vil således både hovedspændingernes retning og størrelse ændres. Lad os for eksempel antage, at væggen til at begynde med er påvirket af en ydre kraft, der svarer til jordens tryk på væggen i hviletilstanden. Forøges denne kraft, vil væggen bevæge sig ind imod jordmassen. For en vis forøgelse af kraften vil der lokalt i enkelte punkter i jorden ske en sådan ændring af spændingstilstanden, at der opstår brud. Den spændingstilstand, der medfører brud, er bestemt af Coulomb's brudbetingelse. I figur 27 er Coulomb's brudbetingelse indtegnet i Mohr's spændingsdiagram.

I samme øjeblik Mohr's spændingscirkel for spændingerne i et punkt rører ved linien svarende til Coulomb's brudbetingelse, vil der være brud i punktet. Som det ses af figur 27, vil der gennem et punkt, hvor der er brud, gå to brudsnitretninger bestemt af tangenterne, A og B. Disse brudsnitretninger danner vinklerne,  $90^\circ \pm \phi$ , med hinanden, og i brudsnittene virker brudspændingerne,  $\sigma_f$  og  $\tau_f$ .

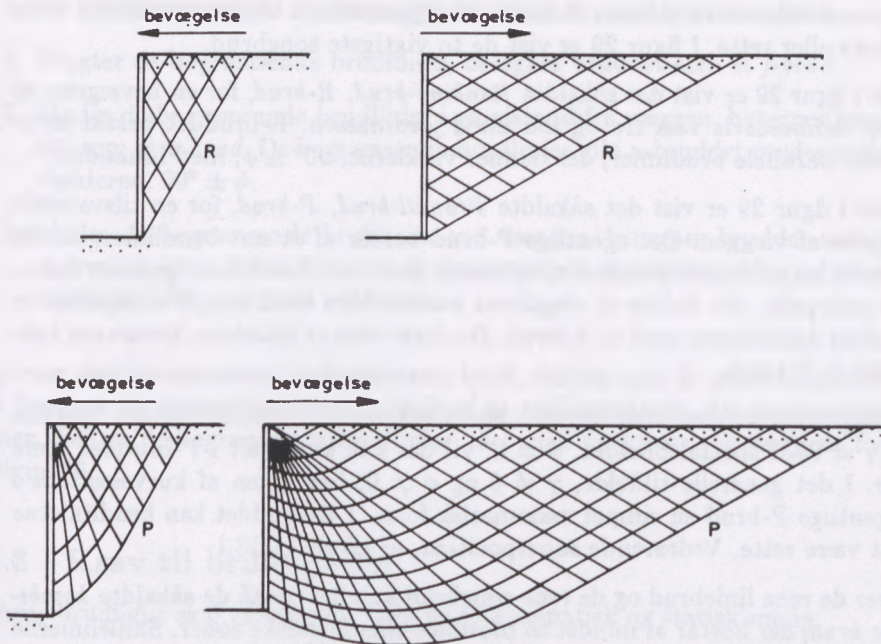
Når kraften vokser yderligere, vil der opstå brud i flere og flere punkter, og efterhånden vil brudsnittene løbe sammen og danne brudlinier i jorden. Ved en *brudlinie* forstås herefter en kurve, hvis punkter alle befinder sig i en brudtilstand, og hvis tangent i ethvert punkt angiver retningen af et brudsnit gennem punktet.

På et vist tidspunkt vil kraften ikke kunne forøges yderligere. Der vil da være en fuldt udviklet brudtilstand i jorden. Det samlede system af brudlinier i brudtilstanden kaldes en *brudfigur*.









Figur 29: Zonebrud.

forudsættes små af højere orden end de plastiske, kan en elastisk zone betragtes som fuldstændig stiv i forhold til en plastisk zone.

Den simpleste brudfigur er et liniebrud. Da der kun er brud i en enkelt linie, er liniebruddet skillelinie mellem to elastiske zoner. Som tidligere nævnt kan en elastisk zone betragtes som stiv, hvorfor en bevægelse langs brudlinien kun kan forekomme, når liniebruddet er en cirkel (specielt en ret linie). Det bevægelige jordlegeme vil dreje sig som et stift hele om brudcirkelns centrum (eller parallelforskyde sig i den rette brudlinies retning). I figur 28 er vist de tre typer af liniebrud.

1. *A-brud, konkavt liniebrud*, hvor det bevægelige jordlegeme ligger på den konkave side af brudcirklen.
2. *S-brud, retliniet brud*. Dette brud kan opfattes som et specialtilfælde af A-bruddet (eller X-bruddet).
3. *X-brud, konvekst liniebrud*, hvor det bevægelige jordlegeme ligger på den konvekse side af brudcirklen.

I et zonebrud er som tidligere nævnt brudbetingelsen opfyldt i ethvert punkt inden for et afgrænset område. Bevægelserne i brudzonen består dels af længdeændringer og vinkeldrejninger, dels af glidninger mellem jordelementerne. Da

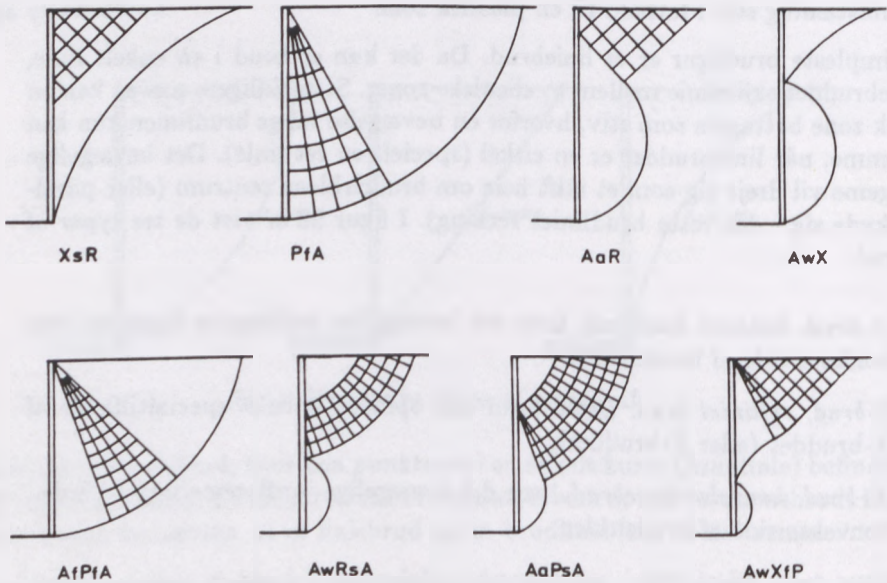
brudzonen deformeres plastisk, behøver de begrænsende brudlinier ikke at være cirkulære eller rette. I figur 29 er vist de to vigtigste zonebrud.

Øverst i figur 29 er vist det såkaldte *Rankine-brud*, *R-brud*, for en bevægelse af væggen henholdsvis væk fra og ind imod jordmassen. R-bruddet består af sæt rette parallelle brudlinier, der danner vinklerne,  $90^\circ \pm \phi$ , med hinanden.

Nederst i figur 29 er vist det såkaldte *Prandtl-brud*, *P-brud*, for en tilsvarende bevægelse af væggen. Det egentlige P-brud består af ét sæt brudlinier, der er konfokale logaritmiske spiraler, og et andet sæt rette brudlinier gennem spiralerens polpunkt, der kaldes et singulært punkt. Som det fremgår af figuren, er P-bruddet kombineret med et R-brud. Da dette ofte er tilfældet, benævnes hele bruddet et P-brud.

I virkeligheden vil det viste P-brud kun forekomme i specialtilfældet vægtløs jord ( $\gamma = 0$ ). I specialtilfældet,  $\phi = 0$ , vil det ene kurvesæt i P-bruddet være cirkler. I det generelle tilfælde,  $\gamma \neq 0$  og  $\phi \neq 0$ , har ingen af kurvesættene i det egentlige P-brud en simpel matematisk form. I R-bruddet kan brudlinierne fortsat være rette. Vedrørende superposition, se afsnit 11.13.1.

Ud over de rene liniebrud og de rene zonebrud kan der opstå de såkaldte *kombinerede brud*, der består af mindst to plastiske eller elastiske zoner. Skillelinierne mellem zonerne forudsættes at være brudlinier. De kombinerede brud karakteriseres efter den måde, hvorpå de begrænsende brudlinier i de forskellige zoner møder hinanden, se figur 30:



Figur 30: Eksempler på kombinerede brud.

1. Er brudzonerne skilt fra hinanden, betegnes bruddet som et *s-brud*.
2. Flugter de begrænsende brudlinier, betegnes bruddet som et *f-brud*.
3. Mødes de begrænsende brudlinier i en afstand fra væggen, betegnes bruddet som et *a-brud*. De begrænsende brudlinier vil i a-bruddet mødes under vinklerne,  $90^\circ \pm \phi$ .
4. Mødes de begrænsende brudlinier ved væggen, betegnes bruddet som et *w-brud*. I dette brud behøver de begrænsende brudlinier ikke at danne vinklerne,  $90^\circ \pm \phi$ , med hinanden.

Når man skal karakterisere et kombineret brud, skriver man de store bogstaver, der betegner de forskellige zoner, adskilt af de små bogstaver, der angiver relationen mellem de begrænsende brudlinier, idet man begynder ved væggens fod, se figur 30.

### 11.3 Krav til brudfiguren

Enhver brudfigur skal principielt være både kinematisk og statisk mulig.

For at brudfiguren er *kinematisk mulig*, skal:

1. De i brudfiguren implicerede bevægelser være forenelige med hinanden og med bevægelsernes grænsebetingelser.
2. Forskydningsspændingerne have en retning, der modvirker bevægelsen.

For at brudfiguren er *statisk mulig* kræves, at:

1. Coulomb's brudbetingelse er opfyldt i ethvert punkt. Hvor der er forudsat brud skal:

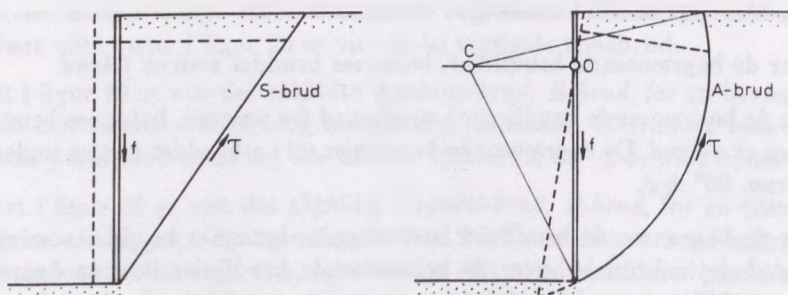
$$\tau = c + \sigma \tan \phi$$

I en elastisk zone skal:

$$\tau < c + \sigma \tan \phi$$

2. de tre statiske ligevægsbetingelser er opfyldt både i elastiske zoner og brudzoner,
3. de givne grænsebetingelser for spændingerne er opfyldt.





Figur 31: *Eksempler på kinematisk mulige brudfigurer ved liniebrud.*

Det kinematiske krav til brudfiguren illustreres let i tilfælde af liniebrud. I figur 31 er til venstre vist et retliniet brud, der er kinematisk muligt ved en parallelforskydning af væggen. Forskydningsspændingen skal ved beregningen virke opad i brudlinien og nedad på væggen.

Til højre i figur 31 er tilsvarende vist et kinematisk muligt konkavt liniebrud ved en drejning af væggen omkring punkt O. Betingelsen for, at brudfiguren er kinematisk mulig ved et cirkulært liniebrud, er, at centrum for brudlinien er beliggende et sted på normalen til væggen gennem drejningspunktet. Når brudcirkelns centrum ligger til venstre for væggen, vil forskydningsspændingen mellem væggen og jorden virke nedad på væggen. Ligger centrum til højre for væggen er brudfiguren kinematisk mulig, når forskydningsspændingen mellem væggen og jorden virker opad på væggen. Er endelig cirkelns centrum sammenfaldende med væggenes drejningspunkt, vil der ikke ske nogen forskydning mellem væggen og jorden. I alle tilfælde skal forskydningsspændingen i brudlinien virke opad.

I tilfælde af zonebrud er forholdene vedrørende det kinematiske krav væsentlig mere kompliceret, fordi der i brudzonen forekommer både vinkel- og længdeændringer. Principielt skal brudfiguren fortsat være såvel kinematisk som statisk mulig. Forholdene skal ikke nærmere omtales her.

Sluttelig skal det bemærkes, at man undertiden ikke er i stand til at angive en brudfigur, der er både kinematisk og statisk mulig. I så fald kan man benytte sig af det såkaldte ekstremalprincip – Gvozdev 1936, ref. [7]. Ved beregning af en brudfigur, der er kinematisk mulig, men ikke statisk mulig, findes et resultat der er på den usikre side (øvre værdi). Derefter gennemføres beregningen med en brudfigur, der er statisk mulig, men ikke kinematisk mulig, hvilket giver et resultat, der er på den sikre side (nedre værdi). Det samlede resultat er et interval, inden for hvilket den søgte værdi ligger. Selvom intervallet er ret åbent, kan metoden undertiden være den eneste mulighed for at angive en løsning til problemet.



## 11.4 Symboler og fortegneregler

I de følgende afsnit omtales Brinch Hansen's generelle jordtryksteori. Der vil ved denne gennemgang blive anvendt en del nye størrelser, hvoraf mange skal regnes med fortegn efter ganske bestemte regler. Der skal derfor i dette afsnit gives en alfabetisk oversigt.

Symbol	Enhed	Beskrivelse	Fortegnsregel
$a$	$\text{kN/m}^2$	Adhæsion mellem væg og jord	Positiv virkende nedad på jorden
$c$	$\text{kN/m}^2$	Jordens kohæsion	Positiv når den virker på det bevægelige jordlegeme i retning fra punkt 0 mod punkt 1
$C$	$\text{kN/m}^2$	Integrationskonstant	
$e$	$\text{kN/m}^2$	Normalkomponent af enhedsjordtrykket	Positiv som tryk
$E$	$\text{kN/m}$	Normalkomponent af totaljordtrykket	Positiv som tryk
$f$	$\text{kN/m}^2$	Tangentialkomponent af enhedsjordtrykket	Positiv når den virker nedad på jorden
$F$	$\text{kN/m}$	Tangentialkomponent af totaljordtrykket	Positiv når den virker nedad på jorden
$G$	$\text{kN/m}$	Vægten af det bevægelige jordlegeme	Positiv nedad
$h$	$\text{m}$	Væggens højde, målt langs væggen	Altid positiv
$k$	$\text{m}$	Kordens længde i en brudcirkel	Altid positiv
$M_R$	$\text{kNm/m}$	Momentet af kræfterne i brudlinien om kordens midtpunkt	Positiv svarende til momentet af positiv $\tau$ i en konkav brudcirkel
$M_G$	$\text{kNm/m}$	Det bevægelige jordlegemes moment om væggens fodpunkt	Positiv svarende til momentet af positiv $\tau$ i en konkav brudcirkel
$M^z$		Konstant	
$M_y$		Konstant	
$M^z$		Konstant	
$N$	$\text{kN/m}$	Komponenten vinkelret på korden af kræfterne i brudlinien	Positiv svarende til tryk i brudlinien

$N^x$		Konstant	
$N^y$		Konstant	
$N^z$		Konstant	
$p$	kN/m <sup>2</sup>	Lodret enhedsbelastning på jordoverfladen	Positiv nedad
$r$	m	Brudcirkelens radius	Positiv for en opad konkav brudlinie, negativ for en opad konveks
$T$	kN/m	Komponenten tangentielt til korden af kræfterne i brudlinien	Positiv når den virker på det bevægelige jordlegeme i retning fra punkt 0 mod punkt 1
$T^x$		Konstant	
$T^y$		Konstant	
$T^z$		Konstant	
$v$		Brudliniens vinkel med vandret	Positiv når korden falder i retning fra punkt 0 mod punkt 1
$v_0$		Brudliniens vinkel med vandret i punkt 0	Fortegn som $v$
$v_1$		Brudliniens vinkel med vandret i punkt 1	Fortegn som $v$
$z^p$	m	Afstanden fra væggenes fodpunkt til jordtryksresultantens angrebepunkt	Positiv opad
$z^r$	m	Afstanden fra væggenes fodpunkt til væggenes drejningspunkt	Positiv opad
$\alpha$		Brudcirkelens halve centervinkel	Positiv for en opad konkav brudcirkel, negativ for en opad konveks
$\beta$		Jordoverfladens vinkel med vandret	Positiv når jordoverfladen stiger væk fra væggen
$\delta$		Vægfriktionsvinkel	Positiv når $f$ virker nedad på jorden
$\theta$		Væggens vinkel med lodret	Positiv når jorden er overhængende

$\sigma$	$\text{kN/m}^2$	Normalspænding i brudlinien	Positiv som tryk
$\tau$	$\text{kN/m}^2$	Forskydningsspændingen i brudlinien	Positiv når den virker på det bevægelige jordlegeme i retning fra punkt 0 mod punkt 1
$\phi$		Jordens friktionsvinkel	Positiv svarende til positiv $\tau$
$\psi$		$\arctan(2 \tan \phi)$	Fortegn som $\phi$
$\omega$		Kordens vinkel med vandret	Positiv når korden falder i retning fra punkt 0 mod punkt 1.

### 11.5 Indre kræfter i en brudlinie

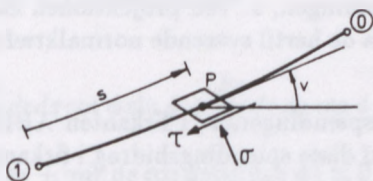
For at kunne foretage beregninger for selv de simpleste brudfigurer er det nødvendigt at kunne bestemme spændingernes variation i en brudlinie af given geometrisk form.

Den første, der udledte en ligning for denne spændingsvariation, var Kötter, 1903, ref. [8].

I figur 32 er vist en brudlinie, der kan stamme fra et liniebrud eller være en brudlinie i et zonebrud. Et vilkårligt punkt P på denne brudlinie kan karakteriseres geometrisk ved:

$s$  buelængden målt ud fra et fast punkt, punkt 1, og

$v$  vinklen mellem vandret og tangenten til brudlinien i punktet P.



Figur 32: Vilkaarlig brudlinie.

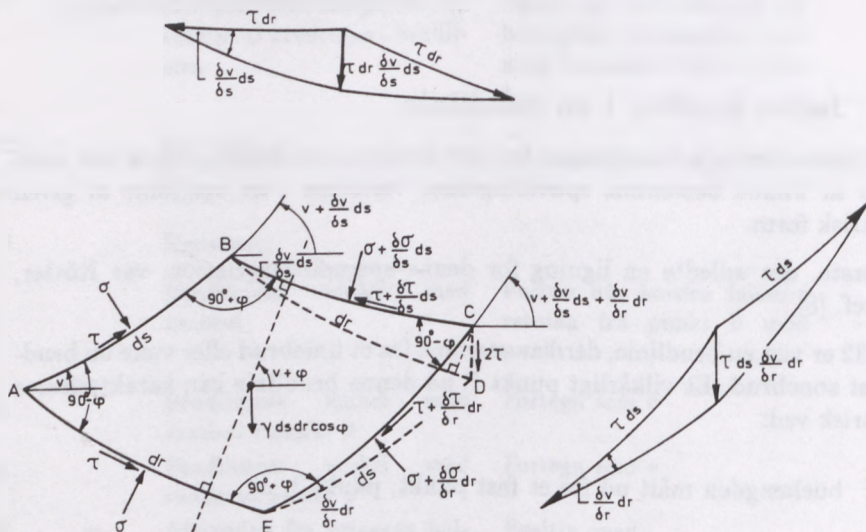
$s$  og  $v$ , der skal regnes med fortegn, er vist positive i figur 32. Endvidere skal  $\tau$ ,  $c$  og  $\phi$  regnes positive, når  $\tau$ , som i figuren, virker mod den positive retning af  $s$ .

Relationen mellem  $\tau$  og  $\sigma$  er givet ved Coulomb's brudbetingelse:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad \sigma = (\tau - c) \cot \phi \quad (66)$$

I figur 32 er vist en lille elementarfirkant omkring punktet P. Denne elementarfirkant er begrænset af 4 krumme brudlinier. Buelængderne i de to sæt brudlinieretninger benævnes henholdsvis  $s$  og  $r$ . De to sidelængder i elementarfirkanten, der er vist i figur 33, benævnes tilsvarende  $ds$  og  $dr$ .

Spændingerne langs sidekanterne AB og AE er ifølge Mohr's spændingscirkel, figur 27,  $\sigma$  og  $\tau$ , idet indeks  $f$  er udeladt. Spændingerne langs sidekanterne BC og CE kan skrives på differentiell form som vist i figur 33.



Figur 33: Elementarfirkant mellem brudlinier.

Det viser sig nu, at man ved projektion af alle kræfter på en akse, der danner vinklen,  $v + \phi$ , med vandret, får en ligevægtsligning, der ikke indeholder afledede i retningen,  $r$ , men kun i retningen,  $s$ . Ved projektionen kan man se bort fra de konstante spændinger,  $\sigma$ , da de hertil svarende normalkræfter vil være i ligevægt uanset firkantens form.

De konstante forskydningspændinger,  $\tau$ , i firkanten ABDE er ligeledes i ligevægt, hvorfor resultanten af disse spændingsbidrag i firkanten ABCE kan findes som vist i figur 33. Langs AE og CB er den konstante forskydningskraft,  $\tau dr$ , idet sidelængderne i firkant ABCE stadig forudsættes at være  $ds$  og  $dr$ . Sammensættes disse forskydningskræfter vektorielt, findes som vist øverst i figur 33 resultanten,  $\tau dr \frac{\partial v}{\partial s} ds$ , der virker langs linien CD. Tilsvarende findes som vist til højre resultanten af de konstante forskydningskræfter langs AB og CE lig med  $\tau ds \frac{\partial v}{\partial r} dr$  virkende langs linien CD. Resultanten af de konstante forskydningspændinger er således spændingen,  $2\tau$ , langs linien CD.

Da man finder:



$$CD = dr \frac{\partial v}{\partial s} ds = ds \frac{\partial v}{\partial r} dr$$

bliver resultatanten af de konstante forskydningskræfter i firkanten ABCE:

$$\tau dr \frac{\partial v}{\partial s} ds + \tau ds \frac{\partial v}{\partial r} dr = 2\tau \frac{\partial v}{\partial s} ds dr$$

Når der herefter ses bort fra spændingsbidrag, der er små af højere end anden orden, findes ved projektion på akse:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial s} ds dr - \frac{\partial \sigma}{\partial r} dr ds \sin \phi + \frac{\partial \tau}{\partial r} dr ds \cos \phi \\ + 2\tau \frac{\partial v}{\partial s} ds dr + \gamma ds dr \cos \phi \sin(v + \phi) = 0 \end{aligned} \quad (67)$$

Af formel 66 findes ved differentiation, da  $c$  er konstant:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = \frac{\partial(\tau \cot \phi)}{\partial \tau} - \frac{\partial(c \cot \phi)}{\partial \tau} = \cot \phi \quad (68)$$

$\frac{\partial \sigma}{\partial s}$  og  $\frac{\partial \sigma}{\partial r}$  kan herefter findes som:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial s} = \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial s} = \frac{\partial \tau}{\partial s} \cot \phi \quad (69)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial r} = \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial r} = \frac{\partial \tau}{\partial r} \cot \phi \quad (70)$$

Indsættes formlerne 69 og 70 i formel 67, fås:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial s} dr ds \cot \phi - \frac{\partial \tau}{\partial r} dr ds \cot \phi \sin \phi + \frac{\partial \tau}{\partial r} dr ds \cos \phi \\ + 2\tau \frac{\partial v}{\partial s} dr ds + \gamma dr ds \cos \phi \sin(v + \phi) = 0 \end{aligned}$$

eller, når der divideres med  $dr ds$  og multipliceres med  $\tan \phi$ :

$$\frac{\partial \tau}{\partial s} + 2\tau \frac{\partial v}{\partial s} \tan \phi + \gamma \sin \phi \sin(v + \phi) = 0 \quad (71)$$

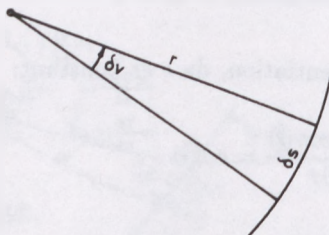
hvilket er *Kötters ligning*. Den blev oprindeligt udledt for kohæsionløs jord, men det er vist af Jaky, 1936, ref. [9], at den også gælder for kohæsionsjord.

## 11.6 Indre kræfter i en cirkulær brudlinie

Den partielle differentiaalligning, formel 71, er relativt kompliceret at anvende, hvorfor der i tidens løb ikke er blevet gjort meget brug af den. Det var først i 1953, den fandt egentlig anvendelse, da Brinch Hansen, ref. [10], benyttede den som grundlag for sin jordtryksteori.

Brinch Hansen lagde følgende betragtninger til grund for en reduktion af Kötters oprindelige ligning:

Af de kinematiske krav til brudfiguren følger, at brudlinien i et liniebrud må være en cirkel eller en ret linie. I et zonebrud kan brudliniernes form være mere kompliceret, men i praksis vil det være tilstrækkelig nøjagtigt at approksimere brudlinien med nogle få cirkelbuer og rette liniestykker. Da en ret linie er et specialtilfælde af en cirkel, er det med andre ord tilstrækkeligt at kunne beregne spændingsvariationen i en cirkulær brudlinie, se figur 34.



Figur 34: Cirkulær brudlinie.

Når brudlinien forudsættes cirkulær, kan formel 70 reduceres til en differential-ligning i de to variable,  $\tau$  og  $v$ :

For en cirkulær brudlinie, se figur 34, er radius derfor bestemt ved:

$$r = \frac{\partial s}{\partial v} \quad (72)$$

Indsættes formel 72 i formel 71, fås:

$$\frac{\partial \tau}{r \partial v} + 2\tau \frac{1}{r} \tan \phi + \gamma \sin \phi \sin(v + \phi) = 0$$

eller ved multiplikation med  $r$ :

$$\frac{\partial \tau}{\partial v} + 2\tau \tan \phi + \gamma r \sin \phi \sin(v + \phi) = 0 \quad (73)$$

som er Kötters ligning for en cirkulær brudlinie.

Den generelle løsning til differentiaalligningen:

$$\frac{\partial \tau}{\partial v} + P(v)\tau = Q(v)$$

er:

$$\tau = e^{-\int P(v)dv} \left[ \int Q(v)e^{\int P(v)dv} dv + C \right] \quad (74)$$

Omskrives formel 73 til:

$$\frac{\partial \tau}{\partial v} + (2 \tan \phi)\tau = -\gamma r \sin \phi \sin(v + \phi) \quad (75)$$

findes ved indsættelse i formel 74, idet  $r$  er konstant:

$$\tau = e^{-\int (2 \tan \phi)dv} \left[ -\gamma r \sin \phi \int \sin(v + \phi)e^{\int (2 \tan \phi)dv} dv + C \right]$$

sættes:

$$\tan \psi = 2 \tan \phi \quad (76)$$

findes:

$$\int (2 \tan \phi)dv = 2v \tan \phi = v \tan \psi$$

$$\int \sin(v + \phi)e^{\int \tan \psi dv} dv = -\cos \psi \cos(v + \phi + \psi)e^{v \tan \psi}$$

Indsættes fås:

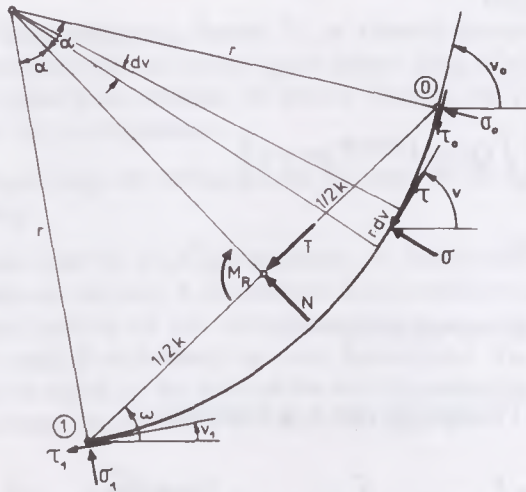
$$\tau = e^{-2v \tan \phi} [\gamma r \sin \phi \cos \psi \cos(v + \phi + \psi)e^{2v \tan \phi} + C]$$

eller:

$$\tau = \gamma r \sin \phi \cos \psi \cos(v + \phi + \psi) + Ce^{-2v \tan \phi} \quad (77)$$

I formel 77 er  $C$  en konstant spænding, der må bestemmes ved en randbetingelse.

Hvis man kender de sammenhørende værdier af  $v_0$  og  $\tau_0$  i et punkt 0 af den cirkulære brudlinie, kan  $C$  findes af formel 77:



Figur 35: Cirkulær brudlinie med resultanten af de indre kræfter i brudlinien.

$$C = e^{2v_0 \tan \phi} [\tau_0 - \gamma r \sin \phi \cos \psi \cos(v + \phi + \psi)] \quad (78)$$

Figur 35 viser en cirkulær brudlinie. Brudlinien er karakteriseret ved:

De to endepunkter 0 og 1.

$\alpha$ , der er den halve centervinkel.  $\alpha$  regnes positiv, når brudcirklen er opad konkav, negativ når brudcirklen er opad konveks.

$\omega$ , der er kordens vinkel med vandret.  $\omega$  er positiv, når korden falder i retning fra punkt 0 til punkt 1.

$k$ , der er kordens længde.  $k$  er altid positiv.

Geometrisk findes:

$$r = \frac{k}{2 \sin \alpha} \quad (79)$$

$$v_0 = \omega + \alpha \quad v_1 = \omega - \alpha \quad (80)$$

Under forudsætning af, at de sammenhørende værdier af  $v_0$  og  $\tau_0$  i det ene endepunkt 0 er kendt, er integrationskonstanten,  $C$ , bestemt af formel 78. Indsættes denne værdi af  $C$  sammen med formlerne 79 og 80 i formel 77, findes følgende udtryk for  $\tau$  i det andet endepunkt 1.



$$\tau_1 = \gamma k(\tau^x \sin \omega + \tau^y \cos \omega) + \tau_0 \tau^z \quad (81)$$

$\tau^x, \tau^y$  og  $\tau^z$  er dimensionsløse størrelser, der er funktioner af vinklerne,  $\alpha$  og  $\phi$ .  
Formlerne for konstanterne er

$$\tau^z = e^{4\alpha \tan \phi} \quad (82)$$

$$\tau^x = \frac{\sin \phi \cos \psi}{2 \sin \alpha} [\tau^z \sin(\psi + \phi + \alpha) - \sin(\psi + \phi - \alpha)] \quad (83)$$

$$\tau^y = \frac{\sin \phi \cos \psi}{2 \sin \alpha} [-\tau^z \cos(\psi + \phi + \alpha) + \cos(\psi + \phi - \alpha)] \quad (84)$$

Når spændingsvariationen langs den cirkulære brudlinie er kendt, kan resultanten af samtlige indre spændinger i brudlinien udtrykkes ved en komponent,  $N$  vinkelret på korden, en komponent,  $T$ , parallel med korden og et moment,  $M_R$ , om kordens midtpunkt.  $N$ ,  $T$  og  $M_R$  er vist positive på figur 35. Man finder følgende udtryk for  $N$ ,  $T$  og  $M_R$ :

$$N = \int_{v_1}^{v_0} [\sigma \cos(v - \omega) - \tau \sin(v - \omega)] r dv \quad (85)$$

$$T = \int_{v_1}^{v_0} [\sigma \sin(v - \omega) + \tau \cos(v - \omega)] r dv \quad (86)$$

$$M_R = \int_{v_1}^{v_0} [\tau - \tau \cos \alpha \cos(v - \omega) - \sigma \cos \alpha \sin(v - \omega)] r^2 dv \quad (87)$$

Indsættes heri formlerne 66 og 76-80, kan man finde følgende *fundamentale formler*:

$$N = \gamma k^2(N^x \sin \omega + N^y \cos \omega) + \tau_0 k N^z - c k \cot \phi \quad (88)$$

$$T = \gamma k^2(T^x \sin \omega + T^y \cos \omega) + \tau_0 k T^z \quad (89)$$

$$M_R = \gamma k^3(M^x \sin \omega + M^y \cos \omega) + \tau_0 k^2 M^z \quad (90)$$

De dimensionsløse koefficienter,  $N^x, N^y, N^z, T^x, T^y, T^z, M^x, M^y, M^z$ , kan findes af nedenstående formler:

$$N^x = \frac{\cos^2 \psi}{8 \sin^2 \alpha} [\cos 2\psi - \sec \psi \cos(\psi - 2\alpha) \cos 2\phi - 2\alpha \tan \psi - \tau^z (\cos(2\psi + 2\alpha) - \cos 2\phi)] \quad (91)$$

$$N^y = \frac{\cos^2 \psi}{8 \sin^2 \alpha} [\sin 2\psi - \sec \psi \cos(\psi - 2\alpha) \sin 2\phi + 2\alpha - \tau^z (\sin(2\psi + 2\alpha) - \sin 2\phi)] \quad (92)$$

$$N^z = \frac{\cos \psi}{2 \sin \alpha \sin \phi} [\tau^z \sin(\psi - \phi + \alpha) - \sin(\psi - \phi - \alpha)] \quad (93)$$

$$T^x = \frac{\cos^2 \psi}{8 \sin^2 \alpha} [-\sin 2\psi - \sec \psi \cos(\psi - 2\alpha) \sin 2\phi - 2\alpha + \tau^z (\sin(2\psi + 2\alpha) + \sin 2\phi)] \quad (94)$$

$$T^y = \frac{\cos^2 \psi}{8 \sin^2 \alpha} [\cos 2\psi + \sec \psi \cos(\psi - 2\alpha) \cos 2\phi - 2\alpha \tan \psi - \tau^z (\cos(2\psi + 2\alpha) + \cos 2\phi)] \quad (95)$$

$$T^z = \frac{\cos \psi}{2 \sin \alpha \sin \phi} [\tau^z \cos(\psi - \phi + \alpha) - \cos(\psi - \phi - \alpha)] \quad (96)$$

$$M^x = \frac{\cos \psi \cot \alpha}{16 \sin^2 \alpha} [2\alpha \cos \psi + \sin 2\phi \cos(\psi - 2\alpha) + \cos \psi \sin 2\psi - 4 \sin \phi \sin(\psi + \phi) \tan \alpha - \cos \phi \sec \alpha \sin(\psi + \phi + \alpha) - \tau^z (2 \cos \psi \cos(\psi - \phi + \alpha) - \cos \phi \sec \alpha) \sin(\psi + \phi + \alpha)] \quad (97)$$

$$M^y = \frac{\cos \psi \cot \alpha}{16 \sin^2 \alpha} [2\alpha \sin \psi - \cos 2\phi \cos(\psi - 2\alpha) - \cos \psi \cos 2\psi + 4 \sin \phi \cos(\psi + \phi) \tan \alpha + \cos \phi \sec \alpha \cos(\psi + \phi + \alpha) + \tau^z (2 \cos \psi \cos(\psi - \phi + \alpha) - \cos \phi \sec \alpha) \cos(\psi + \phi + \alpha)] \quad (98)$$

$$M^z = \frac{\cot \alpha}{8 \sin \alpha \sin \phi} [2 \cos \psi \cos(\psi - \phi - \alpha) - \cos \phi \sec \alpha - \tau^z (2 \cos \psi \cos(\psi - \phi + \alpha) - \cos \phi \sec \alpha)] \quad (99)$$

I specialtilfældet,  $\alpha = 0$ , *ret brudlinie*, findes følgende formler, der svarer til formlerne 81 og 88-90:

$$\tau_1 = \gamma k \sin \phi \sin(\omega + \phi) + \tau_0 \quad (100)$$

$$N = \frac{1}{2} \gamma k^2 \cos \phi \sin(\omega + \phi) + (\tau_0 - c) k \cot \phi \quad (101)$$

$$T = \frac{1}{2} \gamma k^2 \sin \phi \sin(\omega + \phi) + \tau_0 k \quad (102)$$

$$M_R = \frac{1}{12} \gamma k^3 \cos \phi \sin(\omega + \phi) \quad (103)$$

I specialtilfældet *friktionsløs jord*,  $\phi = 0$ , må  $\sigma$  benyttes som variabel, da  $\tau$  er konstant lig jordens kohæsion,  $c$ . Man finder i dette tilfælde følgende formler, der svarer til formlerne 81 og 88-90:

$$\sigma_1 = \gamma k \sin \omega + c \sigma_0^z + \sigma_0 \quad (104)$$

$$N = \gamma k^2 \left( \frac{1}{2} \sin \omega + N_0^y \cos \omega \right) + ck N_0^z + \sigma_0 k \quad (105)$$

$$T = \gamma k^2 T_0^x \sin \omega + ck T_0^z \quad (106)$$

$$M_R = \gamma k^3 M_0^x \sin \omega + ck^2 M_0^z \quad (107)$$

De dimensionsløse koefficienter kan findes af nedenstående formler:

$$\sigma_0^z = 4\alpha \quad N_0^y = \frac{1}{4}(\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha) \quad N_0^z = 2\alpha \quad (108)$$

$$T_0^x = -\frac{1}{4}(\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha) \quad T_0^z = 2\alpha \cot \alpha - 1 \quad (109)$$

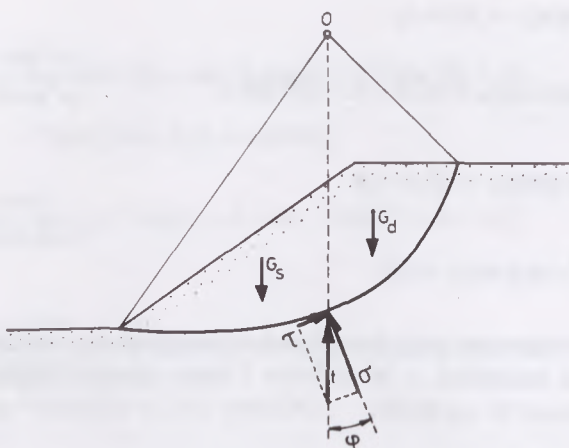
$$M_0^x = \frac{1}{8}(\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha) \cot \alpha \quad M_0^z = \frac{1}{2}(\alpha - \alpha \cot^2 \alpha + \cot \alpha) \quad (110)$$

Det skal bemærkes, at alle størrelserne  $N$ ,  $T$ ,  $M_R$ ,  $\tau$ ,  $c$ ,  $v$ ,  $\alpha$ ,  $\omega$  og  $\phi$  skal regnes med fortegn. Fortegnsreglerne er angivet i afsnit 11.4.

## 11.7 Ekstremmetoden og ligevægtsmetoden

De vigtigste metoder til løsning af geotekniske brudproblemer er ekstremmetoden og ligevægtsmetoden.

Ved *ekstremmetoden* bestemmes den søgte størrelse, eksempelvis et jordtryk eller et sikkerhedstal, ved en ekstrembetingelse (maximum eller minimum), idet brudlinien tilnærmes med en logaritmisk spiral. Den logaritmiske spiral har den polære ligning:



Figur 36: Brudlinie i skråning.

$$r = r_0 \cdot e^{v \tan \phi} \quad (111)$$

Spiralen har den karakteristiske geometriske egenskab, at vinklen mellem en vilkårlig radiusvektor og den tilhørende normal er  $\phi$ . Hvis man derfor som ligevægtsbetingelse benytter momentligningen om spiralens polpunkt, medfører dette i tilfælde af kohæsionsløs jord, at resultanten af spændingerne,  $\sigma$  og  $\tau$ , i brudlinien udgår af ligevægtsligningen, da denne resultant har retning efter spiralens pol. I tilfælde af kohæsionsjord vil kun det konstante spændingsbidrag,  $c$ , indgå i momentligningen.

Princippet i ekstremmetoden skal illustreres ved et eksempel. I figur 36 er vist en skråning i sand. Hvis forskydningsspændingerne i jorden bliver for store, vil der kunne opstå et dybtgående skred i skråningen. Det brud, der optræder, vil være et liniebrud, hvorfor brudlinien af kinematiske grunde må være cirkulær, specielt en ret linie. Ved anvendelse af ekstremmetoden til undersøgelse af skråningens stabilitet tilnærmes den cirkulære brudlinie med en logaritmisk spiral. Det vi søger, er et sikkerhedstal som udtryk for skråningens stabilitet. Inddeles det bevægelige jordlegeme i en drivende del og en stabiliserende del ved at indlægge en lodret linie gennem polpunktet, er det principielt simpelt at finde det søgte sikkerhedstal. Tages moment om spiralens polpunkt af samtlige kræfter, vil som tidligere nævnt  $\sigma$  og  $\tau$  udgå af momentligningen. Sikkerhedstallet kan da udtrykkes som:

$$f = \frac{M_{stab}}{M_{driv}} \quad (112)$$

Da brudlinien ikke er kendt på forhånd, kan sikkerhedstallet bestemmes på uendelig mange måder svarende til uendelig mange beliggenheder af brudlinien.



Problemet løses derfor på den måde, at man ved gennemregning af forskellige brudlinier ved forsøg bestemmer den ekstreme værdi, her minimum, af sikkerhedstallet. Beregningsprincipperne ved undersøgelsen af skråningers stabilitet er nærmere omtalt i kapitel 17.

Ved løsning af jordtryksproblemer kan ekstremmetoden kun anvendes i ganske få specielle tilfælde. Dette skyldes at mange brudfigurer, især ved de kombinerede brud, vanskeligt kan tilnærmes med logaritmiske spiraler. Det skal senere i kapitel 12 vises, hvordan ekstremmetoden kan anvendes ved bestemmelse af jordtrykket på støttemure.

Under forudsætning af, at værdierne af  $\tau_0$  og  $v_0$  i brudliniens ene endepunkt, sædvanligvis ved jordoverfladen, er kendt, kan *ligevægtsmetoden* derimod anvendes ved løsning af de fleste jordtryksproblemer. Princippet er det, at man ved beregningen af en kinematisk mulig brudfigur benytter de tre statiske ligevægtsbetingelser i forbindelse med Coulomb's brudbetingelse.

Værdierne af  $v_0$  og  $\tau_0$  – og dermed af  $\sigma_0$  – skal som tidligere nævnt bestemmes ved en randbetingelse. Det resultat, man derved får, må åbenbart i høj grad afhænge af, hvordan man formulerer denne randbetingelse. Som vist i afsnit 11.8 bestemmes  $v_0$  og  $\tau_0$  ved hjælp af to projektligninger. Herved opstår imidlertid et problem, hvis brudlinien ikke møder jordoverfladen under den såkaldt *statisk korrekte vinkel*,  $v_0$ . I dette tilfælde vil der kunne findes uendelig mange værdier af  $\tau_0$  – og dermed af  $\sigma_0$  – afhængig af projektligningens retning.

Ved et zonebrud vil det i almindelighed være muligt at lade brudlinien møde jordoverfladen under den statisk korrekte vinkel,  $v_0$ . I et liniebrud vil vinklen,  $v_0$ , derimod være geometrisk bestemt, se figur 31.

Brinch Hansen har imidlertid vist ved sammenligning med ekstremmetoden, at  $\tau_0$  kan bestemmes, uanset om vinklen,  $v_0$ , er den statisk korrekte eller ej.  $\tau_0$  skal i begge tilfælde bestemmes ved projektligning på en akse, der danner vinklen,  $v_0 + \phi$ , med vandret. I afsnit 11.8 er vist, hvordan  $\tau_0$  bestemmes ved en randbetingelse ved jordoverfladen.

## 11.8 Randbetingelse ved jordoverfladen

I de fundamentale formler for  $\tau_1$ ,  $N$ ,  $T$  og  $M_R$  indgår spændingen,  $\tau_0$ , i brudliniens ene endepunkt, der i almindelighed vil være beliggende ved en jordoverflade. Ved anvendelse af to projektligninger vil det være muligt at bestemme  $\tau_0$  ved en randbetingelse.

I figur 37 er vist en elementartrekant mellem brudlinier ved jordoverfladen. Jordoverfladen danner vinklen,  $\beta$ , med vandret.  $\beta$  skal regnes positiv, når jordoverfladen falder i retning fra punkt 0 mod punkt 1. Jordoverfladen er belastet af en ensfordelt lodret belastning,  $p$ . De to brudlinier danner vinklerne,  $90^\circ \pm \phi$ , med hinanden. I brudlinierne AC og BC virker spændingerne,  $\tau_0$  og  $\sigma_0$ .



Indsættes formel 113 i de to projektlionsligninger, får man:

$$\tan(v_0 + \frac{1}{2}\phi - \frac{1}{2}\beta) = \frac{c \cos \phi \sin \beta \pm \sqrt{c^2 \cos^2 \phi + p c \sin 2\phi \cos \beta + p^2(\sin^2 \phi - \sin^2 \beta)}}{c \cos \phi \cos \beta + p(\sin \phi - \sin \beta)} \quad (114)$$

$$\tau_0 = \frac{p \sin \phi \sin(v_0 + \phi) + c \cos \phi \sin(v_0 + \phi - \beta)}{\sin(v_0 - \beta)} \quad (115)$$

I formel 114 skal det positive fortegn benyttes, når  $\tau$ ,  $c$  og  $\phi$  er positive, svarende til det såkaldt passive jordtryk. Det negative fortegn skal anvendes, når  $\tau$ ,  $c$  og  $\phi$  er negative, svarende til det såkaldt aktive jordtryk.

Vinklen,  $v_0$ , er den i afsnit 11.7 nævnte *statisk korrekte vinkel*.

Uanset om vinklen,  $v_0$ , er den statisk korrekte (zonebrud), eller det er den geometrisk bestemte vinkel (liniebrud), skal man altid, som vist af Brinch Hansen, benytte formel 115 til bestemmelse af spændingen,  $\tau_0$ .

## 11.9 Randbetingelse ved væggen

I et punkt, hvor en brudlinie møder en væg, kan der ligesom ved jordoverfladen opstilles en randbetingelse. I kontaktfladen mellem væggen og jorden virker det såkaldte jordtryk, der har en komponent,  $e$ , vinkelret på væggen og en komponent,  $f$ , parallel med væggen. Mellem  $e$  og  $f$  gælder en relation, der er analog med Coulomb's brudbetingelse:

$$f \leq a + e \tan \delta \quad (116)$$

$a$  benævnes *adhæsionen* mellem jorden og væggen, og  $\delta$  benævnes *vægfriktionsvinklen*. Hvis  $a = \delta = 0$  betegnes væggen som fuldstændig *glat*. Hvis  $a = c$  og  $\delta = \phi$  betegnes væggen fuldstændig *ru*. Lighedstegnet gælder, når jorden og væggen glider i forhold til hinanden. Ulighedstegnet gælder, såfremt der ingen glidning finder sted. Størrelserne  $a$ ,  $\delta$  og  $f$  skal regnes med fortegn efter følgende regel:

$a$ ,  $\delta$  og  $f$  er positive, når  $f$  virker nedad på jorden

I figur 38 er vist en elementartrekant mellem brudlinier ved væggen, hvis vinkel med lodret er  $\theta$ . Vinklen mellem brudlinieretningerne er som sædvanlig  $90^\circ \pm \phi$ . I brudlinierne AC og BC virker spændingerne,  $\sigma_1$  og  $\tau_1$ . Mellem væggen og





Af formel 118 findes den såkaldt *statisk korrekte vinkel*,  $v_1$ . Indsættes herefter formel 116 og 117 i projektligningen for projektion på akse 1, findes:

$$e = \frac{(\tau_1 - c) \cot \phi \cot(v_1 + \phi - \theta) + (\tau_1 + a)}{\cot(v_1 + \phi - \theta) - \tan \delta} \quad (119)$$

Under omtalen af randbetingelsen ved jordoverfladen, blev det nævnt, at det ikke altid er muligt at lade brudlinien møde grænsen under den statisk korrekte vinkel. Brinch Hansen har imidlertid vist ved sammenligning med ekstremmetoden, at uanset om vinklen,  $v_1$ , er den statisk korrekte eller den geometrisk bestemte, kan  $e$  findes af formel 119, der er bestemt af projektionen på akse 1, som danner vinklen,  $v_1 + \phi$ , med vandret.

Formlerne 118 og 119 kan forenkles, hvis man gør den rimelige antagelse, at:

$$\frac{a}{c} = \frac{\tan \delta}{\tan \phi} \quad (120)$$

Indsættes dette i formlerne 118 og 119, findes:

$$\cos(2v_1 + \phi + \delta - 2\theta) = \frac{\sin \delta}{\sin \phi} \quad (121)$$

$$e = \tau_1 \frac{\cos \delta \cos(v_1 - \theta)}{\sin \phi \cos(v_1 + \phi + \delta - \theta)} - c \cot \phi \quad (122)$$

Den statisk korrekte vinkel,  $v_1$ , findes herefter af formel 121. Normalenhedsjordtrykket,  $e$ , bestemmes af formel 122, uanset om  $v_1$  er den statisk korrekte eller den geometrisk bestemte vinkel.

Formlerne 121 og 122 er udledt under den forudsætning af, at der sker glidning mellem væggen og jorden. Er dette ikke tilfældet gælder ulighedstegnet i formel 116. Hvis væggen kun bevæger sig vinkelret på sin egen retning, vil brudlinien af kinematiske grunde møde væggen under en ret vinkel. Herved er vinklen,  $v_1$ , bestemt af:

$$v_1 = \theta \quad (123)$$

Indsættes formel 123 i formel 121, får man:

$$\delta = \psi - \phi \quad (124)$$

Vinklen,  $\psi$ , er bestemt af formel 76.

Normalenhedsstrykket bestemmes af formel 122, der reduceres til:

$$e = \tau_1 \cot(\psi - \phi) - c \cot \phi \quad (125)$$

I specialtilfældet *friktionsløs jord*,  $\phi = 0$ , må  $\sigma$  benyttes som variabel i stedet for  $\tau$  ved opstillingen af randbetingelserne. Dette giver følgende formler ved jordoverfladen:

$$\cos(2v_0 - 2\beta) = -\frac{p}{c} \sin \beta \quad (126)$$

$$\sigma_0 = \frac{p \sin v_0}{\sin(v_0 - \beta)} + c \cot(v_0 - \beta) \quad (127)$$

Ved væggen, når væggen og jorden glider i forhold til hinanden, fås:

$$\cos(2v_1 - 2\theta) = \frac{a}{c} \quad (128)$$

$$e = \sigma_1 + (c + a) \tan(v_1 - \theta) \quad (129)$$

Ved væggen, når der ikke sker glidning, findes:

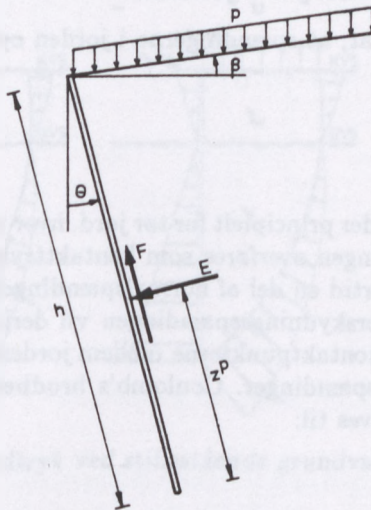
$$v_1 = \theta \quad (130)$$

$$a = c \quad (131)$$

$$e = \sigma_1 \quad (132)$$

Afslutningsvis skal nævnes de generelle definitioner, der gælder ved bestemmelsen af jordtrykket på en væg. I figur 39 er vist en væg, der har højden,  $h$ , målt langs med væggen. Væggens vinkel med lodret er som tidligere nævnt  $\theta$ . Det totale jordtryk på væggen er opløst i en komponent vinkelret på væggen og en komponent tangentielt til væggen. Det totale jordtryk angriber i højden,  $z^p$ , over væggens fodpunkt.  $z^p$  måles ligesom  $h$  langs med væggen. Vinklen,  $\beta$ , og belastningen,  $p$ , på jordoverfladen er omtalt i afsnit 11.8. For de øvrige størrelser gælder, at de skal regnes med fortegn efter følgende regler:

- $h$  er altid positiv
- $\theta$  er positiv, når jorden er overhængende
- $E$  er positiv, når den svarer til tryk mellem væggen og jorden
- $F$  er positiv, når den virker opad på væggen
- $z^p$  er positiv opad



Figur 39: Generelle definitioner ved jordtryk.

## 11.10 Laggrænser

I det foregående har det været en forudsætning, at jorden er homogen og isotrop. I mange praktiske problemer kan denne betingelse imidlertid ikke opfyldes. En typisk form for inhomogenitet forekommer i forbindelse med laggrænser. Af kinematiske grunde må brudlinierne flugte ved passage af laggrænsen. Ved passage af en laggrænse kan følgende tilfælde forekomme:

1. De to jordlag har samme friktionsvinkel,  $\phi$ , og samme kohæsion,  $c$ , men forskellig rumvægt. Et sådant tilfælde vil være typisk ved passage af et grundvandsspejl. Her må det gælde, at forskydningsspændingen er den samme under og over laggrænsen:

$$\tau_2 = \tau_1 \quad (133)$$

2. De to jordlag har samme friktionsvinkel,  $\phi$ , men forskellig kohæsion,  $c$ . I dette tilfælde kan følgende overgangsbetingelse udledes:

$$\tau_2 = \tau_1 + (c_2 - c_1) \frac{\cos \phi \sin(v + \phi - \beta)}{\sin(v - \beta)} \quad (134)$$

Her er  $\beta$  laggrænsens vinkel med vandret.

3. De to jordlag har forskellig friktionsvinkel,  $\phi$ . I dette tilfælde kan ingen entydig overgangsbetingelse bestemmes for en kinematisk mulig brudfigur. Vi skal senere i kapitel 12 se, hvordan man i praksis klarer dette problem.

## 11.11 Virkning af vandtryk i jorden

I det foregående er det forudsat, at spændingerne i jorden opfylder Coulomb's brudbetingelse:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (135)$$

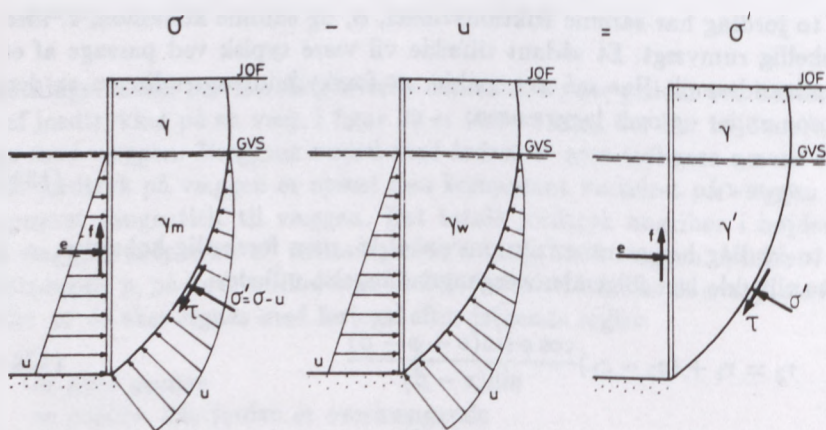
Coulomb's brudbetingelse gælder principielt for tør jord, hvor både normalspændingen og forskydningsspændingen overføres som kontaktryk mellem kornene. Som bekendt, overføres imidlertid en del af normalspændingen gennem vandet, når jorden er vandmættet. Forskydningsspændingen vil derimod også i vandmættet jord alene overføres i kontaktpunkterne mellem jordens korn, da vandet ikke kan optage forskydningsspændinger. Coulomb's brudbetingelse for vandmættet jord må derfor omskrives til:

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi' \quad (136)$$

Da den totale normalspænding er,  $\sigma = \sigma' + u$ , kan formel 136 skrives:

$$\tau = c' + (\sigma - u) \tan \phi' \quad (137)$$

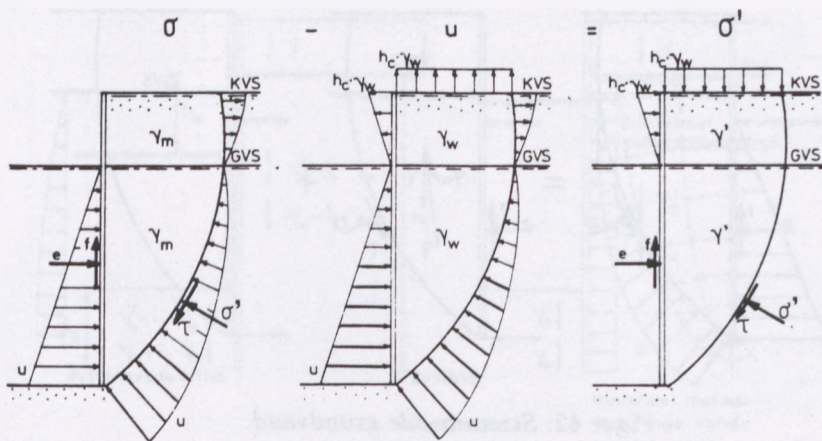
Jordtrykket er, som det fremgår af de tidligere afsnit, alene bestemt ved kontaktrykket mellem kornene, den såkaldt effektive spænding. Vi skal i det følgende ved hjælp af nogle eksempler se, hvordan det kan lade sig gøre at udskille den neutrale spænding.



Figur 40: Vandtryk ved stillestående grundvand.

I figur 40 er vist et tilfælde med stillestående grundvand. Jorden forudsættes ikke at være i besiddelse af kapillaritet. I midten er vist de vandtryk, der bevirker,





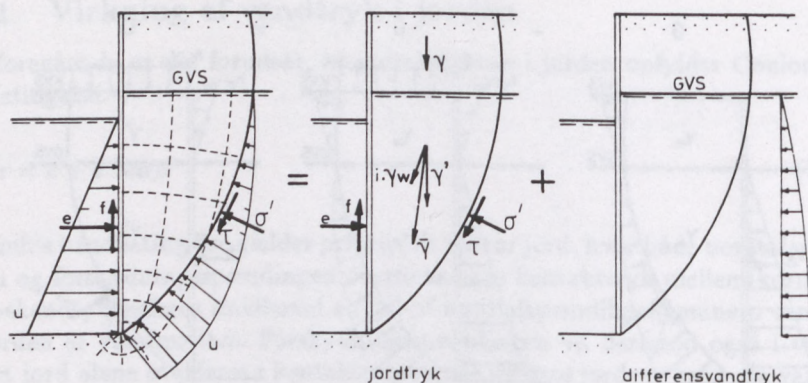
Figur 41: Vandtryk ved stillestående grundvand med kapillaritet.

at vandlegemet mellem brudlinien og væggen er i ligevægt. Da vandlegemet er i ligevægt, er det tilladt at subtrahere kraftsystemet i midten fra det oprindelige system til venstre i figuren. Resultatet fremgår af skitsen til højre i figuren. Der kan ved jordtryksberegningen derfor åbenbart *ses bort fra alle vandtryk, når der under grundvandspejlet regnes med den for opdrift reducerede rumvægt,  $\gamma'$* .

Hvis jorden over grundvandspejlet er i besiddelse af kapillaritet, er det i figur 41 illustreret, hvordan man udskiller den neutrale spænding. Forholdene under grundvandspejlet er de samme som beskrevet i forbindelse med figur 40. For at kunne subtrahere et vandlegeme i ligevægt, må man som vist i figur 41 i midten tilføje en fiktiv opadrettet belastning i kapillarvandspejlet af størrelsen,  $\gamma_w h_c$ . Ligeledes må i vandret retning tilføjes den viste fiktive trekantlast, hvis trykkoordinat i kapillarvandspejlet er  $\gamma_w h_c$ . I figuren er til højre vist resultatet efter subtraktionen. Det fremgår heraf, at der ved jordtryksberegningen kan *ses bort fra vandtrykkene, når der overalt under kapillarvandspejlet regnes med jordens reducerede rumvægt,  $\gamma'$ , og når der tilføjes en ensfordelt belastning,  $\gamma_w h_c$ , i kapillarvandspejlet samt den viste indadrettede trekantlast imellem grundvandspejlet og kapillarvandspejlet*.

I tilfælde af strømmende grundvand, må der principielt først konstrueres et strømnet til bestemmelse af den neutrale spænding,  $u$ .

Som illustreret i figur 42 i midten er det bevægelige jordlegeme i dette tilfælde påvirket af de samme kræfter som ved stillestående grundvand plus strømkræften,  $i\gamma_w$ . Da strømkræften normalt varierer fra punkt til punkt, vil den effektive rumvægt, der er den vektorielle sum af  $i\gamma_w$  og  $\gamma'$ , også variere gennem jorden. I de foregående afsnit har det været en forudsætning, at rumvægten er konstant, hvorfor de udledte formler vanskeligt lader sig anvende i dette tilfælde.



Figur 42: Strømmende grundvand.

Den generelle brudteori kan dog med god tilnærmelse benyttes, hvis strømkraftene er nogenlunde konstante og parallelle, idet man da blot tænker sig hele systemet drejet således, at den effektive rumvægt bliver lodret.

Såfremt strømmingen er lodret og parallel, kan teorien umiddelbart anvendes, idet man da overalt under grundvandspejlet skal regne med den effektive rumvægt bestemt af:

$$\gamma' = (\gamma_m - \gamma_w) \pm i\gamma_w \quad (138)$$

Er jorden over grundvandspejlet i besiddelse af kapillaritet, skal man ud over strømkraften regne med de samme kapillartryk som vist til højre i figur 41.

De omtalte beregningsprincipper i tilfælde af strømmende grundvand har kun drejet sig om bestemmelsen af jordtrykket. Der må naturligvis ved beregningen af den samlede påvirkning på væggen tages hensyn til differensvandtrykket som vist til højre i figur 42.

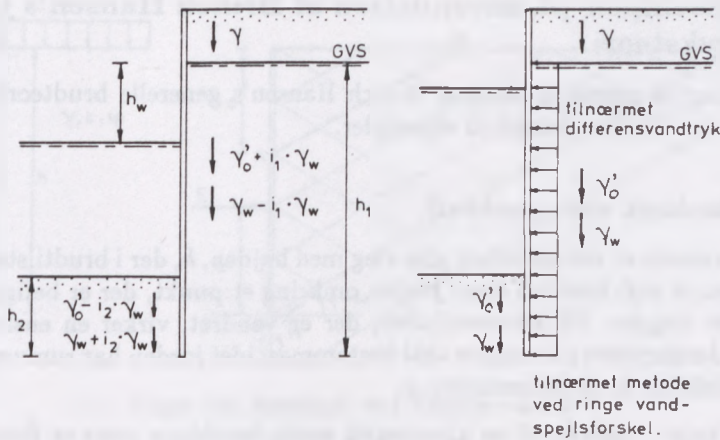
Endelig skal omtales to tilnærmede metoder, der ofte anvendes i praksis ved strømmende grundvand.

Hvis jorden er homogen, kan man som tilnærmelse benytte en metode, der er angivet af Bent Hansen, ref. [17].

Jordens effektive rumvægt på henholdsvis bagsiden og forsiden af væggen kan findes af, se figur 43:

$$\gamma' = \gamma'_0 + i_1\gamma_w = \gamma'_0 + 0,7 \frac{h_w}{h_1 + \sqrt{h_1 h_2}} \gamma_w \quad (\text{bagsiden}) \quad (139)$$

$$\gamma' = \gamma'_0 - i_2\gamma_w = \gamma'_0 - 0,7 \frac{h_w}{h_2 + \sqrt{h_1 h_2}} \gamma_w \quad (\text{forsiden}) \quad (140)$$



Figur 43: Tilnærmede metoder ved strømmende grundvand.

Her er  $\gamma'_0 = \gamma_m - \gamma_w$ .

Vandtrykket på væggenes to sider forudsættes at være hydrostatisk fordelt, idet vandets "effektive" rumvægt på henholdsvis højre og venstre side forudsættes at være:

$$\gamma'_w = \gamma_w - i_1 \gamma_w \quad (141)$$

$$\gamma'_w = \gamma_w + i_2 \gamma_w \quad (142)$$

Hvis vandspejlsforskellen er ringe, vælges ofte i praksis som tilnærmelse simpelt hen at regne med jordens reducerede rumvægt,  $\gamma'$ , overalt under grundvandspejlet. Samtidig forudsættes vandtrykket hydrostatisk fordelt med rumvægten,  $\gamma_w$ . Til højre i figur 43 er princippet vist.

## 11.12 Sikkerhedsfastlæggelse

Ved jordtryksberegning indføres sikkerhedsfaktorer på samme måde som for de fleste andre geotekniske konstruktioner, nemlig ved anvendelse af *partialkoefficienter*. Det vil sige, beregningen gennemføres i det *regningsmæssige brudstadium*. Konstruktionen skal da mindst gives sådanne dimensioner, at der er ligevægt i det regningsmæssige brudstadium. Med hensyn til valg af partialkoefficienter henvises til Funderingsnormen.



### 11.13 Eksempler på anvendelsen af Brinch Hansen's jordtryksteori

Som afslutning på gennemgangen af Brinch Hansen's generelle brudteori, skal dens anvendelse illustreres med to eksempler.

#### 11.13.1 Jordtryk ved zonebrud

I figur 44 til venstre er vist en lodret glat væg med højden,  $h$ , der i brudtilstanden drejer sig som et stift hele ind imod jorden omkring et punkt, der er beliggende et sted under væggen. På jordoverfladen, der er vandret, virker en ensfordelt nyttelast,  $p$ . Jordtrykket på væggen skal bestemmes, idet jorden har rumvægten,  $\gamma$ , friktionsvinklen,  $\phi$ , og kohæsionen,  $c$ .

Som vist til højre i figuren vil en kinematisk mulig brudfigur være et Rankine-brud. Ved indsættelse i formlerne fra de foregående afsnit kan det resulterende jordtryk umiddelbart bestemmes. I dette eksempel vil vi imidlertid bestemme jordtrykket i følgende *specialtilfælde*, hvorefter vi ved superposition finder det resulterende jordtryk.

1. Kohæsionsløs, ubelastet jord,  
 $\phi \neq 0$ ,  $\gamma > 0$  og  $p = c = 0$
2. Vægtløs, kohæsionsløs jord,  
 $\phi \neq 0$ ,  $p > 0$  og  $\gamma = c = 0$
3. Vægtløs, ubelastet jord,  
 $\phi \neq 0$ ,  $c \neq 0$  og  $p = \gamma = 0$

Ifølge de generelle definitioner i afsnit 11.4 har man:

$\beta = \theta = 0$ , da jordoverfladen er vandret og væggen lodret.

$a = \delta = 0$ , da væggen er glat.

$\phi$  positiv, da forskydningsspændingen virker i retning fra punkt 0 mod punkt 1.

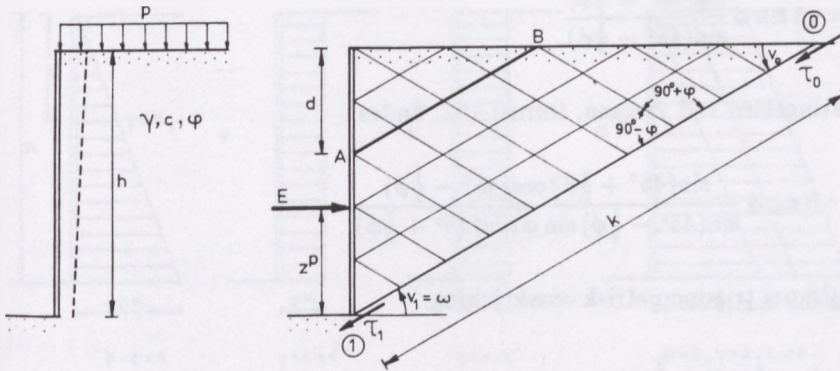
$\omega$  positiv, da korden falder i retning fra punkt 0 mod punkt 1.

$\alpha = 0$ , da brudlinien er ret.

I *specialtilfælde 1* findes, idet vi betragter den nederste begrænsningsbrudlinie i R-bruddet:

Den statisk korrekte vinkel,  $v_0$ , er bestemt af randbetingelsen ved jordoverfladen, formel 114. Da  $\beta = p = c = 0$ , fås:





Figur 44: Jordtryk ved Rankine-brud.

$$\tan(v_0 + \frac{1}{2}\phi) = \frac{0 + \sqrt{0 + 0 + p^2 \sin^2 \phi}}{p \sin \phi} = 1$$

$$v_0 = 45^\circ - \frac{1}{2}\phi$$

Forskydningsspændingen,  $\tau_0$ , i punkt 0 findes af formel 115:

$$\tau_0 = 0$$

Den statisk korrekte vinkel,  $v_1$ , findes af randbetingelsen ved væggen, formel 121.

Da  $\delta = 0$ , fås:

$$\cos(2v_1 + \phi) = 0$$

$$v_1 = 45^\circ - \frac{1}{2}\phi$$

Af formel 80 fås, da  $\alpha = 0$ :

$$\omega = v_1 = 45^\circ - \frac{1}{2}\phi$$

Forskydningsspændingen,  $\tau_1$ , i punkt 1 findes af formel 100:

$$\tau_1 = \gamma k \sin \phi \sin(45^\circ - \frac{1}{2}\phi + \phi) + 0$$

Indsættes heri,  $k = h / \sin \omega$ , fås:

$$\tau_1 = \gamma h \sin \phi \frac{\sin(45^\circ + \frac{1}{2}\phi)}{\sin(45^\circ - \frac{1}{2}\phi)}$$

Af randbetingelsen ved væggen, formel 122, findes:

$$e = \gamma h \sin \phi \frac{\sin(45^\circ + \frac{1}{2}\phi) \cos(45^\circ - \frac{1}{2}\phi)}{\sin(45^\circ - \frac{1}{2}\phi) \sin \phi \cos(45^\circ + \frac{1}{2}\phi)}$$

Eller ved simpel trigonometrisk omskrivning:

$$e = \gamma h \tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\phi) \quad (143)$$

Sættes  $\tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\phi) = K_\gamma$ , bliver:

$$e = \gamma h K_\gamma \quad (144)$$

Da der fra ethvert punkt på væggen udgår en brudlinie under vinklen,  $v_1 = \omega$ , kan enhedsjordtrykket åbenbart bestemmes i alle punkter på væggen. Havde vi i stedet for begrænsningsbrudlinien betragtet brudlinien AB, der udgår fra væggen i dybden,  $d$ , under jordoverfladen, ville vi have fundet et enhedsjordtryk i punkt A, der kan bestemmes af formel 144 ved at indsætte  $d$  for  $h$ :

$$e = \gamma d K_\gamma \quad (145)$$

Ved væggens toppunkt må enhedsjordtrykket være nul, og det må i øvrigt variere retliniet mellem denne værdi og værdien,  $\gamma h K_\gamma$ , ved væggens fodpunkt. Fordelingen er vist til venstre i figur 45.

Det totale jordtryk i specialtilfælde 1 bliver da:

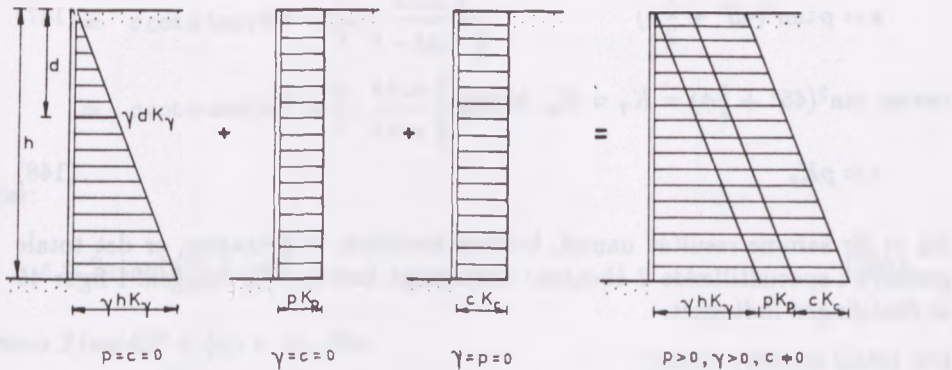
$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_\gamma \quad (146)$$

angribende i højden,  $z^p = \frac{1}{3}h$ , over væggens fodpunkt.

I *specialtilfælde 2* findes:

Den statisk korrekte vinkel,  $v_0$ , formel 114, bliver, da  $\beta = c = 0$ :

$$\tan(v_0 + \frac{1}{2}\phi) = \frac{\sqrt{0 + 0 + p^2 \sin^2 \phi}}{p \sin \phi} = 1$$



Figur 45: Jordtryksfordeling ved passivt zonebrud.

$$v_0 = 45^\circ - \frac{1}{2}\phi$$

Forskydningsspændingen i punkt 0 findes af formel 115:

$$\tau_0 = \frac{p \sin \phi \sin(45^\circ - \frac{1}{2}\phi + \phi) + 0}{\sin(45^\circ - \frac{1}{2}\phi)}$$

Eller:

$$\tau_0 = p \sin \phi \frac{\sin(45^\circ + \frac{1}{2}\phi)}{\sin(45^\circ - \frac{1}{2}\phi)}$$

Den statisk korrekte vinkel,  $v_1$  bestemmes af formel 121:

$$v_1 = \omega = 45^\circ - \frac{1}{2}\phi$$

Forskydningsspændingen i punkt 1 findes af formel 100. Da  $\gamma = 0$ , fås:

$$\tau_1 = \tau_0$$

Af formel 122 findes da:

$$e = p \sin \phi \frac{\sin(45^\circ + \frac{1}{2}\phi) \cos(45^\circ - \frac{1}{2}\phi)}{\sin(45^\circ - \frac{1}{2}\phi) \sin \phi \cos(45^\circ + \frac{1}{2}\phi)}$$

Eller ved en trigonometrisk omskrivning:

$$e = p \tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\phi) \quad (147)$$

sættes  $\tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\phi) = K_\gamma = K_p$ , bliver:

$$e = pK_p \quad (148)$$

Da vi får samme resultat uanset, hvilken brudlinie vi betragter, er det totale jordtryk i specialtilfælde 2 åbenbart ensformigt fordelt over væggen. I figur 45 er fordelingen indtegnet.

Det totale jordtryk bliver:

$$E = phK_p \quad (149)$$

angribende i højden,  $z^p = \frac{1}{2}h$ , over væggens fodpunkt.

I *specialtilfælde 3* findes tilsvarende:

$$v_0 = \arctan \frac{\sqrt{c^2 \cos^2 \phi}}{c \cos \phi} - \frac{1}{2}\phi = 45^\circ - \frac{1}{2}\phi$$

$$v_1 = \omega_0 = 45^\circ - \frac{1}{2}\phi$$

$$\tau_0 = \frac{c \cos \phi \sin(45^\circ + \frac{1}{2}\phi)}{\sin(45^\circ - \frac{1}{2}\phi)}$$

$$\tau_1 = \tau_0$$

$$e = \frac{c \cos \phi \sin(45^\circ + \frac{1}{2}\phi) \cos(45^\circ - \frac{1}{2}\phi)}{\sin(45^\circ - \frac{1}{2}\phi) \sin \phi \cos(45^\circ + \frac{1}{2}\phi)} - c \cot \phi$$

Ved trigonometrisk omskrivning fås:

$$\begin{aligned} e &= c \cot \phi (\tan^2(45^\circ + \frac{\phi}{2}) - 1) \\ &= c \cot \phi \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \frac{\tan^2(45^\circ + \frac{\phi}{2}) - 1}{\tan(45^\circ + \frac{\phi}{2})} \\ &= c \cot \phi \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \frac{\frac{(1+\tan \frac{\phi}{2})^2}{(1-\tan \frac{\phi}{2})^2} - 1}{\frac{1+\tan \frac{\phi}{2}}{1-\tan \frac{\phi}{2}}} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= c \cot \phi \tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) \frac{4 \tan \frac{\phi}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\phi}{2}} \\
 &= c \cot \phi \tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) \frac{4 \tan \frac{\phi}{2}}{2 \tan \frac{\phi}{2}} \tan \phi
 \end{aligned}$$

Eller:

$$e = 2c \tan\left(45^\circ + \frac{1}{2}\phi\right) \quad (150)$$

Sættes  $2 \tan\left(45^\circ + \frac{1}{2}\phi\right) = K_c$ , fås:

$$e = cK_c \quad (151)$$

Ligesom i tilfælde 2 må totaljordtrykket i specialtilfælde 3 være ensformigt fordelt over væggen. I figur 45 er fordelingen vist.

Det totale jordtryk bliver:

$$E = chK_c \quad (152)$$

angribende i højden,  $z^p = \frac{1}{2}h$ , over væggens fodpunkt.

Det totale jordtryk i det generelle tilfælde, hvor  $\phi \neq 0$ ,  $c \neq 0$ ,  $p > 0$  og  $\gamma > 0$ , findes ved superposition og er vist til højre i figur 45.

$$E = \frac{1}{2}\gamma h^2 K_\gamma + phK_p + chK_c \quad (153)$$

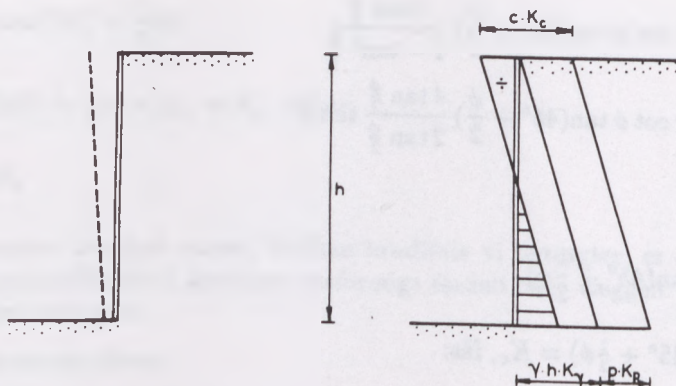
Enhedsjordtrykket i dybden,  $d$ , bliver:

$$e = \gamma d K_\gamma + p K_p + c K_c \quad (154)$$

Hvis væggen i brudtilstanden drejer sig mod uret omkring et punkt under væggen, kan jordtrykket bestemmes ved en analog beregning. Den brudfigur, der optræder, er vist øverst til venstre i figur 29.

Jordtrykket kan således fortsat bestemmes af formlerne 153 og 154, idet koefficienterne,  $K_\gamma$ ,  $K_p$  og  $K_c$ , er bestemt af de tidligere fundne udtryk. Ved beregningen er  $\tau$ ,  $c$  og  $\phi$  *negative*, da det bevægelige jordlegeme glider nedad. Dette betyder, at  $c$ -leddet bliver negativt på en del af væggen som vist i figur 46. Da et negativt jordtryk svarer til, at der skal overføres trækspændinger mellem væggen og jorden, vil man i praksis se bort fra dette jordtryk og kun regne med det skraverede jordtryk i figuren.

I kapitel 12 skal vi se, at vi ved anvendelse af ekstremmetoden på det samme eksempel får samme resultat.



Figur 46: Jordtryksfordeling ved aktivt zonebrud.

### 11.13.2 Jordtryk ved liniebrud

Vi skal beregne jordtrykket på den i figur 47 viste lodrette væg, hvis højde er 10 m. Væggen kan i brudtilstanden forudsættes at dreje sig med uret om et punkt, der ligger i højden  $\rho h = 9$  m over væggen fodpunkt. Væggen forudsættes fuldstændig ru. Jordoverfladen, der er vandret, kan regnes ubelastet.

Jorden er sand med  $\phi = 30^\circ$  ( $c = 0$ ), og  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ .

En kinematisk mulig brudfigur er et konkavt, cirkulært liniebrud med centrum beliggende et sted på en vandret linie gennem væggen omdrejningspunkt.

Per definition har man:

$\theta = \beta = 0$ , da væggen er lodret og jordoverfladen vandret.

$p = c = 0$ , da jorden er ubelastet og kohæsionsløs.

$\phi = -30^\circ$ , da forskydningsspændingen på det bevægelige jordlegeme virker i retning fra punkt 1 mod punkt 0.

$\delta = \phi$ , da væggen er ru.

$\alpha$  positiv, da brudcirklen er opad konkav.

$\omega$  positiv, da jorden falder i retning fra punkt 0 mod punkt 1.

Ved beregningen af jordtrykket skal følgende procedure anvendes:

1. Bestemmelse af brudcirkelens centrum på normalen gennem væggen omdrejningspunkt.



$$\tau_0 = 0$$

For at kunne opstille den anden ligning i  $\alpha$  og  $\omega$  er det nødvendigt at bestemme glidelegemet's egenvægt. Ved geometrisk betragtning findes:

$$G = \frac{1}{2}\gamma h k \cos \omega + \frac{1}{2}\gamma r^2(2\alpha - \sin 2\alpha)$$

Indsættes heri:

$$r = \frac{k}{2 \sin \alpha} \quad \text{og} \quad h = k \sin \omega$$

findes ved trigonometrisk omskrivning:

$$G = \frac{1}{4}\gamma k^2 \sin 2\omega + \frac{1}{8}\gamma k^2(2\alpha(1 + \cot^2 \alpha) - 2 \cot \alpha)$$

Eller:

$$G = \gamma k^2 \left[ \frac{1}{4} \sin 2\omega + \frac{1}{4}(\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha) \right]$$

Indsættes heri  $N_0^y$  bestemt af formel 108, fås:

$$G = \gamma k^2 \left( N_0^y + \frac{1}{4} \sin 2\omega \right) \quad (157)$$

$N$  og  $T$  findes af formlerne 88 og 89. Da  $\tau_0 = c = 0$ , fås:

$$N = \gamma k^2 (N^x \sin \omega + N^y \cos \omega)$$

$$T = \gamma k^2 (T^x \sin \omega + T^y \cos \omega)$$

Det bevægelige jordlegemes ligevægt ved projektion af samtlige kræfter på en linie vinkelret på jordtryksresultanten,  $E \sec \delta$ , bliver herefter:

$$-N \cos(180^\circ - (\delta + \omega)) - T \sin(180^\circ - (\delta + \omega)) - G \cos \delta = 0$$

Eller:

$$N \cos(\delta + \omega) - T \sin(\delta + \omega) - G \cos \delta = 0$$



Indsættes heri udtrykkene for  $N$ ,  $T$  og  $G$  samt  $\delta = \phi = -30^\circ$ , fås:

$$\begin{aligned} & \gamma k^2 [(N^x \sin \omega + N^y \cos \omega) \cos(\omega - 30^\circ) \\ & - (T^x \sin \omega + T^y \cos \omega) \sin(\omega - 30^\circ) \\ & - (N_o^y + \frac{1}{4} \sin 2\omega) \cos(-30^\circ)] = 0 \end{aligned} \quad (158)$$

Da  $N^x$ ,  $N^y$ ,  $T^x$ ,  $T^y$  og  $N_o^y$  kun er afhængige af  $\alpha$  og  $\phi$ , er formel 158 en ligning i de ubekendte  $\alpha$  og  $\omega$ .

Ved løsning af ligningerne, formel 155 og formel 158, er det herefter muligt at bestemme de ubekendte,  $\alpha$  og  $\omega$ . Da en direkte løsning af ligningerne er relativt kompliceret, løses ligningerne lettest på følgende måde:

1. En værdi af  $\alpha$  gættes, og ved indsættelse i formel 155 findes den tilhørende værdi af  $\omega$ .
2. Værdierne for konstanterne,  $N^x$ ,  $N^y$ ,  $T^x$ ,  $T^y$  og  $N_o^y$ , beregnes af formlerne 91 og 92, 94 og 95, samt 108, hvorefter det kontrolleres om ligevægtsbetingelsen, formel 158, er opfyldt. Er dette ikke tilfældet, må  $\alpha$  gættes om, indtil ligevægtsligningen er tilfredsstillet.

I det aktuelle tilfælde gættes efter flere forsøg  $\alpha = 29,5^\circ$ . Formel 155 giver da:

$$\omega = \arctan \frac{\cot 29,5^\circ}{2 \cdot \frac{9,0}{10,0} - 1} = 65,7^\circ$$

Med  $\alpha = 29,5^\circ$  og  $\phi = -30^\circ$  findes da:

$$N^x = 0,2651 \quad N^y = -0,0978 \quad T^x = -0,2005 \quad T^y = 0,0929$$

Samt for  $\alpha = 29,5^\circ$  og  $\phi = 0$ :

$$N_o^y = 0,0890$$

Indsættes i formel 158, fås:

$$\begin{aligned} & (0,2651 \sin 65,7^\circ - 0,0978 \cos 65,7^\circ) \cos(65,7^\circ - 30^\circ) \\ & - (-0,2005 \sin 65,7^\circ + 0,0929 \cos 65,7^\circ) \sin(65,7^\circ - 30^\circ) \\ & - (0,0890 + 0,2500 \sin 131,4^\circ) \cos 30^\circ = 0,001 \sim 0 \end{aligned}$$

Det vil sige, at  $\alpha = 29,5^\circ$  og  $\omega = 65,7^\circ$  tilfredsstiller ligevægtsligningen.

### Bestemmelse af jordtryksresultantens størrelse

Ved at projicere samtlige kræfter på væggens normal - i det aktuelle tilfælde vandret - fås:

$$E = N \sin \omega + T \cos \omega \quad (159)$$

Indsættes udtrykkene for  $N$  og  $T$ , fås idet,  $c = p = 0$ :

$$E = \gamma k^2 (N^x \sin \omega + N^y \cos \omega) \sin \omega + \gamma k^2 (T^x \sin \omega + T^y \cos \omega) \cos \omega$$

Heri indsættes,  $h = k \sin \omega$ , og man får:

$$E = \gamma \frac{h^2}{\sin^2 \omega} [(N^x \sin \omega + N^y \cos \omega) \sin \omega + (T^x \sin \omega + T^y \cos \omega) \cos \omega] \quad (160)$$

Indsættes heri, fås:

$$\begin{aligned} E &= 18 \frac{10,0^2}{\sin^2 65,7^\circ} [(0,2651 \sin 65,7^\circ - 0,0978 \cos 65,7^\circ) \sin 65,7^\circ \\ &\quad + (-0,2005 \sin 65,7^\circ + 0,0929 \cos 65,7^\circ) \cos 65,7^\circ] \\ &= 267 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Tangentialjordtrykket bliver:

$$F = E \tan \delta = 267 \tan(-30^\circ) = -154 \text{ kN/m}$$

### Bestemmelse af jordtryksresultantens beliggenhed

Ved moment af samtlige kræfter om væggens fodpunkt findes:

$$Ez^p = \frac{1}{2} kN - M_R - M_G \quad (161)$$

Da  $\tau_o = 0$ , findes af formel 90:

$$M_R = \gamma k^3 (M^x \sin \omega + M^y \cos \omega)$$

Momentet,  $M_G$ , af glidelegemet findes geometrisk at være:

$$M_G = \frac{1}{12} \gamma k^3 \sin 2\omega \cos \omega + \frac{1}{12} \gamma k^3 \sin \omega + \frac{1}{8} \gamma k^3 (\alpha + \alpha \cot^2 \alpha - \cot \alpha) (\cos \omega - \sin \omega \cot \alpha)$$

Indsættes heri  $N_o^y$  bestemt af formel 108, fås:

$$M_G = \gamma k^3 \left[ \frac{1}{12} (\sin 2\omega \cos \omega + \sin \omega) + \frac{1}{2} N_o^y (\cos \omega - \sin \omega \cot \alpha) \right] \quad (162)$$

Indsættes udtrykkene for  $N$ ,  $M_R$  og  $M_G$  i formel 161, fås:

$$Ez^p = \gamma k^3 \left[ \frac{1}{2} N^x \sin \omega + \frac{1}{2} N^y \cos \omega - M^x \sin \omega - M^y \cos \omega - \frac{1}{12} (\sin 2\omega \cos \omega + \sin \omega) - \frac{1}{2} N_o^y (\cos \omega - \sin \omega \cot \alpha) \right] \quad (163)$$

Med  $\alpha = 29,5^\circ$  og  $\phi = -30^\circ$ , findes af formel 97 og 98:

$$M^x = 0,0029 \quad M^y = -0,0122$$

Indsættes disse værdier sammen med de tidligere fundne i formel 163, findes:

$$\begin{aligned} Ez^p &= 18 \frac{10^3}{\sin^3 65,7^\circ} \left[ \frac{1}{2} \cdot 0,2651 \sin 65,7^\circ - \frac{1}{2} \cdot 0,0978 \cos 65,7^\circ \right. \\ &\quad - 0,0029 \sin 65,7^\circ + 0,0122 \cos 65,7^\circ \\ &\quad - \frac{1}{12} (\sin 131,4^\circ \cos 65,7^\circ + \sin 65,7^\circ) \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot 0,0890 (\cos 65,7^\circ - \sin 65,7^\circ \cot 29,5^\circ) \right] \\ &= 1303 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

Angrebspunktets højde over fodpunktet bliver da:

$$z^p = \frac{Ez^p}{E} = \frac{1303}{267} = 4,88 \text{ m}$$

Det totale jordtryk på væggen bliver således:

$$E = 267 \text{ kN/m} \quad \text{og} \quad F = -154 \text{ kN/m}$$

Jordtryksresultanten angriber væggen i højden,  $z^P = 4,88 \text{ m}$ , over væggens fodpunkt.

Da det kun er muligt at bestemme enhedsjordtrykket i et punkt, hvor en brudlinie møder væggen, kan vi åbenbart ikke i dette tilfælde angive jordtrykkets fordeling over væggen.

I kapitel 12 skal omtales en jordtryksfordeling, der som tilnærmelse er foreslået af Brinch Hansen.



## 12 Jordtryk

### 12.1 Indledning

Ved jordtryk forstås de kræfter der overføres i kontaktfladen mellem en konstruktion og den tilgrænsende jordmasse. Dette betyder ifølge definitionen, at også de kræfter, der overføres mellem vandrette eller næsten vandrette flader og jorden, er jordtryk. Man vælger imidlertid for vandrette eller næsten vandrette kontaktflader betegnelsen *fundamentstryk*. Ved *jordtryk* skal derfor i det følgende forstås de kræfter, der overføres mellem lodrette eller næsten lodrette kontaktflader og jorden. Disse kontaktflader kaldes *vægge*. Ved en væg forstås en konstruktion, der danner indfatning for en jordmasse, hvis overflade er vandret eller næsten vandret.

I det følgende skal betegnelsen jordtryk, hvor intet andet er nævnt, kun anvendes i forbindelse med en fuldt udviklet brudtilstand i jorden, idet det samtidig er en forudsætning, at der ikke opstår brud i selve væggen. En undtagelse herfra, er dog de tilfælde, hvor der dannes et eller flere flydecharnierer (flydeled) i væggen.

Jordtrykket vil med hensyn til både størrelse, retning og fordeling være afhængig af væggens bevægelse i brudtilstanden. Da væggen i almindelighed er elastisk, vil den i brudtilstanden dreje sig om et punkt, der sædvanligvis vil ligge i væggens plan. Jordtrykket vil derfor være afhængig af drejningspunktets beliggenhed.

Ved dimensioneringen af en jordtrykspåvirket konstruktion må man først bestemme væggens bevægelse, den såkaldte brudmåde. Brudmåden skal som tidligere nævnt være såvel kinematisk som statisk mulig. Herefter må man principielt bestemme den eller de brudfigurer, der – afhængig af brudmåden – kan optræde i den tilgrænsende jordmasse. Brudfiguren skal ligeledes være kinematisk og statisk mulig, se afsnit 11.3. Jordtrykket kan da bestemmes ved anvendelse af ligevægtsmetoden eller i specielle tilfælde ved anvendelsen af ekstremmetoden, se afsnit 11.7.

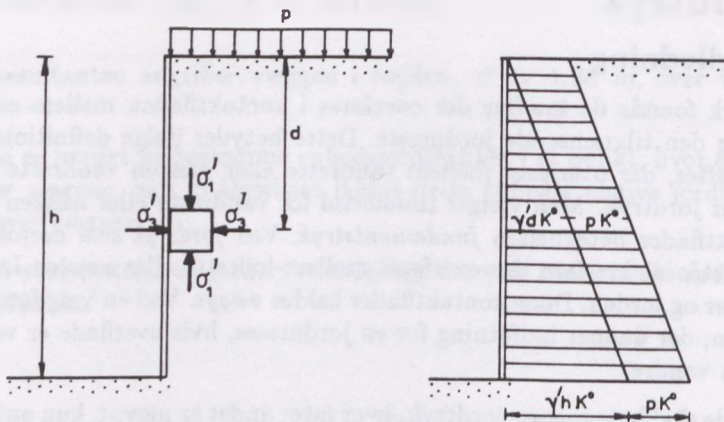
I praksis vil det dog sjældent være nødvendigt at beskæftige sig med brudfigurer. I det vigtige tilfælde lodret væg og vandret jordoverflade kan jordtrykket eksempelvis bestemmes direkte ved anvendelsen af færdige diagrammer.

### 12.2 Hviletryk

I forbindelse med figur 26 blev omtalt den såkaldte *hviletilstand*, der vil forekomme i en homogen jordmasse med vandret overflade.

I dybden,  $d$ , under overfladen vil den lodrette effektive spænding være den effektive første hovedspænding bestemt af:

$$\sigma'_1 = \gamma' d \quad (164)$$



Figur 48: Hviletryk på ueftergivelig væg.

Tilsvarende vil den vandrette effektive spænding være den effektive tredje hovedspænding bestemt af:

$$\sigma'_3 = \sigma'_1 K^0 = \gamma' d K^0 \quad (165)$$

$K^0$  er den såkaldte *hviletrykskoefficient*, der på grundlag af forsøg empirisk kan udtrykkes:

$$K^0 = 1 - \sin \phi_{tr} \sim 1 - 0,9 \sin \phi_{pl} \quad (166)$$

Anbringes som vist i figur 48 en lodret ueftergivelig væg på en sådan måde, at jorden bag væggen overhovedet ikke forstyrres, vil væggen være påvirket af det såkaldte *hviletryk*, der per arealenhed i dybden,  $d$ , er:

$$e^0 = \sigma'_3 = \gamma' d K^0 \quad (167)$$

Er jordoverfladen belastet med en ensfordelt nyttelast,  $p$ , fås:

$$e^0 = (\gamma' d + p) K^0 \quad (168)$$

I figur 48 er jordtryksfordelingen vist. Det fremgår heraf, at  $\gamma$ -leddet er trekantformigt fordelt og  $p$ -leddet ensformigt fordelt.

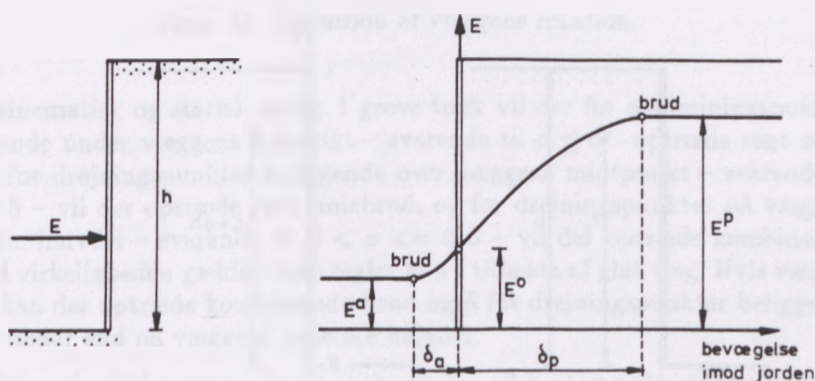
Det resulterende hviletryk bliver:

$$E^0 = \frac{1}{2} \gamma' h^2 K^0 + p h K^0 \quad (169)$$

### 12.3 Aktivt og passivt jordtryk

Det i foregående afsnit omtalte hviletryk vil i virkeligheden meget sjældent forekomme, da det kræver, at væggen er ueftergivelig. I praksis vil man kunne regne med hviletryk på eksempelvis støttemure på fjeld, lukkede tunneltværsnit samt kældervægge. Se endvidere kapitel 14.

I almindelighed vil væggen få en bevægelse, hvorved der sker en ændring af spændingstilstanden i jorden bag væggen. Ved bevægelsen vil således både hovedspændingernes retning og størrelse ændres. For en vis bevægelse af væggen vil jordtrykket nå en grænseværdi svarende til en fuldt udviklet brudtilstand i den tilgrænsende jordmasse.



Figur 49: Jordtrykkets afhængighed af væggenes bevægelse.

I figur 49 er vist den samme væg som i figur 48. Væggen forudsættes glat. Såfremt væggen er ueftergivelig, vil den som tidligere nævnt være påvirket af hviletryk.

Hvis væggen parallelforskydes væk fra den tilgrænsende jordmasse, vil jordtrykket som vist i figur 49 til højre falde i forhold til hviletrykket. For en bevægelse,  $\delta_a$ , af størrelsesordenen 1:1000 af væghøjden vil jordtrykket nå en minimumsværdi, det såkaldt aktive jordtryk,  $E^a$ , der svarer til en fuldt udviklet brudtilstand i jorden bag væggen.

Hvis væggen omvendt parallelforskydes ind mod jorden, vil jordtrykket som vist i figuren vokse i forhold til hviletrykket. For en bevægelse,  $\delta_p$ , af størrelsesordenen 1:100 af væghøjden vil jordtrykket nå en maksimumsværdi, det såkaldt passive jordtryk,  $E^p$ , der ligeledes svarer til en fuldt udviklet brudtilstand i den tilgrænsende jordmasse.

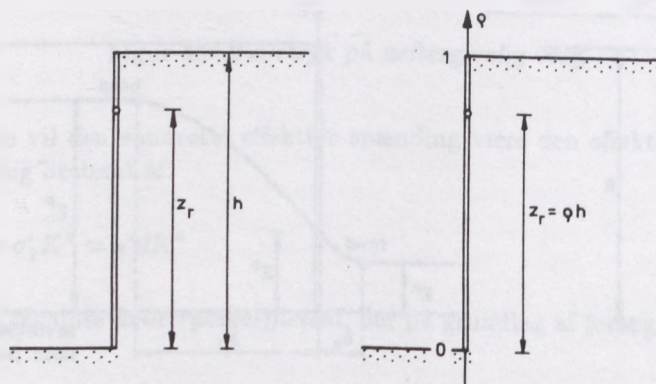
I dette simple tilfælde ændres kun jordtrykkets størrelse ved væggenes bevægelse. Hverken jordtrykkets retning eller angrebspunkt ændres. Almindeligvis ændres dog alle tre størrelser.



Forudsættes væggen eksempelvis ru, vil dette medføre, at det aktive jordtryk virker skråt nedad, men at det passive jordtryk virker skråt opad. Hvis væggen eksempelvis i stedet for at parallelforskyde sig drejer sig om sit øverste punkt, vil dette bevirke, at den aktive jordtryksresultant ligger højere end hviletrykket, hvorimod den passive jordtryksresultant ligger lavere end hviletrykket.

## 12.4 Generelle definitioner

Da det jordtryk, der optræder på en væg, er afhængig af drejningspunktets beliggenhed, samt af væggens bevægelsesmåde i brudtilstanden indføres følgende definitioner:



Figur 50: Definition af drejningspunktets beliggenhed.

Som vist i figur 50 betegnes drejningspunktets højde over væggens fodpunkt,  $z_r$ . Når væggens højde er  $h$ , defineres drejningspunktets relative beliggenhed i forhold til væggens fodpunkt som

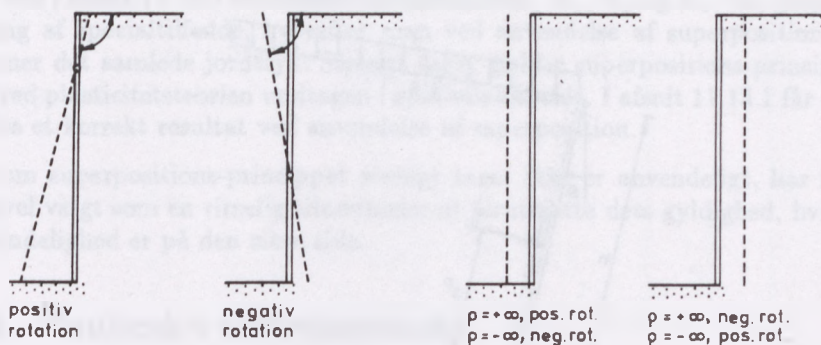
$$\rho = \frac{z_r}{h} \quad (170)$$

Til højre på figuren er indtegnet en  $\rho$ -skala i væggens plan. Ifølge definitionen er enheden på skalaen åbenbart lig med væggens højde  $h$ .

Som vist i figur 51 karakteriseres væggens drejning omkring drejningspunktet ved væggens rotation. Rotationen defineres som positiv, når vinklen – målt gennem jorden – mellem væggen og jordoverfladen vokser ved drejningen. Når den samme vinkel aftager ved drejningen betegnes rotationen som negativ. Til højre på figuren er specielt vist de sammenhørende værdier af  $\rho$  og rotationen i tilfælde af en parallelforskydning af væggen.

Svarende til ethvert omdrejningspunkt og til enhver rotation vil der i den tilstødende jordmasse dannes en bestemt brudfigur, der som tidligere nævnt skal være





Figur 51: Definition af væggenes rotation.

både kinematisk og statisk mulig. I grove træk vil der for omdrejningspunkter beliggende under væggenes fodpunkt – svarende til  $\rho \leq 0$  – optræde rene zonebrud. For drejningspunkter beliggende over væggenes midtpunkt – svarende til  $\rho > 0,5$  – vil der optræde rene liniebrud, og for drejningspunkter på væggenes nederste halvdel – svarende til  $0 < \rho \leq 0,5$  – vil der optræde kombinerede brud. I virkeligheden gælder disse regler kun i tilfælde af glat væg. Hvis væggen er ru, kan der optræde kombinerede brud også for drejningspunkter beliggende andre steder end på væggenes nederste halvdel.

I det følgende skal omtales beregningsmetoder til bestemmelse af jordtrykkets størrelse, retning og angrebspunkt. Der skal derfor yderligere angives følgende generelle definitioner i forbindelse med bestemmelsen af jordtryk. Det skal bemærkes, at disse grundlæggende begreber tidligere er omtalt i kapitel 11.

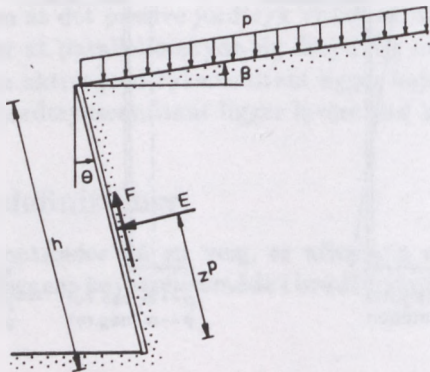
Den i figur 52 viste væg har højden,  $h$ , målt langs med væggen. Væggenes vinkel med lodret er  $\theta$ . Jordoverfladens vinkel med vandret er  $\beta$ . Jordoverfladen kan belastes med en ensfordelt nyttelast,  $p$ , per arealenhed af den skrå overflade.

Det totale jordtryk på væggen er opløst i en komponent,  $E$ , vinkelret på væggen og en komponent,  $F$ , tangentielt til væggen. Jordtryksresultanten angriber i højden,  $z^p$ , over væggenes fodpunkt.  $z^p$  måles ligesom  $h$  langs med væggen.

Enhedsjordtrykket vinkelret på væggen benævnes  $e$ , og enhedsjordtrykket tangentielt til væggen benævnes  $f$ . Mellem  $e$  og  $f$  gælder en relation, der er analog med Coulomb's brudbetingelse:

$$f \leq a + e \tan \delta \quad (171)$$

$a$  benævnes *adhæsionen* mellem væggen og jorden, og  $\delta$  benævnes *vægfriktionsvinklen*. Hvis,  $a = \delta = 0$ , betegnes væggen som fuldstændig *glat*. Hvis,  $a = c$  og  $\delta = \phi$ , betegnes væggen fuldstændig *ru*. Lighedstegnet gælder, når jorden



Figur 52: Generelle definitioner ved jordtryk.

og væggen glider i forhold til hinanden. Ulighedstegnet gælder, såfremt der ingen glidning finder sted. Alle de nævnte størrelser skal regnes med fortegn efter følgende regler:

- $h$  er altid positiv.
- $\theta$  er positiv, når jorden er overhængende.
- $\beta$  er positiv, når jordoverfladen stiger væk fra væggen.
- $p$  er positiv nedad.
- $E$  og  $e$  er positive, når de svarer til tryk mellem jorden og væggen.
- $F$ ,  $f$ ,  $a$  og  $\delta$  er positive, når tangentialjordtrykket virker opad på væggen.
- $z^p$  er positiv opad.

Endvidere gælder uanset brudfigurens udseende følgende fundamentale formler:

$$E = \frac{1}{2} \gamma' h^2 K_\gamma + phK_p + chK_c \quad (172)$$

$$F = \frac{1}{2} \gamma' h^2 K_\gamma \tan \delta_\gamma + (phK_p + chK_c) \tan \delta_p + ah \quad (173)$$

$$Ez^p = \frac{1}{2} \gamma' h^3 K_\gamma \zeta_\gamma + ph^2 K_p \zeta_p + ch^2 K_c \zeta_c \quad (174)$$

I disse formler angiver  $\zeta_\gamma$ ,  $\zeta_p$  og  $\zeta_c$  den relative beliggenhed i forhold til væggens højde af henholdsvis  $\gamma'$ -leddet,  $p$ -leddet og  $c$ -leddet.

Som vist i afsnit 11.13.1 bestemmes koefficienterne,  $K_\gamma$ ,  $K_p$  og  $K_c$ , ved gennemregning af specialtilfælde, hvorefter man ved anvendelse af superposition bestemmer det samlede jordtryk. Strengt taget gælder superpositions-princippet ikke ved plasticitetsteorien undtagen i specielle tilfælde. I afsnit 11.13.1 får man således et korrekt resultat ved anvendelse af superposition.

Selv om superpositions-princippet strengt taget ikke er anvendeligt, har man alligevel valgt som en rimelig tilnærmelse at forudsætte dets gyldighed, hvilket i almindelighed er på den sikre side.

## 12.5 Coulomb's ekstremmetode

Allerede i 1776 lykkedes det for Coulomb at udvikle en teoretisk metode til beregning af jordtrykket på en støttemur. Selv om metoden er ca. 200 år gammel, står den fuldt på højde med for eksempel Brinch Hansen's jordtryksteori, når det drejer sig om bestemmelse af det aktive jordtryk på bagsiden af en støttemur.

### 12.5.1 Lodret glat væg og vandret jordoverflade

Princippet i metoden skal illustreres ved bestemmelsen af det passive jordtryk på væggen, der er vist i figur 53. Væggen, der er lodret, forudsættes fuldstændig *glat*, hvilket betyder, at der kun kan overføres et normaljordtryk til væggen. Jordoverfladen, der er vandret, kan belastes af en ensfordelt nyttelast,  $p$ . Jorden har rumvægten,  $\gamma'$ , friktionsvinklen,  $\phi$ , og kohæsionen,  $c$ .

Den viste væg er i øvrigt den samme, som vi ved anvendelse af Brinch Hansen's ligevægtsmetode beregnede jordtrykket på i afsnit 11.13.1.

Coulomb forudsatte, at der i jorden bag væggen opstår et retliniet brud mellem væggenes fodpunkt og jordoverfladen. Brudlinien AC danner den foreløbig ubekendte vinkel,  $\omega$ , med vandret.

Da der er brud i ethvert punkt langs brudlinien AC, må spændingerne i et vilkårligt punkt på brudlinien opfylde Coulomb's brudbetingelse:

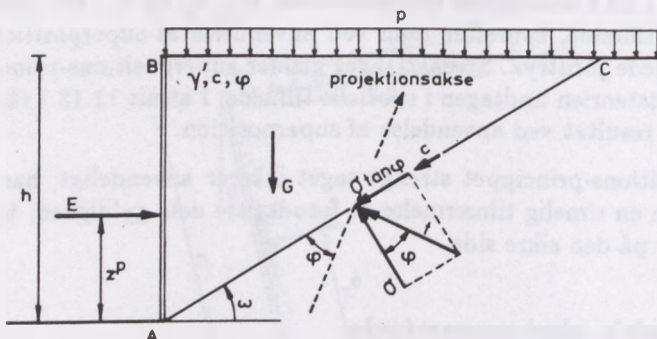
$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (175)$$

Forudsættes væggen i brudtilstanden at parallelforskyde sig ind imod jordmassen, kan spændingsbidragene,  $\sigma$  og  $\sigma \tan \phi$ , sammensættes til en resulterende spænding,  $t$ , der har den i figur 53 viste retning. I et vilkårligt punkt på brudlinien virker da spændingen,  $t$ , samt det konstante spændingsbidrag,  $c$ . Spændingen,  $t$ , er foreløbig ubekendt.

Ud over spændingerne i brudlinien AC påvirkes det bevægelige jordlegeme ABC af tyngdekraften,  $G$ , nyttelasten,  $p$ , og det søgte passive jordtryk,  $E$ .

Problemet indeholder åbenbart de tre ubekendte,  $\omega$ ,  $t$  og  $E$ . Ved betragtning af glidelegemet ABC's ligevægt kan  $t$  elimineres, når man som ligevægtsbetingelse





Figur 53: Coulomb's metode for en lodret, glat væg med vandret jordoverflade.

benytter projektionen på en akse, der står vinkelret på  $t$ . Denne projektligning vil da repræsentere  $E$ 's afhængighed af vinklen,  $\omega$ . Principielt findes der med andre ord uendelig mange løsninger svarende til uendelig mange værdier af  $\omega$ .

Ifølge ekstremmetoden skal løsningen findes som en ekstremværdi (maksimum eller minimum). Ved bestemmelsen af det *passive* jordtryk må den søgte værdi af  $E$  nødvendigvis være en *minimumsværdi*, da jordtrykket aldrig kan blive større end det, der svarer til en fuldt udviklet brudtilstand i jorden.

Ved geometrisk betragtning findes glidelegemet's egenvægt:

$$G = \frac{1}{2} \gamma' h^2 \cot \omega \quad (176)$$

$$P = ph \cot \omega \quad (177)$$

Resultanten af det konstante spændingsbidrag,  $c$  bliver:

$$C = \frac{ch}{\sin \omega} \quad (178)$$

Ved projektligning på den viste akse vinkelret på  $t$  findes:

$$E \cos(\omega + \phi) - \frac{1}{2} \gamma' h^2 \cot \omega \sin(\omega + \phi) - ph \cot \omega \sin(\omega + \phi) - \frac{ch}{\sin \omega} \cos \phi = 0 \quad (179)$$

eller:



$$E = \frac{(\frac{1}{2}\gamma'h^2 + ph) \cos \omega \sin(\omega + \phi) + ch \cos \phi}{\cos(\omega + \phi) \sin \omega} \quad (180)$$

Ved trigonometrisk omskrivning af formel 180 fås, da:

$$\begin{aligned} \cos(\omega + \phi) \sin \omega &= (\cos \omega \cos \phi - \sin \omega \sin \phi) \sin \omega \\ &= \frac{1}{2} \sin 2\omega \cos \phi - \sin^2 \omega \sin \phi \\ &= \frac{1}{2} \sin 2\omega \cos \phi - \left(\frac{1}{2} - \cos 2\omega\right) \sin \phi \\ &= \frac{1}{2}(\sin(2\omega + \phi) - \sin \phi) \end{aligned}$$

og:

$$\begin{aligned} \cos \omega \sin(\omega + \phi) &= \cos \omega(\sin \omega \cos \phi + \cos \omega \sin \phi) \\ &= \frac{1}{2} \sin 2\omega \cos \phi + \cos^2 \omega \sin \phi \\ &= \frac{1}{2} \sin 2\omega \cos \phi + \left(\frac{1}{2} + \cos 2\omega\right) \sin \phi \\ &= \frac{1}{2}(\sin(2\omega + \phi) + \sin \phi) \end{aligned}$$

$$E = \frac{(\frac{1}{2}\gamma'h^2 + ph)(\sin(2\omega + \phi) + \sin \phi) + 2ch \cos \phi}{\sin(2\omega + \phi) - \sin \phi} \quad (181)$$

Differentieres formel 181 med hensyn til  $2\omega + \phi$ , fås:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d(2\omega + \phi)} &= \frac{(\frac{1}{2}\gamma'h^2 + ph) \cos(2\omega + \phi)(\sin(2\omega + \phi) - \sin \phi)}{(\sin(2\omega + \phi) - \sin \phi)^2} \\ &- \frac{[(\frac{1}{2}\gamma'h^2 + ph)(\sin(2\omega + \phi) + \sin \phi) + 2ch \cos \phi] \cos(2\omega + \phi)}{(\sin(2\omega + \phi) - \sin \phi)^2} \end{aligned}$$

Sættes differentialkoefficienten lig med nul for at bestemme minimum, fås:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\gamma'h^2 + ph\right) \cos(2\omega + \phi)[\sin(2\omega + \phi) - \sin \phi] \\ - \sin(2\omega + \phi) - \sin \phi - 2ch \cos \phi = 0 \end{aligned}$$

eller, da  $c$  og  $\phi$  som sædvanlig regnes *positive ved passivt tryk*:

$$\cos(2\omega + \phi) = 0$$

Heraf fås:

$$\omega = 45^\circ - \frac{\phi}{2} \quad (182)$$

Indsættes formel 182 i formel 180, fås minimumsværdien:

$$E = \frac{(\frac{1}{2}\gamma'h^2 + ph) \cos(45^\circ - \frac{\phi}{2}) \sin(45^\circ + \frac{\phi}{2}) + ch \cos \phi}{\cos(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \sin(45^\circ - \frac{\phi}{2})} \quad (183)$$

Formel 183 kan trigonometrisk omskrives til:

$$E = (\frac{1}{2}\gamma'h^2 + ph) \tan^2(45^\circ + \frac{\phi}{2}) + 2ch \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \quad (184)$$

Sættes:

$$K_\gamma = K_p = \tan^2(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \quad (185)$$

og:

$$K_c = 2 \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \quad (186)$$

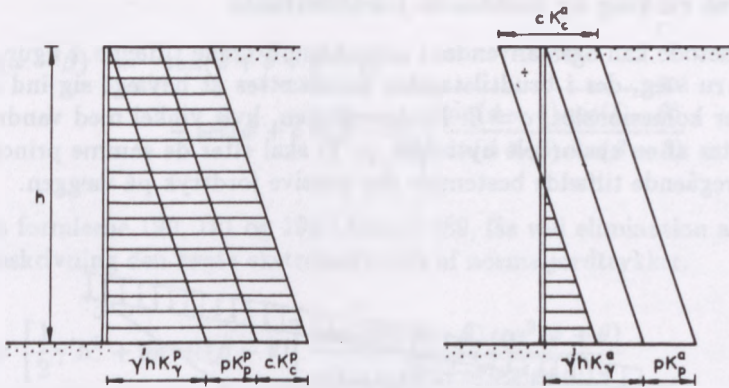
findes:

$$E = \frac{1}{2}\gamma'h^2 K_\gamma + ph K_p + ch K_c \quad (187)$$

Forudsættes det, at der i jorden optræder et liniebrud som vist i figuren, er det ikke muligt at beregne jordtryksfordelingen over væggen, se kapitel 11.

Coulomb har imidlertid forestillet sig, at der fra ethvert punkt på væggen udgår en brudlinie under vinklen,  $\omega$ , med vandret. Derfor er Coulomb's metode i dette tilfælde identisk med Brinch Hansen's ligevægtsmetode for det samme tilfælde – nemlig beregningen af et zonebrud af typen R, se afsnit 11.13.1.

Det er derfor muligt at beregne jordtrykkets fordeling over væggen. Da der fra ethvert punkt på væggen udgår en brudlinie under vinklen,  $\omega$ , med vandret, kan enhedsjordtrykket i dybden,  $d$ , under jordoverfladen bestemmes ved at substituere  $h$  med  $d$  og differentiere formel 187 med hensyn til  $d$ :



Figur 54: Jordtryksfordeling ved zonebrud.

$$e = \gamma' d K_{\gamma} + p K_p + c K_c \quad (188)$$

Ved bestemmelsen af det aktive jordtryk vil væggen parallelforskydes væk fra jordmassen, hvilket betyder, at det bevægelige jordlegeme glider nedad i forhold til væggen. Herved vil forskydningsspændingen,  $\tau$ , i brudlinien ændre retning, idet  $\tau$  nu vil virke opad på glidelegemet. Hvis man imidlertid i de foregående formler indfører  $\phi$  og  $c$  med negativt fortegn, opnår man netop, at forskydningsspændingen skifter retning. Ved aktivt jordtryk skal man i øvrigt bestemme  $E$  som en maksimalværdi, da jordtrykket aldrig kan antage værdier mindre end den maksimalværdi, der svarer til en fuldt udviklet brudtilstand i den tilgrænsende jordmasse.

Både det passive og det aktive jordtryk kan altså i tilfælde af lodret glat væg med vandret jordoverflade findes af formel 184, når man ved passivt jordtryk regner  $c$  og  $\phi$  positive, og ved aktivt jordtryk indsætter  $c$  og  $\phi$  negative.

Ved sammenligning med afsnit 11.13.1 ser vi endvidere, at Coulomb's ekstremetode i dette tilfælde giver samme resultat som Brinch Hansen's ligevægtsmetode.

I figur 54 er jordtryksfordelingen vist både for passivt og aktivt jordtryk. Som det fremgår af figuren er  $\gamma$ -leddet trekantformigt fordelt over væggen og både  $p$ - og  $c$ -leddet ensformigt fordelt.

Ved aktivt jordtryk kan, som vist til højre i figuren, jordtrykket i kohæsionsjord ( $c \neq 0$ ) blive negativt på en del af væggen svarende til, at der skal overføres trækspændinger mellem væggen og jorden. I praksis vil man se bort fra jordtrykket der, hvor det er negativt, hvilket medfører, at man kun regner med et jordtryk, som svarer til det skraverede i figur 54.





$$\cot(\omega - \beta) = \tan(\phi + \delta + \beta - \theta) + \sec(\phi + \delta + \beta - \theta) \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cos(\delta - \theta)}{\sin(\phi + \beta) \cos(\beta - \theta)}} \quad (192)$$

Indsættes formlerne 190, 191 og 192 i formel 189, fås ved elimination af  $\omega$  efter nogen omskrivning den søgte ekstremalværdi af normaljordtrykket:

$$E = \left[ \frac{1}{2} \gamma' h^2 + ph \sec(\beta - \theta) \right] \frac{\cos \delta \sec(\delta - \theta) \cos^2(\phi + \theta)}{\left[ 1 \pm \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi + \beta)}{\cos(\delta - \theta) \cos(\beta - \theta)}} \right]^2} \quad (193)$$

Tangentialjordtrykket er da:

$$F = E \tan \delta \quad (194)$$

Ligesom i det foregående tilfælde skal  $\phi$  og  $\delta$  regnes positive ved passivt jordtryk og negative ved aktivt jordtryk.

Det negative fortegn foran rodtegnet skal benyttes ved passivt jordtryk og det positive fortegn ved aktivt jordtryk.

$\gamma$ -leddet er som sædvanlig trekantformigt fordelt over væghøjden,  $h$ , og  $p$ -leddet er ensformigt fordelt.

## 12.6 Brinch Hansen's metode for zonebrud

For drejningspunkter beliggende under væggen fodpunkt svarende til,  $-\infty < \rho \leq 0$ , vil der i den tilgrænsende jordmasse opstå zonebrud i tilfælde af glat væg både for aktivt og passivt jordtryk samt i tilfælde af ru væg for aktivt jordtryk. Ved ru væg og passivt jordtryk vil zonebruddet kun forekomme for  $\rho = 0$ . For  $\rho < 0$  vil der optræde et kombineret brud, der imidlertid kun afviger ganske lidt fra et P-brud.

For støttemure vil man i almindelighed kunne forudsætte, at drejningspunktet ligger i eller under væggen fodpunkt. Man kan derfor beregne jordtrykket på grundlag af de zonebrud, der er vist i figur 29. I eksempel 11.13.1 benyttede vi Brinch Hansen's brudteori ved beregningen af jordtrykket på en lodret glat væg. I det mere generelle tilfælde skrå væg, hældende jordoverflade og ru væg kan beregningen gennemføres efter de samme principper. Denne beregning er gennemført en gang for alle for de aktuelle brudfigurer.

Man kan herefter i tilfælde af zonebrud bestemme henholdsvis enhedsnormaljordtrykket,  $e$ , og enhedstangentialjordtrykket,  $f$ , af følgende formler:

$$e = \gamma' d K_\gamma + p K_p + c K_c \quad (195)$$

$$f = a + e \tan \delta \quad (196)$$

I formel 195 skal  $d$  måles langs med væggen.

Ved zonebrud er det som nævnt muligt at bestemme jordtryksfordelingen. Som vi tidligere har set, er  $\gamma$ -leddet trekantformigt fordelt og  $p$ - og  $c$ -leddene ensformigt fordelt over væggen, hvilket i relation til formel 174 betyder, at  $\zeta_\gamma = \frac{1}{3}$  og  $\zeta_p = \zeta_c = \frac{1}{2}$ . Endvidere er  $\delta_\gamma = \delta_p$ .

De dimensionsløse koefficienter,  $K_\gamma$ ,  $K_p$  og  $K_c$ , kan findes af nedenstående formler, ref. [10].

Koefficienterne,  $K_p$  og  $K_c$ , kan findes ved at gennemregne specialtilfældet,  $\gamma = 0$ , hvilket giver:

$$K_p = \frac{\cos \delta \sin(v_0 + \phi) \cos(v_1 - \theta)}{\sin(v_0 - \beta) \cos(v_1 + \phi + \delta - \theta)} e^{(2 \frac{\pi}{180} (v_0 - v_1) \tan \phi)} \quad (197)$$

$$K_c = \left[ K_p \frac{\sin(v_0 + \phi - \beta)}{\sin(v_0 + \phi)} - 1 \right] \cot \phi \quad (198)$$

For koefficienten,  $K_\gamma$ , er det ikke muligt at angive et simpelt eksakt udtryk, hvorfor Brinch Hansen som tilnærmelse forslår følgende halvempiriske formel:

$$K_\gamma \sim [K_p + 0,007(e^{9 \sin \delta} - 1)] \cos(\beta - \theta) \quad (199)$$

Vinklerne,  $v_0$  og  $v_1$ , der indgår i ovenstående formler, er de statisk korrekte vinkler bestemt af formlerne 114 og 121.

Som sædvanlig skal  $\phi$ ,  $\delta$ ,  $c$  og  $a$  regnes positive ved passivt jordtryk og negative ved aktivt jordtryk.  $\beta$  og  $\theta$  skal ligeledes regnes med fortegn som angivet i afsnit 12.4.

I det *specielle tilfælde* ru væg og ren friktionsjord,  $c = 0$  og  $\delta = \phi$ , fås følgende formler:

$$\cos(2v_0 + \phi - \beta) = -\frac{\sin \beta}{\sin \phi} \quad (200)$$

$$v_1 = \theta - \phi \quad (201)$$

$$K_p = \frac{\cos \phi \sin(v_0 + \phi)}{\sin(v_0 - \beta)} e^{(2 \frac{\pi}{180} (v_0 - v_1) \tan \phi)} \quad (202)$$

$K_\gamma$  findes fortsat af formel 199.

I *specialtilfældet*  $\phi = 0$ , hvilket medfører  $\delta = 0$ , kan  $K_c$  ikke findes af formel 198. I stedet for benyttes følgende formel:

$$K_c = 2 \frac{\pi}{180} (v_0 - v_1) + \cot(v_0 - \beta) + \sin(2v_1 - 2\theta) \quad (203)$$

De statistisk korrekte vinkler,  $v_0$  og  $v_1$ , findes af formlerne 126 og 128.

### 12.6.1 Lodret væg og vandret jordoverflade

I det vigtige specialtilfælde, lodret væg og vandret jordoverflade, fandt vi i eksempel 11.13.1 for *glat væg*:

$$K_p^s = K_\gamma^s = \tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\phi) \quad (204)$$

Af formel 198 findes:

$$K_c^s = (K_p^s - 1) \cot \phi \quad (205)$$

For *ru væg* findes:

$$K_p^r = e^{(\frac{1}{2}\pi + \phi) \tan \phi} \cos \phi \tan(45^\circ + \frac{1}{2}\phi) \quad (206)$$

$$K_\gamma^r = K_p^r + 0,007(e^{9 \sin \phi} - 1) \quad (207)$$

$$K_c^r = (K_p^r - 1) \cot \phi \quad (208)$$

For  $\phi = 0$  fås:

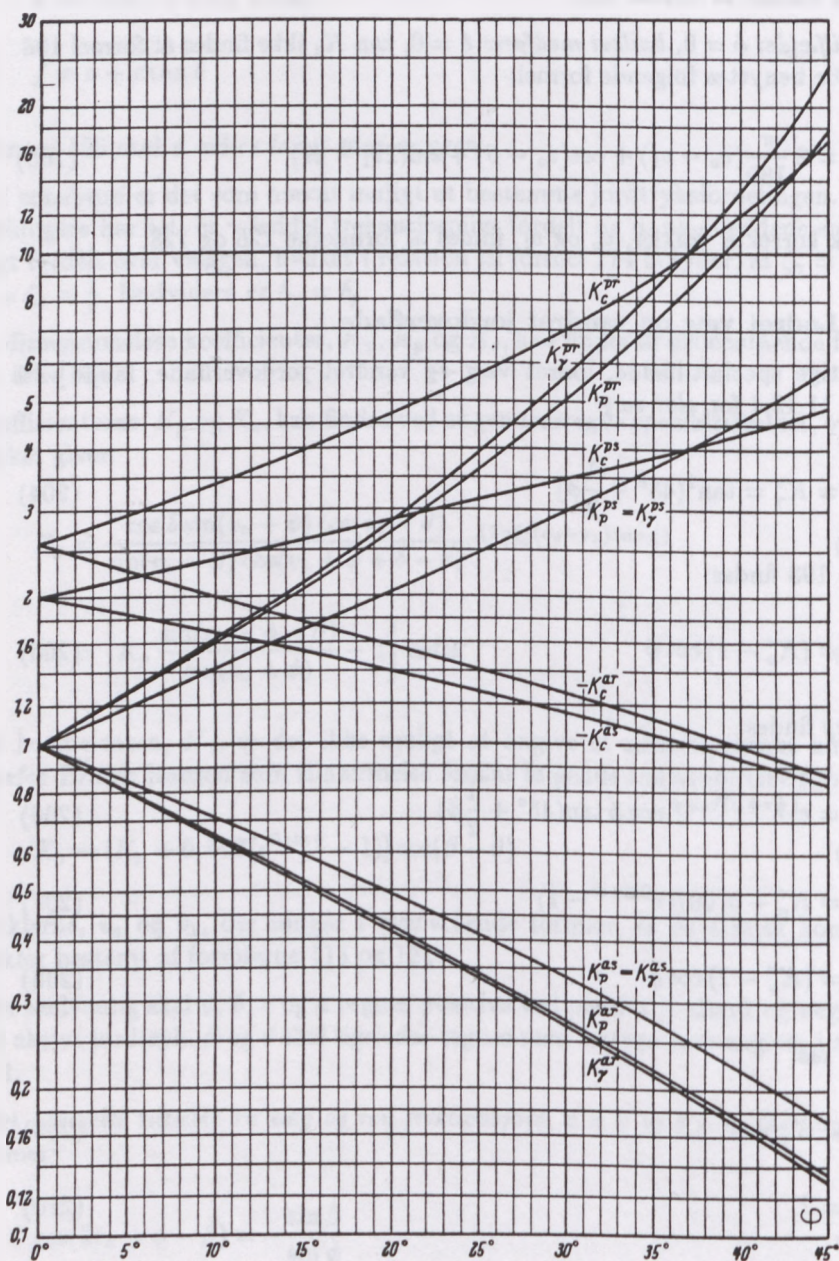
$$K_p = K_\gamma = 1 \quad (209)$$

$$K_c^s = 2 \quad (210)$$

$$K_c^r = \frac{1}{2}\pi + 1 \quad (211)$$

Koefficienterne bestemt af formlerne 204 til 211 er indtegnet i diagrammet i figur 56, ref. [11].  $K_\gamma$ ,  $K_p$  og  $K_c$  er mærket for oven med indeks,  $a$  eller  $p$ , der





Figur 56: Zonebrudskoefficienter for lodret væg og vandret jordoverflade.



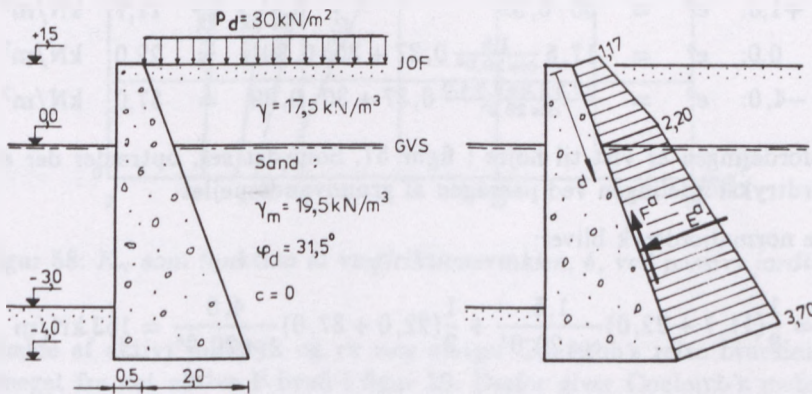
angiver henholdsvis aktivt og passivt jordtryk, samt indeks,  $s$  eller  $r$ , der angiver henholdsvis glat væg og ru væg.

Når koefficienterne findes af diagrammet, og jordtrykket bestemmes af formlerne 195 og 196 skal  $\phi$  og  $c$  regnes positive både ved aktivt og passivt jordtryk, hvori  $a$  og  $\delta$  som sædvanlig er negative ved aktivt og positive ved passivt jordtryk.

En nærmere omtale af gravitationsstøttemure og vinkelstøttemure vil blive givet i kapitel 13.

### 12.6.2 Aktivt jordtryk på støttemur

For at illustrere anvendelsen af Brinch Hansens metode for zonebrud vil vi bestemme det regningsmæssige aktive jordtryk på en ru støttemur, se figur 57.



Figur 57: Jordtryk ved zonebrud.

Da væggen forudsættes ru er  $\delta = \phi_d$ . Endvidere er  $\beta = 0$ . Væggens vinkel med lodret bliver:

$$\theta = \arctan \frac{2,0}{5,5} = 20,0^\circ$$

Da jorden er ren friktionsjord,  $c = 0$ , findes den statisk korrekte vinkel,  $v_o$ , af formel 200, idet  $\phi$  er negativ ved aktivt jordtryk:

$$\cos(2v_o - 31,5^\circ - 0^\circ) = 0$$

$$v_o = 60,7^\circ$$

Den statisk korrekte vinkel,  $v_1$ , findes af formel 201:

$$v_1 = 20,0^\circ - (-31,5^\circ) = 51,5^\circ$$

Af formel 202 findes herefter:

$$K_p^{ar} = \frac{\cos(-31,5^\circ) \sin(60,7^\circ - 31,5^\circ)}{\sin(60,7^\circ - 0^\circ)} e^{2(60,7^\circ - 51,5^\circ) \frac{\pi}{180} \tan(-31,5^\circ)} = 0,39$$

Af formel 199 fås:

$$K_\gamma^{ar} = [0,39 + 0,007(e^{9 \sin(-31,5^\circ)} - 1)] \cos(-20,0^\circ) = 0,37$$

Normalenhedstrykket bliver da ifølge formel 195:

$$\begin{aligned} \text{i kote } +1,5: \quad e^a &= 30 \cdot 0,39 &= 11,7 \text{ kN/m}^2 \\ \text{i kote } 0,0: \quad e^a &= 17,5 \frac{1,5}{\cos 20,0^\circ} 0,37 + 30 \cdot 0,39 &= 22,0 \text{ kN/m}^2 \\ \text{i kote } -4,0: \quad e^a &= \frac{17,5 \cdot 1,5 + 9,5 \cdot 4,0}{\cos 20,0^\circ} 0,37 + 30 \cdot 0,39 &= 37,0 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

Jordtryksfordelingen er vist til højre i figur 57. Som det ses, optræder der et knæk i jordtryksfordelingen ved passagen af grundvandsspejlet.

Det totale normaljordtryk bliver:

$$E^a = \frac{1}{2}(11,7 + 22,0) \frac{1,5}{\cos 20,0^\circ} + \frac{1}{2}(22,0 + 37,0) \frac{4,0}{\cos 20,0^\circ} = 153 \text{ kN/m}$$

Af formel 196 fås, da  $a = c = 0$  og  $\delta = -31,5^\circ$ :

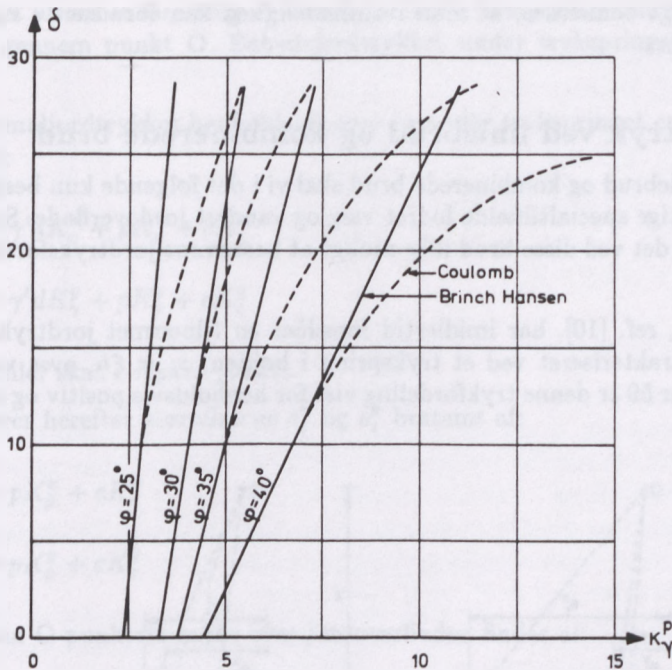
$$F^a = E^a \tan \delta = 153 \tan(-31,5^\circ) = -94 \text{ kN/m}$$

Det resulterende jordtryk bliver:

$$E^a \sec \delta = 153 \sec(-31,5^\circ) = 179 \text{ kN/m}$$

## 12.7 Coulomb's teori kontra Brinch Hansen's teori for zonebrud

I eksempel 11.13.1 bestemte vi på grundlag af Brinch Hansen's brudteori det aktive og passive jordtryk på en glat væg i tilfælde af zonebrud. Sammenlignes denne beregning med den tilsvarende beregning efter Coulomb's teori i afsnit 12.5.1, ses det, at de to metoder giver identiske resultater. Dette skyldes naturligvis, at den rette Coulomb'ske brudlinie, figur 53, svarer til den nederste rette begrænsningsbrudlinie i R-bruddene i figur 29.



Figur 58:  $K_{\gamma}$  som funktion af vægfriktionsvinklen,  $\delta$ , ved passivt jordtryk.

I tilfælde af aktivt jordtryk og ru væg afviger Coulomb's rette brudlinie ikke ret meget fra det aktive P-brud i figur 29. Derfor giver Coulomb's metode og Brinch Hansen's metode praktisk taget det samme resultat i dette tilfælde.

Ved passivt jordtryk og ru væg afviger den Coulomb'ske brudfigur, se figur 55, temmelig meget fra det passive P-brud nederst til højre i figur 29. Det må derfor forventes, at resultaterne også er afvigende. For at illustrere dette forhold er i figur 58 vist  $K_{\gamma}^P$ 's afhængighed af vægfriktionsvinklen,  $\delta$ , for forskellige værdier af  $\phi$ . De fuldt optrukne kurver angiver værdier af  $K_{\gamma}^P$  på grundlag af Brinch Hansen's teori, og de punkterede kurver de tilsvarende værdier af  $K_{\gamma}^P$  beregnet på grundlag af formel 193.

Af figur 58 fremgår det, at Coulomb's metode giver praktisk taget samme resultat som Brinch Hansen's metode for  $\delta < \frac{1}{3}\phi$ . For større værdier af  $\delta$  bliver afvigelsen mere og mere udtalt, og ved fuldstændig ru væg er Coulomb's metode helt uantagelig.

Som det vil fremgå af sammenligningen mellem de to metoder, kan man alt efter temperament benytte Coulomb's teori eller Brinch Hansen's teori ved beregningen af det aktive jordtryk på støttemure. Ved beregningen af det passive jordtryk kan Brinch Hansen's metode anvendes både for glat og ru væg, hvori- mod Coulomb's metode kun er anvendelig i tilfælde af glat væg.

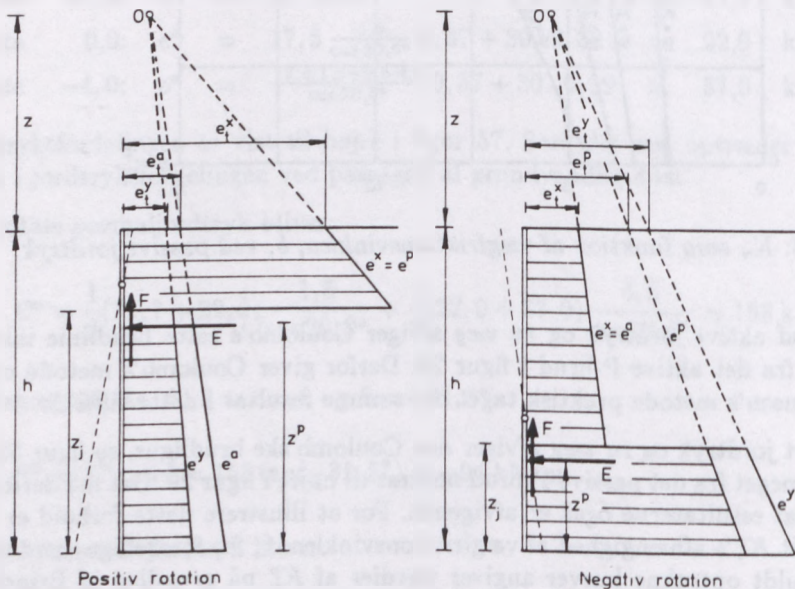


Det skal i øvrigt bemærkes, at man i almindelighed kan forudsætte ru væg i både sand og ler.

## 12.8 Jordtryk ved liniebrud og kombinerede brud

I tilfælde af liniebrud og kombinerede brud skal vi i det følgende kun beskæftige os med det vigtige specialtilfælde lodret væg og vandret jordoverflade. Som tidligere nævnt er det ved disse brud ikke muligt at bestemme jordtryksfordelingen eksakt.

Brinch Hansen, ref. [10], har imidlertid foreslået en tilnærmet jordtryksfordeling, som er karakteriseret ved et trykspring i højden,  $z_j = \xi h$ , over væggens fodpunkt. I figur 59 er denne trykfordeling vist for henholdsvis positiv og negativ rotation.



Figur 59: Jordtryksfordeling ved liniebrud og kombinerede brud.

Jordtryksfordelingen kan herefter principielt bestemmes af følgende betingelser: For det første skal fordelingen i grænsetilfældene aktivt og passivt zonebrud være retliniet over hele væggen. Dernæst skal fordelingen svare til det totale normaljordtryk,  $E$ , både med hensyn til størrelse og angrebspunkt.

For at opfylde disse betingelser indlægger man som vist i figur 59 de to jordtrykslinier, der svarer til henholdsvis almindeligt aktivt og passivt jordtryk. Disse linier skærer hinanden i højden,  $z$ , over jordoverfladen. Over trykspringet i højden,  $z_j$ , over fodpunktet forudsættes at virke et enhedsnormaltryk,  $e^x$ , der ved positiv rotation er lig med  $e^p$ , og ved negativ rotation er lig med  $e^a$ . Under



trykspringet virker et foreløbig ubekendt jordtryk, hvis jordtryksslinie forudsættes at gå gennem punkt O. Enhedsjordtrykket under trykspringet benævnes  $e^y$ .

Enhedsnormaljordtrykket henholdsvis over og under trykspringet er bestemt af formel 195:

$$e^x = \gamma' dK_\gamma^x + pK_p^x + cK_c^x \quad (212)$$

$$e^y = \gamma' dK_\gamma^y + pK_p^y + cK_c^y \quad (213)$$

I disse formler skal  $c$  regnes positiv.

Man indfører herefter størrelserne  $e_i^x$  og  $e_i^y$  bestemt af:

$$e_i^x = pK_p^x + cK_c^x \quad (214)$$

$$e_i^y = pK_p^y + cK_c^y \quad (215)$$

Herefter kan O-punktets højde over jordoverfladen findes af:

$$z = \frac{e_i^x - e_i^y}{\gamma'(K_\gamma^x - K_\gamma^y)} \quad (216)$$

Når  $E$ ,  $F$  og  $z^p$  er beregnet på grundlag af den generelle brudteori, som vist i afsnit 11.13.2, og når jordtryksfordelingen i figur 59 skal give samme  $E$  og  $z^p$ , fås følgende to betingelsesligninger:

$$E = he_i^y + (h - z_j)(e_i^x - e_i^y) + \frac{1}{2}\gamma'h^2K_\gamma^y + \frac{1}{2}\gamma'(h - z_j)^2(K_\gamma^x - K_\gamma^y) \quad (217)$$

$$\begin{aligned} Ez^p &= \frac{1}{2}h^2e_i^y + \frac{1}{2}(h^2 - z_j^2)(e_i^x - e_i^y) + \frac{1}{6}\gamma'h^3K_\gamma^y \\ &\quad + \frac{1}{6}\gamma'(h - z_j)^2(h + 2z_j)(K_\gamma^x - K_\gamma^y) \end{aligned} \quad (218)$$

Ved at eliminere  $e_i^y$  og  $K_\gamma^y$  af formlerne 216 til 218 findes følgende andengrads-ligning i den ubekendte,  $h - z_j + z$ :

$$\begin{aligned} &(h - z_j + z)^2 \\ &+ \frac{1}{2}(h - z_j + z + h + z) \frac{E(3z^p - h - z) - he_i^x(\frac{1}{2}h - z) + \frac{1}{2}\gamma'h^2K_\gamma^x z}{E - he_i^x - \frac{1}{2}\gamma'h^2K_\gamma^x} = 0 \end{aligned} \quad (219)$$

Når  $z_j$  er fundet af formel 219, kan  $K_\gamma^y$  beregnes af formlerne 216 og 217 ved elimination af  $e_i^y$ . Endelig kan  $e_i^x$  findes af formel 216:

$$K_\gamma^y = K_\gamma^x + \frac{E - he_i^x - \frac{1}{2}\gamma'h^2K_\gamma^x}{\gamma'z_j(h - \frac{1}{2}z_j + z)} \quad (220)$$

$$e_i^y = e_i^x + \gamma'z(K_\gamma^y - K_\gamma^x) \quad (221)$$

Når  $z_j$ ,  $K_\gamma^y$  og  $e_i^y$  er beregnet, er den søgte jordtryksfordeling bestemt.

Som tidligere omtalt finder man principielt de tre led i formel 172 hver for sig ved gennemregning af specialtilfælde. Princippet er vist i afsnit 11.13.1. Dette medfører imidlertid, at trykspringet ikke kommer til at ligge samme sted i tilfældet vægtløs jord og i tilfældet ubelastet kohæsionsløs jord. I figur 59 var det en forudsætning, at der kun er ét trykspring. Brinch Hansen har derfor valgt at lade  $\gamma$ -leddet være afgørende for trykspringets beliggenhed. I specialtilfældet ubelastet kohæsionsløs jord er  $e_i^x$  og  $e_i^y$  i øvrigt nul.

Når  $z_j$  og  $K_\gamma^y$  er bestemt af formlerne 219 og 220 i det ovenfor nævnte specialtilfælde, beregnes herefter  $E$  og  $z^p$  i specialtilfældet vægtløs jord. Da  $z_j$  nu er kendt, kan man som de eneste ubekendte bestemme  $K_p^x$  og  $K_p^y$  ved indsættelse i formlerne 217 og 218, idet  $e_i^x = pK_p^x$  og  $e_i^y = pK_p^y$ . Dette giver formlerne:

$$K_p^x = E \frac{2z^p - z_j}{h(h - z_j)} \quad (222)$$

$$K_p^y = E \frac{h + z_j - 2z^p}{hz_j} \quad (223)$$

Herefter får man af formel 198, da  $\beta = 0$ :

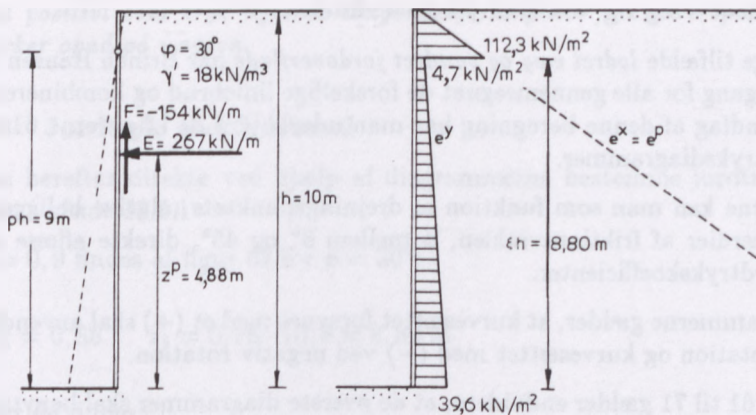
$$K_c^x = (K_p^x - 1) \cot \phi \quad (224)$$

$$K_c^y = (K_p^y - 1) \cot \phi \quad (225)$$

I formlerne 224 og 225 skal  $\phi$  regnes positiv.

### 12.8.1 Bestemmelse af jordtryksfordelingen ved liniebrud

I afsnit 11.13.2 beregnede vi ved anvendelse af den generelle brudteori jordtrykket på en 10 m høj lodret og ru væg med vandret ubelastet jordoverflade. Jorden var kohæsionsløs med  $\phi = 30^\circ$  og  $\gamma' = 18 \text{ kN/m}^3$ .



Figur 60: Jordtryksfordeling ved liniebrud.

Det totale jordtryk på væggen blev,  $E = 267 \text{ kN/m}$  og  $F = -154 \text{ kN/m}$  angribende i højden,  $z^p = 4,88 \text{ m}$ , over væggenes fodpunkt.

Vi skal ved anvendelse af de i foregående afsnit omtalte principper beregne normaljordtrykkets fordeling over væggen.

Af formel 219 findes, idet  $e_x^z = e_y^z = 0$  og  $K_\gamma^x = K_\gamma^y = 5,7$ :

$$(h - z_j)^2 + \frac{1}{2}(h - z_j + 10,00) \frac{267(3 \cdot 4,88 - 10,00)}{267 - \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 10,00^2 \cdot 5,7} = 0$$

Heraf findes  $z_j = 8,80 \text{ m}$ .

Af formel 220 fås:

$$K_\gamma^y = 5,7 + \frac{267 - \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 10,00^2 \cdot 5,7}{18 \cdot 8,80(10,00 - \frac{1}{2} \cdot 8,80)} = 0,22$$

Indsættes herefter i formlerne 212 og 213, fås:

Ved jordoverfladen	: $e^x$	=	0	kN/m <sup>2</sup>
Over trykspringet	: $e^x$	=	$18 \cdot 1,20 \cdot 5,7$	= 112,3 kN/m <sup>2</sup>
Under trykspringet	: $e^y$	=	$18 \cdot 1,20 \cdot 0,22$	= 4,7 kN/m <sup>2</sup>
Ved fodpunktet	: $e^y$	=	$18 \cdot 10,0 \cdot 0,22$	= 39,6 kN/m <sup>2</sup>

Jordtryksfordelingen er indtegnet i figur 60.

## 12.8.2 Lodret væg og vandret jordoverflade

For det vigtige tilfælde *lodret væg og vandret jordoverflade* har Brinch Hansen et al. (1958) én gang for alle gennemregnet de forskellige liniebrud og kombinerede brud. På grundlag af denne beregning har man udarbejdet de i figurerne 61 til 75 viste jordtryksdiagrammer.

I diagrammerne kan man som funktion af drejningspunktets relative beliggenhed,  $\rho$ , for værdier af friktionsvinklen,  $\phi$  mellem  $0^\circ$  og  $45^\circ$ , direkte aflæse de forskellige jordtrykskoefficienter.

For alle diagrammerne gælder, at kurvesættet forsynet med et (+) skal anvendes ved positiv rotation og kurvesættet med (-) ved negativ rotation.

For figurerne 61 til 71 gælder endvidere, at de øverste diagrammer skal benyttes for glat væg, mens de nederste skal benyttes for ru væg.

Figur 61 og 62 angiver trykspringets relative beliggenhed defineret som,  $\zeta = \frac{z_i}{h}$ .

Af figurerne 63 til 72 findes jordtrykskoefficienterne  $K_\gamma^x$ ,  $K_\gamma^y$ ,  $K_p^x$ ,  $K_p^y$ ,  $K_c^x$  og  $K_c^y$ , der i forbindelse med formlerne 212 og 213 bestemmer normaljordtrykket på væggen.

Af figurerne 73 og 75 findes koefficienterne,  $\tan \delta_\gamma$ ,  $\tan \delta_p$  og  $\frac{a}{c}$ , der i forbindelse med følgende formler bestemmer tangentialjordtrykket i tilfælde af *ru væg*:

$$f^x = \gamma' d K_\gamma^x \tan \delta_\gamma + (p K_p^x + c K_c^x) \tan \delta_p + a \quad (226)$$

$$f^y = \gamma' d K_\gamma^y \tan \delta_\gamma + (p K_p^y + c K_c^y) \tan \delta_p + a \quad (227)$$

I tilfælde af *glat væg* er  $f^x = f^y = 0$ .

I øvrigt regnes i almindelighed med ru væg i sand og i ler i langtidstilstanden, hvorimod der normalt regnes med glat væg i ler i korttidstilstanden, fordi leret nærmest væggen kan blive udblødt.

Af diagrammerne fremgår endvidere, at  $\xi = 0$  for  $\rho \leq 0$ . Svarende til, at  $K^x$ -værdierne skal benyttes på hele væggen. Derfor er  $K^y$ -værdierne ikke defineret for negative værdier af  $\rho$ . I hele intervallet,  $-\infty < \rho \leq 0$ , ses af diagrammerne, at  $K^x$ -værdierne er konstante og lig med koefficienterne for zonebrud i figur 56 undtagen for ru væg og positiv rotation (passivt jordtryk), hvor  $K^x$  varierer lidt med  $\rho$ . Som tidligere nævnt i afsnit 12.6 skyldes dette, at der kun for  $\rho = 0$  optræder rent zonebrud ved ru væg. For  $\rho < 0$  vil der optræde et kombineret brud.

Det ses således, at jordtryksfordelingen som forudsat i begyndelsen af dette afsnit passer i grænsetilfældene aktivt og passivt zonebrud.

Endelig skal der gøres opmærksom på, at man i *diagrammerne og i formlerne 212 og 213 samt 226 og 227 skal regne c og  $\phi$  positive. Normaljordtrykket er*



*fortsat positivt som tryk ligesom tangentialjordtrykket fortsat er positivt, når det virker opad på væggen.*

### 12.8.3 Jordtryk ved liniebrud

Vi kan herefter direkte ved hjælp af diagrammerne bestemme jordtrykket på væggen i afsnit 12.8.1.

Da  $\rho = 0,9$  findes af figur 62 for  $\phi = 30^\circ$ :

$$\xi = 0,88 \quad z_j = 0,88 \cdot 10,0 = 8,80 \text{ m}$$

Af figur 64 findes:

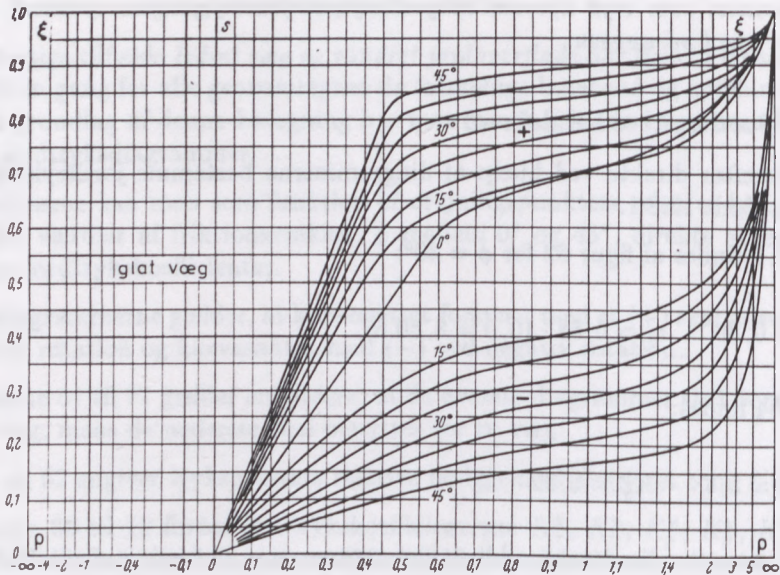
$$K_\gamma^x = 5,7 \quad K_\gamma^y = 0,22$$

Det vil sige, normaljordtrykket bliver det samme, som vi fandt i afsnit 12.8.1.

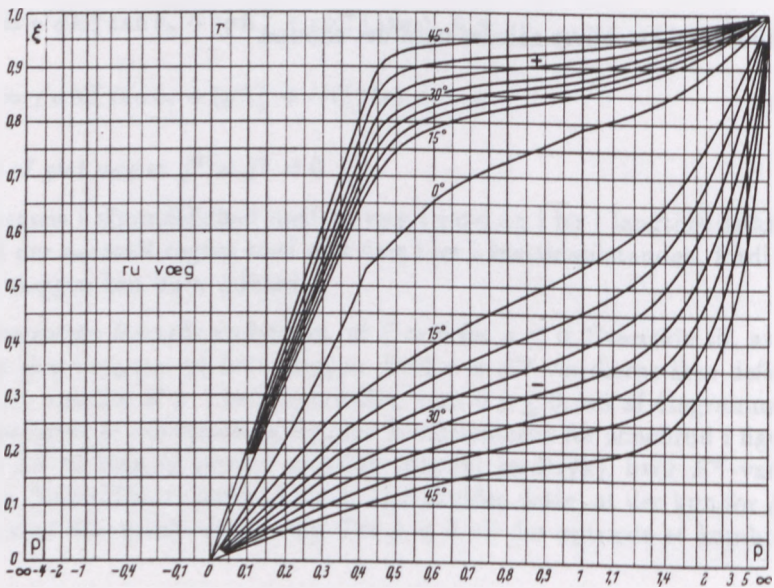
Af figur 73 fås,  $\tan \delta_\gamma = -0,577$ , hvorefter:

$$F = E \tan \delta_\gamma = 267(-0,577) = -154 \text{ kN/m}$$

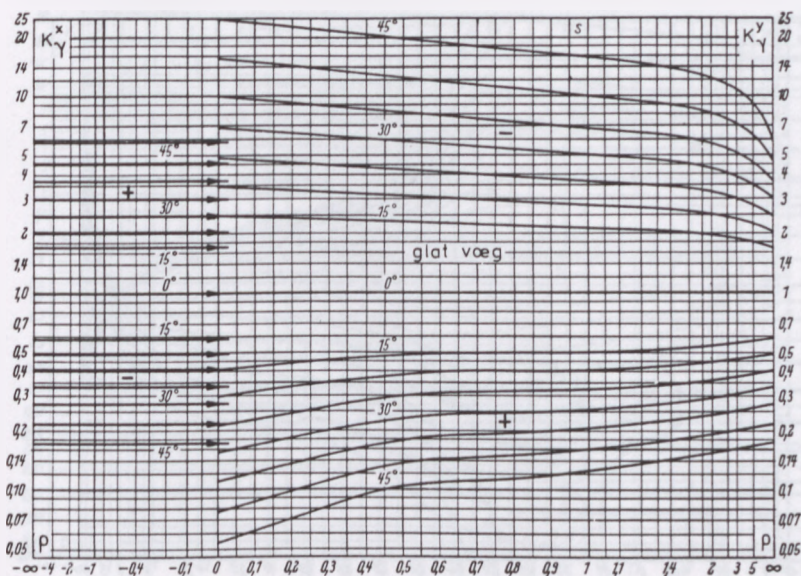
Tangentialjordtrykket bliver således også det samme.



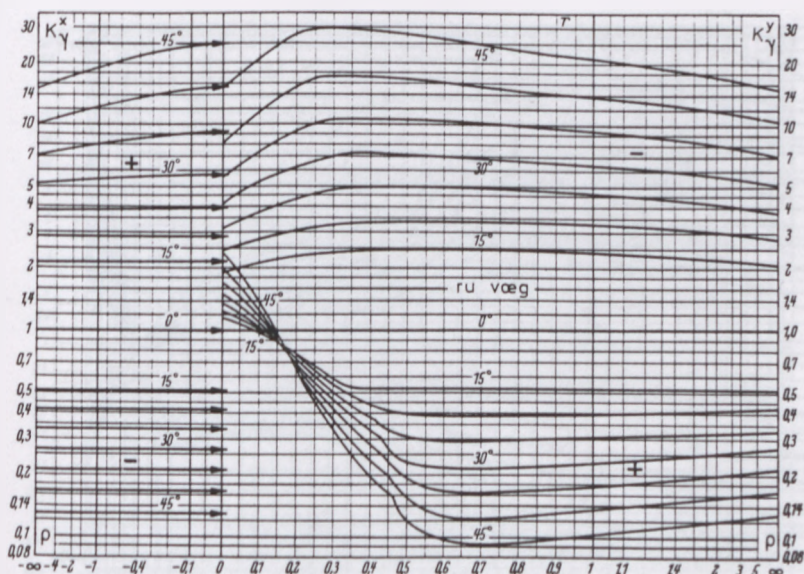
Figur 61:  $\xi$  for fuldstændig glat væg.



Figur 62:  $\xi$  for fuldstændig ru væg.

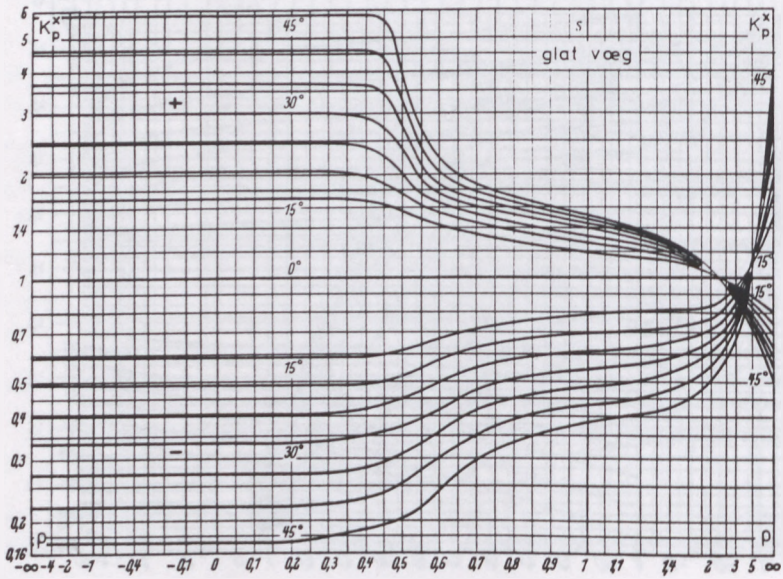


Figur 63:  $K_{\gamma}^x$  og  $K_{\gamma}^y$  for fuldstændig glad væg.

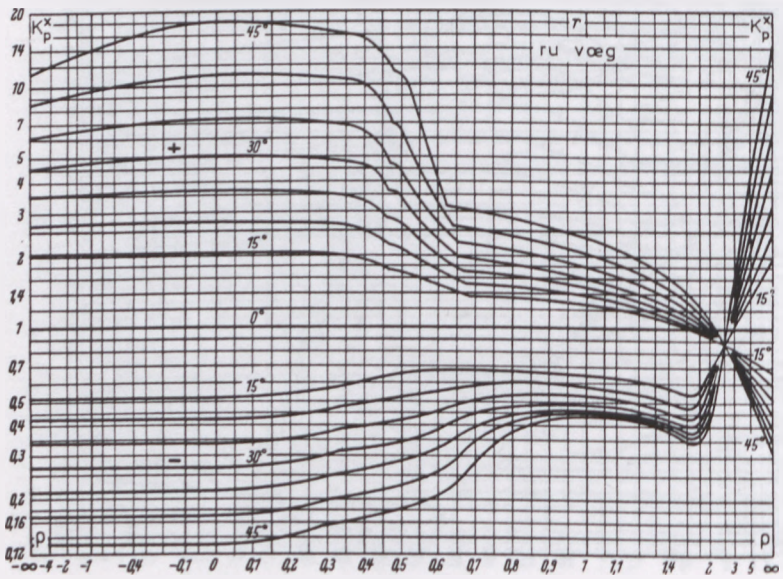


Figur 64:  $K_{\gamma}^x$  og  $K_{\gamma}^y$  for fuldstændig ru væg.



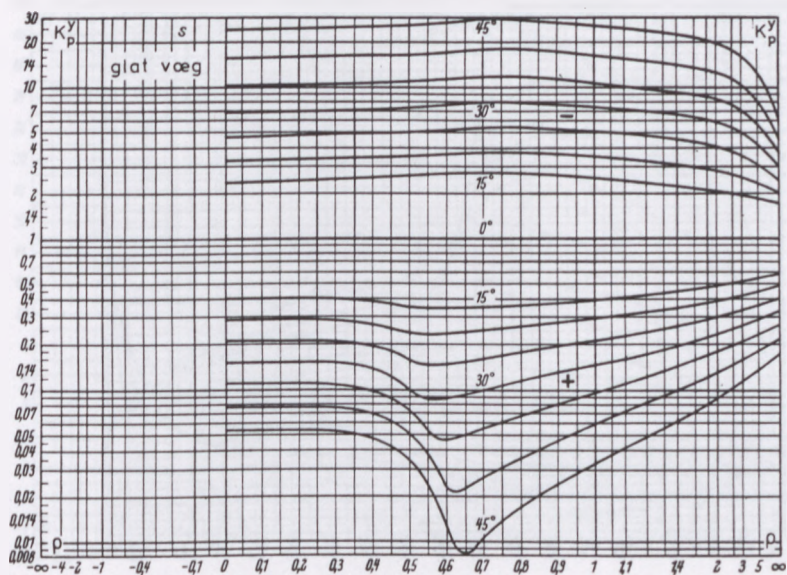


Figur 65:  $K_p^x$  for fuldstændig glad væg.

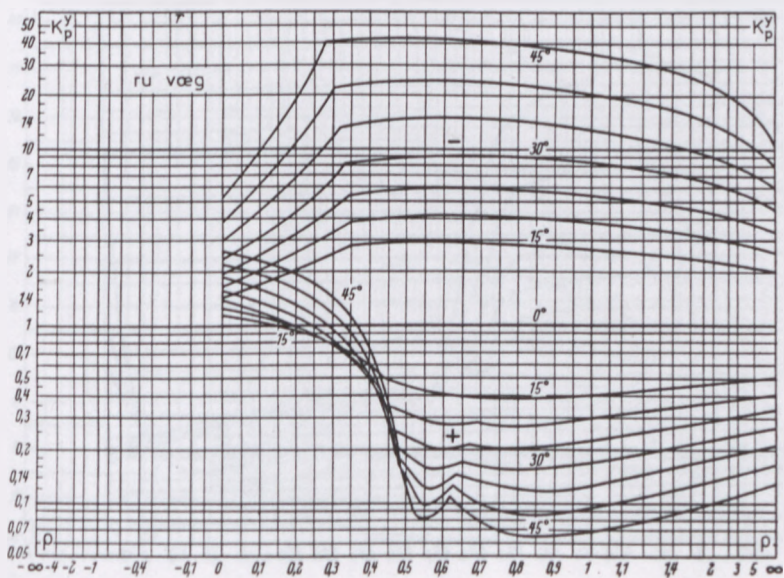


Figur 66:  $K_p^x$  for fuldstændig ru væg.

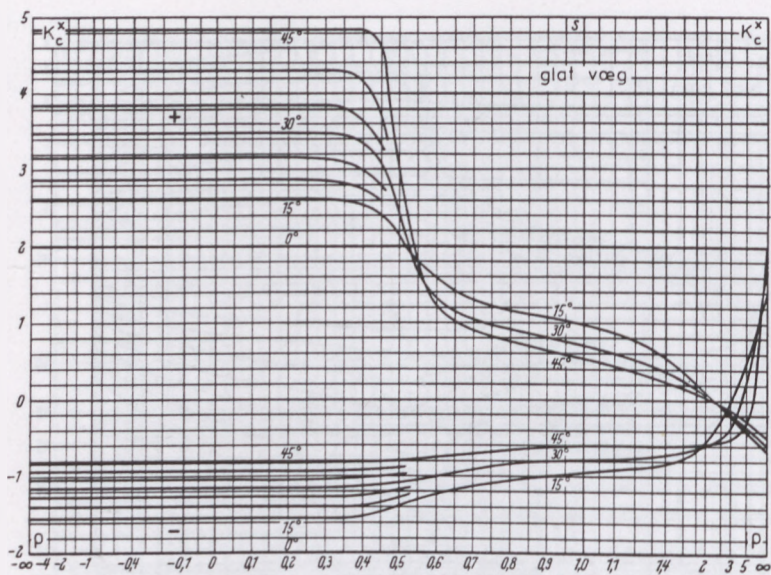




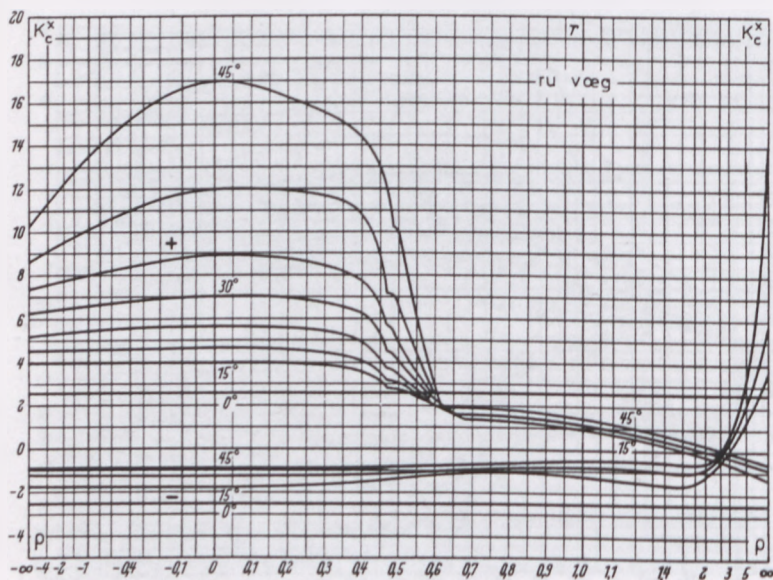
Figur 67:  $K_p^y$  for fuldstændig glat væg.



Figur 68:  $K_p^y$  for fuldstændig ru væg.

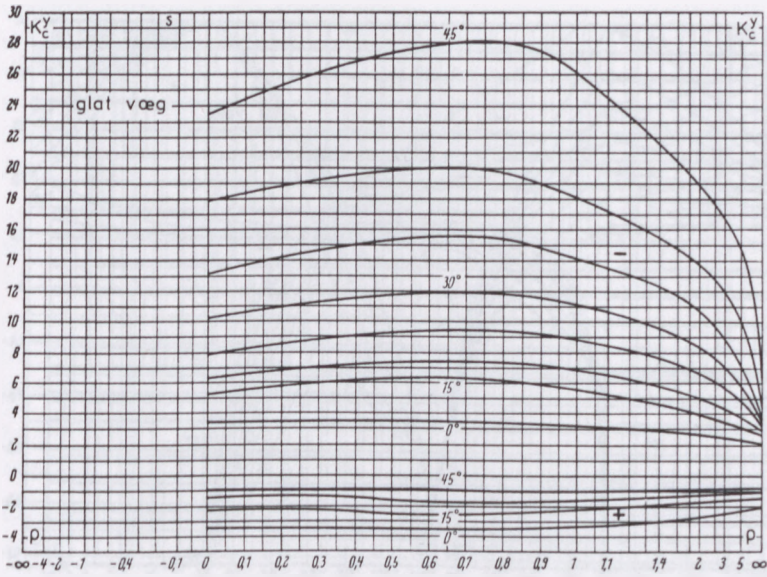


Figur 69:  $K_c^x$  for fuldstændig glad væg.

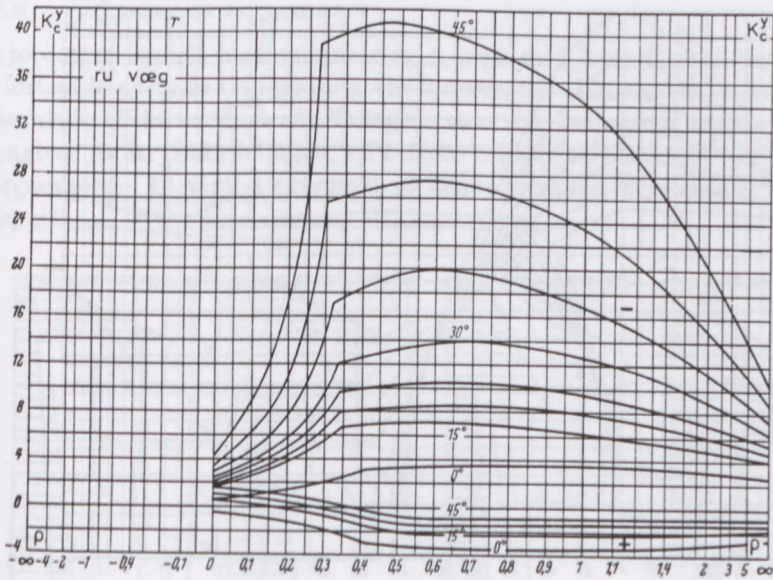


Figur 70:  $K_c^x$  for fuldstændig ru væg.

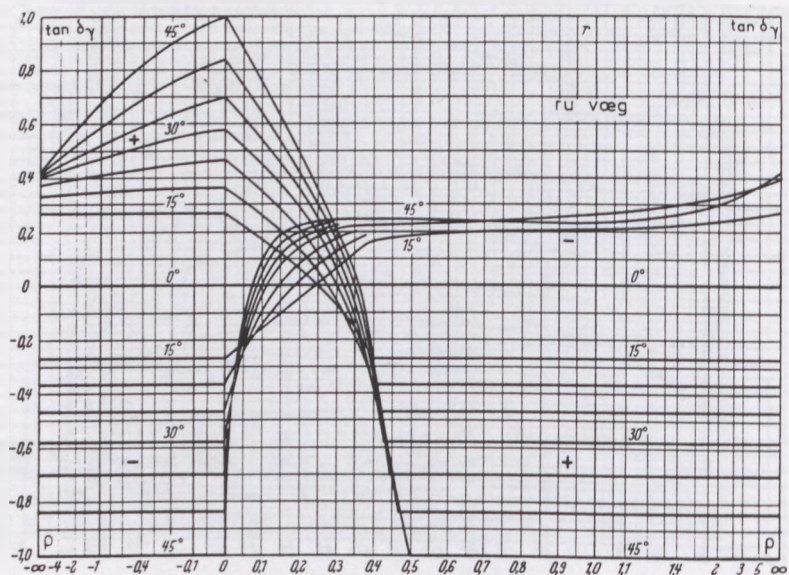




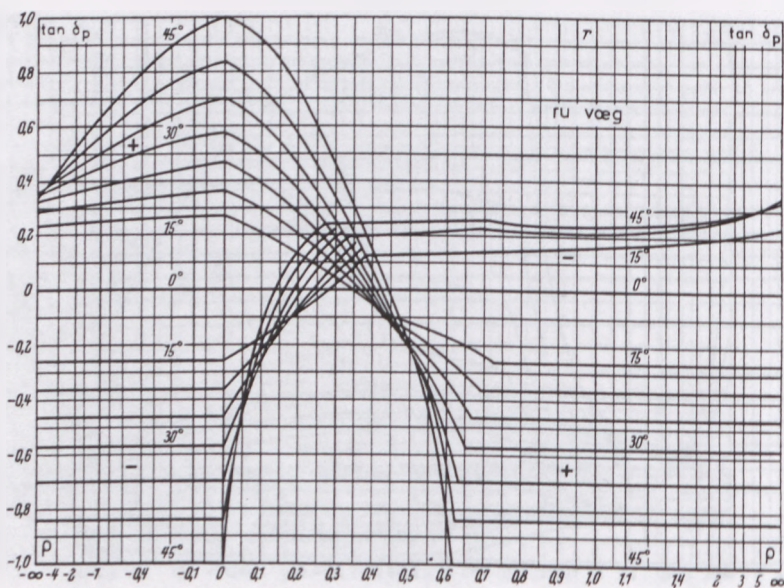
Figur 71:  $K_c^y$  for fuldstændig glat væg.



Figur 72:  $K_c^y$  for fuldstændig ru væg.

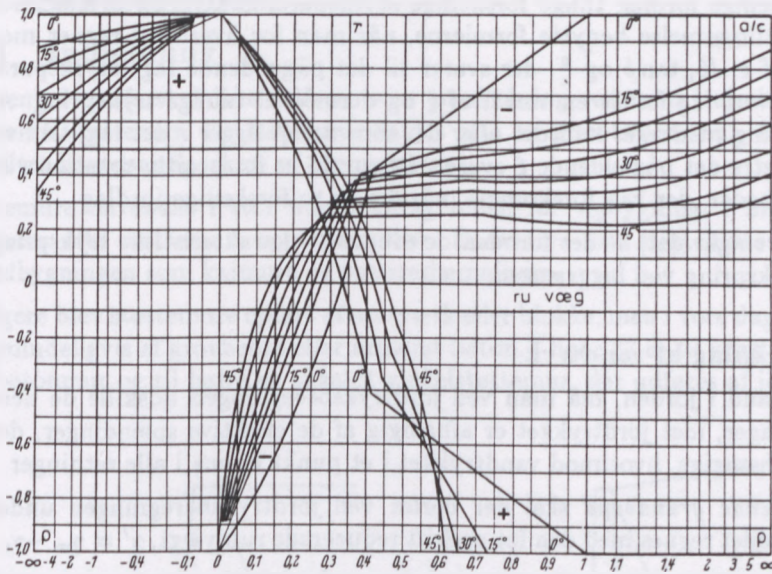


Figur 73:  $\tan \delta_\gamma$  for fuldstændig ru væg.



Figur 74:  $\tan \delta_\rho$  for fuldstændig ru væg.

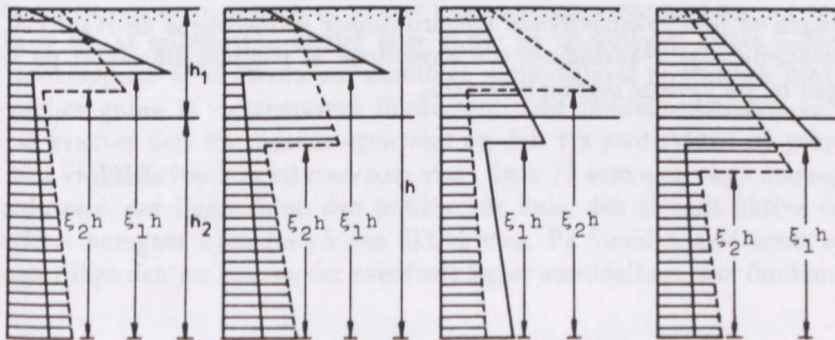




Figur 75:  $\frac{a}{c}$  for fuldstændig ru væg.

### 12.8.4 Virkning af laggrænser

Hvis jorden er lagdelt med samme  $c$  og  $\phi$ , men med forskellige rumvægte, kan man fortsat benytte de tidligere angivne formler, når man blot indsætter  $\gamma$ 'd som den samlede effektive vægt af alle lagene over det betragtede niveau. Kurven, der angiver jordtryksfordelingen, vil i dette tilfælde udvise knæk ved passagen af laggrænserne. Et vigtigt eksempel på denne form for laggrænse er et grundvandspejl.



Figur 76: Jordtryksfordeling ved lagdelt jord.

Har de forskellige jordlag tillige forskellige styrkeparametre,  $c$  og  $\phi$ , kan man fortsat som tilnærmelse benytte formlerne, når man for hvert lag regner med de værdier af  $c$ ,  $K$ ,  $\tan \delta$  og  $\frac{\sigma}{c}$ , der svarer til det pågældende lags styrkeparametre. For hvert lag findes en værdi af  $\xi$  og dermed et muligt trykspring. Af disse trykspring medtages kun det eller de, som netop ligger i det lag, til hvis styrkeparametre det pågældende  $\xi$  svarer. I figur 76 er for positiv rotation vist de fire muligheder, der kan forekomme, når der er to forskellige jordlag.

Af figur 76 fremgår det, at der foruden de eventuelle karakteristiske trykspring optræder trykspring ved laggrænsen.

### 12.8.5 Virkning af vandtryk

Findes der vand i jorden, må man ved jordtryksberegningen udskille de neutrale spændinger, idet jordtrykket er afhængig af de effektive spændinger, der er retningsafhængige, hvorimod vandtrykket i et punkt er ens i alle retninger.

Ved *stillestående grundvand* skal der derfor ved jordtryksberegningen under grundvandspejlet regnes med den for opdrift reducerede rumvægt,  $\gamma' = \gamma_m - \gamma_w$ .

Er jorden i besiddelse af *kapillaritet*, skal der også i kapillarzonen regnes med den reducerede rumvægt  $\gamma'$ . I kapillarvandspejlet skal der tillige regnes med en nedadrettet "nyttelast" svarende til kapillartrykket,  $\gamma_w h_c$ .

Ved *strømmende grundvand* skal der tages hensyn til strømkræfterne,  $j = i\gamma_w$ . Hvis strømmingen er omtrent lodret og parallel, bliver strømkræfterne nogenlunde konstante. I praksis vil man i almindelighed (som tilnærmelse) kunne forudsætte, at strømkræfterne er omtrent lodrette og konstante, i alt fald inden for passende intervaller, hvorfor man tager hensyn til strømkræfterne ved at regne med den effektive rumvægt bestemt af,  $\gamma' = (\gamma_m - \gamma_w) \pm i\gamma_w$ , idet eventuelle vandtryk beregnes separat. Se iøvrigt afsnit 11.11.

## 12.9 Sikkerhedsfastlæggelse

Beregningen af jordtrykspåvirkede konstruktioner gennemføres sædvanligvis i det *regningsmæssige brudstadium* ved anvendelse af partialkoefficienter på belastningen og på jordens styrkeparametre.

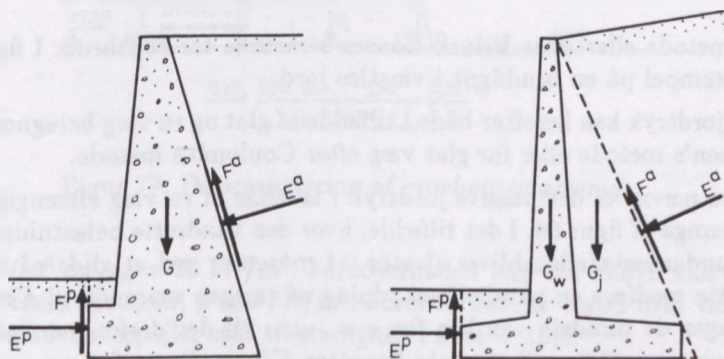
## 13 Støttemure

### 13.1 Indledning

Kan en niveauforskel ikke udføres som en skråning, vil man i almindelighed opføre en støttemur. En støttemur kaldes ofte en gravitationsmur, fordi dens stabilitet hovedsaglig sikres af egenvægten.

Støttemure anvendes i stor udstrækning inden for vejbygning. I brobygning anvendes ofte støttemure som landpiller. Endvidere kan støttemure benyttes i vandbygningen som kajmure og spærredæmninger.

Tidligere blev støttemure opført af murværk eller blokke, men i vore dage opføres de almindeligvis af grovbeton eller armeret beton. I figur 77 er til venstre vist en grovbetonmur og til højre en såkaldt vinkelstøttemur, der udføres af jernbeton.



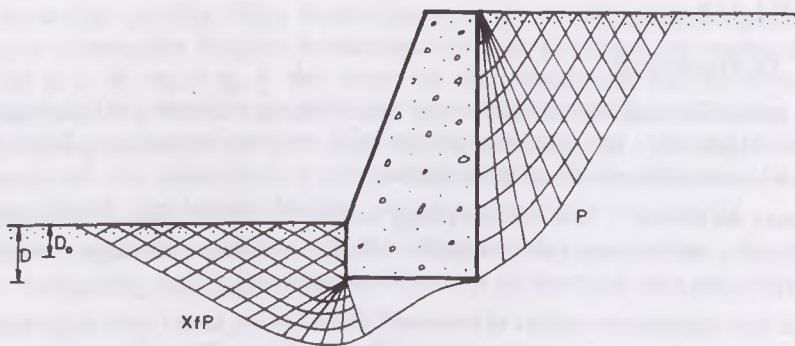
Figur 77: Eksempler på støttemure.

### 13.2 Dimensionering af støttemure

Dimensioneringen af en støttemur består i at bestemme den bredde, der er tilstrækkelig til, at muren ikke vælter eller glider på underlaget. Dette betyder, at en undersøgelse af støttemurens stabilitet almindeligvis er identisk med en bæreevneberegning af støttemurens fundament, idet fundamentsfladen er påvirket af kræfter dels fra murens egenvægt og dels fra jordtrykket på murens sider. Ved vinkelstøttemure vil man som vist i figur 77 som egenvægt medregne den jordmasse, der ligger foran den punkterede linie, den såkaldt fiktive væg. Jordtrykket beregnes ligeledes på den fiktive væg. På forsiden medregnes som egenvægt tillige den jordmasse, der eventuelt ligger umiddelbart over fundamentet.

Som tidligere nævnt vil en støttemur i brudgrænsetilstanden dreje sig omkring et punkt beliggende i eller under fundamentets underkant, svarende til  $-\infty < \rho \leq 0$ . Det aktive jordtryk på murens bagside kan derfor beregnes enten efter





Figur 78: Eksempel på brudfigur i vægtløs jord.

Coulomb's metode eller efter Brinch Hansen's metode for zonebrud. I figur 78 er vist et eksempel på en brudfigur i vægtløs jord.

Det passive jordtryk kan herefter både i tilfælde af glat og ru væg beregnes efter Brinch Hansen's metode eller for glat væg efter Coulomb's metode.

Som tidligere nævnt er det passive jordtryk i tilfælde af ru væg afhængig af  $\rho$ , hvilket vil fremgå af figur 64. I det tilfælde, hvor den vandrette belastningskomponent på fundamentsfladen bliver så stor, at muren er ved at glide på underlaget, vil dette medføre en parallelforskydning af væggen svarende til  $\rho = -\infty$ . Da  $K_{\gamma}^z$  antager de mindste værdier for  $\rho = -\infty$ , vil det derfor være på den sikre side, hvis man under alle forhold benytter  $K_{\gamma}^z$ -værdierne for  $\rho = -\infty$  ved beregningen af det passive jordtryk.

Hvis det passive jordtryk undtagelsesvis antager så store værdier, at den vandrette belastningskomponent på fundamentsfladen får retning imod murens bagkant, kan man regne med et passivt jordtryk, der svarer til, at den vandrette belastningskomponent bliver nul. Man kan herefter beregne fundamentet for den lodrette belastningsresultant.

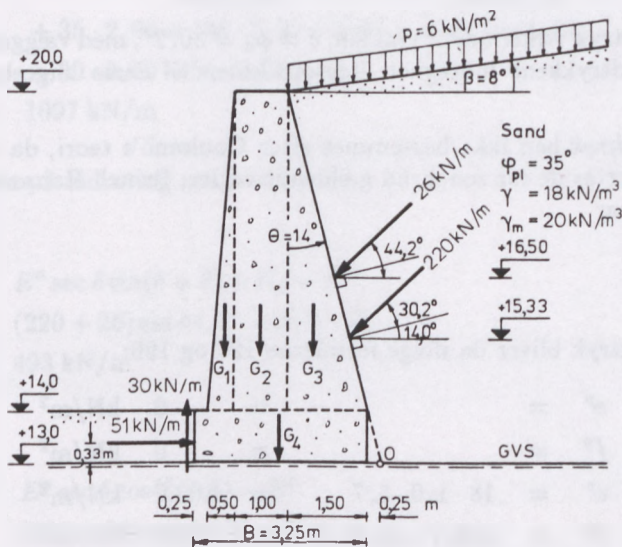
Det skal sluttelig bemærkes, at man må sørge for en effektiv dræning af bagfylden, da en eventuel opstuvning af overfladevand kan blive katastrofal for stabiliteten, hvis der ikke i beregningen er taget fornøden hensyn til vandtrykket.

I de følgende to afsnit er beregningsprincipperne for støttemure illustreret. I afsnit 13.2.2 er tillige omtalt hvordan snitkræfterne i en vinkelstøttemur kan beregnes.

### 13.2.1 Dimensionering af grovbetonstøttemur

Vi skal i dette eksempel undersøge, om grovbetonstøttemuren i figur 79 er tilstrækkelig stabil. Jorden er overalt sand med den plane friktionsvinkel,  $\phi_{pl} = 35^\circ$  ( $c = 0$ ). Sandets rumvægt henholdsvis over og under grundvandsspejlet er





Figur 79: Dimensionering af grovbetonstøttemur.

$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$  og  $\gamma_m = 20 \text{ kN/m}^3$ . Jordoverfladen bag ved muren kan belastes af en ensfordelt nyttelast,  $p = 6 \text{ kN/m}^2$ . Jordoverfladens vinkel med vandret er  $\beta = 8^\circ$ . Grundvandsspejlet står til stadighed i kote + 13,0.

Beregningen skal som tidligere nævnt gennemføres i et regningsmæssigt brudstadium. Endvidere forudsættes normal funderingsklasse og sikkerhedsklasse samt lastkombination 2.1. De regningsmæssige værdier bliver:

$$p_d = 1,3 \cdot 6 = 7,8 \text{ kN/m}^2$$

$$\phi_d = \arctan \frac{\tan 35^\circ}{1,2} = 30,2^\circ$$

Jordtrykket på væggens to sider beregnes herefter under forudsætning af, at væggen er fuldstændig ru.

Det aktive jordtryk på bagsiden kan beregnes efter Coulomb's teori eller efter Brinch Hansen's metode for zonebrud. Benyttes Coulomb's teori, afsnit 12.5.2, bliver jordtrykket, idet  $\gamma$ -leddet og  $p$ -leddet er bestemt hver for sig:

Det trekantformigt fordelte  $\gamma$ -bidrag bliver:

$$E_1^a \sec \delta = 220 \text{ kN/m}$$

Det ensformigt fordelte  $p$ -bidrag bliver:

$$E_2^a \sec \delta = 26 \text{ kN/m}$$

Begge disse jordtryk virker under vinklen,  $\delta = \phi_d = 30,2^\circ$ , med væggens normal. I figuren er jordtrykkene indtegnet, ligesom koten til deres angrebspunkt på væggen er vist.

Det *passive jordtryk* kan ikke bestemmes efter Coulomb's teori, da væggen er ru. I stedet benyttes de for zonebrud gældende regler, Brinch Hansen's metode. Af figur 56 findes:

$$K_\gamma^{Pr} = 5,7$$

Det passive jordtryk bliver da ifølge formlerne 195 og 196:

I kote +14,0:	$e^P =$	$=$	$=$	$0 \text{ kN/m}^2$
	$f^P =$	$=$	$=$	$0 \text{ kN/m}^2$
I kote +13,0:	$e^P =$	$18 \cdot 1,0 \cdot 5,7$	$=$	$102,7 \text{ kN/m}^2$
	$f^P =$	$102,7 \cdot \tan 30,2^\circ$	$=$	$59,7 \text{ kN/m}^2$

Det totale passive jordtryk bliver:

$$E^P = \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 102,7 = 51 \text{ kN/m}$$

$$F^P = \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 59,7 = 30 \text{ kN/m}$$

angribende 0,33 m over murens underside.

Herefter skal det ved en *bæreevneberegning* undersøges, om muren er tilstrækkelig stabil.

Støttemurens egenvægt bliver:

$$\begin{aligned} G_d &= G_1 + G_2 + G_3 + G_4 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 6,0 \cdot 23 + 1,0 \cdot 6,0 \cdot 23 \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 6,0 \cdot 23 + 1,0 \cdot 3,25 \cdot 23 \\ &= 351 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Ved moment af samtlige kræfter om punkt O fås:

$$M_d = E_1^a z_1 + E_2^a z_2 + G_r x_g - F^P x_p - E^P z^P$$

$$\begin{aligned}
&= 220 \cos 30,2^\circ \frac{2,33}{\cos 14,0^\circ} + 26 \cos 30,2^\circ \frac{3,50}{\cos 14,0^\circ} \\
&\quad + 35 \cdot 2,90 + 138 \cdot 2,25 + 103 \cdot 1,25 + 75 \cdot 1,88 \\
&\quad - 30 \cdot 3,50 - 51 \cdot 0,33 \\
&= 1097 \text{ kN/m}
\end{aligned}$$

Ved projektion på lodret og vandret findes:

$$\begin{aligned}
V_d &= E^a \sec \delta \sin(\delta + \theta) + G_d - F^p \\
&= (220 + 26) \sin 44,2^\circ + 351 - 30 \\
&= 493 \text{ kN/m}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_d &= E^a \sec \delta \cos(\delta + \theta) - E^p \\
&= (220 + 26) \cos 44,2^\circ - 51 \\
&= 125 \text{ kN/m}
\end{aligned}$$

Fundamentets effektive bredde bliver da:

$$x = \frac{M_d}{V_d} = \frac{1097}{493} = 2,23 \text{ m}$$

$$b = (3,50 - 2,23)2 = 2,54 \text{ m}$$

Kriteriet for glidningsstabilitet giver:

$$H_d = 125 \text{ kN/m} < V_d \tan \phi_d = 493 \tan 30,2^\circ = 287 \text{ kN/m}$$

Kriteriet er således opfyldt.

Bæreevnen bestemmes af:

$$\frac{Q_d}{b} = \frac{1}{2} \gamma' b N_\gamma s_\gamma i_\gamma + q' N_q s_q i_q$$

Man finder:

$$\gamma' = 10 \text{ kN/m}^3 \quad \text{da} \quad h_g = 0$$

$$s_\gamma = 1,0 \quad \text{da} \quad l \sim \infty$$

$$s_q = 1,0 \quad \text{da} \quad l \sim \infty$$

$$i_q = \left[ 1 - \frac{H_d}{V_d} \right]^2 = \left[ 1 - \frac{125}{493} \right]^2 = 0,56$$

$$i_\gamma = i_q^2 = 0,31$$

$$q' = 18 \cdot 1,0 = 18 \text{ kN/m}^2$$

For  $\phi_d = 30,2^\circ$  findes  $N_\gamma = 15,4$  og  $N_q = 18,9$ .

Bæreevnen bliver da:

$$\frac{Q_d}{b} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2,54 \cdot 15,4 \cdot 1,0 \cdot 0,31 + 18 \cdot 18,9 \cdot 1,0 \cdot 0,56 = 251 \text{ kN/m}^2$$

Bæreevnekriteriet giver:

$$\frac{Q_d}{b} = \frac{493}{2,54} = 194 \text{ kN/m}^2 < 251 \text{ kN/m}^2$$

Bæreevnekriteriet er således rigeligt opfyldt.

Da både glidekriteriet og bæreevnekriteriet er opfyldt, er støttemuren tilstrækkelig stabil.

### 13.2.2 Dimensionering af vinkelstøttemur

I figur 80 er vist en vinkelstøttemur. Det skal undersøges, om stabiliteten er tilfredsstillende. Tillige skal det illustreres, hvordan man kan beregne snitkræfterne i væggen og fodpladen.

Jorden på begge sider af muren er sand med den triaksiale friktionsvinkel,  $\phi_{tr} = 31,5^\circ$  og med rumvægten,  $\delta = 18 \text{ kN/m}^3$ .

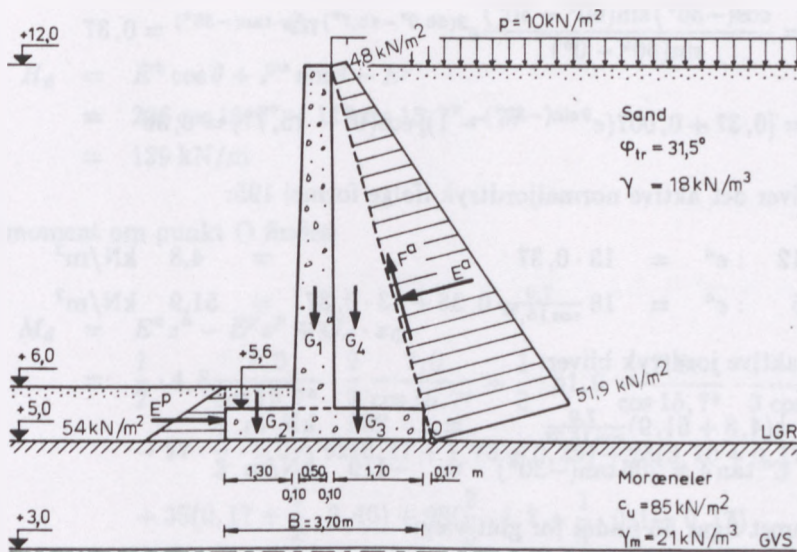
Under funderingsniveau findes til stor dybde moræneler med  $c_u = 85 \text{ kN/m}^2$  ( $\phi = 0$ ) og  $\gamma_m = 21 \text{ kN/m}^3$ . Grundvandsspejlet står til stadighed i kote +3,0. På jordoverfladen i kote + 12,0 kan virke en nyttelast,  $p = 10 \text{ kN/m}^2$ .

#### *Støttemurens stabilitet*

Beregningen gennemføres i det regningsmæssige brudstadium med følgende regningsmæssige værdier, idet der regnes med normal funderingsklasse og sikkerhedsklasse samt lastkombination 2.1:

$$p_d = 10 \cdot 1,3 = 13 \text{ kN/m}^2$$





Figur 80: Dimensionering af vinkelstøttemur.

$$\phi_d = \arctan \frac{\tan(31,5^\circ \cdot 1,1)}{1,2} = 30^\circ$$

$$c_{ud} = \frac{85}{1,8} = 47,2 \text{ kN/m}^2 \text{ (bæreevne)}$$

Jordtrykket beregnes efter de for zonebrud gældende regler, Brinch Hansen's metode. Den fiktive væg forudsættes ru. På forsiden forudsættes forsigtigvis glat væg.

Det aktive jordtryk på den fiktive væg beregnes på følgende måde:

Den fiktive vægs vinkel med lodret er:

$$\theta = \arctan \frac{1,80}{6,40} = 15,7^\circ$$

Af formlerne 199 til 202 findes, da  $\delta = \phi_d = -30^\circ$  og  $\beta = 0$ :

$$\cos(2v_0 - 30^\circ - 0^\circ) = 0$$

$$v_0 = 60^\circ$$

$$v_1 = 15,7 + 30,0^\circ = 45,7^\circ$$

$$K_p^{ar} = \frac{\cos(-30^\circ) \sin(60^\circ - 30^\circ)}{\sin(60^\circ - 0^\circ)} e^{2(60,0^\circ - 45,7^\circ) \frac{\pi}{180^\circ} \tan(-30^\circ)} = 0,37$$

$$K_\gamma^{ar} = [0,37 + 0,007(e^{9 \sin(-30^\circ)} - 1)] \cos(0^\circ - 15,7^\circ) = 0,36$$

Herefter bliver det aktive normaljordtryk ifølge formel 195:

$$\text{I kote } + 12 : e^a = 13 \cdot 0,37 = 4,8 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{I kote } + 5 : e^a = 18 \frac{7,0}{\cos 15,7^\circ} 0,36 + 13 \cdot 0,37 = 51,9 \text{ kN/m}^2$$

Det totale aktive jordtryk bliver:

$$E^a = \frac{1}{2}(4,8 + 51,9) \frac{7,0}{\cos 15,7^\circ} = 206 \text{ kN/m}$$

$$F^a = E^a \tan \delta = 206 \tan(-30^\circ) = -119 \text{ kN/m}$$

Af diagrammet figur 56 findes for glat væg:

$$K_\gamma^{ps} = 3,0$$

Hvorefter det passive jordtryk på forsiden findes af formel 195:

$$\text{I kote } + 6 : e^p = 0$$

$$\text{I kote } + 5 : e^p = 18 \cdot 1,0 \cdot 3,0 = 54,0 \text{ kN/m}^2$$

Det totale passive jordtryk bliver, da  $\delta = 0$ :

$$E^p = \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 54,0 = 27 \text{ kN/m}$$

Støttemurens egenvægt bliver:

$$\begin{aligned} G_d &= G_1 + G_2 + G_3 + G_4 \\ &= \frac{1}{2}(0,50 + 0,70)6,4 \cdot 24 + (18 \cdot 0,40 + 24 \cdot 0,60)1,30 \\ &\quad + 0,60 \cdot 2,40 \cdot 24 + \frac{1}{2} \cdot 6,4 \cdot 1,70 \cdot 18 \\ &= 253 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_d &= E^a \sin \theta - F^a \cos \theta + G_d \\ &= 206 \sin 15,7^\circ + 119 \cos 15,7^\circ + 253 \\ &= 423 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_d &= E^a \cos \theta + F^a \sin \theta - E^p \\
 &= 206 \cos 15,7^\circ - 119 \sin 15,7^\circ - 27 \\
 &= 139 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Ved moment om punkt O findes:

$$\begin{aligned}
 M_d &= E^a z^a - E^p z^p + G_d \cdot x_G \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 4,8 \frac{7,0}{\cos 15,7^\circ} \cdot \frac{2}{3} \frac{7,0}{\cos 15,7^\circ} + \frac{1}{2} \cdot 51,9 \frac{7,0}{\cos 15,7^\circ} \cdot \frac{1}{3} \frac{7,0}{\cos 15,7^\circ} \\
 &\quad - 27 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1,0 + 92(0,17 + 1,70 + 0,35) + 28(3,70 + 0,17 - 0,65) \\
 &\quad + 35(0,17 + \frac{1}{2} \cdot 2,40) + 98(\frac{2}{3} \cdot 1,7 + \frac{1}{3} \cdot 0,1 + 0,17) \\
 &= 1006 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

Herefter bliver den effektive fundamentsbredde:

$$x = \frac{M_d}{V_d} = \frac{1006}{423} = 2,38 \text{ m}$$

$$b = (3,70 + 0,17 - 2,38)2 = 2,98 \text{ m}$$

At glidekriteriet er opfyldt følger af, at:

$$H_d = 139 \text{ kN/m} < bc_{ud} = 2,98 \cdot 47,2 = 141 \text{ kN/m}$$

og:

$$H_d = 139 \text{ kN/m} < 0,4V_d = 0,4 \cdot 423 = 169 \text{ kN/m}$$

Bæreevnen findes af:

$$\frac{Q_d}{b} = 5,14c_{ud}s_c^\circ i_c^\circ + q'$$

Man finder:

$$s_c^\circ = 1 \text{ da } l \sim \infty$$

$$i_c^o = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{139}{2,98 \cdot 47,2}} = 0,55$$

$$q' = 1,0 \cdot 18 = 18 \text{ kN/m}^2$$

Bæreevnen bliver da:

$$\frac{Q_d}{b} = 5,14 \cdot 47,2 \cdot 1,0 \cdot 0,55 + 18 = 169 \text{ kN/m}^2$$

At bæreevnekriteriet er opfyldt ses af, at:

$$\frac{V_d}{b} = \frac{423}{2,98} = 142 \text{ kN/m}^2 < \frac{Q_d}{b} = 169 \text{ kN/m}^2$$

Støttemuren er således tilstrækkelig stabil med bredden  $B = 3,70 \text{ m}$ .

Det skal bemærkes, at man må sørge for en effektiv dræning af bagfylden, da der ikke i beregningen er taget hensyn til eventuelle vandtryk på murens bagside.

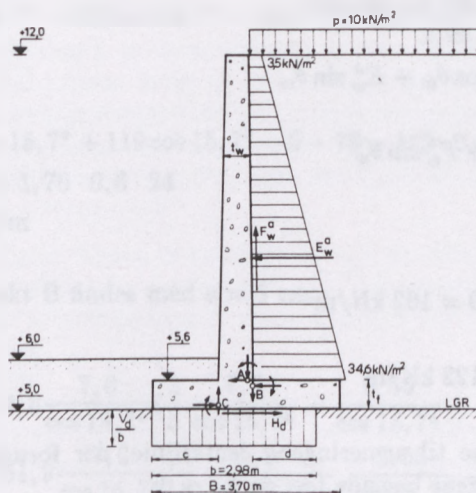
### *Snitkræfter*

Snitkræfterne i væggen og fodpladen kan beregnes på flere forskellige måder. I det følgende skal omtales to metoder, der normalt anses for at være lige gode.

Man kan beregne snitkræfterne i væggen ved at forudsætte, at væggen skal optage den vandrette komponent af det aktive jordtryk på den fiktive væg, se figur 80. Ved denne beregning medtages naturligvis kun den del af den vandrette komponent, der ligger over det betragtede snit i væggen. Ud over den vandrette jordtrykskomponent er væggen kun påvirket af sin egenvægt. Dette betyder, at alle øvrige kræfter skal optages af fodpladen. Fodpladen er således påvirket af den lodrette aktive jordtrykskomponent over fodpladens overside samt af både normaljordtrykket og tangentialjordtrykket under dette niveau. Endvidere er fodpladen påvirket af det passive jordtryk samt sin egenvægt og vægten af det trekantformede jordlegeme foran den fiktive væg. Endelig skal ved snitkraftberegningen i fodpladen medtages reaktionstrykket på det effektive fundamentsareal.

Den anden metode, som skal omtales her, er den, vi vil benytte i dette tilfælde. Man forudsætter, at der opstår flydning i væggens nederste punkt, hvorved væggen som et stift hele drejer sig om dette punkt. Da  $\rho$  således er nul, opstår der almindeligt aktivt jordtryk på væggen, se figur 81. Snitkræfterne i væggen beregnes for dette aktive jordtryk samt for sin egenvægt. Man bestemmer herefter det aktive jordtryk, der skal optages af fodpladen som differensen mellem jordtrykket på den fiktive væg, se figur 80, og jordtrykket på selve væggen. Ud over differensen mellem disse aktive jordtryk er fodpladen påvirket af de samme kræfter, som angivet i den første metode ovenfor.





Figur 81: *Snitkræfter i støttemur.*

Indledningsvis bestemmes det aktive jordtryk på væggen. Da væggens vinkel med lodret er  $\theta = 0,9^\circ$ , forudsættes væggen lodret, hvorfor jordtrykkoefficienterne bestemmes af zonebrudsdiagrammerne på figur 56, idet væggen forudsættes ru. For  $\phi_d = 30^\circ$  findes:

$$K_\gamma^{ar} = 0,27 \quad \text{og} \quad K_p^{ar} = 0,27$$

Af formel 195 findes det aktive normaljordtryk:

$$\text{I kote } +12,0 : e^a = 13 \cdot 0,27 = 3,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{I kote } +5,0 : e^a = 18 \cdot 6,4 \cdot 0,27 + 3,5 = 34,6 \text{ kN/m}^2$$

Det totale normaljordtryk bliver:

$$E_w^a = \frac{1}{2}(3,5 + 34,6)6,4 = 122 \text{ kN/m}$$

Det totale tangentialjordtryk bliver, da  $\delta = -30^\circ$ :

$$F_w^a = E_w^a \tan \delta = 122 \tan(-30^\circ) = -70 \text{ kN/m}$$

Jordtryksfordelingen er vist i figur 81, hvor også reaktionstrykket er angivet.

Snitkræfterne i væggen bestemmes som beskrevet ovenfor. I væggens nederste snit fås eksempelvis:

Ved projektion på lodret og vandret:

$$N = G_w - F_w^a \cos \theta_w + E_w^a \sin \theta_w$$

$$Q = E_w^a \cos \theta_w + F_w^a \sin \theta_w$$

Da  $\theta_w \sim 0$  fås:

$$N = 92 + 70 + 0 = 162 \text{ kN/m}$$

$$Q = 122 + 0 = 122 \text{ kN/m}$$

Henføres snitkræfterne til armeringens centerlinie, der forudsættes at ligge i afstanden,  $a$ , fra væggens bagside fås, da  $\theta_w \sim 0$ :

$$M = E_w^a z_w^a + F_w^a a + G_w \left( \frac{t_w}{2} - a \right)$$

Med  $a = 5 \text{ cm}$  fås:

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 6,4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6,4 + \frac{1}{2} \cdot 34,6 \cdot 6,4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6,4 - 70 \cdot 0,05 \\ &\quad + 92 \left( \frac{0,70}{2} - 0,05 \right) \\ &= 308 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

Da snitkræfterne i væggen aftager forholdsvis hurtigt op gennem væggen, bør snitkræfterne bestemmes i flere snit for at opnå en økonomisk jernføring i væggen.

I det bageste snit i fodpladen fås efter de oven for beskrevne principper, idet armeringens centerlinie ligger i afstanden,  $a$ , fra fodpladens overside:

Ved projektion på vandret og lodret:

$$N = E^a \cos \theta + F^a \sin \theta - E_w^a \cos \theta_w - F_w^a \sin \theta_w - H_d \frac{d}{b}$$

$$Q = E^a \sin \theta - F^a \cos \theta - E_w^a \sin \theta_w + F_w^a \cos \theta_w - \frac{V_d}{b} + G_j + G_j$$

Da  $\theta = 15,7^\circ$  og  $\theta_w \sim 0$  fås:

$$N = 206 \cos 15,7^\circ - 119 \sin 15,7^\circ - 122 - 0 - 139 \frac{0,98}{2,98} = -2 \text{ kN/m}$$

$$\begin{aligned} Q &= 206 \sin 15,7^\circ + 119 \cos 15,7^\circ - 0 - 70 - 142 \cdot 0,98 \\ &\quad + 98 + 1,70 \cdot 0,6 \cdot 24 \\ &= 84 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Ved moment om punkt B findes med  $a = 5 \text{ cm}$ :

$$\begin{aligned} M &= -\frac{1}{2} \cdot 4,8 \frac{7,0}{\cos 15,7^\circ} \left( \frac{2}{3} \frac{7,0}{\cos 15,7^\circ} - \frac{0,55}{\cos 15,7^\circ} - 1,70 \sin 15,7^\circ \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \cdot 51,9 \frac{7,0}{\cos 15,7^\circ} \left( \frac{1}{3} \frac{7,0}{\cos 15,7^\circ} - \frac{0,55}{\cos 15,7^\circ} - 1,70 \sin 15,7^\circ \right) \\ &\quad + 119 \cdot 1,70 \cos 15,7^\circ + \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 6,4 \left( \frac{2}{3} \cdot 6,4 + 0,05 \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot 34,6 \cdot 6,4 \left( \frac{1}{3} \cdot 6,4 + 0,05 \right) - 142 \cdot 0,98 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,98 \\ &\quad - 139 \frac{0,98}{2,98} \cdot 0,55 + 98 \cdot \frac{1}{3} (1,70 - 0,10) + 1,70 \cdot 0,6 \cdot 24 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,70 \\ &= 135 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

I det forreste snit i fodpladen fås ved projektion på vandret og lodret:

$$N = E^p + H_d \frac{c}{b} = 27 + 139 \frac{1,30}{2,98} = 88 \text{ kN/m}$$

$$Q = \frac{V_d}{b} c - G_f = 142 \cdot 1,30 - 28 = 157 \text{ kN/m}$$

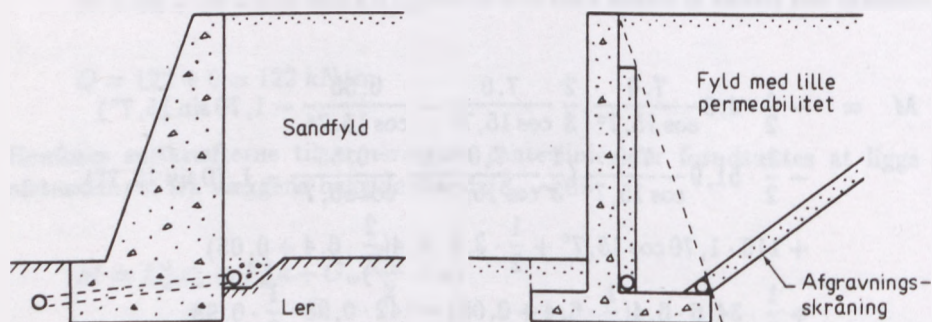
Ved moment om punkt C findes, når armeringens centerlinie ligger i afstanden,  $a = 5 \text{ cm}$ , fra fundamentalsfladens underkant:

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} \frac{V_d}{b} c^2 + E^p (z^p - a) - H_d \frac{c}{b} a - \frac{1}{2} G_f c \\ &= \frac{1}{2} \cdot 142 \cdot 1,30^2 + 27(0,33 - 0,05) - 139 \frac{1,30}{2,98} 0,05 - \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 1,30 \\ &= 106 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

For disse snitkræfter skal støttemuren armeres med anvendelse af de sædvanlige regningsmæssige materialestyrker.

### 13.3 Dræning af støttemure

Som tidligere nævnt er det vigtigt, at støttemure er drænet for at undgå utilsigtede vandtryk på murens bagside. For at opnå mindst muligt jordtryk og samtidig undgå opbygning af vandtryk bag muren, vil man som regel anvende velkomprimeret og tilstrækkelig permeabel sand- eller grusfyld. Man vil desuden under alle omstændigheder sørge for effektiv dræning af bagfylden.



Figur 82: Eksempler på dræning af støttemure.

I figur 82 er vist eksempler på dræning af støttemure. Skitsen til venstre i figuren viser en simpel dræning af permeabel fyld. Skitsen til højre viser et eksempel på et drænsystem, som kan være nødvendigt, hvis fylden har lille permeabilitet og eventuelt tillige er frostfarlig. Bag muren placeres et lodret dræn, der sikrer mod opbygning af vandtryk som følge af vandtilstrømning fra overfladen. Drænet har tillige en vis isolerende evne over for frostindtrængning gennem muren. Ud over dette dræn placeres et skråtliggende grusdræn omkring eller under grænsebrudlinjen for det aktive jordtryk. Drænet er tillige kapillaritetsbrydende således, at vandopsugning til dannelse af islinser ved opfrysning af fylden undgås.

De viste dræn skal dimensioneres omhyggeligt under iagttagelse af de sædvanlige filterkriterier, se afsnit 3.11.



## 14 Kældervægge

### 14.1 Indledning

Dimensioneringen af kældervægge udgør et specielt geoteknisk problem, blandt andet fordi der normalt ikke i jorden op til kældervæggen opstår et egentligt brud. Beregningen af jordtrykket, og dermed dimensioneringen af kældervægge, må derfor baseres på erfaringsregler.

Kældervægge er tidligere blevet dimensioneret ved en tillempet metode med anvendelse af partialkoefficienter svarende til  $\sqrt{\gamma_m}$  på vægmaterialebrudegenskaber. Dette gav erfaringsmæssigt såvel tilstrækkelig brudsikkerhed som fornuftig revnesikkerhed.

De senere års tendens til at anvende en bedre betonkvalitet i kældervægge har imidlertid gjort ovenstående erfaringsmateriale forældet. Ifølge ref. [12] anbefales det fremover at dimensionere kældervægge efter nedenstående princip.

### 14.2 Små feltstørrelser

For in situ støbte kældervægge med små feltstørrelser er det muligt at sikre funktionskravenes overholdelse ud fra erfaringsregler som angivet i funderingsnormens afsnit 1.1.1.1 under lempet funderingsklasse. Heraf fremgår det, at funktionskravene er sikret erfaringsmæssigt for 0,30 til 0,40 m tykke jordtrykspåvirkede in situ støbte betonkældervægge, når feltstørrelserne er maksimalt henholdsvis 10 m<sup>2</sup> og 15 m<sup>2</sup> for vægge, der kun er understøttet på tværvægge og kældergulv. For vægge der tillige er fastholdt foroven, for eksempel ved dæk, er den maksimale feltstørrelse henholdsvis 15 m<sup>2</sup> og 20 m<sup>2</sup>. Det er forudsat, at væggen ikke indeholder vindues- eller døråbninger.

### 14.3 Større feltstørrelser

Kældervægge med større feltstørrelser end nævnt i foregående afsnit skal undersøges både i brudgrænsetilstanden og i anvendelsestilstanden.

I *brudgrænsetilstanden* foreslås det at regne med aktivt jortryk og sædvanlige partialkoefficienter på materialer, jord og laster. Der må ikke regnes med trækspændinger i betonen. Denne grænsetilstand er erfaringsmæssig dimensionsgivende for langt de fleste uarmerede vægge.

I *anvendelsestilstanden* foreslås det at regne med hviletryk og med alle partialkoefficienter,  $\gamma = 1,0$ , efter følgende retningslinier:

- For uarmerede vægge kan der erfaringsmæssigt regnes med trækspændinger over den trækpåvirkede del af betontværsnittet, det vil sige urevnet tværsnit, men de regningsmæssige bøjningstrækspændinger må ikke over-

stige de værdier, der i betonnormen er anført for betonens karakteristiske trækstyrke.

- For armerede vægge skal deformationerne og revnevidderne undersøges i henhold til betonnormen. Denne grænsetilstand er erfaringsmæssig dimensionsbestemmende for langt de fleste armerede vægge.

I beregningerne kan forudsættes følgende *regningsmæssige* jordtrykskoefficienter, hvis tilfyldningen udføres med friktionsjord eller sandet kohæsionsjord uden væsentligt organisk indhold:

I brudgrænsetilstanden anvendes ofte:

$$K^a \sim 0,3 \quad (228)$$

I anvendelsestilstanden anvendes ofte (se i øvrigt afsnit 12.2):

$$K^o \sim 0,5 \quad (229)$$

## 14.4 Vandtryk

Det er ikke nødvendigt at regne med vandtryk, når der opretholdes et effektivt virkende omfangsdræn i forbindelse med et drænende lag af sand, grus eller porøse plader op langs væggen.

## 14.5 Jordtryk på en kældervæg

I figur 83 er vist en kældervæg, der er understøttet ved kældergulv og ved kælderdekke. Tilfyldningen er sand med rumvægten,  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ .

Jordtrykket i *brudgrænsetilstanden* bliver, idet  $K^a \sim 0,3$ , se den midterste skitse i figur 83:

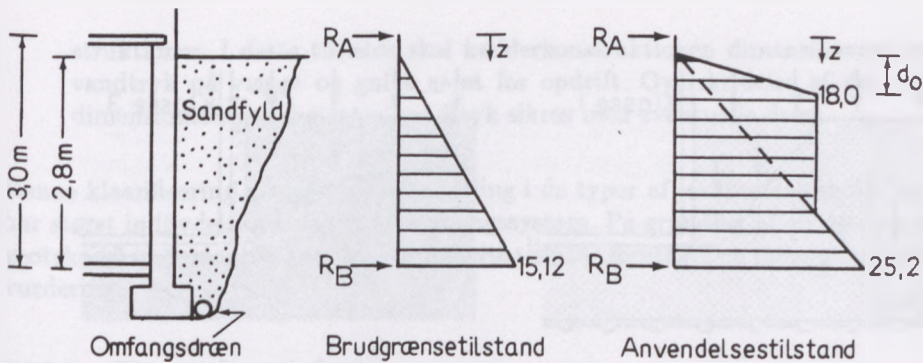
$$e = 0,3 \cdot 18 \cdot 2,8 = 15,12 \text{ kN/m}^2$$

Reaktionen,  $R_A$ , ved kælderdekke bliver:

$$R_A = 6,59 \text{ kN/m}$$

Maksimalmomentet i væggen findes for  $z = 1,762 \text{ m}$ :

$$M_{max} = 8,174 \text{ kNm/m}$$



Figur 83: Jordtryk på kældervæg i brudgrænsetilstanden og i anvendelsestilstanden.

Jordtrykket i *anvendelsestilstanden* bestemmes under hensyntagen til tillægsjordtryk fra komprimering, se afsnit 6.3.2 i funderingsnormen. Det bør iøvrigt generelt overvejes, om komprimering er hensigtsmæssig, da komprimeringen forøger jordtrykket betydeligt.

Når  $d_o$  skønnes til 0,5 m, og  $K^\circ$  sættes til 0,5, bliver jordtrykket på væggen som vist til højre i figur 83:

$$\text{I dybden, } d_o: \quad e = \frac{1}{0,5} \cdot 18 \cdot 0,5 = 18,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Ved kældergulvet: } e = 0,5 \cdot 18 \cdot 2,8 = 25,5 \text{ kN/m}^2$$

Reaktionen ved kælderdekke bliver:

$$R_A = 19,83 \text{ kN/m}$$

Maksimalmomentet i væggen bliver for  $z = 1,551 \text{ m}$ :

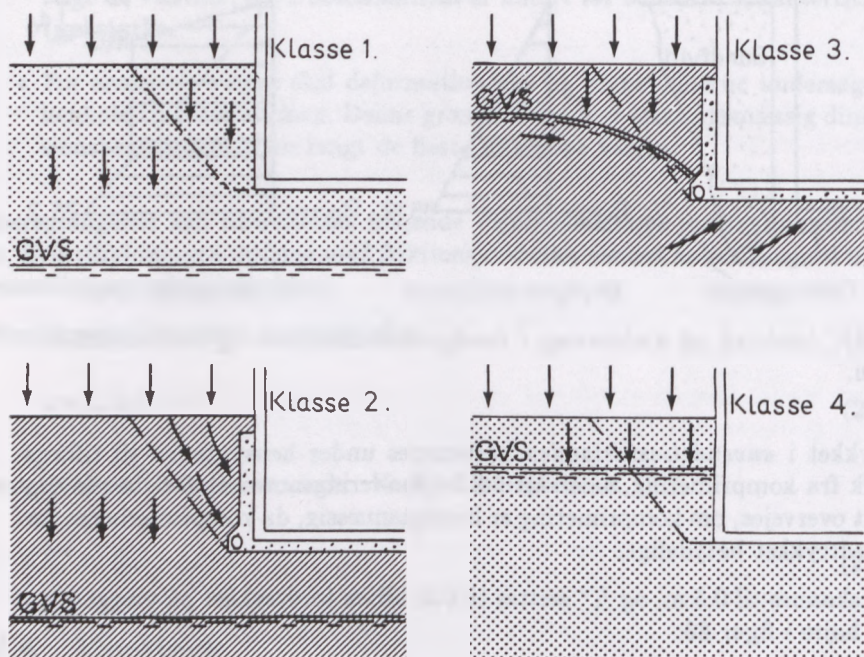
$$M_{max} = 19,65 \text{ kNm/m}$$

For momenterne i henholdsvis brudgrænsetilstanden og anvendelsestilstanden beregnes væggen i henhold til betonnormen.

## 14.6 Dræning af kældre

En kælderkonstruktion må tørholdes ved anvendelse af dræn. Drænene kan desuden være medvirkende til at reducere vandtrykket på vægge og kældergulv. Hvilken drænkonstruktion, der skal anvendes, afhænger i høj grad af jordbundsforholdene og grundvandsforholdene. I ref. [13] klassificeres jordbundsforholdene og grundvandsforholdene i én af fire klasser, se figur 84:





Figur 84: Klassificering af jordbunds- og grundvandsforhold i relation til dræning af kælderkonstruktioner.

- **Klasse 1.** Meget permeabel jordart, det vil sige  $k > 10^{-4}$  m/s. Grundvandsspejlet er beliggende under drænniveau. Når der tilbagefyldes med permeabel jord, nedsiver infiltrationsvandet lodret mod grundvandsspejlet, hvorfor der ikke vil være vandtryk på konstruktionen.
- **Klasse 2.** Jordart med ringe permeabilitet,  $k < 10^{-5}$  m/s, hvor grundvandsspejlet altid ligger under dræningsniveau. I dette tilfælde skal infiltrationsvandet gennem tilbagefyldningen drænes som vist i figur 84. Når der udlægges dræn er det ikke nødvendigt at regne med vandtryk.
- **Klasse 3.** Jordart med ringe permeabilitet,  $k < 10^{-5}$  m/s, hvor grundvandsspejlet lejlighedsvis eller altid ligger over dræningsniveau. I dette tilfælde skal infiltrationsvandet gennem tilbagefyldningen og den intakte jord drænes, og vandtrykket fra grundvandet fjernes ved permanent dræning. I konstruktionsperioden sænkes grundvandsspejlet.
- **Klasse 4.** Meget permeabel jordart,  $k > 10^{-4}$  m/s, hvor grundvandsspejlet lejlighedsvis eller altid ligger over dræningsniveau, og hvor der ikke kan eller må drænes, det vil sige, i tilfælde hvor den permanente grundvandssænkning kan medføre sætninger i det omgivende terræn og af kon-

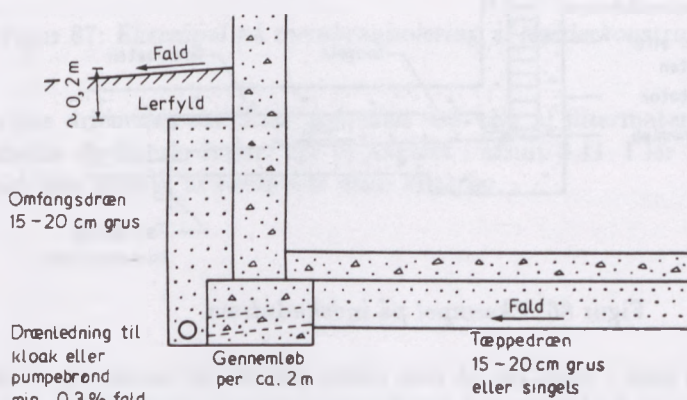


struktioner. I dette tilfælde skal kælderkonstruktionen dimensioneres for vandtryk på vægge og gulve samt for opdrift. Overskridelse af det ved dimensioneringen fastsatte vandtryk sikres med eventuelle dræn.

Denne klassificering giver en grov inddeling i de typer af jordbundsforhold, der har størst indflydelse på valget af dræningssystem. På grundlag af en detaljeret geoteknisk undersøgelse kan der i de enkelte tilfælde foretages en mere nuanceret vurdering.

#### 14.6.1 Eksempler på dræn

I figur 85 er vist et eksempel på dræning af en kælder helt over grundvandsspejlet. Før udstøbningen af kældergulvet kan man udlægge et 15-20 cm tæppedræn. Dette dræn kan forbedres med et drænet af drænrør.



Figur 85: Dræning med tæppedræn og omfangsdræn.

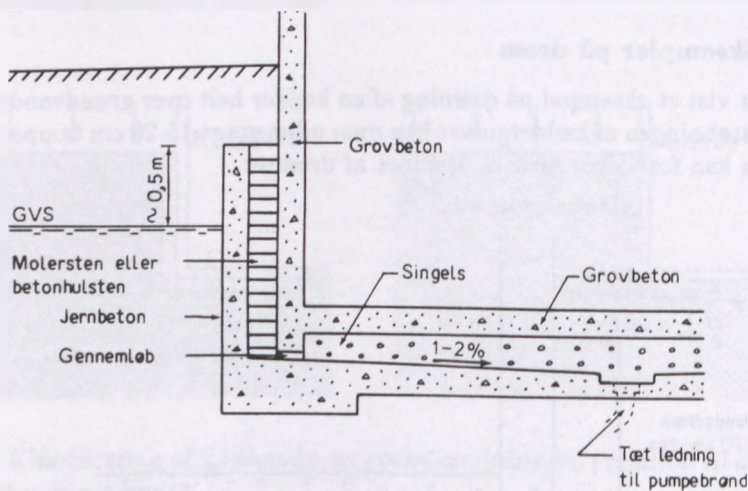
Drænettet kan udlægges med en maskevidde på 5-6 m. Tæppedrænet skal afvandes til et omfangsdræn, der består af et 15-20 cm lodret grusdræn, der foroven lukkes for nedsivning af overfladevand med lerfyld. Vandet føres fra omfangsdrænet til kloak eller pumpebrønd. Kælderkonstruktionen kan yderligere forbedres ved asfaltering af den udvendige kældervæg.

Udføres konstruktionen i figur 85 under grundvandsspejlet, vil drænet medføre en permanent sænkning af grundvandsspejlet, der ofte ikke kan tillades, fordi det eksempelvis kan medføre skader på nabobygninger. Det viste drænsystem vil, når det er rigtigt udført, forhindre vandtryk på både kældervæggen og kældergulvet.

Kan en permanent grundvandssænkning ikke tolereres, skal kælderkonstruktionen sikre, at der ingen sænkning sker samtidig med, at vandgennemstrømning

hindres. Dette kan opnås ved anvendelse af indskudsdræn eller membranisolering.

I figur 86 er vist et eksempel på et indskudsdræn. Den ydre betonkappe skal tjene til at reducere vandtilstrømningen til indskudsdrænet så meget som muligt. Kappen må derfor udføres meget omhyggeligt. Kappen skal naturligvis dimensioneres for fuldt vandtryk svarende til den højeste stilling af grundvandsspejlet.

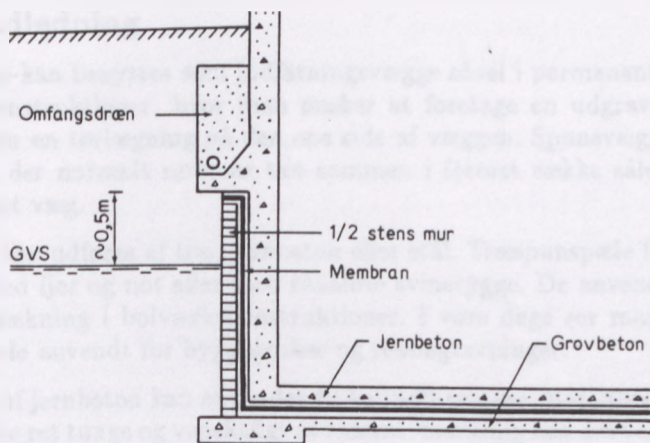


Figur 86: Eksempel på indskudsdræn.

Der er principielt intet i vejen for, at man støber kappen af vandtæt grovbeton og lader den inderste kældervæg og kældergulvet optage vandtrykket. Det vil dog almindeligvis være det mest fordelagtige, at lade kravet om vandtæthed og stærk beton referere til den samme væg, nemlig kappen.

I figur 87 er vist et eksempel på en membranisolering. Membranen kan udføres af plast-folie, der svejses sammen, eller den kan udføres af varm asfalt. Da det er en forudsætning at membranen er fuldstændig tæt, skal man være meget omhyggelig med udførelsen. Membranisoleringen bør i øvrigt som vist i figur 87 suppleres med et omfangsdræn, der føres så dybt ned som muligt eller forsvarligt. Kældervæggene og kældergulvet skal som ved indskudsdrænet dimensioneres for fuldt vandtryk.

Der skal endelig gøres opmærksom på, at bygningens egenvægt både ved indskudsdræn og membranisolering skal være større end det maksimale vandtryk på kældergulvet. Opføres bygningen eksempelvis i en byggegrube, der er tørholdt ved grundvandssænkning, må sænkningen ikke afbrydes før bygningen har tilstrækkelig vægt.



Figur 87: Eksempel på membranisolering af kælderkonstruktion.

For at sikre drænenes stabilitet, må man ved valg af filtermateriale principielt overholde de filterkriterier, der er angivet i afsnit 3.11. I ler behøver man imidlertid ikke strengt at overholde disse kriterier.





## 15 Spunsvægge

### 15.1 Indledning

Spunsvægge kan benyttes som indfatningsvægge såvel i permanente som i provisoriske konstruktioner, hvor man ønsker at foretage en udgravning, en opfyldning eller en tørlægning på den ene side af væggen. Spunsvægge udføres af spunspæle, der normalt rammes tæt sammen i fortsat række således, at man opnår en tæt væg.

Spunspæle kan udføres af træ, jernbeton eller stål. Træspunspæle forsynes sædvanligvis med fjer og not eller med såkaldte svinerygge. De anvendtes tidligere i stor udstrækning i bolværkskonstruktioner. I vore dage ser man undertiden træspunspæle anvendt for byggegruber og rendegravninger.

Spunspæle af jernbeton kan anvendes til kajindfatninger. Ved store vanddybder bliver pælene ret tunge og vanskelige at ramme. Samtidig kan det være vanskeligt at få en jernbetonspunsvæg tæt.

Spunspæle af stål kan benyttes både i provisoriske og permanente konstruktioner, for eksempel til byggegrubeindfatninger, kajindfatninger og fangedæmnninger. Pælene er valsede profiler forsynet med en fals, en såkaldt lås, der styrer pælene under nedramningen, og hængsler de enkelte spunsjern sammen.

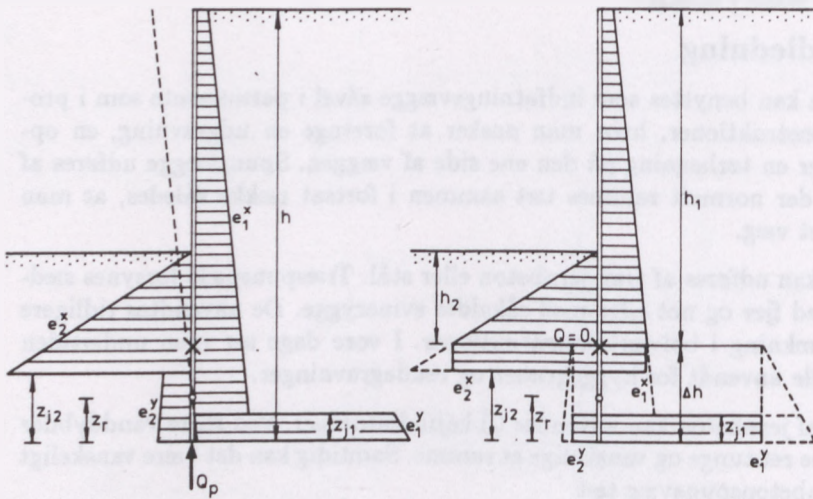
I det følgende omtales beregningsprincipper for frie spunsvægge, forankrede spunsvægge og afstivede spunsvægge, idet vi i dette kapitel kun vil beskæftige os med beregningen af de jordtryk og eventuelle vandtryk, der er dimensionsbestemmende for selve væggen. Der skal i denne forbindelse kun gennemgås Brinch Hansen's metode for spunsvæggberegning, ligesom vi kun skal behandle det vigtige tilfælde lodret væg og vandret jordoverflade. Beregningen af ankerplader vil blive omtalt i kapitel 16 og beregningen af ankerlængder i kapitel 17.

### 15.2 Frie spunsvægge

En fri spunsvæg er hverken forsynet med afstivninger eller forankringer, men er alene støttet af jorden på de to sider.

Frie spunsvægge benyttes hovedsagelig som byggegrubeindfatninger, da de almindeligvis er for uøkonomiske til permanente konstruktioner.

Dimensioneringen af en fri spunsvæg består i at bestemme væggens totalhøjde og det maksimale moment i væggen. Når man forudsætter, at der ikke optræder brud i væggen, vil denne i brudtilstanden dreje sig som et stift hele omkring et punkt, der ligger nær væggens fodpunkt, se figur 88. Drejningspunktets højde,  $z_r$ , over væggens fodpunkt er en af problemets ubekendte. Endvidere er væggens totalhøjde,  $h$ , og den lodrette spidsmodstand ved væggens fodpunkt ubekendte. Til bestemmelse af de tre ubekendte har man de tre statiske ligevægtsbetingelser for væggen.



Figur 88: Jordtryksfordeling på fri spunsvæg.

Den lodrette projektlionsligning vil i almindelighed ikke være aktuel, hvorfor man ved projektion på vandret og ved moment om væggenes fodpunkt finder, når  $E_1$  og  $E_2$  er de totale normaljordtryk på henholdsvis højre og venstre side af væggen:

$$E_1 = E_2 \quad (230)$$

$$E_1 z_{j1} = E_2 z_{j2} \quad (231)$$

Problemet kan principielt løses ved at skønne de to ubekendte,  $z_r$  og  $h$ , hvorefter  $\rho$  kan beregnes. Herefter kan  $\xi$ ,  $K^x$  og  $K^y$  findes i jordtryks-diagrammerne i kapitel 12, og jordtryksfordelingen på de to sider kan beregnes, idet man på højre side har negativ rotation og på venstre side positiv rotation. På højre side benævnes enhedsnormaljordtrykket henholdsvis over og under trykspringet  $e_1^x$  og  $e_1^y$ . Afstanden fra væggenes fodpunkt til trykspringet på højre side benævnes  $z_{j1}$ . Tilsvarende har man på venstre side  $e_2^x$ ,  $e_2^y$  og  $z_{j2}$ . Jordtryksfordelingen er vist til venstre i figur 88. Man kan nu undersøge, om de to ligevægtsbetingelser, formel 230 og 231, er opfyldt. Er dette ikke tilfældet, skønnes  $z_r$  eller  $h$  om, indtil de to ligevægtsbetingelser er tilfredsstillet.

Selv om den skitserede beregning i princippet er enkel, vil man for at opnå det rigtige resultat i almindelighed være nødt til at gennemføre beregningen mange gange, hvorfor metoden i praksis er uanvendelig. Brinch Hansen (1953) har derfor angivet en tilnærmet metode, som skal omtales i det følgende.

Da væggenes drejningspunkt ligger nær ved væggenes fodpunkt, svarende til positive  $\rho$ -værdier mindre end cirka 0,2, ses det af diagrammerne i kapitel 12, at  $K_p^x$  og  $K_c^x$  kun varierer lidt med  $\rho$ , og at  $K_\gamma^x$  er uafhængig af  $\rho$ . Det vil således kun være en uvæsentlig tilnærmelse at beregne jordtrykket over trykspringene under forudsætning af, at  $\rho = 0$ .

Når jordtryksfordelingen over trykspringene er beregnet, kan tværkraftnulpunktet i dybden,  $h_2$ , under jordoverfladen på venstre side bestemmes. Herefter skal maksimalmomentet af jordtryksfordelingen over tværkraftnulpunktet optages ved en slags indspænding i jorden. Jordtrykket på den nederste vægdel med højden,  $\Delta h$ , den såkaldte ekstra rammedybde, skal åbenbart være et moment, der er (mindst) lige så stort som maksimalmomentet. Som vist til højre i figur 88, tilnærmes jordtrykket på den nederste vægdel med to rektangler, idet samtlige jordtryksordinater for nemheds skyld beregnes i tværkraftnulpunktet og under forudsætning af  $\rho = 0$ . At dette er på den sikre side ses af diagrammerne i kapitel 12, hvoraf det fremgår, at  $K^y$ -værdierne for negativ rotation vokser med voksende  $\rho$  og for positiv rotation aftager med voksende  $\rho$ .

Man indfører herefter differens-enhedsjordtrykkene bestemt af:

$$\Delta e^x = e_2^x - e_1^x \quad (232)$$

$$\Delta e^y = e_1^y - e_2^y \quad (233)$$

Ved projektion på vandret og ved moment om tværkraftnulpunktet findes:

$$\Delta e^y z_{j1} - \Delta e^x (\Delta h - z_{j2}) = 0 \quad (234)$$

$$\Delta e^y z_{j1} (\Delta h - \frac{1}{2} z_{j1} - \frac{1}{2} (\Delta h - z_{j2})) = M \quad (235)$$

Disse ligevægtsligninger indeholder de ubekendte,  $\Delta h$ ,  $z_{j1}$  og  $z_{j2}$ .

Af diagrammerne for  $\xi$  fremgår det imidlertid, at der for små værdier af  $\rho$  er proportionalitet mellem  $\xi$  og  $\rho$  og dermed også mellem  $z_j$  og  $z_r$ . Denne proportionalitet kan udtrykkes:

$$\frac{z_j}{z_r} = \frac{\xi}{\rho} = 1 + 0,1 \frac{\tan \delta}{\tan \phi} \mp \tan \phi = \left\{ \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array} \right\} \quad (236)$$

hvor det øverste fortegn (-) gælder for negativ rotation ( $C_1$ ) og det nederste fortegn (+) for positiv rotation ( $C_2$ ).

I specialtilfældet,  $\phi = 0$ , hvilket medfører  $\delta = 0$ , ses af diagrammet figur 61, at forholdet mellem  $\xi$  og  $\rho$  er 1, det vil sige:



$$C_1 = C_2 = 1,0 \quad (237)$$

Substitueres  $z_{j1}$  og  $z_{j2}$  i formlerne 234 og 235 med  $z_r$  bestemt af formel 236, fås:

$$\Delta e^y C_1 z_r - \Delta e^x (\Delta h - C_2 z_r) = 0 \quad (238)$$

$$\frac{1}{2} \Delta e^y C_1 z_r (\Delta h - C_1 z_r + C_2 z_r) = M \quad (239)$$

Heraf findes:

$$z_r = \frac{\Delta h \Delta e^x}{C_1 \Delta e^y + C_2 \Delta e^x} = \frac{\Delta h}{C_1 \left( \frac{C_2}{C_1} + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x} \right)} \quad (240)$$

Indsættes formel 240 i formel 239 findes følgende udtryk til bestemmelse af den ekstra rammedybde,  $\Delta h$ :

$$\Delta h = \left[ \frac{C_2}{C_1} + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x} \right] : \sqrt{\frac{\Delta e^y}{2M} \left[ 2 \frac{C_2}{C_1} + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x} - 1 \right]} \quad (241)$$

I specialtilfældet,  $\phi = 0$ , reduceres formel 241 til:

$$\Delta h = \sqrt{\frac{2M}{\Delta e^y} \left[ 1 + \frac{\Delta e^y}{\Delta e^x} \right]} \quad (242)$$

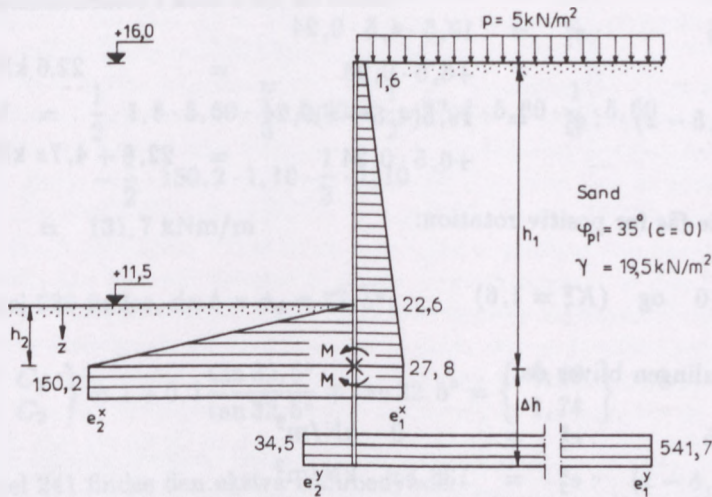
Når man har beregnet  $M$ ,  $\Delta e^x$  og  $\Delta e^y$  samt  $C_1$  og  $C_2$ , kan man direkte af formel 241 eller 242 bestemme den nødvendige ekstra rammedybde,  $\Delta h$ , hvorefter de dimensionsgivende størrelser, maksimalmomentet,  $M$ , i væggen og væggens totalhøjde,  $h$ , er fastlagt.

### 15.2.1 Dimensionering af fri spunsvæg

Den frie spunsvæg, der er vist i figur 89, skal anvendes som indfatning for en 4,5 m dyb byggegrube. Jorden er til stor dybde sand med den plane friktionsvinkel,  $\phi_{pl} = 35^\circ$  ( $c = 0$ ), og rumvægten,  $\gamma = 19,5 \text{ kN/m}^3$ . Grundvandsspejlet kan til stadighed påregnes at stå i kote + 7,0. Jordoverfladen på højre side kan belastes med en ensfordelt nyttelast,  $p = 5 \text{ kN/m}^2$ .

Maksimalmomentet i væggen samt væggens nødvendige rammedybde ønskes bestemt.





Figur 89: Dimensionering af fri spunsvæg.

Beregningen gennemføres i et regningsmæssigt brudstadium med anvendelse af partialkoefficienter svarende til konstruktioner under udførelse, og med  $\alpha = 0,5$ , det vil sige,  $\gamma_m = \sqrt{1,2} \sim 1,1$ . Endvidere forudsættes normal funderingsklasse og sikkerhedsklasse samt lastkombination 2.1. De regningsmæssige værdier bliver da:

$$p_d = 1,3 \cdot 5 = 6,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\phi_d = \arctan \frac{\tan 35^\circ}{1,1} = 32,5^\circ$$

I henhold til de i foregående afsnit omtalte principper beregnes jordtrykket på både den øvre og nedre vægdel under forudsætning af  $\rho = 0$ . Væggen forudsættes ru.

Af diagrammerne i kapitel 12 findes på højre side for negativ rotation:

$$K_\gamma^x = 0,24 \text{ og } K_p^x = 0,24$$

$$(K_\gamma^y = 4,8 \text{ og } K_p^y = 2,7)$$

Af formel 212 findes herefter jordtryksfordelingen på øvre vægdel:

$$\begin{aligned}
 \text{I kote + 16,0} & : e_1^x = 6,5 \cdot 0,24 = 1,6 \text{ kN/m}^2 \\
 \text{I kote + 11,5} & : e_1^x = 19,5 \cdot 4,5 \cdot 0,24 \\
 & \quad + 6,5 \cdot 0,24 = 22,6 \text{ kN/m}^2 \\
 \text{I kote + (11,5 - z)} & : e_1^x = 19,5(4,5 + z) \cdot 0,24 \\
 & \quad + 6,5 \cdot 0,24 = 22,6 + 4,7z \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}$$

På venstre side fås for positiv rotation:

$$K_\gamma^x = 7,0 \quad \text{og} \quad (K_\gamma^y = 1,6)$$

Jordtryksfordelingen bliver da:

$$\begin{aligned}
 \text{I kote + 11,5} & : e_2^x = 0 \text{ kN/m}^2 \\
 \text{I kote + (11,5 - z)} & : e_2^x = 136,5z \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}$$

Tværkraftnulpunktet i dybden,  $z = h_2$ , under byggegrubens bund findes ved projektion på vandret:

$$\frac{1}{2}(1,6 + 22,6 + 4,7z)(4,5 + z) - \frac{1}{2} \cdot 136,5z^2 = 0$$

Heraf findes  $z = 1,10$  m.

I kote (11,50 - 1,10) = kote +10,40 fås herefter:

$$e_1^x = 22,6 + 4,7 \cdot 1,10 = 27,8 \text{ kN/m}^2$$

$$e_2^x = 136,5 \cdot 1,10 = 150,2 \text{ kN/m}^2$$

På den nederste vægdel findes af formel 213 i kote +10,40:

$$e_1^y = 19,5 \cdot 5,60 \cdot 4,8 + 6,5 \cdot 2,7 = 541,7 \text{ kN/m}^2$$

$$e_2^y = 19,5 \cdot 1,10 \cdot 1,6 = 34,5 \text{ kN/m}^2$$

Herefter kan den ekstra rammedybde,  $\Delta h$ , bestemmes. Differens-enhedsjordtrykkene findes af formlerne 232 og 233:

$$\Delta e^x = 150,2 - 27,8 = 122,4 \text{ kN/m}^2$$

$$\Delta e^y = 541,7 - 34,5 = 507,2 \text{ kN/m}^2$$

Maksimalmomentet i kote +10,40 bliver:

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 5,60 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,60 + \frac{1}{2} \cdot 27,8 \cdot 5,60 \cdot \frac{1}{3} \cdot 5,60 \\ &\quad - \frac{1}{2} \cdot 150,2 \cdot 1,10 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1,10 \\ &= 131,7 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

Af formel 236 findes, da  $\delta = \phi_d = 32,5^\circ$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \end{array} \right\} = 1 + 0,1 \frac{\tan 32,5^\circ}{\tan 32,5^\circ} \mp \tan 32,5^\circ = \left\{ \begin{array}{l} 0,46 \\ 1,74 \end{array} \right\}$$

Af formel 241 findes den ekstra rammedybde:

$$\begin{aligned} \Delta h &= \left[ \frac{1,74}{0,46} + \frac{507,2}{122,4} \right] : \sqrt{\frac{507,2}{2 \cdot 131,7} \left[ 2 \cdot \frac{1,74}{0,46} + \frac{507,2}{122,4} - 1 \right]} \\ &= 1,75 \text{ m} \end{aligned}$$

Spunsvæggen skal da rammes til kote (+10,40 - 1,75) = kote +8,65.

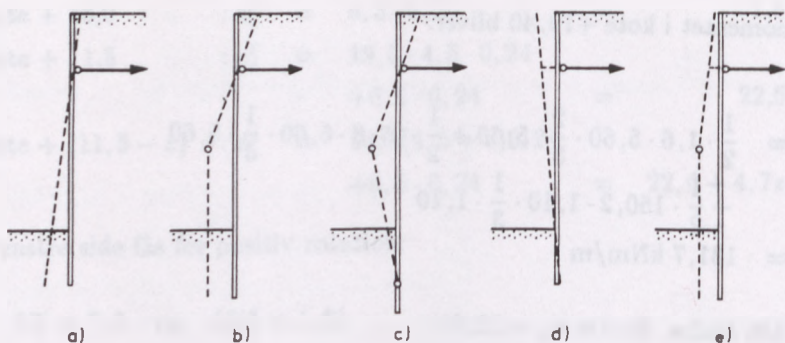
Spunsvæggens nødvendige rammedybde er derfor,  $d = 2,85 \text{ m}$ , og maksimalmomentet i væggen er,  $M = 131,7 \text{ kNm/m}$ .

### 15.3 Forankrede spunsvægge

Forankrede spunsvægge er i modsætning til frie spunsvægge fastholdt for oven af en række stålankre i et bestemt niveau. Ankerrækken placeres i almindelighed af praktiske hensyn lidt over vandlinien. Tillige er væggen normalt for neden støttet af jorden foran væggen. Ankrene er i en vis afstand fra væggen fastgjort til ankerplader eller pælebukke. Som nævnt i indledningen, skal vi i dette kapitel alene beskæftige os med beregningen af de dimensionsgivende størrelser for selve væggen.

Dimensioneringen af en forankret spunsvæg består i at bestemme væggens toltalshøjde, det maksimale moment i væggen samt størrelsen af ankertrækket.

Det første skridt i beregningen går ud på at fastlægge en brudmåde for væggen. En spunsvæg kan imidlertid svigte på mange forskellige måder. I figur 90 er vist nogle eksempler på brudmåder. I figur a) drejer spunsvæggen sig om ankerpunktet, fordi jorden foran væggen svigter. I figur b) optræder så store spændinger i væggens midterste del, at der her sker lokal flydning, hvorved øverste vægdel



Figur 90: *Eksempler på brudmåder for forankret spunsvæg.*

drejer sig som et stift hele om ankerpunktet, hvorimod nederste vægdel parallelforskydes, fordi jorden foran væggen samtidig giver efter. I figur c) optræder der ikke alene et flydecharnier i væggens midterste del, men også i den nedrammede del således, at øverste vægdel drejer sig om ankerpunktet og mellemste vægdel drejer sig om det nederste flydecharnier, medens nederste vægdel bliver stående fast i jorden. I figur d) er vist et eksempel med svigtende anker, hvor væggen drejer sig om et punkt i nærheden af fodpunktet, og i figur e) optræder ankersvigt samtidig med dannelsen af et flydecharnier, hvorved øverste vægdel drejer sig om et punkt over ankerpunktet, og nederste vægdel parallelforskydes.

Da der således er mange brudmåder for en spunsvæg, rejser der sig straks det spørgsmål, om det er nødvendigt at gennemregne alle eller i hvert fald nogle af disse brudmåder for at sikre sig, at konstruktionen er tilstrækkelig stabil. Herom angiver Brinch Hansen, ref. [10], følgende under overskriften "valg af brudmåde":

“Når en jordtrykspåvirket konstruktion skal beregnes ved anvendelse af en brudteori, vil det, som allerede nævnt være nødvendigt at basere beregningen på en forudsat brudmåde. Denne brudmåde skal naturligvis være *kinematisk og statisk mulig*.

Simple konstruktioner kan ofte kun svigte på én måde, men for mere komplicerede konstruktioner kan der være flere muligheder, som vi tidligere har set. Spørgsmålet er da, hvilken af de mulige brudmåder, der skal vælges som grundlag for beregningen.

Det er indlysende, at en konstruktion, hvis den er beregnet med en bestemt sikkerhed mod en bestemt brudmåde, ikke vil svigte i en almindelig brugstilstand. Men det er ikke lige så indlysende, at en anden brudmåde, der indebærer en mindre sikkerhedsfaktor, ikke kan forekomme.

Det er imidlertid et grundlæggende princip for jordtrykspåvirkede konstruktioner, at jordtrykket formindskes på en vægdel, som



giver efter. Samtidig vokser jordtrykket almindeligvis noget på de vægdele, der ikke giver efter svarende til forøgelsen af jordtrykket på vægdele, der bevæges ind imod jorden.

Hvis derfor en konstruktion, som er dimensioneret til at skulle svigte på en bestemt måde, skulle begynde at svigte på en anden måde, vil bevægelsen hurtigt reducere jordtrykket på den vægdel, der giver efter, til en mindre værdi end den, som den er beregnet for. Samtidig vil jordtrykket på de vægdele, som var dimensioneret til at skulle give efter, vokse til en værdi, der overstiger den beregnede værdi. Det samlede resultat af denne trykomejring er, at den "uforudsete" svigten ophører, og *hvis konstruktionen overhovedet svigter, må den nødvendigvis gøre det på den måde, der er forudsat ved dens beregning.*

Hvis for eksempel en forankret spunsvæg er beregnet for de jordtryk, der svarer til en rotation om ankerpunktet (se figur 90a) *kan den ikke svigte på nogen anden måde.* Hvis ankeret skulle begynde at svigte, vil dette øjeblikkeligt reducere jordtrykket på den øverste del af væggen, hvilket vil formindske ankertrækket og derved standse ankerets svigten. Hvis et flydecharnier skulle begynde at udvikle sig i væggen, vil dette reducere jordtrykket på væggens midterste del, hvilket vil formindske momentet og derved standse væggens svigten. Konsekvensen heraf bliver, at det forudsatte svigt af jorden foran væggen er den eneste bevægelse, som ikke vil blive modvirket af jordtryksomlejring, der ikke er forudset i beregningen.

De nævnte betragtninger er gældende så længe, vi kun forudsætter brud af den type, der benyttes ved *jordtryksundersøgelser*, fordi vi da kan beregne de forskellige jordtryk, for hvilke vi finder, at de ændrer sig med konstruktionens bevægelser på den generelle måde, som er beskrevet ovenfor.

I tilfælde af stabilitetsbrud kan nogle af jordtrykkene imidlertid ikke beregnes, og derfor ved vi ikke, hvordan de vil variere med konstruktionens bevægelser. Som konsekvens heraf eksisterer den mulighed, at selv om en konstruktion er beregnet for de jordtryk, som svarer til en bestemt brudmåde, kan et *stabilitetsbrud* af en anden type være mere kritisk (involvere en mindre sikkerhedsfaktor).

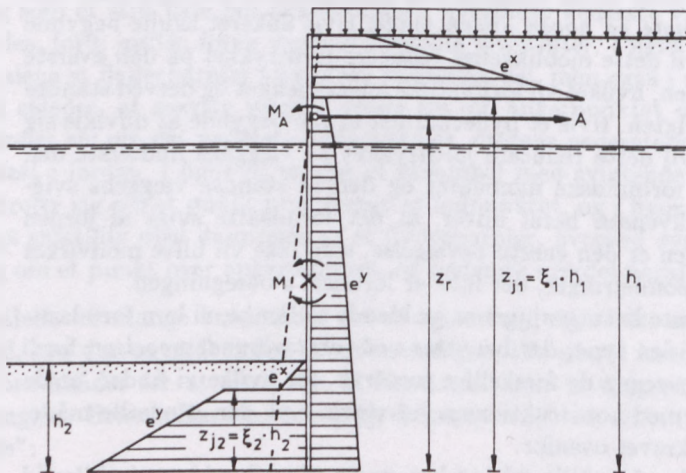
Som resultat af de ovenfor nævnte betragtninger kan vi fastslå følgende generelle regel: *En beregning af en jordtrykspåvirket konstruktion, der medfører tilstrækkelig sikkerhed, kan foretages på grundlag af enhver kinematisk og statisk mulig brudmåde under forudsætning af, at et stabilitetsbrud ikke viser sig at være mere kritisk.* I det sidste tilfælde må den endelige beregning naturligvis baseres på det mest kritiske stabilitetsbrud.

Angående mulighederne for stabilitetsbrud henvises i øvrigt til kapitel 17.

Som det vil fremgå af citatet, er det principielt muligt at gennemføre en forsvarlig beregning, uanset hvilken kinematisk og statisk mulig brudmåde man vælger. Det er dog ikke alle brudmåder, der er lige økonomiske. I almindelighed vil brudmåden i figur 90b være den mest økonomiske, men brudmåderne a) og c) kan heller ikke lades ude af betragtning. For eksempel kan brudmåden a) være mest økonomisk ved blød bund, og ved store vanddybder kan brudmåde c) ofte være den mest økonomiske. Vi skal derfor i det følgende se på beregningsmetoder for disse tre brudmåder.

### 15.3.1 Brudmåden nul flydecharnier

Ved dimensionering af en spunsvæg uden flydecharnier forudsættes væggen i bruttilstanden at dreje sig som et stift hele om forankringspunktet, se figur 91.



Figur 91: Forankret spunsvæg uden flydecharnier.

Før beregningen kan påbegyndes, må væggens totalhøjde,  $h_1$ , skønnes. Da drejningspunktet ligger i ankerpunktet, kendes  $z_r$ , og man finder på henholdsvis bagsiden og forsiden:

$$\rho_1 = \frac{z_r}{h_1} \quad (243)$$

$$\rho_2 = \frac{z_r}{h_2} \quad (244)$$

Derefter kan man fastlægge jordtryksfordelingen på væggens to sider, idet man af jordtryks-diagrammerne i kapitel 12 kan finde samtlige jordtrykoefficienter.

På væggenes bagside har man positiv rotation og på væggenes forside negativ rotation. I figur 91 er den principielle jordtryksfordeling vist.

Når jordtryksfordelingen er bestemt, kontrolleres den skønnede totalhøjde,  $h_1$ , ved at undersøge, om det samlede moment om forankringspunktet er nul. Er dette ikke tilfældet, skønnes  $h_1$  om, og beregningen gentages, indtil ligevægtsbetingelsen er opfyldt. Almindeligvis vil to gennemregninger efterfulgt af en simpel inter- eller ekstrapolation føre til resultatet.

Når momentligningen er tilfredsstillet, beregnes ankertrækket,  $A$ , ved vandret projektion af samtlige normaljordtryk. Endelig bestemmes de numerisk største momenter i væggen, henholdsvis i forankringspunktet ( $M_A$ ) og i tværkraftnulpunktet ( $M$ ) hvorefter væggen skal dimensioneres for det største af disse momenter. Det bør sædvanligvis tilstræbes, at de to momenter er numerisk lige store.

### Korrektionsformler

I stedet for en omregning efterfulgt af en interpolation har Brinch Hansen udledt følgende korrektionsformler, der kan anvendes, såfremt man ved første gennemregning har skønnet væggenes totalhøjde omtrent korrekt. For at afgøre, om skønnet er nogenlunde korrekt, beregnes i henhold til figur 92 momentet,  $M_o$ , af jordtrykket over tværkraftnulpunktet og momentet,  $M_u$ , af jordtrykket under dette punkt. Hvis de to momenter er omtrent lige store, vil det være tilstrækkelig nøjagtigt at korrigere ved hjælp af formlerne.

For en mindre ændring af væggenes totalhøjde vil  $\rho$  kun i ringe grad ændres. Forudsættes  $\rho$  uændret, vil jordtrykskoefficienterne være de samme, som før ændringen af væggenes højde.

Forudsættes  $M_o > M_u$ , skal rammedybden,  $h_2$ , forøges med den positive tilvækst,  $\Delta h_2$ . Samtidig skal afstanden,  $h_3$ , fra jordoverfladen til tværkraftnulpunktet formindskes med den positive størrelse,  $\Delta h_3$ . Endelig formindskes afstanden,  $z_1$ , fra ankerpunktet til trykspringet med stykket,  $\Delta z_1$ .

Korrekturen skal åbenbart medføre, at:

$$M_u + \Delta M_u = M_o + \Delta M_o \quad (245)$$

hvor  $\Delta M_u$  er positiv, og  $\Delta M_o$  er negativ.

Forudsættes jordtryksordinaterne uændrede findes tilnærmet:

$$\Delta M_u = \Delta h_2(e_2 - e_4)h_4 \quad (246)$$

$$\Delta M_o = -\Delta h_3 e_3 z_3 - \Delta z_1 e_1 z_1 \quad (247)$$

Endvidere findes:







$$\Delta M_A = \Delta h_2(1 - \xi_1)e_1 z_1 \quad (252)$$

Endelig bliver den positive tilvækst,  $\Delta A$ , til ankertrækket,  $A$ :

$$\Delta A = \Delta h_2((1 - \xi_1)e_1 - (e_2 - e_4)) \quad (253)$$

Såfremt trykspringet på bagsiden falder under ankerpunktet, ændres  $M_A$  naturligvis ikke. I dette tilfælde ændres endvidere formel 251 til:

$$\Delta h_2 = \frac{M_o - M_u}{(e_2 - e_4)(z_3 + h_4) - (1 - \xi_1)e_1 z_1} \quad (254)$$

Herefter skal væggen dimensioneres for det numerisk største af momenterne,  $M_u + \Delta M_u = M_o + \Delta M_o$  og  $M_A + \Delta M_A$ . Ankertrækket bliver  $A + \Delta A$ , og den nødvendige rammedybde bliver  $h_2 + \Delta h_2$ .

### 15.3.2 Brudmåden ét flydecharnier

Ved denne brudmåde forudsættes øverste vægdel over flydecharnieret at dreje sig omkring ankerpunktet, mens nederste vægdel parallelforskyder sig, se figur 93. Strengt taget er det ikke muligt på grundlag af diagrammerne i kapitel 12 at beregne jordtryksfordelingen i dette tilfælde, da diagrammerne forudsætter, at væggen i hele sin højde drejer sig om et bestemt drejningspunkt. Brinch Hansen har imidlertid foreslået en tilnærmet fordeling, som skal omtales nedenfor.

Da øverste vægdel drejer sig om ankerpunktet, kan jordtryksfordelingen på denne vægdel bestemmes på samme måde som beskrevet for brudmåden nul flydecharnier. Dette kræver imidlertid, at man kender øverste vægdels højde,  $h_3$ , hvorfor beregningen må indledes med at skønne flydecharnierets beliggenhed. Benævnes afstanden fra flydecharnieret til ankerpunktet,  $z_r$ , har man:

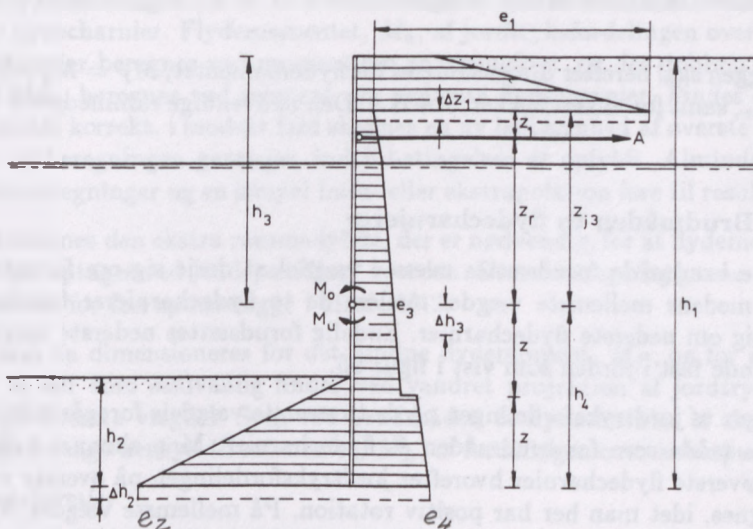
$$\rho = \frac{z_r}{h_3} \quad (255)$$

hvorefter jordtryksfordelingen på den øverste vægdel kan fastlægges, idet man her har positiv rotation, se i øvrigt figur 93.

Jordtryksfordelingen på den nederste vægdel,  $h_4$ , beregnes herefter på følgende måde:  $h_4$  inddeles i to lige store stykker,  $z$ . Det aktive jordtryk på det øverste stykke,  $z$ , beregnes derefter svarende til  $\rho_3$  for den øverste vægdel over flydecharnieret. På det nederste stykke,  $z$ , beregnes det aktive jordtryk derimod svarende til  $\rho = \infty$  (positiv rotation). Dette medfører, at der optræder et trykspring på midten af nederste vægdel.

Det passive jordtryk på væggens forside kan umiddelbart beregnes svarende til  $\rho = \infty$  og negativ rotation.





Figur 94: Korrektionsformler ved ét flydecharnier.

Er flydecharnieret skønnet for højt, vil man finde  $M_u > M_0$ . Korrektionen skal medføre, at:

$$M_u + \Delta M_u = M_0 + \Delta M_0 \quad (256)$$

Man finder:

$$\Delta h_3 = \frac{M_u - M_0}{e_3(z_r + h_4) - (1 - \xi_3)e_1 z_1} \quad (257)$$

$$\Delta M_u = -\Delta h_3 e_3 h_4 \quad (258)$$

$$\Delta M_0 = \Delta h_3 e_3 z_r - \Delta h_3 (1 - \xi_3) e_1 z_1 \quad (259)$$

$$\Delta A = \Delta h_3 ((1 - \xi_3) e_1 + e_3) \quad (260)$$

$$\Delta h_2 = -\Delta h_3 \frac{e_3}{e_2 - e_4} \quad (261)$$

Såfremt trykspringet på bagsiden falder under ankerpunktet, ændres formlerne 257 og 259 til:

$$\Delta h_3 = \frac{M_u - M_0}{e_3(z_r + h_4) + (1 - \xi_3)e_1 z_1}$$



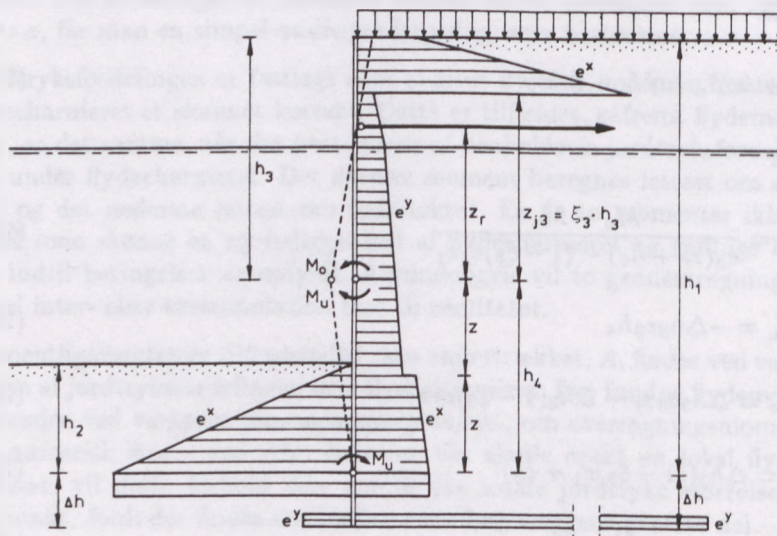
$$\Delta M_o = \Delta h_3 e_3 z_r + \Delta h_3 (1 - \xi_3) e_1 z_1$$

Spunsvæggen skal herefter dimensioneres for flydemomentet,  $M_F = M_u + \Delta M_u = M_o + \Delta M_o$ , samt for ankertrækket,  $A + \Delta A$ . Den nødvendige rammedybde bliver  $h_2 + \Delta h_2$ .

### 15.3.3 Brudmåden to flydecharnierer

Ved denne brudmåde forudsættes øverste vægdel at dreje sig om forankringspunktet, medens mellemste vægdel mellem de to flydecharnierer forudsættes at dreje sig om nederste flydecharnier. Endelig forudsættes nederste vægdel at blive stående fast i jorden som vist i figur 95.

Beregningen af jordtryksfordelingen på de to øverste vægdele foregår principielt på samme måde som for brudmåden ét flydecharnier. Man skønner beliggenheden af øverste flydecharnier hvorefter jordtryksfordelingen på øverste vægdel kan beregnes, idet man her har positiv rotation. På mellemste vægdel,  $h_4$ , der inddeles i to lige store stykker,  $z$ , beregnes jordtryksfordelingen på det øverste stykke,  $z$ , for  $\rho = \frac{z}{h_3}$  (positiv rotation) og på nederste stykke  $z$  for  $\rho = 0$  og negativ rotation. På forsiden har man  $\rho = 0$  og positiv rotation.



Figur 95: Forankret spunsvæg med to flydecharnierer.

Mellemste vægdels højde bestemmes ved at udtrykke jordtryksfordelingen på højden  $h_4$  som funktion af  $z$ . Da tværkraften i de to flydecharnierer skal være nul, fås ved projektion på vandret en simpel andengrads ligning, som bestemmer  $z$ .



Når jordtryksfordelingen på de to øverste vægdele er bestemt, kontrolleres det skønnede flydecharnier. Flydemomentet,  $M_o$ , af jordtryksfordelingen over øverste flydecharnier beregnes ved moment om ankerpunktet, og det dobbelt flydemoment,  $2M_u$ , beregnes ved moment om nederste flydecharnier. Findes  $M_o = M_u$  er skønnet korrekt, i modsat fald skønnes en ny beliggenhed af øverste flydecharnier, og beregningen gentages, indtil betingelsen er opfyldt. Almindeligvis vil to gennemregninger og en simpel inter- eller ekstrapolation føre til resultatet.

Herefter beregnes den ekstra rammedybde, der er nødvendig, for at flydemomentet,  $M_F$ , kan optages ved "indspænding" i jorden. Denne beregning gennemføres som beskrevet for frie spuns vægge i afsnit 15.2.

Væggen skal da dimensioneres for det fundne flydemoment,  $M_F$ , og for ankertrækket,  $A$ , der som sædvanlig findes ved vandret projektion af jordtryksfordelingen på øverste vægdel. Som ved brudmåden ét flydecharnier er det ikke nødvendigt at tage hensyn til momentet,  $M_A$ , af fordelingen over ankerpunktet.

#### Korrektionsformler

Også i dette tilfælde er det muligt at angive et sæt korrektionsformler, som kan benyttes, når det første skøn er næsten korrekt. Formlerne skal her angives uden udledning, idet der samtidig henvises til figurerne 94 og 95.

Korrektionen skal som sædvanlig medføre, at:

$$M_u + \Delta M_u = M_o + \Delta M_o \quad (262)$$

Under forudsætning af, at flydecharnieret er skønnet for højt, vil man finde  $M_u > M_o$ . Man får herefter:

$$\Delta h_3 = \frac{M_u - M_o}{e_3(z_r + \frac{1}{2}h_4) - (1 - \xi_3)e_1z_1} \quad (263)$$

$$\Delta M_u = -\frac{1}{2}\Delta h_3 e_3 h_4 \quad (264)$$

$$\Delta M_o = \Delta h_3 e_3 z_r - \Delta h_3 (1 - \xi_3) e_1 z_1 \quad (265)$$

$$\Delta A = \Delta h_3 ((1 - \xi_3) e_1 + e_3) \quad (266)$$

$$\Delta h_2 = -\Delta h_3 \frac{e_3}{e_2 - e_4} \quad (267)$$

Såfremt trykspringet på bagsiden falder under ankerpunktet, ændres formlerne 263 og 265 til:

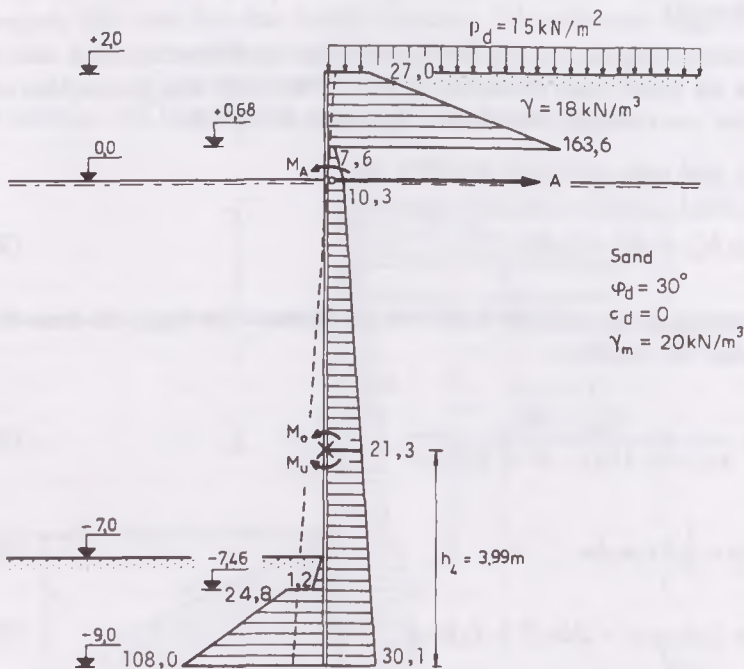
$$\Delta h_3 = \frac{M_u - M_o}{e_3(z_r + \frac{1}{2}h_4) + (1 - \xi_3)e_1 z_1}$$

$$\Delta M_o = \Delta h_3 e_3 z_r + \Delta h_3 (1 - \xi_3) e_1 z_1$$

Spunsvæggen skal da dimensioneres for flydemomentet,  $M_F = M_u + \Delta M_u = M_o + \Delta M_o$ , samt for ankertrækket,  $A + \Delta A$ . Den nødvendige rammedybde bliver  $h_2 + \Delta h_2 + \Delta h$ .

### 15.3.4 Dimensionering af forankret spunsvæg med nul flydecharnier

For den forankrede spunsvæg i figur 96 ønskes de dimensionsgivende størrelser beregnet, idet væggen i brudtilstanden forudsættes at dreje sig som et stift hele om forankringspunktet (nul flydecharnier). De regningsmæssige størrelser fremgår af figuren.



Figur 96: Dimensionering af spunsvæg med nul flydecharnier.

Indledningsvis skønnes væggens totalhøjde,  $h_1 = 11,0$  m, hvorefter man på bagsiden finder, idet rotationen er positiv, og væggen forudsættes ru:

$$\rho = \frac{9,0}{11,0} = 0,818$$

Af jordtryks-diagrammerne i kapitel 12 findes herefter:

$$\xi = 0,88 \quad \xi h_1 = 0,88 \cdot 11,0 = 9,68 \text{ m}$$

$$K_\gamma^x = 5,7 \quad K_p^x = 1,8 \quad K_\gamma^y = 0,22 \quad K_p^y = 0,16$$

På forsiden fås, da rotationen er negativ:

$$\rho = \frac{9,0}{2,0} = 4,5$$

$$\xi = 0,77 \quad \xi h_2 = 0,77 \cdot 2,0 = 1,54 \text{ m}$$

$$K_\gamma^x = 0,27 \quad K_\gamma^y = 5,4$$

Herefter bliver jordtryksfordelingen på bagsiden:

I kote +2,00:	$e^x = 15 \cdot 1,8$	=	27,0	kN/m <sup>2</sup>
I kote +0,68:	$e^x = 18 \cdot 1,32 \cdot 5,7 + 15 \cdot 1,8$	=	163,6	kN/m <sup>2</sup>
I kote +0,68:	$e^y = 18 \cdot 1,32 \cdot 0,22 + 15 \cdot 0,16$	=	7,6	kN/m <sup>2</sup>
I kote ±0,00:	$e^y = 18 \cdot 2,0 \cdot 0,22 + 15 \cdot 0,16$	=	10,3	kN/m <sup>2</sup>
I kote -9,00:	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 9,0)0,22$ $+ 15 \cdot 0,16$	=	30,1	kN/m <sup>2</sup>

På forsiden findes:

I kote -7,00:	$e^x$	=	0
I kote -7,46:	$e^x = 10 \cdot 0,46 \cdot 0,27$	=	1,2 kN/m <sup>2</sup>
I kote -7,46:	$e^y = 10 \cdot 0,46 \cdot 5,4$	=	24,8 kN/m <sup>2</sup>
I kote -9,00:	$e^y = 10 \cdot 2,0 \cdot 5,4$	=	108,0 kN/m <sup>2</sup>

Den hertil svarende jordtryksfordeling er vist i figur 96:

Tværkraftnulpunktet findes herefter ved projektion på vandret:

$$\frac{1}{2} \cdot 0,46 \cdot 1,2 + \frac{1}{2}(24,8 + 108,0)1,54 - \frac{1}{2}(30,1 + 30,1 - 2,2h_4)h_4 = 0$$

Heraf findes,  $h_4 = 3,99 \text{ m}$ .

Beregningen af momenterne og ankerkraften er opstillet i skemaet på næste side, idet  $M_o$  findes ved moment om ankerpunkt og  $M_u$  ved moment om tværkraft-nulpunktet.

Herefter findes:

$$\begin{aligned}
 M_o &= 221,3 - 150,6 = 71 \text{ kNm/m} \\
 M_u &= 347,0 - 217,0 = 130 \text{ kNm/m} \\
 M_A &= 151 \text{ kNm/m} \\
 A &= 211 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Ved anden gennemregning skønnes væggenes totalhøjde,  $h_1 = 10,8$  m. Dette giver som resultat:

$$M_o = 154 \text{ kNm/m} \quad M_u = 77 \text{ kNm/m}$$

$$M_A = 149 \text{ kNm/m} \quad A = 229 \text{ kN/m}$$

$M$	Areal kN/m		Arm m		$\uparrow M$ kNm/m	$M \uparrow$ kNm/m
$M_o$	$\frac{1}{2} \cdot 27,0 \cdot 1,32$	17,8	$\frac{2}{3} \cdot 1,32 + 0,68$	1,56		27,8
	$\frac{1}{2} \cdot 163,6 \cdot 1,32$	107,9	$\frac{1}{3} \cdot 1,32 + 0,68$	1,12		120,8
	$\frac{1}{2} \cdot 7,6 \cdot 0,68$	2,6	$\frac{2}{3} \cdot 0,68$	0,45		1,2
	$\frac{1}{2} \cdot 10,3 \cdot 0,68$	3,5	$\frac{1}{3} \cdot 0,68$	0,23		0,8
	$\frac{1}{2} \cdot 10,3 \cdot 5,01$	25,8	$\frac{1}{3} \cdot 5,01$	1,67	43,1	
	$\frac{1}{2} \cdot 21,3 \cdot 5,01$	53,3	$\frac{2}{3} \cdot 5,01$	3,34	178,2	
$M_u$	$A = 210,9$				221,3	150,6
	$\frac{1}{2} \cdot 21,3 \cdot 3,99$	42,5	$\frac{1}{3} \cdot 3,99$	1,33	57,0	
	$\frac{1}{2} \cdot 30,1 \cdot 3,99$	60,1	$\frac{2}{3} \cdot 3,99$	2,66	160,0	
	$\frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 0,46$	0,3	$\frac{2}{3} \cdot 0,46 + 1,99$	2,04		1,0
	$\frac{1}{2} \cdot 24,8 \cdot 1,54$	19,1	$\frac{1}{3} \cdot 1,54 + 2,45$	2,96		57,0
	$\frac{1}{2} \cdot 108,0 \cdot 1,54$	83,2	$\frac{2}{3} \cdot 1,54 + 2,45$	3,48		289,0
					217,0	347,0

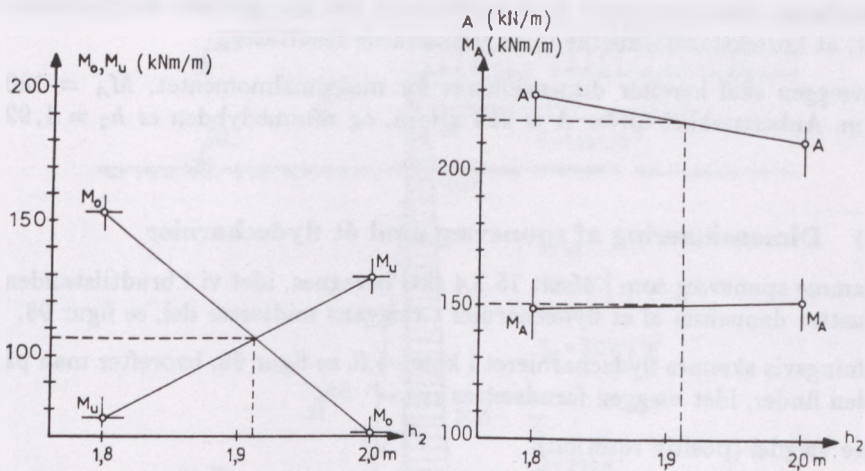
Ved grafisk lineær interpolation findes det endelige resultat som vist i figur 97:

$$M_o = M_u = 107 \text{ kNm/m} \quad M_A = 150 \text{ kNm/m}$$

$$A = 219 \text{ kN/m} \quad h_2 = 1,92 \text{ m}$$

Anvendes i stedet for omregning efterfulgt af grafisk interpolation de i afsnit 15.3.1 omtalte korrektionsformler, fås for den første gennemregning:





Figur 97: Grafisk interpolation.

Af formel 251 findes:

$$\Delta h_2 = \frac{71 - 130}{(108,0 - 30,1)9,0 + (1 - 0,88)156,0 \cdot 0,68} = -0,08 \text{ m}$$

Af formel 246 findes:

$$\Delta M_u = -0,08(108,0 - 30,1)3,99 = -25 \text{ kNm/m}$$

Formlerne 252 og 253 giver:

$$\Delta M_A = -0,08(1 - 0,88)156,0 \cdot 0,68 = -1 \text{ kNm/m}$$

$$\Delta A = -0,08((1 - 0,88)156,0 - (108,0 - 30,1)) = 5 \text{ kN/m}$$

Herefter findes:

$$M_F = M_u + \Delta M_u = 130 - 25 = 105 \text{ kNm/m}$$

$$M_A = 151 - 1 = 150 \text{ kNm/m}$$

$$A = 211 + 5 = 216 \text{ kN/m}$$

$$h_2 = 2,00 - 0,08 = 1,92 \text{ m}$$

Sammenlignes disse resultater med resultaterne fra den grafiske interpolation, ses det, at korrektionsformlerne giver udmærkede resultater.

Spunsvæggen skal herefter dimensioneres for maksimalmomentet,  $M_A = 150$  kNm/m. Ankertrækket bliver  $A = 219$  kN/m, og rammedybden er  $h_2 = 1,92$  m.

### 15.3.5 Dimensionering af spunsvæg med ét flydecharnier

Den samme spunsvæg som i afsnit 15.3.4 skal beregnes, idet vi i brudtilstanden forudsætter dannelsen af et flydecharnier i væggens midterste del, se figur 98.

Indledningsvis skønnes flydecharnieret i kote  $-5,0$ , se figur 98, hvorefter man på bagsiden finder, idet væggen forudsættes ru:

Øverste vægdel (positiv rotation):

$$\rho = \frac{5,0}{7,0} = 0,714$$

$$\xi_3 = 0,87 \quad \xi_3 h_3 = 0,87 \cdot 7,0 = 6,08 \text{ m}$$

$$K_\gamma^x = 5,7 \quad K_p^x = 1,9 \quad K_\gamma^y = 0,21 \quad K_p^y = 0,16$$

Nederste vægdel (positiv rotation):

$$\rho = \infty$$

$$\xi = 1 \quad K_\gamma^y = 0,27 \quad K_p^y = 0,27$$

På forsiden findes (negativ rotation):

$$\rho = \infty \quad \xi = 1 \quad K_\gamma^y = 5,2$$

Herefter bliver jordtryksfordelingen på bagsiden:

I kote:		
+ 2,00:	$e^x = 15 \cdot 1,9$	= 28,5 kN/m <sup>2</sup>
+ 1,08:	$e^x = 18 \cdot 0,92 \cdot 5,7 + 15 \cdot 1,9$	= 122,7 kN/m <sup>2</sup>
+ 1,08:	$e^y = 18 \cdot 0,92 \cdot 0,21 + 15 \cdot 0,16$	= 5,9 kN/m <sup>2</sup>
0,00:	$e^y = 18 \cdot 2,0 \cdot 0,21 + 15 \cdot 0,16$	= 10,0 kN/m <sup>2</sup>
-5,00:	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 5,0)0,21 + 15 \cdot 0,16$	= 20,5 kN/m <sup>2</sup>
-(5,00 + z):	$e^y = (18 \cdot 2,0 + (5,0+z)10)0,21 + 15 \cdot 0,16$	= 20,5+2,1z kN/m <sup>2</sup>
-(5,00 + z):	$e^y = (18 \cdot 2,0 + (5,0+z)10)0,27 + 15 \cdot 0,27$	= 27,3+2,7z kN/m <sup>2</sup>
-(5,00 + 2z):	$e^y = (18 \cdot 2,0 + (5,0 + 2z)10)0,27 + 15 \cdot 0,27$	= 27,3+5,4z kN/m <sup>2</sup>



$$\begin{aligned}
 M_o &= 212,9 - 104,5 = 108 \text{ kNm/m} \\
 M_u &= 220,9 - 87,5 = 133 \text{ kNm/m} \\
 A &= 154 \text{ kN/m} \\
 h_2 &= 2,16 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$M$	Areal kN/m		Arm m		$\uparrow M$ kNm/m	$M \uparrow$ kNm/m
$M_o$	$\frac{1}{2} \cdot 28,5 \cdot 0,92$	13,1	$1,08 + \frac{2}{3} \cdot 0,92$	1,69		22,1
	$\frac{1}{2} \cdot 122,7 \cdot 0,92$	56,3	$1,08 + \frac{1}{3} \cdot 0,92$	1,39		78,2
	$\frac{1}{2} \cdot 5,9 \cdot 1,08$	3,2	$\frac{2}{3} \cdot 1,08$	0,72		2,3
	$\frac{1}{2} \cdot 10,0 \cdot 1,08$	5,4	$\frac{1}{3} \cdot 1,08$	0,36		1,9
	$\frac{1}{2} \cdot 10,0 \cdot 5,00$	25,0	$\frac{1}{3} \cdot 5,00$	1,67	41,8	
	$\frac{1}{2} \cdot 20,5 \cdot 5,00$	51,3	$\frac{2}{3} \cdot 5,00$	3,33	171,1	
	$A = 154,3$				212,9	104,5
$M_u$	$\frac{1}{2} \cdot 20,5 \cdot 2,08$	21,3	$\frac{5}{3} \cdot 2,08$	3,47		73,8
	$\frac{1}{2} \cdot 24,9 \cdot 2,08$	25,9	$\frac{4}{3} \cdot 2,08$	2,77		71,8
	$\frac{1}{2} \cdot 32,9 \cdot 2,08$	34,2	$\frac{2}{3} \cdot 2,08$	1,39		47,6
	$\frac{1}{2} \cdot 38,5 \cdot 2,08$	40,1	$\frac{1}{3} \cdot 2,08$	0,69		27,7
	$\frac{1}{2} \cdot 112,3 \cdot 2,16$	121,4	$\frac{1}{3} \cdot 2,16$	0,72	87,5	
				87,5	220,9	

I afsnit 15.3.4 så vi, at korrektionsformlerne gav udmærkede resultater. Da momenterne er omtrent lige store, findes det endelige resultat derfor ved anvendelse af formlerne 256 til 261.

Man finder:

$$\Delta h_3 = \frac{133 - 108}{20,5(5,0 + 4,16) - (1 - 0,87)116,8 \cdot 1,08} = 0,146 \text{ m}$$

$$\Delta M_u = -0,146 \cdot 20,5 \cdot 4,16 = -12,5 \text{ kNm/m}$$

$$\Delta A = 0,146((1 - 0,87)116,8 + 20,5) = 5,2 \text{ kN/m}$$

$$\Delta h_2 = -0,146 \frac{20,5}{112,3 - 38,5} = -0,04 \text{ m}$$



Spunsvæggen skal herefter dimensioneres for:

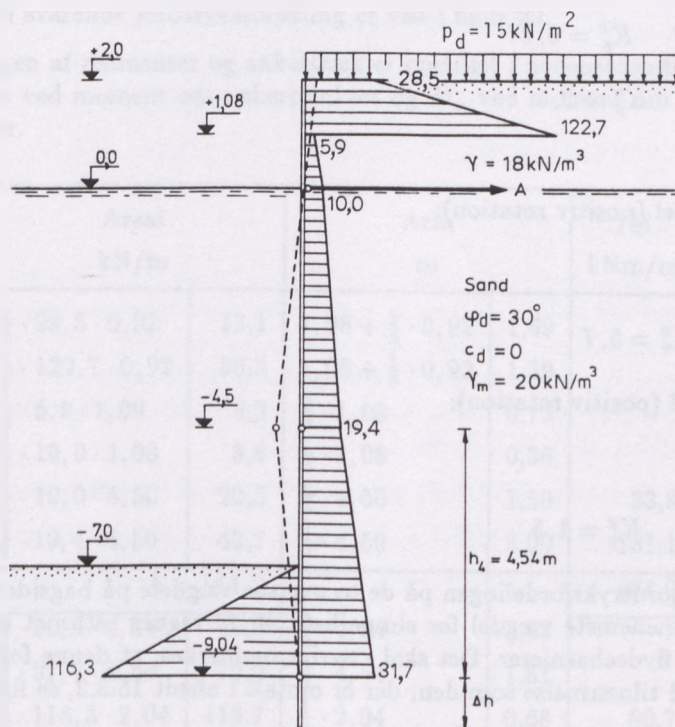
$$\text{Flydemomentet, } M_F = 133 - 12,5 = 121 \text{ kNm/m}$$

$$\text{Ankertrækket, } A = 154 + 5,2 = 159 \text{ kN/m}$$

$$\text{Rammedybden, } h_2 = 2,16 - 0,04 = 2,12 \text{ m}$$

### 15.3.6 Forankret spunsvæg med to flydecharnierer

Under forudsætning af dannelsen af to flydecharnierer i bruttilstanden skal vi i dette eksempel bestemme de dimensionsgivende størrelser for den samme spunsvæg som i afsnittene 15.3.4 og 15.3.5, se figur 99.



Figur 99: Dimensionering af spunsvæg med to flydecharnierer.

Indledningsvis skønnes det øverste flydecharnier i kote  $-4,5$ , hvorefter man på bagsiden finder, idet væggen forudsættes ru:

Øverste vægdel (positiv rotation):

$$\rho = \frac{4,5}{6,5} = 0,692$$

$$\xi_3 = 0,86 \quad \xi_3 h_3 = 0,86 \cdot 6,5 = 5,58 \text{ m}$$

$$K_\gamma^x = 5,7 \quad K_p^x = 1,9 \quad K_\gamma^y = 0,21 \quad K_p^y = 0,16$$

Mellemste vægdel (negativ rotation):

$$\rho = 0$$

$$\xi = 0 \quad K_\gamma^x = 0,27 \quad K_p^x = 0,27$$

Nederste vægdel (negativ rotation):

$$\rho \sim 0$$

$$K_\gamma^x = 0,27 \quad K_p^x = 0,27$$

$$K_\gamma^y = 4,1 \quad K_p^y = 2,4$$

På forsiden fås:

Mellemste vægdel (positiv rotation):

$$\rho = 0$$

$$\xi = 0 \quad K_\gamma^x = 5,7$$

Nederste vægdel (positiv rotation):

$$\rho \sim 0$$

$$K_\gamma^x = 5,7 \quad K_\gamma^y = 1,5$$

Først beregnes jordtryksfordelingen på de to øverste vægdele på bagsiden, idet fordelingen på mellemste vægdel for simpelheds skyld regnes retliniet mellem værdien i de to flydecharnierer. Det skal i øvrigt bemærkes, at denne fordeling er en lige så god tilnærmelse som den, der er omtalt i afsnit 15.3.2, se figur 99.

I kote:

+ 2,00:	$e^x = 15 \cdot 1,9$	=	28,5 kN/m <sup>2</sup>
+ 1,08:	$e^x = 18 \cdot 0,92 \cdot 5,7 + 15 \cdot 1,9$	=	122,7 kN/m <sup>2</sup>
+ 1,08:	$e^y = 18 \cdot 0,92 \cdot 0,21 + 15 \cdot 0,16$	=	5,9 kN/m <sup>2</sup>
0,00:	$e^y = 18 \cdot 2,0 \cdot 0,21 + 15 \cdot 0,16$	=	10,0 kN/m <sup>2</sup>
-4,50:	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 4,5)0,21 + 15 \cdot 0,16$	=	19,4 kN/m <sup>2</sup>
-(4,5 + h <sub>4</sub> ):	$e^x = (18 \cdot 2,0 + 10(4,5 + h_4))0,27 + 15 \cdot 0,27$	=	19,4 + 2,7h <sub>4</sub> kN/m <sup>2</sup>

På forsiden findes:

I kote-7,00:  $e^x = 0$

I kote-(4,5 +  $h_4$ ):  $e^x = 10(h_4 - 2,5)5,7 = 57,0h_4 - 142,5 \text{ kN/m}^2$

Ved projektion på vandret af jordtryksfordelingen på mellemste vægdel findes:

$$\frac{1}{2}(19,4 + 19,4 + 2,7h_4)h_4 - \frac{1}{2}(57,0h_4 - 142,5)(h_4 - 2,50) = 0$$

Heraf findes:

$$h_4 = 4,54 \text{ m}$$

Den hertil svarende jordtryksfordeling er vist i figur 99.

Beregningen af momenter og ankertræk er opstillet i nedenstående skema, idet  $M_0$  findes ved moment om ankerpunktet og  $M_u$  ved moment om nederste flydecharnier.

$M$	Areal kN/m		Arm m		$\uparrow M$ kNm/m	$M \downarrow$ kNm/m
$M_0$	$\frac{1}{2} \cdot 28,5 \cdot 0,92$	13,1	$1,08 + \frac{2}{3} \cdot 0,92$	1,69		22,1
	$\frac{1}{2} \cdot 122,7 \cdot 0,92$	56,3	$1,08 + \frac{1}{3} \cdot 0,92$	1,39		78,2
	$\frac{1}{2} \cdot 5,9 \cdot 1,09$	3,2	$\frac{2}{3} \cdot 1,08$	0,72		2,3
	$\frac{1}{2} \cdot 10,0 \cdot 1,08$	5,4	$\frac{1}{3} \cdot 1,08$	0,36		1,9
	$\frac{1}{2} \cdot 10,0 \cdot 4,50$	22,5	$\frac{1}{3} \cdot 4,50$	1,50	33,8	
	$\frac{1}{2} \cdot 19,4 \cdot 4,50$	43,7	$\frac{2}{3} \cdot 4,50$	3,00	131,1	
$2M_u$	$A = 144,2$				164,9	104,5
	$\frac{1}{2} \cdot 20,5 \cdot 4,54$	46,6	$\frac{2}{3} \cdot 4,54$	3,03		141,2
	$\frac{1}{2} \cdot 31,7 \cdot 4,54$	72,0	$\frac{1}{3} \cdot 4,54$	1,51		108,7
	$\frac{1}{2} \cdot 116,3 \cdot 2,04$	118,7	$\frac{1}{3} \cdot 2,04$	0,68	80,7	
				80,7	249,9	

Herefter findes:

$$M_0 = 164,9 - 104,5 = 60 \text{ kNm/m}$$

$$M_u = \frac{1}{2}(249,9 - 80,7) = 84 \text{ kNm/m}$$

$$A = 144 \text{ kN/m}$$

$$h_2 = 2,04 \text{ m}$$

Det endelige resultat findes ved anvendelse af korrektionsformlerne i afsnit 15.3.3. Af formlerne 262 til 267 findes:

$$\Delta h_3 = \frac{84 - 60}{19,4(4,50 + \frac{1}{2} \cdot 4,54) - (1 - 0,86)116,8 \cdot 1,08} = 0,211 \text{ m}$$

$$\Delta M_u = -\frac{1}{2} \cdot 0,211 \cdot 19,4 \cdot 4,54 = -9 \text{ kNm/m}$$

$$\Delta A = 0,211((1 - 0,86)116,8 + 19,4) = 8 \text{ kN/m}$$

$$\Delta h_2 = -0,211 \frac{19,4}{116,3 - 31,7} = -0,05 \text{ m}$$

Det vil sige:

$$M_F = 84 - 9 = 75 \text{ kNm/m}$$

$$A = 144 + 8 = 152 \text{ kN/m}$$

$$h_2 = 2,04 - 0,05 = 1,99 \text{ m}$$

Den ekstra rammedybde,  $\Delta h$ , der er nødvendig, for at flydemomentet,  $M_F$ , kan optages ved "indspænding" i jorden, findes efter beregningsprincippet for frie spunsvægge, se afsnit 15.2. Man finder i kote  $-8,99$ :

$$e_1^x = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 8,99)0,27 + 15 \cdot 0,27 = 38 \text{ kN/m}^2$$

$$e_1^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 8,99)4,1 + 15 \cdot 2,4 = 552 \text{ kN/m}^2$$

$$e_2^x = 10 \cdot 1,99 \cdot 5,7 = 103 \text{ kN/m}^2$$

$$e_2^y = 10 \cdot 1,99 \cdot 1,5 = 30 \text{ kN/m}^2$$

Differens-enhedsjordtrykkene bliver da:

$$\Delta e^x = e_2^x - e_1^x = 103 - 38 = 65 \text{ kN/m}^2$$

$$\Delta e^y = e_1^y - e_2^y = 552 - 30 = 522 \text{ kN/m}^2$$

Af formel 236 findes:

$$\left\{ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \end{array} \right\} = 1 + 0,1 \frac{\tan 30^\circ}{\tan 30^\circ} \mp \tan 30^\circ = \left\{ \begin{array}{c} 0,52 \\ 1,68 \end{array} \right\}$$



Formel 241 giver herefter:

$$\Delta h = \left[ \frac{1,68}{0,52} + \frac{522}{65} \right] : \sqrt{\frac{522}{2 \cdot 75} \left[ 2 \cdot \frac{1,68}{0,52} + \frac{522}{65} - 1 \right]} = 1,65 \text{ m}$$

Spunsvæggen skal således dimensioneres for flydemomentet,  $M_F = 75 \text{ kNm/m}$ . Ankertrækket bliver,  $A = 152 \text{ kN/m}$ , og rammedybden er,  $d = h_2 + \Delta h = 3,64 \text{ m}$ .

Endelig skal til sammenligning anføres resultaterne af de tre gennemregninger i afsnittene 15.4.4, 15.4.5 og 15.4.6:

		Uden fl.ch.	Et fl.ch.	To fl.ch.
$M$	kNm/m	( 107 )	121	75
$M_A$	kNm/m	150	-	-
$A$	kN/m	219	159	152
$d$	m	1,92	2,12	3,64

Som det fremgår af resultaterne, vil brudmåden ét flydecharnier sandsynligvis føre til den mest økonomiske konstruktion. Som tidligere nævnt kan brudmåden uden flydecharnier være den mest økonomiske ved blød bund. Brudmåden to flydecharnierer kan undertiden være den mest fordelagtige ved store vanddybder, fordi momentet er relativt lille.

### 15.3.7 Forankret spunsvæg i sand og ler

I figur 100 er vist en spunsvæg i sand og ler. De dimensionsgivende størrelser for væggen ønskes bestemt, idet der i brudtilstanden forudsættes dannelsen af et flydecharnier i væggens midterste del.

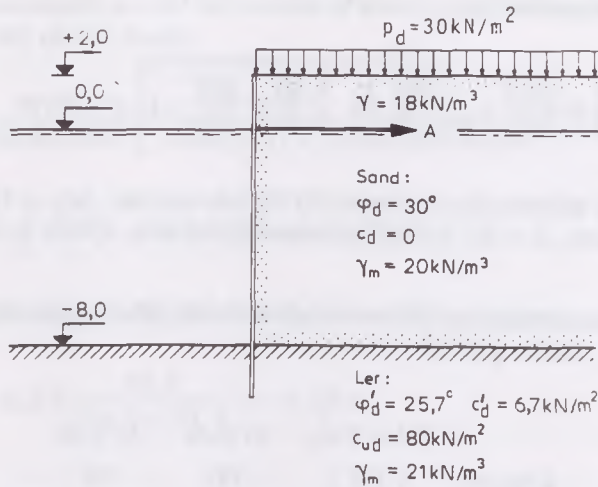
Først undersøges *korttidstilstanden*, se figur 101. Indledningsvis skønnes flydecharnieret i kote -5,5. Idet væggen forudsættes *ru i sandet og glat i leret*, findes på bagsiden:

Øverste vægdel (positiv rotation):

$$\rho = \frac{5,5}{7,5} = 0,733$$

$$\xi_3 = 0,87 \quad \xi_3 h_3 = 0,87 \cdot 7,5 = 6,53 \text{ m}$$

$$K_x^x = 5,7 \quad K_p^x = 1,9 \quad K_x^y = 0,22 \quad K_p^y = 0,16$$



Figur 100: Spunsvæg i sand og ler.

Nederste vægdel (positiv rotation):

$$\rho = \infty \quad \xi = 1$$

$$\phi_d = 30^\circ : K_\gamma^y = 0,27 \quad K_p^y = 0,27$$

$$\phi = 0^\circ : K_\gamma^y = 1,0 \quad K_p^y = 1,0 \quad K_c^y = -2,0$$

På forsiden findes (negativ rotation):

$$\rho = \infty \quad \xi = 1 \quad K_\gamma^y = 1,0 \quad K_c^y = 2,0$$

Herefter bliver jordtryksfordelingen på bagsiden:

I kote:

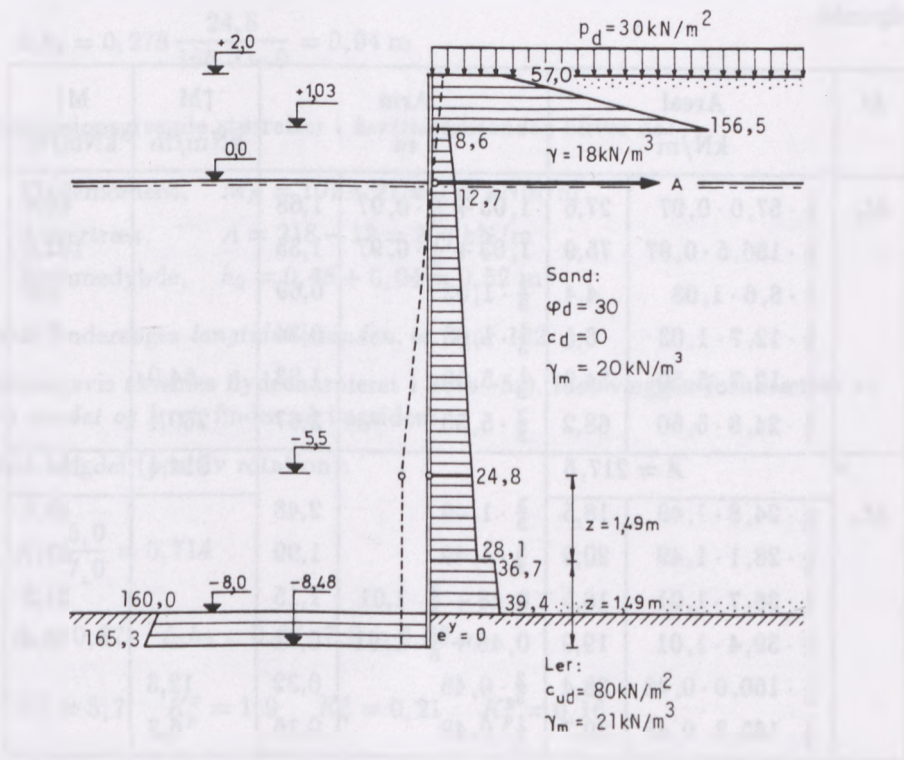
+2,00:	$e^x = 30 \cdot 1,9$	=	57,0 kN/m <sup>2</sup>
+1,03:	$e^x = 18 \cdot 0,97 \cdot 5,7 + 30 \cdot 1,9$	=	156,5 kN/m <sup>2</sup>
+1,03:	$e^y = 18 \cdot 0,97 \cdot 0,22 + 30 \cdot 0,16$	=	8,6 kN/m <sup>2</sup>
0,00:	$e^y = 18 \cdot 2,0 \cdot 0,22 + 30 \cdot 0,16$	=	12,7 kN/m <sup>2</sup>
-5,50:	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 5,5)0,22 + 30 \cdot 0,16$	=	24,8 kN/m <sup>2</sup>
-(5,50 + z):	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10(5,5 + z))0,22 + 30 \cdot 0,16$	=	24,8 + 2,2z kN/m <sup>2</sup>
-(5,50 + z):	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10(5,5 + z))0,27 + 30 \cdot 0,27$	=	32,7 + 2,7z kN/m <sup>2</sup>
-8,00:	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 8,0)0,27 + 30 \cdot 0,27$	=	39,4 kN/m <sup>2</sup>

I kote:

$$-8,00: e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 8,0)1,0 + 30 \cdot 1,0 - 80 \cdot 2,0 = -14,0 \text{ kN/m}^2$$

$$-(5,50 + 2z): e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 8,0 + 11(2z - 2,5))1,0 + 30 \cdot 1,0 - 80 \cdot 2,0 = -41,5 + 22,0z \text{ kN/m}^2$$

Som det fremgår af den efterfølgende beregning bliver jordtrykket negativt på væggen bagside under kote -8,0, hvorfor der på denne strækning regnes med  $e^y = 0$ .



Figur 101: Korttidsanalyse af spunsvæg i sand og ler.

På forsiden findes:

I kote:

$$-8,00: e^y = 80 \cdot 2,0 = 160 \text{ kN/m}^2$$

$$-(5,50 + 2z): e^y = 11(2z - 2,5)1,0 + 80 \cdot 2,0 = 132,5 + 22,0z \text{ kN/m}^2$$

Ved projektion på vandret af jordtryksfordelingen på væggen nederste del findes:

$$\frac{1}{2}(24,8 + 24,8 + 2,2z)z + \frac{1}{2}(32,7 + 2,7z + 39,4)(2,5 - z) - \frac{1}{2}(160,0 + 132,5 + 22,0z)(2z - 2,5) = 0$$

Heraf findes  $z = 1,49$  m.

Den hertil svarende jordtryksfordeling er vist i figur 101.

Beregningen af momenter og ankertræk er opstillet i skemaet på næste side, idet  $M_o$  findes ved moment om ankerpunktet og  $M_u$  ved moment om væggens fodpunkt.

$M$	Areal kN/m		Arm m		$\uparrow M$ kNm/m	$M \uparrow$ kNm/m
$M_o$	$\frac{1}{2} \cdot 57,0 \cdot 0,97$	27,6	$1,03 + \frac{2}{3} \cdot 0,97$	1,68		46,4
	$\frac{1}{2} \cdot 156,5 \cdot 0,97$	75,9	$1,03 + \frac{1}{3} \cdot 0,97$	1,35		102,5
	$\frac{1}{2} \cdot 8,6 \cdot 1,03$	4,4	$\frac{2}{3} \cdot 1,03$	0,69		3,0
	$\frac{1}{2} \cdot 12,7 \cdot 1,03$	6,5	$\frac{1}{3} \cdot 1,03$	0,34		2,2
	$\frac{1}{2} \cdot 12,7 \cdot 5,50$	34,9	$\frac{1}{3} \cdot 5,50$	1,83	64,0	
	$\frac{1}{2} \cdot 24,8 \cdot 5,50$	68,2	$\frac{2}{3} \cdot 5,50$	3,67	250,1	
	$A = 217,5$				314,1	154,1
$M_u$	$\frac{1}{2} \cdot 24,8 \cdot 1,49$	18,5	$\frac{5}{3} \cdot 1,49$	2,48		45,8
	$\frac{1}{2} \cdot 28,1 \cdot 1,49$	20,9	$\frac{4}{3} \cdot 1,49$	1,99		41,7
	$\frac{1}{2} \cdot 36,7 \cdot 1,01$	18,5	$0,48 + \frac{2}{3} \cdot 1,01$	1,15		21,3
	$\frac{1}{2} \cdot 39,4 \cdot 1,01$	19,9	$0,48 + \frac{1}{3} \cdot 1,01$	0,82		16,4
	$\frac{1}{2} \cdot 160,0 \cdot 0,48$	38,4	$\frac{2}{3} \cdot 0,48$	0,32	12,3	
	$\frac{1}{2} \cdot 165,3 \cdot 0,48$	39,7	$\frac{1}{3} \cdot 0,48$	0,16	6,3	
					18,6	125,2

Herefter findes:

$$M_o = 314,1 - 154,1 = 160 \text{ kNm/m}$$

$$M_u = 125,2 - 18,6 = 107 \text{ kNm/m}$$

$$A = 218 \text{ kN/m}$$



$$h_2 = 0,48 \text{ m}$$

Ved anvendelse af korrektionsformlerne 256 til 261 findes:

$$\Delta h_3 = \frac{107 - 160}{24,8(5,50 + 2,98) - (1 - 0,87)147,9 \cdot 1,03} = -0,278 \text{ m}$$

$$\Delta M_u = 0,278 \cdot 24,8 \cdot 2,98 = 21 \text{ kNm/m}$$

$$\Delta A = -0,278((1 - 0,87)147,9 + 24,8) = -12 \text{ kN/m}$$

$$\Delta h_2 = 0,278 \frac{24,8}{165,3 - 0} = 0,04 \text{ m}$$

De dimensionsgivende størrelser i *korttidstilstanden* bliver da:

$$\text{Flydemoment, } M_F = 107 + 21 = 128 \text{ kNm/m}$$

$$\text{Ankertræk, } A = 218 - 12 = 206 \text{ kN/m}$$

$$\text{Rammedybde, } h_2 = 0,48 + 0,04 = 0,52 \text{ m}$$

Herefter undersøges *langtidstilstanden*, se figur 102.

Indledningsvis skønnes flydecharniet i kote -5,0. Idet væggen forudsættes *ru både i sandet og leret*, findes på bagsiden:

Øverste vægdel (positiv rotation):

$$\rho = \frac{5,0}{7,0} = 0,714$$

$$\xi_3 = 0,87 \quad \xi_3 h_3 = 0,87 \cdot 7,0 = 6,08 \text{ m}$$

$$K_\gamma^x = 5,7 \quad K_p^x = 1,9 \quad K_\gamma^y = 0,21 \quad K_p^y = 0,16$$

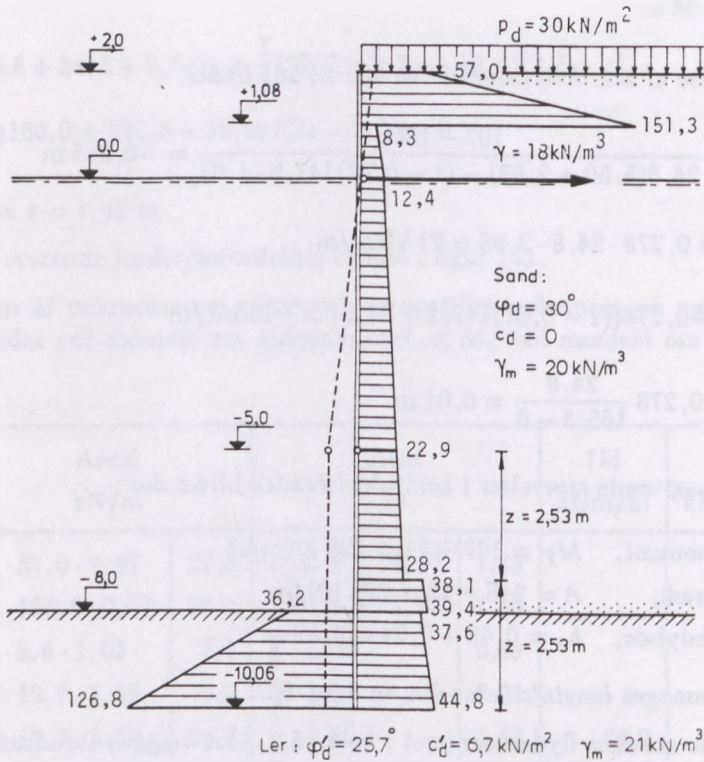
Nederste vægdel (positiv rotation):

$$\rho = \infty \quad \xi = 1$$

$$\phi_d = 30^\circ : \quad K_\gamma^y = 0,27 \quad K_p^y = 0,27$$

$$\phi_d = 25,7^\circ : \quad K_\gamma^y = 0,32 \quad K_p^y = 0,33 \quad K_c^y = -1,4$$

På forsiden findes (negativ rotation):



Figur 102: Langtidsanalyse af spunsvæg i sand og ler.

$$\rho = \infty \quad \xi = 1 \quad K_\gamma^y = 4,0 \quad K_c^y = 5,4$$

Herefter bliver jordtryksfordelingen på bagsiden:

Kote:		
+2,00:	$e^x = 30 \cdot 1,9$	= 57,0 kN/m <sup>2</sup>
+1,08:	$e^x = 18 \cdot 0,92 \cdot 5,7 + 30 \cdot 1,9$	= 151,3 kN/m <sup>2</sup>
+1,08:	$e^y = 18 \cdot 0,92 \cdot 0,21 + 30 \cdot 0,16$	= 8,3 kN/m <sup>2</sup>
0,00:	$e^y = 18 \cdot 2,0 \cdot 0,21 + 30 \cdot 0,16$	= 12,4 kN/m <sup>2</sup>
-5,00:	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 5,0)0,21 + 30 \cdot 0,16$	= 22,9 kN/m <sup>2</sup>
-(5,00 + z):	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10(5,0 + z))0,21 + 30 \cdot 0,16$	= 22,9 + 2,1z kN/m <sup>2</sup>
-(5,00 + z):	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10(5,0 + z))0,27 + 30 \cdot 0,27$	= 31,3 + 2,7z kN/m <sup>2</sup>
-8,00:	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 8,0)0,27 + 30 \cdot 0,27$	= 39,4 kN/m <sup>2</sup>
-8,00:	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 8,0)0,32 + 30 \cdot 0,33$	= 37,6 kN/m <sup>2</sup>
	-6,7 · 1,4	= 37,6 kN/m <sup>2</sup>
-(5,00 + 2z):	$e^y = (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 8,0 + 11(2z - 3,0))0,32$	
	+ 30 · 0,33 - 6,7 · 1,4	= 27,1 + 7,0z kN/m <sup>2</sup>

På forsiden findes:

Kote:

$$-8,00: e^y = 6,7 \cdot 5,4 = 36,2 \text{ kN/m}^2$$

$$-(5,00 + 2z): e^y = 11(2z - 3,0)4,0 + 6,7 \cdot 5,4 = 88,0z - 95,8 \text{ kN/m}^2$$

Ved projektion på vandret af jordtryksfordelingen på nederste vægdel findes:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(22,9 + 22,9 + 2,1z)z + \frac{1}{2}(31,3 + 2,7z + 39,4)(3,0 - z) \\ & + \frac{1}{2}(37,6 + 27,1 + 7,0z)(2z - 3,0) \\ & - \frac{1}{2}(36,2 + 88,0z - 95,8)(2z - 3,0) = 0 \end{aligned}$$

Heraf findes  $z = 2,53$  m. Den hertil svarende jordtryksfordeling er vist i figur 102.

Beregningen af momenter og ankerkraft er opstillet i skemaet på næste side, idet  $M_o$  findes ved moment om ankerpunktet og  $M_u$  ved moment om væggens fodpunkt, hvilket giver:

$$M_o = 242,2 - 147,8 = 94 \text{ kNm/m}$$

$$M_u = 379,5 - 141,1 = 238 \text{ kNm/m}$$

$$A = 195 \text{ kN/m}$$

$$h_2 = 2,06 \text{ m}$$

Da flydecharnierets beliggenhed således er skønnet meget forkert, foretages en ny gennemregning.

Ved anden gennemregning skønnes flydecharnieret i kote  $-6,0$ . Beregningerne, der ikke skal angives her, medfører at:

$$M_o = 222 \text{ kNm/m}$$

$$M_u = 121 \text{ kNm/m}$$

$$A = 241 \text{ kN/m}$$

$$h_2 = 1,76 \text{ m}$$

M	Areal kN/m		Arm m		↑M kNm/m	M↑ kNm/m
$M_o$	$\frac{1}{2} \cdot 57,0 \cdot 0,92$	26,2	$1,08 + \frac{2}{3} \cdot 0,92$	1,69		44,2
	$\frac{1}{2} \cdot 151,3 \cdot 0,92$	69,7	$1,08 + \frac{1}{3} \cdot 0,92$	1,39		97,0
	$\frac{1}{2} \cdot 8,3 \cdot 1,08$	4,5	$\frac{2}{3} \cdot 1,08$	0,72		3,2
	$\frac{1}{2} \cdot 12,4 \cdot 1,08$	6,7	$\frac{1}{3} \cdot 1,08$	0,36		2,4
	$\frac{1}{2} \cdot 12,4 \cdot 5,00$	31,0	$\frac{1}{3} \cdot 5,00$	1,67	51,8	
	$\frac{1}{2} \cdot 22,9 \cdot 5,00$	57,2	$\frac{2}{3} \cdot 5,00$	3,33	190,4	
	$A = 195,3$				242,2	147,8
$M_u$	$\frac{1}{2} \cdot 22,9 \cdot 2,53$	29,0	$\frac{5}{3} \cdot 2,53$	4,22		122,3
	$\frac{1}{2} \cdot 28,2 \cdot 2,53$	35,7	$\frac{4}{3} \cdot 2,53$	3,37		120,2
	$\frac{1}{2} \cdot 38,1 \cdot 0,47$	9,0	$2,06 + \frac{2}{3} \cdot 0,47$	2,37		21,3
	$\frac{1}{2} \cdot 39,4 \cdot 0,47$	9,3	$2,06 + \frac{1}{3} \cdot 0,47$	2,22		20,6
	$\frac{1}{2} \cdot 37,6 \cdot 2,06$	38,8	$\frac{2}{3} \cdot 2,06$	1,37		53,2
	$\frac{1}{2} \cdot 44,8 \cdot 2,06$	46,2	$\frac{1}{3} \cdot 2,06$	0,69		31,9
	$\frac{1}{2} \cdot 36,2 \cdot 2,06$	37,3	$\frac{2}{3} \cdot 2,06$	1,37	51,1	
$\frac{1}{2} \cdot 126,8 \cdot 2,06$	130,5	$\frac{1}{3} \cdot 2,06$	0,69	90,0		
					141,1	379,5

På grundlag af de to gennemregninger findes som vist i figur 103 ved grafisk lineær interpolation følgende dimensionsgivende størrelser i langtidstilstanden:

Flydemoment,  $M_F = 169 \text{ kNm/m}$

Ankertræk,  $A = 221 \text{ kN/m}$

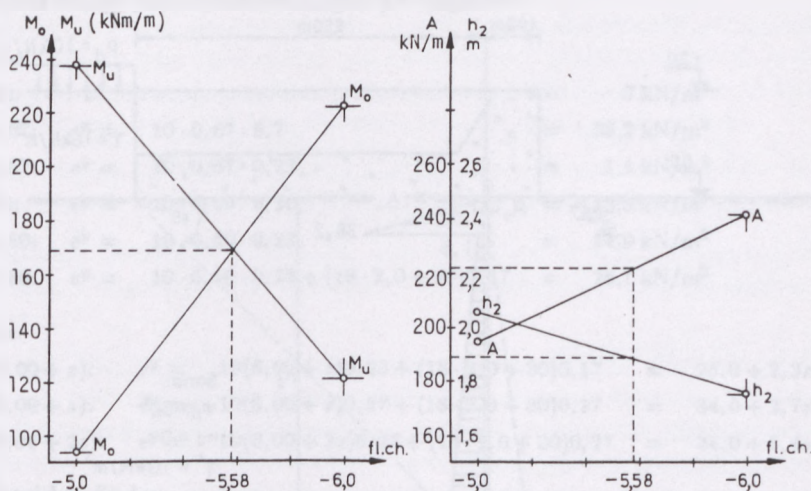
Rammedybde,  $h_2 = 1,89 \text{ m}$

Resultatet af beregningen er:

	Korttidsanalysen	Langtidsanalysen
Flydemoment $M_F$ (kNm/m):	128	169
Ankertræk A (kN/m):	206	221
Rammedybde $h_2$ (m):	0,52	1,89

Som det fremgår heraf er langtidsstilstanden i dette tilfælde afgørende for samtlige dimensionsgivende størrelser.





Figur 103: Grafisk interpolation.

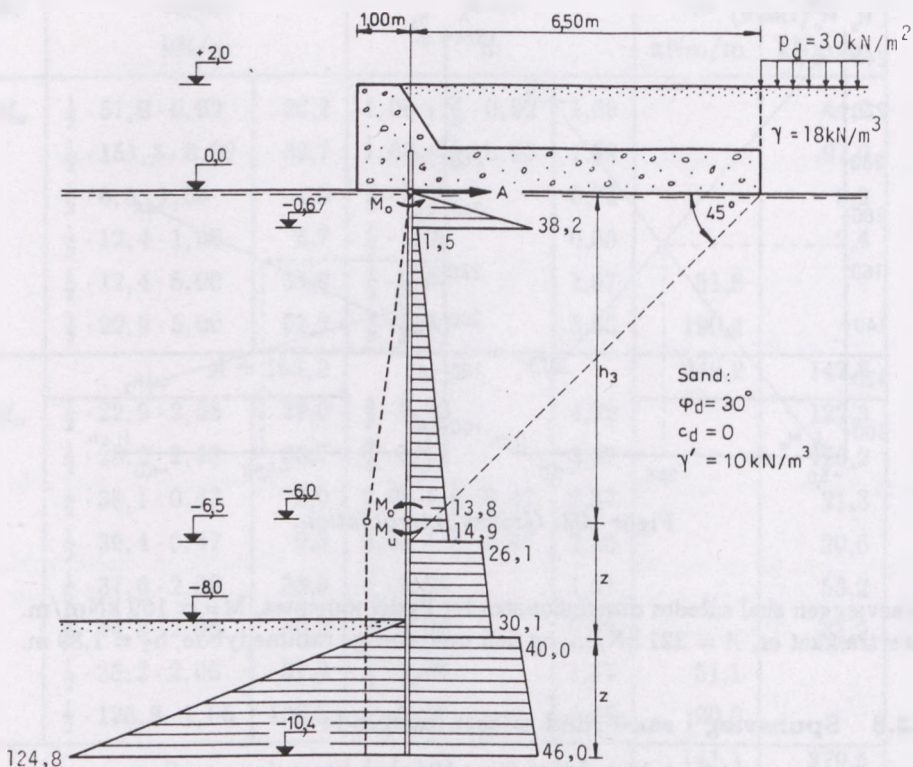
Spunsvæggen skal således dimensioneres for flydemomentet,  $M_F = 169 \text{ kNm/m}$ . Ankertrækket er,  $A = 221 \text{ kN/m}$ , og den nødvendige rammedybde,  $h_2 = 1,89 \text{ m}$ .

### 15.3.8 Spunsvæg i sand med aflastningsplade

Spunsvæggen med aflastningsplade i figur 104 skal dimensioneres. Spunsvæggen forudsættes foroven indspændt i aflastningspladen, der er funderet på pæle. Disse pæle skal ikke dimensioneres i dette eksempel.

Aflastningspladens reducerede virkning på jordtrykket antages for simpelheds skyld fuldstændig ned til det punkt, hvor en linie under  $45^\circ$  gennem aflastningspladens bagkant rammer spunsvæggen. Under dette punkt antages den ingen virkning at have. Det vil sige, at der på "jordoverfladen" i kote 0,0 regnes med en "nyttelast", der svarer til den effektive vægt af jorden over dette niveau plus terrænbelastningen på jordoverfladen i kote +2,0. Det skal i øvrigt bemærkes, at såfremt den omtalte linie under  $45^\circ$  rammer spunsvæggen under bassinbunden, vil man almindeligvis kun regne med aflastende virkning til bunden.

Ved beregningen forudsættes, at der dannes et flydecharnier foroven ved aflastningspladens underkant og yderligere et flydecharnier i væggen midterste del som vist i figur 104. På den øverste vægdel beregnes jordtryksfordelingen på sædvanlig måde. På den nederste vægdel regnes på bagsiden med en fordeling, der som sædvanlig er karakteriseret ved et trykspring i dybden,  $z = \frac{1}{2}h_4$ , under flydecharnieret, idet der samtidig tages hensyn til, at den aflastende virkning ophører i kote -6,5, hvilket resulterer i yderligere et trykspring i dette niveau. På væggen forside regnes med den sædvanlige fordeling.



Figur 104: Dimensionering af spunsvæg med aflastningsplade.

Indledningsvis skønnes flydecharniet i kote  $-6,0$ , hvorefter man for øverste vægdel får:

$$\text{positiv rotation: } \rho = 1,0 \quad \xi = 0,89 \quad \xi h_3 = 0,89 \cdot 6,0 = 5,33 \text{ m}$$

$$K_x^x = 5,7 \quad K_y^y = 0,23 \quad K_p^y = 0,17$$

For nederste vægdel findes på bagsiden:

$$\text{positiv rotation: } \rho = \infty \quad \xi = 1 \quad K_x^y = 0,27 \quad K_p^y = 0,27$$

På forsiden fås:

$$\text{negativ rotation: } \rho = \infty \quad \xi = 1 \quad K_x^y = 5,2$$

Herefter bliver jordtryksfordelingen på bagsiden:

Kote:

$$\begin{aligned}
 0,00: \quad e^x &= & 0 \text{ kN/m}^2 \\
 -0,67: \quad e^x &= 10 \cdot 0,67 \cdot 5,7 &= 38,2 \text{ kN/m}^2 \\
 -0,67: \quad e^y &= 10 \cdot 0,67 \cdot 0,23 &= 1,5 \text{ kN/m}^2 \\
 6,00: \quad e^y &= 10 \cdot 6,00 \cdot 0,23 &= 13,8 \text{ kN/m}^2 \\
 -6,50: \quad e^y &= 10 \cdot 6,50 \cdot 0,23 &= 14,9 \text{ kN/m}^2 \\
 -6,50: \quad e^y &= 10 \cdot 6,50 \cdot 0,23 + (18 \cdot 2,0 + 30)0,17 &= 26,1 \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}$$

Kote:

$$\begin{aligned}
 -(6,00 + z): \quad e^y &= 10(6,00 + z)0,23 + (18 \cdot 2,0 + 30)0,17 &= 25,0 + 2,3z \text{ kN/m}^2 \\
 -(6,00 + z): \quad e^y &= 10(6,00 + z)0,27 + (18 \cdot 2,0 + 30)0,27 &= 34,0 + 2,7z \text{ kN/m}^2 \\
 -(6,00 + 2z): \quad e^y &= 10(6,00 + 2z)0,27 + (18 \cdot 2,0 + 30)0,27 &= 34,0 + 5,4z \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}$$

På forsiden findes:

Kote:

$$\begin{aligned}
 -8,0: \quad e^y &= & 0 \text{ kN/m}^2 \\
 (-6,00 + z): \quad e^y &= 10(2z - 2,00)5,2 &= 104,0z - 104,0 \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}$$

Ved projektion på vandret af jordtryksfordelingen på nederste vægdel fås:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2}(13,8 + 14,9)0,50 + \frac{1}{2}(26,1 + 25,0 + 2,3z)(z - 0,50) \\
 &+ \frac{1}{2}(34,0 + 2,7z + 34,0 + 5,4z)z - \frac{1}{2}(104,0z - 104,0)(2z - 2,00) = 0
 \end{aligned}$$

Heraf findes  $z = 2,20$  m. Den hertil svarende jordtryksfordeling er vist i figur 104.

Ved moment om væggens fodpunkt af jordtryksfordelingen på nederste vægdel findes:

$$\begin{aligned}
 M_u &= \frac{1}{2} \cdot 13,8 \cdot 0,50(4,40 - \frac{1}{3} \cdot 0,50) + \frac{1}{2} \cdot 14,9 \cdot 0,50(4,40 - \frac{2}{3} \cdot 0,50) \\
 &+ \frac{1}{2} \cdot 26,2 \cdot 1,70(2,20 + \frac{2}{3} \cdot 1,70) + \frac{1}{2} \cdot 30,1 \cdot 1,70(2,20 + \frac{1}{3} \cdot 1,70) \\
 &+ \frac{1}{2} \cdot 40,0 \cdot 2,20 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,20 + \frac{1}{2} \cdot 46,0 \cdot 2,20 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2,20 \\
 &- \frac{1}{2} \cdot 124,8 \cdot 2,40 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2,40 \\
 &= 162 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$



Ved moment om øverste flydecharnier af jordtryksfordelingen på øverste vægdel fås:

$$\begin{aligned}
 2M_o &= \frac{1}{2} \cdot 38,2 \cdot 0,67 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,67 + \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 5,33(0,67 + \frac{1}{3} \cdot 5,33) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \cdot 13,8 \cdot 5,33(0,67 + \frac{2}{3} \cdot 5,33) \\
 &= 172 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

$$M_o = \frac{1}{2} \cdot 172 = 86 \text{ kNm/m}$$

Ved vandret projektion af jordtryksfordelingen på øverste vægdel findes reaktionen ved afslutningspladens underkant:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 38,2 \cdot 0,67 + \frac{1}{2}(1,5 + 13,8)5,33 = 41 \text{ kN/m}$$

Ved anden gennemregning skønnes flydecharnieret i kote -6,5. Dette giver  $M_o = 109 \text{ kNm/m}$ ,  $M_u = 101 \text{ kNm/m}$ ,  $A = 62 \text{ kN/m}$  og  $d = 2,30 \text{ m}$ . Ved grafisk lineær interpolation findes herefter det endelige resultat. Spunsvæggen skal således dimensioneres for flydemomentet,  $M_F = 106 \text{ kNm/m}$ . Reaktionen ved aflastningspladens underkant bliver  $60 \text{ kN/m}$ , og den nødvendige rammedybde er  $2,31 \text{ m}$ .

## 15.4 Afstivede vægge

Afstivede vægge anvendes hovedsaglig til midlertidig indfatning af byggegruber. Er væggen rammet langt nok ned under byggegrubens bund, er det tilstrækkeligt at anbringe en afstivningsrække i ét niveau, hvorefter beregningen kan gennemføres som for en almindelig forankret spunsvæg.

Imidlertid anbringes der normalt afstivninger i flere niveauer. Såfremt dette er tilfældet, behøver man strengt taget ikke at ramme spunsvæggen ned under byggegrubens bund. Man vil således frit kunne vælge antallet af afstivningsrækker, idet det jordtryk, der ikke kan optages af afstivningerne, da blot skal optages af det passive jordtryk på forsiden af udgravningens bund.

Hvis der er afstivninger i flere niveauer, vil der normalt ikke kunne indtræde en brudtilstand i jorden bag ved væggen med mindre man forudsætter, at der kan optræde flydning i afstivningerne eller i væggen. Da afstivningerne almindeligvis er trykstænger, vil et brud i disse bestå i en udknækning, hvilket er et elastisk fænomen. Med hensyn til et svigt på grund af flydning i væggen er dette teoretisk set muligt, men i praksis viser det sig, at denne form for brud ikke opstår,



fordi forskydningsspændingerne i jorden sædvanligvis er mindre end jordens forskydningsstyrke, med mindre der er meget langt mellem afstivningsrækkerne. Det vil således ikke være muligt ved anvendelse af plasticitetsteorien at beregne jordtrykket på væggen, og da elasticitetsteorien ikke kan anvendes til løsning af jordtryksproblemer, må man åbenbart benytte en empirisk metode.

Der er i tidens løb fremkommet en hel del empiriske metoder, som for de flestes vedkommende er baseret på iagttagelser under udførelsen af byggegruber.

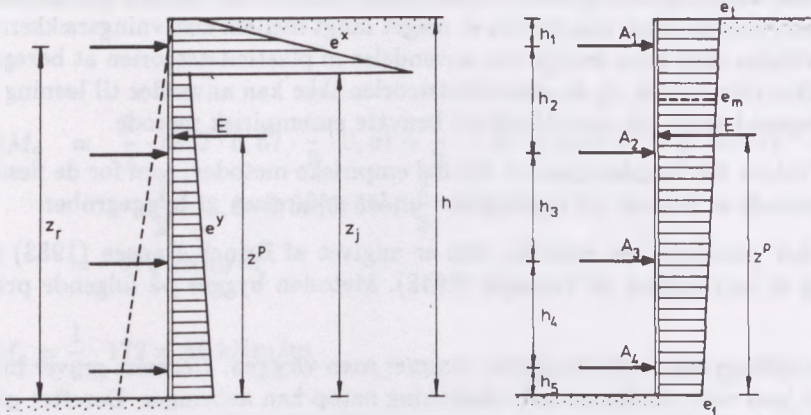
Vi skal her gennemgå en metode, som er angivet af Brinch Hansen (1953) på grundlag af iagttagelser af Terzaghi (1948). Metoden bygger på følgende principper:

Før man påbegynder udgravningen, rammer man væggen. Dernæst graver man så meget jord væk, at den øverste afstivning netop kan anbringes. Derefter graves ud til næste afstivningsniveau, og denne afstivning anbringes, og så videre. Dette betyder, at den øverste afstivning er anbragt, før væggen deformeres nævneværdigt. Efterhånden som udgravningen fortsætter, presses den nederste del af væggen mere og mere ind imod byggegruben. På den øverste del af væggen hindres bevægelsen derimod af de allerede anbragte afstivninger. Derfor vil væggens endelige bevægelse efter endt udgravning tilnærmelsesvis kunne karakteriseres som *en drejning omkring den øverste afstivning*.

Det totale jordtryk vil derfor med god tilnærmelse kunne beregnes som for en forankret spunsvæg, der drejer sig omkring ankerpunktet (brudmåden nul flydecharnier). Jordtryksfordelingen på en afstivet væg vil derimod næppe svare til den tilnærmede fordeling for en væg, der drejer sig omkring et punkt. En afstivet væg vil nemlig deformeres elastisk på en sådan måde, at væggen får en vis konvexitet ind imod jorden, hvilket bevirker, at jordtrykket må være relativt stort på væggens midterste del. En forankret spunsvæg vil derimod få elastiske deformationer, der bevirker, at væggen vender den konkave side ind imod jorden, hvorfor den angivne trykfordeling for disse vægge forekommer sandsynlig med det forholdsvis lille jordtryk på den midterste del.

Selv om den afstivede væg således deformeres anderledes end den forankrede væg, er det rimeligt at antage, at det totale jordtryks størrelse og angrebepunkt ikke ændres nævneværdigt, hvorimod jordtrykkets fordeling vil være en anden. Denne antagelse er bekræftet af målinger på afstivede vægge, hvor man har fundet jordtryksfordelinger, der med tilnærmelse er parabel- eller trapezformede.

Brinch Hansen (1953) foreslår derfor følgende simple tilnærmelsesmetode: Først fastlægges den trykfordeling, der svarer til, at væggen som et stift hele drejer sig omkring den øverste afstivning (positiv rotation), som vist i figur 105 til venstre. Derefter transformeres som vist til højre i figuren denne trykfordeling til en retliniet fordeling på en sådan måde, at totaljordtrykkets størrelse og angrebepunkt ikke ændres.



Figur 105: Tilnæret jordtryksfordeling på afstivet spunsvæg.

Afstivningskræfterne beregnes ved, at man tænker sig væggen snittet over midt imellem afstivningerne. Maksimalmomentet i væggen kan for mindst 4 afstivninger tilnæret findes af:

$$M_1 = \frac{1}{12} e_m h^2 \quad (268)$$

hvor  $e_m$  er middelværdien af enhedsjordtrykket mellem to naboafstivninger, hvis lodrette afstand er  $h$ . Momentet i den overrægende ende bliver:

$$M_2 = \frac{1}{2} e h^2 \quad (269)$$

hvorefter væggen dimensioneres for det numerisk største moment,  $M_1$  eller  $M_2$ .

Når det totale jordtryk,  $E$ , og angrebepunktet,  $z^P$ , er bestemt som angivet ovenfor, findes den retliniede fordeling til højre i figur 105 af følgende betingelsesligninger:

$$E = \frac{1}{2} h(e_t + e_f) \quad (270)$$

$$E z^P = \frac{1}{6} e_f h^2 + \frac{1}{3} e_t h^2 \quad (271)$$

Heraf findes:

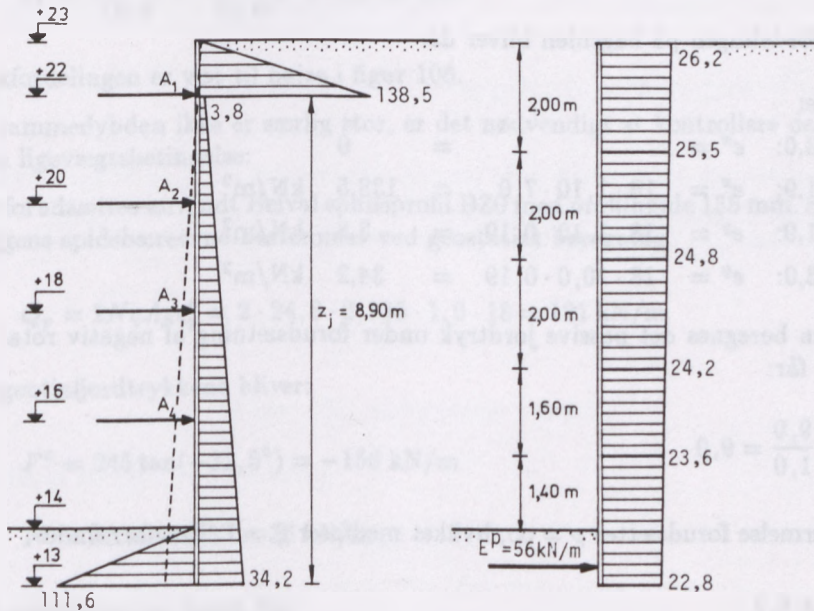
$$e_t = \frac{6Ez^P}{h^2} - \frac{2E}{h} \quad (272)$$

$$e_f = \frac{4E}{h} - \frac{6Ez^p}{h^2} \quad (273)$$

hvorefter de dimensionsgivende snitkræfter kan beregnes.

#### 15.4.1 Spunsvæg afstivet i flere niveauer

For den afstivede spunsvæg i figur 106 skal vi beregne maksimalmomentet og afstivningskræfterne. Væggen er rammet til kote +13. Jorden er til stor dybde sand med  $\phi_{pl} = 35^\circ$  ( $c = 0$ ). Sandets rumvægt er henholdsvis over og under grundvandsspejlet  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$  og  $\gamma_m = 20 \text{ kN/m}^3$ . Grundvandsspejlet holdes til stadighed sænket til et niveau, der under væggen svarer til kote +12,0. Jordoverfladen kan påregnes at være ubelastet. Væggen forudsættes ru.



Figur 106: Beregning af afstivet spunsvæg.

Beregningen gennemføres i et regningsmæssigt brudstadium med anvendelse af partialkoefficienter for konstruktioner under udførelse og med  $\alpha = 0,5$ . Der forudsættes normal funderingsklasse og sikkerhedsklasse.

Den regningsmæssige friktionsvinkel bliver:

$$\phi_d = \arctan \frac{\tan 35^\circ}{1,1} = 32,5^\circ$$

Først beregnes jordtrykket svarende til en drejning af væggen om den øverste afstivning,  $A_1$ . Man finder på bagsiden:

$$\rho = \frac{9,0}{10,0} = 0,9$$

For positiv rotation findes af diagrammerne i kapitel 12:

$$\xi = 0,89 \quad K_\gamma^x = 7,0 \quad K_\gamma^y = 0,19$$

Trykspingets højde over fodpunktet bliver:

$$z_j = \xi h = 0,89 \cdot 10,0 = 8,90 \text{ m}$$

Jordtryksfordelingen på bagsiden bliver da:

Kote:

$$\begin{aligned} + 23,0: \quad e^x &= &= & 0 \\ + 21,9: \quad e^x &= 18 \cdot 1,10 \cdot 7,0 &= & 138,5 \text{ kN/m}^2 \\ + 21,9: \quad e^y &= 18 \cdot 1,10 \cdot 0,19 &= & 3,8 \text{ kN/m}^2 \\ + 13,0: \quad e^y &= 18 \cdot 10,0 \cdot 0,19 &= & 34,2 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

På forsiden beregnes det passive jordtryk under forudsætning af negativ rotation. Man får:

$$\rho = \frac{9,0}{1,0} = 9,0$$

Som tilnærmelse forudsættes  $\rho = \infty$ , hvilket medfører  $\xi = 1$ . Herefter findes:

$$K_\gamma^y = 6,2$$

Jordtryksfordelingen på forsiden bliver da:

Kote:

$$\begin{aligned} + 14,0: \quad e^y &= &= & 0 \\ + 13,0: \quad e^y &= 18 \cdot 1,0 \cdot 6,2 &= & 111,6 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

Det totale jordtryk på bagsiden bliver:

$$E = \frac{1}{2} \cdot 138,5 \cdot 1,10 + \frac{1}{2}(3,8 + 34,2)8,90 = 245 \text{ kN/m}$$



$$\begin{aligned}
 E_{z^p} &= \frac{1}{2} \cdot 138,5 \cdot 1,10(8,90 + \frac{1}{3} \cdot 1,10) + \frac{1}{2} \cdot 3,8 \cdot 8,90 \cdot \frac{2}{3} \cdot 8,90 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \cdot 34,2 \cdot 8,90 \cdot \frac{1}{3} \cdot 8,90 \\
 &= 1252 \text{ kNm/m}
 \end{aligned}$$

Af formlerne 272 og 273 fås herefter den tilnærmede retliniede fordeling:

$$e_t = \frac{6 \cdot 1252}{10,0^2} - \frac{2 \cdot 245}{10,0} = 26,2 \text{ kN/m}^2$$

$$e_f = \frac{4 \cdot 245}{10,0} - \frac{6 \cdot 1252}{10,0^2} = 22,8 \text{ kN/m}^2$$

Trykfordelingen er vist til højre i figur 106.

Da rammedybden ikke er særlig stor, er det nødvendigt at kontrollere den lodrette ligevægtsbetingelse:

Der forudsættes anvendt Belval spunsprofil BZ0 med profilhøjde 135 mm. Spunsvæggens spidsbæreevne bestemmes ved geostatisk beregning

$$Q_p = 2NqA_pq'_p = 2 \cdot 24,8 \cdot 0,135 \cdot 1,0 \cdot 18 = 121 \text{ kN/m}$$

Tangentialjordtrykkene bliver:

$$F^a = 245 \tan(-32,5^\circ) = -156 \text{ kN/m}$$

$$F^p = 56 \tan 32,5^\circ = 36 \text{ kN/m}$$

Ved projektion på lodret fås:

$$Q_p + F^p = 121 + 36 = 157 \text{ kN/m} > F^a = 156 \text{ kN/m}$$

Den lodrette ligevægtsbetingelse er således opfyldt.

Det passive jordtryk på forsiden holder ligevægt med jordtryksfordelingen på bagsiden op til højden 1,40 m over byggegrubens bund. Herefter bliver afstivningskræfterne svarende til de i figuren viste middel-jordtryk:

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 2,0(26,2 + 25,5) = 52 \text{ kN/m}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 2,0(25,5 + 24,8) = 50 \text{ kN/m}$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 2,0(24,8 + 24,2) = 49 \text{ kN/m}$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \cdot 1,6(24,2 + 23,6) = 38 \text{ kN/m}$$

Det maksimale moment i væggen bliver tilnærmet ifølge formel 268:

$$M_1 = \frac{1}{12} \cdot 25,5 \cdot 2,0^2 = 9 \text{ kNm/m}$$

Momentet i den overragende ende over øverste afstivning bliver tilnærmet:

$$M_2 = \frac{1}{2} \cdot 26,2 \cdot 1,0^2 = 13 \text{ kNm/m}$$

Væggen skal således dimensioneres for maksimalmomentet,  $M = 13 \text{ kNm/m}$  ved anvendelse af de regningsmæssige materialestyrker svarende til konstruktioner under udførelse. Det samme gælder for dimensioneringen af afstivningerne.

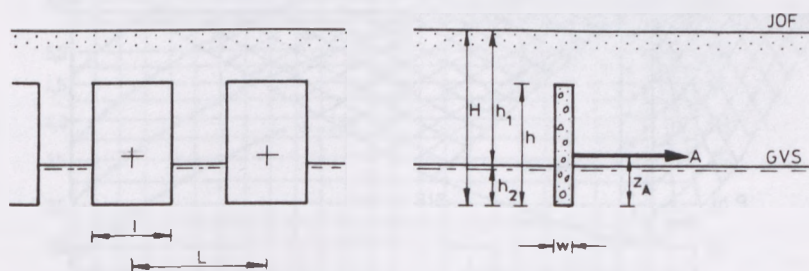
## 16 Ankerplader

### 16.1 Indledning

Til optagelse af ankerkræfter i forbindelse med forankrede spunsvægge anvendes ofte ankerplader af jernbeton eller spunsjern.

Ved en ankerplades ankermodstand forstås den ankerkraft, der svarer til, at jorden omkring pladen befinder sig i en brudtilstand, idet det forudsættes, at der ikke opstår brud i selve pladen.

I det følgende skal kun omtales det for praksis vigtige tilfælde – lodrette ankerplader i ren friktionsjord påvirket af vandrette (eller næsten vandrette) ankerkræfter. Jordoverfladen forudsættes vandret, og ankerpladerne forudsættes fuldstændig ru.



Figur 107: Ankerplader i række.

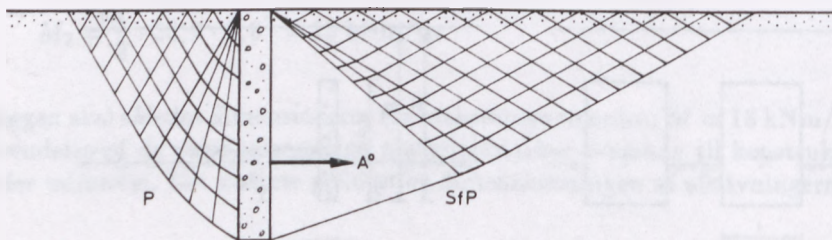
I henhold til figur 107 betegner:

- $h$  Ankerpladernes virkelige højde
- $h_1$  Afstanden fra grundvandsspejlet til jordoverfladen
- $h_2$  Afstanden fra pladernes fodpunkt til grundvandsspejlet
- $H$  Afstanden fra pladernes fodpunkt til jordoverfladen
- $l$  Ankerpladernes virkelige længde
- $L$  Ankerpladernes centerafstand
- $w$  Ankerpladernes tykkelse
- $A$  Ankermodstanden pr. meter for rækken af plader
- $z_A$  Afstanden fra ankerpladernes fodpunkt til ankermodstandens angrebspunkt

## 16.2 Grundtilfældet

I det såkaldte grundtilfælde betragtes en uendelig lang ankerplade, hvis overkant er beliggende i jordoverfladen. Ankermodstanden i grundtilfældet kaldes  $A^0$ , og afstanden fra pladernes fodpunkt til ankermodstandens angrebspunkt betegnes  $z_A^0$ . Ankerpladens bevægelsesmåde i brudtilstanden vil være afhængig af ankerkraftens angrebspunkt, som generelt kan vælges frit. Brinch Hansen (1953) har imidlertid påvist, at der udvikles størst ankermodstand, såfremt ankerpladen i brudtilstanden parallelforskyder sig, hvorfor angrebspunktets beliggenhed bør vælges således, at denne betingelse er opfyldt.

Under forudsætning af, at pladens bevægelse er en translation, vil der på bagsiden opstå et almindeligt aktivt zonebrud, som det er kendt fra støttemure. På forsiden vil dannes et kombineret brud som vist i figur 108.



Figur 108: Brudfigur i grundtilfældet.

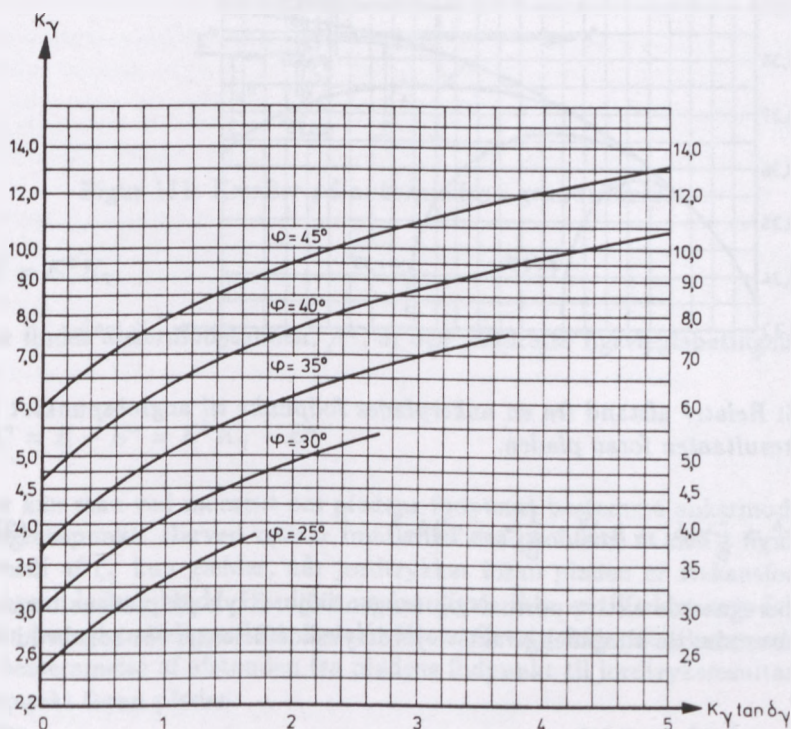
Da man således kender brudfiguren, kunne man fristes til at tro, at det umiddelbart er muligt at bestemme ankermodstanden og dennes angrebspunkt på pladen. Problemet består imidlertid i at bestemme de to jordtrykskomponenter,  $E$  og  $F$ , på pladens forside. Da den lodrette ligevægtsbetingelse for pladen skal være opfyldt, kan vægfriktionsvinklen,  $\delta$ , ikke være lig med jordens friktionsvinkel,  $\phi$ . Dette medfører, at pladen i brudtilstanden vil hæves, idet den følger det trekantformede elastiske jordlegeme således, at der ikke sker forskydning mellem pladen og jorden.

Brinch Hansen (1953) har foreslået at tilnærme den nederste begrænsningsbrudlinie i SfP-bruddet med en ret linie. Dette giver imidlertid et resultat, der er på den usikre side, hvorfor N. Krebs Ovesen, ref. [14], har foreslået følgende metode:

Først beregnes i henhold til formlerne 172 til 174, se kapitel 12, jordtrykskoefficienterne,  $K_\gamma$ ,  $\tan \delta_\gamma$  og  $\zeta_\gamma$ , for SfP-bruddet foran pladen. Denne beregning gennemføres efter den generelle brudteori i kapitel 11. Resultatet af beregningen er angivet i figur 109 og 110, hvor henholdsvis  $K_\gamma$  og  $\zeta_\gamma$  er vist som funktion af  $K_\gamma \tan \delta_\gamma$  og jordens friktionsvinkel,  $\phi$ .



Herefter kan ankermodstanden i grundtilfældet beregnes ved anvendelse af de tre statiske ligevægtsbetingelser. I figur 111 er vist de kræfter, som påvirker pladen.



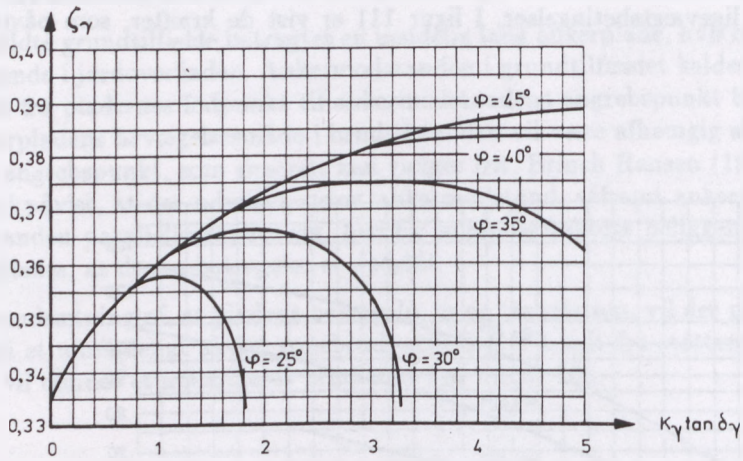
Figur 109: Jordtrykskoefficienter for jordtrykket foran en ankerplade i grundtilfældet.

Den ankermodstand, man beregner i grundtilfældet, vil normalt være større end ankermodstanden for den virkelige række af plader i figur 107. I afsnit 16.3 skal vi se, hvordan resultaterne i grundtilfældet kan bringes i overensstemmelse med ankerpladernes aktuelle dimensioner.

Først beregnes ankerpladens effektive egenvægt,  $G^w$ , se figur 111. Herved forstås den effektive vægt per meter af den virkelige række af ankerplader samt af den jord, der ligger direkte over og imellem pladerne. Derfor må beregningen indledes med et skøn over ankerpladernes dimensioner.

Derefter beregnes det såkaldte *hydrostatisk jordtryk*. Når jordens effektive rumvægt henholdsvis over og under grundvandsspejlet er  $\gamma$  og  $\gamma'$ , fås:

$$E^h = \frac{1}{2}\gamma(h_1 + h_2)^2 - \frac{1}{2}(\gamma - \gamma')h_2^2 \quad (274)$$



Figur 110: Relativ afstand fra en ankerplades fodpunkt til angrebspunktet for jordtryksresultanten foran pladen.

$$E^h z^h = \frac{1}{6} \gamma (h_1 + h_2)^3 - \frac{1}{6} (\gamma - \gamma') h_2^3 \quad (275)$$

Herefter beregnes de aktive normal- og tangentialjordtryk på pladens bagside, idet der anvendes de almindelige aktive jordtrykskoefficienter for zonebrud ved ru væg:

$$E^a = E^h K_\gamma^a + p H K_p^a \quad (276)$$

$$F^a = E^a \tan \phi \quad (277)$$

I formel 277 skal  $\phi$  regnes negativ svarende til, at tangentialjordtrykket virker nedad på pladen.

Ved anvendelse af den lodrette ligevægsbetingelse for samtlige kræfter, der påvirker pladen, findes tangentialjordtrykket foran pladen:

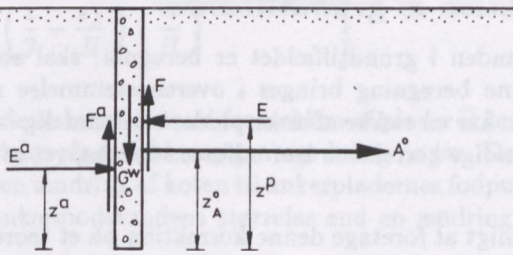
$$F = G^w - F^a \quad (278)$$

Da  $F = E \tan \delta_\gamma = E^h K_\gamma \tan \delta_\gamma$ , fås ved indsættelse i formel 278:

$$K_\gamma \tan \delta_\gamma = \frac{G^w - F^a}{E^h} \quad (279)$$

Når  $K_\gamma \tan \delta_\gamma$  er beregnet af formel 279, findes  $K_\gamma$  af figur 109 og  $\zeta_\gamma$  af figur 110.

Normaltrykket foran pladen bliver da:



Figur 111: Kræfter på ankerpladen i grundtilfældet.

$$E = E^h K_\gamma \quad (280)$$

Herefter findes ankermodstanden,  $A^o$ , af den vandrette ligevægtsbetingelse for pladen:

$$A^o = E - E^a = E^h K_\gamma - E^a \quad (281)$$

Derefter kan man ved moment om pladens fodpunkt bestemme ankermodstandens angrebspunkt. Herved opstår imidlertid det problem, at den i figur 110 viste værdi af  $\zeta_\gamma$  kun gælder, når jordtrykket foran pladen er trekantformigt fordelt over pladens højde. Da dette sædvanligvis ikke er tilfældet som følge af grundvandsspejlets beliggenhed, foreslår Krebs Ovesen følgende tilnærmede formel til bestemmelse af afstanden fra pladens fodpunkt til jordtryksresultantens angrebspunkt foran pladen:

$$z^p = \frac{\zeta_\gamma}{\frac{1}{3}} \frac{E^h z^h}{E^h} \quad (282)$$

Momentligningen giver herefter:

$$z_A^o = \frac{1}{A^o} \left[ 3E^h z^h K_\gamma \zeta_\gamma + G^w \frac{w}{2} - F^a w - E^h z^h K_\gamma^a - \frac{1}{2} p H^2 K_p^a \right] \quad (283)$$

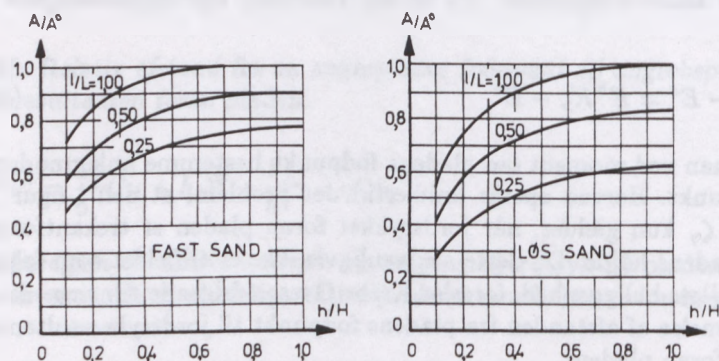
Endelig skal det bemærkes, at man tidligere har ment det nødvendigt at tage hensyn til en eventuel overfladebelastning ved bestemmelse af det aktive jordtryk på pladens bagside. Krebs Ovesen, ref. [14], har imidlertid påvist, at ankermodstanden stort set er uafhængig af overfladebelastningen. Dette skyldes, at overfladebelastningen forøger det aktive normaljordtryk og dermed også det aktive tangentialjordtryk, der virker nedad på pladen. Herved vil  $\delta_\gamma$  forøges ifølge den lodrette ligevægtsbetingelse, formel 278 og 279. Dette bevirker, at jordtrykket på pladens forside forøges således, at den vandrette ligevægtsbetingelse for pladen giver praktisk taget samme resultat. Disse betragtninger gælder dog ikke, når friktionsvinklen er mindre end  $30^\circ$ .



### 16.3 Korrektion af grundtilfældet

Når ankermodstanden i grundtilfældet er beregnet, skal som tidligere nævnt resultatet af denne beregning bringes i overensstemmelse med det praktiske tilfælde, hvor man har en række af ankerplader med endelig længde og reduceret højde. Den nødvendige korrektion kan udføres som angivet af Krebs Ovesen, ref. [14].

Da det ikke er muligt at foretage denne korrektion på et teoretisk grundlag, har Krebs Ovesen udført modellforsøg med ankerplader i rækker. Ankerpladerækken var udført således, at man i henhold til figur 107 havde  $H = L$ . I figur 112 er forsøgsresultaterne vist, idet man har afsat forholdet mellem ankermodstanden,  $A$ , for rækken af plader og ankermodstanden i grundtilfældet,  $A^\circ$ , som funktion af forholdet,  $h/H$ , for forskellige værdier af forholdet,  $l/L$ .



Figur 112: Modelforsøgsresultater for ankerplader i række, hvor  $H = L$ .

Diagrammerne kan direkte anvendes til korrektion af grundtilfældet, når  $H = L$ . Er denne betingelse ikke opfyldt, foreslår Krebs Ovesen dog, at man som rimelig tilnærmelse stadig kan anvende diagrammerne, når blot  $0,5 \leq H/L \leq 2,0$ . Det må ligeledes være rimeligt på passende vis at interpolere mellem værdierne for løs og fast lejrning. Den løse lejrning svarer i øvrigt til en triaksial målt friktionsvinkel,  $\phi_{tr}$ , på ca.  $31^\circ$ , og den faste lejrning svarer til ca.  $\phi_{tr} = 38^\circ$ .

Korrektionen foretages herefter på følgende måde: Forholdet,  $A/A^\circ$  findes af figur 112, hvorefter ankermodstanden for rækken af plader bliver:

$$A = A^\circ \left( \frac{A}{A^\circ} \right) \quad (284)$$

Afstanden fra ankerpladernes fodpunkt til ankerkraftens angrebspunkt kan herefter findes af følgende udtryk:



$$z_A = H \left[ \frac{1}{2} \frac{h}{H} - \left( \frac{1}{2} - \frac{z_A^0}{H} \right) \left( \frac{h}{H} \right)^{1/(1-2z_A^0/H)} \right] \quad (285)$$

Er den således beregnede ankermodstand for rækken af plader ikke tilstrækkelig, må man skønne en ny ankerpladerække og gentage beregningen. Det skal i denne forbindelse nævnes, at en ændring af koten til ankerpladernes fodpunkt har langt større indflydelse på ankermodstandens størrelse end en ændring af pladernes virkelige længde.

## 16.4 Ankerpladers armering

For at bestemme momenterne i pladerne kan ankerkraften forudsættes ensformigt fordelt over pladens længde,  $l$ , og trapezformigt fordelt over højden,  $h$ , således, at resultanten falder i forankringspunktet. I længderetningen bliver da totalmomentet, som er bestemmende for den vandrette armering:

$$M_l = \frac{1}{8} ALl \quad (286)$$

I højderetningen bliver momentet, der er bestemmende for pladens lodrette armering:

$$M_h = 2ALz_A^2(h - z_A)^2 : h^3 \quad (287)$$

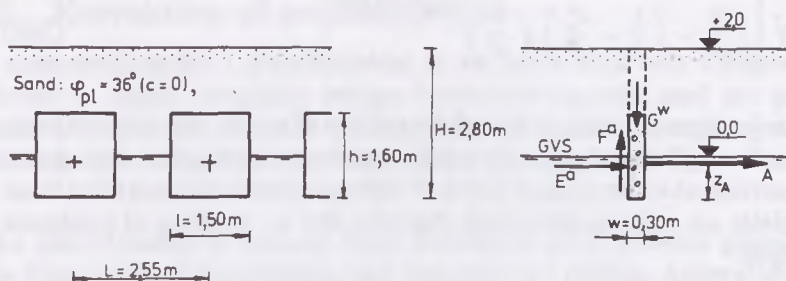
### 16.4.1 Dimensionering af korte ankerplader

Vi skal som vist i figur 113 dimensionere en ankerplade-række. Pladerne, der udføres af jernbeton, skal være forankring for en stålspunsvæg. Ved beregningen af de dimensionsgivende størrelser for spunsveggen har man fundet det regningsmæssige ankertræk,  $A_d = 180 \text{ kN/m}$ . Ankerpladernes centerafstand er ud fra det valgte spunsjernsprofil fastlagt til  $L = 2,55 \text{ m}$ . Jorden er sand med  $\phi_{pl} = 36^\circ$  ( $c=0$ ). Sandets effektive rumvægt henholdsvis over og under grundvandsspejlet er  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$  og  $\gamma' = 10 \text{ kN/m}^3$ . Grundvandsspejlet kan påregnes til stadighed at stå i kote 0,0. Jordoverfladen kan belastes med en ensfordelt nyttelast,  $p = 20 \text{ kN/m}^2$ .

Beregningen gennemføres i det regningsmæssige brudstadium, idet der regnes med normal funderingsklasse og sikkerhedsklasse samt lastkombination 2.1. Den regningsmæssige friktionsvinkel bliver:

$$\phi_d = \arctan \frac{\tan 36^\circ}{1,2} = 31,2^\circ$$

Da  $\phi_d$  er større end  $30^\circ$ , ses der bort fra overfladebelastningen ved beregning af det aktive jordtryk.



Figur 113: Dimensionering af korte ankerplader.

Først beregnes ankermodstanden i grundtilfældet. Den effektive egenvægt,  $G^w$ , af pladerne samt af den jord, der ligger direkte over eller imellem pladerne bliver, idet pladernes dimensioner indledningsvis skønnes som angivet i figur 113:

$$\begin{aligned}
 G^w &= \frac{0,30}{2,55} [1,50(18 \cdot 1,20 + 0,80 \cdot 24 + 0,80 \cdot 14) \\
 &\quad + 1,05(18 \cdot 2,00 + 10 \cdot 0,80)] \\
 &= 14,6 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Det hydrostatiske jordtryk findes af formlerne 274 og 275:

$$E^h = \frac{1}{2} \cdot 18(2,00 + 0,80)^2 - \frac{1}{2}(18 - 10)0,80^2 = 67,9 \text{ kN/m}$$

$$E^h z^h = \frac{1}{6} \cdot 18(2,00 + 0,80)^3 - \frac{1}{6}(18 - 10)0,80^3 = 65,1 \text{ kNm/m}$$

Af jordtryksdiagrammet for zonebrud i kapitel 12 findes for ru væg,  $K_\gamma^a = 0,26$ , hvorefter de aktive normal- og tangentialjordtryk på pladens bagside ifølge formlerne 276 og 277 bliver, idet der ses bort fra overfladebelastningen:

$$E^a = 67,9 \cdot 0,26 = 17,7 \text{ kN/m}$$

$$F^a = 17,7 \tan(-31,2^\circ) = -10,7 \text{ kN/m}$$

Den lodrette ligevægtsbetingelse, formel 279, giver herefter:

$$K_\gamma \tan \delta_\gamma = \frac{14,6 - (-10,7)}{67,9} = 0,373$$

Af diagrammerne figur 109 og 110 findes koefficienterne:

$$K_{\gamma} = 3,6 \quad \text{og} \quad \zeta_{\gamma} = 0,347$$

Ankermodstanden i grundtilfældet bliver ifølge formel 281, idet der ses bort fra overfladebelastningen:

$$A^{\circ} = 67,9 \cdot 3,6 - 17,7 = 227 \text{ kN/m}$$

Afstanden fra ankerpladernes fodpunkt til ankermodstandens angrebspunkt findes af formel 283:

$$\begin{aligned} z_A^{\circ} &= \frac{1}{227} [3 \cdot 65,1 \cdot 3,6 \cdot 0,347 + 14,6 \cdot 0,15 \\ &\quad + 10,7 \cdot 0,30 - 65,1 \cdot 0,26] \\ &= 1,02 \text{ m} \end{aligned}$$

Resultatet af beregningen i grundtilfældet skal herefter korrigeres som angivet i afsnit 16.3. Da:

$$\frac{H}{L} = \frac{2,80}{2,55} = 1,1$$

kun afviger lidt fra 1,0, kan korrektion gennemføres ved hjælp af diagrammerne figur 112. Man finder:

$$\frac{h}{H} = \frac{1,60}{2,80} = 0,572$$

$$\frac{l}{L} = \frac{1,50}{2,55} = 0,588$$

Når sandet forsigtigvis forudsættes løst lejret, fås af diagrammet til højre i figur 112:

$$\frac{A}{A^{\circ}} = 0,82$$

Herefter bliver ankermodstanden for rækken af plader ifølge formel 284:

$$A = 0,82 \cdot 227 = 186 \text{ kN/m}$$

Da det regningsmæssige ankertræk er,  $A_d = 180 \text{ kN/m}$ , er ankerpladernes dimensioner således passende.

Afstanden fra ankerpladernes fodpunkt til ankerkraftens angrebepunkt findes af formel 285:

$$z_A = 2,8 \left[ \frac{1}{2} \cdot 0,572 - \left( \frac{1}{2} - \frac{1,02}{2,8} \right) 0,572^{\frac{1}{1-2 \cdot 1,02/2,8}} \right] = 0,75 \text{ m}$$

Ankerpladerne kan således gives højden,  $h = 1,60 \text{ m}$ , længden,  $l = 1,50 \text{ m}$  og tykkelsen,  $w = 0,30 \text{ m}$ , idet pladernes fodpunkt da skal placeres i kote  $-0,80$  og ankerkraften angribe pladerne i kote  $-0,05$ .

Endelig skal pladernes dimensioneringsmomenter beregnes. Af formlerne 286 og 287 findes henholdsvis momentet for fastlæggelse af den vandrette og den lodrette armering:

$$M_l = \frac{1}{8} \cdot 180 \cdot 2,55 \cdot 1,50 = 86 \text{ kNm}$$

$$M_h = 2 \cdot 180 \cdot 2,55 \cdot 0,75^2 (1,60 - 0,75)^2 : 1,60^3 = 91 \text{ kNm}$$

For disse momenter skal pladerne dimensioneres ved anvendelse af sædvanlige regningsmæssige materialestyrker.



## 17 Stabilitet

### 17.1 Indledning

Et geoteknisk stabilitetsproblem foreligger principielt, når der i jorden er udviklet en fuldstændig brudtilstand. Man vælger dog sædvanligvis i geoteknisk sprogbrug følgende betegnelser for den fuldt udviklede brudtilstand:

1. Såfremt bruddet forløber mellem en jordoverflade og et fundament, taler man om *et funderingsproblem*.
2. Forløber bruddet mellem en jordoverflade og en væg, taler man om *et jordtryksproblem*.
3. Forløber bruddet imidlertid mellem én jordoverflade og en anden eller mellem én væg og en anden, taler man om et egentligt geoteknisk *stabilitetsproblem*.

Løsningen af funderingsproblemer og jordtryksproblemer er omtalt i de foregående kapitler. Vi skal derfor i dette kapitel kun beskæftige os med de geotekniske stabilitetsproblemer, der optræder i forbindelse med så dybtgående skred i jorden, at der er fare for, at meget store jordmasser eller hele bygværker føres bort. Et stabilitetsproblem i denne betydning kan eksempelvis forekomme i forbindelse med en afgravning, hvor man ved afgravning formindsker belastningen på en iøvrigt stabil jordoverflade og derved fremkalder faren for et stabilitetsbrud. Årsagen til bruddet vil være, at forskydningsspændingerne i jorden overskrider jordens forskydningsstyrke.

Ved en opfyldning på en iøvrigt stabil jordoverflade vil der som følge af den forøgede belastning ligeledes kunne opstå risiko for et stabilitetsskred. Også en naturlig skråning kan blive ustabil eksempelvis som følge af en ændring af strømningforholdene i grundvandet. Ved opførelsen af et bygværk på en i forvejen stabil jordoverflade kan endvidere spændingsforholdene i jorden ændres på en sådan måde, at der opstår fare for et stabilitetsbrud. Endelig skal nævnes et specielt stabilitetsproblem, der optræder i forbindelse med bestemmelsen af ankerlængder for forankrede spuns vægge. En nærmere omtale af dette problem er givet i afsnit 17.5.

Som omtalt i afsnit 11.7 kan et geoteknisk brudproblem principielt løses ved anvendelse af ligevægtsmetoden eller ekstremmetoden. Ved løsning af stabilitetsproblemer vil ligevægtsmetoden som regel være ret kompliceret at anvende, hvorfor man almindeligvis benytter ekstremmetoden.

Ekstremmetoden giver sædvanligvis ret nøjagtige resultater i tilfælde af homogen eller eventuelt lagdelt jord, hvor man som brudlinier kan benytte cirkler eller logaritmiske spiraler. I tilfælde af inhomogen jord eller brudlinier af vilkårlig form må man imidlertid benytte den såkaldte strimmelmetode, der er noget mere kompliceret og ikke så nøjagtig som den rene ekstremmetode.

## 17.2 Ekstremmetoden

Princippet i ekstremmetoden er som nævnt i afsnit 11.7 at opstille en ligevægtsbetingelse for det bevægelige jordlegeme på en sådan måde, at de ubekendte spændinger i brudlinien ikke indgår i problemet. Derefter bestemmes ved en ekstrembetingelse – maksimum eller minimum – den søgte værdi, der for eksempel kan være et sikkerhedstal.

Da et stabilitetsskred sædvanligvis er et liniebrud, må brudlinien af kinematiske grunde være cirkulær eller specielt en ret linie. I det generelle tilfælde  $\phi \neq 0$  må man imidlertid tilnærme den cirkulære brudlinie med en logaritmisk spiral, da man ellers ikke kan få de ubekendte spændinger i brudlinien til at udgå af ligevægtsbetingelsen. Den logaritmiske spiral, hvis stigningsvinkel er lig jordens friktionsvinkel, har den polære ligning:

$$r = r_0 e^{v \tan \phi} \quad (288)$$

Spiralen har den karakteristiske geometriske egenskab, at vinklen mellem radiusvektor og den tilhørende normal i ethvert punkt er lig med  $\phi$ .

Hvis man derfor som ligevægtsbetingelse for det bevægelige jordlegeme benytter momentligningen om spiralens pol, opnår man netop, at de ubekendte spændinger i brudlinien udgår af ligevægtsbetingelsen. I henhold til Coulomb's brudbetingelse er forskydningspændingen i ethvert punkt af brudlinien:

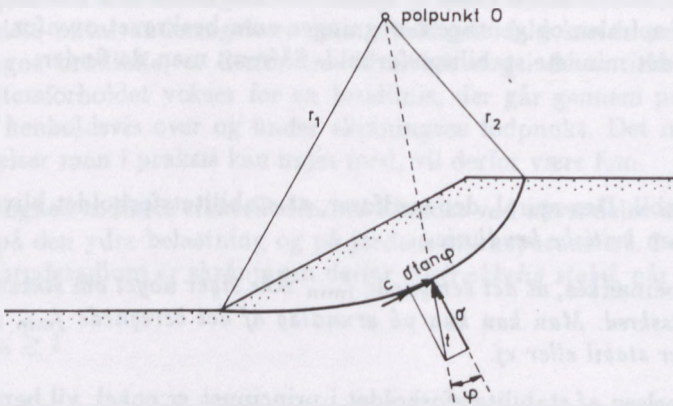
$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (289)$$

Sammensættes spændingsbidraget,  $\sigma \tan \phi$ , med normalspændingen,  $\sigma$ , til en resulterende spænding,  $t$ , fremgår det af figur 114, at spændingen,  $t$ , går gennem spiralens polpunkt, hvorfor den udgår af momentligningen. Tilbage er kun det konstante spændingsbidrag,  $c$ , hvis moment om spiralens polpunkt kan findes at være:

$$M_c = \frac{1}{2} c (r_1^2 - r_2^2) \cot \phi \quad (290)$$

hvor  $r_1$  og  $r_2$  er henholdsvis største og mindste radiusvektor i spiralen.

Stabilitetsanalysen gennemføres da på følgende måde: Som vist i figur 115 indlægges en tilfældig, men sandsynlig spiral, hvis stigningsvinkel er lig jordens friktionsvinkel. Ved at indtegne en lodret linie gennem spiralens polpunkt opdeles det bevægelige jordlegeme i en stabiliserende del,  $G_s$ , og i en drivende del,  $G_d$ . Derefter findes momentet om spiralens pol af henholdsvis det stabiliserende og det drivende jordlegeme, idet det bevægelige jordlegeme på hensigtsmæssig måde opdeles i trekanter, rektangler og cirkelafsnit, hvis egenvægt og tyngdepunkt er simpel at beregne. Kan jordoverfladen påvirkes af en nyttelast medtages tillige den del af nyttelasten, der virker drivende. Endelig beregnes det stabiliserende kohæisionsbidrag i brudlinien ved hjælp af formel 290.

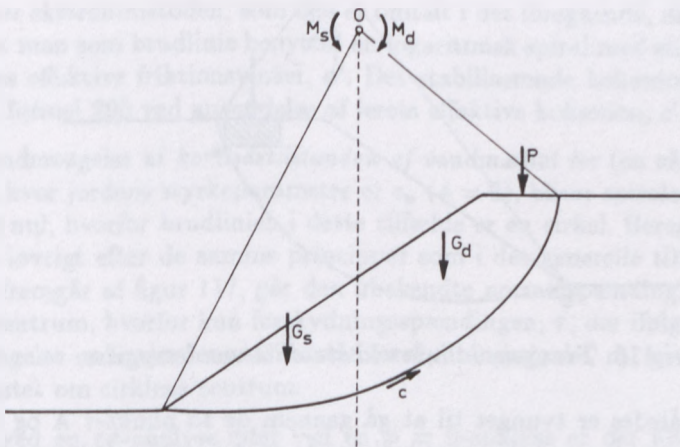


Figur 114: Logaritmisk spiral som tilnærmet brudlinie.

For at skråningen kan være stabil, må det stabiliserende moment åbenbart være større end det drivende moment. Dette udtrykkes ved stabilitetsforholdet:

$$f = \frac{M_s}{M_d} = \frac{M_{G_s} + M_c}{M_{G_d} + M_p} \quad (291)$$

Såfremt  $f$  er større end 1, er skråningen stabil for den beregnede spiral.



Figur 115: Beregning af stabilitetsforholdet for  $\phi \neq 0$ .

Da spiralen er tilfældigt valgt, har man ingen garanti for, at skråningen er tilstrækkelig stabil, selvom man for den beregnede spiral finder  $f$  større end 1. Man kan således muligvis med en anden beliggenhed af spiralen finde et



stabilitetsforhold, der er mindre end 1. Man må derfor vælge andre sandsynlige beliggenheder af spiralen og gentage beregningen som beskrevet ovenfor, indtil man har fundet det mindste stabilitetsforhold. Såfremt man da finder:

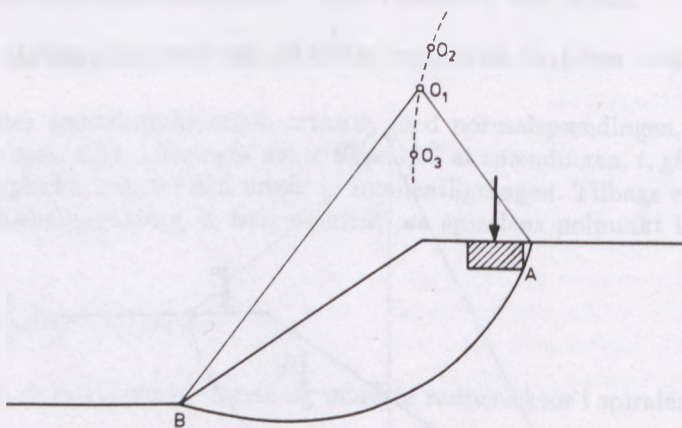
$$f_{\min} > 1 \quad (292)$$

er skråningen stabil. Den spiral, der medfører, at stabilitetsforholdet bliver minimum, kaldes den *kritiske brudlinie*.

Det skal iøvrigt bemærkes, at *det beregnede  $f_{\min}$  ikke siger noget om sikkerheden mod et stabilitetsskred. Man kan kun på grundlag af det beregnede  $f_{\min}$  afgøre om skråningen er stabil eller ej.*

Selvom bestemmelsen af stabilitetsforholdet i princippet er enkel, vil beregningen alligevel ofte blive ret omfattende. Dette skyldes, at der i et tilfælde som vist i figur 115 er en tredobbelt uendelighed af logaritmiske spiraler, og blandt disse skal man ved forsøg finde den ene, der medfører minimum af  $f$ .

Undertiden kan beregningernes omfang dog reduceres noget. Hvis der som vist i figur 116 er opført et bygværk parallelt med skråningens øverste kant, vil det være overvejende sandsynligt, at brudlinien går gennem bygværkets bagkant, ligesom det er sandsynligt, at brudlinien løber ud ved skråningens fod.



Figur 116: Tvangsbrudlinie ved stabilitetsundersøgelse.

Da brudlinien således er tvunget til at gå gennem de to punkter A og B, vil polpunktet for de mulige spiraler være beliggende på den punkterede kurve, som er det geometriske sted for de spiraler, der går gennem de to punkter. Finder man ved beregningen et større stabilitetsforhold for en spiral med pol i punkt  $O_2$  end det, man har fundet for den viste spiral med pol i punkt  $O_1$ , behøver man ikke at undersøge spiraler med højere beliggende polpunkt. Hvis man ligeledes finder stabilitetsforholdet svarende til punkt  $O_3$  større end forholdet svarende til



punkt  $O_1$ , er det unødvendigt at undersøge polpunkter med lavere beliggenhed. Det mindste antal undersøgelser, man i heldigste fald kan klare sig med for den tvungne brudlinie, er derfor tre. Man bør dog i dette tilfælde eftervise, at stabilitetsforholdet vokser for en brudlinie, der går gennem punkt A, men løber ud henholdsvis over og under skråningens fodpunkt. Det mindste antal undersøgelser man i praksis kan nøjes med, vil derfor være fem.

I almindelighed indføres sikkerheden her i landet ved anvendelse af partialkoefficienter på den ydre belastning og på jordens styrkeparametre. I det regningsmæssige brudstadium er skråningen derfor *tilstrækkelig stabil*, når man finder:

$$f_{min} \geq 1 \quad (293)$$

Ønsker man at bestemme totalsikkerheden,  $F$  – der er defineret som den faktor, man skal dividere forskydningsstyrken med, for at det bevægelige jordlegeme er i ligevægt – skønner man en værdi af  $F = f_c = f_\phi$ , hvorefter man anvender den hertil svarende regningsmæssige spiral og regningsmæssige kohæsion, idet man samtidig sætter alle andre partialkoefficienter lig med 1. Herved findes én værdi af  $f_{min}$ . Man skønner derefter en anden værdi af  $F$  svarende til en anden regningsmæssig spiral og en anden regningsmæssig kohæsion, hvorved man finder en anden værdi af  $f_{min}$ . Ved en simpel inter- eller ekstrapolation bestemmes da den værdi af  $F$ , der svarer til  $f_{min} = 1$ .

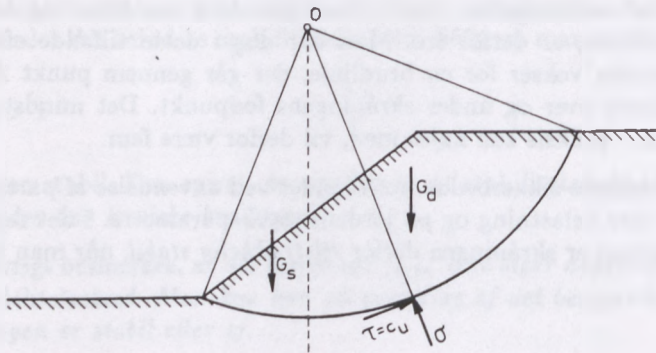
Ved en stabilitetsanalyse af et bygværk må man principielt undersøge såvel langtidstabiliteten som korttidstabiliteten.

Ved en undersøgelse af *langtidstilstanden af vandmættet ler* (en såkaldt  $c\phi$ -analyse) er ekstremmetoden, som den er omtalt i det foregående, direkte anvendelig, idet man som brudlinie benytter en logaritmisk spiral med stigningsvinkel lig jordens effektive friktionsvinkel,  $\phi'$ . Det stabiliserende kohæsiionsbidrag beregnes af formel 290 ved anvendelse af lerets effektive kohæsion,  $c'$ .

Ved en undersøgelse af *korttidstilstanden af vandmættet ler* (en såkaldt  $\phi = 0$ -analyse), hvor jordens styrkeparametre er  $c_u$  ( $\phi = 0$ ), bliver spiralens stigningsvinkel lig nul, hvorfor brudlinien i dette tilfælde er en cirkel. Beregningen gennemføres ivotrigt efter de samme principper som i det generelle tilfælde  $\phi \neq 0$ . Som det fremgår af figur 117, går den ubekendte normalspænding,  $\sigma$ , igennem cirkelns centrum, hvorfor kun forskydningspændingen,  $\tau$ , der ifølge Coulomb's brudbetingelse er lig jordens udrænedede forskydningsstyrke,  $c_u$ , giver et bidrag til momentet om cirkelns centrum.

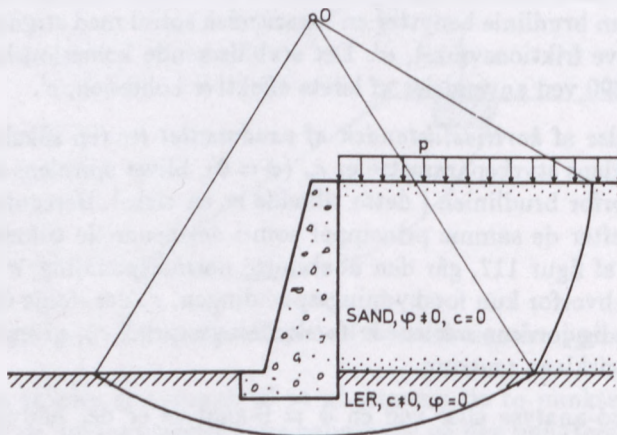
Hverken ved en  $c\phi$ -analyse eller ved en  $\phi = 0$ -analyse er det nødvendigt, at kohæsionen er konstant langs brudlinien. Er kohæsionen variabel, beregnes blot kohæsiionsbidraget i passende delintervaller, hvorefter man ved opsummering bestemmer det samlede kohæsiionsbidrag i hele brudlinien.

En *stabilitetsanalyse i sand* gennemføres som en  $c\phi$ -analyse, hvor man almindeligvis forudsætter  $c = 0$ .



Figur 117: Cirkulær brudlinie for  $\phi = 0$ .

Såfremt jorden er lagdelt med forskellige friktionsvinkler i de enkelte lag, er det ikke muligt at benytte ekstremmetoden med en brudlinie bestående af én spiral eller én cirkel. Brinch Hansen (1953) har imidlertid foreslået, at man som tilnærmelse anvender en brudlinie, der er sammensat af spiraler (cirkler) med fælles polpunkt (centrum) på en sådan måde, at hver enkelt spiral (cirkel) svarer til det enkelte lags friktionsvinkel. Herved opnår man, at de ubekendte spændinger i brudlinien udgår ved beregningen af momentet om det fælles polpunkt (centrum). I figur 118 er vist et eksempel på en brudlinie sammensat af en logaritmisk spiral i sandet og en cirkel i leret.



Figur 118: Eksempel på sammensat brudlinie.

En sådan sammensat brudlinie er strengt taget ikke kinematisk mulig, men resultatet vil sandsynligvis være antageligt, når brudlinien ellers ser sandsynlig

ud. I visse tilfælde vil det ikke være muligt at konstruere en sådan sammensat brudlinie, fordi brudlinien i det foregående lag møder laggrænsen under så spids en vinkel, at det er umuligt at optegne dens fortsættelse i det følgende lag. Metoden kan altså svigte, hvorfor man i et sådant tilfælde må anvende den i afsnit 17.3 omtalte strimmelmetode.

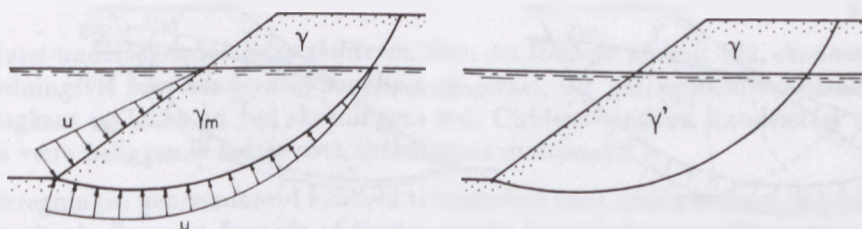
### 17.2.1 Virkning af vandtryk ved ekstremmetoden

Virkning af vand i jordens porer er tidligere omtalt i afsnit 11.11 i forbindelse med bestemmelsen af jordtryk. Det skal her ved nogle eksempler illustreres, hvordan man ved ekstremmetoden kan tage hensyn til vandtrykket ved beregning af det bevægelige jordlegemes egenvægt.

Stabilitetsanalysen gennemføres enten ved anvendelse af:

1. Jordens totale rumvægt og de virkelige vandtryk, eller
2. Jordens reducerede rumvægt og de hydrostatiske poreovertryk.

I figur 119 er vist et eksempel med stillestående grundvand i jord uden kapillaritet. Til venstre i figuren er vist de rumvægte og vandtryk, der skal benyttes efter metode 1. Som det fremgår af figuren til højre, kan man se bort fra alle vandtryk, når man under grundvandsspejlet regner med jordens reducerede rumvægt i henhold til metode 2.

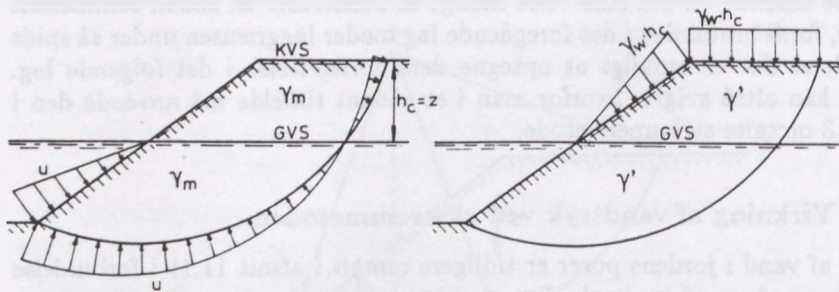


Figur 119: Vandtryk ved stillestående grundvand i jord uden kapillaritet.

I figur 120 er i tilfælde af stillestående grundvand i jord med kapillaritet til venstre vist vandtryk og rumvægte i henhold til metode 1. Som det fremgår af figuren til højre, må man i henhold til metode 2 tilføje det viste ensfordelte kapillartryk i kapillarvandspejlet samt et trekantformigt fordelt kapillartryk på skråningen, idet man samtidig overalt under kapillarvandspejlet regner med jordens reducerede rumvægt.

I figur 121 er vist et tilfælde med strømmende grundvand. Til venstre er vist rumvægte og vandtryk i henhold til metode 1. Til højre i figuren er illustreret, hvordan man i henhold til metode 2 under grundvandsspejlet skal regne med

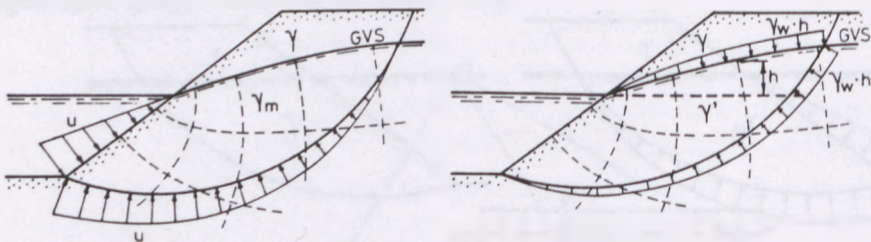




Figur 120: Vandtryk ved stillestående grundvand i jord med kapillaritet.

jordens reducerede rumvægt, idet man samtidig i brudlinien og langs grundvandsspejlet skal regne med poreovertrykket,  $\gamma_w h$ .

I tilfælde af strømmende grundvand i jord med kapillaritet skal man i henhold til metode 2 i kapillarzonens begrænsningsflader regne med summen af kapillartrykket,  $\gamma_w h_c$ , og poreovertrykket,  $\gamma_w h$ , hvilket netop svarer til et tryk,  $\gamma_w z$ , der er lig med det i figur 120 viste kapillartryk. Foruden skal der i brudlinien regnes med poreovertrykket,  $\gamma_w h$ . Samtidig skal der overalt under kapillarvandspejlet regnes med jordens reducerede rumvægt. I henhold til metode 1 skal man som sædvanlig regne med jordens totale rumvægt og det virkelige vandtryk.



Figur 121: Vandtryk ved strømmende grundvand.

I det generelle tilfælde  $\phi \neq 0$  vil det være hensigtsmæssigt at vælge metode 2 i tilfælde af stillestående grundvand, da denne metode vil reducere beregningernes omfang i forhold til metode 1. Ved strømmende grundvand har metode 2 derimod ingen fordele frem for metode 1, hvorfor det anbefales at benytte metode 1 i dette tilfælde, ikke mindst fordi metode 1 er mere overskuelig end metode 2. I tilfældet  $\phi = 0$  vil det i almindelighed være det letteste at anvende metode 1, fordi alle vandtryk i brudlinien har retning efter cirkelns centrum og derfor udgår af momentligningen.



## 17.2.2 Stabilitet af skråning i vandmættet ler

I figur 122 er vist en skråning, der er udgravet i vandmættet ler. Parallelt med skråningens øverste kant skal opføres et 2 m bredt og 1 m højt stribefundament. Belastningen på fundamentet er lodret centralt virkende,  $G = 190 \text{ kN/m}$ , og  $P = 200 \text{ kN/m}$ . Ved vingeforsøg er lerets udrænedede forskydningsstyrke fundet at variere med dybden som angivet i figur 122. Lerets effektive styrkeparametre er fundet til  $\phi' = 28^\circ$  og  $c' = 10 \text{ kN/m}^2$ . Rumvægten er  $\gamma_m = 19 \text{ kN/m}^3$ . Grundvandspejlet og vandspejlet i kanalen kan påregnes til stadighed at stå i kote +8,0. Det skal undersøges, om skråningen er stabil såvel i korttidsstanden som i langtidstilstanden. Der regnes med normal funderingsklasse og sikkerhedsklasse samt lastkombination 2.1.

De regningsmæssige værdier bliver:

$$G_d + P_d = 190 \cdot 1,0 + 200 \cdot 1,3 = 450 \text{ kN/m}$$

$$c_{ud} = \frac{45 + 1,5z}{1,5} = 30 + z \text{ kN/m}^2$$

$$\phi'_d = \arctan \frac{\tan 28^\circ}{1,2} = 23,9^\circ$$

$$c'_d = \frac{10}{1,5} = 6,7 \text{ kN/m}^2$$

Først undersøges *korttidsstabiliteten*. Som det fremgår af figur 122, skønnes indledningsvis som sandsynlig brudlinie en cirkel, der går gennem fundamentets bagkant og løber ud ved skråningens fod. Cirkelns centrum forudsættes tillige at være beliggende lodret over skråningens midtpunkt.

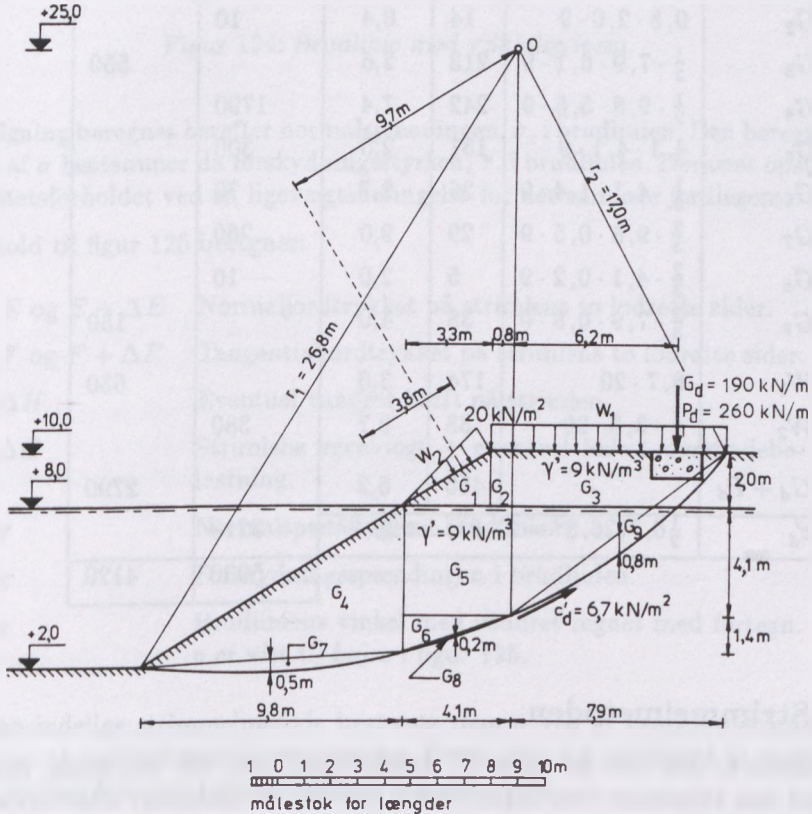
Beregningen gennemføres i henhold til metode 1 med total rumvægt og virkeligt vandtryk. Som det fremgår af figuren udgår herved af momentligningen vandtrykkene i brudlinien, da de har retning mod cirkelns centrum. Ved beregningen af stabilitetsforholdet skal derfor kun medtages det trekantformigt fordelte vandtryk på skråningen under vandspejlet. Ved bestemmelsen af det bevægelige jordlegemes moment om cirkelns centrum ses endvidere bort fra vægten af det jordlegeme, hvis tyngdepunkt ligger lodret under centrum. Man finder:

$$\begin{aligned} M_{Gd} &= \frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 6,5 \cdot 8,0 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6,5 + \frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 8,5 \cdot 8,0 \left( \frac{1}{3} \cdot 8,5 + 6,5 \right) \\ &\quad + \frac{2}{3} \cdot 19 \cdot 8,5 \cdot 1,4 \left( \frac{1}{2} \cdot 8,5 + 6,5 \right) \\ &= 9780 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$



figur 123, at den farligste brudlinie går gennem fundamentets bagkant og skrånings fod samt har sit polpunkt i kote +25.

Beregningen gennemføres i henhold til metode 2 med anvendelse af jordens reducerede rumvægt og poreovertrykket i brudlinien. Da der forudsættes ikke at forekomme strømning i grundvandet, er poreovertrykket åbenbart nul, hvorfor der i henhold til figur 120 kun skal regnes med kapillartryk på jordoverfladen og på skrånningen over vandspejlet som vist i figur 123.



Figur 123: Langtidsanalyse af skrånning i vandmættet ler.

Beregningen af de stabiliserende og drivende momenter er opstillet i skemaet på næste side.

Stabilitetsforholdet bliver da:

$$f = \frac{M_s}{M_d} = \frac{5990}{4120} = 1,45$$



Såfremt den undersøgte brudlinie er den kritiske, svarende til  $f_{min} = 1,45 > 1,0$ , er skråningen ligeledes tilstrækkelig stabil i langtidstilstanden.

	Kraft kN/m		Arm m	Moment	
				stab. kNm/m	driv. kNm/m
$G_1$	$\frac{1}{2} \cdot 3,3 \cdot 2,0 \cdot 9$	30	1,9	60	550
$G_2$	$0,8 \cdot 2,0 \cdot 9$	14	0,4	10	
$G_3$	$\frac{1}{2} \cdot 7,9 \cdot 6,1 \cdot 9$	213	2,6		
$G_4$	$\frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 5,5 \cdot 9$	242	7,4	1790	
$G_5$	$4,1 \cdot 4,1 \cdot 9$	151	2,0	300	
$G_6$	$\frac{1}{2} \cdot 4,1 \cdot 1,4 \cdot 9$	26	2,7	70	
$G_7$	$\frac{2}{3} \cdot 9,8 \cdot 0,5 \cdot 9$	29	9,0	260	
$G_8$	$\frac{2}{3} \cdot 4,1 \cdot 0,2 \cdot 9$	5	2,0	10	
$G_9$	$\frac{2}{3} \cdot 7,9 \cdot 0,8 \cdot 9$	38	4,0		
$W_1$	$8,7 \cdot 20$	174	3,6		630
$W_2$	$\frac{1}{2} \cdot 3,8 \cdot 20$	38	9,7	380	
$G_d + P_d$		450	6,2		2790
$c'_d$	$\frac{1}{2} 6,7(26,8^2 - 17,0^2) \cot 23,9^\circ$			3210	
				5990	4120

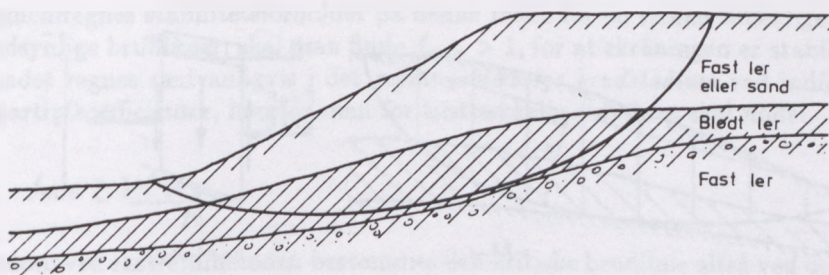
### 17.3 Strimmelmetoden

Ekstremmetoden kan kun anvendes til stabilitetsanalyser, når brudlinien med rimelighed kan tilnærmes med logaritmiske spiraler ( $c\phi$ -analyser) eller cirkler ( $\phi = 0$ -analyser). Det er endvidere en forudsætning for anvendelsen af ekstremmetoden, at friktionsvinklen ikke varierer inden for samme lag. Derfor vil der i praksis være mange tilfælde, hvor ekstremmetoden ikke er anvendelig.

Et sådant tilfælde er vist i figur 124. Et eventuelt skråningsskred vil utvivlsomt i stor udstrækning følge det bløde lerlag. Det vil derfor ikke være muligt med rimelighed at tilnærme brudlinien med spiraler (cirkler). En undersøgelse af skråningens stabilitet vil derfor kun være mulig ved anvendelse af den såkaldte strimmelmetode, der tillader en brudlinie med vilkårlig form.

Princippet i strimmelmetoden er, at det bevægelige jordlegeme over brudlinien inddeles i lodrette strimler med normalt konstant bredde,  $\Delta x$ . Ved en projek-





Figur 124: Brudlinie med vilkårlig form.

tionsligning beregnes herefter normalspændingen,  $\sigma$ , i brudlinien. Den beregnede værdi af  $\sigma$  bestemmer da forskydningsstyrken,  $\tau$ , i brudlinien. Dernæst opstilles stabilitetsforholdet ved en ligevægtsbetingelse for det samlede jordlegeme.

I henhold til figur 125 betegner:

$E$ og $E + \Delta E$	Normaljordtrykket på strimlens to lodrette sider.
$F$ og $F + \Delta F$	Tangentialjordtrykket på strimlens to lodrette sider.
$\Delta H$	Eventuel vandret kraft på strimlen.
$\Delta G$	Strimlens egenvægt + eventuel lodret overfladebelastning.
$\sigma$	Normalspændingen i brudlinien.
$\tau$	Forskydningspændingen i brudlinien.
$v$	Brudliniens vinkel med vandret regnet med fortegn. $v$ er vist til højre i figur 125.

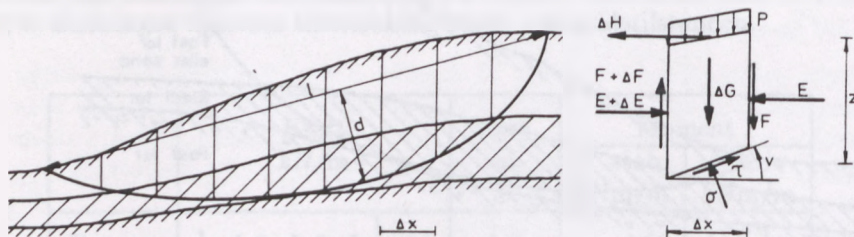
I den oprindelige strimmelmetode bestemte man  $\sigma$  ved at projicere strimmelkræfterne på normalspændingens retning. Dette viste sig imidlertid at medføre ret betydelige fejl, dog sædvanligvis på den sikre side.

Bishop, ref. [15], viste imidlertid, at man får meget mere nøjagtige resultater, når strimmelkræfterne projiceres på lodret.

Bishop bestemte herefter stabilitetsforholdet ved en momentbetragtning om et "gennemsnitligt centrum" for brudlinien. Det vil sige centrum for en cirkel, der så nær som muligt svarer til brudlinien.

En væsentlig simplere og næsten lige så nøjagtig bestemmelse af stabilitetsforholdet fås ifølge Janbu, ref. [16], ved at projicere strimmelkræfterne på vandret.

I konsekvens heraf findes, idet det indledningsvis forudsættes, at de indre kræfter i strimlens lodrette sider ophæver hinanden:



Figur 125: Princippet i strimmelmetoden.

Ved projektion på vandret:

$$\tau \frac{\Delta x}{\cos v} \cos v - \sigma \frac{\Delta x}{\cos v} \sin v - \Delta H = 0 \quad (294)$$

Ved projektion på lodret:

$$\Delta G - \tau \frac{\Delta x}{\cos v} \sin v - \sigma \frac{\Delta x}{\cos v} \cos v = 0 \quad (295)$$

Ved at gange formel 294 med  $\cos v$  og formel 295 med  $\sin v$  kan normalspændingen,  $\sigma$ , elimineres, og man får:

$$\Delta G \tan v - \tau \Delta x (\tan^2 v + 1) + \Delta H = 0$$

eller:

$$\Delta G \tan v - \tau \Delta x \sec^2 v + \Delta H = 0 \quad (296)$$

Summeres over alle strimler, fås:

$$\sum \Delta G \tan v - \sum \tau \Delta x \sec^2 v + \sum \Delta H = 0 \quad (297)$$

I formel 297 virker åbenbart  $\Delta G \tan v$  og  $\Delta H$  drivende, mens  $\tau \Delta x \sec^2 v$  virker stabiliserende. I brudtilstanden er der netop ligevægt mellem de stabiliserende og drivende kræfter. Såfremt skråningen er stabil, må de stabiliserende kræfter være større end de drivende. Stabilitetsforholdet kan derfor udtrykkes:

$$f = \frac{\sum \tau \Delta x \sec^2 v}{\sum \Delta G \tan v + \sum \Delta H} \quad (298)$$

Gennemregnes stabilitetsforholdet på denne måde for en række tilfældige, men sandsynlige brudlinier, skal man finde  $f_{min} > 1$ , for at skråningen er stabil. Her i landet regnes sædvanligvis i det *regningsmæssige brudstadium* ved indførelse af partialkoefficienter, hvorfor man for tilstrækkelig stabilitet skal finde:

$$f_{min} \geq 1 \quad (299)$$

Ligesom ved ekstremmetoden bestemmes den kritiske brudlinie altså ved den betingelse, at den skal svare til et minimum af stabilitetsforholdet. Strimmelmetoden er derfor i virkeligheden også en ekstremmetode. Det skal iøvrigt bemærkes, at det ved strimmelmetoden er væsentlig vanskeligere end ved ekstremmetoden at sikre sig, at man har fundet den kritiske brudlinie og dermed  $f_{min}$ .

Ved en undersøgelse af *korttidsstabiliteten af vandmættet ler* er ifølge Coulomb's brudbetingelse:

$$\tau = c_u \quad (300)$$

Det er derfor den udrænedede forskydningsstyrke,  $c_u$ , der i dette tilfælde skal indsættes for  $\tau$  i formel 298.

Ved en undersøgelse af *langtidsstabiliteten af vandmættet ler* er beregningen væsentlig mere kompliceret. Der må i dette tilfælde tages hensyn til poretrykket i jorden ved bestemmelse af forskydningsstyrken,  $\tau$ , da man ifølge Coulomb's brudbetingelse har:

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi' = c' + (\sigma - u) \tan \phi' \quad (301)$$

Ved anvendelse af formel 295 findes:

$$\frac{\Delta G}{\Delta x} - \tau \tan v - \sigma = 0$$

eller:

$$\sigma = \frac{\Delta G}{\Delta x} - \tau \tan v \quad (302)$$

Indsættes formel 302 i formel 301, fås

$$\tau = c' + (\Delta G : \Delta x - \tau \tan v - u) \tan \phi' \quad (303)$$

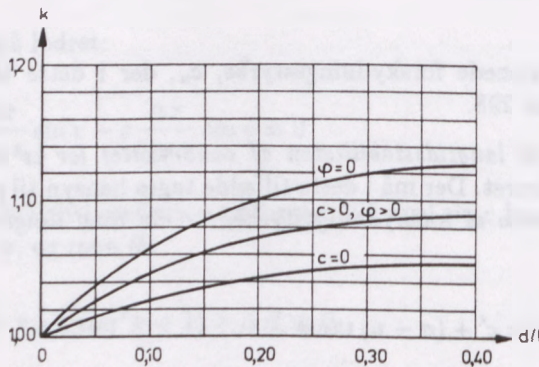
Heraf findes:

$$\tau = \frac{c' + (\Delta G : \Delta x - u) \tan \phi'}{1 + \tan v \tan \phi'} \quad (304)$$

Ved bestemmelse af stabilitetsforholdet ved hjælp af formel 298 er det derfor ved langtidsanalysen forskydningsstyrken,  $\tau$ , bestemt af formel 304, der skal indsættes.

Ved stabilitetsanalyser af *sand og grus* gennemføres beregningen i princippet som for undersøgelsen af langtidsstabiliteten af vandmættet ler, idet man som regel forudsætter  $c = 0$ .

Ved opstillingen af projektligningerne for strimlen, formlerne 294 og 295, blev det forudsat, at de indre kræfter i strimlens lodrette sider ophæver hinanden. Vil man tage hensyn til den fejl, der derved begås, kan dette ifølge Janbu, ref. [16], gøres ved at gange stabilitetsforholdet, fundet af formel 298 med en korrektionsfaktor,  $k$ . Faktoren afhænger af brudliniens pilhøjdeforhold,  $d/l$ , og kan findes af figur 126.



Figur 126: Korrektionsfaktorens afhængighed af pilhøjdeforholdet.

Ligesom ved ekstremmetoden gælder det ved strimmelmetoden, at stabilitetsforholdet ikke er noget udtryk for sikkerheden, men kun angiver, om der er tilstrækkelig stabilitet eller ej.

Ønsker man at bestemme totalsikkerheden,  $F$ , der som ved ekstremmetoden er defineret som den faktor, man skal dividere jordens forskydningsstyrke med, for at kræfterne på det bevægelige jordlegeme er i ligevægt, gennemføres beregningen på følgende måde:

Ved en undersøgelse af *korttidsstabiliteten af vandmættet ler* findes af formel 298, idet man sætter  $f = 1$  og  $\tau = c_u/F$ :

$$1 = \frac{\sum \frac{c_u}{F} \Delta x \sec^2 v}{\sum \Delta G \tan v + \sum \Delta H}$$



eller:

$$F = \frac{\sum c_u \Delta x \sec^2 v}{\sum \Delta G \tan v + \sum \Delta H} \quad (305)$$

Ved en undersøgelse af langtidstabiliteten af vandmættet ler findes af formel 301:

$$\tau = \frac{c' + (\sigma - u) \tan \phi'}{F} \quad (306)$$

Indsættes heri formel 303, fås:

$$\tau = \frac{\frac{1}{F}(c' + (\Delta G : \Delta x - u) \tan \phi')}{1 + \frac{1}{F} \tan v \tan \phi'} \quad (307)$$

Indsættes formel 307 i formel 298, fås, idet  $f$  sættes lig med 1:

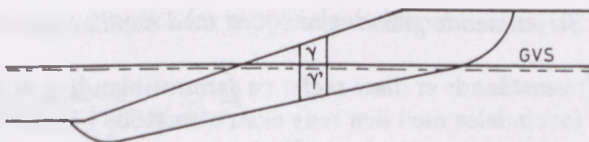
$$F = \frac{\sum \frac{c' + (\Delta G : \Delta x - u) \tan \phi'}{1 + \frac{1}{F} \tan v \tan \phi'} \Delta x \sec^2 v}{\sum \Delta G \tan v + \sum \Delta H} \quad (308)$$

I formel 308 indgår  $F$  på begge sider af lighedstegnet, hvorfor  $F$  må findes ved iteration. Som første tilnærmelse kan man sætte  $F = 1$  på højre side. Konvergenen er iøvrigt hurtig.

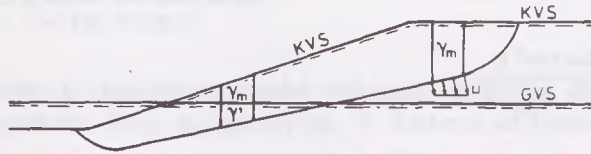
## 17.4 Virkning af vandtryk ved strimmelmetoden

Ved strimmelmetoden tager man i almindelighed hensyn til vandet i jordens porer på følgende måde:

Findes der *ikke noget frit ydre vandspejl*, beregnes strimmelegenvægten,  $\Delta G$ , i formel 298 med jordens totale (mættede) rumvægt. Samtidig skal man for  $u$  i formel 304 indsætte de virkelige vandtryk i brudlinien.



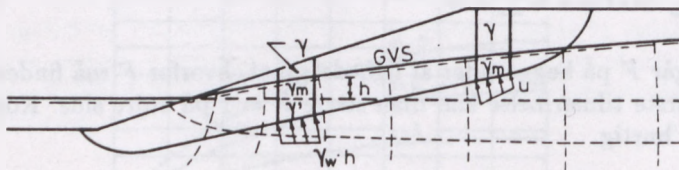
Figur 127: Stillestående grundvand i jord uden kapillaritet.



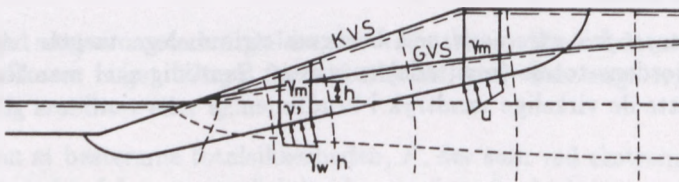
Figur 128: Stillestående grundvand i jord med kapillaritet.

Findes der et frit ydre vandspejl, beregnes strimmelegenvægten,  $\Delta G$ , i formel 298 med jordens totale (mættede) rumvægt over det ydre vandspejls niveau og med den reducerede rumvægt under dette niveau. Samtidig skal man for  $u$  i formel 304 indsætte de virkelige vandtryk i brudlinien over det frie vandspejls niveau. Poreovertrykket er åbenbart nul i tilfælde af stillestående grundvand.

I figurerne 127 og 128 er reglerne illustreret i tilfælde af stillestående grundvand i jord henholdsvis uden og med kapillaritet. Tilsvarende er reglerne illustreret i figurerne 129 og 130 i tilfælde af strømmende grundvand.



Figur 129: Strømmende grundvand i jord uden kapillaritet.

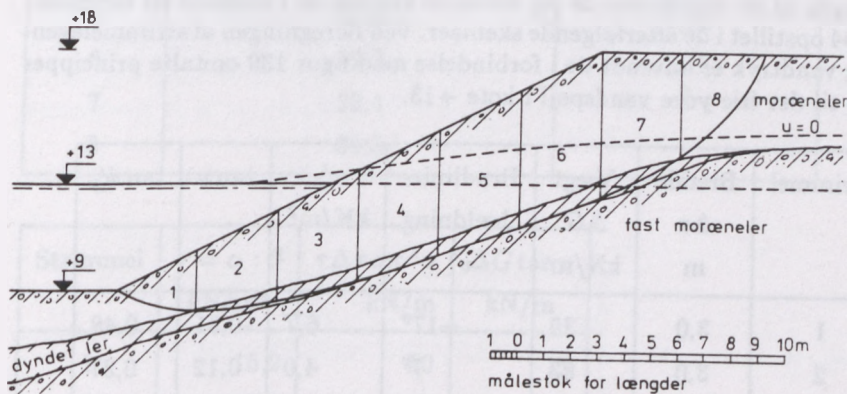


Figur 130: Strømmende grundvand i jord med kapillaritet.

Som det vil fremgå af ovenstående er disse regler en sammenblanding af de to metoder, der er omtalt i forbindelse med den rene ekstremmetode i afsnit 17.3. Det skal iøvrigt bemærkes, at det naturligvis er tilladt at anvende de samme regler ved ekstremmetoden. Dette vil blot medføre, at det beregnede stabilitetsforhold (for samme brudlinje) antager en værdi imellem værdien af stabilitetsforholdet bestemt henholdsvis på grundlag af metode 1 og metode 2 i afsnit 17.3.

### 17.4.1 Stabilitetsanalyse efter strimmelmetoden

Den i figur 131 viste skråning danner indfatning for en kanal. Jorden består øverst af vandmættet fedt moræneler med de effektive styrkeparametre  $\phi' = 30^\circ$  og  $c' = 10 \text{ kN/m}^2$ . Rumvægten er  $\gamma_m = 20 \text{ kN/m}^3$ . Melllem dette lag og det underliggende lag, der er fast moræneler, ligger et tyndt lag dyndet ler, hvis effektive styrkeparametre er  $\phi' = 24^\circ$  og  $c' = 6 \text{ kN/m}^2$ . Rumvægten af det dyndede ler er  $\gamma_m = 16 \text{ kN/m}^3$ .



Figur 131: Langtidsanalyse efter strimmelmetoden.

Ved poretryksmålinger i det dyndede ler har man, efter at vandspejlet i kanalen i længere tid har stået i kote +13, fundet et trykniveau, der svarer til den punkterede kurve i figuren.

Det ønskes undersøgt om skråningen er tilstrækkelig stabil i langtidstilstanden.

Da den kritiske brudlinie utvivlsomt i stor udstrækning vil forløbe i det dyndede ler, kan stabilitetsanalysen ikke gennemføres efter ekstremmetoden, da det ikke er muligt på rimelig måde at tilnærme brudlinien med spiraler. I stedet må man benytte strimmelmetoden.

Indledningsvis skønnes den i figur 131 viste brudlinie som værende sandsynlig. Det bevægelige jordlegeme er herefter inddelt i 8 strimler med bredden,  $\Delta x = 3 \text{ m}$ .

De regningsmæssige værdier for moræneleret bliver:

$$\phi'_d = \arctan \frac{\tan 30^\circ}{1,2} = 25,7^\circ$$

$$c'_d = \frac{10}{1,5} = 6,7 \text{ kN/m}^2$$

For det dyndede ler findes tilsvarende:

$$\phi'_d = \arctan \frac{\tan 24^\circ}{1,2} = 20,4^\circ$$

$$c'_d = \frac{6}{1,5} = 4,0 \text{ kN/m}^2$$

Beregningen af de stabiliserende og drivende kræfter er i henhold til formlerne 298 og 304 opstillet i de efterfølgende skemaer. Ved beregningen af strimmelegenvægte og vandtryk er anvendt de i forbindelse med figur 130 omtalte principper svarende til det frie ydre vandspejl i kote +13.

Strimmel	Bredde $\Delta x$ m	Vægt $\Delta G$ kN/m	Brudlinie- hældning $v^\circ$	$c'_d$ kN/m <sup>2</sup>	$\tan v$	$\tan \phi'_d$
1	3,0	39	-17°	6,7	-0,31	0,48
2	3,0	83	7°	4,0	0,12	0,37
3	3,0	106	13°	4,0	0,23	0,37
4	3,0	162	18°	4,0	0,33	0,37
5	3,0	222	19°	4,0	0,34	0,37
6	3,0	279	21°	4,0	0,38	0,37
7	3,0	275	26°	4,0	0,49	0,37
8	3,0	156	47°	6,7	1,07	0,48

Strimmel	$\sec^2 v$	$\Delta G : \Delta x$ kN/m <sup>2</sup>	$u$ kN/m <sup>2</sup>	$(\Delta G : \Delta x - u) \tan \phi'_d$ kN/m <sup>2</sup>
1	1,09	13,0	0,0	6,2
2	1,01	27,8	0,0	10,3
3	1,05	35,4	3,0	12,0
4	1,11	54,0	8,0	17,0
5	1,12	74,0	12,0	22,9
6	1,15	93,0	15,0	28,9
7	1,24	91,8	15,0	28,4
8	2,15	52,0	-6,0	27,8



Strimmel	$\alpha = c'_d + (\Delta G : \Delta x - u) \tan \phi'_d$ kN/m <sup>2</sup>	$\beta = 1 + \tan v \tan \phi'_d$
1	12,9	
2	14,3	0,85
3	16,0	1,04
4	21,0	1,09
5	26,9	1,12
6	32,9	1,13
7	32,4	
8	34,5	

Strimmel	$\tau = \alpha : \beta$ kN/m <sup>2</sup>	$\tau \Delta x \sec^2 v$ kN/m	$\Delta G \tan v$ kN/m
1	15,2	50	-12
2	13,7	42	10
3	14,7	46	24
4	18,7	62	53
5	23,8	80	76
6	28,9	100	106
7	27,5	104	135
8	22,9	148	167
	Sum	632	559

Stabilitetsforholdet for den viste brudlinie bliver da:

$$f = \frac{632}{559} = 1,13$$

Anvendes den i figur 126 angivne korrektion, findes:

$$\frac{d}{l} = \frac{3,0}{25,6} = 0,117 \quad \text{og} \quad k = 1,05$$

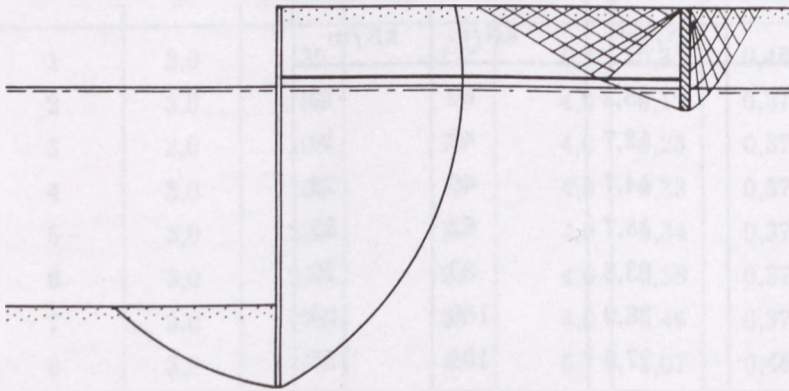
Stabilitetsforholdet bliver da:

$$f = 1,05 \cdot 1,13 = 1,18$$

Såfremt den undersøgte brudlinie er den kritiske, svarende til  $f_{min} = 1,18 > 1$ , er skråningen således tilstrækkelig stabil i langtidstilstanden.

## 17.5 Ankerlængder

Som det fremgår af kapitel 15 og kapitel 16 beregnes en spunsvæg og den tilhørende ankerplade-række uafhængigt af hinanden på grundlag af en brudfigur, der i begge tilfælde er såvel kinematisk som statisk mulig. Det må derfor være en betingelse for ankerlængden, det vil sige afstanden mellem spunsvæggen og ankerpladerne, at den mindst har en størrelse, der medfører, at de to brudfigurer som vist i figur 132 kan udvikles frit i jorden.

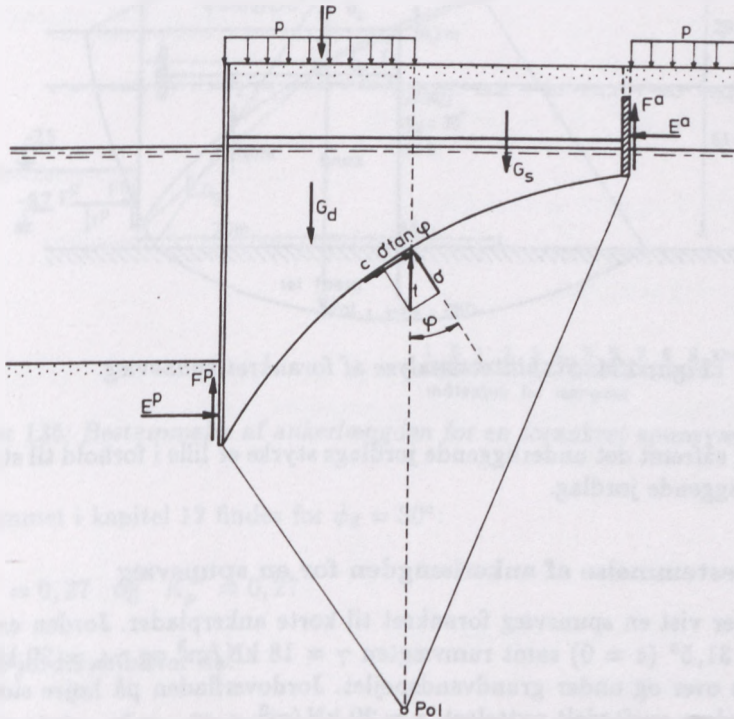


Figur 132: Eksempel på brudfigur ved forankret spunsvæg.

Som omtalt i afsnit 15.3 kan en jordtrykspåvirket konstruktion beregnes på grundlag af enhver kinematisk og statisk mulig brudfigur under forudsætning af, at et stabilitetsbrud ikke viser sig at være mere kritisk. Ved fastlæggelse af den nødvendige ankerlængde for en spunsvæg vil man imidlertid netop kunne risikere, at der opstår et stabilitetsbrud, selvom ankerlængden er bestemt således, at de to brudfigurer i figur 132 kan udvikles frit i jorden. Dette skyldes, at forskydningsspændingen i jorden mellem de to brudfigurer kan antage så store værdier, at de overskrider jordens forskydningsstyrke.

Herved vil der normalt opstå et konvekst liniebrud (X-brud), der forløber mellem ankerpladens underkant og spunsvæggens fod. Ved stabilitetsanalysen vil man i almindelighed kunne anvende den i afsnit 17.2 omtalte ekstremmetode, idet man som brudlinie anvender en logaritmisk spiral med stigningsvinkel lig

jordens friktionsvinkel. Ved beregningen af stabilitetsforholdet kan man, som vist i figur 133, på ankerpladens bagside og på spunsvæggens forside regne med henholdsvis almindeligt aktivt og passivt jordtryk.

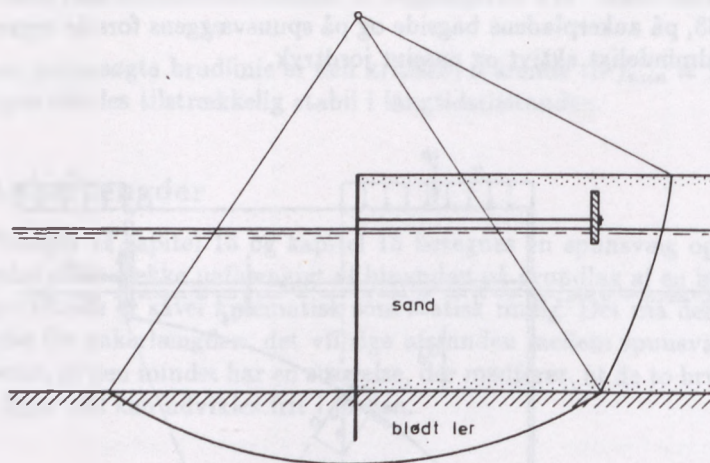


Figur 133: Ankerlængdebestemmelse for forankret spunsvæg.

Bestemmelsen af den nødvendige ankerlængde foregår herefter på følgende måde: Ankerlængden skønnes, hvorefter man for den skønnede ankerlængde ved en stabilitetsanalyse som beskrevet i afsnit 17.2 bestemmer  $f_{min}$ . Finder man herved  $f_{min} = 1$ , er ankerlængden netop tilstrækkelig. I modsat fald skønnes en ny værdi af ankerlængden, og for denne bestemmes ligeledes  $f_{min}$ . Ved en simpel inter- eller ekstrapolation findes herefter den rigtige værdi af ankerlængden, svarende til  $f_{min} = 1$ .

Ved det indledende skøn over den nødvendige ankerlængde kan man sædvanligvis benytte en værdi, der er ca. 20% større end spunsvæggens totalhøjde.

Endelig skal det bemærkes, at et stabilitetsbrud som vist i figur 134 også kan forekomme ved en forankret spunsvæg. Om dette brud eller det i figur 133 viste brud er det mest kritiske, kan kun afgøres ved en stabilitetsanalyse i det enkelte tilfælde. Stabilitetsbruddet i figur 134 vil dog almindeligvis kun kunne



Figur 134: Stabilitetsanalyse af forankret spunsvæg.

forekomme, såfremt det underliggende jordlags styrke er lille i forhold til styrken af det overliggende jordlag.

### 17.5.1 Bestemmelse af ankerlængden for en spunsvæg

I figur 135 er vist en spunsvæg forankret til korte ankerplader. Jorden er sand med  $\phi_{tr} = 31,5^\circ$  ( $c = 0$ ) samt rumvægten  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$  og  $\gamma_m = 20 \text{ kN/m}^3$  henholdsvis over og under grundvandspejlet. Jordoverfladen på højre side kan belastes med en ensfordelt nyttelast,  $p = 20 \text{ kN/m}^2$ .

Den nødvendige ankerlængde for spunsvæggen ønskes bestemt ved en stabilitetsanalyse, idet der forudsættes normal funderingsklasse og sikkerhedsklasse samt lastkombination 2.1.

Stabilitetsanalysen gennemføres ved anvendelse af ekstremmetoden, idet der som brudlinie benyttes en logaritmisk spiral med stigningsvinkel lig jordens regningsmæssige friktionsvinkel.

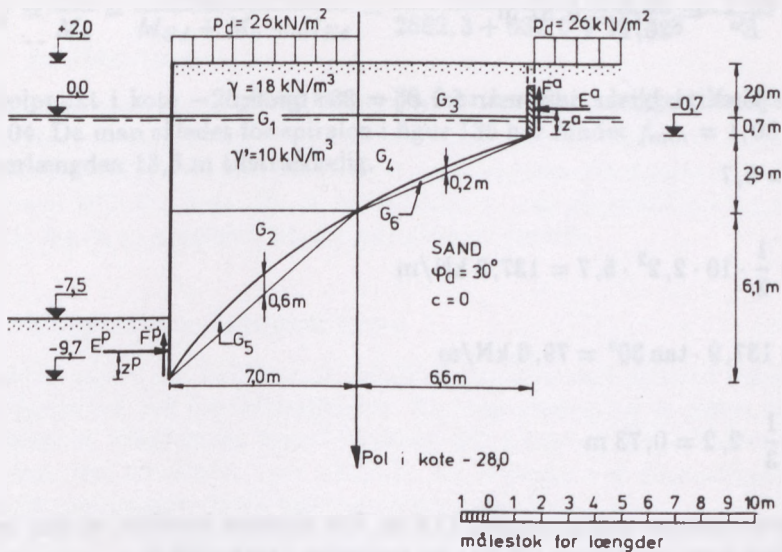
De regningsmæssige værdier bliver:

$$\phi_d = \arctan \frac{\tan(31,5 \cdot 1,1)}{1,2} = 30^\circ$$

$$p_d = 20 \cdot 1,3 = 26 \text{ kN/m}^2$$

Jordtrykket på ankerpladens bagside og på spunsvæggenes forside beregnes efter de for zonebrud gældende regler.





Figur 135: Bestemmelse af ankerlængden for en forankret spunsvæg.

Af diagrammet i kapitel 12 findes for  $\phi_d = 30^\circ$ :

$$K_\gamma^{ar} = 0,27 \quad \text{og} \quad K_p^{ar} = 0,27$$

Det aktive jordtryk bliver da:

$$\begin{aligned} \text{I kote } +2,0: \quad e^a &= 26 \cdot 0,27 &= 7,0 \quad \text{kN/m}^2 \\ \text{I kote } 0,0: \quad e^a &= 18 \cdot 2,0 \cdot 0,27 + 26 \cdot 0,27 &= 16,7 \quad \text{kN/m}^2 \\ \text{I kote } -0,7: \quad e^a &= (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 0,7)0,27 + 26 \cdot 0,27 &= 18,6 \quad \text{kN/m}^2 \end{aligned}$$

Det totale jordtryk bliver:

$$E^a = \frac{1}{2}(7,0 + 16,7)2,0 + \frac{1}{2}(16,7 + 18,6)0,7 = 36,1 \text{ kN/m}$$

$$F^a = 36,1 \tan(-30^\circ) = -20,8 \text{ kN/m}$$

$$\begin{aligned} E^a z^a &= \frac{1}{2} \cdot 7,0 \cdot 2,0(0,7 + \frac{2}{3} \cdot 2,0) + \frac{1}{2} \cdot 16,7(0,7 + \frac{1}{3} \cdot 2,0) \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot 16,7 \cdot 0,7 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,7 + \frac{1}{2} \cdot 18,6 \cdot 0,7 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,7 \\ &= 29,9 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$z^a = \frac{E^a z^a}{E^a} = \frac{29,9}{36,1} = 0,81 \text{ m}$$

Det passive jordtryk bliver, idet man for  $\phi_d = 30^\circ$  finder:

$$K_{\gamma}^{pr} = 5,7$$

$$E^p = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2,2^2 \cdot 5,7 = 137,9 \text{ kN/m}$$

$$F^p = 137,9 \cdot \tan 30^\circ = 79,6 \text{ kN/m}$$

$$z^p = \frac{1}{3} \cdot 2,2 = 0,73 \text{ m}$$

Indledningsvis skønnes ankerlængden 13,6 m. Det skønnes herefter, at den kritiske brudlinie som vist i figur 135 har sit polpunkt i kote  $-28,0$ .

I henhold til figuren findes da:

$$\begin{aligned} M_{Gd} &= (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 3,6)7,0 \cdot \frac{7,0}{2} + \frac{1}{2} \cdot 6,1 \cdot 7,0 \cdot 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot 7,0 \\ &\quad - \frac{2}{3} \cdot 0,6 \cdot 7,0 \cdot 10 \cdot \frac{7,0}{2} \\ &= 2662,3 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{Gs} &= (18 \cdot 2,0 + 10 \cdot 0,7)6,6 \cdot \frac{6,6}{2} + \frac{1}{2} \cdot 6,6 \cdot 2,8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6,6 \\ &\quad - \frac{2}{3} \cdot 0,2 \cdot 6,6 \cdot 10 \cdot \frac{6,6}{2} \\ &= 1110,8 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

$$M_p = 26 \cdot 7,0 \cdot \frac{7,0}{2} = 637,0 \text{ kNm/m}$$

$$M_{Ed} = 36,1 \cdot 28,11 = 1014,8 \text{ kNm/m}$$

$$M_{Es} = 137,9 \cdot 19,03 + 79,6 \cdot 7,0 + 20,8 \cdot 6,6 = 3318,7 \text{ kNm/m}$$

Stabilitetsforholdet bliver herefter:

$$f = \frac{M_s}{M_d} = \frac{M_{Gs} + M_{Es}}{M_{Gd} + M_p + M_{Ed}} = \frac{1110,8 + 3318,7}{2662,3 + 637,0 + 1014,8} = 1,03$$

Med polpunkt i kote -26,0 og kote -30,0 er herefter i begge tilfælde fundet  $f = 1,04$ . Da man således for spiralen i figur 135 har fundet  $f_{min} = 1,03 > 1,0$ , er ankerlængden 13,6 m tilstrækkelig.





## 18 Specielle problemer

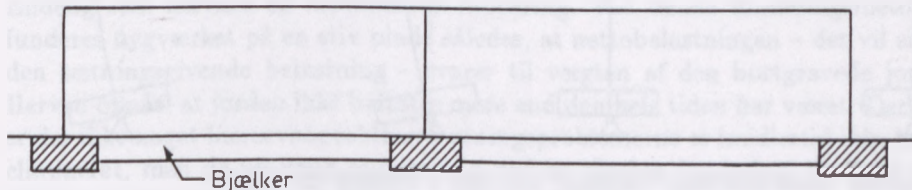
### 18.1 Indledning

I det følgende skal omtales nogle eksempler på specielle geotekniske problemer vedrørende fundering, jordtryk og stabilitet. Eksemplerne dækker på ingen måde alle specialtilfælde, som kan forekomme i geotekniske konstruktioner. Der vil stadig være tilfælde, hvor det er nødvendigt at søge speciallitteratur eller at henvende sig til en specialist på det pågældende område.

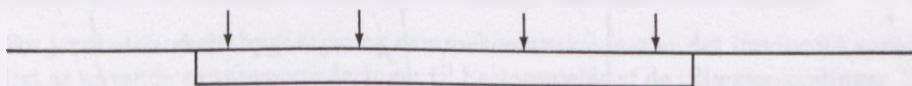
### 18.2 Valg af fundamentstype

Almindelige søjler, der funderes på enkeltfundamenter skal normalt regnes simpelt understøttet ved fundamentsfladen. En indspænding for et større moment vil medføre et uøkonomisk forhold mellem det totale og det effektive fundamentsareal. Det vil således være uheldigt, for eksempel i et elementbyggeri, at lade enkeltfundamenter klare hele bygningens stabilitet.

En delvis eller fuldstændig indspænding kan opnås, hvis enkeltfundamenterne forbindes med bjælker, se figur 136, eller hvis flere søjler funderes på et fælles – såkaldt kombineret – fundament, se figur 137.

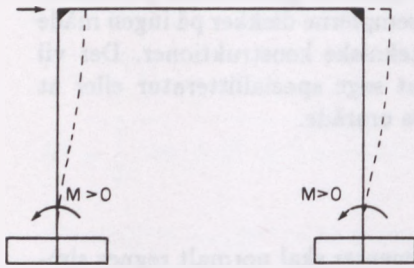


Figur 136: Enkeltfundamenter forbundet med bjælker.

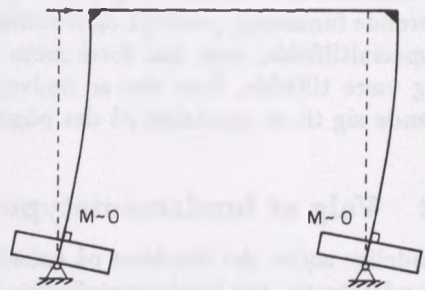


Figur 137: Søjler funderet på kombineret fundament.

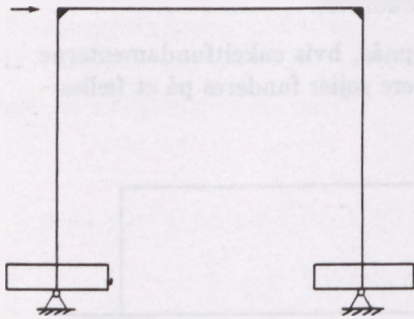
Problemet med indspænding i enkeltfundamenter er særlig stort, hvis overbygningen er statisk ubestemt, som for eksempel en rammekonstruktion. Da de teoretiske indspændinger i virkeligheden kræver, at fundamentet ikke får nogen vinkeldrejning, kan denne form for indspænding ikke opnås i praksis. Øverst til venstre i figur 138 er vist en rammekonstruktion med den teoretiske indspænding, men som vist øverst til højre i figur 138 er jorden for slap til, at indspændingen kan opnås. Fundamenterne vil i praksis dreje sig, fordi jorden er



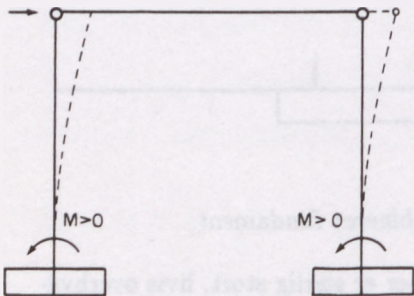
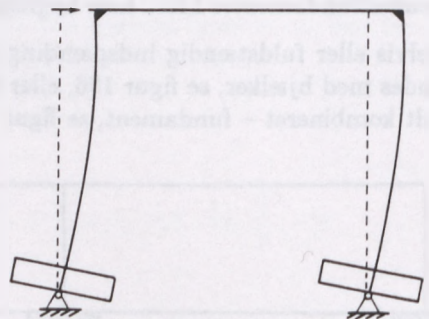
Forudsat indspænding.



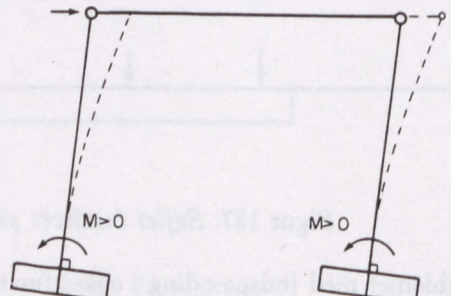
Funktion i praksis.



Simpel understøtning: Fungerer korrekt i forhold til både overbygningen og fundamentet.



Statisk bestemt overbygning: Indspænding acceptabel, men uøkonomisk i relation til fundamentet.



Figur 138: Indspænding i enkeltfundamenter.

slap i forhold til overbygningen. Resultatet bliver, at der ikke overføres noget moment ved fundamentene. Man bør derfor altid regne rammeben simpelt understøttet ved fundamentfladen som vist på de to midterste skitser i figur 138, hvor den simple understøtning fungerer korrekt i forhold til både overbygningen og fundamentet.

Nederst i figur 138 er vist en indspænding i enkeltfundamenter af en statisk bestemt overbygning. Denne form for indspænding er acceptabel, men den er uøkonomisk i relation til fundamentene, som nævnt i begyndelsen af afsnittet.

I sin yderste konsekvens vil en udførelse med kombinerede fundamenter føre til en egentlig pladefundering, hvor hele bygværket funderes på én plade. For at undgå skæve sætninger af pladefundamentet er det en betingelse, at belastningsresultanten falder i pladens tyngdepunkt. Dette kan undertiden medføre, at man bliver nødt til at opdele pladen i to eller flere plader med bevægelsesfuger imellem.

For pladefundamenter er det iøvrigt vigtigt at skønne en nogenlunde korrekt reaktionsfordeling, da forskellen mellem belastningens fordeling og reaktionsfordelingen kan give betydelige snitkræfter i pladen. En tilnærmet reaktionsfordeling i såvel brudgrænsetilstanden som i anvendelsestilstanden er angivet i funderingsnormens afsnit 6.1.

Endelig skal nævnes en svømmende fundering. Ved denne funderingsmetode funderes bygværket på en stiv plade således, at nettobelastningen – det vil sige den sætningsgivende belastning – svarer til vægten af den bortgravede jord. Herved opnås, at jorden ikke belastes mere end den hele tiden har været. Derfor er der ikke noget bæreevneproblem. Sætningsproblemerne er imidlertid ikke helt elimineret, men de vil være mindre end ved en direkte fundering, fordi de vil følge en genbelastningsgren på konsolideringskurven.

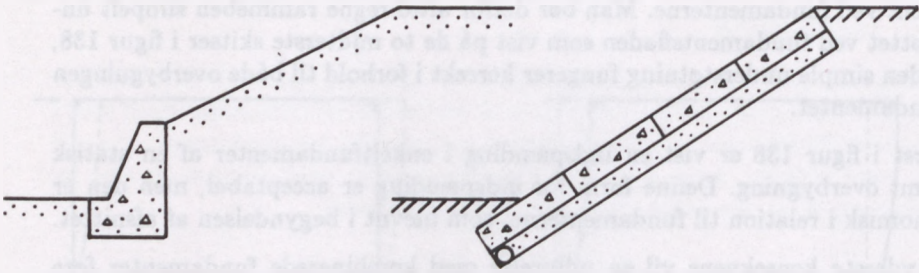
Generelt er et bygværks sætningsfølsomhed i høj grad afhængig af overbygningens art. Relativt store sætninger kan således tolereres for monolitiske konstruktioner, som for eksempel siloer, og for statisk bestemte konstruktioner.

For jernbeton-skeletbygninger og rammekonstruktioner er det imidlertid vanskeligt at anvende sætningsvurderinger til bestemmelse af de tillægsspændinger, der optræder i overbygningen som følge af fundamenternes sætninger. Dette skyldes både usikkerheden ved sætningsberegningen og ikke mindst de idealiseringer, der er anvendt ved beregningen af overbygningen.

### 18.3 Udførelse af niveauforskelle

Som nævnt i afsnit 13.1 udføres en niveauforskel mest økonomisk som en skråning. Såfremt den fornødne konstruktionsbredde ikke er til stede, bør man derfor undersøge muligheden af at udføre niveauforskellen som en skråning, hvis fod er støttet af en grovbetonmur som vist i figur 139 til venstre. Er konstruktions-

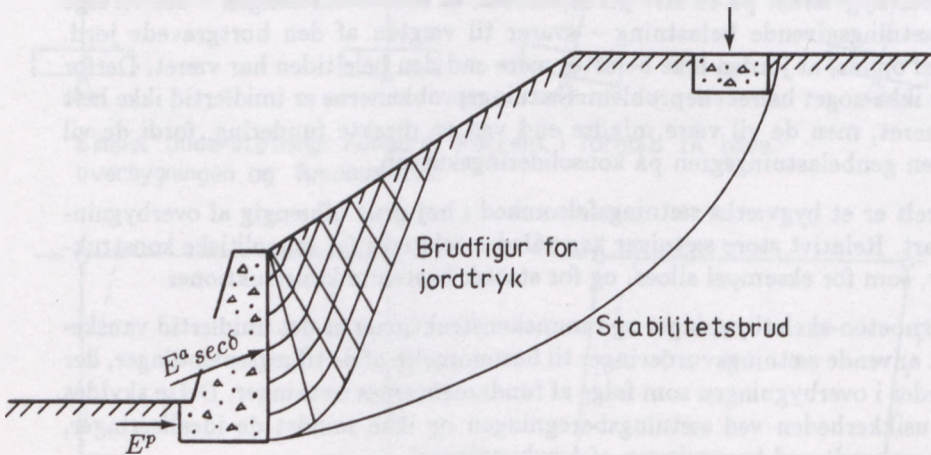




Figur 139: Skråning støttet af grovbetonmur og drænet skråning med stabiliserende belastning.

højden relativt lille, er der endvidere mulighed for en udførelse med en belastet skråning. Den stabiliserende belastning kan for eksempel opbygges af fliser som vist i figur 139 til højre.

Først når niveauforskellen ikke med rimelighed kan udføres som angivet ovenfor, vil det være på sin plads at anvende en egentlig støttemur, se kapitel 13.



Figur 140: Stabilitetsundersøgelse af støttemur med skråning og/eller koncentreret belastning.

Det aktive jordtryk på grovbetonmuren i figur 139 kan beregnes efter de sædvanlige regler for zonebrud, se kapitel 12. Men som følge af skråningen – eller en koncentreret belastning – vil det ofte være nødvendigt ved en stabilitetsanalyse at undersøge, om det almindelige aktive jordtryk,  $E^a \sec \delta$ , opfattet som en sta-



biliserende kraft mellem væggen og jorden, medfører tilstrækkelig sikkerhed mod et stabilitetsbrud som vist i figur 140. Er sikkerheden mod stabilitetsbruddet ikke tilstrækkelig, må jordtrykket,  $E^a \sec \delta$ , forøges.

En skråning med stabiliserende belastning som vist i figur 139 kan behandles som en almindelig skråningsstabilitet. Vægten af fliserne kan opdeles i en stabiliserende komponent vinkelret på skråningen og en komponent parallel med skråningen. Denne komponent optages som regel uden problemer ved bæreevnen af "murens" fod.

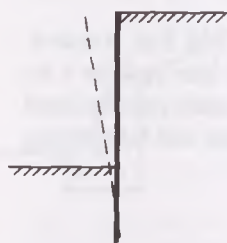
## 18.4 Byggegruber

Ved anlæg af byggegruber er den billigste løsning altid en åben udgravning. Men undertiden kan der være forhold, der umuliggør en åben udgravning. Det kan for eksempel være hensynet til nabobygninger, ledninger, færdsel mv. Årsagen kan også være blød bund eller vanskelige grundvandsforhold. I disse tilfælde kan det være nødvendigt at opføre en indfatningsvæg.

Hovedelementerne i traditionelle indfatningsvægge er nedrammede pæle, der kan variere fra spredte træplanker eller spredte profiljern eller spunsjern til tætte vægge udført af træspuns eller stålspons. Som en mellemting benyttes ofte idag en såkaldt *Københavnervæg* - eller *Berlinervæg* - hvor stålprofiler rammes eller bores ned, hvorefter der imellem stålprofilerne isættes træplanker i takt med udgravningen.

Uanset hvilken vægtype man vælger, må den normalt afstives på den ene eller anden måde. Helt frie vægge er ofte for slappe i praksis, fordi der ud over den elastiske udbøjning sker relativt store bevægelser i toppen ved mobilisering af det passive jordtryk på forsiden. I figur 141 er vist en oversigt over forskellige afstivningsmuligheder:

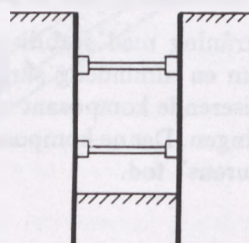
- a) Fri væg. Denne vægtype er normalt for slap i praksis.
- b) Afstivning i udgravningsniveau, for eksempel etableret ved etapevis udstøbning af renselag.
- c) Almindelig rendeafstivning.
- d) Rameafstivning af lukkede byggegruber op til 20 · 20 meter, eventuelt med diagonalafstivninger i hjørnerne, eller med diameter op til 50 meter.
- e) Udvendig pælefunderet ramme ved blød bund.
- f) Indvendige skråafstivninger, hvor der først graves ud for den midterste del af bygningen, hvorefter der afstives til midlertidige fundamenter eller til gulv og fundament inden færdigudgravningen mellem afstivningerne. Ved anvendelse af tilstrækkeligt svære stålprofiler kan der som regel skabes



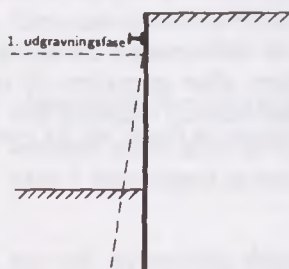
A: Fri væg, i praksis normalt forslap. Stor bevægelse i toppen ved mobilisering af fuld passivt jordtryk.



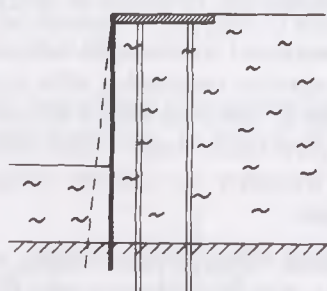
B: Afstivning i udgravningsniveau, for eksempel til renselag. Etapevis udstøbning.



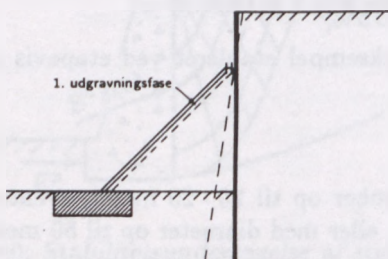
C: Almindelig rendeafstivning.



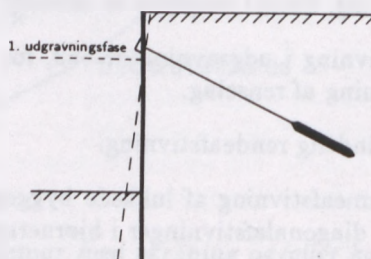
D: Rammeafstivning af lukket grube, max. ca. 20 · 20 m.



E: Udvendig pælefunderet ramme ved blød bund.



F: Indvendig skråafstivning til midlertidige fundamenter eller til gulv og fundament før færdigudgravning af gruben.



G: Indboret anker.

Figur 141: Afstivning af indfatningsvægge.

tilstrækkelig plads til, at udgravningen kan ske på en rimelig måde selv ved dybe udgravninger.

- g) Forankring bagud giver selvfølgelig de bedste pladsforhold i byggegruben. Forankringen kan være til nedgravede ankerplader, se kapitel 16, eller til rammede skråpæle eller indborede injicerede ankre. Denne form for afstivning er relativt kostbar, men de praktiske fordele er tilsvarende store ved store og dybe udgravninger.

Når vægtypen og afstivningsforholdene er valgt, resterer der følgende afgørende forudsætninger for beregningen:

- Belastninger
- Styrkeparametre
- Vandspejlsforhold

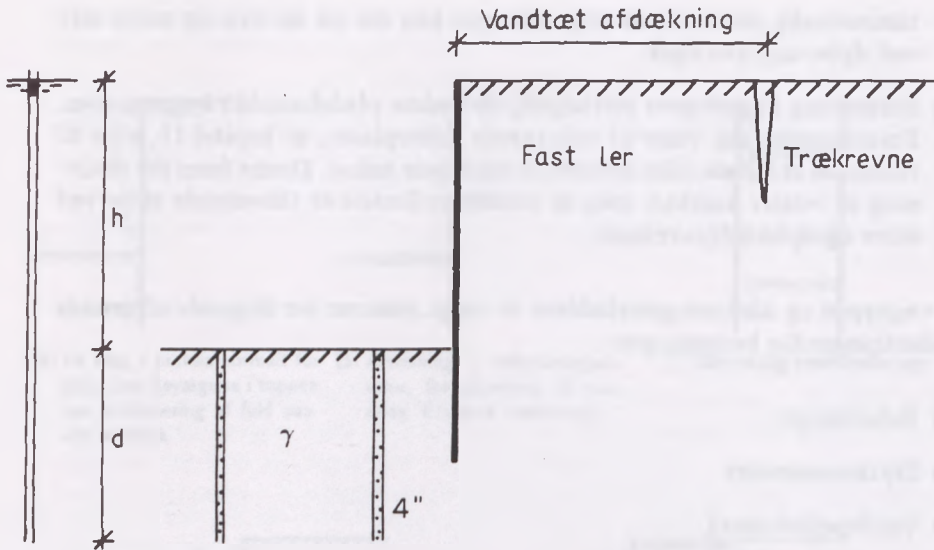
Ved fastsættelse af belastninger fra nabobygninger er det ikke altid tilstrækkeligt at fremskaffe tegninger over bygningernes fundering. Det er ikke sikkert, at disse tegninger er i overensstemmelse med de faktiske funderingsforhold hvad angår funderingsniveau og pælespidskoter. Det må derfor anbefales, at nabobygningernes funderingsforhold undersøges ved frigravning i forbindelse med de øvrige geotekniske undersøgelser.

Hvad angår styrkeparametrene, må man være opmærksom på muligheden for trækrevner på aktivsiden i højtliggende kohæsionsjord. Ved jordtryksberegningen tages der normalt hensyn til dette ved at se bort fra negativt jordtryk. Ved en stabilitetsanalyse må der imidlertid regnes med trækrevner ned til en dybde, der svare til, at jordtrykket er nul i en almindelig Rankine-zone, se afsnit 4.3 i funderingsnormen.

I friktionsjord er det muligt inden for visse grænser at regulere vandspejlsforholdene ved forskellige typer af midlertidig grundvandssænkning. Det betyder, at man i princippet selv kan fiksure og ved pejlinger i byggeperioden kontrollere forudsætningerne. I friktionsjord er vandspejlsforholdene – og dermed de teoretiske forudsætninger – derfor som regel veldefinerede, se kapitel 3.

I kohæsionsjord er forholdene derimod betydeligt mere komplicerede. For det første kan det naturlige vandspejl svinge flere meter i årets løb. For det andet er mulighederne for at regulere vandspejlsforholdene meget mere begrænsede end i friktionsjord.

I figur 142 er som eksempel vist en udgravning i fast ler. Tørholdelsen af byggegruben kan normalt ske ved direkte læsning, da vandtilstrømningen er meget begrænset. Det egentlige problem er, at der kan ske løftning af bunden i udgravningen. Dette skyldes, at de effektive spændinger formindskes i takt med



Figur 142: Aflastningsboringer i byggegrube i fast ler.

udgravningen, hvorimod vandtrykkene i leret ikke udlignes i samme takt. For at undgå løftning af bunden ved dannelsen af en vandfyldt trækrevne er det derfor nødvendigt inden færdigudgravningen at udføre aflastningsboringer til en sådan dybde,  $d$ , at man har positive effektive spændinger selv med fuldt vandtryk, se figur 142. Dybden,  $d$ , er bestemt af:

$$\sigma - u = \gamma d - (h + d)\gamma_w = 0$$

Eller:

$$d \geq \frac{h\gamma_w}{\gamma'} \quad (309)$$

Aflastningsboringerne skal kun føre helt små vandmængder og udføres derfor i almindelighed som grusfyldte 4" (100 mm) borer. Som regel anbefales en boring per ca. 200 m<sup>2</sup>, hvorefter der på passivside kan regnes med hydrostatisk vandtryk svarende til et vandspejl i udgravningsniveau.

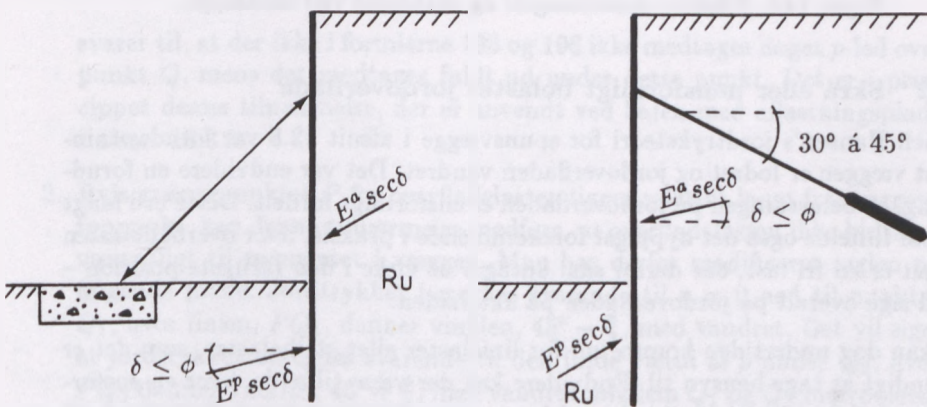
På aktivside vil der, hvad enten det er en åben eller afstivet udgravning, kunne dannes trækrevner som illustreret i figur 142. Man kan imidlertid normalt forudsætte, at leraflejringen ikke selv kan levere vand til en vandfyldning. Det er derfor afgørende at få afklaret, om der findes vandfyldte sandlommer i leret, eller om der findes utætte forsyningsledninger, dræn eller kloakledninger, der kan



levere vand til fyldning af revnerne. Under alle omstændigheder er der overfladevand. Man må derfor fiksere en kontrolbredde som vist i figur 142, inden for hvilken man må gardere sig mod vandfyldning af revnerne ved en løbende kontrol af belægninger, og om nødvendigt tætning af opståede revner i belægningen, eller man må afdække området med folie og bortlede overfladevandet.

#### 18.4.1 Vægge med skråafstivning

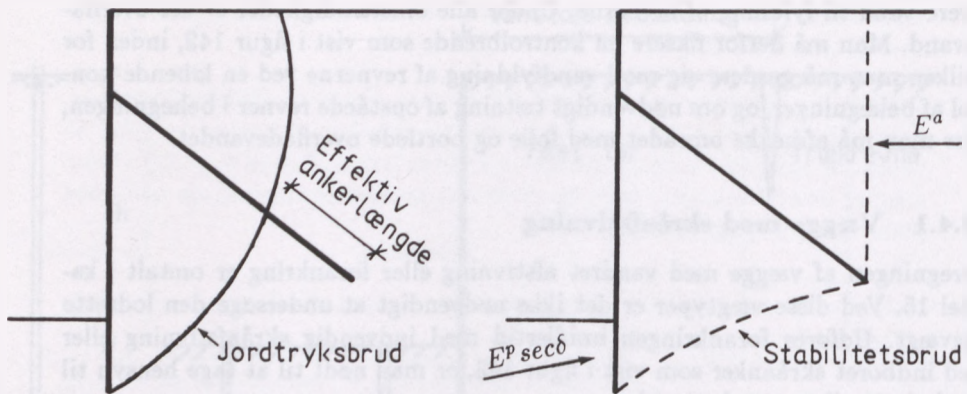
Beregningen af vægge med vandret afstivning eller forankring er omtalt i kapitel 15. Ved disse vægtyper er det ikke nødvendigt at undersøge den lodrette ligevægt. Udføres forankringen imidlertid med indvendig skråafstivning eller med indboret skrånker som vist i figur 143, er man nødt til at tage hensyn til den lodrette ligevægtsbetingelse.



Figur 143: Væg med indvendig skråafstivning og væg med indboret anker.

Hensynet til den lodrette ligevægt kan løses ved at interpolere imellem jordtrykkene for henholdsvis  $r_u$  og glat væg. Som første tilnærmelse kan man for eksempel regne med glat væg på passivside ved indvendig afstivning og glat væg på aktivside ved skrånker.

Som vist i figur 144 kan man kun som effektiv ankerlængde medregne den længde af ankrene, der befinder sig uden for jordtryksbrudfiguren, fordi jordens forskydningsstyrke er fuldt udnyttet inden for denne. Endvidere bør risikoen for et stabilitetsbrud som vist til højre i figur 144 undersøges. Ved denne undersøgelse forudsættes hele den jordmasse, hvori ankeret befinder sig, at bevæge sig udad som et stift hele sammen med spunsvæggen. Ved stabilitetsundersøgelsen kan man regne med aktivt jordtryk svarende til glat væg på den lodrette flade gennem ankerspidserne.



Figur 144: Effektiv ankerlængde og stabilitet ved skråankre.

#### 18.4.2 Skrå eller uensformigt belastet jordoverflade

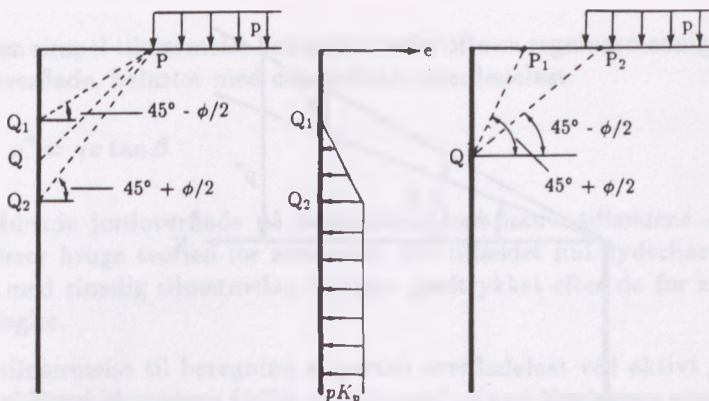
I Brinch Hansen's jordtryksteori for spunsvægge i afsnit 12.8 var forudsætningen, at væggen er lodret og jordoverfladen vandret. Det var endvidere en forudsætning, at belastningen på jordoverfladen er ensformigt fordelt. Dette er i langt de fleste tilfælde også det hyppigst forekommende i praksis, hvor overfladelasten normalt er en fri last, der derfor skal antages at virke i den farligste position – det vil sige overalt på jordoverfladen på aktivsiden.

Man kan dog undertiden komme ud for linielaster eller sribelaster, som det er nødvendigt at tage hensyn til. Endvidere kan der være tilfælde, hvor en ensfordelt overfladelast kun i en vis afstand fra væggen giver anledning til jordtryk på væggen. Dette er for eksempel tilfældet ved en kaj med aflastningsplade, hvor belastningen nærmest væggen overføres gennem aflastningspladen og bæres direkte af pælene under pladen. En tilnærmet metode for beregning af overfladelastens indflydelse på jordtrykket ved kajindfatninger med aflastningsplade er vist i afsnit 15.3.8.

Brinch Hansen's relativt simple brudfigurer for liniebrud og kombinerede brud kan kun i specielle tilfælde tage hensyn til de ovenfor beskrevne overfladelaster. Derfor benyttes i praksis nogle simple tilnærmelser, der som regel er på den sikre side.

En af disse tilnærmede metoder er angivet af Bent Hansen (1978), ref. [17]. For en væg med afbrudt overfladelast som vist i figur 145 angives følgende almindeligt anvendte tilnærmelse:

1. Over punkt  $Q$  i figur 145 til venstre, hvor linien,  $PQ$ , danner vinklen,  $45^\circ$ , med vandret, beregnes jordtryksfordelingen svarende til overfladelasten nul. Under punkt  $Q$  regnes overfladelasten,  $p$ , fuldt virkende. Dette



Figur 145: Væg med afbrudt overfladelast.

svarer til, at der ikke i formlerne 195 og 196 ikke medtages noget  $p$ -led over punkt  $Q$ , mens det medtages fuldt ud under dette punkt. Det er i princippet denne tilnærmelse, der er anvendt ved kajen med aflastningsplade i afsnit 15.3.8.

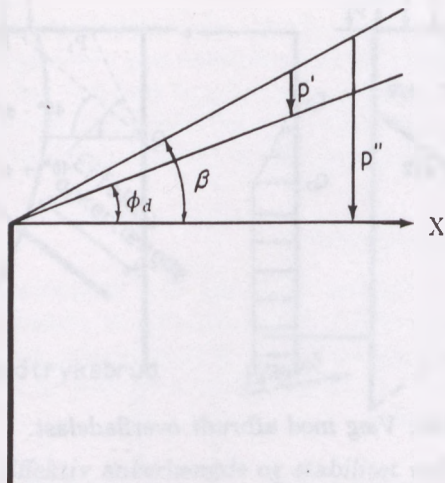
2. Hvis grænsepunktet  $P$  for overfladelasten ligger relativt langt fra væggens toppunkt, kan denne tilnærmelse medføre, at overfladelasten ikke bidrager væsentligt til momentet i væggen. Man har derfor modificeret reglen på følgende måde: Jordtrykket beregnes svarende til  $p = 0$  ned til punktet  $Q_1$ , hvor linien,  $PQ_1$ , danner vinklen,  $45^\circ - \frac{\phi}{2}$ , med vandret. Det vil sige, at jordtrykket beregnes svarende til den fulde værdi af  $p$  under  $Q_2$ , hvor  $PQ_2$  danner vinklen,  $45^\circ + \frac{\phi}{2}$ , med vandret. Mellem  $Q_1$  og  $Q_2$  interpoleres som vist i figur 145 lineært mellem 0 og  $p$  til bestemmelse af den værdi af overfladelasten, der skal medtages i jordtryksberegningen under  $Q_2$ .

De nævnte regler anvendes uafhængig af trykspring og laggrænser – de vedrører alene størrelsen af faktoren til henholdsvis  $K_p^x$  og  $K_p^y$  i formlerne 195 og 196.

Ved superposition kan man på grundlag heraf beregne jordtryksfordelingen for en vilkårlig fordeling af overfladelasten. Reglen under punkt 2 ovenfor er, som vist til højre i figur 145, ensbetydende med, at den værdi af  $p$ , der skal bruges i et vilkårligt punkt  $Q$  på væggen, er middelværdien inden for strækningen,  $P_1P_2$ , på jordoverfladen, hvor  $QP_1$  og  $QP_2$  danner vinklen henholdsvis  $45^\circ + \frac{\phi}{2}$  og  $45^\circ - \frac{\phi}{2}$  med vandret.

I ref. [17] gøres der opmærksom på, at der ifølge ovenstående tilnærmelse ikke nødvendigvis fås den ugunstigste mulige fordeling af overfladelasten,  $p$ , ved at regne den virkende helt hen til væggen. Det positive bøjningsmoment i væggen bliver således størst, hvis  $p$  i det væsentlige kun får indflydelse under forankringsniveauet, men ikke over dette niveau. Der tages dog normalt ikke hensyn til dette i beregningen.





Figur 146: Skrå jordoverflade bag en væg.

Brinch Hansen's jordtryksteori for liniebrud og kombinerede brud kan i princip generaliseres til at omfatte tilfældet skrå jordoverflade. I ref. [17] bemærkes dog følgende:

1. Et tilfælde som vist i figur 146, hvor skråningsvinklen,  $\beta$ , er større end den aktuelle friktionsvinkel,  $\phi$ , og naturligvis også større end den regningsmæssige friktionsvinkel,  $\phi_d$ , kan kun opstå ved oplagring af masse gods med større skræntvinkel end jordens friktionsvinkel. Dette forhold vanskeliggør en korrekt brudberegning, fordi skråningens vinkel med vandret regningsmæssig ikke kan være større end  $\phi_d$ . Dette problem kan dog løses ved at antage en regningsmæssig skråningsoverflade, der danner vinklen,  $\phi_d$ , med vandret, idet materialet over denne overflade antages at virke som en lodret overfladelast:

$$p' = \gamma x(\tan\beta - \tan\phi_d) \quad (310)$$

Denne overfladelast vokser lineært med afstanden fra væggen og behandles som angivet i figur 145.

2. Brinch Hansen's randbetingelse ved jordoverfladen i tilfælde af liniebrud, se kapitel 11, giver en rimelig god tilnærmelse ved vandret jordoverflade, men har vist sig at være ret meget på den usikre side, hvis den benyttes ved positiv rotation for et liniebrud, som skærer en jordoverflade, der hælder opad bort fra væggen. Dette skyldes, at en virkelig statisk tilladelig brudfigur i dette tilfælde afviger meget fra et rent liniebrud. For at opnå en bedre tilnærmelse skal mere komplicerede brudfigurer gennemregnes, hvilket ikke endnu er gennemført systematisk.



Som en simpel tilnærmelse betragtes derfor ofte en regningsmæssig vandret jordoverflade, belastet med den lodrette overfladelast:

$$p'' = \gamma x \tan \beta \quad (311)$$

For en hældende jordoverflade på passivside kan man i tilfældene et og to flydecharnierer bruge teorien for zonebrud. For tilfældet nul flydecharnier kan man også, med rimelig tilnærmelse, beregne jordtrykket efter de for zonebrud gældende regler.

En anden tilnærmelse til beregning af partiel overfladelast ved aktivt jordtryk er angivet af Knud Mortensen (1976, upubliceret). Knud Mortensen angiver selv tilnærmelsen som grov. Forudsætningerne for metoden er, se figur 147:

1. Vandret terræn
2. Kohæsionsløs jord
3. Glat væg
4. Rette grænsebrudlinier som i figur 147(1a)
5. Trykfordeling 1:2 som vist i figur 147(2c og 3c)

I figur 147 er jordtryksfordelingerne vist som funktion af enhedsbelastningen,  $p$ , belastningsarealets størrelse,  $B \cdot L$ , og belastningens placering,  $a$ , i forhold til vægfronten, samt dybden,  $z$ , under terræn og jordens friktionsvinkel,  $\phi$ .

De generelle formler for enhedsjordtrykket er:

$$e = 0 \quad \text{for } z < a \quad (312)$$

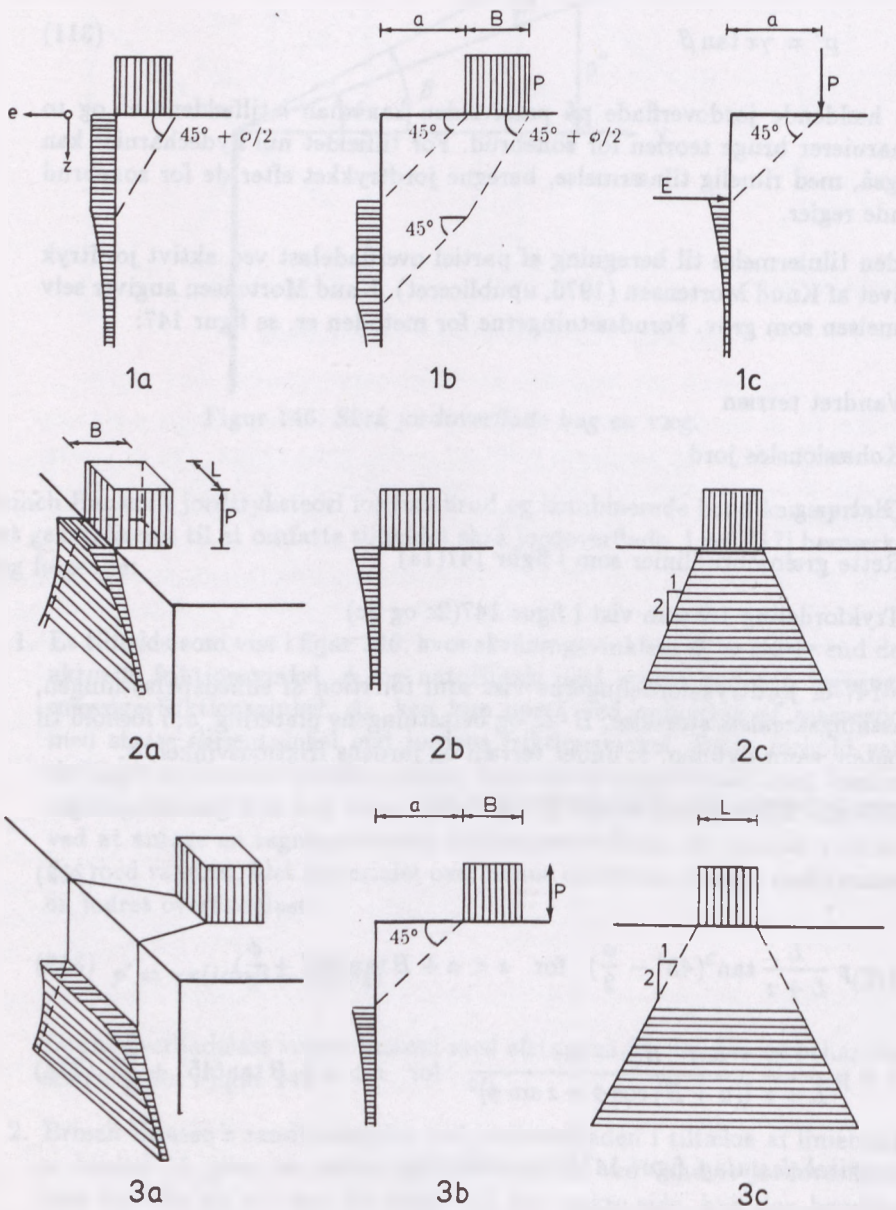
$$e = p \frac{L}{L+z} \tan^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}) \quad \text{for } z < a + B \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \quad (313)$$

$$e = p \frac{L}{L+z} \frac{B(a+B)}{[(a+B) \cos \phi + z \sin \phi]^2} \quad \text{for } z > a + B \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \quad (314)$$

For en *stribebelastning*, figur 147(1b), indsættes:

$$\frac{L}{L+z} = 1$$

For en *linielast* parallel med væggen findes ved grænseovergangen,  $B \rightarrow 0$ , jordtrykket som en vandret linielast:



Figur 147: Tilmærmet beregning af aktivt jordtryk ved partiel overfladelast.

$$E = P \tan(45^\circ - \phi) \quad (315)$$

i dybden,  $a$ , se figur 147(1c). Herunder regnes med enhedsjordtrykket:

$$e = \frac{Pa}{(a \cos \phi + z \sin \phi)^2} \quad (316)$$

Ved en punktlast antages jordtrykket ligeledes at være en linielast:

$$E = \frac{P}{a} \tan(45^\circ - \phi) \quad (317)$$

over længde,  $a$ , i dybden,  $a$ , og herunder enhedsjordtrykket:

$$e \sim \frac{Pa}{z(a \cos \phi + z \sin \phi)^2} \quad (318)$$

I for eksempel ref. [18] er angivet andre tilnærmede metoder for partiel overfladelast.

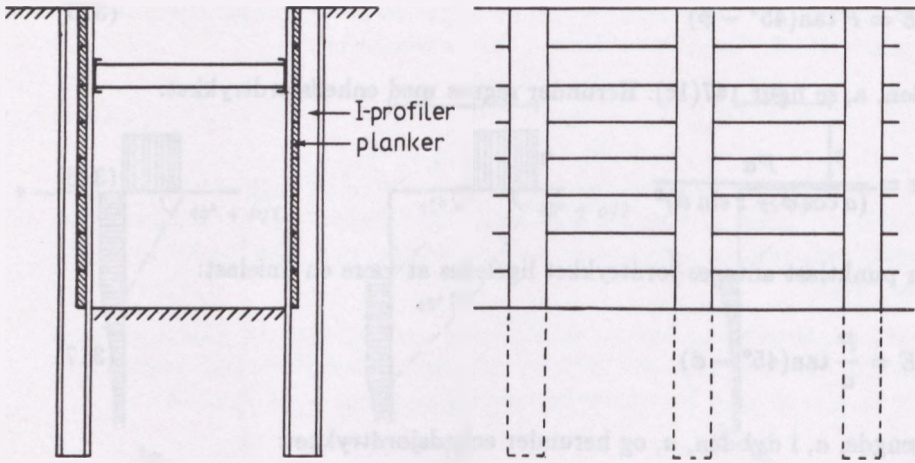
### 18.4.3 Københavnervægge

Som tidligere nævnt benyttes ofte idag en Københavnervæg, hvor stålprofiler rammes eller bores ned, hvorefter der imellem stålprofilerne isættes træplanker i takt med udgravningen. Plankerne kan anbringes, hvor der er behov for dem, eller plankerne kan sættes tæt sammen og kan derved danne en tæt væg mellem jordoverfladen og udgravningens bund. Princippet i denne vægtype er vist i figur 148. Plankerne er typisk mellem  $1\frac{1}{2}''$  og  $3''$  tykke. Afstanden mellem pælene er typisk mellem 1 og 2 meter.

Stålprofil-pælene under udgravningens bund er påvirket af tværkræfter fra jordtrykket. Problemet er imidlertid at beregne jordtrykket på pælene, da de ikke danner en kontinuert væg. Beregningen af tværkraftpåvirkede pæle er behandlet af Brinch Hansen (1961), ref. [19], og er resumeret i ref. [17], Bent Hansen (1978).

I denne sammenhæng skal kun omtales princippet i den tilnærmede beregning af jordtrykket på væggen. Først beregnes "enhedslængden" af væggen, der har en *effektiv bredde*, som er den mindste af følgende tre størrelser, se figur 149 til højre:

$$\frac{b_{eff}}{b_{tot}} = \frac{b + 0,2z}{a} \quad (319)$$



Figur 148: Princippet i en Københavnervæg.

$$\frac{b_{eff}}{b_{tot}} = \frac{3b}{a} \quad (320)$$

$$\frac{b_{eff}}{b_{tot}} = 1,0 \quad (321)$$

hvor:

- $b$  er bredden af det enkelte profiljern.
- $a$  er centerafstanden mellem pælene.
- $z$  er dybden under jordoverfladen på den side, hvor jordtrykket er størst.

Denne tilnærmelse er rimelig nøjagtig for ren friktionsjord ( $c = 0$ ) og for kohæsionsjord i korttidstilstanden ( $\phi = 0$ ). I langtidstilstanden for kohæsionsjord, hvor  $c$  og  $\phi$  er større end nul, er tilnærmelsen på den sikre side.

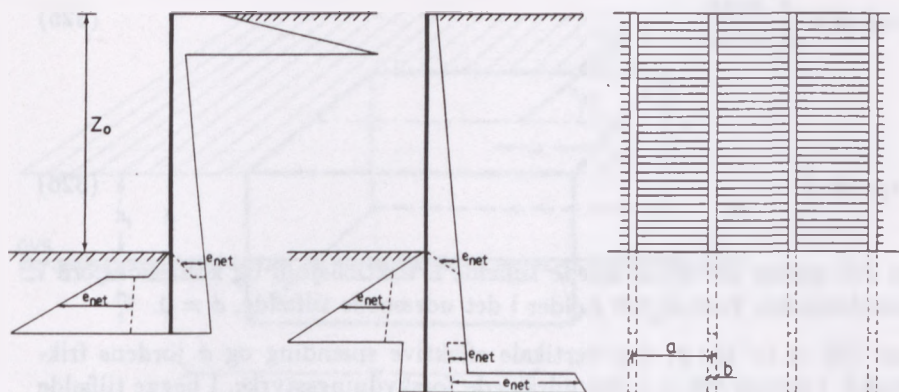
Hvis væggen er forsynet med tætsiddende planker til en dybde,  $z_0 > 5(a - b)$ , og hvis bredden af de enkelte pæle er,  $b > a/3$ , er det ikke nødvendigt at reducere bredden.

Når en reduceret effektiv bredde af væggen er fundet efter de nævnte kriterier, skal det såkaldte netto-jordtryk, se figur 149, ganges med den effektive bredde bestemt af formlerne 319, 320 eller 321.

Netto-jordtrykket på den nedrammede del bliver:

$$e_{net} = e_1 + w_1 - e_2 - w_2 \quad (322)$$





Figur 149: Bestemmelse af netto-jordtrykket på den nedrammede del.

Det korrigerede netto-jordtryk per længdeenhed af den totale væglængde bliver da:

$$e_{net,cor} = e_{net} \frac{b_{eff}}{b_{tot}} \quad (323)$$

hvor  $e_1$  og  $w_1$  er jord- og vandtryk på den ene side af væggen, og  $e_2$  og  $w_2$  er jord- og vandtryk på den anden side af væggen. Det er her en forudsætning at:

$$e_1 + w_1 > e_2 + w_2 \quad (324)$$

Et muligt differensvandtryk kan blive reduceret på grund af den "åbne" væg. Da man som regel altid udfører en grundvandssænkning i forbindelse med disse vægge, betyder dette, at der normalt kan ses bort fra differensvandstryk i friktionsjord. I kohæsionsjord behøver vandtrykkene derimod ikke helt at forsvinde, fordi det er vandtrykket i den potentielle begrænsningsbrudline bag væggen, der er afgørende.

Der skal iøvrigt gøres opmærksom på, at dybden,  $z$ , i formel 319 er *dybden under den jordoverflade, hvor jordtrykket er størst* ( $e_1 > e_2$ ). Når man benytter Brinch Hansen's metode, skal man derfor være opmærksom på, at definitionen af dybden,  $z$ , kan ændre sig som følge af trykspring i jordtryksfordelingen, se figur 149, hvor princippet er vist. Dybden,  $z$ , skifter, hvor netto-jordtrykket skifter.

Det skal også nævnes, at formlerne forudsætter konstante værdier af rumvægten og styrkeparametrene. Derfor kan det være nødvendigt i ekstreme tilfælde at erstatte  $z$  med udtryk som:

$$z_{cor} = z \frac{\sigma' \tan \phi}{\sigma'_o \tan \phi_o} \quad (325)$$

Eller:

$$z_{cor} = \frac{c}{c_o} \quad (326)$$

Formel 325 gælder for det drænedede tilfælde – friktionsjord og kohæsionsjord i langtidstilstanden. Formel 326 gælder i det udrænedede tilfælde,  $\phi = 0$ .

I formel 325 er ( $\sigma' \tan \phi$ ) den vertikale effektive spænding og  $\phi$  jordens friktionsvinkel. I formel 326 er  $c$  den udrænedede forskydningsstyrke. I begge tilfælde beregnes disse størrelser i dybden, ca.  $z/2$ , mens størrelserne med indeks (o) beregnes i dybden,  $z$ .

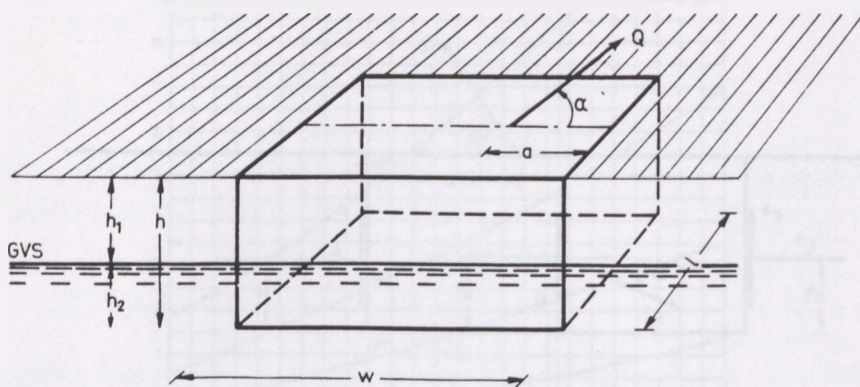
## 18.5 Ankerblokke

Ankerblokke anvendes til optagelse af skråt opadrettede kræfter. Som eksempel på anvendelsen kan nævnes optagelsen af bardunkræfter i forbindelse højspændingsmaster og tv-tårne. Ankerblokke udføres normalt af beton, men der kan i blokkene forekomme jord- eller vandfyldte rum.

I det følgende omtales en metode til beregning af trækmodstanden af en ankerblok. Metoden er angivet af N. Krebs Ovesen (1967), ref. [20]. Det er en forudsætning for metoden, at jorden omkring blokken er friktionsjord, sand eller grus, hvilket som regel vil være tilfældet i praksis. Ved trækmodstanden skal i det følgende forstås den værdi af ankerkraften, der svarer til en fuldt udviklet bruttilstand i jorden omkring blokken, idet det samtidig forudsættes, at der ikke sker brud i selve blokken. Det er endvidere en forudsætning, at blokken har form som et retvinklet prisme med øverste sideflade i jordoverfladen, der forudsættes vandret, se figur 150.

Som nævnt forudsættes jorden at være sand ( $c = 0$ ) og med friktionsvinklen,  $\phi$ . Den effektive rumvægt over grundvandsspejlet er  $\gamma$  og under grundvandsspejlet  $\gamma'$ . Ankerblokkens sideflader forudsættes fuldstændig ru. I henhold til figur 150 betegner:

- $h$  Ankerblokkens højde.
- $h_1$  Afstanden fra grundvandsspejlet op til jordoverfladen.
- $h_2$  Afstanden fra ankerblokkens underside op til grundvandsspejlet.
- $l$  Ankerblokkens vandrette udstrækning vinkelret på den plan, hvori ankerkraften ligger.



Figur 150: Ankerblokkens geometri.

- $w$  Ankerblokkens vandrette udstrækning i den plan, hvori ankerkraften virker.
- $Q$  Ankerkraften.
- $a$  Afstanden fra ankerkraftens skæringspunkt med ankerblokkens overside til ankerblokkens forkant.
- $\alpha$  Ankerkraftens vinkel med vandret.

De betragtninger, der er omtalt i afsnit 16.2 for ankerpladers brudmåde, gælder i princippet også for ankerblokke. Derfor vil det være mest fordelagtigt at basere beregningen på en translation af ankerblokken.

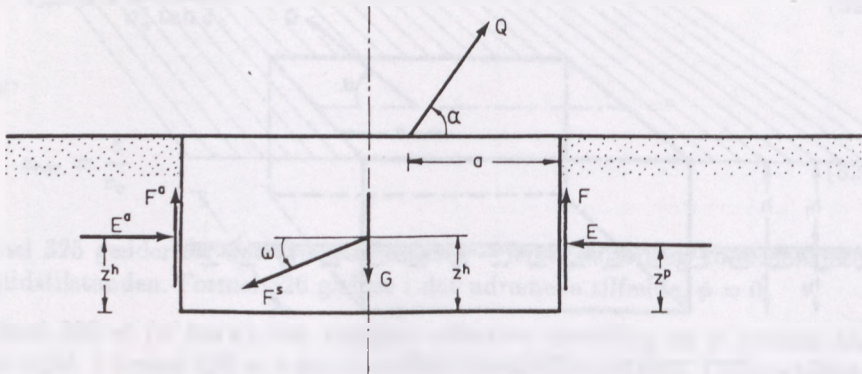
Ved en translation af ankerblokken vil der som ved ankerplader dannes et almindeligt aktivt zonebrud på blokkens bagside. På forsiden vil der opstå et kombineret brud af typen, SfP, se figur 108.

I figur 151 er vist de kræfter, der påvirker ankerblokken i brudtilstanden.  $E^a$  og  $F^a$  er komponenterne af de almindelige aktive jordtryk på blokkens bagside.  $E$  og  $F$  er komponenterne af jordtrykket bestemt af SfP-bruddet på forsiden af blokken. Jordtrykkene kan i princippet beregnes som for ankerplader, kapitel 16, hvorfor man også skal have kendskab til forholdet,  $F/E = \tan \delta_\gamma$ .

Foruden jordtrykket på ankerblokkens for- og bagside virker der på de to andre sideflader et jordtryk, der kan udtrykkes ved en normalkomponent og en tangentialkomponent. Normalkomponenterne på de to sideflader er modsat rettede og lige store, hvorfor de ophæver hinanden.

Tangentialkomponenterne,  $F^s$ , kan som en tilnærmelse beregnes på samme måde som overflademodstanden på en pæl i sand, det vil sige:



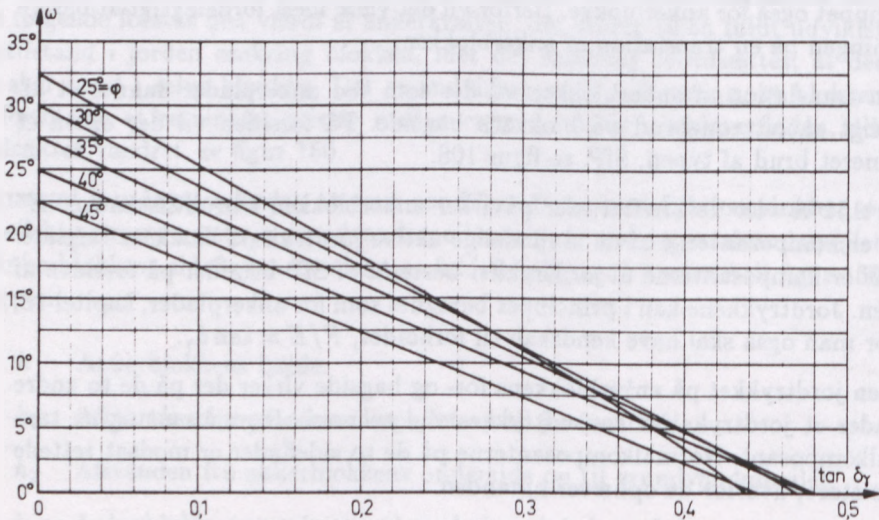


Figur 151: Kræfter på ankerblokken.

$$F^s = N_m E^h w \quad (327)$$

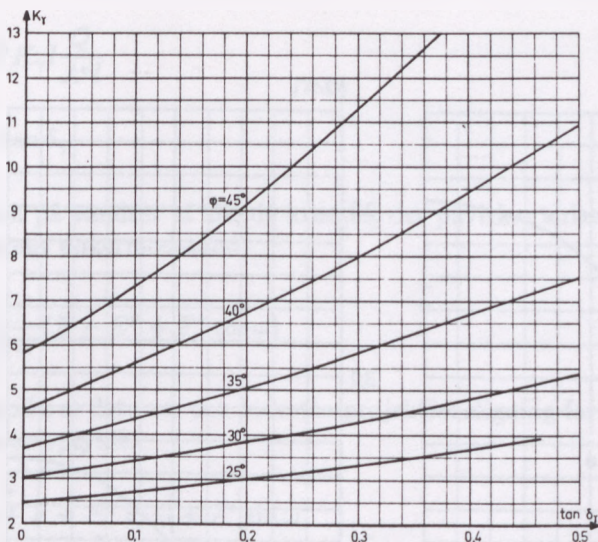
hvor  $E^h$  er det hydrostatiske jordtryk, formel 274, og  $w$  er defineret i figur 150.  $N_m$  er den fra geostatisk beregning kendte overfladefaktor. Krebs Ovesen foreslår, at  $N_m$  sættes til 0,3, der gøres regningsmæssig ved anvendelse af partialkoefficienten,  $\gamma_{b1}$ .

Angrebspunktet for  $F^s$  vil ligge i højden,  $z^h$ , over blokkens underside, hvor  $z^h$  beregnes af formel 274 og 275.



Figur 152: Bevægelsesretningen for ankerblokken.





Figur 153: Jordtryksskoefficienter for jordtrykket foran ankerblokken.

Retningen af  $F^s$  må svare til ankerblokkens bevægelsesretning i brudtilstanden. Denne retning må i henhold til figur 108 svare til retningen af liniebruddet i SfP-bruddet foran blokken. Liniebruddets vinkel med vandret er  $\omega$ , der kan bestemmes af diagrammet i figur 152, hvor  $\omega$  er vist som funktion af  $\tan \delta_\gamma$  for forskellige værdier af  $\phi$ .

Foruden de nævnte kræfter er ankerblokken påvirket af egenvægten,  $G$ , og den ydre ubekendte ankerkraft,  $Q$ . På ankerblokkens underside virker ingen kræfter, da blokkens bevægelse er skråt opad.

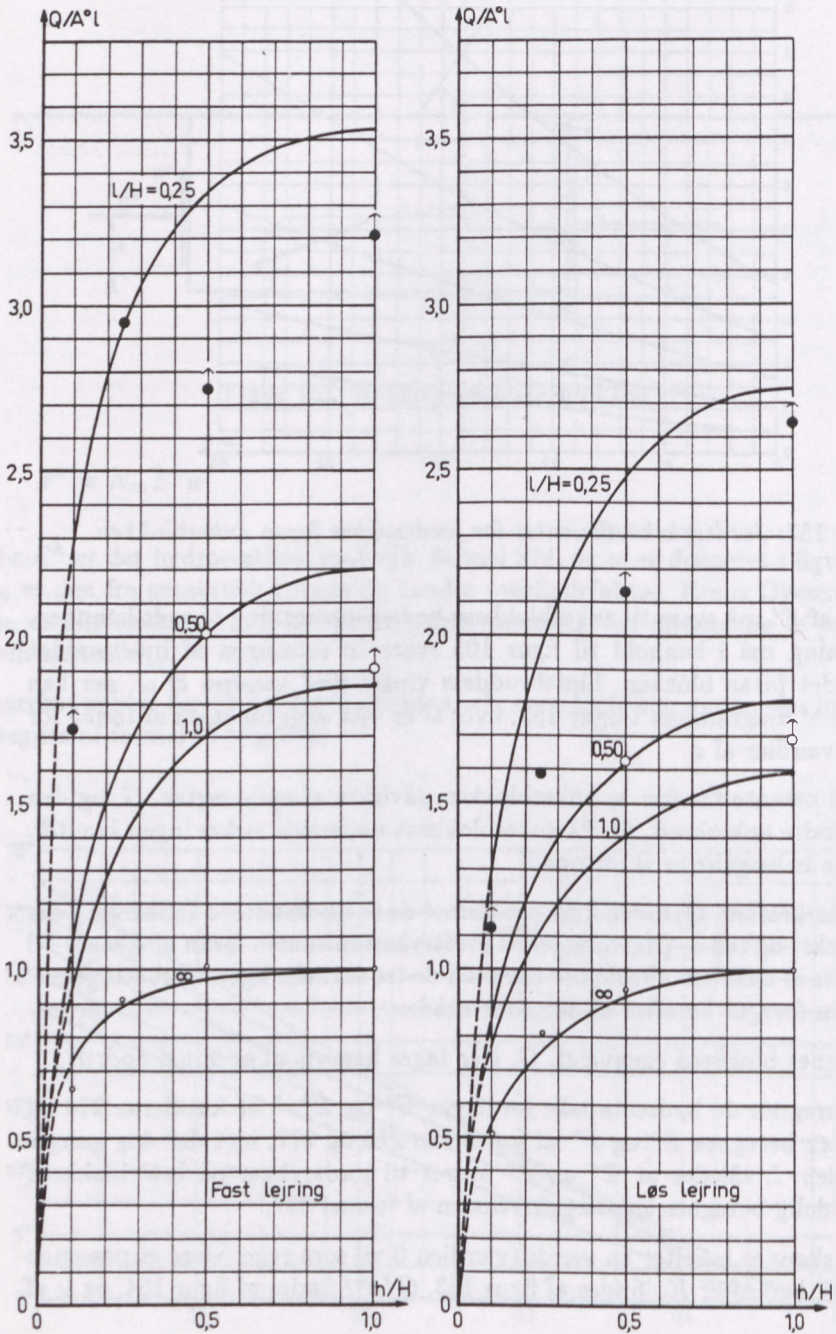
Udover ankerkraften,  $Q$ , indeholder problemet de to ubekendte,  $a$  (ankerkraftens angrebspunkt) og  $\tan \delta_\gamma$  (hældningen af jordtryksresultanten foran blokken). Til bestemmelse af disse tre ubekendte har man de tre statiske ligevægtsbetingelser. Beregningen foregår herefter på følgende måde:

Først beregnes blokkens egenvægt,  $G$ . Der tages hensyn til eventuel opdrift.

Derefter beregnes de hydrostatiske jordtryk,  $E^h$  og  $E^h z^h$  af formlerne 274 og 275. Herefter beregnes  $E^a$  og  $F^a$  af formlerne 276 og 277, idet der dog ganges med længden,  $l$ , således at  $E^a$  og  $F^a$  svarer til jordtrykket på hele blokkens bredde. Endelig beregnes sidevægtsfriktionen af formel 327.

For  $\tan \delta_\gamma$  skønnes herefter en værdi (værdien 0 vil som regel være et passende første skøn), hvorefter  $K_\gamma$  findes af figur 153,  $Q/A^o l$  findes af figur 154, og  $\omega$  af figur 152.

Jordtrykket foran ankerblokken kan herefter beregnes af følgende formler:



Figur 154: Resultater af modellforsøg med enkelte ankerplader.

$$E = E^h K_\gamma l \frac{Q}{A^0 l} \quad (328)$$

$$F = E \tan \delta_\gamma \quad (329)$$

Ved projektion på vandret af alle de kræfter, der påvirker ankerblokken, findes derefter blokkens ankermodstand:

$$Q = \frac{1}{\cos \alpha} (E - E^a + F^s \cos \omega) \quad (330)$$

Herefter kontrolleres det, om den lodrette projektligning for alle kræfter på ankerblokken er opfyldt:

$$Q \sin \alpha + F + F^a = G + F^s \sin \omega \quad (331)$$

Hvis projektligningen ikke er tilfredsstillet, skønnes en ny værdi af  $\tan \delta_\gamma$ , og der regnes om, indtil tilfredsstillende overensstemmelse er opnået.

Endelig findes ankerkraftens angrebepunkt udtrykt ved afstanden,  $a$ . Dette gøres ved at tage moment omkring fodpunktet af ankerblokkens forvæg af alle de kræfter, der påvirker blokken:

$$a = \frac{1}{Q \sin \alpha} \left[ E z^p - E^a z^h + \left( \frac{1}{2} G - F^a \right) w + F^s \left( \frac{1}{2} w \sin \omega + z^h \cos \omega \right) \right] - h \cot \alpha \quad (332)$$

hvor  $z^p$  er bestemt af formel 282.

Det skal bemærkes, at såfremt ankerblokken er påvirket af en ankerkraft med en lodret komponent, der er stor i forhold til ankerblokkens egenvægt, kan det være nødvendigt at skønne negative værdier af størrelsen,  $\tan \delta_\gamma$ , for at opfylde den lodrette projektligning. I såfald kan jordtrykskoefficienten,  $K_\gamma$ , ikke bestemmes af figur 153, fordi der da ikke længere optræder et SfP-brud foran ankerblokken, men derimod et simpelt S-brud bestående af en ret brudlinie fra fodpunktet op til jordoverfladen. Jordtrykskoefficienten for dette brud, som svarer til Coulomb's jordtryksteori, kan for eksempel beregnes af formel 193 i afsnit 12.5.2. Da  $\theta = \beta = 0$ , fås:

$$K_\gamma = \frac{\cos^2 \phi}{\left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin \phi}{\cos \delta}} \right]^2} \quad (333)$$



$\omega$  beregnes af formel 192 i afsnit 12.5.2:

$$\cot \omega = \frac{\sin(\phi + \delta) + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cos \delta}{\sin \phi}}}{\cos(\phi + \delta)} \quad (334)$$

### 18.5.1 Beregning af ankerblok

I figur 155 er vist en ankerblok af grovbeton. Jordoverfladen er vandret, og grundvandsspejlet forudsættes forsigtigvis at stå i terræn. Ankerblokken har følgende parametre:

$h$	$=$	$h_2$	$=$	3,50 m
$l$	$=$			5,00 m
$w$	$=$			7,00 m
$\alpha$	$=$			47°
$\gamma'$	$=$			10 kN/m <sup>3</sup>
$\phi_d$	$=$			30°
$c$	$=$			0
$p$	$=$			0

Egenvægten af ankerblokken bliver, idet betonens reducerede rumvægt er 13 kN/m<sup>3</sup>:

$$G = 3,5 \cdot 5,0 \cdot 7,0 \cdot 13 = 1590 \text{ kN}$$

Det hydrostatiske jordtryk findes af formel 274:

$$E^h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3,5^2 = 61,3 \text{ kN/m}$$

Dette jordtryk er trekantformigt fordelt over væggen højde.

Af figur 56 findes  $K_a^r = 0,27$ , hvorefter det aktive jordtryk bliver:

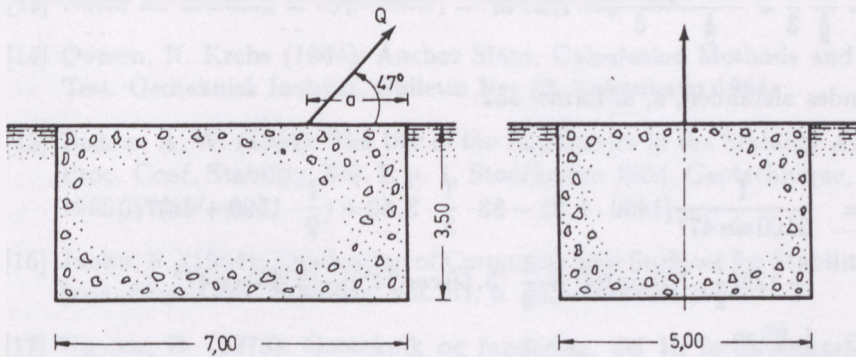
$$E^a = 61,3 \cdot 0,27 \cdot 5,0 = 83,0 \text{ kN}$$

$$F^a = -83,0 \tan 30^\circ = 48,0 \text{ kN}$$

Sidevægfraktionen beregnes af formel 327, idet den regningsmæssige værdi af  $N_m$  er 0,15:

$$F^s = 2(0,15 \cdot 61,3 \cdot 7,0) = 129 \text{ kN}$$





Figur 155: Beregning af ankerblok.

Herefter gættes  $\tan \delta_\gamma = 0,1$ . Idet  $h/H = 1,0$  og  $l/H = 5,00/3,50 = 1,43$ , og idet der regnes med løs lejring, findes af figur 153, 110, 154 og 152:

$$K_\gamma = 3,4 \quad \zeta_\gamma = 0,347 \quad Q/A^0l = 1,4 \quad \omega = 24^\circ$$

Af formel 328 og 329 fås da:

$$E = 61,3 \cdot 3,4 \cdot 5,00 \cdot 1,4 = 1460 \text{ kN}$$

$$F = 1460 \cdot 0,1 = 146 \text{ kN}$$

Ankermodstanden findes herefter af formel 330:

$$Q = \frac{1}{\cos 47^\circ} (1460 - 83 + 129 \cos 24^\circ) = 2100 \text{ kN}$$

Derefter kontrolleres det, om den lodrette projektligning, formel 331, er opfyldt:

$$2100 \sin 47^\circ + 146 - 48 \sim 1590 + 129 \sin 24^\circ$$

Eller:

$$1630 \sim 1640$$

Det vil sige, at den skønnede værdi af  $\tan \delta_\gamma$  er i orden.

Af formel 282 findes, da det hydrostatiske joedtryk er trekantformigt fordelt over væggen:

$$z^p = \frac{\zeta_\gamma}{\frac{1}{3}} \frac{h}{3} = \frac{0,347}{\frac{1}{3}} \frac{3,50}{3} = 1,21 \text{ m}$$

Endelig findes afstanden,  $a$ , af formel 332:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2100 \sin 47^\circ} [1460 \cdot 1,21 - 83 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3,50 + (\frac{1}{2} \cdot 1590 + 48)7,0 \\ &\quad + 129(\frac{1}{2} \cdot 7,0 \sin 24^\circ + \frac{1}{3} \cdot 3,50 \cos 24^\circ)] - 3,50 \cot 47^\circ \\ &= 1,85 \text{ m} \end{aligned}$$

## Referencer

- [1] Culmann, K. (1866): Die graphische Statik. Zürich 1866.
- [2] Nøkkentved, Chr. (1924): Beregning af pæleværker. København 1924.
- [3] Vandepitte, D. (1953): Het draagvermogen van paalfunderingen. Annales des Travaux Publics de Belgique, Oct. et Dec. 1953, pp. 747 et 901.
- [4] Engelund, F. (1956): Pæleværkers sikkerhed mod brud. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 6. København 1956.
- [5] Hansen, B. (1959): Limit Design of Pile Foundations. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 6. København 1956.
- [6] Hansen, B. (1960): Safety against Failure of Pile Groups. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 6. København 1956.
- [7] Gvozdev, A. A. (1936): The Determination of the Value of the Collapse load for Statically Indeterminate Systems undergoing Plastic Deformations. Proc. Conf. on Plastic Deformations, 1936.
- [8] Kötter, F. (1903): Die Bestimmung des Druckes an gekrümmten Gleitflächen. Sitzungser. Kgl. Preuss Akad. der Wiss., Berlin 1903.
- [9] Jaky, J. (1936): Stability of Earth Slopes. Proc. First Int. Conf., Soil Mech., Vol. II, 1936.
- [10] Hansen, J. Brinch (1953): Earth Pressure Calculation. Teknisk Forlag, København, 1953.
- [11] Hansen, J. Brinch & Lundgren (1960): Hauptprobleme der Bodenmechanik. Springer Verlag, Berlin, 1960.
- [12] Geoteknisk Institut (1992): Geoteknisk Institut informerer, Dimensioneringsprincip for kældervægge. GI Info 3.7, december 1992. 2p.

- [13] Norm for dræning af bygværker, DS436, 2. udg. 1993.
- [14] Ovesen, N. Krebs (1964): Anchor Slaps, Calculation Methods and Model Test. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 16, København 1964.
- [15] Bishop, A. W. (1954): The Use of the Slip Circles in the Stability Analysis. Proc. Conf. Stability, Vol. I, p. 1, Stockhoem 1954. Geotechnique, March 1955, Vol. V, p. 7.
- [16] Janbu, N. (1954): Application of Composite Slip Surfaces for Stability Analysis. Proc. Conf. Stability, Vol. III, p. 43, Stockholm 1954.
- [17] Hansen, B. (1978): Geoteknik og fundering, del II, forelæsningsnotater. Laboratoriet for Fundering, Danmarks Tekniske Højskole.
- [18] Spundwand-Handbuch, Teil 1, Grundlagen. TradeArbed, Luxembourg, 1986.
- [19] Hansen, J. Brinch (1961): The Ultimate Resistance of Rigid Piles against Transversal Forces. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 12, København 1961.
- [20] Ovesen, N. Krebs (1967): Trækmodstand af forankringskonstruktioner i friktionsjord. B-undervisning og forskning 67. Teknisk Forlag, København 1967, pp. 325-346.





## Index

- adhæsionen 75, 101
- aflastningsboringer 244
- aflastningsplade 189
- Afstivede vægge 192
- afstivninger i flere niveauer 192
- aktivt jordtryk 107, 109, 110
- Ankerblokke 254
- ankerlængde 230
- ankermodstanden i grundtilfældet 201
- ankerplader 199
  
- bevægelige pæleværker 2
- Brinch Hansen's metode 115
- brudcirkelens centrum 91
- brudfigur 55, 59
- brudlinie 55
- brudmåde 24, 97
- brudmåder for en spunsvæg 160
- brudsnit 55
- brudstadiet 53
- brudtilstand 55
- brudtilstanden 97
- brudzone 56
- brugsstadiet 53
- byggegruber 241
  
- Cirkulær brudlinie 214
- cirkulær brudlinie 66
- Coulomb's ekstremmetode 103
- Coulomb's metode 115
- Culmann's metode 3
  
- drejningspunktets beliggenhed 97, 100
- drænet skråning 240
- Dræning af kældre 147
- dræning af støttemure 144
  
- effektiv ankerlængde 245
- ekstrembetingelse 71
- ekstremmetoden 71, 210
- ekstremværdi 104
- elastisk-plastisk 53
- elastiske zoner 56
  
- enhedsjordtryk 86
- Enhedsjordtrykket 89
- enhedsnormaljordtrykket 109
- enhestangentialjordtrykket 109
- enhedstrykket 76
- enkeltfundamenter 237
  
- flydecharnier 97, 165, 168
- Forankrede spunsvægge 159
- forspændingskræfter 34
- fri spunsvæg 153
- friktionsløs jord 78
- fundamentstryk 97
  
- glat 101
- glat væg 109, 111, 113
- grovbetonmur 240
- gruppevirkning 4
- hviletilstand 54
- hviletryk 55, 98
- hviletrykskoefficient 98
- hældende jordoverflade 249
  
- indskudsdræn 150
- indspænding i enkeltfundamenter 237
- Jordoverfladens vinkel med vandret  
101
- jordtryk 97
- jordtrykkets fordeling 106
- jordtryksdiagrammer 120
- jordtryksfordeling 116
- jordtryksteori 61
  
- kinematisk mulig 24, 59
- kinematisk mulig brudfigur 84
- kinematisk mulige brudmåder 25
- kombinerede brud 58, 101
- kombineret fundament 237
- konkavt liniebrud 57
- konvekst liniebrud 57
- korrektion af grundtilfældet 204
- kritiske brudlinie 212, 223
- kældervægge 145

- Københavnervæg 241, 251  
 Kötters ligning 65
- laggrænser 79, 129  
 ligevægtsmetoden 71, 73  
 liniebrud 56, 60, 63, 90  
 logaritmisk spiral 71, 210  
 lokalt brud 22
- membranisolering 150
- negativt jordtryk 89  
 normaljordtrykket 120  
 Nøkkentved's metode 4, 10  
 Nøkkentved's metode, oversigt 14  
 overfladelast 246
- partiel overfladelast 249  
 passivt jordtryk 109, 110  
 pladefundering 239  
 plastisk instabilitet 34, 37, 38, 51  
 plastiske zoner 56  
 Prandtl-brud 58  
 Pæleværk med parallelle pæle 12  
 pæleværker 1  
 pæleværkets karakteristiske kræfter  
 5, 9
- randbetingelse 67, 73, 75  
 Rankine-brud 58, 84  
 rendeafstivning 241  
 retliniet brud 57  
 ru 101  
 ru væg 109, 110, 113  
 rumlige pæleværker 39  
 række af ankerplader 204
- sandsynligt drejningspunkt 26  
 skrå ru væg 108  
 skråafstivning 245  
 skråanker 245  
 specialtilfælde 84  
 spiralens pol 210  
 Spunspæle 153  
 spunsvæg uden flydecharnier 162  
 Spunsvægge 153
- stabilitetsanalyse 213  
 Stabilitetsanalysen 210  
 stabilitetsbrud 209  
 stabilitetsforhold 212  
 stabilitetsproblemer 209  
 statisk bestemt 2  
 statisk korrekt vinkel 73, 75, 77, 84  
 statisk mulig 24, 59  
 statisk muligt pæleværk 46  
 statisk ubestemte pæleværker 3, 4  
 strimmelmetoden 220  
 strømmende grundvand 81  
 støttemur 113  
 støttemure 109, 131  
 svømmende fundering 239  
 Symboler og fortegneregler 61  
 symmetriske pæleværker 16
- tangentialjordtrykket 120  
 totaljordtrykket 89  
 totalt brud 23  
 trykspring 116  
 Tvangsbrudlinie 212  
 tæppedræn 149
- ueftergivelig væg 98
- Vandepitte's metode 4, 22  
 vandtryk 130, 146  
 vandtryk ved strimmelmetoden 225  
 vinkelstøttemur 131  
 Virkning af vandtryk 80  
 Virkning af vandtryk ved ekstrem-  
 metoden 215  
 volumen-konstant 54  
 vægfriktionsvinklen 75, 101  
 vægge 97  
 væggens rotation 100  
 Væggens vinkel med lodret 101
- zonebrud 56, 60, 63, 84, 101, 109,  
 113  
 Zonebrudskoefficienter 112

